

На правах рукописи



Гой Владимир Александрович

**Исследование $SU(2)$ -глюодинамики в рамках
решеточного подхода**

01.04.02 – Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Владивосток – 2015

Работа выполнена в *федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования
Дальневосточный федеральный университет.*

Научные руководители: *д. ф.-м. н.,
профессор кафедры теоретической и экспериментальной физики ШЕН ДВФУ,
Молочков Александр Валентинович
д. ф.-м. н., доцент,
старший научный сотрудник отдела теоретической физики ФГБУ ГНЦ РФ ИФВЭ,
Брагута Виктор Валерьевич*

Официальные оппоненты: *д. ф.-м. н., профессор,
профессор кафедры физики высоких энергий и элементарных частиц СПбГУ,
Андреанов Александр Андреевич
д. ф.-м. н., профессор,
начальник сектора №6 ЛТФ ОИЯИ,
Теряев Олег Валерианович*

Ведущая организация: *НИИЯФ МГУ*

Защита состоится «16» сентября 2015 г. в 15:00 часов на заседании диссертационного совета Д 520.009.03 при НИЦ "Курчатовский институт", расположенном по адресу: 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИЦ "Курчатовский институт" и на сайте *www.nrcki.ru*.

Автореферат разослан «_____» _____ 2015 г.

Отзывы и замечания по автореферату в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба высылать по вышеуказанному адресу на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
д. ф.-м. н.

Бар-5.1

Барabanов А. Л.

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. На сегодняшний день квантовая хромодинамика (КХД) является общепринятой теорией, описывающей сильное взаимодействие, которое проявляется на масштабах $\lesssim 10^{-15}$ м. В рамках теории возмущений в области высоких энергий были получены многочисленные подтверждения того, что КХД является теорией, описывающей физику сильных взаимодействий. Однако более интересной является область низких энергий, к которой относятся большое количество наблюдаемых адронной физики (спектр масс барионов, мезонов, константы адронных распадов и др.), а также область энергий в которой происходят фазовые переходы.

Для изучения систем при низких энергиях, при которых сильная константа связи α_s принимает большие значения, так, что теория возмущений не работает, требуются непertурбативные методы исследования. Одним из таких методов является метод компьютерных вычислений, основывающийся на решеточной регуляризации КХД. С помощью данного метода становится возможным изучать важные свойства адронной материи, одним из которых является свойство невылетания цвета (конфайнмент). Данное свойство приводит к невозможности наблюдения одиночного свободного кварка в фазе адронной материи. В фазе кварк-глюонной плазмы (фаза деконфайнмента) кварки считают свободными.

Одним из возможных объяснений свойства конфайнмента является эффект Мейснера в дуальном сверхпроводнике второго рода. Эта идея была предложена Мандельштамом [10] и т'Хофтом [11]. Она заключается в образовании дуальной струны Абрикосова между электрическими зарядами в присутствии конденсата магнитных зарядов в вакууме (см. рис. 1).

В последнее время физики-экспериментаторы предпринимают большие усилия для поиска и изучения новых состояний вещества, используя ускорители заряженных частиц на встречных пучках: LHC (Large Hadron Collider, находится в ЦЕРНе) и RHIC (The Relativistic Heavy Ion Collider, находится в Брукхейвенской национальной лаборатории, штат Нью-Йорк). Сталкивая тяжелые ионы (ядра свинца, золота и др.) при неупругом соударении на скоростях, близких к скорости света, можно на короткое время получить перегретое ядерное вещество, которое затем распадается на огромное количество частиц. Считается, что при этом наблюдается переход вещества в новое состояние кварк-глюонной плазмы и её остывание. Исследуя явления, происходящие при образовании и распаде нового состояния вещества, мы изучаем и совершенствуем теорию

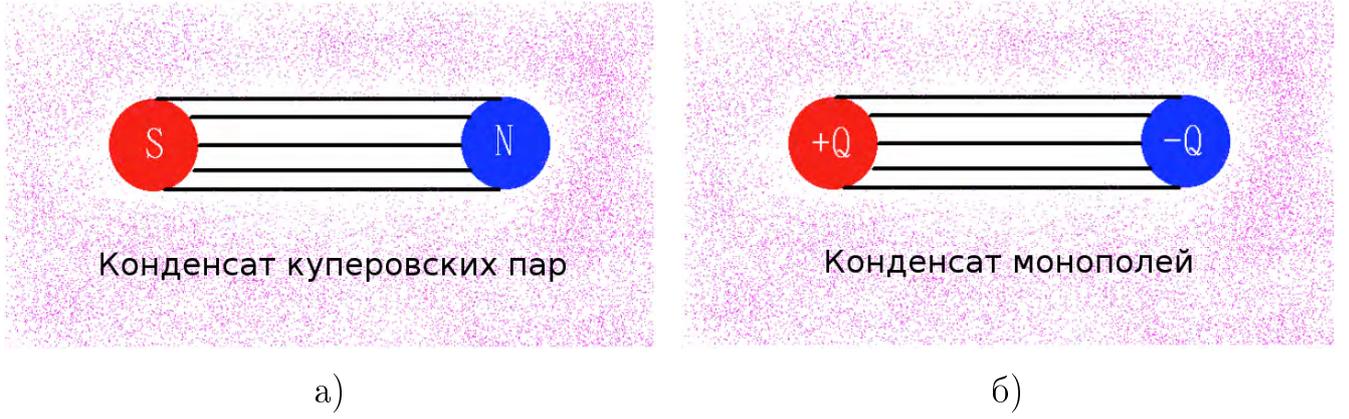


Рис. 1. Струна Абрикосова, связывающая магнитные заряды в сверхпроводнике второго рода, представлена на рис. а). На рис. б) представлена дуальная струна Абрикосова, связывающая электрические заряды, в дуальном сверхпроводнике второго рода. Рисунок взят из статьи [12].

сильных взаимодействий, которая окажется полезной для ядерной физики, астрофизики, а также для понимания первых мгновений жизни Вселенной.

Одним из таких явлений является эффект разделения зарядов (CSE), который изначально был обнаружен на установке RHIC [13] и в последствии подтвержден на LHC [14], и киральный магнитный эффект (CME) [15–17]. Оба эти эффекта являются примерами аномального транспорта, который проявляется в квантовых системах, находящихся в термодинамическом равновесии (причем, данные эффекты не приводят к диссипации энергии), что позволяет исследовать эти эффекты в рамках решеточного подхода. CSE и CME проявляются при ненулевом значении химического потенциала. Этот факт существенно усложняет применение методов КХД на решетке для изучения этих эффектов. В теории с киральными фермионами во внешних магнитных полях \vec{B} [18] и на фоне локальных возмущений среды $\vec{\Omega}$ [19] ($\Omega^i = \varepsilon^{ijk} \partial_j v_k$, где v_k – векторное поле скоростей в среде) киральные эффекты имеют форму равновесных токов

$$\vec{J} = \frac{\mu_5}{2\pi^2} \vec{B} + \frac{\mu\mu_5}{\pi^2} \vec{\Omega}, \quad (1)$$

$$\vec{J}_5 = \frac{\mu}{2\pi^2} \vec{B} + \left(\frac{\mu^2 + \mu_5^2}{2\pi^2} + \frac{T^2}{6} \right) \vec{\Omega}, \quad (2)$$

где T – температура, μ – химический потенциал, μ_5 – аксиальный химический потенциал, связанный с аксиальным зарядом Q_5 , который равен разности числа правых и левых частиц в среде. Коэффициенты, стоящие в формулах (1) и (2) перед \vec{B} и $\vec{\Omega}$, принято называть транспортными коэффициентами.

Из всего набора киральных эффектов, представленных в формулах (1) и (2), лишь один реализуется при нулевом значении химических потенциалов,

что позволяет исследовать данный эффект в рамках решеточной КХД. Этот эффект имеет название аксиального кирального вихревого эффекта, транспортный коэффициент которого пропорционален T^2 (при $\mu = \mu_5 \equiv 0$) в рамках теории возмущения при высоких значениях температуры $T \gg T_c$ (где T_c – температура фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент).

Диссертация посвящена исследованию свойств конфайнмента в $SU(2)$ -глюодинамике в рамках решеточного подхода. А именно, проводится исследование топологических объектов, таких как монополи и вихри, и устанавливается их связь с фазовым переходом конфайнмент-деконфайнмент.

Первая часть диссертации посвящена исследованию свойств монополей. В качестве наблюдаемой впервые исследуется поведение поверхностного оператора в зависимости от площади и объема замкнутой поверхности.

Вторая часть работы посвящена исследованию вихрей в кварк-глюонной плазме, а в качестве наблюдаемой используется транспортный коэффициент $\sigma_{CVE,5}$ аксиального кирального вихревого эффекта. Прямое исследование вихревых эффектов в рамках решеточного подхода является достаточно сложной задачей, в связи с отсутствием непрерывной группы поворотов на решетке. Но, согласно формуле Кубо $\sigma_{CVE,5} = \sigma_{AME}$ [20, 21], где σ_{AME} – транспортный коэффициент аксиального магнитного эффекта (АМЕ). Аксиальный магнитный эффект проявляется в равновесном бездиссипативном переносе энергии киральными фермионами вдоль направления аксиального магнитного поля. Таким образом, задача исследования вихрей свелась к изучению температурной зависимости σ_{AME} . Данное исследование выполнялось в формализме решеточной КХД без учета кварковых петель (quenched QCD).

Степень разработанности темы исследования. Невылетание цвета в квантовой хромодинамике является фундаментальным свойством адронной материи, без которого невозможно объяснить спектр адронов. Это свойство является следствием струноподобного взаимодействия кварков на больших расстояниях. Одним из возможных механизмов, обеспечивающих такое взаимодействие, являются магнитные монополи, сконденсированные в вакууме [10, 12] (см. рис. 1). Согласно т’Хофту [22], такие монополи могут возникнуть в результате частичного нарушения калибровочной симметрии. В настоящей работе рассмотрена чистая глюодинамика с калибровочной группой $SU(2)$ с улучшенным действием [23, 24], в рамках которой, исследуются поверхностный оператор, заданный на проекции группы $SU(2) \mapsto \theta \in [0, \pi]$ и аксиальный магнитный эффект [1].

Величиной, чувствительной к существованию монополей и магнитных диполей, является поверхностный оператор [25], который определяется дивергенцией хромомагнитного поля через замкнутую поверхность. С помощью численного моделирования на решетке в данной работе исследуется существование хромомагнитных монополей т'Хофта-Полякова в $SU(2)$ -глюодинамике.

Понятие поверхностного оператора было введено Гуковым (Gukov) и Виттенем (Witten) в статьях [25, 26] еще 2007 году. В этих же работах авторы делают выводы о поведении поверхностных операторов в разных фазах адронной материи. Феноменологический анализ поверхностного оператора приводится в статье [27]. Поверхностные операторы так же исследовались в $N = 4$ суперсимметричных полях Янга-Миллса в статье [28].

Связь механизма конфайнмента и конденсации монополей в вакууме рассматривается в статье [29]. Магнитные монополи в абелевой проекции группы $SU(2)$ исследуются в статьях [30, 31]. В этих работах проецируется потенциал калибровочного поля, а именно линковая переменная $U_\mu(x)$. В настоящей диссертации абелева проекция выполняется над решеточным тензором калибровочного поля $U_{\mu\nu}(x)$, что принципиально отличает диссертацию от упомянутых выше статей.

В настоящее время научное сообщество, занимающееся современной квантовой теорией поля, огромное внимание уделяет исследованию аномалий и симметрий, которые нарушены вследствие эффектов квантовой механики. Аномалии отвечают за квантовые процессы, которые были бы запрещены в случае их отсутствия, например, распад нейтрального пиона в два фотона. В последнее время приходит ясность того, что аномалии играют важную роль в транспортных свойствах в веществах, состоящих из киральных частиц. Эти эффекты заключаются в появлении бездиссипативного тока при наличии магнитного поля или вихрей. Это так называемые киральный магнитный эффект [15–18] и киральный вихревой эффект [19, 32]. В данной работе проводится исследование аксиального магнитного эффекта, транспортный коэффициент которого, связан с транспортным коэффициентом аксиального тока в киральном вихревом эффекте.

Поперечный и продольный (по отношению к направлению аксиального магнитного поля) поток энергии киральных частиц во внешнем аксиальном магнитном поле впервые исследуются в статье [21] в рамках решеточной КХД, в которой показывается, что продольный поток энергии в фазе кварк-глюонной плазмы зависит линейно от величины магнитного поля, а поперечный равен

нулю в пределах ошибок. Зависимость от температуры впервые получена в настоящей диссертационной работе.

Цели и задачи диссертационной работы. Целями диссертационной работы является исследование свойств конфайнмента, а именно:

- исследование хромомагнитных монополей с помощью поверхностного оператора $\mathcal{W}^{(1)}$;
- исследование температурной зависимости аксиального магнитного эффекта.

Для достижения поставленных целей были решены следующие задачи:

- определен поверхностный оператор в рамках решеточного подхода;
- разработан численный метод расчета поверхностных операторов;
- определена зависимость поверхностного оператора $\mathcal{W}^{(1)}$ в двух фазах адронной материи от обратной константы связи β , температуры T , площади S и объема V замкнутой поверхности;
- разработан численный метод расчета транспортного коэффициента аксиального магнитного эффекта;
- получена температурная зависимость транспортного коэффициента аксиального магнитного эффекта;
- определена асимптотика температурной зависимости транспортного коэффициента аксиального магнитного эффекта.

Научная новизна. В настоящей работе были впервые проведены численные исследования поверхностного оператора в рамках решеточного подхода в глюодинамике с калибровочной группой $SU(2)$. В работе предложен аналитический вид зависимости значения поверхностного оператора от геометрии замкнутой поверхности. Получена физическое значение конечной части поверхностного коэффициента. В работе рассмотрены два типа замкнутых поверхностей: пространственные и временные (2 пространственных направления и 1 временное, поверхность замыкается с помощью циклических граничных условий по времени).

Впервые было проведено исследование температурной зависимости аксиального магнитного эффекта в рамках решеточной КХД с калибровочной группой $SU(2)$ без учета кварковых петель. Получено, что поток энергии киральных фермионов вдоль направления аксиального магнитного поля отсутствует в фазе конфайнмента, в то время, как в фазе деконфайнмента поток пропорционален величине магнитного поля. Впервые получено, что транспортный коэффициент (σ_{AME}) резко растет в области перехода $T \sim T_c$ и достигает асимптотического поведения $\sim T^2$ при высоких температурах $T > T_c$.

Теоретическая и практическая значимость. В представленной диссертационной работе впервые проводятся численные исследования поведения поверхностных операторов в рамках $SU(2)$ -глюодинамики. Диссертация носит теоретический характер. Результаты могут иметь применение в исследованиях калибровочной теории поля и в физике конденсированного состояния. Результаты позволяют лучше понять физику структуры адронной материи и могут быть применены для дальнейших теоретических исследований.

Представленные исследования аксиального магнитного эффекта могут быть применимы в экспериментальной физике, связанной с высокоэнергетическими столкновениями ядер тяжелых элементов (LHC, RHIC, FAIR) при поиске, анализе и детектировании высокотемпературных состояний адронной материи (кварк-глюонной плазмы).

Методология и методы исследования. Исследования, составляющие диссертацию, проводились методами квантовой теории поля на решетке. Это позволяет вычислять наблюдаемые без использования теории возмущений. В расчетах использовалось вильсоновское улучшенное действие для калибровочного поля [33]. Для исследования поверхностных операторов так же использовалось обычное вильсоновское действие [34].

Расчет наблюдаемых проводился с использованием методов Монте Карло. Все вычисления были максимально эффективным образом распределены на параллельные составляющие, что позволило проводить расчеты на суперкомпьютере. Расчеты проводились на суперкомпьютере ИТЭФ и суперкомпьютере ДВО РАН.

Для исследования аксиального магнитного эффекта фермионы в теорию вводились с помощью кирально симметричного решеточного оператора Дирака [35] (overlap Dirac operator).

Положения, выносимые на защиту:

- Получено, что поверхностный оператор $\mathcal{W}^{(1)}$ зависит только от площади замкнутой поверхности и не зависит от объема в глюодинамике с калибровочной группой $SU(2)$.
- Показано, что в глюодинамике с калибровочной группой $SU(2)$ поверхностный оператор $\mathcal{W}^{(1)}$ определяется только решеточной обратной константой связи β и не зависит от температуры T . Получено, что поверхностный коэффициент σ в своем разложении имеет пертурбативный вклад $\sim 1/\beta$ и непертурбативный вклад $\sim a^2$.
- Получено значение поверхностной плотности хромагнитных диполей σ_{ph} : $\sqrt{\sigma_{ph}} = 78(1)$ МэВ в глюодинамике с калибровочной группой $SU(2)$.
- В рамках решеточной КХД с калибровочной группой $SU(2)$ без учета кварковых петель (quenched QCD) впервые получена температурная зависимость транспортного коэффициента проводимости аксиального магнитного эффекта (σ_{AME}).
- Получено, что транспортный коэффициент (σ_{AME}) резко растет в области перехода $T \sim T_c$ и достигает асимптотического поведения $\sim T^2$ при высоких температурах $T > T_c$ в фазе кварк-глюонной плазмы. В фазе конфайнмента АМЕ отсутствует.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность выводов обеспечена надежностью применявшихся методов и подтверждается результатами апробации работы. Результаты, изложенные в диссертации, докладывались и обсуждались на международных конференциях:

1. XXI International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems,
2. International Workshop «Nuclear Theory in the Supercomputing Era»,
3. Xth Quark Confinement and the Hadron Spectrum,
4. 31st International Symposium on Lattice Field Theory – LATTICE 2013,
5. The 32nd International Symposium on Lattice Field Theory – LATTICE 2014,
6. QUARKS-2014 18th International Seminar on High Energy Physics,
7. Quark Confinement and the Hadron Spectrum XI,

8. 17th High-Energy Physics International Conference in Quantum Chromodynamics,
9. 3rd International Conference on New Frontiers in Physics,
10. International Workshop «Monte Carlo methods in computer simulations of complex systems».

а так же на научных семинарах ИТЭФ (г. Москва), ДВФУ (г. Владивосток), ДВО РАН (г. Владивосток), НИИЯФ МГУ (г. Москва), НИЦ «Курчатовский институт» (г. Москва).

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 9 печатных работах, из них 8 статей в рецензируемых научных изданиях [1–8] и 1 свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ [9].

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

Структура и объем диссертации. Диссертация включает в себя введение, 4 главы основного текста и заключение. Объем диссертации составляет 95 страниц, включая 21 рисунок и 4 таблицы. Список литературы содержит 70 источников.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе дается введение в решеточную калибровочную теорию, вводится понятие решетки, записывается действие глюодинамики с калибровочной группой $SU(N)$.

Формулировка квантовой теории поля на конечной решетке позволяет численно моделировать средние значения физических величин изучаемой системы. Введение решетки позволяет произвести обрезание ультрафиолетовых расходимостей. Переход к евклидову времени (поворот Вика) позволяет изучать свой-

ства квантово-полевых систем методами статистической физики со статистической суммой:

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}[\psi, \bar{\psi}] \mathcal{D}[A_\mu] e^{-S_F[\psi, \bar{\psi}, A_\mu] - S_G[A_\mu]}, \quad (3)$$

где интегрирование производится по всем фермионным полям $\psi, \bar{\psi}$ и калибровочным полям A_μ , S_F – фермионная часть действия и S_G – калибровочное действие.

На рис. 2 представлена элементарная решеточная грань в плоскости (μ, ν) . Каждый узел на решетке нумеруется целым числом n . Рассмотрим калибровочную группу $SU(N)$, сопоставляя каждой паре соседних узлов решетки $(n, n + \hat{\mu})$ независимый элемент группы $SU(N)$ связанный с калибровочным полем A_μ следующим образом:

$$U_\mu(n) = P \exp \left(ig \int_n^{n+\hat{\mu}} dx_\mu A_\mu \right) \simeq \exp(igaA_\mu(n + \hat{\mu}/2)) \in SU(N), \quad (4)$$

где g – калибровочная константа связи, a – расстояние между двумя соседними узлами, под P понимается упорядочение интеграла вдоль ребра $(n, n + \hat{\mu})$. Ребру с противоположенным направлением следует приписать обратную матрицу $U_{-\mu}(n) = U_\mu^\dagger(n)$.

Для определения глюонного действия нам потребуется ввести нетривиальную наименьшую замкнутую петлю, которую в дальнейшем будем называть плакетной переменной $U_{\mu\nu}(n)$, определяемую в виде:

$$U_{\mu\nu}(n) = U_\mu(n) U_\nu(n + \hat{\mu}) U_\mu^\dagger(n + \hat{\nu}) U_\nu^\dagger(n). \quad (5)$$

При таком определении калибровочного поля на решетке в вильсоновской формулировке [34] действие запишется в виде:

$$S_G[U] = \frac{\beta}{N} \sum_n \sum_{\mu < \nu} \text{Re Tr} [\hat{1} - U_{\mu\nu}(n)], \quad \lim_{a \rightarrow 0} S_G[U] = S_G[A], \quad (6)$$

где $\beta = 2N/g^2$ – обратная константа связи. Таким образом, любую наблюдаемую $\mathcal{O}[U]$ можно определить в виде следующего интеграла по всем возмож-

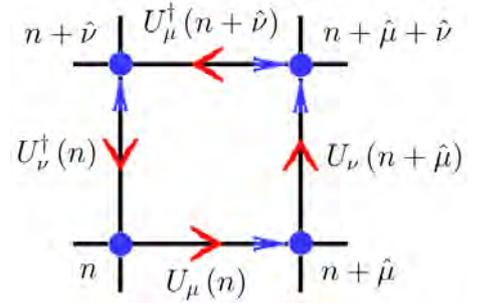


Рис. 2. Элементарная решеточная грань в плоскости (μ, ν) .

ным конфигурациям глюонного поля U :

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{1}{\mathcal{Z}} \int \mathcal{D}[U] e^{-S_G[U]} \mathcal{O}[U], \quad (7)$$

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}[U] e^{-S_G[U]}, \quad \int \mathcal{D}[U] = \prod_n \prod_\mu \int dU_\mu(n). \quad (8)$$

В данной работе расчеты проводились с использованием тадполь-улучшенного действия (tadpole improvement) [33].

Во второй главе даются определения операторов, заданных на одномерном и двумерном многообразиях в рамках $SU(2)$ -глюодинамики.

Самыми распространенными примерами операторов, определенных на одномерном многообразии, является петля Вильсона и петля Полякова. Обе наблюдаемые являются параметрами порядка для решеточной глюодинамики. Петля Вильсона имеет следующий вид:

$$W[U] = \text{Tr} \left[\prod_{(n,\mu) \in \mathcal{C}} U_\mu(n) \right], \quad (9)$$

где произведение берется вдоль замкнутого контура \mathcal{C} . Если петля представляет собой прямоугольник $T \times R$, где T – размер петли во временном направлении, R – в пространственном, тогда в пределе больших T в фазе конфайнмента петля Вильсона ведет себя следующим образом:

$$\langle W_{T \times R} \rangle \sim e^{-\sigma RT}, \quad (10)$$

т.е. среднее значение экспоненциально убывает с ростом площади петли с коэффициентом σ (коэффициент линейного роста потенциала, связанного с парой кварк-антикварковых источников, находящихся на расстоянии R друг от друга). В фазе деконфайнмента петля Вильсона экспоненциально спадает значительно медленнее с ростом размеров петли и в показателе экспоненты присутствует периметр петли.

Рассмотрим решетку с размером $N_t \times N_s^3$ с циклическими граничными условиями и построим петлю Вильсона с размером $N_t \times R$. В таком случае петля распадается на две несвязные друг с другом линии, замкнутые граничными условиями и расположенными на расстоянии R друг от друга. Для такого вида линий можно ввести калибровочно инвариантную наблюдаемую:

$$P(n) = \text{Tr} \left[\prod_{j=0}^{j < N_t} U_0(n + \hat{e}_0 \cdot j) \right], \quad (11)$$

где \hat{e}_0 – элементарный вектор вдоль временного направления. Рассчитывая коррелятор двух петель Полякова, можно изучать статический кварковый потенциал $V(r)$ следующим образом:

$$\langle P(n) P^\dagger(m) \rangle \sim e^{-N_t a V(r)} (1 + O(e^{-N_t a \Delta E})), \quad (12)$$

где $r = a|n - m|$.

Соответственно, если линейные операторы определяются на одномерном многообразии, поверхностные операторы определяются на двумерном многообразии. В общем виде поверхностный оператор записывается

$$\mathcal{W}^{(\text{общ.})} = \exp \left(i\kappa \int_{\text{пов.}} d\sigma_{\mu\nu}(x) \mathcal{O}_{\mu\nu}(x) \right), \quad (13)$$

где $d\sigma_{\mu\nu}(x)$ – элемент поверхности в точке x , $\mathcal{O}_{\mu\nu}(x)$ – наблюдаемая, заданная на поверхности в точке x , κ – размерный коэффициент.

Рассмотрим замкнутую поверхность \mathcal{S} , составленную из плакетов $U_{\mu\nu}$. Плакетная переменная $U_{\mu\nu}$ связана с тензором напряженности поля Янга-Миллса соотношением:

$$U_{\mu\nu}(n) = e^{iga^2 F_{\mu\nu}(n) + O(a^4)}. \quad (14)$$

А это означает, что при рассмотрении пространственных поверхностей можно изучать хромомагнитные свойства вакуума, а рассматривая поверхности, затрагивающие временную ось, можно изучать свойства хромоэлектрического поля. Перед изучением хромомагнитных и хромоэлектрических свойств, требуется сделать проекцию $SU(2) \mapsto \theta \in [0, \pi]$.

Определим первый поверхностный оператор на решетке следующим образом:

$$\mathcal{W}^{(1)} = \left\langle \text{Re} \exp \left(i \sum_{P \in \mathcal{S}} \theta_P \right) \right\rangle, \quad (15)$$

где плакетный угол θ_P связан с плакетной переменной U_P ($P \equiv (\mu, \nu, n)$) после диагонализации, следующим образом:

$$U_P = \begin{pmatrix} e^{i\theta_P} & 0 \\ 0 & e^{-i\theta_P} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

В данном случае плакетный угол выделяется из элемента группы $SU(2)$ калибровочно инвариантным способом:

$$\theta_P = \arccos \left(\frac{1}{2} \text{Tr} U_P \right), \quad (17)$$

область определения $\theta_P \in [0, \pi]$. Чтобы расширить область определения плакетного угла до элемента группы $U(1)$ требуется более подробно рассмотреть свойства группы $SU(2)$, которые описаны в тексте диссертации.

Рассматривая абелеву калибровочную группу или делая проекцию $SU(2) \mapsto U(1)$ на реберной переменной $U_\mu(n)$ поверхностный оператор $\mathcal{W}^{(1)} \equiv 1$. В данном случае $\theta_P = \theta_{\mu\nu}(n) = \theta_\mu(n) + \theta_\nu(n + \hat{\mu}) - \theta_\mu(n + \hat{\nu}) - \theta_\nu(n)$ и $\sum_{\text{замк. пов.}} \theta_P \equiv 0$. Что и следовало ожидать, т.к. в абелевой теории нет магнитных зарядов при рассмотрении односвязного пространства. Таким образом, поверхностный оператор $\mathcal{W}^{(1)}$ является чувствительным к свойствам неабелевости изучаемой теории и в пределе больших поверхностей должен равняться нулю, если теория неабелева.

В настоящей диссертации также проводится исследование поведения следующих поверхностных операторов, определенных без экспоненцирования,

$$\mathcal{W}^{(2)} = \left\langle \left(\sum_{P \in \mathcal{S}} \theta_P \right)^2 \right\rangle, \quad \mathcal{W}^{(3)} = \langle \Phi^2 \rangle, \quad (18)$$

где Φ – полный поток хромагнитного поля через замкнутую поверхность на решетке. Наблюдаемая $\mathcal{W}^{(2)}$ связана с флуктуациями хромагнитных диполей на поверхности. Наблюдаемая $\mathcal{W}^{(3)}$ рассчитывалась в максимально абелевой калибровке.

Третья глава диссертации посвящена исследованию поверхностных операторов в рамках $SU(2)$ -глюодинимики. Исследования были проведены при нулевой и конечной температуре при разных значениях β на пространственных и временных замкнутых поверхностях (см. рис. 3). Пространственные поверхности представляли собой поверхности прямоугольных параллелепипедов с размерами $l_x \times l_y \times l_z$. В случае временных поверхностей выбирались два пространственных направления, и в них строилось основание прямоугольного параллелепипеда с размерами $l_1 \times l_2$. Размер параллелепипеда во временном направлении всегда равнялся размеру решетки N_t . Таким образом, вследствие циклических граничных условий во временном направлении, две чисто пространственные грани такого параллелепипеда отождествляются и не участвуют в расчетах.

Плакетный угол θ_P в выражении (15) на противоположенных гранях параллелепипеда в сумму входит с разными знаками, это соответствует тому, что нормали к противоположенным граням имеют обратное направление. Таким

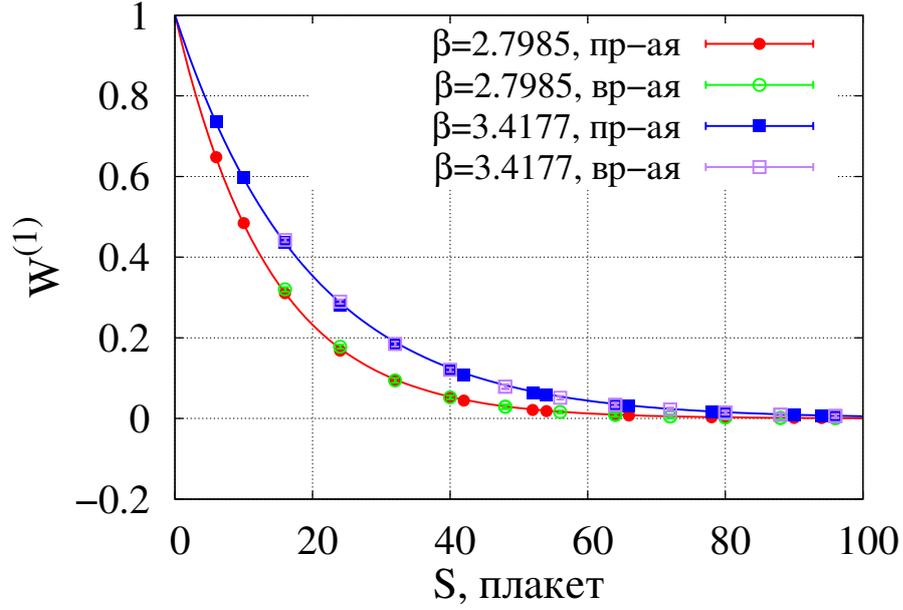


Рис. 3. Поведение поверхностного оператора $\mathcal{W}^{(1)}$ при разных значениях β при конечной температуре ($T < T_c$ при $\beta = 2.7985$; $T > T_c$ при $\beta = 3.4177$) на пространственных (пр-ая) и временных (вр-ая) поверхностях.

образом, выражение (15) можно записать в виде

$$\mathcal{W}^{(1)} = \text{Re} \exp \left(i \sum_{i=1}^{N/2} \theta_i - i \sum_{i=N/2+1}^N \theta_i \right), \quad (19)$$

где усреднение по конфигурациям опущено, N – количество плакетов на замкнутой поверхности, θ_i – плакетный угол на i -ом плакете. Можно показать, что выражение (19) можно свести к следующему виду

$$\mathcal{W}^{(1)} = \left\langle \text{Re} \exp \left(i \sum_{P \in \mathcal{S}} \theta_P \right) \right\rangle = \left\langle \prod_{i=1}^{N/2} \cos (\theta_i - \theta_{i+N/2}) \right\rangle. \quad (20)$$

Интересным результатом является тот факт, что связность поверхности не влияет на поведение поверхностного оператора $\mathcal{W}^{(1)}$. Данное свойство было проверено для достаточно симметричных параллелепипедов ($a_1/a_2 \in [0.5, 2]$, где a_1, a_2 – любые два ребра параллелепипеда) для одного значения $\beta = 3.2480$ на решетке 4×40^3 . Одна наблюдаемая $\mathcal{W}^{(1)}$ рассчитывалась на 6 гранях параллелепипеда (замкнутая пов.), другая только на 2-х противоположенных (несвязная пов.). Результаты представлены на рис. 4 (а).

Связность поверхности не влияет на поведение поверхностного оператора $\mathcal{W}^{(1)}$ (существенную роль играет противоположность граней и равная их площадь). Таким образом, рассматривая несвязную поверхность, состоящую из 2-х

противоположенных граней параллелепипеда, можно фиксировать ее площадь и изменять расстояние между противоположенными гранями, что приведет к изменению объема параллелепипеда. Данным способом можно косвенно исследовать объемную зависимость в поведении поверхностного оператора $\mathcal{W}^{(1)}$. Для одного значения $\beta = 3.2480$ на решетке 4×40^3 была посчитана зависимость $\mathcal{W}^{(1)}$ от дистанции между поверхностями. Было выбрано 4 разные поверхности, результаты представлены на рис. 4 (б).

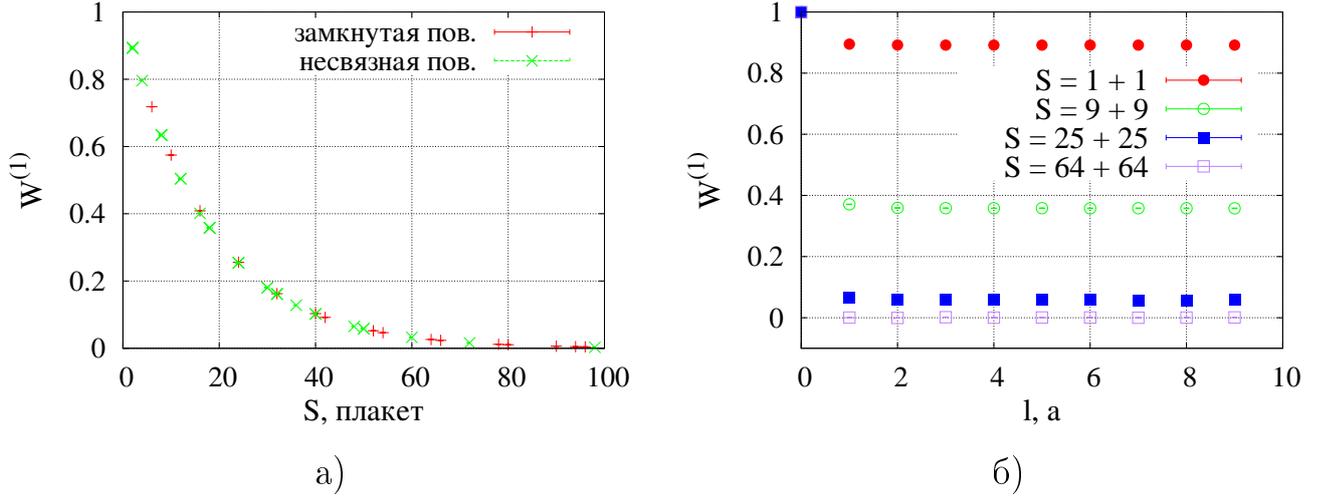


Рис. 4. а) – Сравнение результатов расчетов поверхностного оператора $\mathcal{W}^{(1)}$ на замкнутой и несвязной поверхностях. б) – Поведение поверхностного оператора $\mathcal{W}^{(1)}$ на несвязной поверхности, состоящей из 2-х противоположенных граней параллелепипеда, в зависимости от расстояния между этими двумя гранями ($a \equiv a$ – длина элементарного ребра решетки).

Можно сделать вывод, что при дистанции между поверхностями $> 2a$ (для $\beta = 3.2480$) объемная зависимость сильно подавлена, и присутствует только зависимость от площади поверхности.

В диссертации показано, что с хорошей точностью значение $\mathcal{W}^{(1)}$ можно представить в виде

$$\mathcal{W}^{(1)} \approx \left\langle \cos \left(\theta(x) - \theta(x + \hat{l}) \right) \right\rangle^{N/2}, \quad (21)$$

где \hat{l} – характеристический размер исследуемой поверхности. Таким образом, зная величину $\mathcal{W}^{(1)}$ для поверхности из 2-х плакетов можно оценить поведение поверхностного оператора $\mathcal{W}^{(1)}$ на любой поверхности с площадью S (в решеточных единицах $S \equiv N$).

Для более подробного изучения первого поверхностного оператора, зависимость $\mathcal{W}^{(1)}(\beta, S, V)$ была профитирована следующей функцией

$$\mathcal{W}^{(1)}(\beta, S, V) = e^{-\sigma(\beta)S - \gamma(\beta)V}, \quad (22)$$

где S и V – площадь и объем замкнутой поверхности соответственно, σ – поверхностный коэффициент, γ – объемный коэффициент. Оказалось, что при использовании определения поверхностного оператора $\mathcal{W}^{(1)}$, данным формулой (15), поверхностный коэффициент получается нечувствительным к температуре, а зависит только от масштаба на решетке $a = f(\beta)$. Данное поведение свидетельствует об ультрафиолетовом характере изучаемой величины (см. рис. 5).

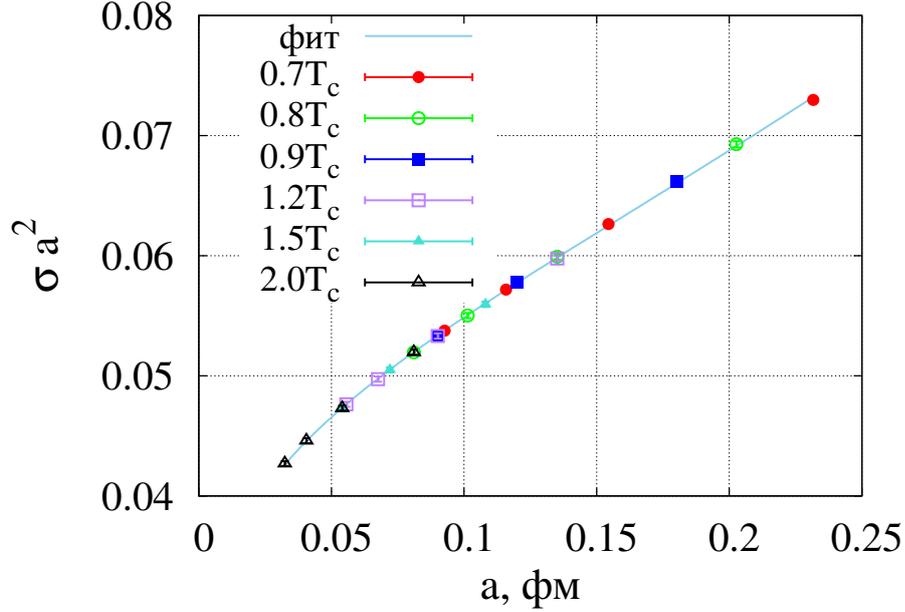


Рис. 5. Поведение поверхностного коэффициента σ в решеточных единицах от масштаба на решетке ($a \equiv a$) при разных значениях температуры.

Зависимость от объема проявляется (можно восстановить коэффициент γ) при рассмотрении двух типов поверхностей: симметричной и несимметричной, на которых площадь поверхности одинаковая, а объем разный, например $1^2 \times 13$ ($S = 54$, $V = 13$) и 3^3 ($S = 54$, $V = 27$). Но при рассмотрении некоторого количества пар таких поверхностей, коэффициент γ является не постоянным, а это означает, что объемная зависимость является более сложной, чем зависимость от площади и зависит от геометрии изучаемой поверхности. Более того, согласно рис. 4 (б) объемная зависимость проявляется лишь при рассмотрении достаточно маленьких расстояний между гранями параллелепипеда, что приводит к маленьким замкнутым поверхностям. Асимптотически $\mathcal{W}^{(1)}$ зависит только от площади.

Конечную часть поверхностного коэффициента можно найти с помощью фита функцией

$$\sigma a^2 = c_0 + c_1/\beta + \sigma_{ph} a^2, \quad (23)$$

где c_0, c_1 – константы, σ_{ph} – физическое значение поверхностного коэффициента ($\sqrt{\sigma_{ph}} = 78(1)$ МэВ). Физическим смыслом коэффициента σ является поверхностная плотность хромомагнитных диполей на поверхности [27].

Для проверки «универсальности» физического значения поверхностного коэффициента σ_{ph} было проведено вычисление данной величины в глюодинамике с обычным вильсоновским действием (6) [34]. В данной теории было получено следующее значение $\sqrt{\sigma_{ph}} = 74(3)$ МэВ.

В диссертации показано, что поверхностный коэффициент с хорошей точностью (6% для $\beta = 3.2480$, при увеличении β согласие будет улучшаться) представим в следующем виде

$$\sigma a^2 \approx \langle P_1 \rangle - \frac{1}{2} \langle P_1 P_2 \rangle - \sum_{i,j=0}^{\infty} A_{ij} \langle P_1^{i+1/2} P_2^{j+1/2} \rangle, \quad (24)$$

где A_{ij} – некоторые константы (из разложения $\sin \theta_P$ в ряд по плакетной переменной P), $P_1(x) = 1 - \cos \theta_{12}(x) \equiv 1 - \frac{1}{2} \text{Tr} U_{12}(x)$, $P_2(x) \equiv P_1(x + \hat{3}l) = 1 - \cos \theta_{12}(x + \hat{3}l)$ – величины плакетного действия в точках.

Результаты третьей главы опубликованы в работах [2–4, 6, 9].

Четвертая глава диссертации посвящена исследованию аксиального магнитного эффекта в рамках КХД без учета кварковых петель (quenched QCD).

Киральные свойства среды можно изучать различными способами, например, помещая среду во внешнее аксиальное магнитное поле, либо используя киральный химический потенциал. В статье [36] представлены результаты моделирования методом Монте Карло $SU(2)$ квантовой хромодинамики с ненулевым киральным химическим потенциалом. В статье показано, что критическая температура фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент увеличивается с увеличением киральности среды. Рассмотрим поподробнее исследование киральных свойств среды с помощью внешнего аксиального магнитного поля.

Аксиальный магнитный эффект описывается следующим выражением:

$$\vec{J}_\epsilon = \sigma_{\text{AME}} \vec{B}_5, \quad (25)$$

где $J_\epsilon^i = T^{0i}$ – поток энергии, \vec{B}_5 – аксиальное магнитное поле.

В диссертации аксиальный магнитный эффект изучается в формализме решеточной КХД с одним ароматом без учета кварковых петель с калибровочной группой $SU(2)$. Для изучения АМЕ рассматривался следующий лагранжиан:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_5 &= \bar{\psi} (\partial_\mu - ig A_\mu^a t^a - i\gamma^5 e A_{5,\mu}) \gamma^\mu \psi \\ &\equiv \bar{\psi} \mathcal{D}_5(A_5) \psi, \end{aligned} \quad (26)$$

где аксиальное поле $A_{5,\mu}$ стандартным способом добавляется в удлиненную производную фермионных полей, A_μ^a – неабелево калибровочное поле и t^a – генераторы, соответствующей калибровочной группы $SU(2)$ ($a = 1, 2, 3$). Аксиальное калибровочное поле выбирается в следующем виде:

$$\begin{aligned} A_{5,0} &= A_{5,3} = 0, \\ A_{5,1} &= -\frac{x_2 B_5}{2}, \quad A_{5,2} = \frac{x_1 B_5}{2}, \end{aligned} \quad (27)$$

которое соответствует стационарному аксиальному магнитному полю в 3-ем направлении, $B_{5,i} = B_5 \cdot \delta_{i,3}$ (латинские индексы $i = 1, 2, 3$ соответствуют пространственным координатам и $\mu = 0$ – временное направление).

Поток энергии фермионного поля выражается через вакуумное среднее от T^{0i} компонент тензора энергии импульса фермионного поля:

$$J_\epsilon^i = \langle T^{0i} \rangle \equiv \frac{i}{2} \langle \bar{\psi}(\gamma^0 \mathcal{D}_5^i + \gamma^i \mathcal{D}_5^0) \psi \rangle, \quad (28)$$

где ковариантная производная определена в формуле (26).

Для надежности определения поведения транспортного коэффициента на решетке вычисляется следующая наблюдаемая:

$$C_{\text{AME}}(T) = \frac{J_\epsilon(T, eB_5)}{eB_5 T^2}, \quad (29)$$

для этого достаточно рассчитать поток энергии J_ϵ для одного значения внешнего аксиального магнитного поля B_5 при определенном значении температуры T . На рис. 6 представлено поведение безразмерного коэффициента (29), как функции температуры T . Видно, что коэффициент проводимости $C_{\text{AME}}(T)$ быстро растет в области фазового перехода, и выходит на постоянное значение при $T \sim 500$ МэВ, что соответствует квадратичной зависимости проводимости $\sigma(T)$ при высоких температурах [1].

Оказывается, что температурная зависимость коэффициента C_{AME} может быть хорошо описана при $T > T_0$ следующей формулой [1]:

$$C_{\text{AME}}^{\text{fit}}(T) = C_{\text{AME}}^\infty \exp\left(-\frac{h T_0}{T - T_0}\right). \quad (30)$$

Соответственно, наилучший фит показан пунктирной линией на рис. 6. Важно подчеркнуть, что наилучшее значение параметров $C_{\text{AME}}^\infty = 0.0097(2)$, $h = 0.055(7)$ и $T_0 = 339(2)$ МэВ соответствуют коэффициенту проводимости аксиального магнитного эффекта $\sigma(T) = C_{\text{AME}}^\infty T^2$ в высокотемпературном пределе.

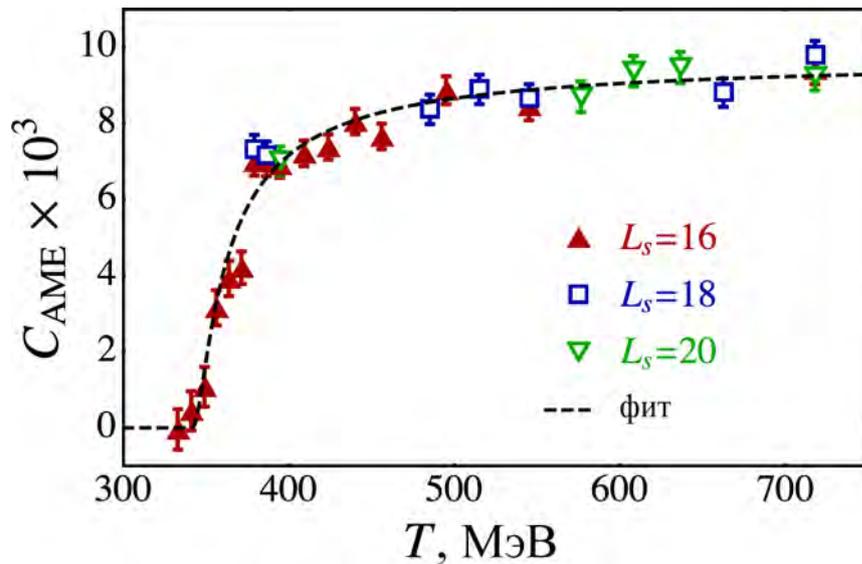


Рис. 6. Поведение безразмерного коэффициента (29) от температуры. Пунктирная линия соответствует наилучшему фиту функцией (30).

Результаты четвертой главы опубликованы в работах [1, 5, 7, 8].

В заключении сформулированы основные результаты диссертации, выносимые на защиту.

Список публикаций

1. Braguta V. V., Chernodub M. N., Goy V. A. et al. Temperature dependence of the axial magnetic effect in two-color quenched QCD // Phys. Rev. D. 2014. V. 89. 074510. 5 pages. arXiv:hep-lat/1401.8095.
2. Goy V., Molochkov A. Witten parameter in the SU(2)-gluodynamics // PoS. 2012. V. Baldin-ISHEPP-XXI. 025. 9 pages.
3. Goy V., Molochkov A. Witten parameter in pure gauge SU(2) theory // PoS. 2012. V. ConfinementX. 313. 4 pages.
4. Goy V. A., Molochkov A. V. Surface operator study in SU(2) gauge field theory // PoS. 2014. V. LATTICE2013. 359. 6 pages.
5. Braguta V. V., Chernodub M. N., Goy V. A. et al. Study of axial magnetic effect // PoS. 2014. V. LATTICE2014. 359. 8 pages.
6. Molochkov A., Goy V. A. Surface operator study in SU(2) gauge field theory // PoS. 2015. V. LATTICE2014. 360. 5 pages.
7. Braguta V., Chernodub M., Goy V. et al. Axial magnetic effect in two-color quenched lattice QCD // EPJ Web Conf. 2015. V. 95. 03002. 6 pages.

8. Braguta V., Chernodub M., Goy V. et al. Axial magnetic effect in two-color quenched lattice QCD // Nucl. Part. Phys. Proc. 2015. V. 258–259. P. 197–200.
9. Гой В. А. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ «Реализация алгоритма multilevel для расчета поверхностных операторов» №2013611399. 2013.

Цитированная литература

10. Mandelstam S. II. Vortices and quark confinement in non-Abelian gauge theories // Physics Reports. 1976. V. 23, no. 3. P. 245 – 249.
11. Hooft G. Magnetic monopoles in unified gauge theories // Nuclear Physics B. 1974. V. 79, no. 2. P. 276 – 284.
12. Chernodub M. N., Polikarpov M. I. Abelian projections and monopoles. 1997. arXiv:hep-th/9710205.
13. Abelev B. et al. Azimuthal Charged-Particle Correlations and Possible Local Strong Parity Violation // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 103. 251601. arXiv:nucl-ex/0909.1739.
14. Abelev B. et al. Charge separation relative to the reaction plane in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. 012301. arXiv:nucl-ex/1207.0900.
15. Kharzeev D. E., McLerran L. D., Warringa H. J. The Effects of topological charge change in heavy ion collisions: 'Event by event P and CP violation' // Nucl.Phys. 2008. V. A803. P. 227–253. arXiv:hep-ph/0711.0950.
16. Fukushima K., Kharzeev D. E., Warringa H. J. Chiral magnetic effect // Phys. Rev. D. 2008. V. 78. 074033.
17. Zakharov V. I. Chiral Magnetic Effect in Hydrodynamic Approximation // Strongly Interacting Matter in Magnetic Fields / Ed. by D. Kharzeev, K. Landsteiner, A. Schmitt, H.-U. Yee. Springer Berlin Heidelberg, 2013. V. 871 of Lecture Notes in Physics. P. 295–330.
18. Vilenkin A. Equilibrium parity-violating current in a magnetic field // Phys. Rev. D. 1980. V. 22. P. 3080–3084.
19. Vilenkin A. Quantum field theory at finite temperature in a rotating system // Phys. Rev. D. 1980. V. 21. P. 2260–2269.
20. Landsteiner K., Megías E., Pena-Benitez F. Gravitational Anomaly and Transport Phenomena // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. 021601.

21. Braguta V., Chernodub M. N., Landsteiner K. et al. Numerical evidence of the axial magnetic effect // *Phys. Rev. D.* 2013. V. 88. 071501.
22. 't Hooft G. W. Topology of the gauge condition and new confinement phases in non-abelian gauge theories // *Nuclear Physics B.* 1981. V. 190, no. 3. P. 455 – 478.
23. Curci G., Menotti P., Paffuti G. Symanzik's improved lagrangian for lattice gauge theory // *Physics Letters B.* 1983. V. 130, no. 3–4. P. 205 – 208.
24. Symanzik K. Some topics in quantum field theory // *Mathematical Problems in Theoretical Physics* / Ed. by R. Schrader, R. Seiler, D. Uhlenbrock. Springer Berlin Heidelberg, 1982. V. 153 of *Lecture Notes in Physics.* P. 47 – 58.
25. Gukov S., Witten E. Gauge Theory, Ramification, And The Geometric Langlands Program. 2007. arXiv:hep-th/0612073v2.
26. Gukov S., Witten E. Rigid Surface Operators // *Adv. Theor. Math. Phys.* 2010. V. 14. P. 87–178. arXiv:hep-th/0804.1561.
27. Di Giacomo A., Zakharov V. I. Surface operators and magnetic degrees of freedom in Yang-Mills theories // *Phys. Atom. Nucl.* 2010. V. 73. P. 711 – 720. arXiv:hep-th/0806.2938.
28. Drukker N., Gomis J., Matsuura S. Probing N=4 SYM With Surface Operators // *JHEP.* 2008. V. 0810. 048. arXiv:hep-th/0805.4199.
29. Di Giacomo A. Monopole condensation and color confinement // *Prog. Theor. Phys. Suppl.* 1998. V. 131. P. 161 – 188. arXiv:hep-lat/9802008.
30. Chernodub M. N., Gubarev F. V., Polikarpov M. I., Veselov A. I. Monopoles in the Abelian projection of gluodynamics // *Prog. Theor. Phys. Suppl.* 1998. V. 131. P. 309 – 321. arXiv:hep-lat/9802036.
31. Bornyakov V. G., Ilgenfritz E.-M., Muller-Preussker M. Universality check of Abelian monopoles // *Phys. Rev. D.* 2005. V. 72. 054511. arXiv:hep-lat/0507021.
32. Banerjee N., Bhattacharya J., Bhattacharyya S. et al. Hydrodynamics from charged black branes // *JHEP.* 2011. V. 1101. 094. arXiv:hep-th/0809.2596.
33. Alford M., Dimm W., Lepage G. P. et al. Lattice QCD on small computers // *Physics Letters B.* 1995. V. 361, no. 1–4. P. 87 – 94.
34. Wilson K. G. Confinement of quarks // *Phys. Rev. D.* 1974. V. 10. P. 2445 – 2459.

35. Neuberger H. Exactly massless quarks on the lattice // *Physics Letters B*. 1998. V. 417, no. 1–2. P. 141 – 144.
36. Брагута В. В., Гой В. А., Ильгенфритц М. и др. Изучение фазовой диаграммы $SU(2)$ -КХД с ненулевой киральностью // *Письма в ЖЭТФ*. 2014. Т. 100, № 9. С. 623–626.

Научное издание

Гой Владимир Александрович

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук на тему:

Исследование $SU(2)$ -глюодинамики в рамках решеточного подхода