На правах рукописи

БАКУНИН Олег Геннадьевич

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ МОДЕЛИ АНОМАЛЬНОГО ПЕРЕНОСА ДЛЯ СТРУКТУРНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Специальность 01.04.08 – Физика плазмы

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 2012

Работа выполнена в Институте физики токамаков Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»

Официальные оппоненты:

Брушлинский Константин Владимирович

доктор физико-математических наук, профессор,

Институт прикладной математики им М.В. Келдыша РАН,

главный научный сотрудник

Тимофеев Александр Владимирович

доктор физико-математических наук, НИЦ «Курчатовский институт»,

Институт водородной энергетики и плазменных технологий,

главный научный сотрудник

Попов Александр Михайлович

доктор физико-математических наук, профессор,

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова,

профессор кафедры математической физики ВМК МГУ

Ведущая организация:

Институт космических исследований Российской академии наук г. Москва

Защита состоится «____» ___________ 2012 г. в ____ часов на заседании диссертационного совета Д 520.009.02 при Национальном исследовательском центре «Курчатовский институт» по адресу:
123182, г. Москва, пл. ак. Курчатова, д. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИЦ «Курчатовский институт».

Автореферат разослан «   »   2012 г.

Ученый секретарь диссертационного совета

кандидат физико-математических наук   А.В. Демура

I. Общая характеристика работы

Актуальность темы

Проблема термоизоляции плазмы в термоядерных исследованиях занимает центральное место. Несмотря на значительный прогресс в исследованиях по этой проблеме, достигнутый за более чем полувековой период, в этой области все еще существуют серьезные задачи, которые необходимо решить. Повышенные потери частиц и тепла в системах с магнитным удержанием способны значительно ухудшить эффективность удержания плазмы, в том числе и в проектируемом в рамках проекта ИТЭР токамаке. Развитие работ по управляемому термоядерному синтезу показало, что плазма проявляет повышенную способность к преодолению магнитной изоляции. На начальном этапе исследований считалось, что удастся построить термоядерный реактор, не особенно вникая в физическую сущность происходящих в нем явлений. Неудачи в достижении этой цели чисто техническими средствами привели к осознанию необходимости углубленного исследования физической сущности явлений, связанных с аномальным характером переноса частиц и тепла. На сегодняшний день, считается общепризнанным, что причиной аномального переноса является вызванная многочисленными неустойчивостями турбулентность плазмы. Несмотря на то, что линейная теория неустойчивостей хорошо предсказывает условия раскачки колебаний и их характерные частоты и инкременты, турбулентное состояние плазмы с широким спектром колебаний требует создания принципиально новой нелинейной теории. Сложности создания теории сильной турбулентности плазмы в токамаке связаны как с математической сложностью, так и с недостаточностью имеющихся на сегодняшний день экспериментальных данных. Кроме того, для получения коэффициентов переноса необходимо развить методы, позволяющие учесть эффекты длинных корреляций и нелокальности, присущие сильно турбулентному состоянию высокотемпературной плазмы в токамаке.

Турбулентный перенос - это фундаментальное физическое явление, имеющее колоссальное практическое значение не только для физики высокотемпературной плазмы, но и для таких важных областей как астрофизика, физика атмосферы и океана. Многолетние интенсивные исследования в этой области все еще не привели к созданию полного физико-математического описания турбулентного переноса. С одной стороны, это открывает широкий простор для исследователей, а с другой, создает серьезные трудности при решении конкретных задач. Действительно, явления переноса в турбулентных течениях крайне редко удается описать посредством классических диффузионных моделей. Главной причиной этого является чрезвычайная сложность неупорядоченных движений, возникающих в турбулентных потоках. Неупорядоченность поля течения, когда скорости жидких частиц являются случайными (т.е. не контролируются макроскопическими свойствами потока), приводит к необходимости широкого использования корреляционных моделей и концепции скейлинга. Развитое турбулентное течение порождается иерархической совокупностью вихрей, где самые крупные из вихревых образований имеют размеры, сравнимые с размером рассматриваемой области, а мелкие вихри имеют «вязкостные» масштабы. В таких условиях выбор характерной корреляционной длины и времени корреляции, определяющих перенос турбулентным потоком частиц, не является тривиальным. Здесь необходимо принять во внимание как корреляционные характеристики поля скорости течения, так и его «топологические» особенности, которые не всегда напрямую связаны с мелкомасштабными движениями. Кроме того, при описании процессов турбулентного переноса требуется учесть такие «конкурирующие» факторы, как затравочная (молекулярная) диффузия, пересоединение линий тока, стохастическая неустойчивость и другие.

Аналогичные проблемы возникают в физике плазмы при рассмотрении движения заряженных частиц в стохастическом магнитном поле и в физике твердого тела при описании переноса в аморфных полупроводниках, и во многих других системах, где закон, описывающий диффузию, существенно отличается от классического. Несмотря на значительный прогресс в понимании аномального переноса, многие аспекты ставших уже классическими работ в этой области остаются актуальными. Так, уже на первой стадии исследования процессов турбулентной диффузии предлагалось использовать корреляционные функции, модификацию классического диффузионного уравнения, методы перенормировки и др. Представить эволюцию всех этих научных концепций в данной работе не представляется возможным. Автор сосредоточил свое внимание на идеях скейлинга, которые являются важным и достаточно универсальным инструментом, используемым как теоретиками, так и экспериментаторами. Именно подход, в основе которого лежат скейлинговые представления, позволяет достаточно быстро разобраться в постановках задач и проблемах, имеющихся в различных современных областях физики, связанных с исследованием турбулентности. Прошло более 70 лет со времени публикации основополагающих работ Колмогорова и Обухова, посвященных скейлинговому описанию развитой турбулентности. Тем не менее, фундаментальный вопрос о характере взаимодействия вихрей в турбулентном потоке остается открытым.

Важно отметить, что при описании аномального переноса в плазме подобные проблемы возникли уже в конце 40-х годов прошлого века. Так, в 1949 году Бом выдвинул гипотезу о том, что перенос зарядов плазмы может, в основном, определяться не парными столкновениями частиц, а переменными электрическими полями коллективного происхождения. Предложенная им формула для коэффициента турбулентной диффузии стала общеупотребительной как мера аномальности. Заметим, что простота формулы Бома, а также тот факт, что в ее основу не был положен конкретный физический механизм переноса, создавали иллюзию ее универсальности. Здесь, также как и в скейлинге Колмогорова, электрическое поле «выпадало» из окончательного выражения, аналогично тому, как при рассмотрении каскада в теории гидродинамической турбулентности характерное время нелинейного взаимодействия вихрей удалось описать простой размерностной оценкой. В дальнейшем, эксперименты на токамаках и стеллараторах показали, что энергетическое время удержания плазмы оказывается слишком малым, чтобы его можно было описать неоклассическими формулами. Поэтому возникла необходимость использовать концепцию скейлинга для того, чтобы предсказывать характер удержания. Такие скейлинги были предложены Горбуновым, Мирновым и Стрелковым в 70 году и Арцимовичем в 1971 году. Сознавая трудности строгого теоретического описания турбулентного переноса в высокотемпературной плазме, Арцимович назвал свой скейлинг «псевдоклассическим». В этот же период начал разрабатывать методы описания сильно-турбулентной плазмы Кадомцев, работы которого сыграли важную роль для понимания базовых механизмов аномального переноса, связанного с низкочастотной структурной турбулентностью.

Для объяснения нелокального переноса в высокотемпературной замагниченой плазме была привлечена концепция самоорганизации, которая позволила применить скейлинговые зависимости, используемые в теории фазовых переходов. Идея о самоорганизации плазмы в токамаке нашла свое выражение в представлении о самосогласованных профилях и активно развивалась в Институте Курчатова Кадомцевым, Днестровским, Разумовой и др.

Фактически, скейлинг, по-прежнему, остается главным инструментом анализа плазменной и гидродинамической турбулентности. Естественно, при описании явлений переноса в условиях сильной турбулентности мы сталкиваемся с теми же проблемами.

Возникающие при больших числах Рейнольдса или Кубо когерентные структуры значительно осложняют описание эффективного переноса. Методы, развитые для слабой турбулентности, приводят к результатам, противоречащим как эксперименту, так и численному моделированию. В отсутствие универсального метода анализа эффектов переноса в структурной турбулентности естественно сосредоточить внимание на современных теоретических подходах, выбирая в качестве основы конкретный вид вихревых (когерентных) структур, формирующих рассматриваемый класс турбулентных течений. Это позволяет получить новые скейлинги для эффективных коэффициентов аномальной диффузии, которые могут быть использованы при анализе имеющихся экспериментальных данных и при проектировании новых установок с магнитным удержанием горячей плазмы.

Цель работы

Целью диссертационной работы является:

1. Выявить основные механизмы, ответственные за формирование перколяционных линий тока. Использовать полученные результаты для описания сильно-турбулентных режимов переноса ионов в токамаке с учетом тороидального дрейфа.
2. Разработать новый метод перенормировки малого параметра перколяционной модели, учитывающий эволюцию стохастического слоя, связанного с перколяционными эвипотенциалями турбулентного поля.
3. Получить новые скейлинги для описания турбулентной диффузии в задачах, где пересоединение линий тока в двумерных течениях вызвано обратным каскадом.
4. Определить скейлинг для описания гамильтоновой диффузии, связанной с процессами пересоединения эквипотенциалей.
5. Рассмотреть эффекты стохастической неустойчивости в двумерных гидродинамических и МГД течениях в режиме обратного каскада.
6. Рассмотреть систему случайных шировых потоков с негауссовыми корреляциями. Получить скейлинг, связывающий показатель, описывающий перенос частиц скаляра, с показателем, характеризующим корреляционные свойства ширового течения.
7. Использовать возможности теории аномального переноса и теоретико-вероятностный подход для описания функции распределения надтепловых электронов по скоростям. Проанализировать эффекты нелокальности, связанные с рассмотрением функции распределения надтепловых электронов в стохастическом магнитном поле токамака.

Связь с государственными научно-техническими программами

Диссертация выполнена в соответствии с планом научно-технических работ ИФТ НИЦ "Курчатовский институт" по направлению: «термоядерный синтез» в соответствии с Федеральной целевой научно-технической программой «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники гражданского назначения», подпрограмма "УТС и плазменные процессы" 1996-2000 годы; Федеральной целевой научно-технической программой «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники» на 2002-2006 годы; Федеральной целевой программой «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2012 годы».

Научная новизна

Научная новизна полученных в диссертации результатов заключается в следующем.

1. Впервые получен скейлинг для описания турбулентной диффузии ионов в плазме токамака, где учтено как влияние тороидального дрейфа, так и низкочастотной дрейфовой турбулентности в перколяционном пределе.
2. Сформулирован новый подход к построению условий перенормировки малого параметра теории континуальной перколяции, основанный на рассмотрении эволюции корреляционных масштабов, характеризующих эквипотенциали двумерной турбулентности.
3. Впервые получен скейлинг для вычисления коэффициентов турбулентной диффузии в течениях, где пересоединение эквипотенциалей вызвано обратным каскадом энергии.
4. Исследовано влияние обратного каскада на инкремент стохастической неустойчивости в двумерных гидродинамических и МГД течениях в перколяционном пределе.
5. Получено новое нелокальное уравнение в дробных производных, описывающее систему случайных шировых потоков с негауссовыми корреляциями.
6. Найден новый скейлинг, связывающий показатель, описывающий перенос скаляра в системе случайных шировых потоков, с показателем, характеризующим корреляционные свойства рассматриваемого течения.

7. На основе кинетического уравнения в форме Фоккера-Планка исследованы нелокальные эффекты, связанные с переносом надтепловых электронов в стохастическом магнитном поле токамака.
8. Предложено новое функциональное уравнение для функции распределения баллистически движущихся частиц по скоростям.

Научная и практическая ценность

Результаты работы могут быть использованы для описания турбулентного переноса в плазме токамака. Предложенные модели переноса имеют общефизический характер. Это позволяет применять предложенные методы и результаты для анализа широкого круга проблем, связанных с процессами аномального переноса в условиях сильной турбулентности. В работе показано, что коэффициенты переноса частиц в условиях структурной турбулентности радикально отличаются от квазилинейных оценок. Эти отличия позволяют адекватно описать аномальную диффузию в сильно турбулентной плазме. Так, предложенная автором новая формула для коэффициента турбулентной диффузии ионов в токамаке в низкочастотном пределе хорошо согласуется с результатами независимого численного эксперимента и предсказывает значительное усиление переноса ионов по сравнению с неоклассическим. Наряду с задачами описания переноса частиц в плазме, важную роль играют проблемы описания переноса скаляра мезомасштабными атмосферными и океаническими потоками. Предложенные в диссертации скейлинги могут быть использованы для анализа турбулентного переноса частиц скаляра в задачах физики атмосферы и океана. Вопросы, связанные с поведением надтепловых электронов актуальны для описания потоков частиц и тепла в плазме токамака, а также для геофизических и астрофизических исследований, где важную роль играют декорреляционные механизмы, связанные с присутствием стохастического магнитного поля.

Основные положения, выносимые на защиту

На защиту выносятся следующие, содержащие научную новизну, результаты:
1. Получена новая формула для коэффициента турбулентной диффузии ионов в токамаке в низкочастотном пределе на основе теории континуальной перколяции.

2. Сформулирован и апробирован новый метод получения перколяционных параметров, основанный на балансе характерных корреляционных масштабов. Получен новый скейлинг для описания переноса частиц скаляра в двумерных турбулентных течениях с обратным каскадом.
3. Получено новое нелокальное уравнение, описывающее перенос скаляра в системе случайных ширoвых потоков с негауссовыми корреляциями. Найден скейлинг, связывающий показатель, описывающий перенос, с показателем, характеризующим корреляционные свойства поля скорости системы случайных ширoвых потоков.
4. Предложено новое функциональное уравнение для функции распределения надтепловых электронов по скоростям. Проанализированы частные случаи в задачах с известными корреляционными свойствами.

Личный вклад автора

Все результаты диссертации получены автором лично или с его определяющим участием. Из 22 работ, опубликованных автором по теме диссертации в реферируемых научных журналах, только 3 работы имеют соавторов. В этих 3-х работах автор непосредственно участвовал в постановке задачи, формулировке выводов и самостоятельно провел все вычисления. За цикл работ по теме диссертации «Корреляционные модели аномального переноса для структурной турбулентности» автору была присуждена премия имени И.В. Курчатова за лучшую работу в области научных исследований в 2011 году.

Достоверность и апробация работы

Основные результаты диссертации и диссертация в целом докладывались на Теоретическом семинаре под руководством В.Д. Шафранова в Институте Курчатова и на следующих международных конференциях:

1. The International Conference, Mode Conversion, Coherent Structures and Turbulence, Moscow, Russia, 23-25 November 2009
2. International IUTAM Symposium on Applied Mechanics Moscow, Russia, 3-8 August 2007

3. 8-th International Conference on Complexity, Oxford, UK, 1-9 September 2006
4. 10-th International Conference on the Physics of Compressible Turbulent Mixing, Paris, France, 17-21 July 2006
5. XV International Nonlinear Dynamics Session of Russian Academy of Science, 25-27 December 2006
6. International Conference on Boitzmann Equations and Fluidodynamic Limits, Trieste, Italy12-17 June 2006
7. Coherent Structures in Atmosphere and Ocean, Boulder, Colorado, National Center Atmospheric research, 11-14 July 2005
8. Random media and Stochastic Differential equations, California, Los Angeles, University of Southern California, 14 -18 June 2005
9. KCASC Seminar, "Fractality ideas and long-range correlations in turbulent transport", Kansas Center for Advanced Scientific Computing, USA, 18 March 2005
10. 9-th International Conference on the Physics of Compressible Turbulent Mixing, Natural, Clare College Cambridge, 13-17 August 2004
11. International Nonlinear Dynamics Session of Russian Academy of Science, 20-21 December 2004
12. International Conference on Nonlinear Dynamics and Chaos, Brussels, Belgium, 9-13 July 2004
13. The International Conference MSS-04, Mode Conversion, Coherent Structures and Turbulence, Moscow, Russia, 23-25 November 2004
14. Turbulence and transport seminar. Department of Aeronautics, Imperial College, London 28 July 2004
15. 9-th International Conference on the Physics of Compressible Turbulent Mixing, Cambridge, UK, 19-23 July 2004
16. UKAEA, Culham laboratory, Theoretical seminar, 15 July 2004
17. 30th EPS Conference on Contr. Fusion and Plasma Phys., St. Petersburg, 7-11 July 2003 ECA Vol. 27A, P-2.116
18. TEC Theory and Chaos meeting 11 May 2004.
19. 1-st International Workshop on Stochasticity in Fusion Edge Plasmas SEP 6-8 October 2003
20. 10-th European Fusion Theory Conference 8-10 September 2003
21. TEC Theory and Chaos meeting 9 June 2003
22. Burning Plasma Conference, Italy, Turin, Villa Gualino, 23-25 April 2003

23. German-Polish Conference on Plasma Diagnostics for Fusion and Applications, Germany, Greifswald, 4-6 September 2002
24. International Symposium on Discharges and electrical insulation in vacuum, EIT De Tours, France June 30-July 5, 2002
25. Diagnostics of non-equilibrium high pressure plasmas APP Spring Meeting, Bad Honnef, Germany 18-21 February 2001
26. International Conference on Levy processes and stable laws, University of Warwick England 2-6 April 2001
27. The Ninth European Fusion Theory Conference, Elsinore, Denmark 17-19 October 2001
28. International Conference on Dynamical Networks in Complex Systems, University of Kiel, Germany July 2000.
29. 2-nd IEEE International Vacuum Electronics Conference Noordwijk, The Netherlands April, 2000

Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в 31 работе, из которых 22 в ведущих реферируемых иностранных и отечественных журналах из списка ВАК. Автор опубликовал две монографии по теме диссертации в издательстве Шпрингер (Springer) и обзор в Вопросах Теории Плазмы т.24 (Reviews of Plasma Physics). Список публикаций приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 269 страниц, включая 39 рисунков и список литературы из 172 наименований.

II. Краткое содержание диссертации

Во введении обоснована актуальность задач турбулентного переноса в условиях структурной, гидродинамической и плазменной турбулентности. Там также представлено краткое содержание глав диссертации. В силу междисциплинарного характера рассматриваемых в диссертации проблем во введении представлен обзор, посвященный важным для понимания результатов диссертации аспектам корреляционного подхода к анализу аномального переноса в различных турбулентных течениях. Кратко рассмотрен метод перенормировки квазилинейных уравнений и соответствующие коэффициенты турбулентной диффузии. Анализируется перколяционный подход к описанию турбулентной диффузии на основе представления о перестройке системы конвективных ячеек в результате эволюции дрейфовой турбулентности с образованием длинных эквипотенцалей (линий тока), вносящих основной вклад в перенос частиц. Проанализированы известные результаты, полученные с помощью перколяционного метода, для стационарных случайных течений и течений, в которых перестройка топологии играет важную роль. Рассмотрены задачи описания эффектов нелокальности, возникающих при исследовании переноса надтепловых электронов в сильно неоднородной плазме токамака. Показано как эффекты нелокальности и «захвата» описываются в фазовом пространстве на основе теоретико-вероятностных соображений и метода случайных блужданий с непрерывным временем.

В **главе 1** рассмотрено влияние структурной дрейфовой турбулентности на перенос ионов в токамаке в низкочастотном пределе. В разделе 1.1 представлена система уравнений, описывающих влияние турбулентности на неоклассический перенос ионов. Показано, что в рамках двумерного представления турбулентности плазмы в токамаке неоклассические эффекты описываются дрейфовой составляющей гамильтониана $\Psi_d(x,y,t)$

$$\Psi(x,y,t) = \Psi_0(x,y,t) + \Psi_d(x,y,t).$$

Здесь Ψ_0 - флуктуирующая часть гамильтониана, связанная с дрейфово-конвективной неустойчивостью. Проведены оценки масштабов турбулентных пульсаций скорости частиц и рассмотрена связь между амплитудой турбулентных пульсаций скорости и порядком величины осциллирующей части гамильтониана:

$$\Psi_0 \approx \left\langle \Psi_0^2 \right\rangle^{1/2} \approx \frac{V_0}{k_\perp} \approx \frac{c\widetilde{\Phi}}{B_0}.$$

Здесь $\widetilde{\Phi}$ - масштаб возмущения электрического потенциала, $\lambda \propto \frac{1}{k_\perp}$ - характерный пространственный масштаб вихревых структур, V_0 - характерная амплитуда турбулентных пульсаций скорости частиц и B_0 - тороидальное магнитное поле. Анализ переноса проводится в условиях, когда характерный масштаб турбулентных пульсаций скорости больше чем величина скорости дрейфа U_d,

$$U_d \le V_0 \le 10 U_d.$$

В таких условиях естественно использовать предложенное Кадомцевым и Погуце представление о формировании, в процессе эволюции системы конвективных ячеек, длинных (перколяционных) эквипотенциалей, охватывающих значительные области пространства. Именно эти перколяционные эквипотенциали вносят основной вклад в перенос частиц и создают условия для возникновения эффектов нелокальности. В рамках используемого подхода ширина стохастического слоя Δ, образованного длинными перколяционными эквипотенциалями, является малым параметром модели, что позволяет вычислить коэффициент турбулентной диффузии,

$$D_{eff}(V_0, U_d) = \int_0^\infty \frac{d\Psi_1}{\Psi_1} P_\infty(\Psi_1) \frac{a^2(\Psi_1)}{\tau(\Psi_1)},$$

используя выражение для возмущения гамильтониана в форме

$$\Psi_1 \approx V_0 \Delta \approx V_0 \lambda \varepsilon_*.$$

Здесь $\varepsilon_* \approx \Delta/\lambda$ - малый перколяционный параметр, a - характерный пространственный корреляционный масштаб, P_∞ - доля пространства, занятого длинными перколяционными эквипотенциалями и τ - характерное корреляционное время, связанное с движением частиц вдоль эквипотенциалей. В разделе 1.2 проанализированы методы перенормировки в «градиентных» системах на основе теории перколяции. Рассмотрено условие, связывающее малый перколяционный параметр ε_*, с параметром, характеризующим амплитуду возмущений,

$$\varepsilon_* = \left(\frac{U_d}{V_0}\right)^{\frac{1}{1+\nu}} = \left(\frac{U_d}{V_0}\right)^{3/7}.$$

Перколяционный показатель $\nu = 4/3$. В разделе 1.3 показано как проявляются эффекты малой дрейфовой скорости при рассмотрении поля течения в перколяционном пределе. Рассмотрена иерархия характерных пространственных масштабов и связанная с ней иерархия масштабов скорости. Раздел 1.4 посвящен анализу квазилинейного приближения для описания эффектов нестационарности в двумерных турбулентных течениях в перколяционном пределе. Показано, что квазилинейная модель не дает корректного описания проблемы, поскольку не учитывает эффектов, связанных с перестройкой эквипотенциалей дрейфового гамильтониана. В разделе 1.5 рассмотрен низкочастотный предел перколяционной модели турбулентного переноса ионов в плазме токамака. Характерная частота этих возмущений дается формулой:

$$\omega \approx \frac{k_\perp \cdot cT}{eB_0 L_n} .$$

Здесь $L_n = \frac{n}{\nabla n}$ - характерный размер, $k_{//} = 1/qR$, $k_\perp = 1/\rho_i$, где q - запас устойчивости, ρ_i - ларморовский радиус ионов, R - большой радиус токамака, $50\text{кГц} < \omega < 150\text{кГц}$. Предложено новое условие перенормировки малого параметра $\varepsilon_* = \varepsilon_*\left(U_d / V_0, \omega\right)$ в задачах, где одновременно присутствует как дрейф, так и низкочастотные колебания

$$\varepsilon_* \approx \left(\frac{U_d}{V_0}\right)^{\frac{2}{3(1+\nu)}} \left(\frac{1}{Ku}\right)^{\frac{1}{3(\nu+1)}} .$$

Оно опирается на одновременное использование двух безразмерных комплексов. Так, параметр U_d/V_0 описывает влияние дрейфовой скорости на поле турбулентности, в то время как число Кубо,

$$Ku \approx \frac{V_0}{\lambda\omega} \approx \frac{c\widetilde{\Phi}{k_\perp}^2}{B_0\omega} ,$$

характеризует эффекты нестационарности, связанные с пересоединением эквипотенциалей. Показано существенное отличие нового выражения от классического результата Тругмана, не учитывающего влияние внешней частоты возмущений. Результаты расчета эффективного коэффициента диффузии в низкочастотном дрейфовом приближении представлены в разделе 1.6. Получен новый скейлинг для коэффициента турбулентной диффузии в низкочастотном пределе:

$$D_{eff} \approx \lambda V_0 \left(\frac{U_d}{V_0}\right)^{\frac{2}{3(1+\nu)}} \left(\frac{\lambda\omega}{V_0}\right)^{\frac{1}{3(\nu+1)}} \propto U_d^{\frac{2}{7}} V_0^{\frac{4}{7}} \omega^{\frac{1}{7}} .$$

Здесь U_d - скорость тороидального дрейфа в токамаке, ω - характерная частота турбулентных пульсаций, V_0 - амплитуда турбулентных пульсаций скорости и λ - характерный масштаб вихревых структур. Перколяционный показатель $\nu = 4/3$. Здесь же рассмотрена соответствующая модели иерархия временных масштабов и пределы применимости использованного подхода. Приведены оценки величин, характеризующих перенос ионов в токамаке в условиях развития низкочастотных дрейфовых колебаний. Представленные здесь оценки величин подтверждают применимость предложенного скейлинга для описания влияния турбулентности на неоклассический перенос

$$\frac{V_0}{U_d} \approx \frac{\rho_i V_{Ti}}{L_n} \cdot \frac{\omega_{Bi} R}{V_{Ti}^2} \approx \frac{R}{L_n} \approx 10 .$$

Здесь ρ_i - ларморовский радиус ионов, ω_{Bi} - циклотронная частота ионов и V_{Ti} - тепловая скорость ионов. Показано, что предложенная автором новая формула для коэффициента турбулентной диффузии ионов в токамаке в низкочастотном пределе $D_{eff}(\omega) \propto \omega^{\frac{1}{7}}$ очень хорошо согласуется с результатами независимого численного эксперимента. Получено выражение для гамильтоновой диффузии, связанной с процессами пересоединения эквипотенциалей

$$D_{\Psi}(\varepsilon_*) \propto V_0^3 \lambda \varepsilon_*^{3+\nu}$$

Указаны недостатки квазилинейного приближения и получены условия применимости перколяционного подхода. В разделе 1.7 проведено сравнение полученного коэффициента эффективной турбулентной диффузии ионов в токамаке с неоклассическим значением. Рассматривая сильно турбулентные режимы, предполагаем $Ku \approx 5$. Полученное нами выражение для эффективного коэффициента турбулентной диффузии ионов в токамаке

$$D_{eff} \propto D_{Plato} \left(\frac{R}{L_n} \right)^{\frac{22}{21}} \left(\frac{1}{Ku} \right)^{\frac{10}{21}} \approx 5 D_{Plato}$$

предсказывает превышение неоклассического переноса в режиме плато D_{Plato} в 5 раз за счет влияния низкочастотной дрейфовой турбулентности. В режиме Пфирша-Шлютера получена оценка

$$D_{eff} \propto D_{PS} \frac{\omega}{\nu_{ei}} \left(\frac{R}{L_n} \right)^{\frac{12}{7}} \left(\frac{1}{Ku} \right)^{\frac{8}{7}} \approx 4 D_{PS} .$$

Эти результаты хорошо согласуются с данными экспериментов по измерениям коэффициентов переноса ионов в различных токамаках.

Глава 2 посвящена исследованию турбулентного переноса скаляра в двумерных гидродинамических и магнитогидродинамических (МГД) течениях в присутствии обратного каскада в рамках перколяционной модели. В разделе 2.1 рассмотрен новый метод получения малого перколяционного параметра ε_*, основанный на рассмотрении эволюции корреляционных масштабов в форме баланса между корреляционным масштабом, определяемым шириной стохастического слоя $\Delta(t) \propto \lambda(\lambda / a)^{1/\nu}$, и длиной перемешивания, связанной с проходимым частицами скаляра расстоянием вдоль перколяционной линии тока, $a(t) \propto \lambda(L/\lambda)^{1/D_h} \propto (V_0 t)^{1/D_h}$,

$$\lambda\left(\frac{V_0 t_0}{\lambda}\right)^{\frac{1}{D_h}} = \frac{\lambda}{\left(\frac{\Delta(t_0)}{\lambda}\right)^{\nu}}.$$

Здесь t_0 - корреляционное время, Δ - ширина стохастического слоя, L - длина перколяционной линии тока, V_0 - амплитуда турбулентных пульсаций скорости в двумерном случайном течении и λ - характерный масштаб вихревых структур. Показатель, описывающий периметр перколяционного кластера $D_h = 1 + 1/\nu, \quad \nu = 4/3$. Показано, что предложенным методом удается получить уже известные скейлинги для турбулентного переноса в двумерных течениях в перколяционном пределе. Так, линейная аппроксимация роста ширины стохастического слоя $\Delta(t) = (\lambda\,\omega)\,t$ позволяет получить скейлинг, описывающий влияние характерной частоты возмущений ω на коэффициент турбулентной диффузии $D_{eff} \propto Ku^{7/10}$. Диффузионная аппроксимация роста ширины стохастического слоя $\Delta^2(t) \approx D_0 t$ позволяет получить формулу для коэффициента турбулентной диффузии в стационарном случайном течении в присутствии затравочной (молекулярной) диффузии $D_{eff} \propto Pe^{10/13}$. Здесь D_0 - коэффициент затравочной (молекулярной) диффузии и $Pe = \lambda V_0 / D_0$ - число Пекле. Предложено использовать поток энергии по спектру ε_K в двумерных турбулентных течениях как ключевой параметр для перколяционной модели переноса частиц. В разделе 2.2 анализируется возникновение крупномасштабных вихревых образований в условиях двумерной турбулентности и рассматриваются соответствующие прямому и обратному каскаду спектры. Указывается, что обратный каскад энергии является важнейшим механизмом, обеспечивающим формирование крупномасштабных вихревых структур. Используя представление о формировании, в процессе эволюции турбулентности длинных (перколяционных) линий тока, можно вычислить коэффициент турбулентной диффузии,

$$D_{eff}(\varepsilon_K, V_0) = \int_0^\infty \frac{d\Psi_1}{\Psi_1} P_\infty(\Psi_1) \frac{a^2(\Psi_1)}{\tau(\Psi_1)}.$$

Здесь $\Psi_1 \approx V_0 \Delta(\varepsilon_*)$ - связанное с перколяционными линиями тока значение возмущенной функции тока двумерного случайного течения, a - характерный пространственный корреляционный масштаб, P_∞ - доля пространства, занятого длинными перколяционными линиями тока и τ - характерное корреляционное время, связанное с баллистическим движением частиц скаляра вдоль перколяционных линий тока. В разделе 2.3, следуя развитому Колмогоровым методу, получаем скейлинг для характерного временного масштаба перестройки линий тока $\tau_R(\Delta\ , \varepsilon_K)$ в течениях с обратным каскадом, формируя комбинацию двух ключевых величин $\varepsilon_K = \left[\frac{м^2}{с^3}\right]$ и $\Delta = [м]$,

$$\tau_R(\Delta\ , \varepsilon_K) \propto \left(\frac{\Delta^2}{\varepsilon_K}\right)^{1/3}.$$

Используя предложенный в этой главе в разделе 2.1 новый метод получения малого перколяционного параметра, получаем выражение для коэффициента турбулентной диффузии в двумерных течениях с обратным каскадом энергии в форме скейлинга:

$$D_{eff} \approx V_0 \lambda \left[\frac{(\varepsilon_K \lambda)^{1/3}}{V_0}\right]^{1/4} \propto V_0^{3/4} \varepsilon_K^{1/12}.$$

Здесь ε_K - колмогоровский поток энергии по спектру, V_0 - амплитуда турбулентных пульсаций и λ - характерный масштаб вихревых структур. Этот результат существенно отличается от квазилинейного скейлинга $D_{eff}(V_0) \propto V_0^2$. Получена оценка для характерного корреляционного времени. Рассмотрены иерархия характерных временных масштабов и пределы применимости модели на основе диффузионного ухода частиц с линий тока,

$$\tau_R(\varepsilon_*) << \tau_D(\varepsilon_*)\ , \qquad \tau_D \approx \frac{\Delta^2(\varepsilon_*)}{D_0} \approx \frac{\lambda^2 \varepsilon_*^2}{D_0} \quad ,$$

что также позволяет получить ограничение по допустимому, для данной модели, характерному масштабу турбулентных пульсаций

$$V_0 \le \frac{\lambda^3}{D_0} (\varepsilon_K \lambda)^{4/3}.$$

Получено выражение для гамильтоновой диффузии, связанной с процессами пересоединения линий тока. Получены оценки порядка величин для крупномасштабного переноса радиоактивных примесей в атмосфере. Стохастическая неустойчивость как важный декорреляционный механизм обсуждается в разделе 2.4. В разделе 2.5 рассмотрен инкремент стохастической неустойчивости в перколяционном пределе. Здесь указывается на необходимость использования характерного пространственного масштаба, соответствующего отдельной линии тока $l_S << \Delta$. Показано, что в отличие от подхода Бэтчелора и Рочестера-Розенблюта перколяционный метод позволяет включить в рассмотрение амплитуды турбулентных пульсаций. Раздел 2.6 посвящен вычислению инкремента стохастической неустойчивости в двумерных турбулентных течениях с обратным каскадом энергии. Получен новый скейлинг для инкремента стохастической неустойчивости

$$\gamma_S(\varepsilon_K) \approx \left(\frac{V_0}{\lambda}\right)^{2/5} \left(\frac{\varepsilon_K}{\lambda^2}\right)^{1/5} \propto V_0^{2/5} \varepsilon_K^{1/5}.$$

Этот результат существенно отличается от квазилинейного выражения для инкремента стохастической неустойчивости $\gamma_S(V_0) \propto V_0^2$. Раздел 2.7 посвящен вычислению инкремента стохастической неустойчивости в двумерных турбулентных МГД течениях с обратным каскадом вектор-потенциала. Рассмотрены каскадные процессы, соответствующие двумерным турбулентным МГД течениям. Получен новый скейлинг для инкремента стохастической неустойчивости

$$\gamma_S(\varepsilon_A) \approx \left(\frac{V_0}{\lambda}\right)\left(\frac{\varepsilon_A}{\lambda V_0^{\ 3}}\right)^{1/7} \propto V_0^{4/7} \varepsilon_A^{1/7}.$$

Здесь ε_A - поток вектор-потенциала по спектру.

В главе 3 анализируются случайные дрейфовые течения и перенормировка квазилинейных уравнений. В разделе 3.1 вводится показатель Херста *H*, описывающий аномальные (не диффузионные) режимы переноса, где $0 < H < 1$

$$R^2(t) = \int_0^t dt' \int_0^{t'} C(\tau) d\tau \propto t^{2H}$$

и рассматривается супердиффузионный перенос в системе случайных шировых потоков (течения Дрейзина-Дыхне с $H = 3/4$). Здесь $R^2(t)$ - среднеквадратичное смещение частицы, $C(t) = \langle V(0) V(t) \rangle$ - лагранжева автокорреляционная функция скорости. Обобщения модели случайных потоков обсуждаются в разделе 3.2.

Рассмотрен перенос частиц в модели стационарного случайного течения, являющегося суперпозицией двух взаимно перпендикулярных течений, образованных случайными плоско-параллельными шировыми потоками (течения Дрейзина-Дыхне), на основе представления о числе взаимодействий частицы скаляра с шировыми потоками. В разделе 3.3 показана эффективность применения принципа доминирования быстрой моды для описания турбулентного переноса. В качестве примеров рассмотрены модели переноса скаляра в системе регулярных конвективных ячеек, перколяционная модель переноса в случайном стационарном двумерном течении и перенос в течениях, где важную роль играет пересоединение линий тока. «Изотропизация» как метод перенормировки обсуждается в разделе 3.4. Показано, что замена затравочного коэффициента диффузии эффективным коэффициентом турбулентной диффузии, предложенная Кадомцевым и Погуце для перенормировки квазилинейных уравнений, является эффективным методом для получения коэффициентов переноса в случайных стационарных течениях. Получено выражение, связывающее показатель α_C, характеризующий скорость спадания лагранжевой автокорреляционной функции, $C(t) = \langle V(0)V(t)\rangle \propto t^{-\alpha_C}$, с аналогичным показателем α_E, характеризующим скорость убывания эйлеровой функции скорости, $C(r) = \langle V(r_0)V(r)\rangle \propto r^{-\alpha_E}$, в модели стационарного двумерного случайного ширового течения. Раздел 3.5 посвящен рассмотрению перенормированного квазилинейного подхода как метода описания корреляционных эффектов. В разделе 3.6 получено новое уравнение в дробных производных для описания переноса скаляра в системе случайных дрейфовых потоков с негауссовами корреляциями

$$\frac{\partial^\gamma n_0}{\partial t^\gamma} = D_{eff}\frac{\partial^2 n_0}{\partial x^2} - \frac{n_0(0,x)}{2\sqrt{\pi}t^\gamma}, \qquad D_{eff} = \frac{V_0^2 l_0}{2^{\frac{\alpha_E-3}{2}}\sqrt{D_0}}.$$

Здесь n_0 - осредненная плотность скаляра, D_0 - коэффициент затравочной (молекулярной) диффузии, D_{eff} - эффективный коэффициент диффузии, α_E - показатель степенной корреляционной функции, γ - показатель, характеризующий перенос скаляра. Дробная производная порядка γ дается выражением

$$\frac{\partial^\gamma f(t)}{\partial x^\gamma} = \frac{1}{\Gamma(1-\gamma)}\frac{d}{dt}\int_{-\infty}^{t}\frac{f(z)dz}{(t-z)^\gamma},$$

где Γ - гамма функция. Найден новый скейлинг, связывающий показатель Херста, описывающий аномальный перенос в системе случайных шировых потоков с негауссовыми корреляциями, с показателем α_E, характеризующим корреляционные свойства течения

$$\gamma = \gamma(\alpha_E) = 2H = 2 - \frac{\alpha_E}{2} \quad , \quad 0 < \alpha_E < 2 \text{,}$$

Здесь H - показатель Херста. В разделах 3.7 рассмотрен спектр, соответствующий исследуемой модели эйлеровой корреляционной функции $\widetilde{C}_E(k)$. Показано, что предложенный скейлинг может быть получен независимым путем. Так, используя диффузионную аппроксимацию для движений скаляра поперек шировых течений, $k \propto \frac{1}{\lambda_{//}} \approx \frac{1}{\sqrt{D_0 t}}$, получаем выражение для среднеквадратичного смещения

$$D_{eff} t \approx \frac{\widetilde{C}_E(k) t}{k} \propto t^{2-\frac{\alpha_E}{2}} \text{.}$$

В разделе 3.8 обсуждается перколяция в многомасштабных случайных потоках и рассматривается иерархия вложенных масштабов. Исследуются корреляционные свойства и перенос в многомасштабных потоках. Дается корреляционная интерпретация показателю, характеризующему свойства двумерного многомасштабного случайного течения. Показано, что использование многомасштабного метода также позволяет получить предложенный в этой главе скейлинг для показателя Херста $H = 1 - \frac{\alpha_E}{4}$. В разделе 3.9 рассмотрена стохастическая неустойчивость в многомасштабном пределе. Обсуждаются проблемы многомасштабного описания стохастической неустойчивости на основе модификации уравнения для коэффициента относительной диффузии. Получено многопараметрическое выражение для инкремента стохастической неустойчивости:

$$\widetilde{\gamma}_S(\lambda) \approx Ku_\lambda^{\frac{1+G-\widetilde{D}_h(M)}{2-G-M}} \text{.}$$

Здесь Ku_λ - локальное число Кубо, G, M - показатели, характеризующие многомасштабное случайное течение, $\widetilde{D}_h$ - показатель, описывающий периметр перколяционного кластера в многомасштабном пределе. Показано, что в частном случае этот скейлинг позволяет получить формулу для одномасштабного случая.

В **главе 4** рассматриваются кинетические эффекты, связанные с аномальным переносом надтепловых электронов в стохастическом магнитном поле в сильно ионизованной плазме токамака. Столкновительная диссипация для быстрых электронов в кулоновских столкновениях достаточно мала. Поэтому, в условиях сильной пространственной неравновесности электроны ускоряются до надтепловых скоростей. В условиях хорошего удержания надтепловых электронов, их количество становится значительным, оказывая сильное влияние на процессы переноса. Влияние стохастического магнитного поля на перенос надтепловых частиц важно как для описания аномального переноса в установках с магнитным удержанием плазмы, так и для задач астрофизики, где большую роль играют различные механизмы ускорения.

В разделе 4.1 решается кинетическое уравнение для функции распределения быстрых электронов в стохастическом магнитном поле с интегралом столкновений в форме, предложенной Гуревичем,

$$|\mu| v D_m \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} =$$

$$= \frac{1}{v^2}\frac{\partial}{\partial v}\left[v^2 \nu_e(v)\left(vf + \frac{T_e(x)}{m}\frac{\partial f}{\partial v}\right)\right] + \beta \nu_e(v)\frac{\partial}{\partial \mu}\left[(1-\mu^2)\frac{\partial f}{\partial \mu}\right]$$

$$\mu = \cos\theta , \qquad \beta = \left(1 + Z_{eff}\right)/2 , \qquad Z_{eff} = \frac{1}{n_e}\sum Z_i^{\,2} n_i ,$$

$$\nu_e(v) = \frac{4\pi e^4 \Lambda n_e(x)}{m^2 v^3} ,$$

Здесь $f(x, v, \mu)$ - функция распределения электронов, D_m- коэффициент аномальной диффузии, ν_e - электронная частота столкновений, T_e- температура основной массы электронов, n_e- плотность электронов, θ - питч угол скорости электрона, v - модуль скорости электрона. Такая форма записи хорошо согласуется с представлениями о магнитной диффузии в заплетенном магнитном поле.

В присутствии флуктуаций магнитного поля и градиента температуры возникает сильное обогащение функции распределения быстрыми электронами в ортогональном к продольному магнитному полю направлении, поскольку они не удерживаются основной плазмой и двигаются независимо от тепловых частиц, диффундируя поперек магнитного поля значительно быстрее, чем тепловые электроны.

Исследуется различные формы представления коэффициента магнитной диффузии D_m, в том числе его перколяционное представление в терминах магнитного числа Кубо $R_m = \frac{b_0 L_z}{\Delta_\perp} > 1$. Здесь b_0 - амплитуда стохастического магнитного поля, L_z - продольный корреляционный масштаб и $\Delta_\perp$- поперечный корреляционный масштаб. Рассматривается автомодельное представление для функции распределения надтепловых электронов

$$f(x,v,\mu)=\frac{F(\xi,\mu)}{T_e^{\alpha}(x)} \quad .$$

Здесь безразмерная переменная, характеризующая энергию электронов, дается формулой

$$\xi=\frac{m_e v^2}{2T_e(x)}=\frac{v^2}{v_T^{\,2}} \quad ,$$

где v_T - тепловая скорость электронов и α - показатель автомодельности. Такое предположение позволяет свести описание среды с пространственной неоднородностью к выражению, близкому по форме к уравнению, описывающему убегающие электроны в однородной плазме. Исследуются выражения для функции распределения надтепловых электронов в стохастическом магнитном поле в сильно ионизованной плазме для трех характерных диапазонов скорости частиц. Искажение хвоста функции распределения надтепловых электронов в стохастическом магнитном поле токамака исследовано на основе редуцированного уравнения

$$-\frac{\delta|\mu|^{\beta}\xi^{\frac{\beta+1}{2}}}{\xi}\xi^{\gamma}\frac{\partial^{\gamma}F}{\partial\xi^{\gamma}}=\frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(F+\frac{\partial F}{\partial\xi}\right)+\frac{1}{2\xi^2}\frac{\partial}{\partial\mu}\left[(1-\mu^2)\frac{\partial F}{\partial\mu}\right].$$

Здесь $F(\xi,\mu)$ - автомодельная функция распределения электронов, δ,γ - показатели автомодельности, β - показатель, характеризующий стохастичность магнитного поля. Оценен характерный масштаб энергий, в которых соответствующие функции распределения электронов имеют характерные изломы. Рассмотрены особенности, связанные с использованием метода автомодельных переменных. В разделе 4.2 получено и проанализировано нелокальное уравнение для симметричной части функции распределения надтепловых электронов в стохастическом магнитном поле в сильно ионизованной плазме токамака

$$\frac{\omega(x)}{3}\xi\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\int_0^{\infty}\omega(x)\xi' G(\xi,\xi')\frac{\partial^2 F_0}{\partial x^2}d\xi'\right)=\frac{\partial^2 F_0}{\partial\xi^2}+\frac{\partial F_0}{\partial\xi} \ .$$

Заменяя в подынтегральном выражении F_0 максвелловским распределением, можно получить решение редуцированного уравнения, используя аппарат функций Грина. Формально, такое решение будет иметь интегральную форму, но вклад быстрых электронов будет занижен. Показано что в редуцированном уравнении эффекты нелокальности будут утрачены. В разделе 4.3 обсуждаются проблемы, возникающие при кинетическом описании надтепловых электронов с очень большими длинами свободного пробега. Предложено модифицировать функционал Бибермана-Холстейна, используемый в задачах переноса излучения, для получения осредненной вероятности «прострельного» прохода фотоном расстояния R_0

$$T(R_0) = \int_0^\infty \exp\left[-\frac{R_0}{\lambda(\omega)}\right] P(\omega)d\omega .$$

Это функционал от известных профилей линий поглощения $\lambda(\omega) = 1/\kappa(\omega)$ и испускания $P(\omega)$. Предложен новый метод получения уравнения для функции распределения баллистически движущихся частиц $f(V)$ в области размером R_0 на основе рандомизации пуассоновской вероятности избежать столкновения,

$$\Phi(t) = \int \varphi(V,t) f(V)dV .$$

В отличие от метода Бибермана-Холстейна мы будем предполагать заданной осредненную вероятность избежать столкновения частицей $\Phi(t)$, а решение уравнения позволит получить функции распределения по скоростям, существенно отличающиеся от максвелловской. Новое функциональное уравнение для функции распределения баллистически движущихся частиц по скоростям имеет вид

$$\psi(t) = \int_0^{R_0/t} \frac{V}{R_0} f(V)dV .$$

Здесь f - функция распределения частиц по скоростям V, $\psi(t) = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ - плотность вероятности испытать столкновение в момент времени t, R_0 - размер рассматриваемой области. Дана теоретико-вероятностная интерпретация полученного функционала на основе соотношения между функцией распределения частиц по скоростям $f(V)$ и плотностью вероятности столкновений $\psi(t)$, $f(V)dV = \psi(t)dt$, а также на основе представления о характере связи между процессами в фазовом и конфигурационном пространствах. В частном случае получена функция распределения частиц по скоростям в форме распределения Леви.

В **Заключении** сформулированы основные результаты и выводы работы.

3. Основные результаты

1. Сформулировано условие перенормировки малого перколяционного параметра и получен скейлинг для описания турбулентной диффузии ионов в плазме токамака, где влияние дрейфа сопровождается эффектами нестационарности.

2. На основе учета эволюции стохастического слоя в двумерном сильно-турбулентном течении сформулирован новый подход к построению условий перенормировки малого перколяционного параметра, основанный на балансе характерных корреляционных масштабов.

3. Получен скейлинг для коэффициента турбулентной и гамильтоновой диффузии в задачах, где пересоединение линий тока вызвано обратным каскадом энергии.

4. Перколяционным методом исследовано влияние обратного каскада энергии на инкремент стохастической неустойчивости.

5. Изучено влияние обратного каскада вектор-потенциала на инкремент стохастической неустойчивости в двумерных турбулентных МГД течениях.

6. Получено уравнение в дробных производных для системы случайных шировых потоков с негауссовыми корреляциями.

7. Найден новый скейлинг, связывающий показатель Херста, описывающий аномальный перенос в системе случайных шировых потоков с негауссовыми корреляциями, с показателем, характеризующим корреляционные свойства течения.

8. С использованием метода автомодельных переменных исследованы нелокальные эффекты, связанные с переносом надтепловых электронов в стохастическом магнитном поле в плазме токамака. Получено интегро-дифференциальное уравнение для симметричной части функции распределения надтепловых электронов. Оценен диапазон энергий, в которых соответствующие функции распределения электронов имеют характерные изломы.

9. Предложено новое функциональное уравнение для функции распределения баллистически движущихся частиц по скоростям. В частном случае получена функция распределения частиц по скоростям в форме распределения Леви.

4. Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах

1. Бакунин О.Г. Адсорбция лития первой стенкой термоядерного реактора-токамака. // Вопросы атомной науки и техники. Термоядерный синтез. – 1989. - Вып 2.- С. 9-12.

2. Бакунин О.Г. Крашенинников С.И. Аномальная диффузия и функция распределения электронов в токамаке. // Физика плазмы. – 1990. – Т. 16. – С. 529-532.

3. Bakunin O. G., Dvornikova N.A., Smirnov A.P. Electron Heart Conduction (nonlocal effects). // ITER report ITER-IL-PH-13-0-S-23. - 1990.

4. Bakunin O. G., Krasheninnikov S.I. Preprint IAE5291/6. – Moscow: Kurchatov Institute of Atomic Energy, 1991. – 21.
5. Bakunin O. G., Krasheninnikov S.I. Non-local electron transport in tokamak divertor. // Contrib. Plasma Phys. - 1992. – V. 32. N 3-4. – P. 255-258.
6. Бакунин О.Г., Крашенинников С.И. Теплопроводность электронов и надтепловые частицы. // Физика плазмы. – 1995. – Т. 21. № 6 – Р. 532-538.
7. Бакунин О.Г. Парадоксы диффузии и лабиринты судьбы. // Успехи физических наук. – 2003. – Т. 173. – С. 317-321.
8. Бакунин О. Г. Корреляционные и перколяционные свойства турбулентной диффузии. // Успехи Физических Наук. - 2003. - Т. 173. - С. 757-765.
9. Бакунин О.Г. Нелокальное уравнение для симметричной части функции распределения электронов в неоднородной плазме. // Физика плазмы. – 2003. – Т. 29 № 9. – С. 847-853.
10. Бакунин О.Г. Диффузионное уравнение и турбулентный перенос. // Физика плазмы. – 2003. – V. 29. № 11. – С. 1085-10.
11. Bakunin O.G. Scaling law and fractality concepts in models of turbulent diffusion. // Plasma Phys. Controlled Nucl. Fusion. - 2003. - V. 45. - P. 1909.
12. Bakunin O.G. Correlation effects and turbulent diffusion scaling. // Report on Progress in Physics. - 2004. – V. 67. P. 965-1032.
13. Bakunin O. G. Long-range correlation and percolation regimes in the system with drift flows. // J. Plasma Physics. – 2004. – V. 71. – P. 435-448.
14. Bakunin O. G., Schep T.J. Multi-scale percolation and scaling laws for anisotropic turbulent diffusion. // Phys. Lett. A. 2004. – V. 322. – P. 105-110.
15. Bakunin O. G. Nonlocal velocity distribution function and one-flight approximation. // Phys. Lett. A. 2004. – V. 330. – P. 22-27.
16. Bakunin O.G., Quasi-diffusion and correlations in models of anisotropic transport // Physica A. – 2004. – V. 337. – P. 27-35.
17. Бакунин О.Г. Аномальная диффузия быстрых электронов и кинетическое уравнение с дробной производной. // Физика плазмы. 2004. – Т. 30. № 4. – С. 369-374.
18. Bakunin O.G. Percolation models of turbulent transport. // Chaos Solitons and Fractals. – 2005. - V. 23. – P. 1703-1731.
19. Bakunin O. G. Correlation and anomalous transport effects related to stochastic instability. // Plasma Physics and Control. Nucl. Fusion. – 2005. – V. 47. – P. 1857-1876.
20. Bakunin O. G. Percolation transport and structures in random drift flows. – in book: “Coherent Structures and Turbulence”. – Moscow: URSS-Press, 2005. – P. 483-494.

21. Bakunin O. G. Percolation transport in random flow with weak dissipation effects. // Physica A. - 2005. – V. 345. – P. 1-8.
22. Bakunin O.G. Correlation effects and nonlocal velocity distribution functions. // Physica A. 2005. – V. 346. P. 284-294.
23. Bakunin O.G. Percolation transport in random flows with drift and time-dependence effects. // Physica A. – 2005. – V. 347. – P. 289-300.
24. Bakunin O. G. Statistics of small clusters in system with rare aggregation centers. // Physica A. – 2005. – V. 348. – P. 245- 251.
25. Bakunin O. G. Percolation regime of turbulent transport in week compressible flows. // Physica A. – 2005. – P. 351. – P. 241-250.
26. Bakunin O. G. The Corrsin conjecture and anomalous transport. // J. Plasma Physics. – 2005. – V. 72. P. 647-670.
27. Бакунин О.Г. Эффекты нестационарности и дрейфа в перколяционном пределе. В кн.: Пути ученого Е.П.Велихов. / Под ред. В.П. Смирнова. - РНЦ «Курчатовский институт», 2007. – С. 57-63.
28. Bakunin O.G. Turbulence and Diffusion. Scaling versus Equations. – Berlin: Springer-Verlag, 2008. - Monograph on complexity. - 278 p.
29. Bakunin O.G. Correlations and Anomalous transport. in: Reviews of Plasma Physics.− ed. V.D. Shafranov.− Berlin: Springer-Verlag.− 2008.− V. 24.− P. 53-203.
30. Bakunin O. G. Dissipation effects and percolation transport. In book: “Coherent Structures and Turbulence”. – Moscow: URSS-Press, 2010. P. 370-375
31. Bakunin O.G. Chaotic flows. Correlation effects, transport and coherent structures. - Monograph on complexity. – Berlin: Springer, 2011. - 364 p.