НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР "КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ"

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

СЕРИЯ:

ФИЗИКА ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

ИЗДАЁТСЯ с 1989 г.

выпуск 1

MOCKBA - 2016

Журнал "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика ядерных реакторов" (ВАНТ.ФЯР) издаётся с 1989 года. Выходят пять выпусков в год. Из них три выпуска подготавливает НИЦ "Курчатовский институт" (учредитель Серии "Физика ядерных реакторов"), и по одному выпуску – ФГУП "Российский Федеральный Ядерный Центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики" и АО Опытное Конструкторское Бюро "ГИДРОПРЕСС".

Подписной индекс 32067 в каталоге "Газеты. Журналы" ОАО Агентства "Роспечать".

Тематика журнала:

- ядерные реакторы и ядерно-энергетические установки (ЯЭУ) различного типа и назначения, импульсные реакторы, критические сборки;
- теория ядерных реакторов и ЯЭУ, методы расчёта, вычислительные программы;
- экспериментальные методы, приборы и установки;
- расчётно-теоретические и экспериментальные исследования ядерных реакторов и ЯЭУ;
- кинетика и динамика ядерных реакторов и ЯЭУ, контроль и управление;
- ядерная безопасность;
- радиационная защита:
- радиационная безопасность;
- гидродинамика и теплообмен;
- физико-технические проблемы ядерной энергетики;
- исследования характеристик материалов и их изменения под воздействием облучения;
- обеспечение безопасности эксплуатации АЭС и других ядерных установок;
- топливный цикл ядерной энергетики;
- отдельные аспекты и общие проблемы ядерной энергетики.

Редакционная коллегия:

Главный редактор – Ю.М. Семченков (НИЦ "Курчатовский институт");

Заместители главного редактора – С.М. Зарицкий, В.В. Пчелин (НИЦ "Курчатовский институт"),

В.Ф. Колесов (ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ"), А.С. Зубченко (АО ОКБ "ГИДРОПРЕСС");

Ответственный секретарь – Е.А. Старостина (НИЦ "Курчатовский институт");

Члены редколлегии – П.Н. Алексеев, Е.В. Бурлаков, В.Е. Велихов, А.Ю. Гагаринский, А.А. Ковалишин, Н.Е. Кухаркин, М.П. Лизоркин, В.А. Павшук, В.А. Сидоренко, Я.И. Штромбах (НИЦ "Курчатовский

Н.Е. Кухаркин, М.П. Лизоркин, В.А. Павшук, В.А. Сидоренко, Я.И. Штромбах (НИЦ "Курчатовский институт");

С.В. Воронцов, Е.В. Куличкова, А.С. Кошелев, В.Х. Хоружий (ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ");

А.В. Лукин, Ю.А. Соколов (ФГУП "РФЯЦ ВНИИТФ");

Ю.А. Безруков, И.Н. Васильченко, Н.Н. Климов, Н.В. Козлачкова, В.М. Махин (АО ОКБ "ГИДРОПРЕСС"); А.Н. Шмелёв, Н.В. Щукин (НИЯУ МИФИ).

Журнал включён в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ).

Электронные копии журнала находятся в базе данных Научной электронной библиотеки www.elibrary.ru.

С 2011 года статьи из журнала "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика ядерных реакторов" публикуются в переводе на английский язык в специальных выпусках журнала "Physics of Atomic Nuclei", издаваемого PLEIADES PUBLISHING и распространяемого издательством Springer (ISSN: 1063-7788 печатная версия, ISSN: 1562-692X электронная версия). Журнал "Physics of Atomic Nuclei", включая выпуски с переводными статьями из ВАНТ.ФЯР, индексируется в Web of Science, SCOPUS, INIS Atomindex, Science Citation Index и др.

Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. При перепечатке и цитировании ссылка на журнал обязательна. Перепечатка материалов допускается только с письменного разрешения редакции.

Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика ядерных реакторов. 2016 г., выпуск 1.

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Стогов Ю.В., Просёлков В.Н.</i> Экспериментальное определение эффективных резонансных интегралов 238 U и 158 Gd в уран-гадолиниевых стержнях4
Артёмов В.Г., Зинатуллин Р.Э., Иванов А.С., Карпов А.С., Пискарёв А.В., Шемаев Ю.П. Исследование особенностей экспериментов с импульсным источником нейтронов в хранилищах отработавшего ядерного топлива РБМК
Артёмов В.Г., Зинатуллин Р.Э., Пискарёв А.В., Шемаев Ю.П., Калязин Н.Н., Бородич С.С. Расчётно-экспериментальный контроль подкритичности в хранилище отработавшего ядерного топлива Ленинградской атомной станции
Бояринов В.Ф., Кондрушин А.Е., Фомиченко П.А. Новый бенчмарк для кросс-верификации детерминистических нестационарных кодов для расчётов переноса нейтронов без пространственной гомогенизации
Гуревич М.И., Глушков А.Е., Чукбар Б.К. Влияние допусков шаровых твэлов с микротопливом на точность расчётов на примере параметров стенда АСТРА
Князев В.А., Никулин К.С. Эффективный коэффициент теплоотдачи в плоских щелях с неоднородным обогревом
Кодочигов Н.Г., Головко В.Ф., Дмитриева И.В., Ганин М.Е. Статистический анализ параметров реакторной установки с прямым замкнутым газотурбинным циклом
Митенкова Е.Ф., Новиков Н.В. Минимальная погрешность расчёта накопления газообразных продуктов деления в металлическом топливе, облучаемом в быстром спектре
Алексеев А.В. Расчёты по коду МУЗА высокотемпературного испытания твэла ВВЭР-1000 в реакторе МИР
Чёрный В.А., Цикунов А.Г., Кочетков Л.А., Невиница А.И., Хохлов Г.Н., Бычков А.В., Кормилицын М.В., Вавилов С.К., Бабиков Л.Г. Влияние степени очистки пироэлектрохимическим методом МОХ-топлива на физические характеристики тики реактора БН и радиационные характеристики ТВС. 97
Нестеренко Р.Ю. Стохастическая теория переноса нейтронов в реакторе. Линейные стохастические уравнения распределённой модели
Семинар "Физика ядерных реакторов" 125 Содержание выпусков в 2015 г. 127

Problems of Atomic Science and Engineering. Series: Physics of Nuclear Reactors. 2016, Issue 1.

CONTENTS

Stogov Yu.V., Prosyolkov V.N. Experimental

Integrals of the Effective Resonance Capture Integrals of the ²³⁸ U, ¹⁵⁸ Gd in Urania-Gadolinia Isolated Rods
Artyomov V.G., Zinatullin R.E., Ivanov A.S., Karpov A.S., Piskaryov A.V., Shemaev Yu.P. Study into Peculiarities of Experiments with Pulsed Neutron Source in RBMK Spent Fuel Storage Facility
Artyomov V.G., Zinatullin R.E., Piskaryov A.V., Shemaev Yu.P., Kalyazin N.N., Borodich S.S. Calculation-Experimental Technique for Monitoring a Criticality in the Spent Fuel Storage Facility of the Leningrad NPP
Boyarinov V.F., Kondrushin A.E., Fomichenko P.A. New Benchmark for Cross-Verification of the Deterministic Time-Dependent Codes for Neutron Transport Calculations without Spatial Homogenization
Gurevich M.I., Glushkov A.E., Chukbar B.K. The Dependence of the Accuracy of the Calculation of the Multiplication Factor of the Critical Assembly Astra on Characteristics Tolerances of the Spherical Fuel Elements with Microfuel
Knyazev V.A., Nikulin K.S. Effective Heat-Transfer Coefficient in a Flat Parallel-Plates Duct with Inhomogeneous Heating
Kodochigov N.G., Golovko V.F., Dmitrieva I.V., Ganin M.E. Statistical Analysis of Parameters of the Reactor Plant with the Direct Closed Gas-Turbine Cycle
Mitenkova E.F., Novikov N.V. Minimum Calculation Error of Gaseous Fission Products Accumulation in the Metal Fuel Irradiated in Fast Neutron Spectrum 77
<i>Alekseev A.V.</i> The Calculations of Parameters of the VVER-1000 Fuel Rod High-Temperature Testing in the MIR Reactor the Simulated Using the MUZA Code 91
Chyornyy V.A., Tsikunov A.G., Kochetkov L.A., Nevinitsa A.I., Khokhlov G.N., Bychkov A.V., Kormilitsyn M.V., Vavilov S.K., Babikov L.G. Influence of the Degree of MOX Fuel Pyroelectrochemical Purification on the BN Neutronics and Radiation Characteristics of Fuel Assemblies 97
Nesterenko R.Yu. On Stochastic Theory of Neutron Transport in Reactor. Linear Stochastic Distributed Model Equations
Seminar "Physics of Nuclear Reactors"
Comenis of Tear 2013 Issues 12/

УДК 621.039

Экспериментальное определение эффективных резонансных интегралов $^{238}\mathrm{U}$ и $^{158}\mathrm{Gd}$ в уран-гадолиниевых стержнях

Ю.В. Стогов,НИЯУ "МИФИ", 115409, Москва, Каширское ш., 31, **В.Н. Просёлков,**

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Статья поступила в редакцию 21.01.2016 г.

Описана методика и приведены результаты экспериментального определения эффективных резонансных интегралов поглощения нейтронов 238 U, 158 Gd для отдельных стержней из UO_2 -Gd $_2O_3$. Измерения выполнены активационным методом. Облучение (UO_2 -Gd $_2O_3$)-стержней проводилось в нейтронном поле со спектром Ферми, которое формируется в центре активной зоны исследовательского реактора Φ -1 НИЦ "Курчатовский институт".

Ключевые слова: ВВЭР, оксидное уран-гадолиниевое топливо, топливные таблетки, резонансное поглощение нейтронов 238 U.

Experimental Determination of the Effective Resonance Capture Integrals of the ²³⁸U, ¹⁵⁸Gd in Urania-Gadolinia Isolated Rods. Yu.V. Stogov, National Research Nuclear University "MEPhI", 31, Kashirskoe Sh., Moscow, 115409, V.N. Prosyolkov, NRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.

The technique and results of experimental determination of the 238 U, 158 Gd effective resonance capture integrals of isolated (UO₂-Gd₂O₃)-rods are presented. Measurements were performed by an activation method. Irradiation of (UO₂-Gd₂O₃)-rods carried out in the neutron field with the spectrum of slowing-down neutrons (the Fermi spectrum), which is formed in the center of the core of a research reactor Φ -1 NRC "Kurchatov Institute".

Key Words: VVER-type Reactor, Urania-Gadolinia Fuel, Fuel Pellets, ²³⁸U Neutron Resonance Capture.

Введение

Для повышения технико-экономических характеристик реакторных установок в ВВЭР, а также в PWR используется (UO₂- Gd_2O_3)-топливо, размещаемое в части твэлов в ТВС. Для решения проблемы глубокого выгорания топлива в реакторах с водой под давлением накапливается опыт эксплуатации топлива с массовой долей Gd₂O₃ до 10 %. Гадолиниевый выгорающий поглотитель и система жидкостного борного регулирования в ВВЭР должны обеспечивать ядерную безопасность реакторной установки, компенсируя определённую часть избыточного запаса реактивности на выгорание.

Для корректного описания процессов выгорания гадолиния в $(UO_2\text{-}Gd_2O_3)$ -таблетках необходимо выполнить ряд требований: а) применять расчётные коды, детально моделирующие пространственно-энергетическое распределение нейтронов; б) учи-

тывать все нуклиды, образующиеся при выгорании изотопов гадолиния; в) учитывать изменение концентрации борной кислоты в процессе выгорания [1...5].

В природной смеси гадолиния содержится 7 стабильных изотопов: 152 Gd (0,20%), 154 Gd(2,10%), 155 Gd(14,8%), 156 Gd(20,6%), 157 Gd (15,7%), 158 Gd (24,8%), 160 Gd (21,8%). У 157 Gd, 155 Gd в тепловой области энергий нейтронов есть резонансные уровни, которые обусловливают аномально высокие сечения поглощения у этих нуклидов. У 157 Gd сечение поглощения тепловых нейтронов (при E=0,0253 эВ) примерно в 4 раза больше аналогичного значения для 155 Gd [6]. Скорость выгорания гадолиния в свежем топливе определяется "поверхностным" и "объёмным" поглощением нейтронов в (UO₂-Gd₂O₃)-таблетках.

Резонансные нейтроны могут взаимодействовать внутри (UO_2 - Gd_2O_3)-таблетки с гадолинием и ураном. В области энергий тепловых нейтронов велик эффект экранирования внутренних коаксиальных слоёв $(UO_2\text{-}Gd_2O_3)$ -таблетки внешними слоями, поэтому происходит последовательное выгорание гадолиния от цилиндрической поверхности таблетки к центру. В начале цикла содержание ¹⁵⁷Gd по радиусу $(UO_2\text{-}Gd_2O_3)$ -таблетки уменьшается быстрее по сравнению с содержанием ¹⁵⁵Gd, во второй половине цикла поглощение нейтронов определяется в основном долей захватов нейтронов ¹⁵⁵Gd.

Одна из особенностей (UO_2 - Gd_2O_3)-топлива — наличие резонансной структуры у нейтронных сечений нуклидов, входящих в его состав. Например, у ^{155}Gd имеется 104 резонансных уровня в диапазоне энергий 0,0268...168 эВ, а у ^{157}Gd — 60 резонансных уровней в диапазоне 0,0314...307 эВ.

Наиболее характерные ядерные данные о параметрах резонансных уровней ²³⁸U и Gd приведены в табл. 1 [6]. Из данных табл. 1 видно, что точность параметров резонансных уровней изотопов Gd хуже по сравнению с точностью аналогичных параметров для ²³⁸U.

Наличие сильных резонансов в энергетической зависимости сечения поглощения природного гадолиния (при E>0,5 эВ) должно оказать влияние на резонансное поглощение нейтронов в топливе UO_2 - Gd_2O_3 по сравнению с топливом из UO_2 . Основные физические причины, влияющие на изменение резонансного поглощения нейтро-

нов в топливе UO_2 - Gd_2O_3 следующие: дополнительное резонансное поглощение ядрами гадолиния и взаимная экранировка резонансных уровней поглощения ^{238}U и изотопов гадолиния.

В научной литературе экспериментальные данные по резонансному поглощению в (UO_2 - Gd_2O_3)-топливе отсутствуют. В связи с этим представляет интерес получение экспериментальных данных о резонансных интегралах ²³⁸U, Gd для аттестации расчётных данных о резонансном поглощении нейтронов в топливе UO_2 - Gd_2O_3 реактора на тепловых нейтронах.

В данной работе описана методика и приведены результаты экспериментального определения эффективных резонансных интегралов поглощения нейтронов 238 U и 158 Gd для стержней из UO_2 -Gd $_2O_3$ с разными значениями $\sqrt{S/M}$ (S – площадь поверхности, M – масса топливного стержня) и концентрации Gd. Кроме этого проведены серии экспериментов по определению эффективного резонансного интеграла 238 U стержней из UO_2 -Bi $_2O_3$ для оценки эффекта, связанного с поглощением резонансных нейтронов гадолинием в материале UO_2 -Gd $_2O_3$.

Выбор материала Bi_2O_3 обусловлен тем, что в энергетической зависимости сечения поглощения висмута отсутствуют резонансы в области энергий, соответствующей резонансному поглощению 238 U, а значения

Таблица 1. Параметры резонансных уровней ²³⁸U, ¹⁵⁵Gd, ¹⁵⁷Gd, ¹⁵⁴Gd, ¹⁵⁸Gd [6]

	0,	ou, ou,	ou, ou	راح	
Нуклид	Е, эВ	$g\Gamma_n$, мэ ${ m B}$	Γ_γ , мэ B	$\sigma_{{ m o},r}$, барн	I_{R} , барн
	6,671(2)	1,49(2)	23,4(3)	21 968	121,0
^{238}U	20,872(6)	10,2(2)	23,4(6)	26 331	46,4
	36,680(11)	33,8(2)	22,9(3)	17 174	16,8
	6,30(2)	2,50(15)*	114(7)	8 679	248,2
¹⁵⁵ Gd	7,75(1)	$1,40(5)^{*}$	124(4)	3 709	93,2
Gu	21,03(4)	19,5(9)* ⁾	98(6)	17 139	125,5
	37,12(8)	$6,3(2)^{*}$	101(20)	3 778	16,1
¹⁵⁷ Gd	20,56(4)	14,2(10)*)	88,0(5)	12 475	83,9
¹⁵⁴ Gd	22,33(6)	12,0(10)	_	_	_
¹⁵⁸ Gd	22,30(2)	6,8(4)	96(7)	7 213	48,8

^{*)} приведены значения величин $2g\Gamma_n$; E, $\sigma_{0,r}$ – энергия и сечение ²³⁸U(n, γ)-реакции, соответствующие максимуму резонанса; Γ_n , Γ_γ – нейтронная и радиационная парциальные ширины резонанса; g – статистический фактор; $I_R = \pi \sigma_{0,r} \Gamma_\gamma (2E)$ – резонансный интеграл

микроскопических сечений потенциального рассеяния у висмута и гадолиния приблизительно одинаковы.

1. Методика выполнения измерений

Величина $I_{\rm s\phi}^{^{238}{
m U}}$ – эффективного резонансного интеграла 238 U для различных материалов стержней - UO2-Gd2O3, UO2- Bi_2O_3 , UO_2 определялась в результате сравнения скоростей реакций радиационного захвата нейтронов ²³⁸U с энергией выше эффективной граничной энергии поглощения кадмия (≈ 0,5 эВ) в экспериментальной таблетке, помещаемой в исследуемый стержень, и в металлической фольгестандарте из природного урана. Стандарт и стержень облучались в нейтронном поле со спектром Ферми. Скорости реакций радиационного захвата нейтронов ²³⁸U, а также 158 Gd определялись по интенсивностям гамма-линий соответственно ²³⁹Np, ¹⁵⁹Gd методом гамма-спектрометрии (см. табл. 2).

Таблица 2. Данные по гамма-излучению нуклидов

	11) 141112	
E roP	Квантовый	Период полу-
E_{γ} , K3D	выход I_{γ} , %	распада
277,599	14,38(21)	2,3565(4) сут
363,543	11,78(30)	18,479(4) час
364,489	81,5(8)	8,02070(11) сут
636,989	8,78(11)	8,02070(11) Cy1
529,872	87,0(23)	20,83(8) час
185,715	57,2(5)	$7,038(5) \cdot 10^8$ лет
	363,543 364,489 636,989 529,872	E_{γ} , кэВ Квантовый выход I_{γ} , % 277,599 14,38(21) 363,543 11,78(30) 364,489 81,5(8) 636,989 8,78(11) 529,872 87,0(23)

Величина $I_{
m 9\phi.}^{
m ^{238}U}$ определялась из выражения $I_{
m 9\phi.}^{
m ^{238}U}=I_{
m \infty}^{
m ^{238}U}rac{A_{
m T}^{
m ^{239}Np}}{A_{
m cm}^{
m ^{239}Np}}K_{
m 6л.}K_{
m II}$, где $I_{
m \infty}^{
m ^{238}U}-$

истинный резонансный интеграл 238 U ($I_{\infty}^{^{238}}$ U = 277 ± 3 барн); $A_{\rm T}^{^{239}{\rm Np}}/A_{\rm cr.}^{^{239}{\rm Np}}$ – отношение удельных активностей $^{239}{\rm Np}$ в экспериментальной таблетке и стандарте; $K_{\rm бл.}$ – поправочный коэффициент, учитывающий эффект самоблокировки для стандарта; $K_{\rm n}$ – поправочный коэффициент, учитывающий различие плотности потока нейтронов в ме-

сте облучения экспериментальной таблетки и стандарта.

Для определения отношения
$$\frac{A_{\mathrm{r}}^{^{239}\mathrm{Np}}}{A_{\mathrm{cr.}}^{^{239}\mathrm{Np}}}$$
 ис-

пользовалась методика, основанная на растворении экспериментальной таблетки и стандарта в азотной кислоте с последующей регистрацией интенсивностей гаммаизлучения 239 Np и 235 U в приготовленных однородных источниках на полупроводниковом (HPGe) спектрометре гамма-излучения. Отношение $A_{_{\rm T}}^{^{239}}$ Np $A_{_{\rm CT.}}^{^{239}}$ Np определялось

из выражения
$$\frac{A_{\rm T}^{239\,{\rm Np}}}{A_{\rm cr.}^{239\,{\rm Np}}} = \frac{S_{\rm T}^{239\,{\rm Np}}}{S_{\rm cr.}^{239\,{\rm Np}}} \frac{S_{\rm cr.}^{235\,{\rm U}}}{S_{\rm T}^{235\,{\rm U}}} K_{\rm of.},$$

где $S_{\scriptscriptstyle \rm T}^{^{239}\,\rm Np}/S_{\rm cr.}^{^{239}\,\rm Np}$, $S_{\rm cr.}^{^{235}\,\rm U}/S_{\scriptscriptstyle \rm T}^{^{235}\,\rm U}-$ отношения интенсивностей гамма-линий $^{239}\rm Np$, $^{235}\rm U$ для измерительных сосудов, содержащих растворённую экспериментальную таблетку и стандарт, соответственно; $K_{\rm oб.}-$ поправочный коэффициент, учитывающий различия в значениях обогащения урана по изотопу $^{235}\rm U$ в экспериментальной таблетке и стандарте.

Интенсивность гамма-линии 235 U в измерительных сосудах с радиоактивными растворами регистрировалась через интервал времени ≈ 27 сут после облучения. Применение разрушающей методики позволяет исключить погрешности, связанные с поглощением гамма-излучения в облучённых таблетках и стандарте, с неравномерностью накопления 239 Np, 159 Gd по объёму таблетки и неравномерностью эффективности спектрометра гамма-излучения.

Коэффициент $K_{\text{бл.}}$ определялся в результате сравнения скоростей реакций радиационного захвата нейтронов ^{238}U в стандарте и "бесконечно тонкой" фольге. Величина коэффициента $K_{\text{бл.}}$ определялась

из выражения
$$K_{\mathrm{бл.}} = \frac{S_{\mathrm{cr.}}^{^{239}\mathrm{Np}}}{S_{\infty}^{^{239}\mathrm{Np}}} K_{\Pi}^{\cdot} \frac{m_{\infty}^{^{238}\mathrm{U}}}{m_{\mathrm{cr.}}^{^{238}\mathrm{U}}} K_{\mu}$$
, где

 $S_{\rm cr.}^{^{239}\,{\rm Np}}/S_{\infty}^{^{239}\,{\rm Np}}$ — отношение интенсивностей гамма-линий $^{239}{\rm Np}$ соответственно для стандарта и "бесконечно тонкой" фольги, облучённых в кадмиевых экранах нейтронами

спектра Ферми; $K_{\Pi}^{'}$ – поправочный коэффициент, учитывающий различие плотности потока нейтронов в месте облучения стандарта и "бесконечно тонкой" фольги; $m_{\infty}^{^{238}\,\mathrm{U}}/m_{\mathrm{cr.}}^{^{^{238}\,\mathrm{U}}}$ – отношение масс $^{^{238}\,\mathrm{U}}$ Для "бесконечно тонкой" фольги и стандарта, соответственно; K_{μ} – поправочный коэффициент, учитывающий различие в ослаблении регистрируемого гамма-излучения в материале стандарта и "бесконечно тонкой" фольги.

В качестве "бесконечно тонкой" фольги использованы фольги, изготовленные осаждением закиси-окиси урана, обеднённого в ≈ 500 раз по изотопу 235 U, на алюминиевые подложки. Плотность урана на подложках для применяемых фольг определена с точностью ≈ 1 % и изменялась для разных фольг от 0,21 до 0,81 мг/см². Совпадение в пределах экспериментальной погрешности ($\approx 1,5$ %) значений кадмиевых отношений по 238 U (n, γ)-реакции для фольг с разным содержанием урана позволило считать такие фольги "бесконечно тонкими".

Величина $I_{\rm 3\phi.}^{^{158}}$ — эффективного резонансного интеграла 158 Gd для стержней из $\rm UO_2\text{-}Gd_2O_3$ определялась в результате сравнения скоростей реакций радиационного захвата нейтронов 238 U и 158 Gd, идущих в экспериментальной таблетке, помещаемой в исследуемый стержень. Величина $I_{\rm 3\phi.}^{^{158}}$ Gd определялась из выражения

$$I_{\text{9}\text{ф.}}^{\text{158}}\text{Gd} = I_{\text{9}\text{ф.}}^{\text{238}} \frac{S}{S^{\text{239}}\text{Np}} \frac{\varepsilon^{277,599}}{\varepsilon^{363,543}} \frac{I_{\gamma}^{277,599}}{I_{\gamma}^{363,543}} \frac{N^{\text{238}}\text{U}}{N^{\text{158}}\text{Gd}} \frac{\lambda^{\text{239}}\text{Np}}{\lambda^{\text{159}}\text{Gd}},$$

где $S^{^{159}\mathrm{Gd}}/S^{^{239}\mathrm{Np}}$ — отношение интенсивностей гамма-линий $^{159}\mathrm{Gd}, ^{239}\mathrm{Np}$ для измерительного сосуда, содержащего растворённую экспериментальную таблетку; $\varepsilon^{277,599}/\varepsilon^{363,543}$ — отношение эффективностей регистрации для гамма-линий с E_{γ} = 277,599 и 363,543 кэВ; $I_{\gamma}^{277,599}/I_{\gamma}^{363,543}$ — отношение квантовых выходов регистрируемых гаммалиний; $N^{^{238}\mathrm{U}}/N^{^{158}\mathrm{Gd}}$ — отношение ядерных концентраций $^{238}\mathrm{U}$ и $^{^{158}\mathrm{Gd}}$ в исследуемом

стержне; $\lambda^{^{239}\,\mathrm{Np}}/\lambda^{^{159}\,\mathrm{Gd}}-$ отношение постоянных распада $^{239}\mathrm{Np}$ и $^{159}\mathrm{Gd}.$

При определении интенсивности гамма-линии 159 Gd учитывалось, что гамма-излучение с E_{γ} = 363,543 кэВ регистрируется на фоне гамма-линии, принадлежащей продукту реакции деления 131 I с E_{γ} = =364,489 кэВ (см. табл. 2). С целью удаления йода из проб радиоактивных растворов использовалась комбинация радиохимических процедур, применяемых при переработке облучённого ядерного топлива: многократное упаривание пробы радиоактивного раствора и барботирование воздухом раствора.

Комбинация этих процедур позволяла удалять из проб до 99 % йода. Проводился контроль содержания оставшегося в пробах йода на основе определения интенсивностей гамма-линий 131 I и 133 I. Результаты измерений показали, что для образцов, содержащих природный уран, вклад интенсивности гамма-излучения 131 I в суммарную интенсивность $S^{^{159}\text{Gd}+^{131}\text{I}}$ составляет < 2 %.

2. Состав исследуемых стержней. Облучение стержней и стандартов

Эксперименты проводились со сплошными (без центрального отверстия) таблетками: а) таблетки трёх разных диаметров, содержащие природный уран: (UO₂-Gd₂O₃)-таблетки с массовой долей Gd_2O_3 10,0 %, 20,0 %, 50,0 % (табл. 3), (UO₂-Bi₂O₃)-таблетки с массовой долей Bi_2O_3 10,0 %, 20,0 %, 50,0 % (табл. 4), UO₂-таблетки (табл. 5); б) (UO₂-Gd₂O₃)-, UO₂-таблетки типа BBЭР, у которых обогащение урана 6,5 % (табл. 6). У таблеток типа BBЭР (табл. 6) плотность близка к теоретической [8].

Для всех таблеток допустимые абсолютные отклонения значений диаметров составляют \pm 0,03 мм, а допустимые относительные отклонения плотности таблеток составляют \pm 0,5 %.

Таблетки толщиной 5...10 мм помещались в кадмиевые трубки и образовывали стержень длиной ≈ 80 мм. Толщина стенки кадмиевых трубок 500 мкм, а их

Таблица 3. Технологические характеристики и значения

 $I_{\rm 3\phi.}^{^{238}\,\rm U}$, $I_{\rm 3\phi.}^{^{158}\,\rm Gd}$ (UO₂-Gd₂O₃)-стержней. Обогащение урана 0,71 %

№	Диаметр,	Ядерная концентра			ия, 10^{21}см^{-3}	$\sqrt{S/M}$,	7 238 U	<i>I</i> 158 Gd
п/п	см	^{238}U	O	Gd	^{235}U	$\sqrt{S/M}$, $\text{cM} \cdot \Gamma^{-0,5}$	I _{эф.} , барн	т _{эф.} , барн
1	0,76	14,7	13,3	2,45	0,106	0,844	25,4(8)	43,5(17)
2	1,17	14,2	32,1	2,37	0,102	0,693	21,4(7)	39,7(15)
3	2,06	13,3	30,1	2,27	0,0956	0,540	17,9(6)	38,0(15)
4	0,76	12,6	32,5	4,73	0,0907	0,860	25,0(8)	33,6(13)
5	1,17	12,1	31,1	4,52	0,0867	0,709	21,1(7)	29,5(11)
6	2,06	11,7	30,2	4,40	0,0844	0,542	17,6(6)	27,4(11)
7	0,76	6,53	27,9	9,80	0,0470	0,945	33,9(11)	20,2(8)
8	1,17	5,87	25,0	8,81	0,0422	0,803	28,4(10)	18,9(7)
9	2,06	5,69	24,3	8,54	0,0410	0,615	22,0(7)	19,0(7)

Таблица4. Технологические характеристики и значения

 $I_{
m 3\phi.}^{^{238}\, U}$ (UO₂-Bi₂O₃)-стержней. Обогащение урана 0,71 %

No	Диаметр,	Ядерная	I . 238 U				
п/п	см	^{238}U	О	Bi	^{235}U	$\sqrt{S/M}$, ${ m cm}\cdot { m r}^{-0.5}$	$I_{_{ m 9}oldsymbol{\phi}.}$ σ барн
10	0,76	14,8	32,7	1,92	0,106	0,842	28,6(9)
11	1,17	14,3	31,5	1,85	0,103	0,692	23,6(8)
12	2,06	13,7	30,2	1,77	0,0982	0,532	19,2(6)
13	0,76	12,8	31,3	3,73	0,0919	0,854	30,5(10)
14	1,17	12,1	29,6	3,52	0,0868	0,709	26,2(9)
15	2,06	12,5	28,2	3,35	0,0828	0,547	21,1(7)
16	0,76	6,69	25,9	8,04	0,0495	0,919	41,5(13)
17	1,17	6,41	24,1	7,48	0,0461	0,768	34,2(11)
18	2,06	6,18	23,2	7,21	0,0444	0,590	27,5(9)

Таблица 5. Технологические характеристики и значения

No	Диаметр,	Ядерная	концентра	$\sqrt{S/M}$,	<i>I</i> 238 U	
п/п	см	^{238}U	^{235}U	О	$\sqrt{S/M^2}$, $\text{CM} \cdot \Gamma^{-0,5}$	т _{эф.} , барн
19	0,76	16,7	0,120	33,6	0,837	26,4(9)
20	1,17	16,3	0,117	32,8	0,682	23,0(8)
21	2,06	15,9	0,114	32,0	0,521	18,3(6)

Таблицаб. Технологические характеристики и значения I_{ab}^{238} U

для (UO_2 - Gd_2O_3)-, UO_2 -стержней. Обогащение урана 6,5 %

Материал табле-		21 2 1				$\sqrt{S/M}$,	$I_{ m s\phi.}^{^{238} m U}$,
ток стержней	ток, см	^{238}U	О	Gd	^{235}U	см·г ^{-0,5}	барн
UO_2 - Gd_2O_3 Gd/U = 8,0% mac.	0,76	19,4	45,4	2,52	1,37	0,723	18,7(6)
UO_2	0,76	21,7	46,4	_	1,52	0,711	22,1(7)

внутренний диаметр соответствовал диаметру таблеток. Экспериментальные таблетки толщиной 1,5...3,5 мм вырезались из таблеток исследуемых стержней. Для

уменьшения зазоров между таблетками их торцы полировались. Торцевые поверхности стержней покрывались кадмиевыми дисками толщиной 500 мкм.

В качестве стандартов использовались металлические фольги из природного урана толщиной 100 мкм, которые помещались для облучения в кадмиевый экран толщиной 500 мкм.

Облучение экспериментальных стержней и стандарта проводилось в нейтронном поле со спектром Ферми, которое формируется в центре активной зоны исследовательского реактора Ф-1 (горизонтальный экспериментальный канал) НИЦ "Курчатовский институт". Спектр нейтронов в центре активной зоны реактора аттестован и описывается законом $\Phi(E) = \text{const} \times E^{(0,99\pm0,01)}$ при E > 0.5 эВ.

Реактор Ф-1 представляет собой уранграфитовую систему с твэлами из металлического урана диаметром 35 мм. Номинальная мощность реактора 24 кВт. Активная зона имеет приблизительно шаровидную форму диаметром ≈ 6 м, графитовый отражатель толщиной ≈ 800 мм. Реактор в основном используется как управляемый источник нейтронов для различных нейтронно-физических исследований. При мощности 24 кВт плотность потока тепловых нейтронов в центре активной зоны реактора составляет $\approx 10^{10}$ нейтр/(см²·с).

Одновременно облучался стандарт и несколько экспериментальных стержней (см. рис.1). Расстояния между стандартом и экспериментальным стержнем, а также между другими экспериментальными стержнями выбирались таким образом, чтобы отсутствовало взаимное влияние каждого стержня на другой и на стандарт.

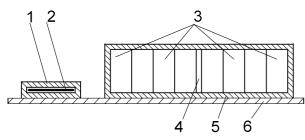


Рис. 1. Схема загрузки и расположение образцов для облучения в экспериментальном канале реактора: 1 — Сd экран для стандарта; 2 — U стандарт; 3 — таблетки экспериментального стержня; 4 —экспериментальная таблетка; 5 — Сd экран для экспериментального стержня; 6 — Al подложка

3. Особенности выполнения измерений

После облучения экспериментального стержня из него извлекалась экспериментальная таблетка, с обеих торцевых поверхностей этой таблетки сошлифовывалось 0.1...0.2 мм материала для исключения влияния зазора на активацию таблетки. Затем проводилось растворение таблетки в 15...60 мл 60 %-ной азотной кислоты. От полученного раствора отбиралась проба объёмом 15 мл для измерительного сосуда. Количество азотной кислоты для растворения выбиралось исходя из массы таблетки. Аналогичная процедура растворения и отбора пробы объёмом 15 мл проводилась и для облучённой фольги-стандарта. Регистрация интенсивностей гамма-линий $^{239}{\rm Np,}~^{159}{\rm Gd,}~^{235}{\rm U}$ проводилась в одинаковой геометрии.

4. Результаты экспериментов

В табл. 3...6 приведены экспериментальные результаты. Полученные экспериментальные значения $I_{\rm эф.}^{^{238}}$ стержней из UO₂ (см. табл. 5, 6) хорошо согласуются со значениями $I_{\rm эф.}^{^{238}}$, полученными по формуле Хеллстранда [9...12].

Суммарная среднеквадратическая погрешность экспериментальных значений $I_{_{3}\phi.}^{^{_{238}}}$ составляет 3...3,5 % и определяется статистической погрешностью 2,6...3,2 %, погрешностью значения $I_{_{\infty}}^{^{_{238}}}$ (\approx 1,1 %), погрешностью определения масс для "бесконечно тонкой" фольги (\approx 1 %) и для стандарта (\approx 0,3 %), погрешностью поправки $K_{_{06.}}$ (\approx 0,3 %).

Суммарная среднеквадратическая погрешность экспериментальных значений $I_{\rm эф.}^{^{158}\,\mathrm{Gd}}$ составляет 3,5...4 % и определяется статистической погрешностью 1,3...1,7 %, погрешностью 3...3,5 % определения $I_{\mathrm{эф.}}^{^{158}\,\mathrm{Gd}}$, погрешностью определения $N^{^{238}\,\mathrm{U}}/N^{^{158}\,\mathrm{Gd}}$ (\approx 0,5 %).

Для качественного анализа влияния гадолиния на $I_{\rm 3\phi.}^{^{238}}$ уран-гадолиниевых стержней на рис. 2 приведены зависимости $I_{\rm 3\phi.}^{^{238}}$ стержней из UO₂-Gd₂O₃, UO₂-Bi₂O₃, UO₂ и зависимости $I_{\rm 3\phi.}^{^{158}}$ стержней из UO₂-Gd₂O₃ от параметра $\sqrt{S/M}$ (данные взяты из табл. 3...5).

На основании рассмотрения рис. 2 можно отметить, что $I_{_{3\Phi}.}^{_{_{158}}}$ для малых концентраций гадолиния (2,4·10²1 и 4,4·10²1 см²3) зависит от $\sqrt{S/M}$ и увеличивается с умень-

шением концентрации гадолиния. При относительно больших концентрациях гадолиния (8,6· 10^{21} см⁻³, график 7-8-9) значения $I_{\rm 3ф.}^{\rm 158\,Gd}$ значительно уменьшаются по сравнению с аналогичными данными для малой концентрации гадолиния и наблюдается слабая зависимость от $\sqrt{S/M}$.

На основании рассмотрения экспериментальных зависимостей $I_{\rm 9\phi.}^{^{238}}$ от $\sqrt{S/M}$ (см. рис. 2) можно отметить, что значения $I_{\rm 9\phi.}^{^{238}}$ в стержнях из UO_2 - Bi_2O_3 больше, чем аналогичные значения для UO_2 - Gd_2O_3 .

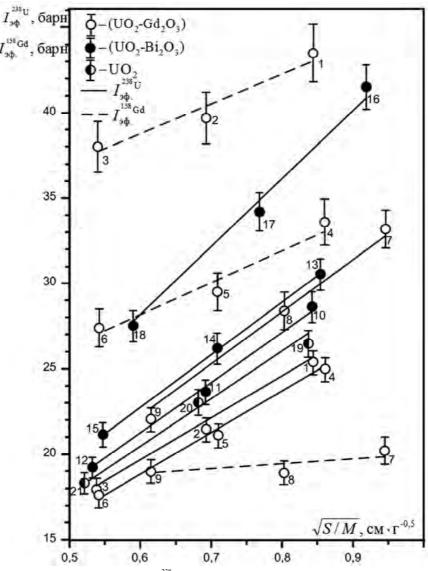


Рис. 2. Экспериментальные зависимости $I_{_{3\phi.}}^{^{238}}$ стержней из UO₂-Gd₂O₃, UO₂-Bi₂O₃, UO₂ и зависимости $I_{_{3\phi.}}^{^{158}}$ для стержней из UO₂-Gd₂O₃ от параметра $\sqrt{S/M}$. Цифрами обозначены материалы таблеток стержней по табл. 3...5

Присутствие гадолиния снижает $I_{\rm s\phi.}^{^{238}\rm U}$, причём эффект наибольший при концентрации гадолиния $2.4\cdot10^{21}\,{\rm cm}^{-3}$.

Различие в значениях $I_{\rm эф.}^{^{238}}$ для UO₂- и (UO₂-Gd₂O₃)-таблеток типа BBЭР составляет 2,3 барн (табл. 6).

Заключение

Проведенные эксперименты на исследовательском реакторе Φ -1 позволили отработать методику измерений эффективных резонансных интегралов ²³⁸U и ¹⁵⁸Gd в уран-гадолиниевых стержнях и получить значения эффективных резонансных интегралов с точностью $\approx 3,5$ %.

Гадолиний в (UO₂-Gd₂O₃)-таблетках влияет на резонансный захват нейтронов 238 U по сравнению с UO₂-таблетками, что обусловливает уменьшение $I_{_{3\Phi}}^{^{238}}$ U при одинаковом значении параметра $\sqrt{S/M}$ для (UO₂-Gd₂O₃)- и UO₂-таблеток по следующим причинам:

- частичное перекрытие некоторых резонансных уровней $^{238}{
 m U}$ и Gd; уменьшение вклада в $I_{^{238}{
 m U}}^{^{238}{
 m U}}$ в области
- уменьшение вклада в $I_{\rm эф.}^{\rm U}$ в области энергий выше 0,5 эВ, в которой зависимость сечения 238 U (n, γ)-реакции следует закону $\sim 1/\sqrt{E}$ вследствие того, что у 155 Gd, 157 Gd есть резонансы в тепловой области энергий.

Полученные в данной работе результаты экспериментов по определению эффективных резонансных интегралов ²³⁸U, ¹⁵⁸Gd стержней, состоящих из уран-гадолиниевой смеси, рекомендуются для обоснования ядерных данных, используемых при расчётном определении параметров резонансного поглощения нейтронов в уран-гадолиниевых стержнях.

Список литературы

- 1. *Advanced Fuel* Pellet Materials and Fuel Rod Design for Water Cooled Reactors. IAEA, Vienna, 2009. IAEA-TECDOC-1654.
- 2. *Very High Burn-ups* in Light Water Reactors. OECD 2006. NEA No. 6224.
- 3. *Gale D., Walters W., Berger H.-D., Kocher A., Aigle R.* Optimization of PWR Fuel Cycles. Advances in Nuclear Fuel Management III. (ANFM 2003). On CD-ROM. 2003.
- 4. *Renier J.-P.A.*, *Grossbeck L.* Development of Improved Burnable Poisons for Commersial Nuclear Power Reactors. ORNL/TM-2001/238. 2001.
- 5. *Safe Core* Management with Burnable Absorbers in WWERs. IAEA, Vienna, 1996 IAEA-TEC-DOC-858.
- 6. *Mughabghab S.F.* Atlas of Neutron Resonances. Resonance Parameters and Thermal Cross Sections. Z = 1-100. 5^{th} ed.— Amsterdam etc. Elseiver, 2006.
- 7. *Firestone R.B.*, *Shirley V.S.* Table of Isotopes. Wiley, New-York. 1996.
- 8. **Федотов А.В.**, **Михеев Л.Н.**, **Лысиков А.В.**, **Новиков В.В.** Теоретическая и экспериментальная плотность соединений (U, Gd)O₂ и (U, Er)O₂ // Атомная энергия, 2012, т. 113, вып. 6, с. 344-347.
- 9. *Hellstrand E.* Measurement of Resonance and Thermal Integrals. In: Reactor Physics in the Resonance and Thermal Regions. V.2. Resonance Absorption. The MIT Press. 1966.
- 10. *Майоров Л.В., Юдкевич М.С.* Нейтроннофизические константы в расчётах реакторов на тепловых нейтронах. М.: Энергоатомиздат, 1988.
- 11. *Галанин А.Д.* Введение в теорию ядерных реакторов на тепловых нейтронах. М.: Энергоатомиздат, 1984.
- 12. *Коробейников В.В., Сбоев А.Г., Тебин В.В.* Моделирование методом Монте-Карло экспериментов по измерению эффективного резонансного интеграла ²³⁸U // ВАНТ. Сер. Ядерные константы, 1979, вып. 4(35), с. 52–61.

Контактная информация — Стогов Юрий Владимирович, доцент, тел.: 8(909)695-70-66, e-mail: YVStogov@mephi.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2016, вып. 1, с. 4–11.

УДК 621.039

Исследование особенностей экспериментов с импульсным источником нейтронов в хранилищах отработавшего ядерного топлива РБМК

В.Г. Артёмов, Р.Э. Зинатуллин, А.С. Иванов, А.С. Карпов, А.В. Пискарёв, Ю.П. Шемаев, ФГУП "НИТИ им. А.П. Александрова", 188540,

г. Сосновый Бор Ленинградской обл., Копорское шоссе, 72

Статья поступила в редакцию 26.05.2015 г.

Представлены результаты расчётных исследований, проведенных с целью адаптации импульсной методики измерения декремента затухания плотности потока нейтронов к условиям хранилища отработавшего ядерного топлива (ХОЯТ) Ленинградской атомной станции (АС). Описана разработанная расчётно-экспериментальная методика контроля подкритичности хранилища.

Ключевые слова: Ленинградская АС, ХОЯТ, бассейн выдержки, ОТВС, эксперименты с импульсным источником нейтронов, декремент затухания нейтронного потока, расчётно-экспериментальная методика контроля подкритичности.

Study into Peculiarities of Experiments with Pulsed Neutron Source in RBMK Spent Fuel Storage Facility. V.G. Artyomov, R.E. Zinatullin, A.S. Ivanov, A.S. Karpov, A.V. Piskaryov, Yu.P. Shemaev, FSUE "Alexandrov NITI", 72, Koporskoe Shosse, Sosnovyy Bor, Leningrad Region, 188540.

The paper presents the results of calculations which were conducted for the adaptation of the pulse technique to Spent Fuel Storage Facility (SFSF) conditions of the Leningrad NPP. The developed analytical experimental technique for monitoring the subcriticality of LNPP's storage facility is described.

Key Words: Leningrad NPP, SFSF, Storage Pool, SFA, Experiments with Pulsed Neutron Source, Neutron Flux Decay Decrement, Analytical Experimental Technique for Monitoring the Criticality.

Введение

Для повышения безопасности в бассейнах выдержки (БВ) ХОЯТ Ленинградской АС используются схемы размещения топлива, которые исключают возможность скопления в отдельных областях хранилища недовыгоревших ТВС с высокими размножающими свойствами, и внедряются экспериментальные и расчётные методы контроля подкритичности.

Расчётные методы применяются для оценки подкритичности при размещении в ХОЯТ новых партий отработавших ТВС (ОТВС), при выборе оптимальных схем хранения и при перестановках ОТВС.

Для проверки расчётов на Ленинградской АС внедряются экспериментальные методы. Как наиболее перспективный выбран импульсный метод определения декремента затухания нейтронного потока – модифицированный α-метод Симмонса-Кинга [1].

Однако и при использовании модифицированного α-метода Симмонса–Кинга из-

за значительных геометрических размеров и большой подкритичности, свойственных ХОЯТ РБМК, основная гармоника не успевает установиться за время затухания импульса. Поэтому результаты измерений декремента затухания нейтронного потока должны зависеть от места размещения детектора и импульсного нейтронного генератора (ИНГ), что делает затруднительным применение импульсного остандартной постановке [2, 3] для оценки подкритичности ХОЯТ даже в обобщённом виде с привлечением расчётных значений времени генерации нейтронов и эффективной доли запаздывающих нейтронов, как это рекомендовано в работе [1].

Первые эксперименты, проведенные в XOЯТ Ленинградской АС, подтвердили опасения относительно возможных сложностей при интерпретации результатов импульсных экспериментов.

Измерения декремента затухания нейтронного потока в ХОЯТ осуществлялись с помощью установки, созданной в ГНЦ РФФЭИ [1]. Результаты импульсных экспери-

ментов получены сотрудниками Ленинградской АС и предоставлены нам для анализа в рамках цикла совместных научно-исследовательских работ по разработке и внедрению расчётно-экспериментальных средств контроля подкритичности в ХОЯТ Ленинградской АС.

В данной работе приведены результаты исследований особенностей экспериментов в ХОЯТ Ленинградской АС путём численного моделирования затухания нейтронного потока после импульса нейтронного генератора. Расчётные исследования проведены с помощью комплекса программ САПФИР_95&RC_XOЯТ [4, 5].

На основе анализа и обобщения результатов импульсных экспериментов и результатов расчётных исследований сформулированы основные положения расчётно-экспериментальной методики контроля подкритичности ХОЯТ.

1. Исходные уравнения для расчётного моделирования

ХОЯТ Ленинградской АС состоит из нескольких достаточно протяжённых БВ, разделённых между собой водяными полостями и бетонными перегородками. ОТВС хранятся в стальных пеналах и размещаются в ХОЯТ в виде регулярной прямоугольной решётки 110×115 мм.

Экспериментальная установка [1, 6, 7], включающая импульсный нейтронный источник и детектор, размещается внутри пустого пенала для хранения ОТВС (см. рис. 1). При проведении импульсных экспериментов пенал с измерительной установкой размещается в исследуемом фрагменте хранилища, для чего один ряд ОТВС раздвигается на шаг решётки БВ. Нейтронный генератор выдаёт импульсы с частотой 30 Гц. Приблизительно через 1,5 мс после каждого импульса нейтронный поток спадает до уровня фона запаздывающих нейтронов. На основе зарегистрированного спада нейтронного потока вычисляется декремент затухания нейтронного потока $\alpha(\mathbf{r},t) = -\partial \ln \Phi(\mathbf{r},t)/\partial t$.

Чтобы выявить влияние особенностей проведения измерений в хранилище на результат определения декремента затухания, в расчёте потребовалось имитировать все условия эксперимента.

Для "прямого" моделирования импульсных экспериментов использована программа, решающая нестационарное диффузионное уравнение для потока нейтронов:

$$\frac{1}{v^{g}} \frac{\partial}{\partial t} \Phi^{g}(\mathbf{r}, t) = \nabla D^{g} \nabla \Phi^{g}(\mathbf{r}, t) - \Sigma_{t}^{g} \Phi^{g}(\mathbf{r}, t) + \sum_{g' < g} \sum_{s}^{g' \to g} \Phi^{g'}(\mathbf{r}, t) + \\
+ \left(1 - \beta\right) \chi_{p}^{g} \sum_{g'} v^{g'} \Sigma_{f}^{g'} \Phi^{g'}(\mathbf{r}, t) + \sum_{m=1}^{M} \lambda_{m} \chi_{d, m}^{g} C_{m}(\mathbf{r}, t) ;$$

$$\frac{\partial}{\partial t} C_{m}(\mathbf{r}, t) = \beta_{m} \sum_{s} v^{g} \Sigma_{f}^{g} \Phi^{g}(\mathbf{r}, t) - \lambda_{m} C_{m}(\mathbf{r}, t) \quad (m = 1 \dots M) ,$$
(1)

где Φ^g – поток нейтронов в g-й энергетической группе; v^g — скорость нейтронов в g-й группе; D^g – коэффициент диффузии в g-й группе; Σ_t^s – полное сечение увода нейтронов из g-й группы; $\sum_{s}^{g' o g}$ — сечение перевода нейтронов из группы g' в группу $g; \nu^g$ – среднее число нейтронов, возникающее в одном акте деления; Σ_f^g – сечение деления в g-й группе; χ_p^g — доля мгновенных нейтронов деления, непосредственно попадающих в g-ю группу; $\chi_{d,m}^g$ – доля запаздывающих нейтронов от ядер-предшественников т-й группы, попадающих в д-ю энергетическую группу; β_m – доля запаздывающих нейтронов т-й группы нейтронов;

$$\beta = \sum_{m=1}^{M} \beta_m$$
 — полная доля запаздывающих

нейтронов; λ_m – постоянная распада ядерпредшественников запаздывающих нейтронов m-й группы; C_m – концентрация ядерпредшественников запаздывающих нейтро-

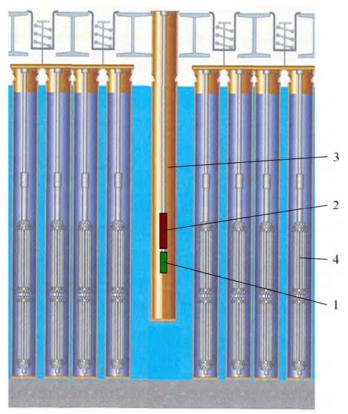


Рис. 1. Размещение экспериментальной установки в уплотнённом фрагменте ХОЯТ РБМК: 1- детектор тепловых нейтронов; 2- ИНГ; 3- пустой пенал, приспособленный для размещения блока измерения; 4- ОТВС в пеналах

нов m-й группы; M — число групп запаздывающих нейтронов.

Классическая методика определения подкритичности α -методом основана на предположении, что после импульса в системе устанавливается асимптотическое распределение нейтронов, амплитуда которого затухает по экспоненциальному закону с показателем экспоненты, равным первому собственному значению α_0 уравнения

$$\hat{\mathbf{L}}\boldsymbol{\varphi}_{k}(\mathbf{r}) + (1-\beta)\boldsymbol{\chi}_{p}\hat{\mathbf{Q}}\boldsymbol{\varphi}_{k}(\mathbf{r}) = , \qquad (2)$$

$$= -\alpha_{k}\hat{\mathbf{v}^{-1}}\boldsymbol{\varphi}_{k}(\mathbf{r}) \quad (k = 0, 1, ...)$$
где $\boldsymbol{\varphi}_{k} = \left\{\boldsymbol{\varphi}_{k}^{1}, \boldsymbol{\varphi}_{k}^{2} \dots \boldsymbol{\varphi}_{k}^{G}\right\};$

$$\left\{\hat{\mathbf{L}}\boldsymbol{\varphi}_{k}\right\}^{g} = \nabla D^{g}\nabla\boldsymbol{\varphi}_{k}^{g} - \Sigma_{t}^{g}\boldsymbol{\varphi}_{k}^{g} + \sum_{s' \in S}\sum_{s}^{g' \to g}\boldsymbol{\varphi}_{k}^{g'} - \text{one-}$$

ратор процессов рассеяния, поглощения и утечки нейтронов;

$$\left\{ \mathbf{\chi}_{p}\hat{\mathbf{Q}}\mathbf{\varphi}_{k}\right\} ^{g}=\mathbf{\chi}_{p}^{g}\sum_{\mathbf{p}^{'}}\mathbf{\nu}^{g^{'}}\mathbf{\Sigma}_{f}^{g^{'}}\mathbf{\varphi}_{k}^{g^{'}}$$
 — оператор про-

цесса деления; χ_p — диагональная матрица,

составленная из
$$\chi_p^g$$
; $\left\{ \mathbf{v}^{\hat{-1}} \mathbf{\phi}_k \right\}^g = \frac{\mathbf{\phi}_k^g}{v^g}$.

Реактивность и асимптотический декремент затухания мгновенных нейтронов связаны обобщённой формулой Симмонса— Кинга [2]:

$$\rho \equiv (1 - k_{\text{9}\phi}) / k_{\text{9}\phi} = \alpha_0 \Lambda - \beta_{\text{9}\phi} , \qquad (3)$$

где Λ – время генерации нейтронов, а $\beta_{\text{эф}}$ – эффективная доля запаздывающих нейтронов:

$$\Lambda = \langle \boldsymbol{\psi}^{+}, \hat{\boldsymbol{v}^{-1}} \boldsymbol{\varphi}_{0} \rangle / \langle \boldsymbol{\psi}^{+}, \boldsymbol{\chi} \hat{\boldsymbol{Q}} \boldsymbol{\varphi}_{0} \rangle,$$

$$\beta_{9\varphi} = \langle \boldsymbol{\psi}^{+}, \sum_{m} \beta_{m} \boldsymbol{\chi}_{d,m} \hat{\boldsymbol{Q}} \boldsymbol{\varphi}_{0} \rangle / \langle \boldsymbol{\psi}^{+}, \boldsymbol{\chi} \hat{\boldsymbol{Q}} \boldsymbol{\varphi}_{0} \rangle. \tag{4}$$
Здесь
$$\boldsymbol{\psi}^{+} = \left\{ \boldsymbol{\psi}^{+1}, \boldsymbol{\psi}^{+2} \dots \boldsymbol{\psi}^{+G} \right\}; \; \boldsymbol{\chi}_{d,m} \; \text{и} \; \boldsymbol{\chi} -$$
диагональные матрицы, составленные из

$$\chi_{d,m}^{g}$$
 и $\chi^{g} = (1-\beta)\chi_{p}^{g} + \sum_{m=1}^{M} \beta_{m}\chi_{d,m}^{g}$.

Функция $\psi^{\scriptscriptstyle +}$ находится из уравнения

$$\hat{\mathbf{L}}^{+}\mathbf{\psi}^{+}(\mathbf{r}) + \hat{\mathbf{Q}}^{+}\mathbf{\chi}\mathbf{\psi}^{+}(\mathbf{r})/k_{\mathrm{s}\phi} = 0, \qquad (5)$$

которое является сопряжённым к условнокритическому уравнению

$$\hat{\mathbf{L}}\mathbf{\psi}(\mathbf{r}) + \mathbf{\chi}\hat{\mathbf{Q}}\mathbf{\psi}(\mathbf{r})/k_{ab} = 0.$$
 (6)

В уравнении (5) сопряжённый оператор процессов рассеяния, поглощения и утечки нейтронов определён как

$$\left\{\hat{\mathbf{L}}^{+}\boldsymbol{\psi}^{+}\right\}^{g} = \nabla D^{g}\nabla\psi^{+g} - \Sigma_{t}^{g}\psi^{+g} + \sum_{g'>g} \Sigma_{s}^{g\to g'}\psi^{+g'}, \quad \mathbf{a}$$

сопряжённый оператор процесса деления –

$$\left\{\hat{\mathbf{Q}}^{\scriptscriptstyle{+}} \mathbf{\chi} \mathbf{\psi}^{\scriptscriptstyle{+}}\right\}^{^{g}} = \nu^{g} \Sigma_{f}^{g} \sum_{g^{'}} \chi^{g^{'}} \mathbf{\phi}_{k}^{g^{'}} \; . \label{eq:constraints}$$

Соотношение (3) получается путём умножения (2) на ψ^+ , а (5) на ϕ_0 со свёрткой по пространству и энергии и с последующим вычитанием полученных выражений.

В комплексе программ САПФИР_95& RC_XOЯТ [4] реализованы алгоритмы решения системы уравнений (1), а также уравнений (2), (5) и (6).

Расчётные исследования проводились для фрагмента хранилища 9×10 ОТВС, в центре которого располагается измерительная установка (см. рис. 2а). Размер фрагмента выбирался так, чтобы коэффициент размножения при этом не уменьшался и на границах фрагмента нейтронный импульс практически полностью затухал за время

измерений. На рис. 2 представлена схема такого фрагмента и переход к его расчётной модели, которая используется в программе RC_XOЯТ.

Периодическая структура фрагмента хранилища моделируется с помощью квадратной решётки, у которой площадь ячеек эквивалентна реальным. Экспериментальная установка имитировалась двумя центральными ячейками. На боковых границах фрагмента использовались условия отражения. Сверху и снизу фрагмент окружался железоводными отражателями, состав которых определялся конструктивными особенностями пеналов и концевиков ОТВС.

Подготовка малогрупповых констант для ячеек БВ ХОЯТ осуществлялась в два этапа по программе САПФИР_95 [8] на основе решения уравнения переноса нейтронов для бесконечных решёток ячеек реактора и хранилища. На первом этапе проводился расчёт выгорания топлива в технологических каналах РБМК при среднеэксплуатационных параметрах работы реактора (плотности теплоносителя, температуре топлива и температуре графита). Из этого расчёта определялся изотопный состав топлива для различных глубин его выгорания. На втором этапе с известным изотопным составом топлива в ОТВС производился

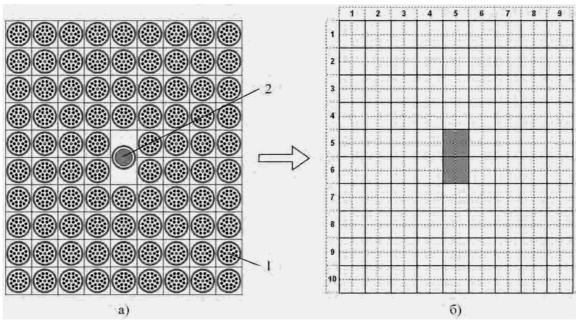


Рис. 2. Схема фрагмента хранилища РБМК (а), в центре которого расположена экспериментальная установка, и его расчётная модель (б), используемая при численной имитации импульсных экспериментов: 1 – ОТВС в пенале; 2 – пенал с экспериментальной установкой

расчёт нейтронно-физических характеристик ячеек XOЯТ и формировалась рабочая малогрупповая библиотека для программы RC XOЯТ.

Для расчёта значения коэффициента размножения в аварийных ситуациях, которые связаны с изменением плотности теплоностителя, варьировалась плотность воды внутри пеналов и в межпенальном пространстве. При рассмотрении аварийной ситуации, связанной с нарушением шага расстановки пеналов с ОТВС, осуществлялся переход на треугольную решётку при минимальном шаге расстановки, равном диаметру пеналов.

2. Влияние взаимного расположения импульсного генератора и детектора

Из-за больших размеров БВ ХОЯТ при изменении расстояния между ИНГ и детектором проявляется эффект, связанный с конечным временем распространения фронта нейтронного импульса по пространству бассейна. А именно, после импульса в момент времени t в показания детектора вносят вклад нейтроны как из ближайшего окружения детектора, так и поколения

Декремент затухания нейтронного потока α, с-1

нейтронов, пришедших из более удалённых областей размножающей среды. Причём последние приходят с запозданием. Этот эффект и объясняет наблюдаемое на опыте уменьшение значения α при увеличении расстояния между ИНГ и детектором (см. рис. 3).

На рис. З показаны результаты измерений и расчётов декремента затухания нейтронного потока в экспериментах, в которых положение детектора остаётся неизменным, а генератор перемещается по высоте пенала. Чтобы провести данный эксперимент, в один пустой сухой пенал помещался ИНГ, а в другой – детектор. Пеналы размещены в БВ параллельно, при этом расстояние между осями пеналов составляло примерно 35 см. При таком расположении ИНГ и детектора реализовывалась возможность перемещать генератор и детектор по высоте независимо.

Результаты измерений и расчётов приведены для двух положений детектора (см. рис. 3). В обоих случаях и в расчёте, и в эксперименте получена характерная зависимость декремента затухания от расстояния между генератором и детектором.

Качественно эффект уменьшения зна-

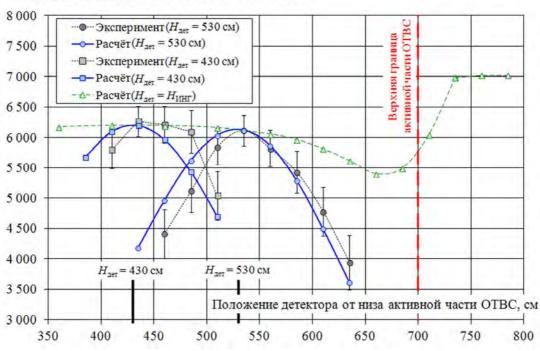


Рис. 3. Зависимость декремента затухания нейтронного потока от взаимного положения генератора и детектора

чения α при увеличении расстояния между ИНГ и детектором иллюстрирует решение уравнения диффузии для распространения потока нейтронов от точечного нейтронного импульса, которое можно получить в аналитическом виде [9]

$$\Phi(r,t) = Ae^{-\alpha(r,t)t}, \qquad (7)$$

где $\alpha(r,t)$ можно интерпретировать как декремент затухания нейтронного потока

$$\alpha(r,t) = -\frac{\partial \ln \Phi(r,t)}{\partial t} = \alpha_0 + \frac{3}{2t} - \frac{r^2}{4Dvt^2}, \quad (8)$$

который является функцией координаты и времени измерения после импульса. Здесь α_0 – асимптотический декремент затухания нейтронного потока, D – коэффициент диффузии, v – скорость нейтронов, r – расстояние от детектора до точечного импульсного источника нейтронов.

Соотношение (8) служит решением нестационарного моноэнергетического уравнения диффузии в однородной бесконечной среде с точечным импульсным источником. Оно показывает, что при удалении от начала координат (места генерации первоначального импульса нейтронов) эффективный декремент затухания уменьшается относительно своего асимптотического значения α_0 , зависящего только от свойств среды; α_0 определяет скорость спада нейтронного потока от импульса источника, имеющего одинаковую интенсивность во всех точках пространства.

При малых расстояниях между детектором и генератором декремент затухания нейтронного потока будет завышенным, приближаясь к своему асимптотическому значению при достаточно больших временах после импульса нейтронов.

Расчётные исследования показывают, что вследствие большой подкритичности в реальных условиях хранилища РБМК за время измерений асимптотическое значение декремента затухания не успевает установиться. Однако, из характера зависимости (8) следует, что можно подобрать такое расстояние между генератором и детектором, при котором измеряемый декремент затухания будет близок к асимптотическому значению α0 и при достаточно малых временах после импульса.

Результаты численного моделирования для однородной системы, соответствующей составу хранилища, показали, что это расстояние равно ~ 30...50 см. При таком расстоянии измеряемый декремент затухания соответствует асимптотическому значению уже при времени измерений $t \approx 0.5...1.5$ мс, характерном для реального эксперимента в ТКОХ.

На рис. З показана расчётная зависимость $\alpha(z)$, полученная при параллельном перемещении генератора и детектора $(H_{\text{дет}} = H_{\text{ИНГ}})$, когда расстояние между ними было ~ 35 см.

Основываясь на опыте первых импульсных экспериментов, проведенных в БВ ХОЯТ, выбрана следующая конструкция измерительной установки [1]. Экспериментальная установка при проведении импульсного эксперимента в БВ представляет собой пустой пенал, в который помещены ИНГ и детектор. Детектор размещён на 35 см ниже ИНГ и жёстко с ним соединён. Таким образом обеспечивалось синхронное перемещение детектора и ИНГ.

Экспериментальные данные и результаты расчётных исследований, приведенные ниже, получены при таком размещении генератора и детектора.

3. Особенности затухания нейтронного импульса в ХОЯТ

При анализе характера затухания нейтронного импульса использовалось представление решения системы (1) в одномерном приближении (по высоте фрагмента БВ) в виде разложения $\Phi^{g}(z,t) = \sum_{k>0} c_{k} \varphi_{k}^{g}(z) e^{-\alpha_{k}t},$

$$\Phi^{g}(z,t) = \sum_{k>0} c_k \varphi_k^{g}(z) e^{-\alpha_k t}, \qquad (9)$$

где α_k – собственное значение (декремент затухания нейтронного потока); $\phi_k^g(z)$ – соответствующая собственная функция уравнения (2) в одномерном приближении.

Декремент затухания α_0 наименьшим и, как следствие, асимптотическим.

В разложении (9) коэффициенты c_k определяются видом источника нейтронов в начальный момент времени: $\Phi^g(z,t)|_{t=0} = v^g S^g(z)$, тогда

$$c_k = \langle \mathbf{\phi}_k^+(z), \mathbf{S}(z) \rangle, \tag{10}$$

где $\mathbf{S} = \left\{ S^1, S^2 \dots S^G \right\}; \quad \mathbf{\phi}_k^+ = \left\{ \mathbf{\phi}_k^{+1}, \mathbf{\phi}_k^{+2} \dots \mathbf{\phi}_k^{+G} \right\};$

при этом φ_k^{+g} определяются из уравнения, сопряжённого к уравнению (2):

$$\hat{\mathbf{L}}^{+}\boldsymbol{\varphi}_{k}^{+}(\mathbf{r}) + (1-\beta)\hat{\mathbf{Q}}^{+}\boldsymbol{\chi}_{p}\boldsymbol{\varphi}_{k}^{+}(\mathbf{r}) =$$

$$= -\alpha_{k} \hat{\mathbf{v}}^{-1}\boldsymbol{\varphi}_{k}^{+}(\mathbf{r}) \quad (k = 0, 1, ...)$$
(11)

Для вычисления собственных функций и собственных значений уравнений (2) и (11) используется метод исчерпывания [10]. При численном анализе импульсных экспериментов в соотношении (9) сохранялись до 30 первых членов ряда. Представление решения уравнения в виде (9) позволило провести анализ скорости установления асимптотического распределения плотности потока нейтронов после импульса, найти зависимость декремента затухания нейтронного потока $\alpha(z,t) = -\partial \ln \Phi(z,t)/\partial t$ от высоты расположения генератора и детектора и вы-

явить связь этой зависимости с высотным профилем выгорания топлива.

Численное моделирование импульсных экспериментов при синхронном перемещении генератора и детектора по высоте хранилища показало, что для ОТВС с глубоким выгоранием топлива измеряемая на опыте зависимость декремента затухания нейтронного потока $\alpha(z)$ имеет характерную форму с минимумом в районе верхней границы активной части ОТВС.

При численном моделировании можно, исключив запаздывающие нейтроны, проследить, как с увеличением времени после импульса в системе постепенно устанавливается распределение нейтронов с единым декрементом затухания. На рис. 4 представлены результаты вычислительного эксперимента по определению декремента затухания потока нейтронов $\alpha(z,t)$ в зависимости от положения детектора при синхронном перемещении ИНГ и детектора по высоте пенала для различных моментов времени после импульса.

Приведенные на рис. 4 данные показывают, что единый (во всех точках по высоте ОТВС) декремент затухания потока мгно-

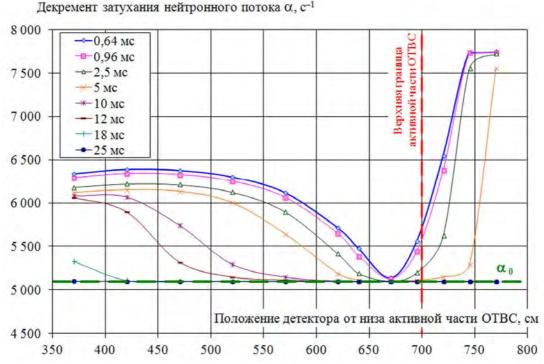


Рис. 4. Результаты вычислительного эксперимента по определению зависимости декремента затухания $\alpha(z,t)=-\partial\ln\Phi(z,t)/\partial t$ от положения детектора при синхронном перемещении ИНГ и детектора по высоте пенала для различных моментов времени после импульса

венных нейтронов устанавливается при t>25 мс после импульса, что больше чем в 10 раз превышает экспозицию в реальном опыте (~ 1,5 мс). При этом минимальное значение $\alpha_{\min} = \min_{z} \alpha(z,t)$ не меняется со временем и практически совпадает с декрементом затухания основной гармоники нейтронного потока, определяемой уравнением (2).

Причина этого заключается в том, что при больших размерах и глубокой подкритичности, какая имеет место в хранилищах ОТВС, прямая и сопряжённая функции, соответствующие первому собственному значению уравнения (2), имеют максимум в виде пика, который находится в области с наибольшими размножающими свойствами. В нашем случае это наименее выгоревшая верхняя часть ОТВС. На рис. 5 показан вид нескольких собственных функций уравнения (2), рассчитанных в одномерном (по высоте ОТВС) двугрупповом приближении. Приведены распределения для быстрой и тепловой групп нейтронов, форма которых в пределах активной зоны практически не отличается.

Приведенные графики собственных функций наглядно иллюстрируют и прямые расчёты это подтверждают, что если детектор и ИНГ разместить в области максимума первой гармоники, то в (9) все коэффициенты c_k (см. соотношение (10)) кроме c_0 будут малы, и спад потока мгновенных нейтронов после импульса ИНГ будет определяться основной гармоникой уравнения (2).

С применением экспериментальной установки, особенности которой описаны выше, в различных фрагментах БВ ХОЯТ проведена серия измерений декремента затухания нейтронного потока при перемещении генератора и детектора по высоте ТВС.

Результаты измерений подтвердили, что зависимость декремента затухания нейтронного потока от положения детектора имеет минимум в верхней части ОТВС на расстоянии 40...60 см от верхней границы топлива.

Необходимо отметить, что выявленные закономерности получены при использовании одномерной модели, т.е. в предположении, что всё хранилище заполнено ТВС с близким профилем выгорания топлива. Это предположение соответствует реальности. Как показал анализ высотного распределения выгорания топлива в верхней части ТВС, оно является достаточно консервативной функцией, поскольку определяется свойствами торцевого отражателя РБМК, конструкция которого не изменилась за время эксплуатации. Свойства торцевого отражателя во всех областях хранилища изза большого количества железа (концевики ТВС, трубы пеналов) не создают проблем для использования импульсного метода, как это характерно для сборок, окружённых водяным отражателем.

Для хранилища Ленинградской АС ограничение по применению импульсного метода представляют разреженные (неуплотнённые) области хранилища. В этом случае ряды ТВС разделены между собой относительно толстым слоем воды, толщина которого такова, что при проведении экспериментов с импульсным источником нейтронов измеряемый декремент затухания потока нейтронов определяется в первую очередь свойствами воды.

Уплотнённые фрагменты хранилища также в некоторых местах разделены полостями, залитыми водой, однако при расположении генератора и детектора в центре фрагмента за время проведения измерений нейтроны из дальнего водяного окружения не вносят заметного вклада в показания детектора. Для оценки минимального размера фрагмента, когда ещё можно пренебречь влиянием окружающей воды, выполнена серия экспериментов с последовательным увеличением числа ТВС во фрагменте.

Результаты экспериментов и расчётного моделирования показали, что для получения надёжных результатов по оценке декремента затухания исследуемый фрагмент должен содержать не менее 36 (6×6) ТВС. При этом измеряемый декремент затухания при расположении детектора и генератора в центре исследуемого фрагмента не будет

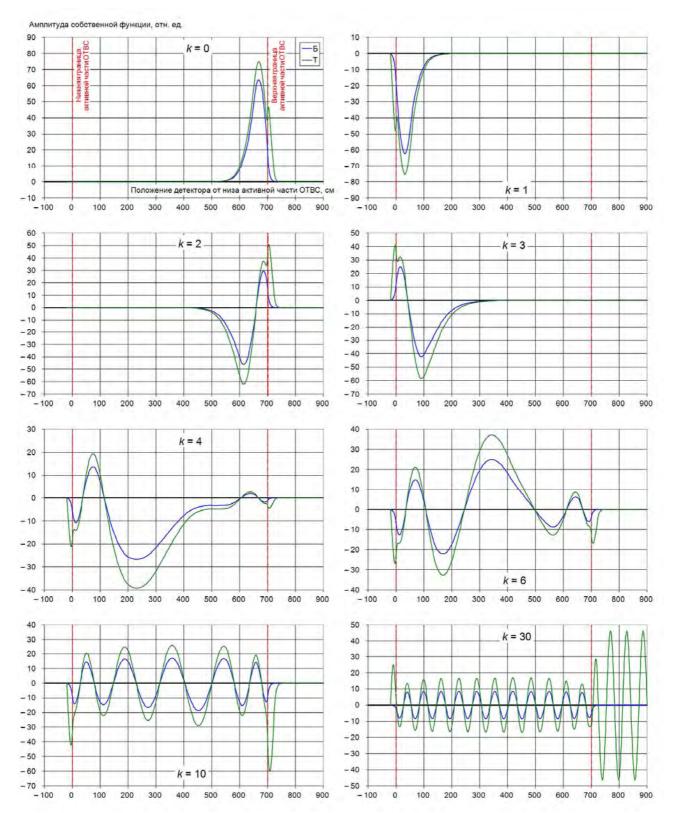


Рис. 5. Несколько первых собственных функций уравнения (2) для определения декремента затухания (k- номер собственной функции; Б- быстрые нейтроны; T- тепловые нейтроны)

меняться при дальнейшей достройке путём размещения ТВС на периферии фрагмента. В этой связи актуальной задачей при проведении экспериментов является определе-

ние места размещения генератора и детектора.

Трёхмерные расчёты полностью заполненного хранилища показали, что и в плане

собственные функции уравнения (2) имеют ярко выраженный острый максимум. И если разместить генератор и детектор в месте этого максимума, то измеряемый декремент затухания будет близок к основной гармонике. Расчёты показывают, что и собственные функции прямого и сопряжённого условно-критического уравнения, с помощью которых рассчитывается коэффициент размножения

$$k_{s\phi} = \langle \mathbf{\psi}^+, \hat{\mathbf{\chi}} \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{\psi} \rangle / \langle \mathbf{\psi}^+, \hat{\mathbf{L}} \mathbf{\psi} \rangle,$$
 (12)

имеют максимум, как правило, в том же самом фрагменте. Это обстоятельство позволило сформулировать подход к определению оптимального места размещения генератора и детектора в хранилище так, чтобы выявить фрагмент с наибольшими размножающими свойствами, который и определяет коэффициент размножения всего хранилища.

На рис. 6 для иллюстрации приведены картограммы собственных (прямой и сопряжённой) функций уравнений (2) и (6), рассчитанные для одного из бассейнов хранилища. На данных картограммах положения максимумов собственных функции вы-

делены красным цветом.

Из сопоставления результатов расчётов следует, что место расположения генератора и детектора должно определяться на основе анализа результатов решения уравнений (2) и (6) по максимуму собственных функций.

4. Исследование чувствительности импульсного метода к средней величине выгорания топлива

Обоснования уплотнённых схем хранения ОТВС в ХОЯТ Ленинградской АС допускают только топливо с выгоранием не ниже предельного, для которого ещё выполняются требования ядерной безопасности, т.е. глубина выгорания топлива используется как параметр безопасности [11, 12].

Для проверки чувствительности импульсного метода к выгоранию топлива в ОТВС проведены расчёты, имитирующие эксперименты с импульсным источником нейтронов для топлива разной глубины выгорания. Результаты расчётов представлены на рис. 7, где показано, как изменяется

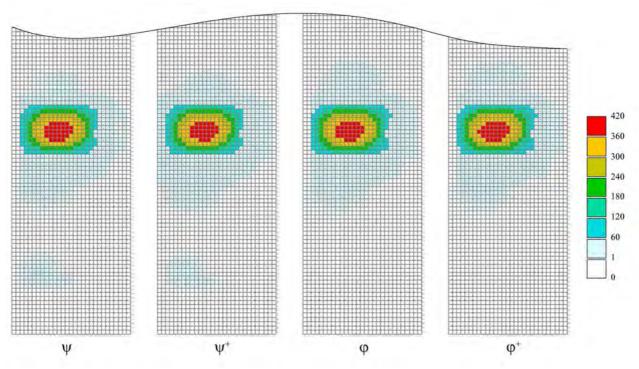


Рис. 6. Картограммы относительных распределений собственных функций ψ , ψ^+ условно-критического уравнения (6) и ϕ_0 , ϕ_0^+ уравнения (2), рассчитанных для одного из бассейнов ХОЯТ. Цветом выделены максимальные значения

декремент затухания при перемещении детектора по высоте ТВС для фрагментов с различной глубиной выгорания ТВС.

С увеличением глубины выгорания топлива увеличивается не только абсолютное значение декремента затухания нейтронного потока, но и меняется форма зависимости $\alpha(z)$ от положения детектора. По мере возрастания глубины выгорания топлива минимум зависимости $\alpha(z)$ становится более выраженным и смещается к верхней границе активной части ОТВС.

Предельной глубине выгорания соответствует граничная высотная зависимость декремента затухания $\alpha^{\text{пред}}(z)$ (см. рис. 7). О процедуре определения предельной глубины выгорания будет сказано ниже.

Если зависимость декремента $\alpha(z)$ для исследуемого фрагмента хранилища лежит выше предельной зависимости, то для такого фрагмента будут выполняться требования ядерной безопасности.

Асимптотические значения α_0 почти линейно увеличиваются в зависимости от среднего выгорания топлива в ОТВС (см. рис. 8). Как показали результаты численных экспериментов, зависимость α_{min} от выгорания топлива также является моно-

тонной функцией.

На рис. 8 приведены зависимости $\alpha_{min}^{\text{дет}}$ и α_{min} для двух вариантов измерительной установки, отличающихся расстоянием между генератором и детектором. Пунктиром на рис. 8 показаны зависимости функций $\alpha_{\min}^{\text{дет}}$, рассчитанные с учётом возмущения, вносимого измерительной установкой. При обработке результатов измерений рассчитанное отношение $\alpha_{min}/\alpha_{min}^{\text{дет}}$ может использоваться в качестве поправочного коэффициента. После этого, как показывают результаты расчётов, измеренные значения декремента затухания как функции выгорания для измерительной установки с $H_{\text{лет}}$ = $=H_{\rm ИН\Gamma}-50$ см будут практически совпадать с α_n для всего диапазона выгорания топлива в ХОЯТ. Для установки с $H_{\text{дет}} = H_{\text{ИНГ}}$ – - 35 см значение α_{min} завышено относительно α_0 на ~ 500 c⁻¹.

При использовании глубины выгорания топлива как параметра безопасности необходимо осуществлять контроль выгорания топлива ОТВС, размещённых в хранилище, экспериментальными средствами [11, 12]. С учётом этого выявленную зависимость декремента затухания $\alpha_{\min}(z)$ от глубины вы-

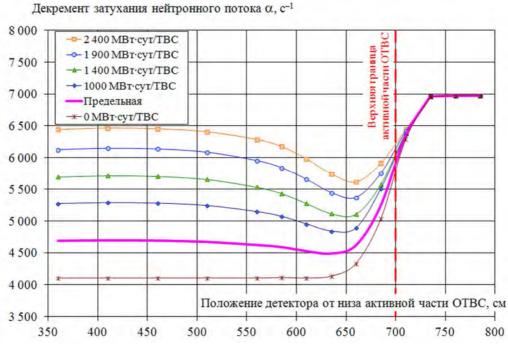


Рис. 7. Результаты численных экспериментов по определению зависимости $\alpha(z)$ для топлива разной энерговыработки

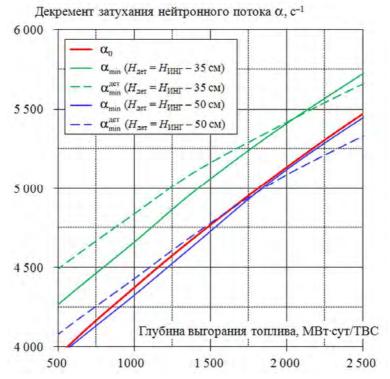


Рис. 8. Зависимость α_0 , $\alpha_{min}^{\, \, \text{дет}}$ и α_{min} от средней глубины выгорания топлива для двух вариантов измерительной установки

горания топлива предложено учитывать при применении импульсного метода для контроля подкритичности в XOЯТ Ленинградской AC.

Расчётные исследования показали, что коэффициенты размножения нейтронов, рассчитанные при имитации аварийных ситуаций, и значения декремента затухания α_0 во фрагментах ХОЯТ в условиях нормальной эксплуатации связаны линейной зависимостью, на которую практически не влияет обогащение топлива в ТВС, размещённых в хранилище (см. рис. 9).

Выявленные простые зависимости между декрементом затухания, коэффициентом размножения и выгоранием (см. рис. 8 и 9) дают основание сделать заключение о возможности и целесообразности использования декремента затухания нейтронного потока в качестве измеряемого параметра безопасности при контроле подкритичности в XOЯТ.

5. Основные положения расчётноэкспериментальной методики контроля подкритичности

На основе анализа результатов расчётных и экспериментальных исследований, приведенных выше, разработана расчётно-экспериментальная методика контроля подкритичности. Результаты расчётов применяются для оперативного контроля и планирования экспериментов. В результате измерений определяется $\alpha^{\text{эксп}}(z)$ и $\alpha^{\text{эксп}}_{\min} = \min_{z} \alpha^{\text{эксп}}(z)$. На основе измерений и расчётов делается заключение о запасе подкритичности в БВ. Схематически последовательность действий выглядит следующим образом.

- 1) Выполняется расчёт коэффициента размножения БВ ХОЯТ для нормальных условий хранения и при имитации аварийных состояний, определяется фрагмент с максимальными размножающими свойствами для размещения ИНГ и детектора.
- 2) В выбранном фрагменте проводится серия импульсных измерений при перемещении генератора и детектора по высоте

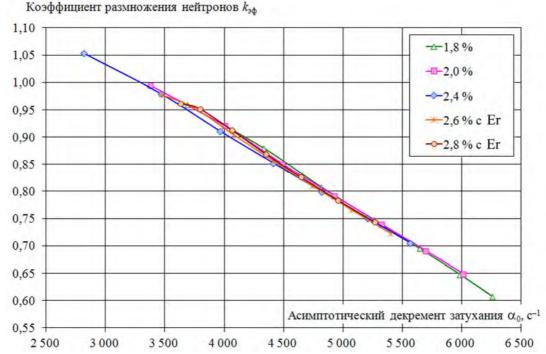


Рис. 9. Зависимость $k_{9\phi}$, рассчитанного при имитации аварийных ситуаций, от α_0 для фрагментов ОТВС различного обогащения, размещённых в хранилище

XOЯТ. Определяется минимальное значение $\alpha_{\min}^{\text{эксп}} = \min_{z} \alpha^{\text{эксп}}(z)$.

- 3) Для этого же фрагмента проводится серия расчётов с моделированием экспериментов, на основе которых получается расчётная зависимость декремента затухания от положения детектора. Определяется минимальное значение $\alpha_{\min}^{\text{pac}^{\text{q}}} = \min \alpha^{\text{pac}^{\text{q}}}(z)$.
- 4) Определяется предельная зависимость декремента затухания, которая получается на основе расчётов с имитацией условий экспериментов, аналогичных п. 3, при уменьшенном выгорания топлива в ТВС фрагмента до минимального порогового значения. Пороговое выгорание топлива подбирается на основе предварительных расчётов так, чтобы ни в одном из постулируемых аварийных состояний коэффициент размножения $k_{3\phi}$ не превысил значения 0,95 с учётом погрешности расчёта.
- 5) Для исследуемого фрагмента сопоставляются результаты расчётов и измерений декремента затухания (см. рис. 10), на основе чего делается заключение об их согласованности.
- 6) На основе результатов сравнения измеренного значения $\alpha^{\text{эксп}}(z)$ и $\alpha^{\text{пред}}(z)$ по

разности $\Delta\alpha_{\min} = \alpha_{\min}^{\text{эксп}} - \alpha_{\min}^{\text{пред}}$ делается заключение о величине "запаса" подкритичности исследуемого фрагмента БВ в условных единицах $\Delta\alpha$, а с использованием зависимостей (см. рис. 9), связывающих $k_{\text{эф}}$ и α_{o} , в единицах реактивности $\Delta k_{\text{эф}}$.

- 7) Для выбранного фрагмента с учётом сопоставления расчётных и экспериментальных значений декремента затухания уточняются значения $k_{9\varphi}$ при имитации аварийных ситуаций (нарушение системы охлаждения, обезвоживание хранилища, нарушение шага расстановки ОТВС). На основе совокупности расчётных и экспериментальных данных делается окончательное заключение о выполнении требований правил ядерной безопасности в ХОЯТ.
- 8) Результаты расчётов и измерений заносятся в базу данных ХОЯТ. Сопоставление данных, полученных в разные моменты времени, позволяет отслеживать изменение подкритичности БВ в процессе перестановки ОТВС и завоза новых партий отработавшего топлива.

Опыт применения методики в XOЯТ Ленинградской AC описан в работе [13].

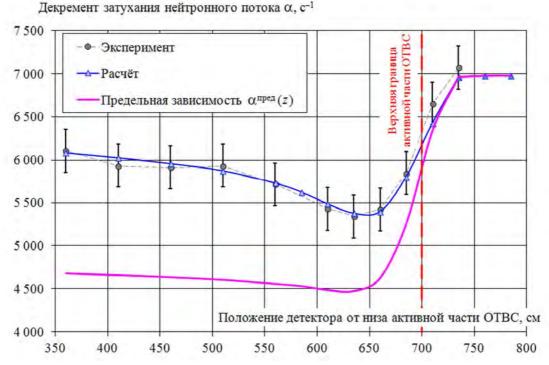


Рис. 10. Пример сопоставления экспериментальной, расчётной и предельной высотной зависимости $\alpha(z)$

Заключение

Проведенные исследования особенностей импульсных экспериментов в ХОЯТ РБМК позволили уточнить процедуру измерений декремента затухания нейтронного потока в ХОЯТ Ленинградской АС, чтобы получить оценку, наиболее близкую к асимптотическому значению:

- экспериментальная установка размещается в центре фрагмента БВ с наибольшими размножающими свойствами (положение данного фрагмента определяется на основе расчёта);
- детектор располагается на расстоянии
 50 см от импульсного нейтронного источника;
- измерения осуществляются в нескольких точках в зоне расположения верхней активной части ОТВС при изменении положения генератора и детектора; на основе измерений определяется наименьшее значение декремента затухания.

Выбранная методика проведения импульсных экспериментов позволила скомпенсировать пространственные эффекты, возникающие при проведении измерений декремента затухания нейтронного потока. В ходе расчётных исследований установле-

но, что высотная зависимость декремента затухания нейтронов имеет характерную форму, которая определяется глубиной выгорания топлива — параметром, который в ХОЯТ Ленинградской АС применяется для контроля безопасности. Это важное свойство, которым обладает ХОЯТ РБМК, использовано в предложенной расчётно-экспериментальной методике контроля подкритичности ХОЯТ.

Для реализации расчётно-экспериментальной методики контроля подкритичности разработаны экспериментальная установка и комплекс программ САПФИР_ 95& RC_XOЯТ, которые используются в ХОЯТ Ленинградской АС как средство контроля изменения подкритичности при перемещениях ОТВС внутри хранилища и при завозе на хранение новых партий отработавшего топлива.

Список литературы

1. Сомов И.Е., Николаев С.А., Полевой В.Б., Немытов С.А., Беспалов В.Н. Расчётно-экспериментальные методы определения параметров при хранении и обращении с ОЯТ // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2002, вып. 3, с. 15–25.

- 2. Стумбур Э.А., Матвеенко И.П., Шокодько А.Г. Интегральные импульсные методы измерения реактивности // В сб. "Теоретические и экспериментальные проблемы нестационарного переноса нейтронов", с. 245–267. М.: Атомиздат, 1972.
- 3. Стумбур Э.А., Николайшвили Ш.С., Колосов Б.И., Кочубей Н.П., Матвеенко И.П., Невиница А.И. Границы применимости α-метода для измерений реактивности в уран-водных системах. Там же, с. 275–281.
- 4. Артемов В.Г., Зинатуллин Р.Э., Иванов А.С., Карпов А.С., Пискарев А.В., Шемаев Ю.П. Комплекс программ САПФИР_95&RC _XOЯТ для контроля подкритичности в хранилище отработавшего ядерного топлива Ленинградской атомной электростанции // НИТИ им. А.П. Александрова: Годовой отчет 2004. СПб.: ООО "НИЦ "Моринтех", 2005, с. 130–136.
- 5. *Программный комплекс* САПФИР_95&RC_ XOЯТ с библиотекой констант БНАБ-78/С-95. Аттестационный паспорт № 203 Ростехнадзора от 23.06.2005.
- 6. *Сомов И.Е.* Система контроля ядерной безопасности бассейнов выдержки хранилищ отработавшего ядерного топлива // Сб. докладов 3-й Межд. научно-техн. конф. "Безопасность, эффективность и экономика атомной энергетики", с. 129–131. ВНИИАЭС, 18-19 апреля 2002 г.
- 7. **Кудрявцев К.Г., Калязин Н.Н., Боло- тов** Д.В., Ельшин А.В., Артемов В.Г., Писка-**рев** А.В. Контроль за размножающими свойствами хранилища ОЯТ Ленинградской АЭС с использованием комплекса программ САПФИР
 _95&RC и установки измерения подкритичности УИП-005 / XVII межд. фестиваль "Dysnai-

- 2004", июль 2004 г., Литва. URL: http://www.dysnai.org/Reports/2000-2004/2004/2004.rar, свободный (дата обращения: 29.02. 2016).
- 8. *Морс Ф.М., Фешбах Г.* Методы теоретической физики. Том ІІ. М.: ИИЛ, 1960.
- 9. *САПФИР_95*. Аттестационный паспорт № 116.1 Ростехнадзора от 10.02.2014.
- 10. **Фадеев А.К., Фадеева В.Н.** Вычислительные методы линейной алгебры. М.: Физматгиз, 1960.
- 11. **Внуков В.С.** Глубина выгорания как параметр ядерной безопасности для хранилищ и транспортных упаковочных комплектов с отработавшим ядерным топливом // Атомная техника за рубежом, 1990, № 12, с. 9–11.
- 12. *Правила* безопасности при хранении и транспортировании ядерного топлива на объектах использования атомной энергии. Ростехнадзор, Федеральные нормы и правила в области использования атомной энергии, НП-061-05, 2005.
- 13. Артёмов В.Г., Зинатуллин Р.Э., Пискарёв А.В., Шемаев Ю.П., Калязин Н.Н., Бородич С.С. Расчётно-экспериментальная методика контроля подкритичности в хранилище отработавшего ядерного топлива Ленинградской атомной станции // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2016, вып. 1, с. 27–38.

Контактная информация — Артёмов Владимир Георгиевич, зав. лаб., тел.: (813-69)6-07-81, e-mail: otd10@mail.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2016, вып. 1, с. 12–26.

УДК 621.039

Расчётно-экспериментальный контроль подкритичности в хранилище отработавшего ядерного топлива Ленинградской атомной станции

В.Г. Артёмов, Р.Э. Зинатуллин, А.В. Пискарёв, Ю.П. Шемаев, ФГУП "НИТИ им. А.П. Александрова", 188540,

г. Сосновый Бор Ленинградской обл., Копорское шоссе, 72,

Н.Н. Калязин, С.С. Бородич,

Ленинградская атомная станция, 188540, г. Сосновый Бор Ленинградской обл.

Статья поступила в редакцию 26.05.2015 г.

Представлена процедура расчётно-экспериментального контроля подкритичности в ХОЯТ Ленинградской атомной станции (AC) с использованием комплекса программ САПФИР_95&RC_XОЯТ и установки для измерения декремента затухания нейтронного импульса. Приведены результаты практического применения данной методики.

Ключевые слова: Ленинградская АС, ХОЯТ, бассейн выдержки, ОТВС, эксперименты с импульсным источником нейтронов, декремент затухания нейтронного потока, расчётно-экспериментальная методика контроля подкритичности.

Calculation-Experimental Technique for Monitoring a Criticality in the Spent Fuel Storage Facility of the Leningrad NPP. V.G. Artyomov, R.E. Zinatullin, A.V. Piskaryov, Yu.P. Shemaev, FSUE "Alexandrov NITI", 72, Koporskoe Shosse, Sosnovyy Bor, Leningrad region, 188540, N.N. Kalyazin, S.S. Borodich, Leningrad Nuclear Power Plant, Sosnovyy Bor, Leningrad region, 188540.

This paper presents the analytical experimental technique of monitoring the criticality in RBMK Spent Fuel Storage Facility (SFSF) of Leningrad NPP using the SAPFIR_95&RC_SFSF code package and facility for measuring the neutron flux decay decrement. The results of practical implementation of this technique are given in the paper.

Key Words: Leningrad NPP, SFSF, Storage Pool, SFA, Experiments with Pulsed Neutron Source, Neutron Flux Decay Decrement, Analytical Experimental Technique for Monitoring the Criticality.

Введение

В бассейнах выдержки (БВ) ХОЯТ Ленинградской АС экспериментальная импульсная методика определения декремента затухания потока нейтронов (α-метод) в сочетании с расчётным мониторингом, который проводится с помощью комплекса программ (КП) САПФИР_95&RC_ХОЯТ [1], используется как дополнительное средство контроля подкритичности хранилища, разработанное и внедрённое по следующей причине.

Первоначально ХОЯТ для Ленинградской АС проектировалось для размещения отработавшего топлива обогащения 1,8 %. Обоснование ядерной безопасности при анализе аварийных ситуаций проводилось на основе традиционных консервативных допущений в предположении, что подкритичность хранилища обеспечивается в слу-

чае, когда всё топливо рассматривается как свежее [2]. Переход в РБМК на топливо с большим обогащением привёл к тому, что потребовалось ввести ограничение на глубину выгорания ОТВС. Были разработаны схемы хранения, исключающие компактное размещение в хранилище недовыгоревших ОТВС.

Использование глубины выгорания топлива как параметра безопасности в отечественной и в зарубежной практике [3] предполагает применение дополнительных мер контроля, таких как:

- административные меры, которые призваны исключить ошибки персонала при размещении в хранилище ОТВС с выгоранием ниже проектного;
- прямое измерение глубины выгорания топлива в TBC;
 - контроль подкритичности БВ.

Чтобы технические меры контроля могли применяться в хранилищах, содержащих десятки тысяч отработавших ТВС, они должны обеспечивать короткое время измерений, простоту обработки результатов измерений, доступность и надёжность измерительных приборов [3].

Использование экспериментов, в которых непосредственно измеряется глубина выгорания топлива для всех ТВС хранилища, затруднено из-за слишком большого объёма работ. Поэтому дополнительно в качестве экспериментального метода контроля выбран модифицированный α-метод Симмонса–Кинга [4], подкреплённый расчётным мониторингом, который проводится с помощью КП САПФИР_95&RC_XOЯТ [1]. С использованием этого КП путём прямого численного моделирования исследовались особенности применения импульсных экспериментов для контроля подкритичности в XOЯТ [5].

В ходе расчётных исследований выявлена зависимость измеряемого декремента затухания плотности потока нейтронов от места расположения измерительной установки по высоте ХОЯТ, от взаимного положения генератора и детектора, от глубины выгорания топлива в исследуемом фрагменте хранилища [5]. На основе расчётного анализа удалось найти оптимальные схемы проведения и интерпретации экспериментов в условиях большого хранилища и глубокой подкритичности. С учётом этого разработана "Расчётно-экспериментальная методика контроля подкритичности" [6], сочетающая расчётное моделирование и результаты измерений декремента затухания нейтронного потока в ХОЯТ Ленинградской АС.

Оперативный контроль подкритичности осуществляется путём расчётного мониторинга размножающих свойств всех БВ ХО-ЯТ для нормальных условий хранения и для постулируемых проектных аварий. По результатам расчётного мониторинга (не реже раза в месяц) составляется отчёт. При существенных изменениях в состоянии ХО-ЯТ (завоз новых ОТВС, перекомпоновка схемы хранения) периодический расчётный

контроль дополняется измерениями декремента затухания во фрагментах хранилища, в которых произошли наибольшие изменения состава. Экспериментальный контроль осуществляется в соответствии с методикой, обоснованной на основе расчётного анализа особенностей измерений в ХОЯТ ЛАЭС [5, 6].

Расчёты выполняются с помощью КП САПФИР_95&RC_XOЯТ. В 2005 г. комплекс аттестован в Ростехнадзоре [7]. С этого момента на Ленинградской АС ведётся непрерывный расчётный мониторинг подкритичности ХОЯТ.

Экспериментальная методика измерения декремента затухания нейтронного потока в хранилище Ленинградской АС отрабатывалась с использованием опытного образца установки УИП-006 [8].

Промышленный образец установки УИП-006 для измерения декремента затухания потока нейтронов в хранилище Ленинградской АС создан в 2009 г. [9] и заменил образец, который находился в опытной эксплуатации в ХОЯТ Ленинградской АС в период с 1998 по 2008 гг. В 2011 г. измерительная установка УИП-006 сертифицирована [10], а методика измерения прошла аттестацию [11].

В данной статье описаны средства контроля подкритичности, которые в течение нескольких лет успешно применяются в XOЯТ Ленинградской AC.

1. Процедура расчётного мониторинга хранилища Лениградской АС

По Федеральным нормам и правилам в области использования атомной энергии эффективный коэффициент размножения нейтронов $k_{\text{эф}}$ при хранении отработавшего ядерного топлива не должен превышать 0,95 при нормальной эксплуатации и при проектных авариях [2].

В техническом обосновании безопасности (ТОБ) ХОЯТ Ленинградской АС выделены три типа аварий, которые могут сопровождаться высвобождением реактивности:

- 1) длительное нарушение системы охлаждения, приводящее к выкипанию воды из пеналов, в которых хранятся ОТВС, и кипению теплоносителя в БВ;
- 2) обезвоживание БВ в результате утечки воды из хранилища и, как следствие, кипение теплоносителя в пеналах за счёт остаточного тепловыделения в топливе ОТВС:
- 3) нарушение шага расстановки пеналов с ОТВС при разрушении несущих консолей, на которых подвешены пеналы.

Задача расчётного анализа подкритичности ХОЯТ с использованием КП САП-ФИР_95&RC_ХОЯТ сводится к поиску локальных фрагментов хранилища с наибольшими размножающими свойствами и определению размножающих свойств $(k_{2\varphi})$ этих фрагментов при нормальных условиях хранения и при постулируемых аварийных ситуациях, оговорённых в ТОБ ХОЯТ.

Информация о местоположении фрагментов БВ с локальными максимумами размножающих свойств учитывается при планировании перестановок и при завозе в хранилище новых партий ОТВС.

В соответствии с методикой контроля подкритичности ХОЯТ [1, 6] при проведении импульсных экспериментов измерительная установка должна располагаться в центре обнаруженных локальных зон с

максимальными размножающими свойствами, а выделенный фрагмент используется для расчёта параметров импульсных экспериментов.

Постоянный мониторинг подкритичности в ХОЯТ Ленинградской АС начат с детального расчётного анализа размножающих свойств хранилища для состояния на июнь 2005 г. Результаты расчётов коэффициента размножения для пяти БВ ХОЯТ представлены в таблице. В расчётах учтено, что каждый БВ разделён на две части: левую и правую, в таблице номера соответствующих частей бассейна помечены буквами "л" и "п". Коэффициенты размножения получены на основе моделирования каждой из половинок БВ с учётом их реального заполнения отработавшими ТВС.

Для оценки коэффициентов размножения в аварийных ситуациях определены параметры состояний (плотности теплоносителя, шага расстановки пеналов ОТВС), при которых достигается наибольший коэффициент размножения. В таблице приведены значения коэффициента размножения для наихудшей комбинации этих параметров для каждой из аварийных ситуаций. Расчёты выполнены при определённых консервативных допущениях.

В частности, для первого и второго типа аварий предполагалось, что "экстремальные" значения плотности теплоноси-

Таблица. Размножающие свойства ХОЯТ Ленинградской АС (размещение ОТВС на июнь 2005 г.)

	$k_{ m s \phi}$							
Номер	Нормаль-	Обезво-	Нарушение	Нарушение				
БВ	ный режим	живание	системы	шага расста-				
	хранения	БВ	охлаждения	новки ТВС				
БВ-1л	0,620	0,741	0,740	0,732				
БВ-1п	0,620	0,732	0,734	0,785				
БВ-2л	0,626	0,719	0,729	0,795				
БВ-2п	0,628	0,733	0,736	0,786				
БВ-3л	0,624	0,736	0,737	0,777				
БВ-3п	0,625	0,740	0,740	0,778				
БВ-4л	0,630	0,745	0,749	0,778				
БВ-4п	0,626	0,732	0,738	0,782				
БВ-5л	0,633	0,745	0,742	0,784				
БВ-5п	0,631	0,730	0,738	0,784				

теля в канале или межканальном пространстве реализуются во всём объёме бассейна. Для аварии третьего типа предполагалось, что упавшие с разрушенной консоли ОТВС образуют плотную упаковку, при которой реализуется максимальный коэффициент размножения.

При выполнении расчётов учитывалось выгорание каждой ТВС в соответствии с информацией, содержащейся в базе данных ХОЯТ. Использование паспортных данных по выгоранию топлива в расчётах, выполняемых в рамках регулярного мониторинга, отличает эти расчёты от расчётов, сделанных при обосновании безопасности ХОЯТ. Последние проводятся при жёстких консервативных допущениях на глубину выгорания топлива. Предполагается, что всё топливо в хранилище имеет заданное минимальное выгорание существенно меньше проектного, при котором осуществляется реальная выгрузка ТВС из реактора.

Полученные в таких расчётах значения коэффициента размножения, как правило, близки с точностью до погрешности расчёта к предельному значению $k_{3\varphi}=0.95$. По такой методике выполнялись расчёты по обоснованию схем размещения в ХОЯТ Ленинградской АС отработавшего топлива 2,4 % обогащения и топлива 2,6 %, 2,8 % обогащения (содержащего интегрированный выгорающий поглотитель на основе эрбия) с использованием КП САПФИР_95 &RC_ХОЯТ и при проведении расчётной экспертизы результатов обоснования лабораторией ядерной безопасности ГНЦ РФ-ФЭИ.

Сопоставление результатов расчётного мониторинга с предельным значением коэффициента размножения нейтронов позволяет оценить изменение запаса подкритичности при планировании различных операций в БВ ХОЯТ. Под запасом подкритичности $\Delta k_{\rm эф}$ здесь и далее понимается разность между предельным значением $k_{\rm эф}^{\rm пред} = 0.95 - \delta$ (где δ – погрешность расчёта) и наибольшей оценкой коэффициента размножения, полученной для постулируемых аварийных состояний.

Результаты расчётов, приведенные в таблице, показали, что в БВ ХОЯТ Ленинградской АС на момент начала расчётного мониторинга запас подкритичности $\Delta k_{\rm 9}$ ф во всех БВ был не ниже 0,13.

Расчётами выявлено, что в каждом БВ существуют несколько фрагментов с близкими значениями локальных максимумов размножающих свойств, которые необходимо проверять при проведении периодического мониторинга с учётом перестановок ОТВС, выполняемых в БВ, при размещении новых партий ОТВС или при иных технологических операциях.

Итогом выполненных исследований стало включение в регламент мероприятий по обеспечению ядерной безопасности ХО-ЯТ периодических проверок и оценок размножающих свойств всех БВ хранилища с использованием КП САПФИР_95&RC_XOЯТ.

Для обеспечения оперативности расчётов КП САПФИР_95&RC_ХОЯТ дополнен набором сервисных модулей, которые осуществляют подготовку файлов для расчётов подкритичности БВ, а затем обрабатывают результаты расчётов. Для создания расчётной модели хранилища и при формировании входных файлов для КП САПФИР_95 &RC XOЯТ используется база данных XO-ЯТ Ленинградской АС, которая содержит следующую информацию о каждой ОТВС: начальное обогащение, энерговыработка, профиль выгорания топлива по высоте, местоположение в хранилище. Все расчёты выполняются под управлением программыоболочки с дружественным для пользователя диалоговым интерфейсом.

С 2005 г. на Ленинградской АС отслеживаются изменения размножающих свойств БВ ХОЯТ с помощью КП САПФИР_95 &RC_ХОЯТ. Динамика изменения за указанный период размножающих свойств одного из БВ ХОЯТ показана на рис. 1.

В январе 2010 г. вновь завезённые ОТВС в БВ-4п (четвёртый БВ, правая сторона) размещены, в том числе, в свободные места вблизи фрагмента с максимальными размножающими свойствами, что привело к увеличению его размножающих свойств.

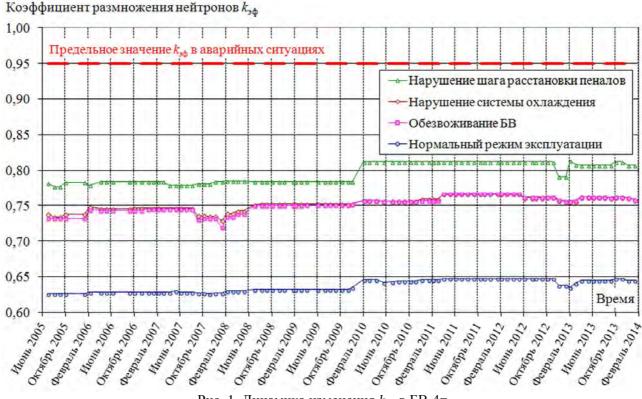


Рис. 1. Динамика изменения $k_{\text{эф}}$ в БВ-4п

И, как следствие, возник хорошо видимый на рис. 1 "скачок" размножающих свойств данного БВ.

В конце 2012 г. из-за перевода части ОТВС 2,4 % обогащения из ХОЯТ на сухое хранение наблюдалось уменьшение размножающих свойств БВ-4п. С февраля 2013 г. освободившиеся места начали заполнять поступающими с энергоблоков ОТВС 2,6 и 2,8 % обогащения, вследствие чего спад размножающих свойств сменился ростом с выходом практически на прежний уровень подкритичности.

Таким образом, за время мониторинга размножающих свойств данного наблюдался почти не меняющийся запас подкритичности при сохранении постоянного объёма ввозимых, а с 2012 г. и вывозимых ОТВС. Аналогичная ситуация характерна и для остальных БВ хранилища Ленинградской АС. Такой эффект достигнут за счёт размещения в хранилище новых партий ОТВС и перестановок ранее завезённого топлива по специально разработанным схемам с чередованием ОТВС разных размножающих свойств. Выбор и обоснование схем осуществлялись на основе расчётных исследований, выполненных с помощью КП САПФИР_95&RC_XOЯТ.

2. Оценка подкритичности БВ на основе измерений декремента затухания нейтронного потока

На практике расчётно-экспериментальная методика контроля подкритичности в хранилище на основе импульсных экспериментов [5] реализуется по следующему алгоритму.

1) Выполняется расчёт коэффициента размножения всех БВ ХОЯТ для нормальных условий хранения и при имитации аварийных состояний. В каждом из БВ определяется фрагмент с наибольшими размножающими свойствами. Для этого с исполь-САПФИР_95&RC_ХОЯТ КΠ зованием проводится трёхмерный расчёт всего БВ. В выбранном фрагменте по месту положения максимума сопряжённой собственной функции уравнения для определения декремента затухания α_0 определяется место для размещения импульсного нейтронного генератора (ИНГ) и детектора [5].

Процедура выделения фрагмента с наибольшими размножающими свойствами и выбора места для размещения экспериментальной установки изображена на рис. 2.

- 2) В выбранном фрагменте проводится серия импульсных измерений при перемещении генератора и детектора по высоте ТВС. Определяется минимальное значение $\alpha_{\min}^{\text{эксп}} = \min \alpha^{\text{эксп}}(z)$.
- 3) Для этого же фрагмента проводится серия расчётов с моделированием экспериментов, на основе которых получается расчётная зависимость декремента затухания от положения детектора. Определяется минимальное значение $\alpha_{\min}^{\text{pac}^{\text{q}}} = \min_{z} \alpha^{\text{pac}^{\text{q}}}(z)$. Для выделенного фрагмента расчёты выполняются с условиями отражения на боковых границах и с нулевыми граничными условиями на торцах.
- 4) На основе сопоставления результатов расчётов и измерений делается заключение об их взаимной согласованности.
- 5) Определяется предельная высотная зависимость декремента затухания, которая

получается на основе расчётов с имитацией условий экспериментов, аналогичных п. 3, при искусственно уменьшенном выгорании топлива в ТВС фрагмента до минимального порогового значения.

Пороговое выгорание топлива подбирается на основе предварительных расчётов. Проводится серия расчётов с уменьшением средней глубины выгорания топлива, пока эффективный коэффициент размножения нейтронов $k_{\rm эф}$ в "невозмущённом" (без пенала с измерительной установкой) исследуемом фрагменте для всех постулируемых аварий не достигнет (снизу) значения 0,95 за вычетом погрешности расчёта $\delta = \pm 0,02$ [7]. Для этого выгорания вычисляется предельная высотная зависимость декремента затухания $\alpha^{\rm пред}(z)$. По полученной предельной зависимости находится минимальное значение $\alpha^{\rm пред}_{\rm min} = \min \alpha^{\rm пред}(z)$.

6) На основе результатов сравнения измеренного значения $\alpha^{\text{эксп}}(z)$ и $\alpha^{\text{пред}}(z)$ по разности $\Delta\alpha_{\min} = \alpha_{\min}^{\text{эксп}} - \alpha_{\min}^{\text{пред}}$ делается предварительное заключение о величине "запа-

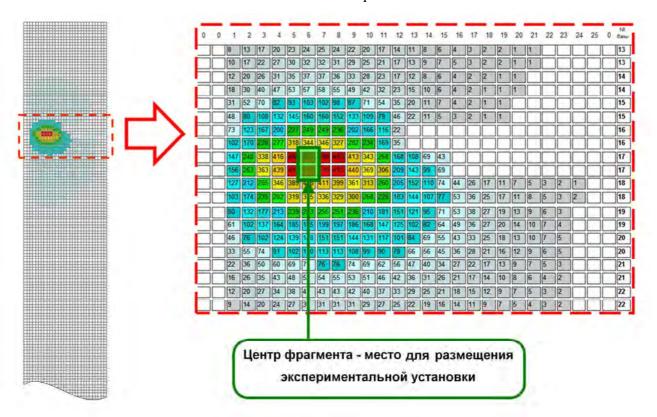


Рис. 2. Схема выбора фрагмента БВ с наибольшими размножающими свойствами и места для размещения в нём экспериментальной установки (БВ-4п, 2011 г.)

са" подкритичности исследуемого фрагмента БВ.

- 7) Для выбранного фрагмента с учётом сопоставления расчётных и экспериментальных значений декремента затухания уточняются значения $k_{9\varphi}$ при имитации аварийных ситуаций (нарушение системы охлаждения, обезвоживание хранилища, нарушение шага расстановки ОТВС). На основе совокупности расчётных и экспериментальных данных делается окончательное заключение о выполнении требований правил ядерной безопасности в ХОЯТ.
- 8) Результаты расчётов и измерений заносятся в базу данных ХОЯТ. Сопоставление данных, полученных в разные моменты времени, позволяет отслеживать изменение подкритичности БВ в процессе перестановки ОТВС и завоза новых партий отработавшего топлива.

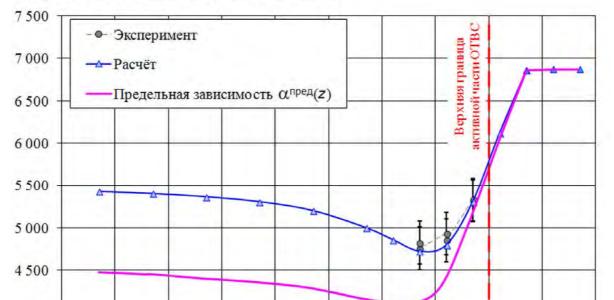
Ключевым этапом применения методики служит проверка согласованности результатов расчётного моделирования и измерений. На этом этапе проверяется и методика измерений, и адекватность расчётной модели исследуемого фрагмента.

Ниже на примере одной из серий измерений, выполненных с использованием измерительной установки УИП-006, продемонстрирована схема сопоставления экспериментальных и расчётных данных.

В 2011 г. на этапе ввода в эксплуатацию промышленного образца установки УИП-006 выполнены измерения декремента затухания нейтронного потока после импульса нейтронного генератора, размещённого в центре фрагмента с наибольшими размножающими свойствами бассейна БВ-4п хранилища. На рис. 3 одновременно представлены результаты измерений, расчётная и предельная высотные зависимости для данного фрагмента.

Результаты расчёта и эксперимента согласуются в пределах погрешности измерений, из чего можно сделать заключение, что в расчёте фрагмент и условия эксперимента моделируются корректно, а следовательно, и значения коэффициентов размножения, полученные в расчёте, являются надёжной численной оценкой размножающих свойств БВ-4п.

Кроме прямого сравнения результатов



Декремент затухания нейтронного потока α, c-1

Рис. 3. Экспериментальная, расчётная и предельная высотные зависимости декремента затухания в БВ-4п

550

500

Положение детектора от низа активной части ОТВС, см

650

700

750

600

400

450

350

4 000

3 500 -

300

расчётов и измерений в конкретном фрагменте полученные результаты сопоставляются с измерениями, выполненными ранее. Эта процедура позволяет отслеживать изменение подкритичности в хранилище, опираясь не только на расчётные данные, но и на периодически проводимые измерения декремента затухания нейтронного потока. Для такого сопоставления использована графическая форма представления экспериментальных и расчётных данных.

Все экспериментальные значения декремента затухания $\alpha_{\min}^{\text{эксп}}$ представляются на одной диаграмме. По оси абсцисс откладываются расчётные значения декремента затухания в минимуме зависимости $\alpha_{\min}^{\text{pacq}} = \min_{z} \alpha^{\text{pacq}}(z)$ (см. рис. 4). Эти значения для каждого фрагмента получены при измерениях на высоте ~ 650 см от низа активной части ОТВС.

Также на данной диаграмме представлены результаты измерений на высоте ~ 350 см от низа ОТВС, где топливо имеет наибольшее выгорание. Измерения в этой области важны, поскольку они позволяют

оценить степень выгорания топлива в ОТВС – основной источник неопределённости расчётного обоснования подкритичности БВ.

На рис. 4 приведены результаты измерений, полученные с использованием опытного (1999-2000 гг.) и промышленного (2009-2011 гг.) образцов измерительной установки. Кроме того, в 1999 г. проведена одна серия измерений, в которой генератор и детектор синхронно перемещались по высоте БВ в разных пеналах, расстояние между осями пеналов составляло ~ 35 см.

В таком представлении (при идеальном согласовании результатов моделирования с экспериментом) измеренные значения декремента затухания α_{\min} для различных фрагментов ХОЯТ должны аппроксимироваться прямой линией.

Если результаты измерений выходят за пределы коридора погрешности измерений \pm 250 с⁻¹ относительно линейной зависимости, то это может служить сигналом того, что измерения проведены с нарушением методики или же состав исследуемого фрагмента, занесённый в базу данных ХОЯТ,

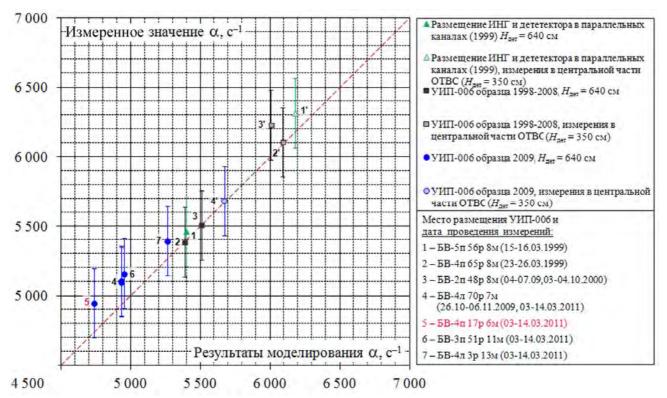


Рис. 4. Графическое представление экспериментальных данных: красным цветом выделен эксперимент, который выявил фрагмент XOЯТ с наименьшим запасом подкритичности

не соответствует реальному, или ошибка допущена в расчётах.

Расчётными исследованиями установлено, что величина α_{\min} монотонно возрастает при увеличении выгорания [5]. Эту закономерность предложено учитывать и использовать минимальное измеренное значение декремента затухания нейтронного потока $\alpha_{\min}^{\text{эксп}}$ в качестве контролируемого параметра при обосновании ядерной безопасности в хранилище.

Измеряемый на опыте параметр $\alpha_{\min}^{\mathfrak{RKN}}$ в некотором смысле удобнее и универсальнее, чем глубина выгорания топлива, поскольку обеспечивает достаточно простую связь между выгоранием ОТВС и асимптотическим декрементом затухания нейтронного потока α_0 , а через известную формулу Симмонса–Кинга – и с коэффициентом размножения $k_{\mathfrak{SP}}$ [12].

При этом объединение через общую базу данных процедуры обработки экспериментов с результатами расчётного моделирования позволяет каждый этап от планирования эксперимента до анализа результатов измерений обеспечить расчётной поддержкой.

На основе расчётных исследований и анализа экспериментальных данных выявлено, что зависимость от выгорания минимального значения декремента затухания нейтронного потока $\alpha_{\min} = \min \alpha(z)$, определяемого в экспериментах с перемещением генератора и детектора по высоте вдоль активной части ТВС, близка к соответствующей зависимости асимптотического декремента затухания нейтронного потока α_0 [5]. В работе [5] показано, что разность $\alpha_{\min} - \alpha_0$ определяется особенностью измерительной установки и мало изменяется при измерениях в фрагментах БВ, отличающихся обогащением и глубиной выгорания топлива.

Показано, что систематическое отличие значений α_{min} от α_0 связано с двумя факторами: возмущением, вносимым измерительной установкой, и расстоянием между

генератором и детектором. Первый может быть учтён путём введения корректировочного расчётного коэффициента $\alpha_{\min}/\alpha_{\min}^{\text{дет}}$, где $\alpha_{\min}^{\text{дет}}$ — декремент затухания, рассчитанный при моделировании фрагмента с пеналом, в котором перемещается генератор и детектор; α_{\min} — декремент затухания, рассчитанный без учёта возмущения, вносимого измерительной установкой.

В результате поправленные экспериментальные значения $\alpha_{\min}^{\text{корр}} = \alpha_{\min}^{\text{эксп}} \alpha_{\min} / \alpha_{\min}^{\text{дет}}$ как функции α_0 , рассчитанных для каждого из фрагментов, должны ложиться на две эквидистантные прямые, соответствующие двум вариантам измерительных установок, отличающихся расстоянием между генератором и детектором. При создании промышленного образца в измерительной установке расстояние между генератором импульсов и детектором увеличено до 50 см, а в опытном образце расстояние составляло 35 см.

Так как разность $\alpha_{\min}^{\text{корр}} - \alpha_0$ слабо зависит от обогащения и выгорания топлива, то влияние конструкции измерительной установки на результаты измерений можно практически полностью компенсировать, если в качестве характеристики размножающих свойств фрагментов БВ использовать разницу $\alpha_{\min}^{\text{корр}} - \alpha_{\min}^{\text{пред}}$. Здесь $\alpha_{\min}^{\text{пред}} = \min_{z} \alpha^{\text{пред}}(z)$ — предельное значение декремента затухания. Рассчитанное значение $\alpha_{\min}^{\text{пред}}$ для одного типа измерительной установки слабо зависит от обогащения и выгорания ТВС и, следовательно, почти не отличается для разных фрагментов.

На рис. 5 оценки $\Delta\alpha_{\min} = \alpha_{\min}^{\text{корр}} - \alpha_{\min}^{\text{пред}}$ приведены как функции асимптотического декремента затухания α_0 . Значения α_0 рассчитаны для всех "невозмущённых" фрагментов ХОЯТ, в которых проведены измерения. Моделирование экспериментов с имитацией условий измерений показало, что для ОТВС, размещённых в ХОЯТ, результаты измерений $\Delta\alpha_{\min}$ можно аппроксимировать линейной функцией от α_0 .

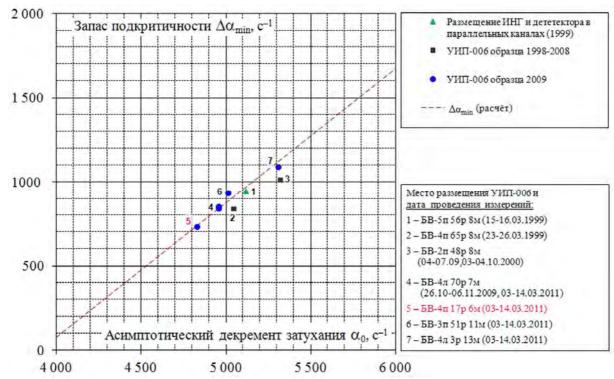


Рис. 5. Оценки запаса подкритичности: красным цветом выделен эксперимент, который выявил фрагмент XOЯТ с наименьшим запасом подкритичности

Графическая форма представления данных позволяет оперативно оценить результаты экспериментов, сопоставить между собой различные фрагменты хранилища по степени подкритичности, используя результаты измерений с обоими типами установок. Чем больше величина $\Delta\alpha_{min}$, тем больше запас подкритичности фрагмента, в котором проведены измерения.

В представленных сериях измерений наименьшее значение $\Delta\alpha_{\min} \approx 730 \text{ c}^{-1}$ получено в экспериментах, проведенных в период с 03 по 14 марта 2011 г. во фрагменте БВ-4п. Результаты расчётных исследований с использованием КП САПФИР_95&RC_ XOЯТ показали, что этому значению $\Delta\alpha_{\min}$ соответствует оценка запаса подкритичности $\Delta k_{\rm 3\phi}$ не ниже 0,12 при наихудшей аварийной ситуации.

 $\Delta k_{\rm s\phi} = k_{\rm s\phi}^{\rm npe, n} - k_{\rm s\phi}^{\rm max} = 0.95 - \delta - k_{\rm s\phi}^{\rm max}$, где $\delta = 0.02$ – погрешность расчёта КП САП-ФИР_95&RC_XOЯТ [7], $k_{\rm s\phi}^{\rm max}$ – максимальное значение $k_{\rm s\phi}$ в постулируемых ТОБ ХОЯТ аварийных ситуациях.

Совокупность результатов расчётов $\Delta k_{3\phi}$ так же, как и $\Delta \alpha_{\min}$, с хорошей точностью аппроксимируется линейной зависимостью от α_0 как для нормальных условий хранения, так и для постулируемых аварийных ситуаций. На рис. 6 показаны рассчитанные значения запаса подкритичности $\Delta k_{3\phi}$ как функции α_0 для всех фрагментов ХОЯТ, в которых проводились измерения.

Сплошными линиями показаны обобщённые расчётные зависимости $\Delta k_{3\varphi}$ как функции α_0 , полученные при варьировании выгорания топлива в диапазоне, охватывающем все хранящиеся в ХОЯТ типы ТВС. Для каждого из исследованных фрагментов хранилища оценки $\Delta k_{3\varphi}$ при имитации трёх постулируемых аварийных состояний различаются незначительно.

Сопоставление данных, приведенных на рис. 5 и 6, показывает, что экспериментальная оценка запаса подкритичности $\Delta\alpha_{\min}$ коррелирует с расчётной оценкой $\Delta k_{\text{эф}}$. Это обстоятельство позволяет по результатам измерений $\Delta\alpha_{\min}$ оперативно оценивать запас подкритичности в единицах реактивности, воспользовавшись соот-

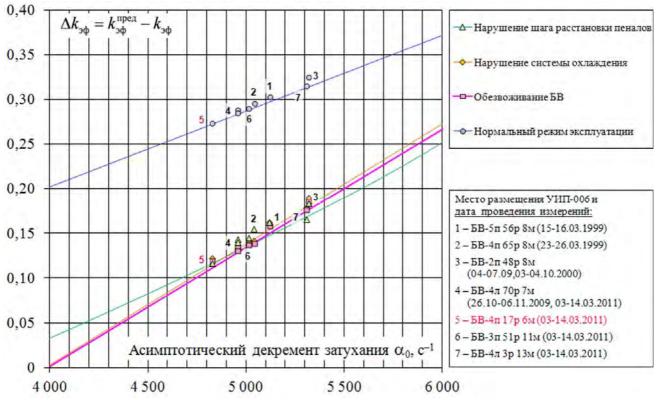


Рис. 6. Зависимость $\Delta k_{^{3\varphi}}$ от α_0 : красным цветом выделен эксперимент, который выявил фрагмент ХО-ЯТ с наименьшим запасом подкритичности

ношением $\Delta k_{\rm s\phi} = \Delta \alpha_{\rm min} C$, которое связывает измеряемую величину $\Delta \alpha_{\rm min}$ и $\Delta k_{\rm s\phi}$ аналогично формуле Симмонса–Кинга, поскольку для ОТВС, размещённых в хранилище, коэффициент пропорциональности можно принять константой.

При оценке подкритичности фрагментов с $\Delta k_{\rm 3 \dot \phi} < 0.15$ ($\Delta \alpha_{\rm min} < 900~{\rm c}^{-1}$) эта константа определяется из расчётов $\Delta k_{\rm 3 \dot \phi}$ для аварий с нарушением системы охлаждения и обезвоживания БВ, у которых запас подкритичности в этой области минимален (см. рис. 6).

Эта обобщённая зависимость служит ориентиром при анализе экспериментальных и расчётных результатов. Окончательная же оценка подкритичности БВ делается с учётом результатов прямых расчётов $\Delta k_{\rm эф}$ для нормальных условий хранения ОТВС и постулируемых аварий, которые заносятся в базу данных ХОЯТ вместе с данными измерений и результатами моделирования экспериментов.

Заключение

Внедрение на Ленинградской АС в качестве дополнительного средства контроля подкритичности БВ ХОЯТ расчётно-экспериментальной методики, использующей КП САПФИР_95&RC_ХОЯТ в сочетании с импульсными экспериментами по определению декремента затухания потока нейтронов (α-метод), позволяет оперативно отслеживать изменения, происходящие в ХОЯТ, и тем самым повысить безопасность хранения отработавшего ядерного топлива.

В соответствии с этой методикой в XOЯТ с 2005 г. ведётся постоянный расчётный мониторинг изменения размножающих свойств в БВ. Начиная с 2009 г. реализована возможность подтверждения результатов расчётов данными измерений.

Опыт применения расчётно-экспериментальной методики контроля подкритичности показал, что импульсные эксперименты при соответствующей расчётной поддержке являются эффективным инструментом, сочетающим одновременно и контроль подкритичности, и контроль глубины

выгорания топлива в ОТВС исследуемого фрагмента ХОЯТ.

Список литературы

- 1. Артемов В.Г., Зинатуллин Р.Э., Иванов А.С., Карпов А.С., Пискарев А.В., Шемаев Ю.П. Комплекс программ САПФИР_95&RC _XOЯТ для контроля подкритичности в хранилище отработавшего ядерного топлива Ленинградской атомной электростанции // НИТИ им. А.П. Александрова: Годовой отчет 2004. СПб.: ООО "НИЦ "Моринтех", 2005, с. 130–136.
- 2. *Правила* безопасности при хранении и транспортировании ядерного топлива на объектах использования атомной энергии. Ростехнадзор, Федеральные нормы и правила в области использования атомной энергии, НП-061-05, 2005.
- 3. **Внуков В.С.** Глубина выгорания как параметр ядерной безопасности для хранилищ и транспортных упаковочных комплектов с отработавшим ядерным топливом // Атомная техника за рубежом. 1990, № 12, с. 9–11.
- 4. Сомов И.Е., Николаев С.А., Полевой В.Б., Немытов С.А., Беспалов В.Н. Расчётно-экспериментальные методы определения параметров при хранении и обращении с ОЯТ // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2002, вып. 3, с. 15–25.
- 5. Артёмов В.Г., Зинатуллин Р.Э., Иванов А.С., Карпов А.С., Пискарёв А.В., Шемаев Ю.П. Исследование особенностей экспериментов с импульсным источником нейтронов в хранилищах отработавшего ядерного топлива РБМК. Там же, 2016, вып. 1, с. 12–26.
- 6. *РД ЭО 0613-2005*. Методика контроля подкритичности хранилищ отработавшего ядерного топлива Ленинградской АЭС с помощью установки УИП-006. М.: Росэнергоатом, 2004.
- 7. *Программный комплекс* CAПФИР_95&RC_ XOЯТ с библиотекой констант БНАБ-78/С-95.

- Аттестационный паспорт № 203 Ростехнадзора от 23.06.2005.
- 8. *Кудрявцев К.Г.*, *Калязин Н.Н.*, *Боло- тов Д.В.*, *Ельшин А.В.*, *Артемов В.Г.*, *Писка- рев А.В.* Контроль за размножающими свойствами хранилища ОЯТ Ленинградской АЭС с использованием комплекса программ САПФИР _95&RC и установки измерения подкритичности УИП-005 / XVII межд. фестиваль "Dysnai-2004", июль 2004 г., Литва. URL: http://www.dysnai.org/Reports/2000-2004/2004/2004.rar, свободный (дата обращения: 29.02. 2016).
- 9. Сомов И.Е., Николаев С.А., Чернов В.А., Ибрагимов Р.Л., Волков В.С., Лобов А.Г., Мастеров А.В., Касьян А.Ю., Давиденко Н.Н., Ярославцев Г.Ф., Лебедев В.И., Беспалов В.Н. Установка контроля подкритичности заданных областей БВ ХОЯТ / Сб. докладов VII Межд. научно-техн. конф. "Безопасность, эффективность и экономика атомной энергетики", с. 129–131. Москва, 26-27 мая 2010 г.
- 10. *Свидетельство* об утверждении типа средств измерений RU.C.38.002.A № 42530 от 05.05.2011 г., Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии.
- 11. *Свидетельство* об аттестации методики радиационного контроля № 40090.1Д291 от $16.05.2011 \, \Gamma$., ФГУП "ВНИИФТРИ".
- 12. Стумбур Э.А., Матвеенко И.П., Шокодько А.Г. Интегральные импульсные методы измерения реактивности / В сб. "Теоретические и экспериментальные проблемы нестационарного переноса нейтронов", с. 245–267. М.: Атомиздат, 1972.

Контактная информация — Артёмов Владимир Георгиевич, зав. лаб., тел.: (813-69)6-07-81, e-mail: otd10@mail.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2016, вып. 1, с. 27–38.

УДК 621.039.5

Новый бенчмарк для кросс-верификации детерминистических нестационарных кодов для расчётов переноса нейтронов без пространственной гомогенизации

В.Ф. Бояринов, А.Е. Кондрушин, П.А. Фомиченко,

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Статья поступила в редакцию 28.05.2015 г.

Разработан новый пространственно-временной бенчмарк для кросс-верификации детерминистических программ, решающих нестационарное уравнение переноса нейтронов без пространственной гомогенизации. В качестве основы для нового бенчмарка выбран хорошо известный стационарный бенчмарк C5G7. Рассчитаны и приведены в статье кинетические параметры нового бенчмарка. Предложенный бенчмарк рассчитан по программе SUHAM-TD, в которой реализован метод поверхностных гармоник (МПГ). Авторы надеются привлечь внимание других исследователей для участия в расчётах предложенного бенчмарка.

Ключевые слова: переходные процессы, нестационарный бенчмарк C5G7-TD, МПГ, программа SUHAM-TD.

New Benchmark for Cross-Verification of the Deterministic Time-Dependent Codes for Neutron Transport Calculations without Spatial Homogenization. V.F. Boyarinov, A.E. Kondrushin, P.A. Fomichenko, NRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.

The new space-time neutron kinetics benchmark for cross-verification of the deterministic time-dependent codes solving the time-dependent neutron transport equation without spatial homogenization was developed. The well-known stationary benchmark C5G7 was chosen as the basis for benchmark. Kinetics parameters for new benchmark were calculated and given in this paper. The proposed benchmark was calculated by SUHAM-TD code, which realizes the surface harmonic method (SHM). Authors hope to attract the attention of other researchers to participate in calculations of the proposed benchmark.

Key Words: Neutron Transients, Space-Time Benchmark C5G7-TD, SHM, SUHAM-TD Code.

Введение

В последнее время повышенное внимание уделяется развитию программ для расчёта переходных процессов в ядерных реакторах. По нашему мнению, чтобы быть уверенным в надёжности моделирования нейтронной физики современными программами, рассчитывающими переходные процессы, часть программы, отвечающая за нейтронную кинетику, должна быть основана на полномасштабных расчётах нестационарного уравнения переноса нейтронов без использования диффузионного приближения и пространственной гомогенизации.

Важным пунктом применения таких усовершенствованных подходов служит верификация программных модулей нейтронной кинетики. Общей практикой для этого является кросс-верификация программных модулей нейтронной кинетики, которые

используются для расчёта тщательно определённых тестов или "бенчмарков" [1]. Но, по нашему мнению, имеющиеся в настоящее время тесты пространственно-временной нейтронной кинетики содержат своего рода пробел. С одной стороны, существует набор простых диффузионных бенчмарков. Расчётная область в таких задачах представляет собой несколько гомогенных зон, описанных, как правило, малогрупповыми диффузионными нейтронно-физическими макроконстантами.

К таким бенчмаркам можно отнести тесты BSS-6, 8-A1 [1], TWIGL [2], PHWR [3], OBLONG [4] и др. Главная их особенность в том, что они просты и при этом сохраняют актуальность и в сегодняшние дни, находя свое применение, как правило, для отладки программ на начальном этапе разработки. Однако такие тесты не позволяют провести верификацию кодов, проводящих

расчёты без пространственной гомогенизации и использования диффузионного приближения.

С другой стороны, имеется набор значительно более сложных бенчмарков, которые описывают гетерогенную структуру среды, в качестве характеристик материалов содержат концентрации нуклидов и, как правило, включают в себя характеристики обратных связей и т.д. К этой группе бенчмарков можно отнести PWR MOX/UO2 Core Transient Benchmark [5], Prismatic Coupled Neutronics/Thermal Fluids Transient Benchmark of MHTGR-350 MW Core Design [6], PBMR coupled neutronics/thermal-hydraulics transient benchmark the PBMR-400 core design [7] и др. Результаты их расчётов содержат дополнительные неопределённости, связанные с различием ядерных данных, погрешностью теплогидравлических кодов и др. Этот факт не даёт возможности выделить методическую погрешность метода, заложенного в расчётную программу.

Следует отметить, что приведенная граница между типами существующих пространственно-временных бенчмарков является условной, так как существуют тесты, обладающие признаками обеих групп. В качестве примера можно привести тесты, которые можно в целом отнести к первой группе бенчмарков, но константы, содержащиеся в этих задачах, не являются диффузионными. К таким тестам можно отнести одномерный транспортный тест 16-A1 [1] и транспортный вариант теста TWIGL [8].

Поэтому существует необходимость развития пространственно-временного нейтронного кинетического бенчмарка с гетерогенным описанием пространственных областей для решения пространственно-временного группового уравнения переноса нейтронов без обратных связей. Физические материалы в этих бенчмарках должны быть описаны макроскопическими сечениями для уравнения переноса. Такие бенчмарки позволили бы проводить верификацию детерминистических программ с выделением методической составляющей неопределённости расчёта.

1. Бенчмарк C5G7

Хорошо известный бенчмарк для детерминистических транспортных расчётов без пространственной гомогенизации (бенчмарк C5G7) выбран в качестве основы для развития необходимого теста. Этот тест завершён в 2003 г. и описан в отчёте ОЕСD [9]. Следует отметить, что в этой статье рассматривается расширенный вариант этого теста (выполнен в 2005 г.) [10]. Расширенный вариант – это 3D модель, содержащая дополнительно характеристики поглощающего стержня.

Приведём краткое описание бенчмарка C5G7. Тест C5G7 содержит шестнадцать топливных сборок с симметрией активной зоны в 90° с заданными семигрупповыми макроскопическими сечениями материалов. Бенчмарк C5G7 состоит из восьми сборок MOX, восьми сборок UO₂ и области замедлителя. Сектор симметрии двумерной конфигурации бенчмарка вместе с граничными условиями представлен на рис. 1.

Имеется восемь типов ячеек с символическими именами: UO₂, MOX 4,3 %, MOX 7,0 %, MOX 8,7 %, направляющая труба, замедлитель и поглощающий стержень. Загрузка 4-х топливных сборок, представленных на рис. 1, дана на рис. 2. Каждая ячейка состоит из двух зон за исключением ячеек с символическим именем "замедлитель" (одна зона). Двухзонная ячейка показана на рис. 3. В работе [10] содержатся все гео-



Рис. 1. Сектор симметрии двумерной конфигурации бенчмарка C5G7

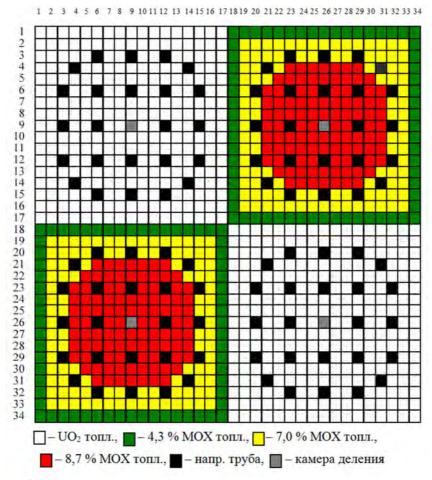


Рис. 2. Загрузка топливных сборок в бенчмарке C5G7. Рисунок взят из [10]

метрические параметры и сечения.

Следует отметить следующие причины, по которым этот бенчмарк выбран в качестве основы для создания нестационарного бенчмарка:

- бенчмарк C5G7 специально разработан для тестирования способности современных детерминистических транспортных методов и программ решать реакторные задачи без пространственной гомогенизации;
- нет никаких неопределённостей в начальных данных. Следовательно, все возможные отличия в результатах вызваны только методическими ошибками и различиями в используемых программах;

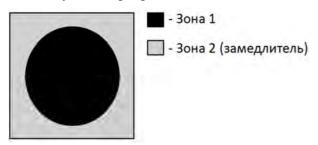


Рис. 3. Структура топливной ячейки в C5G7

- существует спецификация модели, которая служит основой для бенчмарка C5G7. Имеются характеристики материалов ячеек с заданными концентрациями нуклидов и энергетической структурой, таким образом, необходимые групповые скорости нейтронов и характеристики запаздывающих нейтронов могут быть приготовлены;
- этот тест является хорошо известным международным бенчмарком. Поэтому в литературе уже имеется достаточное число стационарных результатов.

2. Нестационарный бенчмарк C5G7-TD

Чтобы расширить бенчмарк C5G7 до нестационарного, необходимо определить нестационарные возмущения, вызывающие переходной процесс, и приготовить следующие кинетические характеристики: доли запаздывающих нейтронов, константы распада предшественников запаздывающих нейтронов, групповые спектры запаздыва-

ющих нейтронов и групповые скорости нейтронов.

3. Подготовка кинетических характеристик

Как уже отмечено, спецификация модели, которая является основой для бенчмарка C5G7, имеется. Геометрические и нуклидные характеристики ячеек даны в [11]. В соответствии с [11] топливные ячейки и ячейки с направляющей трубой имеют исходную структуру, представленную на рис. 4 и 5, соответственно.

Опишем модель [12], выбранную для подготовки параметров запаздывающих нейтронов в физических зонах. Доли $\beta_{i,R}$ запаздывающих нейтронов рассчитывались по следующей формуле:

$$\beta_{i,R} = \sum_{A \in R} a_{A,i} F_{A,R}^{D} / \sum_{A \in R} F_{A,R} ,$$
 (1)

где R — физическая зона (рис. 3), i — номер группы запаздывающих нейтронов, A — делящийся нуклид, $a_{A,i}$ — относительный выход запаздывающих нейтронов группы i де-

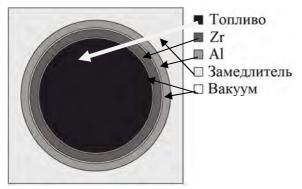


Рис. 4. Исходная структура топливной ячейки [11]

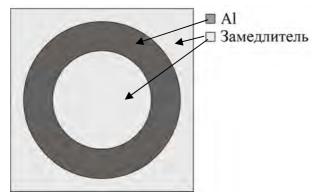


Рис. 5. Исходная структура ячейки с направляющей трубой [11]

лящегося нуклида A, $F_{A,R}^{D}$ и $F_{A,R}$ – интегралы по объёму физической зоны R от скорости генерации запаздывающих нейтронов $F_{A}^{D}(\mathbf{r})$ и полной скорости генерации нейтронов $F_{A}(\mathbf{r})$, соответственно. Последние скорости генерации нейтронов имеют вид:

$$\begin{split} F_A^{\,D}(\mathbf{r}) &= \sum_{g=1}^G R_{\nu \Sigma_f,A,g}^{\,D}(\mathbf{r}) \,, F_A^{\,}(\mathbf{r}) = \sum_{g=1}^G R_{\nu \Sigma_f,A,g}(\mathbf{r}) \,, \\ \text{где } R_{\nu \Sigma_f,A,g}^{\,D}(\mathbf{r}) &= V_{d,A,g}^{\,} \Sigma_{f,A,g}^{\,} \phi_g^{\,}(\mathbf{r}) \,, \\ R_{\nu \Sigma_f,A,g}^{\,}(\mathbf{r}) &= V_{A,g}^{\,} R_{\Sigma_f,A,g}^{\,}(\mathbf{r}) \,, \end{split}$$

 $R_{\Sigma_f,A,g}({f r}) = \Sigma_{f,A,g} \phi_g({f r})\,,\,\,g$ — номер энергетической группы нейтронов, $\nu_{d,A,g}$ — число запаздывающих нейтронов на один акт деления нуклида A в энергетической группе g, $\nu_{A,g}$ — число нейтронов на один акт деления нуклида A в энергетической группе g, $\Sigma_{f,A,g}$ — макроскопическое сечение деления нуклида A в группе g, $\phi_g({f r})$ — нейтронный

поток в группе д.

Чтобы получить скорости генерации нейтронов $F_{A,R}^D$ и $F_{A,R}$ проводился расчёт по программе WIMS-D [13] в 69-групповом приближении, и результаты были свёрнуты в 7 энергетических групп. Границы 7-группового энергетического разбиения в программе WIMS-D выбраны наиболее близкими к 7-групповой энергетической структуре бенчмарка C5G7, представленной в [14] (ANL структура). Обе энергетические структуры представлены в таблице. Для подготовки кинетических параметров топливных зон (рис. 3) значения $F_A^D(\mathbf{r})$ и $F_A(\mathbf{r})$ усреднены по всем зонам ячейки, представленной на рис. 4, кроме зоны замедлителя.

Здесь отметим, что программа WIMS-D4 выдаёт на выходе интегральные по зоне R реакции типа $R_{v\Sigma_f,A,g}$ и $R_{\Sigma_f,A,g}$. Таким образом, чтобы получить функционал $F_{A,R}^D$ необходимо знать величины $v_{d,A,g}$. Последняя величина рассчитывалась на основе предположения [12, 15], что ниже 5 МэВ и выше 7 МэВ $v_{d,A,g}$ является константой и

	гаолица. 7-групповая энергетическая структура							
	ANL структура	WIMS-D структура						
Группа	Область энергий, эВ	Группы	Область энергий, эВ					
1	1 1,0E71,36E6		1,0E71,353E6					
2	1,36E69,2E3	514	1,353E69,118E3					
3	9,2E355,6	1523	9,118E348,052					
4	55,64,1	2427	48,0524,00					
5	4,10,63	2845	4,000,625					
6	0,630,13	4655	0,6250,14					
7	0,130	5669	0,140					

Т а б л и ц а. 7-групповая энергетическая структура

равна числу запаздывающих нейтронов на акт деления $V_{d,A}^t$ для тепловых нейтронов и $V_{d,A}^f$ для быстрых нейтронов, соответственно. Между 5 и 7 МэВ величина $V_{d,A,g}$ аппроксимируется следующим образом:

$$V_{d,A}(E) = V_{d,A}^t + [(V_{d,A}^f - V_{d,A}^t) / 2] (E - 5),$$
 где E – энергия в MэB.

Константы распада предшественников запаздывающих нейтронов определяются следующим образом:

$$\frac{1}{\lambda_{i,R}} = \sum_{A \in R} \frac{1}{\lambda_{i,A}} a_{i,A} \beta_{A,R} F_{A,R} / \sum_{A \in R} a_{i,A} \beta_{A,R} F_{A,R} , (2)$$

$$\beta_{A,R} = F_{A,R}^{D} / F_{A,R} \,. \tag{3}$$

Величины $\lambda_{i,A}$ получены из периодов $T_{i,A}$ полураспада ядер предшественников запаздывающих нейтронов, представленных в [16], а именно: $\lambda_{i,R} = -(1/T_{i,A}) \ln 0,5$.

Групповые спектры запаздывающих нейтронов рассчитываются по следующей формуле:

$$\chi_{i,g,R}^{D} = \sum_{A \in R} \chi_{i,g,A}^{D} F_{A,R}^{D} / \sum_{A \in R} F_{A,R}^{D}.$$
(4)

16-ти групповые спектры $\chi^D_{i,g,A}$ запаздывающих нейтронов для всех тяжёлых нуклидов даны в работе [16]. Эти спектры преобразованы в 7-групповые спектры энергетической структуры ANL (см. таблицу) по следующей формуле:

$$\chi_{i,g,A}^{D} = \sum_{g'=1}^{16} \chi_{i,g',A}^{D,16} \left(\Delta E_{g,g'} / \Delta E_{g'} \right),$$

где $\Delta E_{g'}$ — ширина энергетической группы g' в 16-групповой структуре, $\Delta E_{g,g'}$ — ширина пересечения группы g в 7-групповом

представлении и группы $g^{'}$ в 16-групповом представлении.

Обратная групповая скорость нейтронов рассчитывалась по формуле

$$\frac{1}{v_g} = \sum_{g'=1}^{69} \frac{1}{v_{g'}} \varphi_{g'}(\mathbf{r}) \frac{\Delta E_{g,g'}}{\Delta E_{g'}} / \varphi_g(\mathbf{r}), \qquad (5)$$

где $\Delta E_{g'}$ — ширина энергетической группы g' в 69-групповой структуре программы WIMS-D, $\Delta E_{g,g'}$ — ширина пересечения групп g и g' в 7-групповом и 69-групповом представлениях энергетической структуры программы WIMS-D.

С использованием описанных моделей (1)...(5) получены все необходимые кинетические характеристики (см. табл. П.1... П.4). Следует подчеркнуть, что эти характеристики могут быть использованы как для 2D, так и для 3D вариантов бенчмарка C5G7-TD.

4. Возмущения, вызывающие нестационарный процесс

Для бенчмарк-задачи могут быть предложены различные возмущения. В этой статье мы рассмотрели только 2D переходные процессы. Были приготовлены три варианта 2D переходных процессов. Во всех случаях возмущение вводилось путём линейного изменения групповых значений сечения поглощения и элементов матрицы рассеяния во всех энергетических группах в течение 1 с, что моделировало частичное опускание поглощающих стержней в различных топливных сборках. Затем возмущение продолжалось в течение следующей 1 с путём линейного изменения сечений в обратном направлении до начальных значений, моделируя подъём поглощающих

стержней в исходное положение. Это возмущение может быть записано следующим образом:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Sigma}_{x}(t) = 0,01 \left(\boldsymbol{\Sigma}_{x}^{R} - \boldsymbol{\Sigma}_{x}^{GT}\right) t + \boldsymbol{\Sigma}_{x}^{GT}, 0 \leq t \leq 1s; \\ \boldsymbol{\Sigma}_{x}(t) = -0,01 \left(\boldsymbol{\Sigma}_{x}^{R} - \boldsymbol{\Sigma}_{x}^{GT}\right) t + 0,02 \boldsymbol{\Sigma}_{x}^{R} + \\ + 0,98 \boldsymbol{\Sigma}_{x}^{GT}, 1 \leq t \leq 2s; \\ \boldsymbol{\Sigma}_{x}(t) = \boldsymbol{\Sigma}_{x}^{GT}, t \geq 2s, \end{cases}$$

$$(5)$$

где Σ_x^{GT} — групповой вектор (или матрица) сечений типа "x" для ячейки с направляющей трубой (зона 1, рис. 3), Σ_x^R — групповой вектор (или матрица) сечений типа "x" для ячейки с поглощающим стержнем (зона 1). В случае, если "x" — это "a" (поглощение), $\Sigma_a(t)$ — вектор, а в случае, если "x" — это "s" (рассеяние), $\Sigma_s(t)$ — матрица.

Такое возмущение вводится для трёх групп ячеек (каждая группа расположена в одной топливной сборке). На рис. 6 эти группы ячеек помечены разным цветом (красным, голубым и зеленым). В зависимости от того, в какой группе ячеек происходит возмущение сечений, используются

дополнительные обозначения бенчмарка: C5G7-TD-1, C5G7-TD-2 и C5G7-TD-3. Для каждой ячейки сечение возмущается только в зоне 1 (рис. 3).

Следует отметить, что предложенные законы ввода реактивности нужно рассматривать как одни из большого числа возможных, а полученный набор констант позволяет создавать различные двумерные и трёхмерные бенчмарки, различающиеся законом ввода реактивности. Данный факт обеспечивает возможность тестирования различных нейтронно-физических пространственно-временных кодов, используя тест C5G7-TD для разных законов ввода реактивности.

5. Расчёт бенчмарка C5G7-TD

Предложенный бенчмарк рассчитан по программному комплексу SUHAM-TD, в котором реализован МПГ [17]. Эта программа развивается в Курчатовском институте для моделирования нейтронных переходных процессов в активной зоне ядерных реакторов. Следующие основные прин-

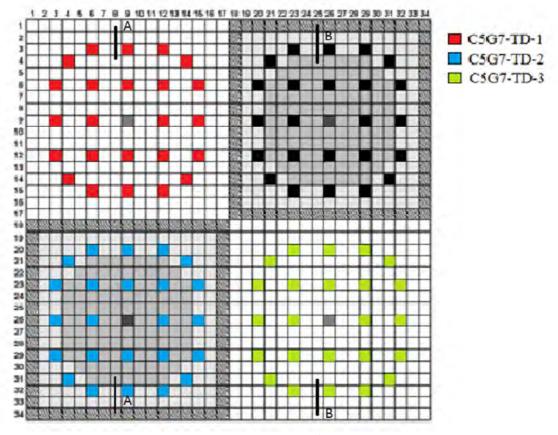


Рис. 6. Группы возмущаемых ячеек для бенчмарка C5G7-TD

ципы лежат в основе комплекса SUHAM-TD: а) моделируемая область – полномасштабная активная зона ядерного реактора; б) диффузионное приближение и пространственная гомогенизация не используются; в) удовлетворительные вычислительные затраты.

МПГ выбран для достижения приемлемых вычислительных затрат. Этот метод демонстрирует разумно достаточную точность расчёта основных нейтронно-физических функционалов (например, коэффициента размножения, распределений мощности, групповых потоков и др.) и в то же время приемлемые вычислительные затраты. Первые исследования применения МПГ для нестационарных случаев показали хорошие результаты как в одномерных (BSS-6 тест) [18, 19], так и двумерных (TWIGL тест) [20, 21] геометриях.

Следует подчеркнуть, что нестационарные уравнения МПГ, полученные и верифицированные в статьях [18...21], инвариантны к диффузионному или транспортному приближениям. Единственным фактом, который определяет использование диффузионного приближения для анализа полномасштабной зоны, является применение диффузионного приближения для расчёта пробных матриц. При проведении транспортных МПГ-расчётов пробные матрицы в комплексе SUHAM-TD рассчитываются по программным модулям RACIA [22] и DICPN [23].

Для решения уравнения переноса в расчётных нодах с симметричными граничными условиями (втекающие токи) в программе RACIA используется метод поверхностных псевдоисточников [24], который базируется на применении функций Грина. При этом Р₃ приближение используется для представления угловой зависимости решения. В программе DICPN для решения уравнения переноса нейтронов с антисимметричными граничными условиями применяется Р2 приближение метода сферических гармоник. Для решения нестационарных уравнений нейтронной кинетики комплекс SUHAM-TD использует полностью неявную схему [18...21].

Рассчитанное значение $k_{\rm eff}$ для исходного (невозмущённого) состояния бенчмарка С5G7-TD равнялось 1,1861504. Рассчитанное значение $k'_{\rm eff}$ для полностью возмущённого состояния (1 с) равнялось 1,1815458 для теста С5G7-TD-1, 1,1855581 для теста С5G7-TD-2 и 1,1857933 для теста С5G7-TD-3. Таким образом, вводимая реактивность за первую секунду равнялась — 0,00328 для теста С5G7-TD-1, — 0,00040 для теста С5G7-TD-2 и — 0,00025 для теста С5G7-TD-3.

По условию бенчмарка перед введением возмущения исходная конфигурация приводилась к критическому состоянию путём деления сечений $v\Sigma_f$ на $k_{\rm eff}$. Следует отметить, что расчёт нестационарного бенчмарка C5G7-TD проводился в предположении, что все кинетические параметры теста не зависят от времени. В данной работе поведение решения во времени для рассматриваемых тестов исследовалось для интервала $0 \le t \le 10,0$ с, при этом шаг по времени равнялся 10^{-3} с.

На рис. 7 представлена зависимость нормированной полной мощности (нормированное деление) от времени для трёх предложенных законов введения реактивности. На рис. 8...13 представлены графики распределения нормированного деления по ячейкам в сечениях A—A и B—B для всех вариантов возмущения (см. рис. 6). На рис. 14, 15 представлены графики распределения нормированного деления по ТВС. На всех графиках полная мощность в рассчитываемом объекте (рис. 1) нормирована на величину, равную 1000.

Авторы призывают других исследователей рассчитать эти тесты для сравнения результатов и приветствуют предложения по расширению сравниваемых функционалов и законов возмущения. Международная кооперация в организации кросс-верификации предложенного бенчмарка и его модификаций позволила бы получить эталонные решения для этих бенчмарков и была бы полезна для оценки расчётных неопределённостей современных программ, решающих нестационарное уравнение переноса нейтронов.

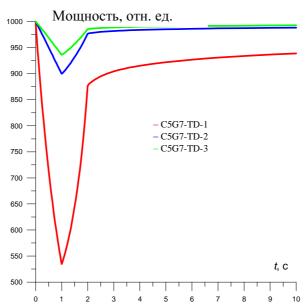


Рис. 7. Зависимость нормированной полной мощности от времени для трёх предложенных законов изменения реактивности

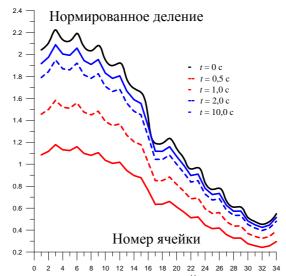


Рис. 8. Распределение нормированного деления по ячейкам в сечении A-A, вариант C5G7-TD-1

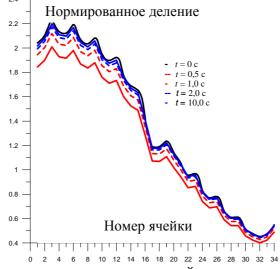


Рис. 9. Распределение нормированного деления по ячейкам в сечении A-A, вариант C5G7-TD-2

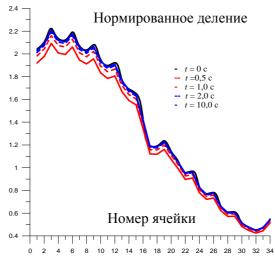


Рис. 10. Распределение нормированного деления по ячейкам в сечении A-A, вариант C5G7-TD-3

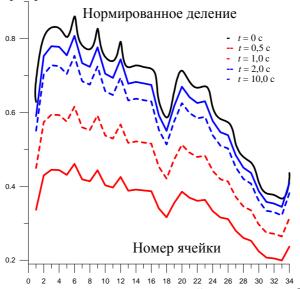


Рис. 11. Распределение нормированного деления по ячейкам в сечении *B–B*, вариант C5G7-TD-1

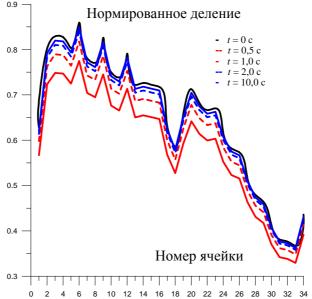


Рис. 12. Распределение нормированного деления по ячейкам в сечении *B–B*, вариант C5G7-TD-2

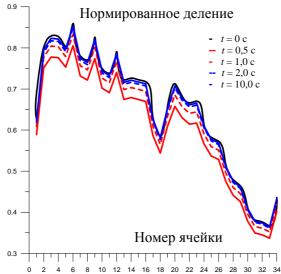


Рис. 13. Распределение нормированного деления по ячейкам в сечении *B–B*, вариант C5G7-TD-3

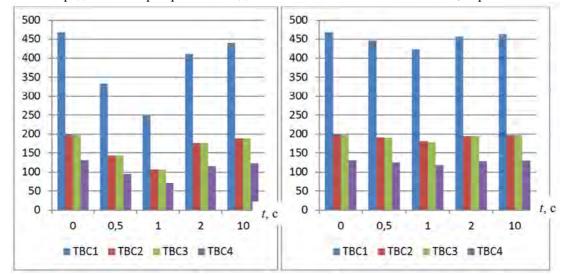


Рис. 14. Распределение нормированного деления по ТВС (номера ТВС соответствуют рис. 6), вариант C5G7-TD-1 слева, вариант C5G7-TD-2 справа

Заключение

Новый пространственно-временной бенчмарк C5G7-TD для детерминистических расчётов без пространственной гомогенизации разработан и предложен для верификации программ, решающих нестационарное уравнение переноса нейтронов. Хорошо известный стационарный бенчмарк C5G7 выбран в качестве основы для нового бенчмарка. Рассчитаны и приведены в статье кинетические параметры нового бенчмарка. Предложенный бенчмарк рассчитан по программе SUHAM-TD, в которой реализован МПГ, и результаты расчётов представлены. Авторы надеются привлечь вни-

мание других исследователей для участия в расчётах предложенного бенчмарка. Такое участие позволило бы провести сравнение результатов расчёта этого бенчмарка.

Кроме этого, авторы готовы принять участие в расчётах этого бенчмарка с модифицированными кинетическими константами и законами возмущения. Предложенный бенчмарк имеет детальное описание исходной модели, включая ядерные плотности изотопов, и поэтому он может быть использован в качестве основы для разработки более общего бенчмарка с обратными связями, т.е. для разработки связанного нейтронно-термогидравлического бенчмарка.

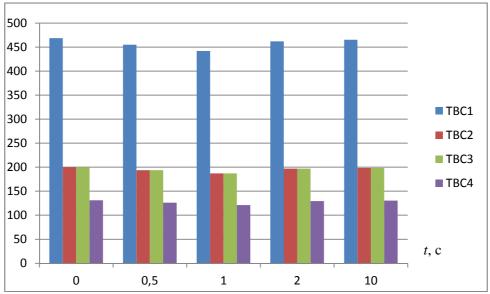


Рис. 15. Распределение нормированного деления по ТВС (номера ТВС соответствуют рис. 6), вариант C5G7-TD-3

Список литературы

- 1. *Argonne Code Center*: Benchmark Problem Book. ANL-7416, 1968, last rev. Dec. (1985).
- 2. *Hageman L.A., Yasinsky J.B.* Comparison of Alternating-Direction Time-Differencing Methods with Other Implicit Methods for the Solution of the Neutron Group-Diffusion Equations // Nucl. Sci. Eng., 1969, 38, p. 8–33.
- 3. *McDonnell F.N.*, *Baudouin A.P.*, *Garvey P.M.*, *Luxat J.C.* CANDU Reactor Kinetics Benchmark Activity. Ibid., 1977, 64, p. 95–105.
- 4. *Reed Wm.H.*, *Hansen K.F.* Alternating Direction Methods for the Reactor Kinetics Equations. Ibid., 1970, 41, p. 431–442.
- 5. *Kozlowski T., Downar T.J.* PWR MOX/UO2 Core transient benchmark, Final report, NEA/NSC/DOC, 2006(20), (2006).
- 6. Gougar H., Ortensi J., Pope M.A., Sen S., Strydom G., Seker V., Collins B., Downar T., Baxter A., Ellis C., Vierow K., Klein A., Ivanov K. Prismatic Coupled Neutronics/Thermal Fluids Transient Benchmark of MHTGR-350 MW Core Design Benchmark Definition, Revision 0.a, INL, (2010).
- 7. *PBMR* coupled neutronics/thermal-hydraulics transient benchmark the PBMR-400 core design, NEA/NSC/DOC(2013)10, (2013).
- 8. *Goluoglu S., Dodds H.L.* A Time-Dependent, Three-Dimensional Neutron Transport Methodology // Nucl. Sci. Eng., 2001, 139, p. 248–261.
- 9. *Benchmark* on Deterministic Transport Calculations without Spatial Homogenisation A2-D/3-D MOX Fuel Assembly Benchmark, OECD/NEA report, NEA/NSC/DOC(2003)16, (2003).

- 10. **Benchmark** on Deterministic Transport Calculations Without Spatial Homogenisation MOX Fuel Assembly 3-D Extension Case, NEA/NSC/DOC(2005)16, (2005).
- 11. *Cathalau S., Lefebvre J.C., West J.P.* Proposal for a Second Stage of the Benchmark on Power Distributions within Assemblies, An earlier version of the published OECD/NEA Benchmark, April (1996).
- 12. **Зизин М.Н.** Подготовка параметров запаздывающих нейтронов для пространственновременных расчётов тепловых и быстрых реакторов // Атомная энергия, октябрь 2012, т. 112, N_2 6, с. 355–360.
- 13. Askew J.R., Fayers F.J., Kemshell P.B. A General Description of the Lattice Code WIMS, JBWES, Oct. (1966).
- 14. *Bergiers C., Ivanov B., Ivanov K.* Establishment of Consistent Benchmark Framework for Performing High-Fidelity Whole Core Transport/Diffusion Calculations. Proc. of PHYSOR 2006, Vancouver, BC, Canada, September 10-14, (2006).
- 15. *Селезнёв Е.Ф.* Кинетика быстрых реакторов. М.: Наука, 2013.
- 16. *Rudstam G., Finck Ph., Filip A., D'Angelo A., McKnight R.D.* Int. Evaluation Cooperation. Vol. 6: Delayed neutron data for the major actinides, NEA/WPEC-6, (2002).
- 17. *Laletin N.I.* Basic Principles for Developing of Equations for Heterogeneous Reactors –A Modification of the Homogenization Method // Nucl. Sci. Eng., 1983, 85, p. 133–138.
- 18. *Boyarinov V.F., Kondrushin A.E., Fomichen-ko P.A.* Surface Harmonics Method Equations for Solving the Time-Dependent Neutron Transport Prob-

lems and their Verification. Proc. of PHYSOR 2012, Knoxville, Tennessee, USA, April 15-20, (2012).

- 19. **Бояринов В.Ф., Кондрушин А.Е., Фомиченко П.А.** Уравнения метода поверхностных гармоник для решения нестационарных задач переноса нейтронов и их верификация // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2012, вып. 2, с. 18–27.
- 20. *Boyarinov V.F.*, *Kondrushin A.E.*, *Fomichen-ko P.A.* Surface harmonic method for two-dimensional time-dependent neutron transport problems of square-lattice nuclear reactors. Proc. of M&C 2013, Sun Valley, Idaho, USA, May 5-9, (2013).
- 21. **Бояринов В.Ф., Кондрушин А.Е., Фомиченко П.А.** Двумерные уравнения метода поверхностных гармоник для решения задач пространственной нейтронной кинетики в реакторах с квадратной решеткой // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2013, вып. 4, с. 4–16.
- 22. Laletin N.I., Sultanov N.V., Boyarinov V.F. WIMS-SU Complex / Int. Conf. on Physics of Re-

- actors PHYSOR-90, Marcell, France, 1990, p. XII-39, (1990).
- 23. **Бояринов В.Ф., Ельшин А.В.** Метод сферических гармоник для расчёта антисимметричных пробных функций в ячейках ядерного реактора / Материалы 12-го семинара по проблемам физики реакторов "Волга-2002", Москва, 2-6 сент. 2002, с. 207–209.
- 24. *Laletin N.I.*, *Sultanov N.V.*, *Boyarinov V.F.* Surface Harmonics and Surface Pseudosources Methods / Proc. of Int. conf. on Physics of Reactors PHYSOR-90, Marcell, France, p. XII-39, (1990).

Контактная информация — Бояринов Виктор Федорович, нач. лаб., тел.: (499)196-90-48, e-mail: Boyarinov VF@nrcki.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2016, вып. 1, с. 39–51.

Приложение. Нестационарные характеристики бенчмарка C5G7-TD

Т а б л и ц а П.1. Доли запаздывающих нейтронов для материалов бенчмарка C5G7-TD

	1	1		
Группа запаздывающих нейтронов	UO_2	MOX 4,3 %	MOX 7,0 %	MOX 8,7 %
1	2,153E-4	3,668E-5	3,440E-5	3,350E-5
2	1,071E-3	2,081E-4	1,963E-4	1,918E-4
3	6,130E-4	6,908E-5	6,252E-5	6,041E-5
4	1,373E-3	2,795E-4	2,643E-4	2,584E-4
5	2,366E-3	4,412E-4	4,137E-4	4,034E-4
6	7,545E-4	2,487E-4	2,395E-4	2,362E-4
7	6,322E-4	2,257E-4	2,188E-4	2,163E-4
8	2,310E-4	1,050E-4	1,018E-4	1,004E-4
Сумма	7,256E-3	1,614E-3	1,531E-3	1,500E-3

Таблица П.2. Константы распада предшественников запаздывающих нейтронов для материалов бенчмарка C5G7-TD

для материалов оснамарка СЭО7-11					
Группа запазды-	UO ₂ , MOX 4,3 %,				
вающих	MOX 7,0 %,				
нейтронов	MOX 8,7 %				
1	1,247E-2				
2	2,827E-2				
3	4,252E-2				
4	1,330E-1				
5	2,925E-1				
6	6,665E-1				
7	1,635E+0				
8	3,555E+0				

Таблица П.3. Групповые спектры запаздывающих нейтронов лля материалов бенчмарка C5G7-TD

	для материалов бенчмарка С5G7-TD							
g	1	2	3	4	5	6	7	8
	UO_2							
1	0,00075	0,03049	0,00460	0,02002	0,05640	0,05973	0,09713	0,09135
2	0,98514	0,96907	0,97400	0,97268	0,93779	0,93572	0,89215	0,90472
3	0,01411	0,00044	0,02140	0,00730	0,00581	0,00455	0,01072	0,00393
47	0	0	0	0	0	0	0	0
				MOX 4	,3 %			
1	0,00075	0,03068	0,00609	0,01898	0,05088	0,05376	0,09234	0,07422
2	0,98514	0,96888	0,97268	0,97278	0,94322	0,94133	0,89363	0,91941
3	0,01411	0,00044	0,02123	0,00824	0,00590	0,00491	0,01403	0,00637
47	0	0	0	0	0	0	0	0
				MOX 7				
1		0,0306815						
		0,969335						
3	0,01411	0,000437	0,02122	0,00826	0,00591	0,00492	0,01411	0,00643
47	0	0	0	0	0	0	0	0
	MOX 8,7 %							
1	0,00075		0,00613					
2	0,98514	0,96888	0,97265	0,97281	0,94350	0,94159	0,89384	0,92002
3	0,01411	0,00044	0,02122	0,00827	0,00591	0,00492	0,01412	0,00644
47	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица П.4. Групповые скорости нейтронов для материалов бенчмарка C5G7-TD, см/с

α.	UO_2	MOX	MOX	MOX	Замедлитель	Направляю-	Камера де-
8	OO_2	4,3 %	7,0 %	8,7 %	Замедлитель	щая труба	ления
1	2.46410e9	2.46407e9	2.46415e9	2.46420e9	2.46272e9	2.44073e9	2.48407e9
2	1.02168e9	1.02166e9	1.02163e9	1.02162e9	9.82333e8	9.63099e8	1.04907e9
3	6.67976e7	6.68227e7	6.70537e7	6.71995e7	6.81533e7	6.92204e7	6.54862e7
4	6.07095e6	6.09899e6	6.12709e6	6.14411e6	6.16588e6	6.25087e6	5.94179e6
5	2.00317e6	2.03118e6	2.04028e6	2.04505e6	2.01032e6	2.01589e6	1.99673e6
6	8.05453e5	8.49419e5	8.60299e5	8.64158e5	8.22949e5	8.38081e5	7.31449e5
7	3.69215e5	3.72039e5	3.78396e5	3.80798e5	3.69439e5	3.84538e5	3.21650e5

УДК 621.039.17

Зависимость точности расчёта коэффициента размножения критсборки Астра от допусков на характеристики шаровых твэлов с микротопливом

М.И. Гуревич, А.Е. Глушков, Б.К. Чукбар, НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова,1

Статья поступила в редакцию 09.07.2015 г.

Микротопливо является топливом двойной гетерогенности. Одна из неопределённостей, осложняющих его моделирование, – допуски на значения параметров шаровых твэлов, таких, например, как диаметр зёрен делящегося материала в графитовой матрице. В данной работе приведены результаты расчётов по программе МСU, выполненных с целью изучения данной проблемы на примере параметров шарового твэла критического стенда Астра. Результаты показывают, что при этих параметрах допуски не должны оказывать серьёзного влияния на точность расчётов коэффициента размножения.

Ключевые слова: микротопливо, Монте-Карло, критсборка Астра, МСU, допуска на характеристики твэлов, коэффициент размножения.

The Dependence of the Accuracy of the Calculation of the Mmultiplication Factor of the Critical Assembly Astra on Characteristics Tolerances of the Spherical Fuel Elements with Microfuel. M.I. Gurevich, A.E. Glushkov, B.K. Chukbar, NRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.

Microfuel is the fuel of double heterogeneity. One of uncertainties, complicating its modeling, – the parameters tolerances of spherical fuel elements, such as the diameter of the grains of fissile material in a graphite matrix. This paper presents the results of calculations on the MCU program, performed in order to study this problem on an example of the parameters of the spherical fuel element of the critical assembly Astra. Results show that under these parameters tolerances should not have major influence on the accuracy of calculation of the multiplication factor.

Key Words: Microfuel, Monte Carlo, Critical Assembly Astra, MCU, Characteristics Tolerances of the Fuel Elements, the Multiplication Factor.

Введение

В последнее время возрос интерес к использованию топлива двойной гетерогенности в ядерных реакторах [1...4]. Топливо двойной гетерогенности представляет собой графитовую матрицу, наполненную маленькими зёрнами (диаметром доли миллиметра) делящегося материала, имеющими один или несколько слоёв покрытия. Сама графитовая матрица часто исполняется в форме шаров диаметром порядка 5...6 см с внешним графитовым покрытием. Данное исполнение топлива применялось в критическом стенде АСТРА [1, 2] в России, реакторе HTR-10 [3, 4] и иных установках.

Результаты расчётов действующих критических сборок показали допустимость использования программы МСИ [1] для проведения численного моделирования установок с данным типом топлива. Однако, целесообразен дополнительный анализ влияния неопределённости геометрии и мате-

риального состава шаровых твэлов, связанной с технологическими допусками при их производстве.

В данной работе приводятся результаты исследования влияния геометрических допусков на примере шарового твэла, использованного в критическом стенде АСТРА, на точность расчётов по программе МСU. В качестве базового значения для сравнения берётся результат расчётов численной модели со средними параметрами, так как интерес представляет величина относительной ошибки, вызываемой отсутствием учёта допусков.

1. Описание модели расчётов

В качестве модели в расчётах рассматривался один шаровой твэл с граничным условием 99 % отражения нейтронов. Шаровой твэл стенда АСТРА представляет собой графитовый шар с наружным диаметром 5,985 см и диаметром топливосодер-

жащего графитового сердечника 5 см. В графитовой матрице сердечника содержится в среднем 3 866,3 зёрен делящегося материала, распределённых случайно.

Технология создания шаровых твэлов гарантирует определённую равномерность распределения зёрен. Масса урана в шаре

составляет $m=2,440\pm0,002$ (1 σ) г. Зёрна имеют покрытие, состоящее из четырёх слоёв: буферного из пироуглерода (РуС), плотного пироуглерода, карбида кремния (SiC) и снова плотного пироуглерода. В ходе расчётов изменялись два параметра — радиус зерна делящегося материала и радиус графитового сердечника. Данные по шаровому твэлу приведены в табл. 1...3.

Для упрощения модели использован метод гомогенизации покрытий зёрен с графитовой матрицей — широко применяемое и допустимое приближение при моделировании микротоплива с рассматриваемыми параметрами. Возможность такой гомогенизации связана с тем, что для рассматриваемых значений энергии длина свободного пробега в материалах покрытия существенно больше размеров зёрен с покрытием.

Основным изменяемым параметром в расчётах был размер зерна делящегося материала. В модели использовалась кубическая решётка зёрен с шагом 2,5 и 2,4 мм в случае расчёта, где требовалось повышенное число зёрен в шаровом элементе. Рассматривались зёрна решётки, полностью помещающиеся в сердечнике шарового элемента, после чего из их числа последовательно удалялось некоторое число случайно выбранных зёрен. Достигалась либо концентрация зёрен, указанная в паспорте (3 866 на шаровой элемент), либо данный в паспорте суммарный вес делящегося материала на шаровой твэл.

В некоторых расчётах изменялась концентрация делящегося материала в зёрнах для достижения содержания делящегося материала в пределах паспортных значений. В трёх расчётах изменялось конечное количество зёрен для сохранения массы деТаблица 1. Размеры зерна

Параметр	Значение, см
Наружный радиус зерна, R_0	$2,555 \cdot 10^{-2} \pm \\ \pm 0,025 \cdot 10^{-2} (1\sigma)$
Наружный радиус слоя 1 покрытия, R_1	3,495·10 ⁻²
Наружный радиус слоя 2 покрытия, R_2	4,215·10 ⁻²
Наружный радиус слоя 3 покрытия, R_3	4,725·10 ⁻²
Наружный радиус слоя 4 покрытия, R_4	5,295·10 ⁻²

лящегося материала в пределах паспортных значений.

Таблица2. Атомные плотности

материалов микротоплива без примесей						
Изотоп	Атомн	ая плотность,				
	атом/(барн∙см)					
	Зерно из UO ₂ . Плотность диоксида урана					
за вычетом п	римесей –	10,25066 г/см ³				
²³⁴ U (0,197 %	массы)	4,5789·10 ⁻⁵				
²³⁵ U (20,91 %	массы)	4,8394·10 ⁻³				
²³⁶ U (0,162 %	массы)	$3,7334\cdot10^{-5}$				
²³⁸ U (78,731 %	массы)	1,7991·10 ⁻²				
¹⁶ O		$4,5828 \cdot 10^{-2}$				
		– слой 1 (буфер-				
) с плотностью				
1,00810 г/с	м ³ за вычет	ом примесей				
¹² C	12 C $5,0544\cdot10^{-2}$					
	Покрытие микротоплива – слой 2 пиро-					
углерод (РуС)	с плотност	ью 1,94633 г/см ³				
за вы	ичетом при					
¹² C	9,	7585·10 ⁻²				
		 слой 3 карбид 				
		ью 3,25386 г/см ³				
3а вы	ичетом при					
¹² C		8870·10 ⁻²				
²⁸ Si	²⁸ Si 4,8870·10 ⁻²					
		ı – слой 4 пиро-				
углерод (РуС) с плотностью 1,88644 г/см ³						
за вы	ычетом при					
¹² C	9,	4583·10 ⁻²				

Таблица 3. Атомные плотности графитовой матрицы

трафитовой матрицы						
Изотоп	Атомная плотность, атом/(барн·см)					
Графит матрицы сердечника и оболочки						
	топливного элемента плотностью 1,885					
г/см ³ вместе	г/см ³ вместе с примесями (борный эквива-					
	лент $-\mathbf{B}_{\mathrm{ect}}$)					
	12 C 9,4510·10 ⁻²					
¹⁰ B 2,0681·10 ⁻⁸						
11 B	8,4300·10 ⁻⁸					

2. Результаты расчётов $k_{\rm eff}$

Результаты расчётов $k_{\rm eff}$ приведены в табл. 4. В первом столбце приведены описания вариантов. Во втором и третьем столбцах приведены результаты расчётов $k_{\rm eff}$ и их стандартное отклонение соответственно. В случае использования алгоритма CORN [1] моделирование производилось модулем МСU. Данный метод заменяет графитовую матрицу с зёрнами на гомогенную среду без делящегося материала, в которой равномерно размещены материалы графитовой матрицы и покрытия зёрен с сохранением общего количества материала. В данной среде задаётся сечение, моделирующее вероятность входа в зерно при полёте нейтро-

на в матрице. Моделирование полёта в зерне производится в отдельном пространстве, включающем лишь зерно делящегося материала. При выходе одной или более частиц из зерна они помещаются в точку, где произошло событие входа в зерно.

Заключение

Из приведенных результатов можно заключить, что серьёзные отклонения возникали лишь в тех случаях, где изменение содержания делящегося материала в шаровом твэле выходило за пределы допусков. В остальных случаях отклонения составляли менее процента, что лежало в пределах точности расчётов. Моделирование произ-

 ${f T}$ **а б** л **и ц а 4.** Результаты расчётов $k_{\rm eff}$

Метод моделирования	$k_{ m eff}$	Погрешность
Паспортные значения	0,677025	0,000296
Алгоритм CORN	0,680762	0,000288
Изменение радиусов зёрен на одно среднеквадратическое отклонение, равномерное случайное распределение. Без поправки концентрации и количества зёрен	0,681507	0,000308
Минимальные радиусы зёрен. Без поправки концентрации и количества зёрен	0,664278	0,000301
Максимальные радиусы зёрен. Без поправки концентрации и количества зёрен	0,697342	0,000305
	0,681738	0,000307
Случайные радиусы зёрен по нормальному распределению с задан-	0,681885	0,000304
ным ожиданием и отклонением. Поправка концентрации для сохра-	0,681937	0,000302
нения общего количества топлива в пределах допусков	0,681886	0,000300
	0,681950	0,000305
Минимальные радиусы зёрен. Поправка концентрации для сохранения общего количества топлива в пределах допусков	0,678026	0,000298
Максимальные радиусы зёрен. Поправка концентрации для сохранения общего количества топлива в пределах допусков	0,677029	0,000298
Случайные радиусы зёрен по нормальному распределению с заданным ожиданием и отклонением. Поправка количества зёрен для сохранения общего количества топлива в пределах допуска (3 850 зёрен)	0,677596	0,000301
Минимальные радиусы зёрен. Поправка количества зёрен для сохранения общего количества топлива в пределах допуска (4 228 зёрен)	0,676906	0,000305
Максимальные радиусы зёрен. Поправка количества зёрен для сохранения общего количества топлива в пределах допуска (3 545 зёрен)	0,682227	0,000304

водилось с использованием одного шарового твэла, тогда как загрузки существующих установок состоят из десятка и более тысяч шаров. Поэтому полученные в ходе расчётов отклонения можно считать незначительными.

Список литературы

- 1. Пономарёв-Степной Н.Н., Брызгалов В.И., Глушков Е.С., Гомин Е.А., Дёмин В.Е., Компаниец Г.В., Лобынцев В.А., Носов В.И., Поляков Д.Н., Смирнов О.Н., Тельковская О.В., Гуревич М.И. Использование программы МСИ для анализа результатов критического эксперимента с шаровыми твэлами ВТГР на стенде "Астра" // Атомная энергия, октябрь 2004, т. 97, вып. 4, с. 243–252.
- 2. Гарин В.П., Глушков А.Е., Глушков Е.С., Гомин Е.А., Гуревич М.И., Зимин А.А., Компаниец Г.В., Кухаркин Н.Е., Лобынцев В.А., Носов В.И., Поляков Д.Н., Пономарёв-Степной Н.Н., Смирнов О.Н., Тельковская О.В.,

- **Чуняев Е.И.** Оценённые бенчмарк эксперименты на критических сборках, моделирующие особенности ВТГР на стенде АСТРА // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2009, вып. 2, с. 75–95.
- 3. *Seker V., Colak U.* HTR-10 full core first criticality analysis with MCNP // Nuclear Engineering and Design, 2003, 222, p. 263–270.
- 4. Chang H., Raepsaet X., Damian F., Lee Y.-K., Koberl O., Jing X., Yang Y. Analysis of HTR-10 First Criticality with Monte Carlo Code Tripoli-4.3. 2nd Int. Topical Meeting on High Temperature Reactor Technology, Beijing, China, September 22-24, 2004, #Paper C11, p. 1–10.

Контактная информация — Чукбар Борис Константинович, м. н. с., тел.: (962)978-33-97, e-mail: Chukbar_BK@nrcki.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2016, вып. 1, с. 52–55.

УДК 621.039.5:536.242 Эффективный коэффициент теплоотдачи в плоских щелях с неоднородным обогревом

В.А. Князев, К.С. Никулин,

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Статья поступила в редакцию 26.06.2015 г.

Представлено обоснование простого физически ясного метода расчёта теплообмена в плоском щелевом канале с неоднородным обогревом на основании экспериментальных данных [1]. Дано объяснение обнаруженной в классическом эксперименте зависимости эффективного коэффициента теплоотдачи от числа калибров обогреваемого участка. Выполнено тестирование корреляционных зависимостей, используемых для замыкания уравнений Навье–Стокса в программном комплексе Ansys CFX. По результатам выполненного исследования для задач неоднородного обогрева щелевых каналов рекомендовано применение модели SST.

Ключевые слова: несимметричный обогрев щели, турбулентные течения, моделирование и расчёт теплоотдачи, CFD, SST.

Effective Heat-Transfer Coefficient in a Flat Parallel-Plates Duct with Inhomogeneous Heating. V.A. Knyazev, K.S. Nikulin, NRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.

We presented a justification of a simple, physically clear, method of calculation for heat transfer in a flat parallel-plate duct with inhomogeneous heating on the basis of experimental data [1]. We gave an explanation of the relationship, found in the classic experiment, for the effective heat-transfer coefficient of the caliber number of the heated area. We tested the correlation relationship used for the closure of the Navier – Stokes equation in the code complex Ansys CFX. Based on the results of the study, we recommend using the SST model for the tasks of asymmetrical heating of the parallel-plate ducts.

Key Words: Asymmetrical Heating of the Parallel-Plate Duct, Turbulent Streams, Modeling and Calculation, CFD, SST.

Ввеление

Рассматривается процесс конвективного теплообмена между внешней стенкой твэла и потоком теплоносителя в щелевом канале с неоднородным обогревом. Известно, что при традиционной интерпретации параметров пристеночного теплообмена эффективный коэффициент теплоотдачи оказывается зависящим от распределения плотности тепловых потоков на тепловыделяющих поверхностях, каковая связь учитывается введением поправок в виде $(q_1/q_2)^n$ – степенной зависимости от отношения тепловых потоков на оппозиционных поверхностях. Иногда используются более сложные зависимости. Эти рекомендации физически слабо мотивированы, а их надёжность сомнительна за пределами массива опытных данных, на которых они построены.

В статье приводится экспериментальное обоснование предлагаемой методики примыкающей струи (ПС) на основании сравнения с данными экспериментального исследования [1]. Помимо этого, выполнено численное моделирование эксперимента [1] с применением расчётного модуля программного комплекса (ПК) Ansys CFX [2]. Полученное хорошее согласие между собой трёх независимых методов исследования служит надёжным обоснованием предлагаемой модели.

1. Расчёт температуры стенки по методике примыкающей струи

Гидроаналогия Рейнольдса устанавливает эквивалентность коэффициента гидросопротивления и критерия Стэнтона. В пересчёте на критерий Нуссельта, который обычно используется в расчёте конвектив-

ного теплообмена, имеем $Nu \sim Re^{0.8}$. Таким образом, перенос тепла определяется интенсивностью турбулентных возмущений и описывается приблизительно теми же корреляциями пульсационного движения, что и перенос импульса.

Поток на стенке $q=-\lambda(\partial T/\partial n)$ может быть представлен как $q=\alpha\vartheta$, где ϑ – характерный температурный напор, который является некоторой мерой для описания градиента температуры на стенке. По определению, $\vartheta=T_{_W}-\left\langle T\right\rangle$, где $T_{_W}$ – температура на поверхности теплообмена, а $\left\langle T\right\rangle$ – характерная температура среды, потребляющей тепло. В условиях однородного обогрева в качестве $\left\langle T\right\rangle$ удобно принять среднемассовую температуру потока в расчётном сечении канала. Именно относительно этого масштаба и выполняется экспериментальное определение коэффициента теплоотдачи.

Дело осложняется тогда, когда исследуется канал с неоднородным обогревом. В этом случае среднемассовая температура уже не является корректной мерой, характеризующей градиент температуры на том или ином участке поверхности теплообмена. Возможны два пути для разрешения этой проблемы.

В традиционных экспериментальных исследованиях теплообмена сохраняют значение среднемассовой температуры в качестве характерной температуры $\langle T \rangle$, но вводят различные корректирующие поправки в эмпирические критериальные соотношения, учитывающие неоднородность обогрева канала. Так появляются поправки вида $(q_2/q_1)^n$. С их введением коэффициент тепутрачивает первоначальный лоотдачи смысл показателя интенсивности теплообмена и приобретает дополнительную смысловую нагрузку, характеризуя распределение температуры теплоносителя в канале с неравномерным обогревом.

Другой подход состоит в том, что сохраняется изначальная трактовка коэффициента теплоотдачи как показателя интенсивности теплообмена, но выполняется расчёт характерной температуры $\langle T \rangle$ для определения температуры стенки на том или ином участке контура теплообмена. Такой подход начал активно развиваться на рубеже 50-60-х годов для решения задач теплообмена в каналах сложной формы при проектировании ядерных реакторов и был реализован в методе ЛМС (линия максимальных скоростей) [3].

Значительный вклад в совершенствование методов теплового расчёта реакторов внесли исследователи ФЭИ. Метод ЛМС содержит несколько аспектов, но в отношении задачи теплообмена он сводится к тому, что выделяется часть струи потока, примыкающего к исследуемой поверхности, температурный режим которой слабо зависит от температурного режима остальной части сечения канала. Эта идея метода ЛМС и применяется в предлагаемой методике ПС.

Коэффициент теплоотдачи рассчитывается по стандартному корреляционному соотношению для щели

Nu =
$$\alpha d_{\Gamma}/\lambda = 0.021 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.4}$$
. (1)

Температурный напор рассчитывается по температуре "струи", примыкающей к расчётной поверхности теплообмена, т.е. $\langle T \rangle = T_1$. Таким образом, расчётное значение температуры стенки T_w равно: $T_w = T_1 + \vartheta = T_1 + q_1/\alpha$.

Это значение температуры стенки оказывается заметно выше того значения, какое получается при использовании среднемассовой температуры. Формально это соответствует снижению эффективного коэффициента теплоотдачи на "горячей" стенке при неравномерном обогреве щели и, соответственно, повышению эффективного коэффициента теплоотдачи на "холодной" стенке.

Оценим величину отклонения эффективного коэффициента теплоотдачи от стандартного значения при использовании среднемассового значения температуры теплоносителя в расчёте теплообмена с неоднородным обогревом.

По определению $\alpha = q/\vartheta = q_1/(T_w - T_1)$, где q_1 – плотность теплового потока на исследуемой поверхности теплообмена, T_1 – среднемассовая температура "струи", примыкающей к исследуемой поверхности теплообмена.

Эффективное значение коэффициента теплоотдачи на исследуемой поверхности теплообмена $\tilde{\alpha}=q_1/(T_w-T_b)$ где T_b – среднемассовая температура в щели в расчётном сечении. Тогда

$$\frac{\tilde{\alpha}}{\alpha} = \frac{T_{w} - T_{1}}{T_{w} - T_{b}} = \frac{q / \alpha}{q / \alpha + T_{1} - T_{b}} = \left(1 + \frac{T_{1} - T_{b}}{q_{1} / \alpha}\right)^{-1},$$

где значения температур T_1 и T_b определяются по соответствующим подогревам. Окончательно получим

$$\frac{\tilde{\alpha}_1}{\alpha} = \left(1 + \frac{0.021}{\text{Re}^{0.2} \text{Pr}^{0.6}} \left(1 - \frac{q_2}{q_1}\right) \frac{L}{d}\right)^{-1}.$$
 (2)

Если $q_1 \neq q_2$, то на "горячей" стенке $(q_1 > q_2)$ эффективный коэффициент теплоотдачи снижается относительно стандартного значения. Соответственно на "холодной" стенке $(q_1 < q_2)$ эффективный коэффициент теплоотдачи возрастает относительно стандартного значения.

При возрастании калибра L/d_{Γ} зоны теплообмена отклонения от стандартного значения коэффициента теплоотдачи увеличиваются, поскольку по мере подогрева теплоносителя в канале возрастает "разверка" температуры теплоносителя по струям, примыкающим к различным поверхностям теплообмена.

При возрастании числа Re отклонения от стандартного значения коэффициента теплоотдачи уменьшаются. Это связано с уменьшением показателя $\Delta T/\vartheta$, т.е. с более заметным влиянием температурного напора ϑ относительно подогрева теплоносителя в формирование температуры стенки.

Из соотношения (2) видно, что поправки типа $(q_2/q_1)^n$, обычно рекомендуемые в теплотехнических руководствах, не обладают достаточной общностью и не могут быть рекомендованы для условий теплообмена, выходящих за пределы условий эксперимента.

2. Экспериментальное исследование турбулентной теплоотдачи в асимметрично нагреваемых каналах прямоугольного сечения

Авторы работы [1] ставили своей целью "удовлетворить потребность в тщательно проведенном экспериментальном исследовании турбулентного течения в канале при условии асимметричного нагрева".

Рабочая среда – воздух. Исследовался прямоугольный канал с размерами поперечного сечения 15,2×76,2 мм (гидравлический диаметр $d_{\Gamma} = 25,4$ мм). Длина нагреваемого участка имела 140 калибров. Экспериментальный канал имел входной участок длиной 40 калибров для создания гидродинамически развитого течения на входе в нагреваемый участок. Достаточность протяжённости входного участка специально Осуществлялся омический обоснована. нагрев переменным током, пропускаемым через стенки из нержавеющей стали. Канал оснащён 257 термопарами, расположенными по длине и ширине нагреваемых пла-

Среднеобъёмная температура воздуха, поступающего в ненагреваемый участок канала, измерялась с помощью гребёнки из 7 термопар. Среднеобъёмная температура воздуха на выходе из нагреваемого участка измерялась в теплоизолированном многоходовом смесителе. Исследования проводились в диапазоне значений числа Рейнольдса от 18 000 до 142 000. Всё экспериментальное устройство, включая нагреваемый и ненагреваемый участки, смеситель, трубку Вентури, смонтировано в длинном горизонтальном кожухе, заполненном теплоизоляционным материалом с коэффициентом теплопроводности 0,024 Вт/(м·К).

Основные измеряемые параметры – температура воздуха на входе и выходе, температуры стенок, расход воздуха, мощность, подводимая к каналу.

Определена длина участка стабилизации теплового режима. Предполагается, что в условиях постоянного по длине теплоподвода режим полной тепловой стабилизации характеризуется линейным возрас-

танием температуры среды и стенки по длине канала. Тепловая стабилизация устанавливается на длине 30...40 калибров. Исходя из этого, для расчёта параметров теплоотдачи в условиях развитого течения использовались данные, которые соответствовали расстояниям от начала нагреваемого участка свыше 40 калибров.

Значения коэффициента теплоотдачи осреднены по ширине нагреваемой пластины и определяются как

$$\alpha = Q / \overline{T_w - T_h} , \qquad (3)$$

где Q — результирующий удельный тепловой поток от нагреваемой стенки, $\overline{T_w - T_b}$ — температурный напор, осреднённый по ширине нагреваемой стенки.

Температурный напор $\overline{T_w-T_b}$, определяемый по экспериментальным данным для нескольких поперечных сечений канала, осредняется ещё раз (по длине) для исключения влияния небольших локальных неравномерностей на конечные результаты.

После определения α по формуле (3) находится значение числа Нуссельта. Коэффициент теплопроводности воздуха λ берётся по средней температуре воздуха в канале.

Экспериментальные значения чисел Нуссельта в зависимости от чисел Рейноль-

дса приведены на рис. 1.

Данные, обозначенные светлыми кружками, относятся к симметричному нагреву и взяты из работы [4]. Исследования выполнялись на том же экспериментальном канале, что и реферируемая работа [1]. Кроме этого, на рис. 1 в качестве эталонной линии представлена корреляционная зависимость Мак-Адамса для круглых труб. Нужно отметить, что в отечественной литературе обычно рекомендуется критериальная зависимость Михеева, в которой численный коэффициент имеет значение 0,021. В методике ЛМС используется формула Михеева.

На рис. 1 представлены данные двух серий экспериментов. В первой серии нагревается одна стенка, а другая теплоизолирована (затушёванный треугольник). Во второй серии удельный тепловой поток на второй стенке составляет 0,42 от теплового потока на первой стенке (квадрат). Квадраты с затушёванной левой стороной соответствуют числам Nu₁ для стенки с большей интенсивностью нагрева, а квадраты с затушёванной правой стороной соответствуют числам Nu₂ для стенки с меньшей интенсивностью нагрева.

Из рис. 1 видно, что числа Нуссельта для канала с односторонним нагревом ниже на 10...20 %, чем для симметрично нагре-

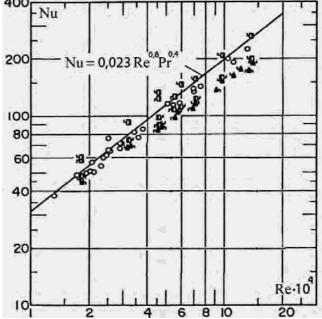


Рис. 1. Экспериментальные значения числа Nu в зависимости от Re при различных условиях нагрева стенок (взято из оригинальной статьи [1])

ваемого канала. Для канала с неодинаковым нагревом стенок числа Нуссельта, соответствующие более сильно нагреваемой стенке, также лежат ниже значений для симметричного нагрева. Числа Нуссельта для стенки, нагреваемой вдвое слабее, превышают значения для симметричного нагрева. В целом расхождения между Nu_1 и Nu_2 составляют около 25 %.

3. Обсуждение результатов. Обоснование применяемых методов расчёта

3.1. Расчётная реконструкция параметров тепловой нагрузки

В работе [1] не указаны параметры тепловой нагрузки, но приведен достаточный объём данных для их расчётной реконструкции. Геометрические параметры нагреваемой части канала, число Re и подогрев теплоносителя приведены в табл. 1.

Расход воздуха определялся по числу Re, рассчитанным физическим параметрам воздуха и заданной геометрии канала. Тепловая мощность канала определялась по энергетическому балансу. Результаты расчётной реконструкции параметров тепловой нагрузки приведены в табл. 2.

3.2. Результаты расчёта по программе Ansys CFX

С помощью модуля Ansys CFX проведены расчёты двух серий экспериментов. В расчёте испытаны некоторые корреляционные зависимости, используемые для замы-

кания уравнений Навье–Стокса: модель k- ϵ , "усовершенствованная" модель k- ϵ (RNG k- ϵ), модель k- ω , модель сдвиговых напряжений Ментера (SST), однопараметрическая модель на основе "длины перемешивания" (Zero Equation).

На рис. 2а)...в) даётся сравнение результатов расчёта с опытными данными. Стенка с большим тепловым потоком называется "горячей", с меньшим - "холодной". По оси абсцисс отложено расстояние вдоль экспериментального канала в метрах. Начало отсчёта совмещено со входом в экспериментальный канал. На расстоянии 1,016 м начинается обогреваемый участок канала. По оси ординат отложена температура стенки в градусах Кельвина. Точками обозначены данные эксперимента [1]. Непрерывными кривыми представлены результаты расчётов температуры стенки для различных моделей турбулентности (тип модели указан на рисунках).

Наилучшее согласие с опытными данными показывают расчёты с использованием модели SST. Измеренные и рассчитанные значения температуры стенки различаются между собой не более чем на 1 °C. Хорошие результаты показывает и применение модели k- ω . Заметно большие отклонения даёт использование моделей k- ε и RNG k- ε . В этом случае расхождение с опытными данными достигает 5 °C. По результатам этого сравнения рекомендовано применение модели SST для решения задач неоднородного обогрева щелевых каналов типа тепловыделяющей сборки реактора.

Т а б л и ц а 1. Экспериментальные данные, используемые для расчёта условий обогрева: L_0 и L_q – длина ненагреваемого и нагреваемого участков, l – ширина экспериментального канала, δ – высота шели. ΔT – пологрев возлуха в экспериментальном канале

o bbicora	і щоли, д	подот	рсь возд	цули в э	Kenephine	111 and 1011	Ramanc
№ серии	L_0 , MM	L_q , mm	l, mm	δ, мм	d_{Γ} , mm	Re	ΔT , K
1	1 016	3 556	76.2	15,2	25,4	31 400	15,31
2	1 010	3 330	70,2	13,2	25,4	45 700	17,9

Таблица 2. Результаты расчётной реконструкции параметров тепловой нагрузки: g – расход воздуха; Q – суммарная мощность, подводимая к каналу; q_s – тепловой поток на "горячей"/"холодной" стенках

№ серии	<i>g</i> , кг/с	Q, Bt	q_s , Bt/m ²				
1	28,248	435,714	1 608/0				
2	41,603	750,646	1 950,878/819,37				

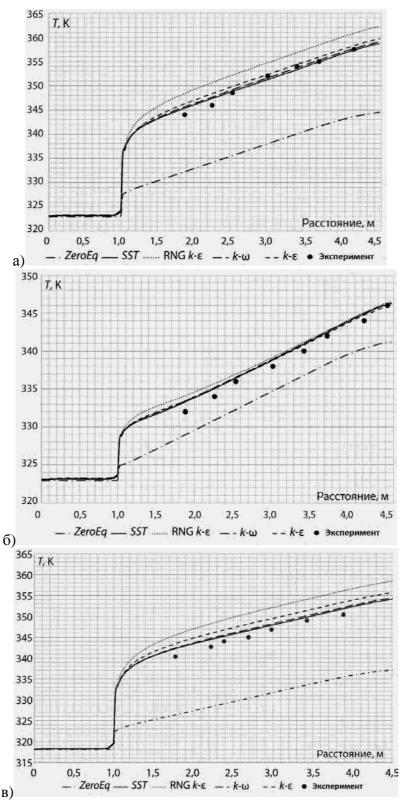


Рис. 2. Температуры нагреваемых стенок, полученные расчётным путём с помощью Ansys CFX, для серии экспериментов с режимами обогрева: а) $Q_1 \neq 0$, $Q_2 = 0$, "горячая" стенка; б) $Q_2 = 0,42$ Q_1 , "горячая" стенка; в) $Q_2 = 0,42$ Q_1 , "холодная" стенка

По результатам расчётов можно оценить отношение эффективного значения числа Нуссельта при неоднородном обогреве к числу Нуссельта при симметричном

обогреве следующим образом:

$$\left(\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Nu}_{0}}\right)^{\mathrm{pacq}} = \frac{\alpha(d_{\mathrm{r}}/\lambda)}{\alpha_{0}(d_{\mathrm{r}}/\lambda)} = \frac{q}{q_{0}} \frac{T_{w0} - T}{T_{w} - T},$$

где $\left(\mathrm{Nu/Nu_0}\right)^{\mathrm{pacq}}$ — отношение чисел Нуссельта для несимметричного и симметричного (индекс "нуль") нагрева, α — эффективное значение коэффициента теплоотдачи при несимметричном обогреве, q — плотность теплового потока при несимметричном обогреве, $\vartheta_0 = T_{w0} - \overline{T}$ — температурный напор на стенке при симметричном обогреве, $\vartheta = T_w - \overline{T}$ — температурный напор на стенке при несимметричном обогреве. Результаты расчётов сведены в табл. 3.

Таблица 3. Сравнение отношения чисел Нуссельта, вычисленных на основе расчётных (Ansys CFX) и экспериментальных данных [1]

№ серии	$(Nu/Nu_o)^{pacy}$	$(Nu/Nu_{o})^{HCH}$
1	0,835	0,875
2	0,851	0,885

Расчёты подтверждают, что эффективный коэффициент теплоотдачи на "горячей" стенке в несимметричном обогреве

снижается примерно на 15 % относительно "стандартного" значения в симметричном обогреве при оценке температурного напора по средней температуре теплоносителя. Расхождение расчётных и опытных данных составляет около 4 %.

3.3. Обоснование методики ПС

Выполнен расчёт температуры стенки по формуле (1) для условий эксперимента, описанного в разделе 3. Параметры режима: $q_1 = 2,006 \text{ кBt/m}^2$, $q_2 = 0,786 \text{ кBt/m}^2$, Re = 45 700, Pr = 0,71. Результаты представлены на рис. 3.

Очевидно, что расчёт температуры стенки по эффективному значению коэффициента теплоотдачи, полученному в эксперименте, должен совпадать с измеренными значениями в сечениях канала, соответствующих калибру $L/d \approx 80...90$. Выше и ниже по потоку от серединных сечений расчётные значения температуры стенки отклоняются от измеренных значений.

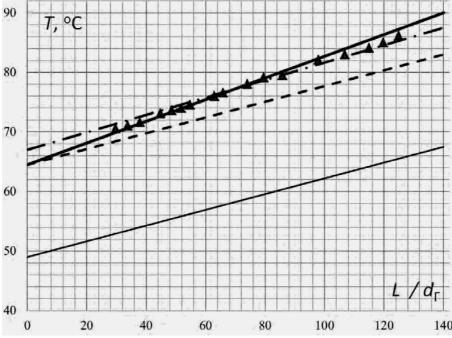


Рис. 3. Продольное распределение температуры для случая асимметричного нагрева $Q_2=0,42Q_1$. Параметры эксперимента: Re = 45 700, Pr = 0,71, $q_1=2$ 006 BT/m², $q_2=786$ BT/m². На вертикальной оси указана температура в градусах Цельсия, горизонтальной оси – длина канала L, выраженная в единицах гидравлического диаметра d_{Γ} . Треугольниками обозначены результаты измерений на "горячей" стенке согласно данным эксперимента [1]; штрихпунктирная линия – расчёт температуры по эффективному значению коэффициента теплоотдачи, полученному в эксперименте и которое показано на рис. 1; толстая линия – расчёт по методике ПС; штриховая линия – "стандартный расчёт" температуры стенки по корреляционному соотношению (1) и среднемассовому значению температуры теплоносителя в расчётном сечении; тонкая линия – среднеобъёмная температура теплоносителя

"Стандартный расчет" температуры стенки по корреляционному соотношению (1) и среднеобъёмному значению температуры теплоносителя в расчётном сечении даёт заметные отклонения от результатов измерений в сторону занижения значений. Эти отклонения увеличиваются по мере возрастания числа калибров. На расстояниях от входа в обогреваемый участок $(L/d_{\scriptscriptstyle \Gamma}) \ge 100$ отклонение от результатов измерений превышает 5 °C.

Расчёт температуры стенки по методике ПС показывает очень хорошее согласие с измеренными значениями по всей длине теплового участка. Особо следует отметить расчётное подтверждение установленного опытного результата, а именно, возрастание температурного напора по мере увеличения числа калибров. Как видно из рис. 3, в начале обогреваемого участка и измеренные значения температуры стенки, и расчётные значения по методике ПС стремятся к значениям, полученным по "стандартному расчету". Это требует дополнительного обсуждения.

Авторы экспериментальной работы [1] неоднократно обращаются к теме стабилизации теплового режима на обогреваемом участке. Это связано с тем, что они без обсуждения приняли традиционный подход корректирования числа Нуссельта путём введения поправочного коэффициента в виде степенной зависимости от отношения тепловых потоков, который может применяться только для режима тепловой стабилизации. В итоге, как отмечалось, принято решение исключить из обработки данные на первых сорока калибрах, считая, что далее устанавливается стабилизированный тепловой режим.

В то же время авторы статьи отмечают, что экспериментальный канал имел входной участок длиной 40 калибров для создания гидродинамически развитого течения на входе в нагреваемый участок. В этих условиях, когда сформировался пограничный слой, стабилизация теплового режима на стенке на обогреваемом участке наступает сравнительно быстро. При симметричном обогреве канала тепловая стабили-

зация наступает на расстоянии 10...20 калибров.

Однако опыты показывают, что для асимметричного нагрева каналов тепловая стабилизация значительно затягивается и в некоторых случая может быть вообще не зафиксирована. Упоминаются эксперименты Эккерта и Ирвина (ссылки на эту работу содержатся в статье [1]) с треугольным обогреваемым каналом длиной 110 гидравлических диаметров, теплового стабилизированного потока так и не было получено. В целом эта часть работы [1] оставляет впечатление не вполне завершённого исследования.

Методика ПС, подтверждённая экспериментальными данными, позволяет дать иное объяснение наблюдаемой зависимости эффективного значения коэффициента теплоотдачи от числа калибров несимметрично обогреваемого участка. В разделе 1 подробно объясняется, что в этом случае среднемассовая температура уже не является корректной мерой, характеризующей градиент температуры на том или ином участке поверхности теплообмена. Выделяется часть струи потока, примыкающего к исследуемой поверхности, температурный режим которой слабо зависит от температурного режима остальной части сечения канала. При возрастании калибра L/d зоны теплообмена отклонения от стандартного значения коэффициента теплоотдачи увеличиваются, поскольку по мере подогрева теплоносителя в канале возрастает "разверка" температуры теплоносителя по струям, примыкающим к различным поверхностям теплообмена.

Заключение

По результатам расчётной реконструкции экспериментального исследования дано обоснование предлагаемому методу расчёта теплообмена в плоском щелевом канале с неоднородным обогревом. Показано, что эффективный коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по среднемассовой температуре теплоносителя по полному сечению щели, зависит от распределения плот-

ности теплового потока. На поверхностях с относительно большим значением плотности теплового потока эффективный коэффициент теплоотдачи меньше, чем на поверхности с относительно меньшим значением плотности теплового потока.

В то же время значение коэффициента теплоотдачи не зависит от распределения тепловых потоков на оппозиционных тепловыделяющих поверхностях при условии, если тепловой напор рассчитывается по температуре "струи", примыкающей к исследуемой поверхности. Таким образом, эффективный коэффициент теплоотдачи характеризует не только интенсивность теплопереноса, но и распределение температуры теплоносителя в потоке при неоднородном обогреве щелевого канала.

Предлагаемый метод расчёта позволил дать ясное объяснение наблюдаемой зависимости эффективного коэффициента теплоотдачи на тепловыделяющих поверхностях от распределения плотности теплового потока без использования поправочных коэффициентов в виде степенных зависимостей от отношения плотности тепловых потоков. Помимо этого дано объяснение зависимости эффективного коэффициента теплоотдачи от числа калибров обогреваемого участка. Этот эффект обнаружен в эксперименте, но не получил исчерпывающего объяснения.

Выполнено тестирование расчётного модуля Ansys CFX с испытанием корреляционных зависимостей для замыкания уравнений Навье-Стокса из списка, содержащегося в модуле Ansys CFX. По результатам выполненного исследования рекомендовано применение модели SST в ре-

шении задач неоднородного обогрева щелевых каналов.

Хорошее согласие результатов, полученных в эксперименте, в прямом расчёте (по программе Ansys CFX) и по предлагаемой методике, служит надёжным обоснованием рекомендуемого расчёта эффективного коэффициента теплоотдачи в щелевом канале с неоднородным обогревом.

Список литературы

- 1. Sparrow E.M., Lloyd J.R., Nixon C.W. Experiments on Turbulent Heat Transfer in an Asymmetrically Heated Rectangular Duct, Trans. ASME, series C, vol. 88, 1966 (Перевод: Спэрроу Е.М., Лойд Дж.Р., Никсон К.У. Экспериментальное исследование турбулентной теплоотдачи в асимметрично нагреваемых каналах прямо-угольного сечения, Труды ASME, серия 3, вып. 2, с. 23–29, 1966).
- 2. *ANSYS*, Inc. ANSYS CFX-Solver Theory Guide, Release 12.1, 2009.
- 3. *Deissler R., Taylor M.* Analysis of turbulent flow and heat transfer in noncircular passages. NACA, TN-4384, 1958.
- 4. *Sparrow E.M.*, *Novotny J.L.*, *McComas S.T.*, *Eckert E.R.G.* Heat Transfer for Turbulent Flow in Rectangular Duct with Two Heated and Two Unheated Walls, AIChE J., 1964, v. 10, p. 466–470.

Контактная информация — Князев Владимир Андреевич, с. н. с., тел.: 8(499)196-70-19, e-mail: knyazev_va@pochta.ru; Никулин Кирилл Сергеевич, инженер, тел.: 8(499)196-71-41, e-mail: virosliv@mail.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2016, вып. 1, с. 56–64.

УДК 621.039.52.034.3:621.039.513 Статистический анализ параметров реакторной установки с прямым замкнутым газотурбинным циклом

Н.Г. Кодочигов, В.Ф. Головко, И.В. Дмитриева, М.Е. Ганин, АО "ОКБМ Африкантов", 603074, г. Нижний Новгород, Бурнаковский проезд, 15

Статья поступила в редакцию 05.06.2015 г.

Представлено описание математической модели замкнутого газотурбинного цикла, интегрированного с высокотемпературным газоохлаждаемым реактором (ВТГР). Разработана методика расчёта методом Монте-Карло статических параметров реакторной установки (РУ) с газотурбинным циклом с учётом диапазона возможных отклонений характеристик основного оборудования и систем от их номинальных значений. Выполнен статистический анализ вероятностных законов распределения параметров РУ в энергетическом диапазоне работы, необходимый для формирования технических требований к основным компонентам оборудования и разработки алгоритмов управления, гарантирующих изменение параметров в заданных пределах.

Ключевые слова: ВТГР, прямой замкнутый газотурбинный цикл, метод Монте-Карло.

Statistical Analysis of Parameters of the Reactor Plant with the Direct Closed Gas-Turbine Cycle. N.G. Kodochigov, V.F. Golovko, I.V. Dmitrieva, M.E. Ganin, JSC "Afrikantov OKBM", 15, Burnakovskiy Proezd, Nizhniv Novgorod, 603074.

Presented is a description of the mathematical model for the closed gas-turbine cycle integrated with a high-temperature gas-cooled reactor (HTGR). A methodology is developed for Monte Carlo calculations of the static parameters of the reactor plant with the gas-turbine cycle with taking into consideration the range of possible deviations in characteristics of the main equipment and systems from their nominal values. A statistical analysis is carried out for probabilistic distribution laws of reactor plant parameters in the power operation range. The analysis is essential for preparing technical requirements for main components of equipment and for developing control algorithms that guarantee variation of parameters in the specified range.

Key Words: HTGR, Direct Closed Gas-Turbine Cycle, Monte Carlo Method.

Введение

Опыт эксплуатации к началу 1990 г. более чем 50 газоохлаждаемых реакторов на углекислом газе и гелии, а также последние достижения в технологии газовых турбин, высокоэффективных рекуператоров и электромагнитных подшипников позволили считать реальной разработку проекта РУ, сочетающей безопасный модульный гелиевоохлаждаемый реактор с высокоэффективным циклом Брайтона, интегрированным в I контур реактора [1].

Особенностью энергетических установок с прямым замкнутым газотурбинным циклом является сложная взаимосвязь параметров I контура, которая не позволяет откорректировать на этапе эксплуатации отклонения параметров. Отклонения характеристик оборудования от проектных и проектные запасы могут привести к недопустимому отклонению отдельных эксплу-

атационных параметров и снижению показателей эффективности установок. Поэтому достоверное прогнозирование и оптимизация параметров на основе вероятностных оценок становятся неотъемлемой составляющей проектных расчётов.

Выполнен анализ неопределённости статических параметров и характеристик РУ с газотурбинным циклом методом Монте-Карло, служащим наиболее точным и универсальным инструментом для решения подобного рода задач. Рассматриваются режимы работы РУ в энергетическом диапазоне мощности при различных способах управления РУ.

1. Тепловая схема и условия работы

В основу математической модели установки положена тепловая схема, изображённая на рис. 1. Преобразование вырабатываемой в реакторе энергии осуществля-

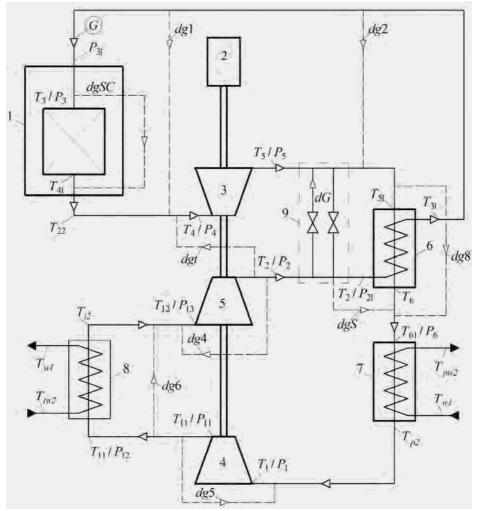


Рис. 1. Тепловая схема установки: G – расход через реактор; dg – протечки газа; T_i – температура гелия; P_i – давление гелия; 1 – реактор; 2 – генератор; 3 – турбина; 4 – компрессор низкого давления (КНД); 5 – компрессор высокого давления (КВД); 6 – рекуператор; 7 – предварительный холодильник; 8 – промежуточный холодильник; 9 – система байпасных клапанов (БК)

ется в замкнутом рекуперативном газотурбинном цикле с промежуточным охлаждением гелия. Энергетический режим работы рассматривается в диапазоне электрической мощности от 15 до 100 %. Скорость вращения вала турбомашины для её одновальной схемы поддерживается сетью постоянной.

Требования по маневренности РУ в данном диапазоне предусматривают быстрые и медленные изменения электрической мощности, для чего применяются два основных способа управления мощностью: изменением массы (давления) гелия в контуре и байпасированием расхода через клапаны с выхода из КВД на выход из турбины (рис. 1).

Медленные изменения электрической мощности обеспечиваются с помощью из-

менения массы (давления) гелия в I контуре и соответствующим изменением тепловой мощности реактора. При этом при незначительном изменении температуры в контуре сохраняются газодинамическое подобие процессов и высокий КПД РУ.

Быстрые изменения электрической мощности обеспечиваются с помощью перепуска гелия с напора КВД на выход из турбины и соответствующим изменением тепловой мощности реактора. При этом увеличивается давление гелия на выходе из турбины, снижается расход гелия через турбину и увеличивается расход через компрессоры, в результате чего снижается полезная мощность турбины и увеличивается потребляемая мощность компрессоров. Маневренность при этом способе ограничива-

ется только временем закрытия и открытия клапанов и проходными сечениями байпасных веток, однако при этом снижается КПД газотурбинного цикла.

2. Процедура решения задачи

Метод Монте-Карло является наиболее универсальным методом, пригодным для расчёта законов распределения и основных характеристик случайной величины f при любых законах распределения аргументов x_i и произвольном виде функции $f(x_i, x_2...x_n)$.

Процедура математического прогнозирования ожидаемых параметров установки методом Монте-Карло следующая. Для каждого аргумента x_i функции f (рис. 2, 3) случайным образом "разыгрывается" его значение из поля допуска $(x_i^p - \delta x_i^-) \le x_i \le (x_i^p + \delta x_i^+)$ в соответствии с известным законом распределения $\phi_i(x_i)$, где x_i^p расчётное проектное значение параметра. Затем определяется случайное значение определяемой функции $f(x_i, x_2...x_n)$, в качестве которой могут рассматриваться КПД установки, температура газа на входе в реактор, расход, давление газа, характеристики компрессоров и т.д.

Проведя N таких испытаний, получим выборку значений функции f, служащей исходным материалом для построения плотности распределения $\phi(f)$ случайной величины f. Для этого область значений функции f разбивается на m одинаковых интервалов (бинов): $[f_1, f_2], [f_2, f_3]...[f_m, f_{m+1}]$ и подсчитывается количество испытаний ΔN_j , в которых значение f попало в каждый из бинов $[f_j, f_{j+1}]$. Плотность распределения $\phi(f)$ определится формулой

$$\varphi(f_j) = [1/(f_{j+1} - f_j)](\Delta N_j/N), j = 1...m. (1)$$

Аналогичным образом строится и эмпирический интегральный закон распреде-



Рис. 2. Диапазон изменения параметра x_i

$$f_p - \delta f^- \qquad \delta f^- \qquad f_p = \delta f^+ \qquad f_p + \delta f^+$$

Рис. 3. Диапазон изменения функции f

ления
$$F(f)$$

$$F(f_{k}) = N_{k}/N, k = 1...m+1, \qquad (2)$$

где
$$N_k = \sum_{j=1}^{k-1} \Delta N_j$$
 — количество испытаний, в

которых значение $f < f_k$.

Число бинов m, в которых группируется статистический материал, обычно не превышает нескольких десятков и связано с количеством испытаний N таким образом, чтобы количество испытаний в каждом бине было не менее 20...30. В свою очередь необходимый объём испытаний должен быть достаточно большим (десятки тысяч), поскольку погрешность метода Монте-Карло обратно пропорциональна квадратному корню из числа испытаний: $\varepsilon_{\text{отн}} \sim 1/\sqrt{N}$ или $N \sim 1/\epsilon_{\text{отн}}^2$. На основе интегрального закона распределения с помощью метода половинного деления с заданной вероятностью находится доверительный интервал функшии Δf .

На основе интегрального закона распределения (2) можно определить вероятность выхода функции за границы предельных отклонений $f_{\rm np}$:

$$P(f < f_{\pi p}) = F(f_{\pi p}), P(f \ge f_{\pi p}) = 1 - F(f_{\pi p}).$$

Метод Монте-Карло позволяет получить числовые характеристики исследуемой функции f — математическое ожидание m_f , дисперсию D_f , среднеквадратическое отклонение σ_f , верхнюю и нижнюю границы функции с заданной доверительной вероятностью [2]:

$$m_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f_i;$$
 (3)

$$D_f = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (f_i - m_f)^2;$$
 (4)

$$\sigma_f = \sqrt{D_f} , \qquad (5)$$

где f_i — значение функции f, полученное в i-м испытании.

Алгоритм вычисления статистических характеристик параметров установки реализован в программе на языке программирования Фортран, состоящей из следующих расчётных блоков:

– блок моделирования случайных величин (исходных параметров-аргументов),

распределённых по заданному вероятностному закону;

- блок расчёта определяющей функции (или функций) на основе принятой математической модели установки;
- блок обработки представления результатов в табличной и графической формах.

Структурная схема программы приведена на рис. 4.

Далее даётся более подробное описание методов расчётного анализа и основных расчётных зависимостей, используемых в программе.

3. Оценка неопределённости исходных параметров

Чтобы определить диапазон отклонений исходных параметров-аргументов и установить закон их распределения в заданном диапазоне, предлагается их условно разделить на два типа в зависимости от их характера и влияния на точность инженерного расчёта — случайные отклонения и запасы [3].

Случайные отклонения связаны с погрешностями методик расчёта характеристик отдельного оборудования, неопределённостями свойств материалов, допусками на размеры при изготовлении и сборке, погрешностями измерительных устройств, изменениями окружающих условий и другими случайными по своей природе факторами, не поддающимися точному предсказанию. Они остаются неизменными в течение всего срока эксплуатации и подчиняются, как правило, нормальному закону распределения.

Запасы рассматриваются как независимые случайные величины и также моделируются в рамках теории случайных процессов. Запасы в соответствии с причинами возникновения подразделены на две группы. К первой относятся запасы, связанные с возможными схемно-конструктивными изменениями отдельных систем и оборудования, которые могут потребоваться в процессе проектирования и экспериментальной отработки конструкций. Цель этих запасов - предвидеть и скомпенсировать последствия таких изменений в проекте. Они могут быть предсказаны заранее, исходя из предшествующего опыта проектирования, и подчиняются, как правило, равномерному закону распределения в заданном диапазоне допусков.

Ко второй группе относятся запасы, учитывающие изменения в процессе эксплуатации. Они связаны с деградацией характеристик оборудования и материалов вследствие их износа, старения, загрязнения, глушения труб и т.д. в течение всего периода эксплуатации. Спрогнозировать такие отклонения можно достаточно хорошо, используя опыт изготовления и эксплуатации оборудования в аналогичных условиях работы. Как правило, для большинства ха-

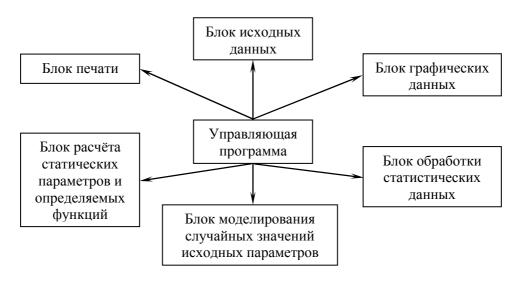


Рис. 4. Структурная схема программы

рактеристик принимаются постоянная скорость деградации и равновероятный закон распределения.

Исходные параметры, которые в наибольшей степени подвержены отклонениям, сгруппированы в соответствии с принятой классификацией в таблице.

4. Моделирование случайных величин с заданным законом распределения

Как следует из анализа случайных отклонений исходных параметров, характерными распределениями являются равновероятное либо нормальное распределение.

1) Моделирование случайной величины с равновероятным законом распределения на интервале $a \le x \le b$.

В этом случае $x=(b-a)\gamma+a$, где $\gamma-$ стандартная случайная величина, равномерно распределённая на отрезке [0, 1]; в частном случае для нормированной случайной величины с параметрами $m_x=0$, $\sigma_x=1$

$$x_0 = \sqrt{3}(2\gamma - 1)$$
.

Алгоритмы генерирования псевдослучайных чисел, равномерно распределённых на отрезке [0, 1], достаточно хорошо разработаны, в данном расчётном анализе использовался алгоритм [4].

2) <u>Моделирование случайной величины, распределённой по нормальному закону.</u>

Существует большое количество методов моделирования нормального закона распределения, самый распространённый из которых заключается в вычислении нормированной суммы n независимых равномерно распределённых величин $\gamma_1...\gamma_n$:

$$x_0 = \sqrt{3/n} \sum_{i=1}^n (2\gamma_i - 1).$$

Согласно центральной предельной теореме при $n \to \infty$ закон распределения суммы будет стремиться к нормальному закону с параметрами $m_x = 0$, $\sigma_x = 1$. Асимптотика устанавливается достаточно быстро, поэтому ограничиваемся значениями n = 12.

Моделирование случайной величины x, распределённой по нормальному закону с заданным математическим ожиданием m_x и среднеквадратическим отклонением σ_x , сводится к линейному преобразованию предыдущей формулы: $x = \sigma_x x_0 + m_x$, где x_0 нормированная нормальная случайная величина.

При расчёте методом Монте-Карло каждый параметр-аргумент разыгрывается по отдельности в соответствии с законом распределения для каждого типа факторов. Распределение параметров внутри полей допусков для факторов первого типа принято подчиняющимся нормальному закону в интервале $\pm 2\sigma$, для факторов второго типа, для которых принято равномерное распределение, задаются нижняя и верхняя границы интервала [a, b], соответствующие полям допуска. Поскольку отклонения параметров всех типов (групп) обусловлены не зависящими друг от друга причинами, они рассматриваются как независимые аргументы и после разыгрывания суммируются.

Т а б л и ц а. Классификация отклонений исходных параметров

Случайные отклонения	Запасы	
	на изменения в проекте	на изменения в процессе эксплуатации
– КПД компонентов турбо-	 количество и эффектив- 	– изменение потерь давления в реакторе,
машины	ность теплообменников	вызванное изменениями графитовых кон-
– тепловая эффективность	– изменение геометрии и	струкций
теплообменников	гидравлики контура	– отложения примесей и глушение части
 гидравлические потери в 	количество и величина	трубок (секций) в теплообменниках
контуре	протечек в уплотнениях	– увеличение протечек через уплотнения
протечки гелия в уплотне-	температура и расход	из-за их износа
ниях	охлаждающей воды	– уменьшение расхода охлаждающей воды
– температура окружающего		из-за изменения характеристики насоса
воздуха в градирне		
– тепловые потери		

5. Алгоритм расчёта основных параметров и показателей установки

Расчёт основных параметров газотурбинного цикла и РУ проводится в соответствии с тепловой схемой установки (рис. 1). Проектные номинальные параметры РУ определяются на основе предварительных оптимизационных исследований [1] исходя из требований, предъявляемых потребителем (по электрической мощности, экономичности, безопасности и др.), и ограничивающих факторов (проектные ограничения, условия окружающей среды) и являются исходными данными для проектирования и компоновки основного оборудования и компонентов тепловой схемы РУ.

После определения принципов управления установкой выполняется поверочный расчёт установки на 100 % и частичных электрических нагрузках. Полученное значение массы гелия при 100 % мощности служит характеристикой контура и используется в качестве контрольного параметра в режимах управления РУ с помощью БК.

На рис. 1 указаны ключевые точки, в которых определяются статические параметры РУ (расходы, температуры, давления). Результирующие значения относятся к параметрам заторможенного потока. Для описания компонентов оборудования используется одномерная модель с сосредоточенными параметрами. Алгоритм расчёта сводится к решению системы уравнений, описывающих термодинамические и теплогидравлические стационарные процессы в реакторе и оборудовании газотурбинного цикла, последовательно-итерационным методом [5].

Расчёт статических параметров на частичных нагрузках производится при пошаговом снижении мощности реактора и температуры гелия на выходе из реактора до тех пор, пока электрическая мощность РУ (нетто) не достигнет 15 % (граница работы в энергетическом режиме).

При способе управления мощностью РУ с помощью БК в расчёт вводятся дополнительные блоки, моделирующие контур течения гелия через БК. На каждом ша-

ге производится сравнение вычисленной массы гелия в контуре с массой, соответствующей 100 % нагрузке. Если погрешность не превышает заданного значения, то расчёт продолжается на новом уровне мощности, в противном случае корректируется расход через клапан и расчёт на текущем шаге повторяется.

Поскольку диапазоны отклонений исходных параметров-аргументов в основном задаются в долях по отношению к величине самих параметров, которые в свою очередь пересчитываются в процессе поверочного расчёта на частичных нагрузках (потери давления, коэффициенты теплообмена и др.), то на каждом шаге предварительно рассчитываются параметры РУ без учёта отклонений и вычисляются диапазоны отклонений для каждого исходного параметра. Затем, разыграв N раз значения параметров-аргументов и произведя N расчётов определяемой функции, получим необходимый объём выборки значений определяемой функции.

По формулам (1)...(5) определяются статистические характеристики распределения определяемой функции: плотность распределения, интегральный закон распределения, значения математического ожидания, дисперсии и среднеквадратического отклонения определяемой функции. Выходные данные обрабатываются для представления в табличном и графическом видах.

Ниже приведены основные расчётные зависимости и уравнения математической модели.

Расчёт массовых расходов гелия на отдельных участках контура

Для каждой узловой точки тепловой схемы записывается уравнение баланса расходов, из которого рассчитываются величины расходов на отдельных участках схемы и в элементах оборудования:

$$\Sigma G_{i ext{BX}} + \Sigma d G_i = \Sigma G_{j ext{BbiX}} + \Sigma d G_j,$$
 где $G_{i ext{BX}}$, $G_{j ext{BbiX}}$ – расход газа на входе и выходе узловой точки, соответственно.

Расходы протечек dG определяются в долях по отношению к расходу через реак-

тор: $dG = G_p dg$, где dg – относительный расход протечки; G_p – расход через активную зону реактора.

Расчёт температур

Для расчёта температуры гелия в отдельных точках контура в процессе подвода (отвода) тепла и подмешивания (отбора) расходов протечек dG_i с температурами T_i использовались уравнения сохранения энергии (энтальпии) для потока газа с постоянной изобарной теплоёмкостью C_p :

 $G_0C_pT_0 + \Sigma(dG_iC_pT_i) + \Delta Q = GC_pT$, где G_0 , T_0 – расход и температура исходного потока; G, T – расход и температура результирующего потока; ΔQ – подведённое количество тепла в реакторе и рекуперация тепла вследствие паразитного теплообмена между горячими и холодными потоками гелия на отдельных участках контура.

Расчёт гидравлических потерь давления

Гидравлические потери сгруппированы в несколько укрупнённых гидравлических элементов, которые включают отдельное оборудование с участками соединительных газоходов и выражаются в относительном виде величинами $S_i = P_{\text{out}}/P_{\text{in}} = 1 - \Delta P_i/P_{\text{in}}$, где P_{in} , P_{out} — давление на входе и выходе из участка.

На частичных нагрузках гидравлические потери ΔP_i пересчитываются с учётом текущих значений расходов и усреднённых температур и давлений в пределах участка:

$$\Delta P_{i} = \Delta P_{H} \frac{G_{i}^{2}}{G_{H}^{2}} \frac{\overline{T}_{i}^{2}}{\overline{T}_{H}^{2}} \frac{\overline{P}_{H}^{2}}{\overline{P}_{i}^{2}},$$

где ΔP – гидравлические потери на участке; G – расход газа на участке; \overline{T} , \overline{P} – средние температура и давление газа; индекс "i" относится к текущему режиму, индекс "i" – к номинальному режиму.

Коэффициенты гидравлического сопротивления участков в расчётном диапазоне изменения расходов приняты постоянными.

Расчёт массы газа в контуре

Для каждого участка контура определяются средние температура и давление и из уравнения состояния идеального газа рассчитывается масса гелия в контуре: $M = \Sigma M_i$, где M_i – масса гелия на участке; $M_i = V_i \overline{P_i} / (R\overline{T_i})$, где R – газовая постоянная гелия; V_i – объём гелия на участке.

Расчётные модели компонентов оборудования

Тепловые процессы в теплообменном оборудовании (рекуператоре, предварительном и промежуточном холодильниках) описываются известными уравнениями теплового баланса и теплопередачи для противоточных теплообменников. Термодинамические процессы в компрессорах и турбине описываются уравнениями адиабатического сжатия/расширения: $N_{\kappa} = G_{\kappa} C_p \Delta T_{\kappa}$, где N_{κ} , G_{κ} – мощность и расход газа через компрессор; $\Delta T_{\rm K}$ – подогрев газа в лопастной системе компрессора: $\Delta T_{\kappa} = T_{\kappa} (\pi_{\kappa}^{\ m} - 1) / \eta_{\kappa}$, где π_{κ} , η_{κ} – степени сжатия и адиабатический КПД компрессора, T_{κ} – абсолютная температура на входе в компрессор, m = (k-1)/k, k – показатель адиабаты газа.

Универсальные характеристики лопастной системы компрессоров и турбины представлены в виде аппроксимирующих функций $\pi_{\kappa}(G_{\text{пр}}, n_{\text{пр}})$, $\eta_{\kappa}(G_{\text{пр}}, n_{\text{пр}})$, $\pi_{\tau}(G_{\text{пр}}, n_{\text{пр}})$.

Расчёт тепловых балансов и эффективности цикла

На основе вычисленных температур и расходов гелия в контуре рассчитываются мощность реактора, тепловые потери во вспомогательных системах, определяются термодинамическая эффективность цикла и КПЛ РУ:

 $Q_1 = Q_N - Q_{\text{СОШР}}$, где Q_1 — тепловая мощность, подведённая к рабочему телу цикла; Q_N — тепловая мощность реактора; $Q_{\text{СОШР}}$ — тепловые потери в системе охлаждения шахты реактора;

 $Q_2 = Q_{\rm x1} + Q_{\rm x2} + Q_{\rm COOP} + Q_{\rm CO}$, где Q_2 – тепловая мощность, отведённая от рабочего тела цикла; $Q_{\rm x1}$, $Q_{\rm x2}$ – тепловая мощность промежуточного и предварительного холодильников, соответственно; $Q_{\rm COOP}$, $Q_{\rm CO}$ – тепловые потери в системе охлаждения остановленного реактора и в системе очистки гелия, соответственно;

 $N_{\Gamma} = N_{\mathrm{T}} - (N_{\mathrm{K}1} + N_{\mathrm{K}2}) = Q_1 - Q_2$, где N_{Γ} – мощность на валу генератора; N_{T} , $N_{\mathrm{K}1}$, $N_{\mathrm{K}2}$ – мощность турбины и компрессоров, соответственно;

 $N_3 = \eta_{\rm r} N_{\rm r}$, где N_3 –электрическая мощность генератора; $\eta_{\rm r}$ – КПД генератора; $N_{\rm r}$ –

мощность на валу генератора;

 $Q_{\Gamma} = (1 - \eta_{\Gamma})N_{\Gamma}$, где Q_{Γ} – тепловые потери на охлаждение генератора;

 $\eta_3 = (N_3 - N_{\rm cH})/Q_N$, где η_3 — электрический КПД нетто РУ; $N_{\rm cH}$ — мощность собственных нужд РУ.

6. Анализ результатов численного эксперимента

На рис. 5, 6 представлены гистограммы и статистические характеристики распределения для двух определяемых функций – КПД нетто РУ и давления на выходе из

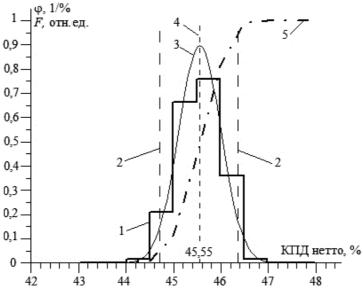


Рис. 5. Гистограмма распределения функции КПД нетто РУ: 1 – плотность распределения φ ; 2 – нижняя и верхняя границы при доверительной вероятности 95 %; 3 – функция Гаусса; 4 – математическое ожидание; 5 – интегральная функция распределения F

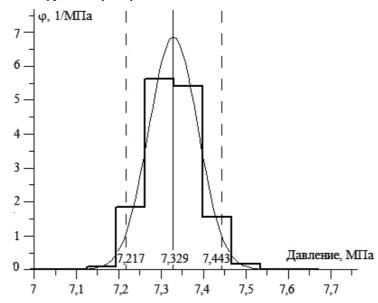


Рис. 6. Гистограмма распределения функции давления на выходе из КВД

КВД – по результатам расчёта для номинального режима 100 % электрической мощности при объёме испытаний N = 5 000.

Сравнение с предельным Гауссовым распределением показывает приемлемую погрешность метода обработки информации, которая зависит от объёма испытаний и моделирования исходных параметров-аргументов.

Суммарное воздействие неопределённостей всех исходных параметров приводит к значительному разбросу возможных значений КПД нетто установки, который с вероятностью 95 % локализован в интервале 44,70...46,35 %, а среднее статистическое значение составляет 45,55 % (рис. 5). Максимальный разброс значений для давления гелия на выходе из КВД в пределах 95 % доверительного интервала составляет ± 0,116 МПа (рис. 6). Ожидаемое давление гелия в данном интервале не превышает максимальную расчётную величину 7,5 МПа, и вероятность выхода за пределы 7,5 МПа невелика – около 1 %.

Программа позволяет проанализировать влияние неопределённостей отдельных параметров на возможный разброс значений исследуемой функции, причём это вли-

яние обусловлено как чувствительностью функции к каждому параметру, так и величиной допуска. В качестве примера на рис. 7 показана чувствительность КПД установки к исходным параметрам, выражающая приращение КПД нетто в процентах к 1 % приращения каждого исходного параметра.

Как следует из рис. 7, КПД установки наиболее чувствителен к КПД генератора и турбокомпрессора и менее всего к протечкам гелия в уплотнениях, в то время как в абсолютном выражении с учётом полей допусков (небольших для генератора и турбокомпрессора и больших для протечек) влияние этих параметров на КПД установки примерно одинаково.

Подобный анализ позволяет выявить необходимость корректировки проектных данных, принятия дополнительных мер по сужению полей допусков исходных параметров, негативно влияющих на ключевые показатели установки, исключения излишних проектных запасов в оборудовании, на основании чего можно сделать количественные оценки резервов повышения эффективности установки.

Данные по ожидаемому диапазону отклонений параметров во всём энергетиче-

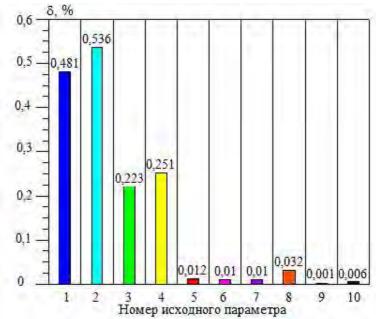


Рис. 7. Чувствительность КПД нетто (δ) к отклонению исходных параметров: 1 — КПД генератора; 2...4 — адиабатический КПД турбины, КНД и КВД, соответственно; 5...7 — приведенный коэффициент теплопередачи рекуператора, предварительного и промежуточного холодильников, соответственно; 8 — гидравлические потери в I контуре; 9, 10 — относительные протечки гелия в статических и вращающихся уплотнениях, соответственно

ском диапазоне работы установки предоставляют ценную информацию для определения границ нормальной работы РУ, необходимую при формировании технических требований к основному оборудованию и системам регулирования РУ. Так, на рис. 8 показаны области разброса возможных значений для ряда исследуемых функций в режимах работы на частичных нагрузках при регулировании мощности массой гелия (рис. 8.а...в) и с помощью расхода через БК (рис. 8.г).

Данные параметры представляют интерес с точки зрения анализа условий работы оборудования (турбины, рекуператора) и внутриреакторных металлоконструкций, а

именно, непревышения расчётных значений температуры и давления, определяемых из условий прочности. Как следует из рис. 8, отклонения температур и давлений лежат в допустимых пределах.

Статистический анализ позволяет оценить вероятность попадания оборудования (турбина, компрессоры) в область неустойчивой работы. Так, рис. 9 представляет характеристические кривые компрессора и удалённость области возможных рабочих точек компрессора от границ неустойчивой работы, определяемых линиями помпажа и флаттера. Как видно из рис. 9, устойчивая работа компрессора гарантированно обеспечивается во всех статических состояниях

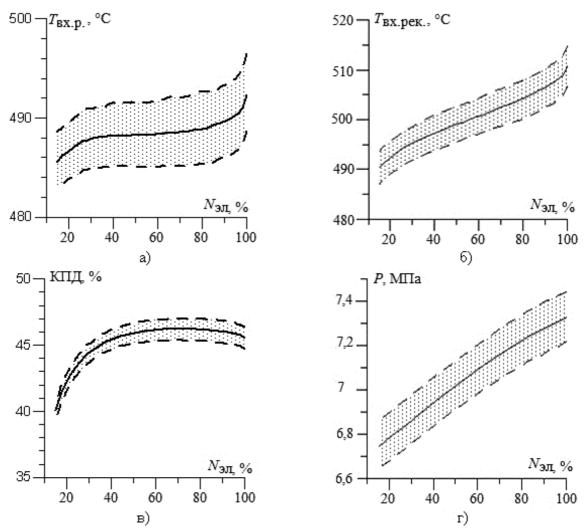


Рис. 8. Ожидаемый диапазон распределения параметров с доверительной вероятностью 95 % в режимах с изменением электрической мощности $N_{\text{эл}}$: а) — температуры гелия на входе в реактор $T_{\text{вх.р.}}$; б) — температуры гелия на входе в рекуператор по контуру низкого давления $T_{\text{вх.рек.}}$; в) — КПД нетто РУ; г) — давления P на выходе из КВД

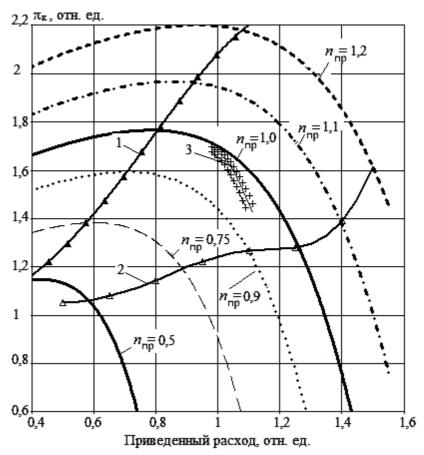


Рис. 9. Ожидаемая рабочая область компрессора: $\pi_{\rm K}$ – степень сжатия; $n_{\rm np}$ – приведенная скорость вращения; 1 – линия помпажа; 2 – линия флаттера; 3 – рабочая область

РУ. Аналогичные графики могут быть построены для любых интересующих параметров с целью анализа области их совместной реализации.

Для определения погрешности метода Монте-Карло проведена серия тестовых расчётов с варьированием количества испытаний от 5 000 до 100 000 и количества равномерно распределённых случайных величин при моделировании нормального закона — от 3 до 24. Получено, что относительная статистическая погрешность вычисления ожидаемого значения КПД не превышает 0,01 %, аналогичная погрешность для среднеквадратического отклонения не превышает 0,65 %.

Заключение

Разработаны методика и программа математического прогнозирования ожидаемых параметров РУ методом Монте-Карло. Расчётный алгоритм реализован примени-

тельно к газоохлаждаемым РУ с замкнутым газотурбинным циклом, для которых необходимо достоверное прогнозирование диапазона неопределённости основных параметров ввиду сложности корректировки их возможных отклонений в процессе эксплуатации. Анализировались параметры работы РУ на 100 % уровне мощности и на частичных нагрузках.

Предложено в качестве случайных отклонений исходных параметров-аргументов рассматривать как случайные по своей природе факторы (погрешности и неопределённости расчётных методик, свойств материалов, допуски на размеры), так и отклонения, связанные с назначенными расчётными запасами оборудования. Данный подход позволяет прогнозировать ожидаемые параметры на любых стадиях проектирования и эксплуатации установки.

Данные, полученные в результате статистического анализа, предоставляют ценную информацию для определения границ

нормальной работы во всём энергетическом диапазоне, необходимую при формировании технических требований к основному оборудованию и системам регулирования РУ, в том числе позволяют обнаружить области неустойчивой работы турбины и компрессоров. Подобный анализ позволяет также исключить излишние проектные запасы в оборудовании, выявить и количественно оценить резервы повышения эффективности установки.

Предложенная методика может быть распространена на любые энергетические системы, как бы сложны они не были, если известны законы распределения исходных параметров.

Список литературы

- 1. *Golovko V.F.*, *Dmitrieva I.V.*, *Kodochigov N.G.*, *Kuzavkov N.G.* Features of adapting gas turbine cycle and heat exchangers for HTGRs / In: Proc. of a Technical Committee Meeting Held in Palo Alto 14-16 November 2000. IAEA-TECDOC -1238, 2001, p. 63–74.
- 2. *Соболь И.М.* Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1968.

- 3. Головко В.Ф., Дмитриева И.В., Кодочигов Н.Г., Кузавков Н.Г., Петрунин В.В., Солдатов В.А. Выбор оптимальных параметров ВТГР с прямым закрытым газотурбинным циклом с использованием вероятностных методов // Тяжёлое машиностроение, 2006, № 2, с. 6–9.
- 4. **Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.** Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980.
- 5. *Ганин М.Е., Головко В.Ф., Дмитриева И.В., Кодочигов Н.Г.* Моделирование ЯЭУ с замкнутым газотурбинным циклом на базе ВТГР. Сб. докладов научно-техн. семинара-совещания "Современные методы расчётного моделирования и проблемы теплообмена в задачах обоснования проектов и безопасности перспективных реакторных установок", Обнинск, 23-24 июня 2011 г., с. 7–9.

Контактная информация — Ганин Максим Евгеньевич, вед. инж.-конструктор, тел.: 8(831)275-25-63, e-mail: kuznetcov@okbm.nnov.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2016, вып. 1, с. 65–76.

УДК 621.039.526

Минимальная погрешность расчёта накопления газообразных продуктов деления в металлическом топливе, облучаемом в быстром спектре

Е.Ф. Митенкова., Н.В. Новиков, ИБРАЭ РАН, 115191, Москва, Большая Тульская ул., 52

Статья поступила в редакцию 19.05.2015 г.

Представлены результаты исследования нейтронно-физических характеристик экспериментальной ТВС (ЭТВС) с металлическим U-Pu-Zr топливом, облучённой в реакторе БОР-60. На основе анализа расчётных и экспериментальных данных изотопного состава облучённой ЭТВС получены погрешности, обусловленные отдельными составляющими при обсчёте эксперимента. Приведена нижняя оценка расчётной погрешности накопления газообразных продуктов деления в ЭТВС с выгоранием 9,7 % т.а. Расчёты осуществлены с помощью кодов MONTEBURNS–MCNP5–ORIGEN2 и библиотек ядернофизических данных, подготовленных на основе ENDF/B-VII.0, JEFF 3.1 и файлов с расширенным представлением выхода продуктов деления, что особенно важно в расчётах выгорания топлива, облучаемого в быстром спектре.

Ключевые слова: выгорание, ТВС, металлическое U-Pu-Zr топливо, БОР-60.

Minimum Calculation Error of Gaseous Fission Products Accumulation in the Metal Fuel Irradiated in Fast Neutron Spectrum. E.F. Mitenkova, N.V. Novikov, Nuclear Safety Institute of the Russian Academy of Sciences, 52, Bol'shaya Tul'skaya St., Moscow, 115191.

The comparative experimental and calculated results of post-irradiation fuel assembly (FA) with experimental U-Pu-Zr fuel (eFA) in BOR-60 reactor are presented in the paper. Based on the analysis of the calculated and experimental values for eFA with burnout 9,7 % h.a. the errors, caused by individual calculation components, are given. The lower bound calculation errors are presented for gaseous fission products. Calculations are executed using MONTEBURNS—MCNP5—ORIGEN2 codes and nuclear data libraries being compiled from ENDF/B-VII.0, JEFF 3.1 and files with more detailed energy grids for fission yield libraries compilation that is especially important in accurate burn-up calculations of fuel, irradiated in a fast spectrum.

Key Words: Burnout, FA, Metal U-Pu-Zr Fuel, BOR-60.

Введение

Расчётные модели, обеспечившие ранее согласованность экспериментальных и расчётных значений, могут привести к рассогласованности результатов в экспериментах с незначительными, как представляется на первый взгляд, изменениями. Возникшее несоответствие экспериментальных и расчётных результатов возникает, в том числе, из-за недооценки значимости используемых нейтронно-физических характеристик при формировании расчётной модели. Так, модели, сформированные в предположении "стандартного" быстрого спектра, могут вносить существенные погрешности в расчёты с более жёстким спектром.

Кроме того, появление заметно различающихся откликов на одинаковые изменения геометрических и материальных параметров для измеряемых и вычисляемых нейтронно-физических характеристик обуславливает необходимость дополнительной корректировки расчётной модели [1, 2]. Таким образом, при проведении расчётно-экспериментальных исследований вычислительную настройку следует рассматривать в качестве обязательного этапа формирования адекватной расчётной модели, предназначенной для обсчёта конкретного эксперимента.

В работе представлены результаты исследования нейтронно-физических характеристик ЭТВС с металлическим U-18Pu-10Zr топливом, облучённой в реакторе БОР-60. На основе анализа расчётных и экспериментальных результатов приведены погрешности, обусловленные отдельными составляющими при обсчёте эксперимента. Представлена нижняя оценка расчётной по-

грешности накопления газообразных продуктов деления в ЭТВС. Полученная оценка может быть отнесена и к другим продуктам деления.

Расчёты осуществлены с применением кодов MONTEBURNS-MCNP5-ORIGEN2 [3...5], транспортной библиотеки ядернофизических данных с непрерывной зависимостью от энергии и библиотек выхода продуктов деления, подготовленных на основе ENDF/B-VII.0, JEFF 3.1 и файлов с расширенным представлением выхода продуктов деления FY_KLD [6] и FY_GEFY 3.3 [7].

1. Расчётные модели ЭТВС

При анализе облучённой в реакторе БОР-60 ЭТВС используются три расчётные модели [8]:

- бесконечная ячейка, состоящая из ТВС одного типа с 37 твэлами (модель ЭТ);
- макроячейка, моделирующая загрузку активной зоны БОР-60 с ЭТВС, размещённой в экспериментальном канале Д23 (модели МЭТ_1 и МЭТ_2);
- макроячейка, моделирующая загрузку активной зоны БОР-60 с "пустым" экспериментальным каналом Д23 (модель МЭТ_0); она предназначена для расчёта нейтронного спектра в "пустом" канале для последующего сравнения со стандартизованным спектром ВНИИФТРИ [9] и "восстановленным" спектром [10], традиционно

представляемыми для "пустых" экспериментальных каналов БОР-60.

Экспериментальные твэлы с металлическим топливом аналогичны штатным твэлам реактора БОР-60. Особенность конструкции ЭТВС состоит в наличии компенсаторов газового давления внутри твэлов [11], обеспечивающих наличие жидкого металлического контактного слоя между топливом и оболочкой на начальной стадии облучения в компоновке с верхним расположением топливного сердечника в твэлах (рис. 1, табл. 1). При облучении компенсаторы, поглощая вытесненный из зазора натрий, функционируют как нижние газовые полости для сбора и накопления осколочных газов.

В расчётах применяется потвэльная модель ЭТВС с трёхмерной геометрией твэла (рис. 2). Расчёты выполнены для моделей МЭТ_1 и МЭТ_2 (рис. 3), в которых центральная ЭТВС окружена соответственно били 18-ю ТВС с диоксидурановым топливом выгоранием до ~ 2,7 % т.а., соответствующим равновесной загрузке активной зоны реактора БОР-60 при работе на мощности ~ 53 МВт.

2. Характеристики облучения и параметры ЭТВС в реакторе БОР-60

Исследуемая ЭТВС с металлическим U-Pu-Zr топливом (табл. 2), размещённая в

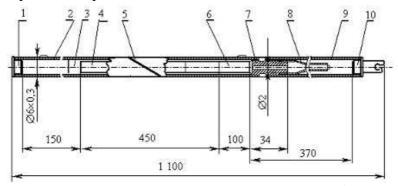


Рис. 1. Структура экспериментального твэла: 1 – верхняя заглушка; 2 – оболочка; 3 – натрий; 4 – топливный сердечник; 5 – дистанционирующая проволока; 6 – нижний торцевой экран; 7 – переходник; 8 – компенсатор газового давления; 9 – оболочка компенсатора; 10 – нижняя заглушка

Т а б л и ц а 1. Характеристики экспериментальных твэлов и ТВС с U-Pu-Zr топливом

	T u o ii n u u i i iu u u i iu iu					
ЭТВС	Материал	Материал	Плотность,	Средняя эфф. плот-	Масса нат-	
	оболочки	чехла ТВС	Γ/cm^3	ность топлива, $\Gamma/\text{см}^3$	рия в твэле, г	
1	0Х16Н15М3Б	08X18H10T	15,2515,63	11.9	20 25	
2	UATURISMISD	ЭП-450	13,4313,03	11,9	3,03,5	

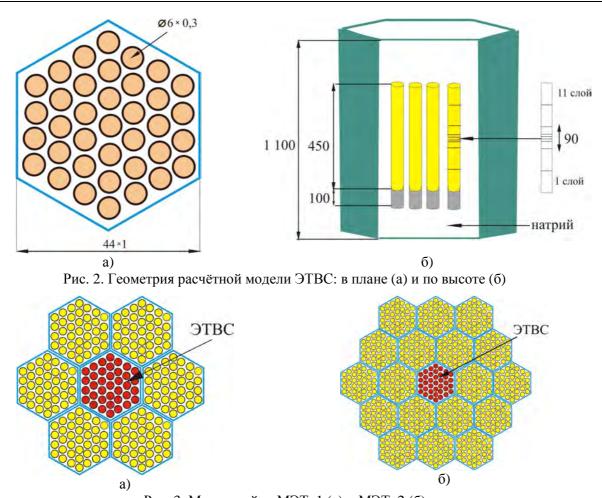


Рис. 3. Макроячейки MЭT_1 (a) и MЭT_2 (б)

экспериментальном канале Д23 (рис. 4) реактора БОР-60 (табл. 3), достигает выгорания 9,7~% т.а. в центральной области твэла (табл. 4).

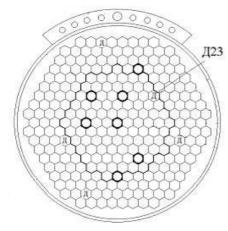


Рис. 4. Расположение экспериментальных каналов Д в реакторе БОР-60

3. Настроечные расчёты

Вычислительная настройка осуществляется, исходя из потока и спектра нейтро-

Таблица 2. Изотопный состав свежего U-18Pu-10Zr топлива

Изотопы	Кол-во атомов, ат/кг· 10^{23}
$_{92}^{235}\mathrm{U}$	6,981
²³⁸ ₉₂ U	12,409
²³⁹ Pu	4,602
²⁴⁰ Pu	0,227
²⁴¹ Pu	0,018
$Zr_{\text{\tiny HAT}}$	2,992

нов, полученных в расчётах и восстановленных на основе измеренных скоростей реакций [10]. Представленные для сравнения скорости реакций нормированы на скорость реакции ${}^{58}_{28}$ Ni $(n, p) {}^{58}_{27}$ Со (табл. 5), потоки нейтронов нормированы на общий поток нейтронов для энергии от 0 до 20 МэВ (табл. 6). Для сравнения со стандартизованным спектром [9] вычисленные спектры приведены для разных расчётных моделей (рис. 5, 6).

Таблица 3. Основные технические характеристики реактора БОР-60

Параметр	Значение
Мощность тепловая (электрическая), МВт	60 (10)
Макс. плотность нейтронного потока, $cm^{-2}c^{-1}$	$3,7 \cdot 10^{15}$
Макс. плотность теплового потока, кВт/л	1 100
Средняя энергия нейтронов, МэВ	0,45
Топливо/Теплоноситель	UO ₂ -PuO ₂ /Na
Обогащение по $^{235}_{92}$ U, %	4590
Диаметр твэла × толщина оболочки, мм	6×0,3
Длина твэла, мм	1 100
Высота верхнего и нижнего отражателей, мм	100
Высота активной зоны, мм	450
Высота нижнего газового объёма, мм	300
Температура теплоносителя на входе/выходе в реактор, °С	до 330/530

Таблица 4. Характеристики облучения ЭТВС

Параметр	ЭТВС
Выгорание, % т.а.	9,7
Флюенс нейтронов ($E > 0.1 \text{ M} \text{эB}$), см ⁻²	$1,28^{\cdot}10^{23}$
Максимальная удельная мощность, Вт/см	400
Температура внутр. поверхности оболочки, °С	600
Ряд активной зоны	3

Таблица 5. Расчётные и измеренные скорости реакций, отн. ед.

Изотоп	Изотоп Тип ре-				
Y1301011	акции	ЭТ	MЭT_1	MЭT_0	римент
⁵⁹ ₂₇ Co	(n, γ)	8,644.10-1	9,305.10-1	1,641	1,420
²³ ₁₁ Na	(n, γ)	2,607·10 ⁻²	2,674.10-2	3,070 10-2	2,885.10-2
⁶³ ₂₉ Cu	(n, γ)	1,171	1,275	1,540	1,662
⁵⁸ ₂₈ Ni	(n, p)	1	1	1	1
⁵⁴ ₂₆ Fe	(n, p)	7,361-10-1	7,364-10-1	7,324·10-1	7,337·10 ⁻¹
⁸⁹ ₃₉ Y	(n, 2n)	1,708.10-3	1,552·10-3	1,387·10 ⁻³	1,165.10-3
⁶³ ₂₉ Cu	(n, a)	4,691.10-3	4,479·10 ⁻³	4,206.10-3	_
$^{238}_{92}{ m U}$	(n, γ)	6,784	6,886	8,980	8,492
$^{235}_{92}\mathrm{U}$	(n, f)	63,12	59,42	65,87	65,21
²³⁸ ₉₂ U	(n, f)	3,418	3,449	3,565	3,437
²³⁹ ₉₄ Pu	(n, f)	75,13 ⁻	68,04	74,06	73,01

Для скоростей реакций максимальное различие между расчётными и экспериментальными значениями составляет $\sim 6~\%$ в реакции захвата (n, γ) и $\sim 3.5~\%$ в реакции деления (n, f) для $^{238}_{92}$ U. Для $^{235}_{92}$ U и $^{239}_{94}$ Ри расхождения составляют менее 1,5 %. Нейтронный спектр, восстановленный на

основе измеренных скоростей реакций, заметно отличается от приведенного стандартизованного спектра ВНИИФТРИ (рис. 5). Нейтронные спектры в разных расчётных моделях имеют заметные отличия (рис. 6).

При этом в диапазоне энергии от 10 эВ до 10 кэВ наблюдаются существенно большие различия между восстановленным и

в разных расчетных моделях и эксперименте						
Энергия E_n ,		Расчёт		Экспе-		
МэВ	ЭТ	MЭT_1	МЭТ_0	римент		
020	1	1	1	1		
00,01	0,0106	0,0182	0,0249	0,0234		
0,120	0,8301	0,7903	0,7722	0,7710		
Среднее зна- чение <Ф,>	0,7261	0,7681	0,7391	0,7470		

Таблицаб. Поток нейтронов (отн. ед.)

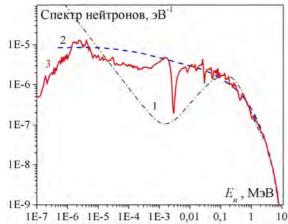


Рис. 5. Сравнительные спектры нейтронов в реакторе БОР-60: 1 — ВНИИФТРИ; 2 — НИИАР; 3 –МЭТ_0 (ИБРАЭ)

расчётными спектрами по сравнению с различиями между измеренными и вычисленными скоростями реакций. Анализ приведенных данных (табл. 5, 6) показывает, что наилучшее согласие экспериментальных и расчётных значений наблюдается в модели МЭТ_0 с расхождениями ~ 6 % для $E_n < 10$ кэВ и ~ 1 % для усреднённого потока $<\Phi_n>$ для энергии от 0 до 20 МэВ.

4. Основные составляющие вычислительной настройки

Вычислительная настройка осуществляется, исходя из анализа:

- способа определения выгорания;
- расчётных моделей с точки зрения их геометрических особенностей;
- параметров расчёта, включающих шаг выгорания, статистические параметры для вычисления нейтронного потока;
- библиотек ядерно-физических данных.

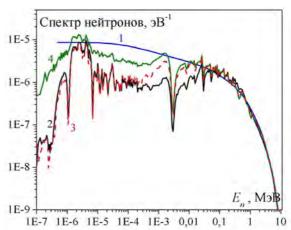


Рис. 6. Сравнительные спектры нейтронов в канале Д23 реактора БОР-60 в расчётных моделях: 1 - HИИАР; 2 - ЭТ; $3 - MЭТ_1$; $4 - MЭТ_0$

4.1. Привязка по выгоранию: расчётное и экспериментальное значения

Результативность исследований, связанных с экспериментально-расчётным анализом облучённых ТВС, во многом зависит от корректной привязки расчётного значения выгорания к измеренному значению в эксперименте. Для экспериментальной оценки выгорания применяются разные методы, которые изначально ориентированы на проведение измерений в тепловых реакторах с диоксидурановым топливом. Для тепловых реакторов используются $^{140}_{58}$ Се, $^{142}_{58}$ Се, $^{141}_{59}$ Рг, изотопы неодима, а также отношения активностей $^{134}_{55}$ Сs/ $^{137}_{55}$ Сs и др.

Определённые трудности с использованием традиционных изотопов-мониторов возникают при оценке выгорания для уранплутониевого топлива, что в первую очередь связано с различным выходом этих изотопов-мониторов при делении урана и плутония. Например, выход ¹³⁹ La составля-

ет 6,7 % для $^{235}_{92}$ U и 5,7 % для $^{239}_{94}$ Pu. Постулируемая погрешность определения выгорания по энерговыработке с учётом всех накопленных актиноидов составляет не менее 10 % [10, 12], в ряде работ указывается также и погрешность 15 % [13].

В быстрых реакторах привязка по выгоранию осуществляется, в частности, по концентрации ¹³⁹₅₇ La, ¹⁴⁷₆₀ Nd и ¹⁴⁸₆₀ Nd [12, 14]. Для топливных композиций с главными делящимися изотопами ²³⁵₉₂ U и ²³⁹₉₄ Pu расчёт выгорания осуществляется на основе измерений отношения Nd/Sm, но при этом остаются проблемы, связанные с калибровкой и учётом других актиноидов [15]. Кроме того, накопление этих элементов зависит от используемых библиотек выхода продуктов деления [16, 17], и с увеличением выгорания эти различия возрастают.

В эксперименте выгорание 9,7 % т.а. получено для тонкого слоя центральной области ЭТВС на основе измерений для трёх актинидов $^{235}_{92}$ U, $^{238}_{92}$ U и $^{239}_{94}$ Pu [10]. Для уяснения возможных различий при оценке выгорания приведены изменения значений выгорания (рис. 7, 8), вычисляемых разными способами: на основе маркера-монитора $^{159}_{57}$ La (B1), по двум нуклидам $^{235}_{92}$ U и $^{239}_{94}$ Pu (B2), трём нуклидам $^{235}_{92}$ U, $^{238}_{92}$ U, $^{239}_{94}$ Pu (B3) и с учётом всех накопленных актинидов (B0), что эквивалентно значению энерговыработки.

Результаты показывают, что расчётные

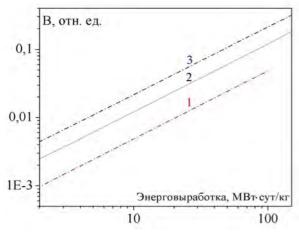


Рис. 7. Изменение значения выгорания при разных способах вычисления: B1 (1), B3 (2) и B2 (3)

значения выгорания на основе двух или трёх актинидов приводят к заниженным значениям фактической энерговыработки, и это позволяет предположить, что реальные измерения выполнены при меньших значениях выгорания, указанных в описании характеристик облучения ЭТВС (табл. 4).

4.2. Расчётные модели: высотное распределение выгорания в ЭТВС

Заметные различия нейтронных спектров в разных слоях (рис. 2) ЭТВС (рис. 9) требуют проведения анализа влияния высотной неравномерности выгорания на усреднённые значения выгорания ЭТВС.

Оценка среднего выгорания ЭТВС представлена для модели МЭТ_1 с высотным разбиением на 5, 7, 9 и 11 слоёв с варьированием высоты центрального слоя (табл. 7). Вариант с 5-ю слоями предполагает равномерное разбиение с толщиной каждого слоя 9 см. При 7-слойном разбиении центральный слой разделяется ещё на три одинаковых подслоя - каждый толщиной 3 см. При 9-слойном разбиении центральный слой разделяется ещё на три подслоя толщиной 1 см. При 11-слойном разбиении рассматриваются два варианта разбиения центрального слоя на три подслоя (5...7 слои, табл. 7) высотой 0,3-0,4-0,3 и 0,4-0,2-0,4 см, соответственно.

При разбиении на 7 слоёв максимум выгорания приходится на 3-й слой от низа

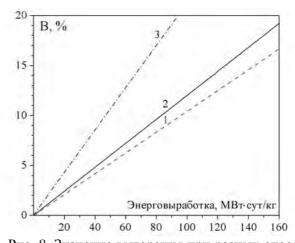


Рис. 8. Значение выгорания при разных способах вычисления в зависимости от энерговыработки: B0(1), B3(2), B2(3)

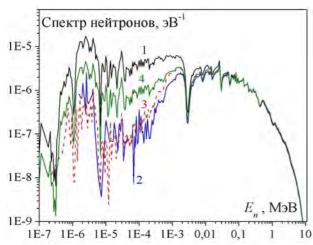


Рис. 9. Спектры нейтронов в модели МЭТ_1 в разных слоях по высоте ЭТВС: нижний слой (1), центральный (2), верхний слой (3), усреднённый по всей высоте (4)

активной зоны, а при более мелком разбиении максимум смещается ближе к центру. При выгорании 9,7 % т.а. в центральном слое усреднённое выгорание для всей ЭТВС изменяется от ~ 8,5 до 8,8 % т.а., составляя ~ 4 %. Таким образом, погрешность вычисляемого значения выгорания, обусловленная геометрическими особенностями расчётной модели, составляет не менее 4 %.

4.3. Особенности высотного распределения выгорания в ЭТВС при разных параметрах расчёта

Проанализированы значения коэффициента высотной неравномерности выгорания ЭТВС при варьировании параметров расчёта, включающих:

- шаг по выгоранию и мощность облучения;
- статистические параметры: число нейтронов в поколении, число активных и пропущенных циклов для вычисления нейтронного потока;
- библиотеку выхода продуктов деления и транспортную библиотеку.

Коэффициент высотной неравномерности выгорания R_h вычисляется как $R_h = 1$ —

- В_{центр}/В₁, где В_{центр} — выгорание в центральном слое, В₁ — выгорание в слое 1 (рис. 2). В расчётной модели выбор шага по выгоранию и мощности облучения осуществляется исходя из тепловой мощности реакторной системы, соотношения массы загруженного топлива в систему к массе топлива в исследуемой ТВС и характерного значения длительности кампании.

Для модели МЭТ_1 с учётом общего

Таблица7. Высотное распределение выгорания (% т.а.) для разных расчётных моделей

			•	Количество слоёв				
Номер слоя				9	11			
	от низа ТВС				5 7	Высота 57 слоёв, см		
							0,3-0,4-0,3	0,4-0,2-0,4
1	1	1	1	9,68	9,37	9,25	9,44	9,44
2	2	2	2	9,95	9,65	9,51	9,66	9,64
	3	3	3		9,77	9,64	9,80	9,78
		4	4			9,63	9,83	9,83
		5	5	5			9,76	9,72
3	4	5	6	9,70	9,71	9,69	9,71	9,69
			7				9,60	9,61
		6	8			9,66	9,82	9,85
	5	7	9		9,38	9,24	9,37	9,36
4	6	8	10	8,70	8,44	8,30	8,44	8,44
5	7	9	11	6,07	5,90	5,80	5,89	5,90
Cpe	днее і	выгор	ание	8,81	8,60	8,47	8,62	8,61

количества ТВС в реакторе БОР-60 усреднённая мощность облучения составляет 5,2 МВт·сут/кг. Коэффициент неравномерности выгорания (рис. 10) демонстрирует явную зависимость R_h от шага по выгоранию. Вертикальная линия указывает время облучения, за которое значение выгорания в центральном слое достигает 9,7 % т.а.

Расчёты показывают, что изменение шага по выгоранию от 1 до 40 сут приводит к систематической погрешности ~ 3 % накапливаемой массы криптона и ксенона. Характерная неравномерность выгорания R_h при разных статистических параметрах представлена для шага выгорания 5 сут и 5 000 нейтронов в поколении (рис. 11). В асимптотике неравномерность выгорания оценивается от 3,5 до 5,0 %, составляя в среднем около 4,5 %. При этом возникающие осцилляции R_h в сильной степени зависят от числа активных циклов, с увеличением которого погрешность вычисляемых нейтронных потоков и одногрупповых сечений уменьшается, приводя к снижению осцилляций в 1,5 раза (рис. 11, кривая 5).

Несимметричная компоновка твэла, связанная с размещением обеднённого урана в нижнем торцевом отражателе, приводит и к несимметричному высотному распределению выгорания в ЭТВС (табл. 8). Представленные результаты позволяют констатировать, что общая статистика расчётов, выполненных с учётом варьирования указанных параметров, практически не вли-

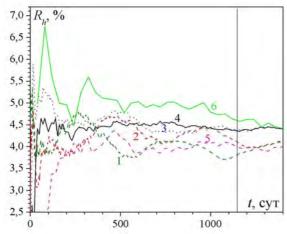


Рис. 10. Коэффициент высотной неравномерности выгорания в ЭТВС в зависимости от шага по выгоранию: 1 (1); 2 (2); 5 (3); 10 (4); 20 (5) и 40 сут (6)

яет на усреднённое значение выгорания в ЭТВС. Различие полученных усреднённых значений составляет ~ 0,8 %.

Расчёты накопления газообразных продуктов деления выполнены для моделей МЭТ_1 и МЭТ_2 с учётом привязки по выгоранию 9,7 % т.а. в центральном слое ЭТВС. Проведенные эксперименты по измерению количества газа и его состава в верхнем и нижнем концах твэлов показывают, что основу газовой атмосферы под оболочкой твэлов составляют $Xe \sim 85,4$ %, $Xe \sim 12,0$ % и технологические газы $Xe \sim 15,5$ %, $Xe \sim 12,0$ % и технологические газы $Xe \sim 15,5$ %, $Xe \sim 12,0$ % и технологические газы $Xe \sim 15,5$ %, $Xe \sim 12,0$ % и технологические газы $Xe \sim 15,5$ %, $Xe \sim 12,0$ % и технологические газы $Xe \sim 15,5$ %, $Xe \sim 12,0$ % и технологические газы $Xe \sim 15,5$ %, $Xe \sim 12,0$ % и технологические газы $Xe \sim 15,5$ %, $Xe \sim 12,0$ % и технологические газы $Xe \sim 15,5$ %, $Xe \sim 12,0$ % и технологические газы $Xe \sim 15,5$ %, $Xe \sim 12,0$ % и $Xe \sim 15,5$ %, $Xe \sim 12,0$ % и $Xe \sim 12,0$ % и Xe

По результатам эксперимента выход газообразных продуктов деления составляет ~ 90 % от накопленной массы; с учётом такого выхода представлены расчётные объёмы выделившегося газа. Из-за отсутствия в описании эксперимента точного значения комнатной температуры определены плотности для криптона и ксенона при температуре 20 и 30 °C (табл. 9). Представленные объёмы (табл. 10) вычислены для температуры 25 °C.

Указанная ранее погрешность усреднённого выгорания ~ 4 % для разных расчётных моделей приводит к погрешности вычисляемого объёма ~ 2,8 %, а с учётом разброса плотностей ксенона и криптона для комнатной температуры от 20 до 30 °C (табл. 9) дополнительная погрешность составляет ~ 4 см³.

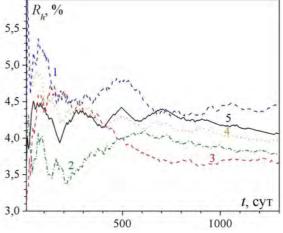


Рис. 11. Коэффициент высотной неравномерности выгорания в ЭТВС при разном числе активных/пропущенных циклов: 15/0 (1), 40/10 (2), 50/20 (3), 105/5 (4), 155/5(5)

Таблица8. Высотное распределение выгорания в ЭТВС в зависимости от статистических параметров расчёта

2 SWEITSTILL OF STREET TOTAL HAPPEN PER PROTEIN						
Номер слоя	Выгорание,% т.а.					
от низа акти-	Числ	іо активн	ых/прог	тущенных	х циклов	
вной зоны	15/0	40/10	50/20	105/5	155/5	
1	9,37	9,46	9,44	9,40	9,39	
2	9,65	9,72	9,73	9,73	9,72	
3	9,77	9,93	9,93	9,97	9,96	
4	9,71	9,69	9,69	9,70	9,69	
5	9,38	9,40	9,40	9,41	9,41	
6	8,44	8,54	8,54	8,55	8,55	
7	5,90	5,96	5,96	5,98	5,97	
Среднее выгорание	8,60	8,67	8,67	8,67	8,66	

Таблица9. Использованные плотности криптона и ксенона при нормальном давлении

крипто	криптона и кеспона при пормазыном давлении						
Плотно-	Справочн	ные данные	Интерполяция				
сть р, г/л	T = 0 °C	T = 100 °C	T = 20 °C	T = 30 °C			
Kr	3,74	2,74	3,5	3,4			
Xe	5,89	4,31	5,5	5,3			

Таблица 10. Вычисленные объёмы криптона и ксенона для разных расчётных моделей

і кеспона для разных расчетных моделек				
Число слоёв	Объём, см ³			
1	180,9			
5	187,8			
7	183,5			
9	179,4			
11	182,4			
ний объём	182,8			
	Число слоёв 1 5 7 9 11			

В расчётах реакторных систем с новыми топливными композициями, для которых отсутствует необходимая экспериментальная база, заметно повышается значимость библиотек ядерно-физических данных, включающих библиотеки выхода продуктов деления и транспортные библиотеки. При этом в расчётах выгорания топлива в системах с быстрым спектром адекватность используемой библиотеки выхода продуктов деления приобретает особое значение.

В последние годы заметно активизировалась деятельность по уточнению моделей выхода продуктов деления в файлах оценённых ядерных данных [7, 18], в которых традиционное трёхгрупповое представле-

ние выхода продуктов деления расширено для области энергий $E \ge 1$ МэВ. Отсутствие единых требований для представления выхода продуктов деления на энергетической сетке инициирует применение различных моделей деления (модель тройного и двойного деления) с разными базисами поэлементного разложения и учётом возбуждённых состояний. Во всех стандартных файлах оценённых ядерных данных, использутрёхгрупповое представление ющих (ENDF/B, JENDL, JEFF), выход продуктов деления в быстрой части спектра определяется данными для второго энергетического интервала с E = 0.4, 0.5, 1 МэВ для JEFF, ENDF/B, JENDL, соответственно.

Заметные отличия распределения выхода продуктов деления для энергии от 0,4 до 5 МэВ (рис. 12) инициируют расчёты с применением библиотек с расширенным представлением выхода продуктов деления на энергетической сетке. Такие библиотеки формируются на основе современных файлов TENDL, GEFY и др. с использованием нейтронного спектра, полученного для конкретных реакторных систем с заданным типом топлива [16]. Влияние библиотек ядер-

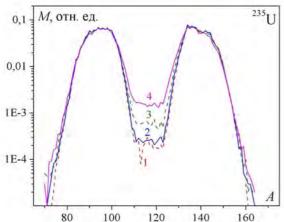


Рис. 12. Распределение выхода продуктов деления для $^{235}_{92}$ U по массе в FY_GEFY 3.3 для энергии нейтронов 0,4 (1), 1 (2), 3 (3), 5 МэВ (4)

но-физических данных в расчётах газонакопления в ЭТВС проанализировано исходя из особенностей формирования библиотек выхода продуктов деления [17, 19].

В разных файлах оценённых ядерных данных для основных изотопов урана и плутония наблюдаются заметные различия выхода некоторых значимых нуклидов (рис. 13...15).

При делении $^{235}_{92}$ U, $^{238}_{92}$ U, $^{239}_{94}$ Pu независимые выходы ксенона и криптона в стандартных файлах ENDF/B-VII.0 и JEFF-3.1 имеют отличия до 4 % (табл. 11). Выход продуктов деления в FY_GEFY заметно отличается от данных ENDF/B и JEFF файлов. В частности, для $^{238}_{92}$ U доля газообраз-

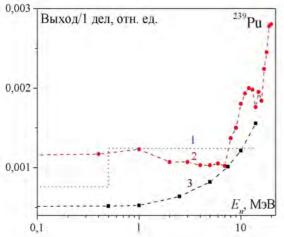


Рис. 14. Независимый выход $^{86}_{36}$ Kr при делении $^{239}_{94}$ Ри в файлах оценённых ядерных данных: ENDF/B-VII.0 (1), FY_GEFY 3.3 (2), FY_KLD (3)

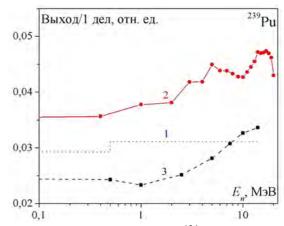


Рис. 13. Независимый выход ¹³⁶₅₄ Xe при делении ²³⁹₉₄ Pu в файлах оценённых ядерных данных: ENDF/B-VII.0 (1), FY_GEFY 3.3 (2), FY_KLD (3)

ных продуктов деления в FY_GEFY 3.3 увеличивается на 10...17 % по сравнению со значениями в ENDF/B-VII.0 [17].

На конец облучения (t = 0) и при выдержке t = 100 сут приведена масса основных изотопов ксенона и криптона (табл. 12), полученная для расчётной модели МЭТ_1 с шагом выгорания 5 сут при использовании библиотек ядерно-физических данных, сформированных на основе ENDF/B-VII.0. Расчёты нуклидного состава облучённого топлива, выполненные с помощью кодов MONTEBURNS-MCNP5-ORIGEN2, приводят к заметным различиям при использовании библиотек выхода продуктов деления, сформированных на основе фай-

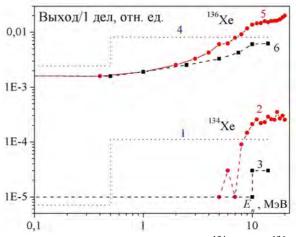


Рис. 15. Независимый выход $^{134}_{54}$ Xe и $^{136}_{54}$ Xe при делении $^{238}_{92}$ U в файлах оценённых ядерных данных: ENDF/B-VII.0 (1, 4), FY_GEFY 3.3 (2, 5), FY_KLD (3, 6)

ВСТ	в стандартных фаилах оцененных ядерных данных для основных актинидов						
Акти-	Энергия нейт-	Выход криптон	на, ат/дел, %	Выход ксенона, ат/дел, %			
ниды	ронов, МэВ	ENDF/B-VII.0	JEFF-3.1	ENDF/B-VII.0	JEFF-3.1		
	$2,53 \cdot 10^{-8}$	15,58	15,60	20,04	19,74		
$^{235}_{92}$ U	0,5	13,0	13,14	18,15	16,96		
	14	9,76	11,25	12,77	15,23		
²³⁸ ₉₂ U	0,5	10,34	10,30	15,79	15,44		
₉₂ U	14	8,63	8,87	11,68	12,69		
	10 ⁻⁸	4,42	4,99	17,40	17,77		
²³⁹ ₉₄ Pu	0,5	5,09	5,02	17,20	16,22		
	14	4.57	_	12.27	_		

Т а б л и ц а 11. Независимый выход ксенона и криптона в стандартных файлах оценённых ядерных данных для основных актинидов

лов ядерных данных с трёхгрупповым и расширенным представлением выхода продуктов деления.

При использовании библиотек, сформированных на основе JEFF 3.1, отличие накапливаемой массы ксенона и криптона составляет ~ 1 %. Увеличение выхода газообразных продуктов деления в FY_GEFY 3.3 по сравнению с ENDF/B-VII.0 (табл. 13) обуславливает

Таблица 12. Накопление основных изотопов криптона и ксенона в ЭТВС, рассчитанное

Изотоп $\frac{\rho, \Gamma/cM^3}{t = 0 \text{ сут}} = \frac{t = 100 \text{ с}}{t = 100 \text{ c}}$ $\frac{82}{36} \text{ Kr} = \frac{9,311 \cdot 10^{-6}}{9,408 \cdot 10^{-3}} = \frac{9,408 \cdot 10^{-3}}{1,516 \cdot 10^{-3}} = \frac{1,516 \cdot 10^{-3}}{2,541 \cdot 10^{-3}} = \frac{84}{2,540 \cdot 10^{-3}} = \frac{2,541 \cdot 10^{-3}}{2,541 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{2,541 \cdot 10^{-3}} =$	
HS010II $t = 0 \text{ cyr}$ $t = 100 \text{ c}$ $\frac{82}{36} \text{ Kr}$ $9,311 \cdot 10^{-6}$ $9,408 \cdot 10^{-3}$ $\frac{83}{36} \text{ Kr}$ $1,515 \cdot 10^{-3}$ $1,516 \cdot 10^{-3}$	
⁸³ / ₃₆ Kr 1,515 10 ⁻³ 1,516 10) ⁻⁶
36	
84 ** 2 540:10-3 2 541:10	
36	
85 Kr 6,811·10 ⁻⁴ 6,756·10)-4
$\frac{85m}{36}$ Kr 2,309·10 ⁻⁶ 0	
⁸⁶ ₃₆ Kr 4,696·10 ⁻³ 4,696·10)-3
⁸⁷ ₃₆ Kr 1,215·10 ⁻⁶ 0	
⁸⁸ ₃₆ Kr 3,794·10 ⁻⁶ 0	
¹²⁸ ₅₄ Xe 2,615·10 ⁻⁵ 2,615·10	
¹³⁰ ₅₄ Xe 7,884·10 ⁻⁵ 7,910·10	
¹³¹ ₅₄ Xe 1,664·10 ⁻² 1,720·10	
¹³² ₅₄ Xe 1,317·10 ⁻⁴ 4,435·10	
¹³³ ₅₄ Xe 6,728·10 ⁻⁴ 1,116·10	
¹³⁴ ₅₄ Xe 3,838·10 ⁻² 3,839·10)-2
¹³⁵ ₅₄ Xe 5,260·10 ⁻⁵ 0	
¹³⁶ ₅₄ Xe 3,312·10 ⁻² 3,312·10)-2
¹³⁸ ₅₄ Xe 1,108·10 ⁻⁶ 0	

увеличение до 2 % вычисляемого объёма газообразных продуктов деления при среднем выгорании 8,5 % т.а. ЭТВС.

С учётом приведенных выше оценок минимальная расчётная погрешность составляет ~ 9 %, т.е. до 16 см^3 рассчитанного объёма (рис. 16). С учётом неопределённости комнатной температуры (п. 4.3) погрешность достигает $\sim 20 \text{ см}^3$.

5. Экспериментальные и расчётные погрешности накопления продуктов деления

Для задач физики реакторов экспериментальные результаты, получаемые для облучённых ТВС, служат основой для подкорректности тверждения проводимых нейтронно-физических расчётов и верификации расчётных моделей. При решении задач кинетики изотопного состава для оценки минимальной расчётной погрешности требуется прежде всего максимально точная привязка по выгоранию. Выбор настроечных характеристик-мониторов может существенно повлиять на результативность эксперимента. В нашей задаче такой характеристикой-монитором является измеренное выгорание в центре ЭТВС.

Рассмотренные расчётные модели с геометрическими особенностями компоновки приводят к погрешности вычисляемого объёма не менее 2,8 %. Погрешность, обусловленная шагом выгорания и статистическими параметрами, составляет ~ 3,8 %. Расчёты, выполненные с разными библиотеками ядерных данных, увеличивают погрешность на ~ 2 %, к которой добавляется

рассчитанный с разными библиотеками ядерно-физических данных					
Библиотека		Объём	Kr + Xe,%		
Транспорт	Выход продуктов деления	$Kr + Xe, cm^3$	²³⁵ ₉₂ U	²³⁸ ₉₂ U	²³⁹ ₉₄ Pu
ENDF/B VII.0	ENDF/B VII.0	179,5	15,6	11,6	10,5
ENDF/B VII.0	FY_GEFY 3.3	183,3	18,1	14,2	11,1
JEFF 3.1	JEFF 3.1	181,9	15,9	11,8	10,9
ENDF/B VII.0	FY_KLD	168,2		13,0	10,5
Среднее значение		178,2	16,5	12,6	10,7

Таблица 13. Объём криптона и ксенона в ЭТВС,

ещё ~ 2,4 % из-за неопределённости температуры. Таким образом, для вычисляемого газонакопления чисто расчётная погрешность составляет не менее 11 %.

Кроме того, поскольку экспериментальное значение выгорания определяется с погрешностью не менее 10 % (в зарубежных работах встречается и значение 15 %), то привязка расчётного и экспериментального значений в центре ЭТВС обуславливает дополнительную погрешность ± 6 % для усреднённого значения выгорания по всей ЭТВС. Погрешности, связанные с привязкой по выгоранию, и приведенные парциальные погрешности расчётных составляющих можно считать независимыми при вычислении финальной погрешности. При этом все представленные оценки справедливы в предположении определения выгорания по трём базовым актинидам $^{235}_{92}$ U,

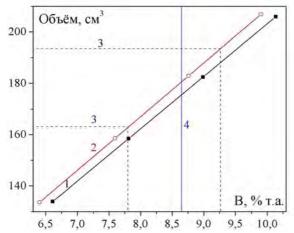


Рис. 16. Зависимость объёма криптона и ксенона от среднего выгорания ЭТВС в модели МЭТ_2 при шаге выгорания 1 (1), 40 сут (2) и с учётом расчётной погрешности 9 % (3) для среднего выгорания ЭТВС ~ 8,6 % (4)

$$^{238}_{92}$$
U и $^{239}_{94}$ Pu.

Различие значений выгорания, определяемых с учётом энерговыработки, может привести к погрешности до 20 % при привязке расчётного и экспериментального значений (рис. 8). Также погрешность экспериментального определения выгорания уран-плутониевого топлива в отличие от традиционного диоксидуранового топлива увеличивается из-за различного выхода изотопов-мониторов как продуктов деления для урана и плутония и последующих трудностей разделения этих значений. Эти факторы не учитываются в приведенной погрешности 5,5 % для измеренного объёма газовыделения в ЭТВС [10].

Таким образом, наблюдается формальная согласованность расчётных и экспериментальных результатов с учётом указанных погрешностей (табл. 14). Вместе с тем полученное соответствие расчёта и эксперимента оказывается не совсем привычным, а приведенные погрешности, оказывающиеся в реальности ещё выше, превышают обычно представляемые в подобных задачах. Прецизионные расчёты, выполненные с помощью кодов MONTEBURNS-MCNP-ORIGEN с разными библиотеками ядерно-физических данных, позволяют обосновать парциальные расчётные погрешности, оставляя при этом нерешёнными вопросы, связанные с выбором расчётной модели и предпочтениями в использовании библиотек ядерных данных.

Расчётные результаты, представленные в виде интервальных значений с учётом разброса значений, обусловленных применением разных библиотек ядерных данных

Таблица 14. Расчётные объёмы криптона и ксенона при разных способах

расчёта выгорания

put it is a pullin				
		Погрешность, см ³		
Способ расчёта выгорания	Объём, см ³	привязка по выго- ранию	расчётная	
$^{235}_{92}$ U+ $^{238}_{92}$ U+ $^{239}_{94}$ Pu	178	± 10	± 20	
Все актиниды (энерговыра- ботка)	193	± 35	± 21	
Эксперимент	150	± 8		

и геометрическими особенностями расчётных моделей, отражают неопределённость, присущую используемым данным. Предлагается представлять расчётную погрешность, исключив указанную неопределённость. Для определения соответствия расчётных и экспериментальных значений необходимо введение критерия с корректированной расчётной погрешностью, применяемой ко всему интервалу значений.

Заключение

Отсутствие полномасштабных бенчмарков для верификации результатов решения задач изотопной кинетики, объективные трудности получения экспериментальных данных инициируют проведение прецизионных расчётов выгорания, использующих модели с максимальным числом продуктов деления. Такие расчёты необходимы для разных задач, в том числе для улучшения прогнозирования радиационных характеристик новых топливных композиций, традиционного топлива при более глубоких выгораниях, а также для получения реперных значений в отсутствие необходимой экспериментальной базы.

Представленная минимальная расчётная погрешность получена на основе расчётов с использованием кодов MONTE-BURNS-MCNP-ORIGEN для максимально полного на сегодняшний день базиса элементов, включающего ~ 1 800 продуктов деления.

Использование экспериментальных данных в качестве реперных значений в за-

дачах кинетики изотопного состава способствует появлению расчётной погрешности не менее ~ 17 %, которая имеет тенденцию к увеличению при сопоставлении расчётных и экспериментальных данных с большими значениями выгорания. При этом погрешности вычисления нейтронных потоков и восстановления спектров на основе измеренных скоростей реакций определяются независимо от указанной погрешности.

Для решения уравнений изотопной кинетики на полном базисе используются разные методы в зависимости от характеристик элементов в рассматриваемых цепочках распада и превращений, что связано с алгоритмическими особенностями обращения разреженных и плохо обусловленных матриц большой размерности [5]. Подобный подход приводит в результате к неодинаковым погрешностям для накапливаемых продуктов деления.

Упрощенные модели с ограниченным числом продуктов деления, использующие кумулятивные выходы, являются проблемно-зависимыми, формируемыми с учётом специфики решаемой задачи и её целевых характеристик, вычисляемых при определённых допущениях с возможными ресурсными и временными ограничениями. При этом значимость отдельных нуклидов и их вклад в суммарную погрешность могут меняться в зависимости от решаемой задачи, требуя дополнительных исследований для корректировки и обоснования финальных погрешностей.

Разработка бенчмарк-технологии расчёта кинетики изотопного состава с включением обязательных этапов анализа означенных нейтронно-физических характеристик, вычисления парциальных погрешностей и оценки изначально присущей неопределённости позволит повысить надёжность результатов, обеспечивая обоснованное представление финальных погрешностей.

Список литературы

1. *Митенкова Е.Ф., Новиков Н.В.* Технология прецизионных расчётов для решения нейтрон-

- но-физических задач ядерных реакторов // Изв. РАН, 2004, № 2, с. 72–86.
- 2. *Mitenkova E.F.*, *Novikov N.V*. Experiment-Reconstruction-Calculation in Benchmark Study for Validation of Neutronic Calculations / Abstracts of ASME Verification and Validation Symposium (V&V2013), May 22-24, 2013, Las Vegas, Nevada, USA, p. 34.
- 3. *Poston D.I.*, *Trellue H.R*. User's Manual, Version 2.0 for MONTEBURNS, Version 1.0, LA-UR-99-4999 (September 1999).
- 4. *X-5 Monte Carlo Team.* MCNP A General Monte Carlo N-Particle Transport Code, Version 5, April 2003, CCC-710.
- 5. *Croff A.G.* A User's Manual for ORIGEN2 Computer Code, Oak Ridge National Laboratory, Document ORNL/TM-7175 (July 1980).
- 6. *Колдобский А.Б., Живун В.М.* Универсальная библиотека по выходам продуктов деления и выходам групп запаздывающих нейтронов деления // ВАНТ. Сер. Ядерные константы, 1995, вып. 1-2, с. 74—88.
- 7. **GEFY**: GEF-based fission-fragment yield library in ENDF-format. http://www.cenbg.in2p3.fr/spip.php?page=recherche&recherche=GEFY&submit.x=0&submit.y=0 (дата обращения: 11.03. 2016).
- 8. *Mitenkova E.F.*, *Novikov N.V.*, *Gadzhiev G.I.*, *Syuzyov V.N.* Studies of metal (U-Pu-Zr) fuel in BOR-60 reactor with focus on its use in high power sodium fast reactors. In: Proc. PHYSOR'2010, USA, May 9-14, 2010, CD-ROM № 700356.
- 9. Севастьянов В.Д., Кошелев А.С., Маслов Г.Н. Характеристики полей нейтронов. Источники мгновенных нейтронов деления, генераторы 14 МэВ нейтронов, исследовательские и энергетические реакторы, устройства, конвертирующие нейтронное излучение: справочник под ред. В.Д. С е в а с т ь я н о в а, пос. Менделеево (Моск. область): ВНИИФТРИ, 2007.
- 10. Ваганов И.В., Гаджиев Г.И., Косулин Н.С., Сюзев В.Н. Результаты испытаний и послерадиационных исследований ТВС УПЦ-1 с металлическим U-Pu-Zr топливом. Сб. докладов шестой межотр. конф. по реакторному материаловедению, т. 2, г. Димитровград, 2000.
- 11. Ваганов И.В., Гаджиев Г.И., Косулин Н.С., Сюзев В.Н. Разработка и исследования металлического легированного топлива на основе сплавов U-Zr, U-Pu-Zr для быстрых реакторов / Сб. докладов пятой межотр. конф. по реактор-

- ному материаловедению, т. 1, часть 2, с. 20–28, г. Димитровград, 1998.
- 12. Габескирия В.А., Прокопенко В.С., Прокопьев В.М., Тихомиров В.В., Четвериков А.П. Масс-спектрометрическая методика измерения спектральных индексов для активной зоны быстрого реактора. Препринт НИИАР-32 (440), г. Димитровград, 1980.
- 13. *Hilton B., Porter D., Hayes S.* AFC-1 Transmutation Fuels Post-Irradiation Hot Cell Examination 4 to 8 at. %. Final Report, INL/EXTY-05-00785, 2006.
- 14. Sivaraman N., Subramaniam S., Srinivasan T.G., Vasudeva Rao P.R. Burn-up measurements on nuclear reactor fuels using high performance liquid chromatography // J. of Radioanalytical and Nucl. Chemistry, 2002, Vol. 253, No. 1, P. 35–40.
- 15. *Chadwick M.B.* Fission Yields and Other Diagnostics for Nuclear Performance, LA-UR-12-007 27, 2012.
- 16. *Митенкова Е.Ф., Новиков Н.В.* Влияние библиотеки выхода продуктов деления на расчёт нуклидного состава топлива в быстрых реакторах с натриевым теплоносителем // Атомная энергия, 2011, т. 111, вып. 2, с. 77—83.
- 17. *Mitenkova E.F.*, *Novikov N.V*. Effect of fission yield libraries on the irradiated fuel composition in Monte Carlo depletion calculations / In: Proc. 7th Workshop "Nuclear Measurements, Evaluations and Applications" (NEMEA-7), Belgium, November 5-8, 2013, OECD, 2014, p. 287–296.
- 18. *Koning A.J., Rochman R.* TENDL-2010-TAL-YS Evaluated Nuclear Data Library. Petten, Netherlands, 2010.
- 19. Митенкова Е.Ф., Новиков Н.В., Соловьёва Е.В. Библиотеки с расширенным представлением выхода продуктов деления в расчётах нуклидного состава топлива в быстром спектре // Атомная энергия, 2014, т. 117, вып. 6, с. 341—346.

Контактная информация – Митенкова Елена Фёдоровна, зав. лаб., тел.: (495)955-22-02, e-mail: mit@ibrae.ac.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2016, вып. 1, с. 77–90.

УДК 621.039

Расчётное моделирование с помощью кода МУЗА высокотемпературного испытания твэла ВВЭР-1000 в реакторе МИР

А.В. Алексеев,

АО "ГНЦ НИИАР", 433510, г. Димитровград-10 Ульяновской обл.

Статья поступила в редакцию 27.05.2015 г.

Приводятся результаты посттестовых расчётов по коду МУЗА параметров высокотемпературного испытания твэла ВВЭР-1000 в реакторе МИР. Рассчитаны параметры испытания твэла в режиме второй и третьей стадий максимальной проектной аварии с потерей теплоносителя. Испытания характеризуются температурой оболочек твэлов до $1~100~^{\circ}$ С и большой долей теплового излучения в общей теплопередаче. Показана близость расчётных и экспериментальных значений максимальной температуры оболочки.

Ключевые слова: расчёт, эксперимент, твэл ВВЭР-1000, исследовательский реактор МИР, высокотемпературные испытания.

The Calculations of Parameters of the VVER-1000 Fuel Rod High-Temperature Testing in the MIR Reactor the Simulated Using the MUZA Code. A.V. Alekseev, JSC "SSC RIAR", Dimitrovgrad-10, Ul'yanovsk Region, 433510.

Presented are the data of post-test computations of parameters of the VVER-1000 fuel rod high-temperature testing in the MIR reactor using the MUZA code. The parameters were computed for the fuel rod testing at the second and third stages of the maximum design-basis LOCA. During the test the temperature on the fuel rod claddings achieves the value up to $1\,100\,^{\circ}$ C and there is a large portion of thermal radiation in the overall heat transfer. The data show that the peak cladding temperature calculated values are close to the measured values.

Key Words: Computations, Test, Fuel Rod VVER-1000, Research Reactor MIR, High-Temperature Testing.

Введение

В исследовательском реакторе МИР проводятся высокотемпературные испытания твэлов, для сопровождения которых нужны теплофизические программы, рассчитывающие теплообмен с учётом излучения между многими деталями. Целью работы является апробация кода МУЗА применительно к таким испытаниям и верификация по результатам измерений.

Код МУЗА [1, 2] — это интегральный код, предназначенный для теплогидравлических расчётов экспериментальных устройств и твэлов. Он применяется для расчётного сопровождения испытаний твэлов в реакторе МИР. Для расчётов при высокой температуре используют модель излучения в системе многих тел при учёте теплообмена конвекцией и теплопроводностью в твёрдых телах в одномерной или двумерной *RZ* геометрии. Решаются от-

дельные трёхмерные задачи теплопроводности. В коде МУЗА связи между деталями расчётной схемы (элементами и каналами) произвольные, код позволяет проводить расчёты для любого теплоносителя, свойства которого есть в его базе данных.

1. Модель излучения и решения

В данной работе описано расчётное моделирование испытания твэла ВВЭР-1000 в режиме второй и третьей стадий максимальной проектной аварии (МПА) с потерей теплоносителя.

Сложностью расчёта температуры в системе многих "серых" тел является то, что для всех тел составляется одна или несколько систем уравнений теплопроводности и теплопередачи, в которых уравнения для температуры на поверхностях элементов связаны между собой коэффициентами излучения.

Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) решается методом Гаусса или параллельным решателем из библиотеки PARDISO (Parallel Direct Sparse Solver Interface) [3, 4], который считается эталонным по скорости решения многомерных задач и включён в библиотеку Intel MKL (Math Kernel Library). Он позволяет решать трёхмерное уравнение теплопроводности для куба 41×41×41 (68 921 искомых) за 1 с. Расчёты выполнены на ПК с процессором Intel Core i7 с 8 ядрами. Для задач, в которых решается много раз только одна СЛАУ (в итерациях), есть возможность экономить время счёта с помощью использования только один раз стадии перестановки (reordering and symbolic factorization).

Ускорение счёта кода МУЗА при использовании PARDISO вместо метода Гаусса при расчёте отдельных задач составляет около 3 раз, для твэла ВВЭР несущественное из-за относительно редкой расчётной сетки. Ускорение решения СЛАУ больших задач — десятки раз.

Рассчитан экспериментальный канал типа "Фильд", в который установлено экспериментальное устройство. Учитывается температурное расширение, расчёт ведётся итерациями при шаговом подъёме мощности до 100 %, на каждом уровне мощности проверяется сходимость итераций. Решение СЛАУ выполняется отдельно для элементов и отдельно для каналов с теплоносителем. Общее число итераций для некоторых задач составляло несколько тысяч. Такое большое число итераций объясняется расчётом итераций на разных ступенях мощности и итерациями по деформации. В коде использована простая модель деформации для толстого длинного цилиндра. Разработка версии программы с решением единой СЛАУ для элементов и каналов позволит существенно снизить число итераций.

Модель взаимного облучения элементов основана на балансе потоков излучения между "серыми" поверхностями (зональный метод) [5, с. 273]. Линейная мощность (ЛМ) между поверхностями i и k

$$Q_{ik} = \sigma a_i F_i a_k \Phi_{ik} (T_i^4 - T_k^4), \qquad (1)$$

где $\sigma = 5,6704\cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·K⁴) — постоянная Стефана—Больцмана; a — коэффициент поглощения (равный степени черноты); F — периметр поверхности, м; T — температура, K; Φ_{ik} — разрешающий угловой коэффициент между поверхностями i и k, который определяют решением системы уравнений

$$\Phi_{ik} = \varphi_{ik} + \sum_{j=1}^{N} r_j \varphi_{ij} \Phi_{jk}, \qquad (2)$$

где r = (1 - a) – коэффициент отражения; $\phi_{ij} = Q_{ij}/Q_j$ – фактор видимости, равный доле потока поверхности j, достигающей поверхность i (возможно самооблучение); N – число поверхностей.

Коэффициенты Ф пары поверхностей связаны между собой:

$$F_i \Phi_{ik} = F_k \Phi_{ki} \,; \tag{3}$$

N поверхностей образуют до K = (N+1)N/2 пар, т.е. K независимых Φ_{ij} . поэтому уравнения (2) образуют систему уравнений размером $K \times K$. Разрешающий угловой коэффициент Φ_{ii} , зависящий от самооблучения и возврата отражённых потоков на поверхность i, может быть отличен от 0, даже если $\phi_{ii} = 0$ (фактор видимости самооблучения поверхности), т.е. если нет прямого самооблучения. Систему уравнений (2) для всех пар решают перед расчётом коэффициентов уравнений теплопроводности.

 Q_{ik} из уравнения (2) входит в коэффициент A_{ij} уравнения теплопроводности, связывающего температуру на поверхности двух тел. Общий вид системы, составленной из уравнений теплопроводности и излучения, для расчёта температуры T:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{T} = \mathbf{B}; \tag{4}$$

$$A_{ij} = \sigma a_i F_i a_k \Phi_{ik} (T_i^2 - T_k^2) (T_i + T_k), \quad (5)$$

где A_{ij} — коэффициент матрицы **A**; **B** — матрица постоянных коэффициентов, зависящих в основном от мощности.

Температура (T_i , T_k) в формуле (5) относится к предыдущей итерации. Параметры, влияющие на число итераций задачи:

- зависимость теплопроводности, коэффициентов теплопередачи и коэффициентов поглощения для материалов от температуры;
 - тепловое расширение;

- температура формулы (5), которая может колебаться в итерациях;
- сходимость баланса энергии каналов с теплоносителем.

Факторы видимости между деталями задаёт пользователь, есть несколько встроенных моделей, эти факторы пересчитываются при изменении размеров.

2. Расчётное моделирование эксперимента

В реакторе МИР проведено испытание твэла ВВЭР-1000 с выгоранием 72 МВт сут/кгU в режиме второй и третьей стадий МПА с потерей теплоносителя (LOCA). Эта авария характеризуется снижением давления теплоносителя до нескольких атмосфер за время около 30 секунд, реверсом расхода в ТВС и ростом температуры оболочек твэлов выше 1000 °С. На второй стадии происходит нагрев твэлов, на третьей охлаждение посредством залива. Мощность твэлов соответствует остаточному уровню. Происходит раздутие оболочки твэла, может быть разгерметизация. Вторая стадия длится несколько минут.

Температурный сценарий эксперимента приведен на рис. 1. Он получен расчётами и определяется двумя факторами — заданной скоростью разогрева твэла и возможностью её реализации при выводе реактора на мощность.

Испытание выполнено в петлевом канале исследовательского реактора МИР.

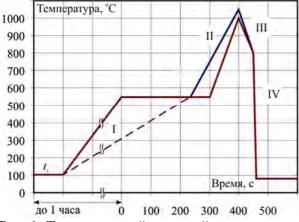


Рис. 1. Температурный сценарий эксперимента (изменение температуры оболочки во времени): I-IV – стадии аварии, t_s – температура насыщения

Твэл установлен в ампулу, которая снаружи охлаждалась водой. Нагрев твэла осуществляли с помощью увеличения мощности реактора, после достижения максимальной температуры включали аварийную защиту реактора, после снижения температуры оболочки до 800 °C осуществляли залив водой. Низкий расход пара обеспечивали с помощью некоторого количества воды, залитой в экспериментальное устройство, основная часть твэла была в паре. Для нагрева также использовали электронагреватель, который навит на трубу, окружавщую твэл.

Основнпя цель испытания – моделирование максимальной температуры оболочки твэла. Для измерения температуры оболочки твэла на ней установлены три термоэлектрических преобразователя (ТЭП) на разных уровнях по высоте – по центру активной зоны (а.з.), выше и ниже его на 200 мм. Контакт рабочего спая ТЭП и оболочки твэла создавали с помощью крепления (решётки), имеющего сложную форму и не препятствующего раздутию оболочки.

Для контроля относительной мощности твэла по плотности потока тепловых нейтронов в устройство установлен детектор прямого заряда (ДПЗ). В начале приведенного отрезка времени мощность в устройстве известна - это мощность электронагревателя. В динамическом режиме в реакторе МИР нет возможности точно определить мощность твэла. Поэтому одной из задач посттестовой обработки результатов было уточнение максимальной мощности твэла, которая оценена по предварительному стендовому эксперименту. Она получена подбором при условии совпадения максимальной измеренной и рассчитанной температур ТЭП и их динамики.

Расчётная схема приведена на рис. 2, расчёт выполнен в двумерной геометрии.

Исходные данные – распределение ЛМ по длине твэла приведено на рис. 3, зависимость мощности от времени – на рис. 4, где кривая снижения соответствует опубликованным данным снижения мощности после срабатывания аварийной защиты реактора МИР.

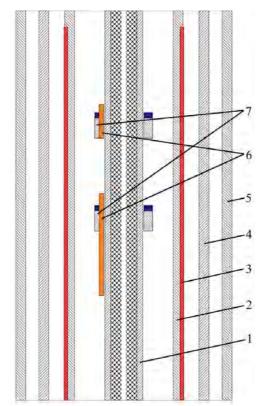


Рис. 2. Расчётная схема: 1 - твэл, 2 - труба с электронагреватель, 4 - тепловой экран, 5 - внешний корпус ампулы, 6 - ТЭП, 7 - крепление ТЭП (решётка)

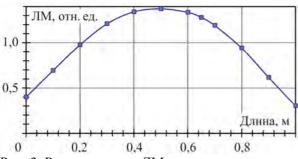


Рис. 3. Распределение ЛМ по длине а.з.

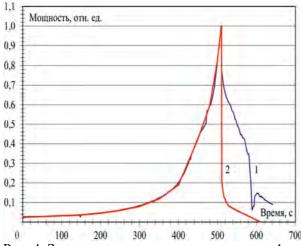


Рис. 4. Зависимость мощности от времени: 1 – по ДПЗ, 2 – исходные данные для расчётов

Исходные данные для расчёта приведены в таблице.

Максимальная измеренная температура оболочки твэла достигла 1 070 °C.

Все детали моделировали в двумерной геометрии *RZ*-цилиндрами. Число расчётных сечений на длине 1м – 70, моделированы 2 ТЭП на уровне центра а.з. и на 200 мм выше центра а.з., в районе креплений ТЭП расчётный шаг составлял 1 мм. Все элементы имели теплоотдачу к пару и связаны излучением между собой (заданы факторы видимости для каждой пары поверхностей).

В предварительном стендовом эксперименте определено, что при температуре выше 600 °С есть контакт между ТЭП и оболочкой. Этот контакт моделировали коэффициентами теплопередачи между оболочкой, ТЭП и его креплением. В результате разность температуры между этими поверхностями не превысила 2 °С. Крепление ТЭП моделировали двумя цилиндрами общей длиной 1 см.

Посттестовые обследования твэла выявили раздутие оболочки и два разрыва оболочки на несколько сантиметров ниже и выше центральной решётки.

Предварительные расчёты показали, что выше 500 °C рассчитанная температура ТЭП начинает заметно превышать измеренные значения. При снижении α зазора за счёт раздутия оболочки при высокой температуре эта разница меньше. Это связано с тем, что при температуре выше 800 °C около половины выделяемой мощности твэла идёт на нагрев.

После отделения топлива от оболочки основная часть мощности идёт на нагрев топлива, и оно начинает нагреваться быстрее. Для расчёта основного варианта принят α широкого зазора 400 Bt/(м²·К). Трёхмерным расчётом подтверждается большая разница температуры (более 200 °C) между топливом и раздутой оболочкой. Результаты расчёта приведены на рис. 5 и 6. Время счёта составляет 29 минут.

Компоненты баланса мощности в момент 500 с при большой скорости роста температуры (в долях выделяемой мощно-

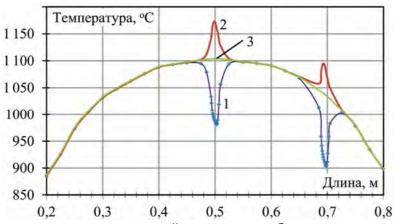
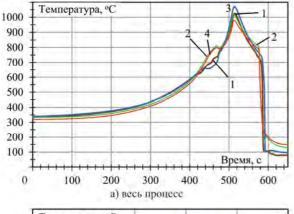


Рис. 6. Распределение температуры внутренней поверхности оболочки по длине в момент 520 с: 1- основной вариант; 2- вариант без контактов ТЭП, их креплений и оболочки; 3- вариант без креплений и без ТЭП

сти): 15 % – конвекция, 33 % – излучение, 52 % – нагрев.

По рис. 5 видно хорошее совпадение измеренных и рассчитанных кривых температуры ТЭП на уровне центра а.з. Максимальная температура ТЭП на уровне



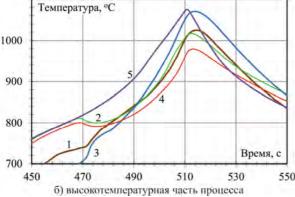


Рис. 5. Изменение температуры ТЭП: 1 и 2 – на уровне центра а.з., 1 – измерение, 2 – расчёт; 3...5 – на 200 мм выше центра а.з.: 3 – измерение, 4 – расчёт, 5 – расчёт варианта без раздутия оболочки на уровне 200 мм выше центра а.з.

200 мм по расчёту ниже измеренной на 90 °C в варианте с раздутием оболочки, отличается на 5 °C в варианте без раздутия.

Изменение исходных данных следующим образом сказывается на расчётной температуре ТЭП на уровне центра а.з. (на уровне 200 мм аналогично):

- повышение мощности твэла на 10 % увеличивает максимальную температуру ТЭП на 40 °С (без учёта прироста температуры пара);
- снижение контакта топлива и оболочки за счёт раздутия оболочки (задано после 450 с) ведёт к снижению максимальной температуры на 37 $^{\circ}$ C;
- снижение максимальной температуры пара на 105 °C ведёт к снижению максимальной температуры оболочки на 27 °C;
- отсутствие контакта между ТЭП, его креплением и оболочкой занижает температуру ТЭП в течение всего процесса (разница до 180 °C);
- уменьшение мощности нагревателя на 10 % не влияет на температуру оболочки.

Заключение

По коду МУЗА выполнены посттестовые расчёты параметров испытания в исследовательском реакторе МИР твэла ВВЭР-1000 в режиме аварии с потерей теплоносителя. Получена максимальная ЛМ. Показана близость рассчитанной и измеренной зависимостей температуры ТЭП на

оболочке твэла от времени. Определены основные параметры и явления, влияющие на приближение результатов расчётов температуры к измеренным данным.

Список литературы

- 1. *Алексеев А.В.* Разработка программы МУЗА для теплогидравлических расчётов экспериментальных устройств исследовательских ядерных реакторов / Сб. трудов ГНЦ НИИАР, 2004, вып. 3, с. 78–85.
- 2. *Алексеев А.В.* Использование программы МУЗА для расчётного сопровождения экспериментов в исследовательских реакторах // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2013, вып. 3. с. 135–140.
- 3. *PARDISO* 5.0.0 Solver Project. http://www.pardiso-project. org/ (дата обращения: 25.02.2015).

- 4. *Библиотека* Intel® Math Kernel Library. https://software.intel.com/ru-ru/software/products/ 20825 (дата обращения: 25.02.2015).
- 5. *Кутателадзе С.С.* Теплопередача и гидродинамическое сопротивление. Справочное пособие. М.: Энергоатомиздат, 1990.

Контактная информация — Алексеев Александр Вениаминович, с. н. с., тел.: +7(905)348-18-46, e:mail: radugka2@mail.ru; дом. адрес: 433512, г. Димитровград Ульяновской обл., пр. Ленина, д. 43-а, кв. 171.

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2016, вып. 1, с. 91–96.

УДК 621.039

Влияние степени очистки пироэлектрохимическим методом МОХ-топлива на физические характеристики реактора БН и радиационные характеристики ТВС

В.А. Чёрный, А.Г. Цикунов, Л.А. Кочетков, А.И. Невиница, Г.Н. Хохлов, АО "ГНЦ РФ-ФЭИ", 249033, г. Обнинск Калужской обл., пл. Бондаренко, 1, **А.В. Бычков**,

Росатом, 119017, Москва, ул. Б. Ордынка, 24,

М.В. Кормилицын,

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1, *С.К. Вавилов, Л.Г. Бабиков*,

АО "ГНЦ РФ НИИАР", 433510, г. Димитровград-10 Ульяновской обл.

Статья поступила в редакцию 02.10.2015 г.

Рассматриваются зависимости основных физических характеристик реактора БН и технологии обращения с тепловыделяющими сборками (ТВС) от степени очистки Рu от минорных актинидов (МА). Рu из облучённого в этом реакторе и переработанного пироэлектрохимическим методом МОХ-топлива идёт на изготовление ТВС для повторной загрузки в активную зону. Расчёты показали, что с точки зрения сохранения таких важных параметров реактора типа БН-800 как критичность, натриевый пустотный эффект реактивности, допплер-эффект, эффективность стержней СУЗ для подпитки активной зоны можно использовать переработанное МОХ-топливо без отделения МА. Дополнительные энерговыделение от продуктов деления (ПД) и МА и нейтронное излучение от МА также не оказывают существенного влияния на обращение с ТВС. Только значительное γ-излучение таких ТВС потребует определённой защиты персонала. Даны рекомендации по защите.

Ключевые слова: натриевый быстрый реактор, МОХ-топливо, пироэлектрохимическая переработка, МА, физические характеристики, нейтронное излучение, гамма- излучение.

Influence of the Degree of MOX Fuel Pyroelectrochemical Purification on the BN Neutronics and Radiation Characteristics of Fuel Assemblies. V.A. Chyornyy, A.G. Tsikunov, L.A. Kochetkov, A.I. Nevinitsa, G.N. Khokhlov, JSC "SSC RF-IPPE", 1, Bondarenko Sq., Obninsk, Kaluga Region, 249033, A.V. Bychkov, Rosatom, 24, Bol'shaya Ordynka St., Moscow, 119017, M.V. Kormilitsyn, NRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182, S.K. Vavilov, L.G. Babikov, AS "SSC RF RIAR", Dimitrovgrad-10, Ul'yanovsk Region, 433510.

Influence of degree of Pu purification from minor actinides (MA) on the basic physical characteristics of BN reactor and fuel assemblies handling is considered. Pu extracted from the MOX fuel irradiated in this reactor and reprocessed by pyroelectrochemical method is used for fabrication of the fuel assemblies to be loaded to the reactor core. Analysis has shown that, from the standpoint of preservation of such important characteristics of BN-800 type reactor as criticality, sodium void reactivity effect, Doppler effect, and control rods worth, there is no need for MA removal from reprocessed MOX fuel to be used for the reactor core makeup. Effect of additional heat generated by fission products and MA, as well as neutron radiation by MA on the fuel assemblies handling is also insignificant. Only strong γ -radiation of such fuel assemblies would require measures for personnel protection. Recommendations on such protection measures are given.

Key Words: Sodium Cooled Fast Reactor, MOX Fuel, Pyroelectrochemical Reprocessing, MA, Physical Characteristics, Neutron and Gamma Radiation.

Введение

Стратегия развития атомной энергетики России в первой половине XXI века предполагает использование плутония в основ-

ном в реакторах на быстрых нейтронах (РБН) с замкнутым топливным циклом.

Такая стратегия требует создания промышленной и, соответственно потребностям, масштабной переработки отработавшего в РБН ядерного топлива для повторного использования в них выделенного Ри.

Переработка облучённого ядерного топлива и захоронение отходов этой переработки являются одним из основных и дорогостоящих этапов замкнутого топливного цикла. Оптимизация водно-экстракционных методов достигла определённого предела, однако максимальные их преимущества проявляются при переработке топлива реакторов на тепловых нейтронах. Для рецикла топлива РБН могут быть применены методы, которые не приводят к полной очистке рециклируемого топлива.

Одним из таких методов переработки является пироэлектрохимический метод, который позволяет переработать облучённое МОХ-топливо с использованием компактного оборудования и с малым количеством высокоактивных отходов [1]. Показаны экономические преимущества пироэлектрохимического метода для замкнутого топливного цикла РБН [2, 3]. Это относится как к оксидному, так и к металлическому топливу, а в последние годы ведутся исследования по применению пироэлектрохимических методов для рецикла нитридного топлива быстрых реакторов [4].

Одновременно с экономическими и экологическими достоинствами пироэлектрохимический метод обладает отличительной особенностью - невысокой степенью очистки топлива от ПД и МА. Необходимо отметить, что влияние неполной очистки топлива на физические характеристики активных зон РБН и радиационные аспекты обращения с таким топливом ещё не было детально исследовано. Отсутствовали фактические данные по коэффициентам очистки регенерированного топлива.

Проведенная в НИИАР систематизация экспериментальных данных по очистке МОХ-топлива РБН позволяет провести такие исследования.

В статье представлены результаты расчётных исследований влияния степени очистки пироэлектрохимическим методом МОХ-топлива на физические характеристики реактора БН и радиационные характеристики ТВС.

Текст статьи подготовлен на основе доклада [5], представленного на международнаучно-технической конференции "Атомная энергетика и топливные циклы" в 2003 г. За прошедшие годы пироэлектрохимическая технология усовершенствовалась, но коэффициенты очистки МА и ПД не изменились. Поэтому результаты исследований и рекомендации, приведенные в докладе, сохранили свою актуальность.

1. Исходные данные для проведения расчётных исследований

Расчётные исследования поставленной задачи проводились для реактора типа БН-800.

1.1. Основные характеристики расчётной модели реактора

Для проведения указанных исследований разработана расчётная модель реактора типа БН-800 на основе его параметров, взятых из работ [6, 7].

Основные параметры моделируемого реактора имеют следующие значения:

- тепловая мощность 2 100 Мвт;
- кампания ТВС активной зоны 420 эфф. суток, что соответствует максимальному выгоранию топлива ~ 10 % тяжёлых атомов;
- активная зона работает в установившемся режиме перегрузок ТВС с 3-кратным циклом продолжительностью 140 эфф. сут;
- количество ТВС в активной зоне 565, в том числе зоны малого, среднего и большого обогащений (ЗМО, ЗСО и ЗБО) 211, 156 и 198, соответственно;
- обогащение МОХ-топлива 19,5, 22,1 и 24,7 %, соответственно, в ЗМО, ЗСО и ЗБО;
- МОХ-топливо на основе плутония базового (усреднённого) изотопного состава: 238 Pu/ 239 Pu/ 240 Pu/ 241 Pu/ 242 Pu = = 0,005/0,600/0,245/0,109/0,041 и обеднённого урана изотопного состава: $^{235}U/^{238}U =$ = 0.003/0.997;

- высота активной зоны 88 см;
- боковая зона воспроизводства 90 ТВС (обеднённая двуокись урана), высота боковой зоны воспроизводства 158 см;
- под активной зоной располагается нижняя воспроизводящая зона (обеднённая двуокись урана) толщиной 35 см;
- над активной зоной расположена натриевая полость высотой 30 см;
- верхняя борная защита толщиной 15 см;
- в активной зоне имеется 16 стержней компенсации реактивности, 12 стержней аварийной защиты (АЗ) и 2 регулирующих стержня;
- за боковой зоной воспроизводства располагаются радиальная стальная защита 178 сборок и далее радиальная борная защита 180 сборок.

1.2. Степень очистки МОХ-топлива пироэлектрохимическим методом от актинидов и ПД

Проведенные в НИИАР экспериментальные исследования по переработке облучённого МОХ-топлива реакторов БОР-60 и БН-350 позволили систематизировать данные по содержанию актинидов и ПД в переработанном пироэлектрохимическим методом МОХ-топливе. На основании этих данных выполнены оценки для промышленного уровня производства. Результаты этих оценок приведены в табл. 1.

В этом случае учтён технологически возможный рецикл МА, т.е. не проводится специальной очистки от МА, но и не проводится специального выделения их для рецикла. Оценки сделаны, исходя из консервативного подхода. Данные величины могут быть использованы для расчётных исследований по оценке влияния степени очистки МОХ-топлива на его радиационные характеристики и на нейтронно-физические характеристики РБН в целом.

В представленной статье рассматривался вариант переработки МОХ-топлива из активной зоны реактора типа БН-800.

Таблица 1. Содержание актинидов и ПД в переработанном пироэлектрохимическим методом МОХ-топливе, облучённом в РБН [1]

методом тиож-топливе, оолу	Tellion B I DII [1]
	Доля элемента от
Элемент	исходного в ре-
	генерате после
	переработки
U (сумма изотопов)	0,997
Ри (сумма изотопов)	0,993
Np	0,5
Am	0,2
Cm	0,05
Zr, Nb, Ru, Rh, Pd, Tc	0,05
Cs, Rb	3,33.10-4
Инертные газы (Kr, Xe)	менее 1,0-10-6
Mo	2,0.10-3
J, Br	менее 1,0-10-4
Ag, Sr, Ba	0,01
Ce	0,1
Y, La, Pr, Nd, Pm, Sm, Eu, Gd,	
Tb, Dy, Ho, Er, Tu, Yb, Lu	0,025
Sb, Te, Ge, Cd, Se и т.п.	0,02

2. Расчётные программы и константы

Приведенные в настоящей статье расчётные результаты получены с помощью пакета трёхмерных программ DD3, входящих в состав интегрированной программной системы IPR (Integrated Package for Reactor Calculations) [8], предназначенной для математического моделирования физических процессов в ядерных реакторах, в том числе для проведения расчётов физических характеристик РБН.

Определение нейтронно-физических макроконстант для решения диффузионного уравнения и блокированных микроконстант для расчёта выгорания осуществлялось с помощью системы подготовки констант CONSYST, использующей систему ядерно-физических констант БНАБ-93 [9].

Расчёты детального изотопного состава и радиационных характеристик отработавшего MOX-топлива проводились по программе CARE [10] с применением системы ядерно-физических констант БНАБ.

3. Результаты расчётных исследований

Рассчитанный по программе DD3 нуклидный состав выгружаемого МОХ-топлива из активной зоны реактора типа БН-800, идущего в последующем на переработку пироэлектрохимическим методом для последующего использования в этом же реакторе, представлен в табл. 2.

Результаты расчётов, представленные в табл. 2, показывают, что в МОХ-топливе, изготовленном из чистого Ри и облучённом в активной зоне реактора типа БН-800, накапливается в среднем 0,2 % МА и 6,5 % ПД.

3.1. Влияние степени очистки пироэлектрохимическим методом МОХ-топлива на нейтронно-физические характеристики реактора типа БН-800

Влияние степени очистки МОХ-топлива от МА на такие нейтронно-физические характеристики реактора типа БН-800, как критические параметры и важные для безопасности параметры - натриевый пустотный эффект реактивности (НПЭР), допплерэффект и эффективность стержней АЗ, представлено в табл. 3.

Проведенные расчётные исследования дали следующие результаты (см. табл. 3):

- выгруженное из активной зоны реактора типа БН-800 топливо после полной очистки от ПД даже при полном сохранении в нём накопленных МА может быть направлено на изготовление топлива для повторной его загрузки в активную зону (см. $K_{9\phi}$ в табл. 3);
- повторное использование выгоревшего в активной зоне реактора типа БН-800 МОХ-топлива после переработки пироэлектрохимическим методом не изменяет величину НПЭР. Даже в случае отсутствия какой-либо очистки облучённого топлива от МА (МА полностью остаются в перерабо-

Таблица 2. Нуклидный состав топлива, выгружаемого из реактора типа БН-800

Нуклид		1.7		3CO		3БО	
Пуклид	3MO		300		SDO		
	кг/ТВС	% т.а.	кг/ТВС	% т.а.	кг/ТВС	% т.а.	
U	1,67E+01	7,46E+01	1,63E+01	7,28E+01	1,61E+01	7,17E+01	
Pu	4,08E+00	1,82E+01	4,46E+00	1,99E+01	5,04E+00	2,25E+01	
Np	1,36E-02	6,06E-02	1,25E-02	5,57E-02	8,89E-03	3,97E-02	
Am	3,08E-02	1,37E-01	3,34E-02	1,49E-01	3,57E-02	1,59E-01	
Cm	1,32E-03	5,91E-03	1,36E-03	6,06E-03	1,23E-03	5,47E-03	
MA	4,57E-02	2,04E-01	4,72E-02	2,11E-01	4,58E-02	2,05E-01	
ПД	1,56E+00	6,94E+00	1,58E+00	7,04E+00	1,23E+00	5,50E+00	

Т а б л и ц а 3. Нейтронно-физические характеристики реактора типа БН-800 в зависимости от степени очистки МОХ-топлива от МА

Очистка	Полная (100 %)	Отсутствует (0 %)	Пироэлектро- химическим методом	
Коэффициенты очистки				
Np	∞	0	2	
Am	∞	0	5	
Cm	∞	0	20	
$K_{{}^{3}\!\Phi}$	1,00301	1,00411	1,00318	
HПЭР, $\Delta k/k$	-0,00118	-0,00084	-0,00116	
Допплер-эффект: допплеров- ская постоянная	0,00677	0,00667	0,00673	
Эфф-сть стержней A3, % $\Delta k/k$	4,583	4,555	4,570	

танной уран-плутониевой смеси) НПЭР практически не меняется, его величина возрастает всего лишь на $0.03 \% \Delta k/k$;

- практически отсутствует влияние степени очистки выгоревшего топлива от МА и повторно загружаемого в активную зону на величину доплеровской постоянной для реактора типа БН-800;
- эффективность стержней АЗ практически не зависит от состава топлива с различной степенью очистки от МА в активной зоне реактора типа БН-800.

3.2. Радиационные характеристики регенерированного MOX-топлива реактора типа БН-800

С целью упрощения решения дальнейших практических задач по вопросам радиационной безопасности все оценённые основные радиационные характеристики приведены для топлива, содержащегося в одной ТВС ЗБО.

При этом рассмотрены три варианта выдержки отработавшего МОХ-топлива с момента окончания облучения в активной зоне до пироэлектрохимической переработки: 0,5 года, 1 год и 3 года.

Активность ПД и актинидов в регенерированном МОХ-топливе приведена в табл. 4.

Данные, характеризующие зависимость суммарной интенсивности источников уквантов и источников нейтронов в регенерированном топливе от времени выдержки отработавшего MOX-топлива до переработки, приведены в табл. 5.

Таблица 4. Активности ПД и актинидов в регенерированном MOX-топливе, Бк/ТВС

B per enepupobarinom WOX-Tolliube, BR/TBC					
	Время выдержки отработавшего				
Нуклид	топлива до переработки, годы				
	0,5	1,0	3,0		
ПД	5,45E+14	2,88E+14	6,46E+13		
U	2,86E+08	3,04E+08	3,85E+08		
Pu	1,20E+15	1,18E+15	1,08E+15		
MA	4,61E+12	2,81E+12	1,88E+12		
Сумма U+Pu+MA	~ 1,2E+15	~ 1,2E+15	~ 1,1E+15		

Представлены вклады γ -излучения всех изотопов U, Pu, MA (Np, Am, Cm) и ПД. Наибольший вклад в интенсивность γ -излучения вносят ПД. Из анализа представленных в табл. 5 данных видно, что при обращении с регенерированным МОХ-топливом обязательно потребуется дополнительная защита операторов от γ -излучения (по сравнению с исходным МОХ-топливом без радиоактивных ПД и МА).

Нейтронное излучение оставшихся в регенерированном МОХ-топливе МА (см. табл. 5) не превосходит собственное нейтронное излучение МОХ-топлива, которое определяется изотопами Ри (спонтанное деление, реакции (α -n) на ядрах кислорода). Это означает, что при обращении с регенерированным МОХ-топливом возможно не потребуется

Таблица5. Зависимость суммарной интенсивности источников у-излучения (у-квантов/(с·ТВС)) и источников нейтроного излучения (n/(с·ТВС)) в регенерированном топливе от времени выдержки отработавшего МОХ-топлива до переработки

	Время выдержки отработавшего		
	топлива до переработки, годы		
	0,5	1,0	3,0
Интенсивность источ-			
ников ү-излучения			
Суммарный источник от изотопов U, Pu, MA и ПД	1,91E+14	6,37E+13	1,54E+13
Интенсивности источников нейтронного излучения			
Суммарный источник от всех актинидов	3,60E+06	3,20E+06	2,86E+06

дополнительной защиты от нейтронов (по сравнению с защитой от нейтронов при обращении с исходным МОХ-топливом, загружаемым в реактор типа БН-800).

3.3 Остаточное тепловыделение в регенерированном МОХ-топливе

По оценкам авторов, в качестве допустимой величины тепловыделения в топливе свежей ТВС реактора типа БН-800 можно рассматривать ~ 130 Вт/ТВС. В основе такого выбора лежит анализ температурного режима оболочек твэлов при различных условиях хранения свежих ТВС.

Расчётные величины остаточного тепловыделения в регенерированном МОХтопливе свежей ТВС равны ~ 80, ~ 55 и ~ 35 Вт/ТВС для времени выдержки отработавшего топлива до переработки, равного соответственно 0,5 года, 1 год и 3 года.

Приведенные расчётные оценки показывают, что в свежей ТВС с регенерированным МОХ-топливом после переработки пироэлектрохимическим методом отработавшего МОХ-топлива с различными временами выдержки величина тепловыделения не превышает допустимое значение.

3.4. Радиационная обстановка при обращении с ТВС из регенерированного МОХ-топлива

Как уже отмечалось, получаемое после пироэлектрохимической переработки регенерированное МОХ-топливо РБН имеет высокий уровень у-излучения, существенно превышающий уровень излучения от свежего МОХ-топлива без МА и ПД.

Проведенные расчёты подтверждают, что мощность дозы у-излучения от незащищённой ТВС из регенерированного МОХтоплива пироэлектрохимическим методом на несколько порядков выше, чем мощность дозы от ТВС, изготовленной из МОХ -топлива без МА и ПД.

Ниже приводятся расчётные оценки требуемой защиты персонала от гамма и нейтронного излучений регенерированного

МОХ-топлива. В качестве изделия из МОХтоплива рассматривается ТВС реактора типа БН-800.

Расчётные оценки показывают, что для защиты персонала от у-излучения одной ТВС из регенерированного МОХ-топлива (отработавшее топливо выдерживается 0,5 года до пироэлектрохимической переработки) потребуется ~ 35 см стали.

Для осуществления перевозок свежих ТВС из регенерированного МОХ-топлива необходимы транспортные контейнеры с защитой от нейтронного излучения и уизлучения.

Наибольшие проблемы связаны с организацией защиты от у-излучения.

Расчётные оценки показывают, что требуемая толщина стальной защиты транспортного контейнера III категории для перевозки одной ТВС, изготовленной из отработавшего МОХ-топлива в РБН, выдержанного 0,5 года до его переработки пироэлектрохимическим методом, должна составлять ~ 20 см.

Заключение

Проведенные расчётные исследования влияния степени очистки МОХ-топлива от МА и ПД на физические характеристики РБН и радиационные характеристики ТВС привели к следующим результатам.

С точки зрения обеспечения (сохранения) параметров реактора типа БН-800, таких как критические параметры и важные для безопасности параметры – НПЭР, допплер-эффект, эффективность стержней СУЗ, можно повторно использовать выгружаемое из активной зоны МОХ-топливо, прошедшее затем переработку пироэлектрохимическим методом.

Наиболее сильное влияние на радиационные характеристики регенерированного МОХ-топлива оказывают оставшиеся в топливе радиоактивные ПД.

Дополнительное тепловыделение от оставшихся радиоактивных ПД и МА, а также дополнительное нейтронное излучение от оставшейся части МА не окажут существенного влияния на обращение с регенерированным МОХ-топливом.

Практически же влияние на технологию дальнейшего обращения с регенерированным МОХ-топливом будет осуществляться только через высокие мощности доз у-излучения от указанного топлива. По этой части можно дать следующие рекомендации:

- для персонала, проводящего постоянно операции со свежими ТВС реактора типа БН-800 на основе регенерированного МОХ-топлива, требуется стальная защита от у-излучения толщиной ~ 35 см;
- транспортный контейнер III категории для внешних перевозок таких ТВС должен иметь стальную защиту от γ -излучения ~ 20 см.

Проведенные исследования показывают, что радиационные характеристики регенерированного МОХ-топлива с неполной очисткой от ПД и МА требуют изменений в технологии обращения с указанным топливом по сравнению с традиционным МОХ-топливом (с более глубокой очисткой от ПД и МА).

Список литературы

- 1. Bychkov A.V., Vavilov S.K., Skiba O.V., Porodnov P.T., Pravdin A.K., Popkov G.P., Suzuki Y., Shoji Y., Kobayashi F. Pyroelectrochemical reprocessing of irradiated MOX fast reactor fuel. III Experiment using the BOR-60 fuel / Proc. Int. Conf. GLOBAL-97, Yokohama, Japan, October 5-10, 1997, v. 2, p. 912–917.
- 2. *Кириллов Е.В., Демидова Л.С.* Вопросы размещения предприятий замкнутого топливного цикла быстрых реакторов // Атомная техника за рубежом, 1988, \mathbb{N} 6, с. 3–6.
- 3. *Till C.E., Chang Y.I.* Progress and Status of the Integral Fast Reactor (IFR); Fuel Cycle Development / Proc. Int. Conf. on Fast Reactors and Related Fuel Cycles, Oct. 28-Nov. 1, 1991, Kyoto, Japan, V. 1, Report 1–6.
- 4. Ogawa T., Akabor M., Suzuki Y., Kobayashi F., Osugi T., Mukaiyama T.F. Nitride Fuel

- Cycle on Pyrochemistry / Proc. Int. Conf. on Future Nuclear Systems. GLOBAL-97. Oct. 5-10, 1997, Pacifico Yokohama, Japan, v. 2, p. 812-815. 5. Чёрный В.А., Цикунов А.Г., Кочетков Л.А., Невиница А.И., Хохлов Г.Н., Бычков А.В., Кормилицын М.В., Вавилов С.К., Бабиков Л.Г. Влияние степени очистки пироэлектрохимическим методом МОХ-топлива на физические характеристики реактора БН и радиационные характеристики ТВС / Межд. научно-техн. конф. "Атомная энергетика и топливные циклы", 1-5 декабря 2003 г., Москва-Димитровград, 1-й этап (НИКИЭТ-Москва) 1-2 декабря 2003 г., 2й этап (НИИАР-Димитровград) 3-5 декабря 2003 г., секция 3, доклад 61. Тексты докладов на СД-диске в библиотеке АО ГНЦ НИИАР, 433510, г. Димитровград-10 Ульяновской обл., E-mail: niiar@niiar.ru
- 6. *Fast reactor database*. IAEA-TECDOC-866, Vienna, Austria, February, 1996, p. 19–31.
- 7. Matveev V.I., Chebeskov A.N., Cherny V.A., Kriitski I.Yu., Kirushin A.I., Belov S.B., Vasiljev B.A. Studies, development and justification of core with zero sodium void reactivity effect of the BN-800 reactor / Proc. Int. Topical Meeting, Obninsk, October 3-7, 1994, v. 1, p. 45–59.
- 8. Зизин М.Н., Шушаков А.В., Дементьева Д.Ю., Сушнова Н.Б. Интеллектуальная программная оболочка ShIPR для математического моделирования ядерных реакторов. Общее описание. Препринт ИАЭ-5701/5, 1994.
- 9. *Мантуров Г.Н.*, *Николаев М.Н.*, *Цибуля А.М.* Система групповых констант БНАБ-93 // ВАНТ. Сер. Ядерные константы, 1996, № 1, с. 59–98.
- 10. **Кочетков А.Л.** Программа CARE расчёт изотопной кинетики, радиационных и экологических характеристик ядерного топлива при его облучении и выдержке. Препринт ФЭИ-2431. Обнинск, 1995.

Контактная информация — Хохлов Геннадий Николаевич, с. н. с., тел.: 8 (48439)9-58-61, e-mail: khokhlov@ippe.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2016, вып. 1, с. 97–103.

УДК 621.039, 519.218.23

Стохастическая теория переноса нейтронов в реакторе. Линейные стохастические уравнения распределённой модели

Р.Ю. Нестеренко,

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Статья поступила в редакцию 10.06.2014 г.

Приводится вывод прямых и обратных линейных нестационарных стохастических уравнений для плотности вероятности целых чисел нейтронов и предшественников запаздывающих нейтронов в распределённой модели реактора.

Ключевые слова: нестационарный марковский процесс, стохастические уравнения, ядерный реактор, флуктуации.

On Stochastic Theory of Neutron Transport in Reactor. Linear Stochastic Distributed Model Equations. R.Yu. Nesterenko, NRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.

We derive the forward and backward time-dependent linear stochastic equations for probability density of the integer number of neutrons and delayed neutron precursors in distributed model of nuclear reactor.

Key Words: Time-Dependent Markov Process, Stochastic Equations, Nuclear Reactor, Fluctuations.

Введение

Два подхода применяются в теории переноса нейтронов в размножающей среде – детерминистский и стохастический.

Первый фактически сводится к уравнению Больцмана для средней плотности потока нейтронов (или плотности нейтронов) в фазовом пространстве координат-скоростей и уравнениям для концентраций предшественников запаздывающих нейтронов в объёме реактора.

Второй оперирует с целочисленным количеством нейтронов и предшественников в системе в целом в заданный момент времени – в точечной модели или с плотностью вероятности этих величин в фазовом и координатном пространствах частиц – для распределённой модели нейтронной системы.

Полвека прошло со времени публикации работ [1, 2], содержащих формулировку стохастических уравнений переноса нейтронов в распределённой модели реактора (распределённых уравнений). Поскольку уравнения оказались нелинейными, не были предложены способы их исследования и эффективного решения даже в случае сравнительно простых идеализированных моделей реакторов.

За прошедшие пятьдесят лет статус проблемы по существу не изменился. Представление об обязательной нелинейности стохастических распределённых уравнений составило основу сложившейся устойчивой парадигмы. С тех пор не предложено иных результативных, остающихся в рамках теории переноса подходов к решению задачи, несмотря на то, что помимо проблем решения нелинейных уравнений при внимательном рассмотрении не могли не возникнуть иные, связанные с нелинейностью полученных уравнений вопросы.

В самом деле, почему прямые и обратные стохастические уравнения для нейтронов и предшественников в точечной модели, а также детерминистские распределённые уравнения переноса – линейны, в то время как стохастические уравнения распределённой модели, из которых вышеупомянутые линейные уравнения можно получить путём усреднения по части переменных, – нелинейны?

Почему результат усреднения исходных нелинейных распределённых стохастических уравнений по двум различным подмножествам переменных оказывается линейным, если сами исходные уравнения нелинейны?

Трудно найти ответ на эти вопросы, оставаясь в рамках представления об отсутствии альтернативы существующему подходу.

Напрашивается вывод о существовании иного подхода, способного привести к линейной стохастической теории, в которой такого рода противоречия не возникают.

И такой подход, как будет показано ниже, существует.

Приведём также несколько очевидных соображений о преимуществах линейных теорий, основанных на линейных системах уравнений, перед нелинейными. Среди самых существенных – следующие:

- 1. Применение принципа линейной суперпозиции, в соответствии с которым линейная суперпозиция двух различных решений также является решением исходной системы.
- 2. Использование достижений спектральной теории операторов и уравнений, по которой для многих типов линейных уравнений доказаны теоремы существования и единственности решения, а также установлены свойства полноты множества собственных функций однородной задачи в соответствующих функциональных пространствах, которые можно использовать для решения неоднородных задач.
- 3. Наконец, гораздо больше возможностей получения аналитических решений линейных задач для упрощенных, но физически содержательных моделей с целью анализа взаимной зависимости параметров модели в широком диапазоне их изменения.

Существуют и другие, менее очевидные, но не менее существенные преимущества, в том числе при использовании численных методов получения решений.

1. Линейные стохастические уравнения переноса нейтронов в реакторе

В настоящей работе приводится вывод линейных стохастических эволюционных уравнений для многочастичной плотности распределения вероятностей целых чисел нейтронов в фазовом пространстве и чисел предшественников запаздывающих нейтронов в пространстве координат.

Для вывода линейной стохастической системы уравнений распределённой модели реактора (распределённых уравнений) применяются подход, существенно отличный от использованного в работах [1, 2] метода первых столкновений, иная система искомых функций и переменных.

1.1. Основные допущения и определения

Предполагается, что все размеры и свойства нестационарной, неоднородной размножающей среды, такие как плотность изотопов (за исключением нуклидов предшественников запаздывающих нейтронов, далее называемых для краткости также нуклидами или предшественниками), все макроскопические сечения взаимодействия нейтронов не изменяются под действием ядерных реакций и являются заданными функциями координат и времени. В уравнениях используются локальные значения плотности изотопов и стандартные библиотечные ядерные данные — нейтронные сечения, детализированные в части целочисленного множественного образования нейтронов и групп предшественников, групповые постоянные распада. Среда распространения нейтронов (реактор) предполагается выпуклой областью пространства, ограниченной односвязной поверхностью (это ограничение в дальнейшем может быть снято введением специальных краевых условий).

Дадим определения искомых функций и переменных.

1.2. Многочастичные функции и переменные

Чтобы получить полную линейную систему стохастических уравнений переноса нейтронов с коэффициентами, пропорциональными локальным значениям дифференциальных сече-

ний всех возможных реакций столкновения нейтронов в среде, необходимо в качестве искомых функций выбрать многочастичные плотности вероятности всех возможных количеств нейтронов и предшественников, с максимально возможной полнотой описывающие все возможные положения частиц в фазовом и координатном пространствах.

Количество нейтронов и ядер атомов нуклидов предшестенников в реакторе в каждый момент времени t определяется целым неотрицательным числом N нейтронов $(0 \le N \le \infty)$ и набором целых неотрицательных чисел M_l ядер атомов нуклидов предшественников $(0 \le M_l \le \infty, 1 \le l \le L)$, представленных в виде L групп в зависимости от периода полураспада $T = \ln(2)/\alpha_l$. Здесь α_l — соответствующая средняя по группе константа распада.

Всю совокупность чисел M_l будем представлять в виде целочисленного вектора $\mathbf{M} = \{ M_1, M_2, ..., M_l, ..., M_L \}, \ 1 \le l \le L$, с L компонентами. Аналогично для обозначения номеров переменных (частиц) $\mathbf{m} = \{ m_1, m_2, ..., m_i, ..., m_{M_l} \}_l, \ 1 \le m_i \le M_l$.

Всю совокупность чисел N и M_l , определяющих нейтронно-нуклидное поле, представим в виде целочисленного вектора $\mathbf{N} = \{N, M_1, M_2, ..., M_L\}, \ 0 \le l \le L$, с L+1 компонентами.

Случайное распределение нейтронов и нуклидов в фазовом и координатном пространствах координат-скоростей как функция времени для заданных значений N и $M_{_{l}}$ описывается искомой функцией плотности вероятностей

$$P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r}',\Omega',E'\}_{n'};\{\mathbf{R}'_{l'}\}_{m'_{l'}};t'|\{\mathbf{r},\Omega,E\}_{n};\{\mathbf{R}_{l}\}_{m_{l}};t)$$
(1)

– такого события, при котором в момент времени t в системе находятся в точности N нейтронов и \mathbf{M} предшественников при условии, что в предшествующий момент времени t' в системе находилось соответственно N' нейтронов (с номерами переменных n') и \mathbf{M}' нуклидов с координатами соответственно $\{\mathbf{r'}, \mathbf{\Omega'}, \mathbf{E'}\}_{n'}$, и $\{\mathbf{R'}_{l'}\}_{m'_{l'}}$.

Нижние индексы у символа $P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}$ относятся к начальному, а верхние к конечному состояниям в моменты времени соответственно t' и t.

Условимся всю совокупность переменных, параметров и других величин, относящихся к различным моментам времени t' и t, t' < t, разделять прямой вертикальной чертой "|", как это сделано в определении искомой функции (1).

Всю совокупность фазовых и пространственных переменных, относящихся к различным типам частиц (в том числе группам запаздывающих нуклидов), а также переменную времени t условимся разделять знаком ";", а фазовые или пространственные переменные (координаты), относящиеся к однотипным частицам, разделять знаком "запятой" ",".

Положения \mathbf{N} частиц в точках фазового пространства описываются их 6-мерными фазовыми координатами $\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}$ для нейтронов и 3-мерными координатами \mathbf{R}_l для неподвижных ядер нуклидов.

В дальнейшем будем использовать также обобщённые переменные $\mathbf{Z}'|\mathbf{Z}$, указывающие на всю совокупность 6- и 3-мерных фазовых переменных, относящихся к моментам времени t'|t, соответствующих штрихованным и нештрихованным переменным начального и конечного состояний. С той же целью будем использовать трёхмерный вектор $\{\mathbf{v}\}_n$ вместо пары $\{\mathbf{\Omega}, E\}_n$ или не будем вовсе указывать переменные у функций (и операторов) там, где это не вызовет недоразумений. Например, $\mathbf{v}_n(\mathbf{\Omega}_x \partial/\partial x + \mathbf{\Omega}_y \partial/\partial y + \mathbf{\Omega}_z \partial/\partial z)_n = \mathbf{v}_n(\mathbf{\Omega}\nabla)_n = (\mathbf{v}\nabla)_n$. Здесь n — номер переменной.

Вероятность события, при котором **N** частиц конечного состояния находятся в окрестности точек $(6\times N)+(3\times M_1)+(3\times M_2)+...+(3\times M_L)$ -мерного фазового пространства, выражается с помощью дифференциала

$$dP_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{Z}'_{i'}\};t'|\{\mathbf{Z}_{i}\};t) = P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{Z}'_{i'}\};t'|\{\mathbf{Z}_{i}\};t) \prod_{i} \{d\mathbf{Z}_{i}\}.$$
(2)

Здесь совокупность символов $\prod\{d\mathbf{Z}_i\}$ обозначает произведение дифференциалов всех обобщённых фазовых координат $d\mathbf{Z}_i$ для \mathbf{N} частиц в конечном состоянии с обобщёнными векторными номерами от $\mathbf{1}$ до \mathbf{N} в конечном состоянии.

Полная вероятность достоверного события — сумма интегралов по всем ${\bf N}$ -частичным фазовым пространствам и всем векторным многочастичным состояниям, включая состояние отсутствия нейтронов и предшественников ${\bf N}=0$, по определению равна 1

$$\sum_{N=0}^{\infty} \iint P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{Z}'_{\mathbf{i}'}\};t'|\{\mathbf{Z}_{\mathbf{i}}\};t) \prod \{d\mathbf{Z}_{\mathbf{i}}\} = 1,$$
(3)

несмотря на то, что подынтегральная функция плотности вероятности зависит от t' и t.

Именно это условие постоянства во времени нормы полной вероятности всех событий составило основу уравнений "баланса" вероятностей – уравнений для определения искомых функций плотности вероятностей.

Если начальное состояние является распределением с плотностью вероятности $P_{N',\mathbf{M'}}(\{\mathbf{Z'_{i'}}\};t')$ в момент времени t', то плотность вероятности конечного состояния представится в виде интеграла.

$$P^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{Z}_{i}\};t) = \sum_{N',\mathbf{M}'=0}^{\infty} \iint P_{N',\mathbf{M}'}(\{\mathbf{Z}_{i'}'\};t') P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{Z}_{i'}'\};t'|\{\mathbf{Z}_{i}\};t) \prod \{d\mathbf{Z}_{i'}'\}.$$
(4)

Заметим, что плотность вероятности состояния с отсутствием частиц является неотрицательной функцией только одной переменной – времени. Дальнейшие определения функций, операторов и переменных будем давать по мере их ввода.

Ниже в настоящей главе определим важные свойства введённых многочастичных функций, которые позволят корректным образом вывести полную систему стохастических многочастичных уравнений, а также привести их к виду систем уравнений с меньшим числом переменных, пригодному для аналитического и численного решения.

1.3. Симметрия многочастичных функций и операторов

Отметим важное для построения и последующего решения стохастических уравнений свойство симметрии многочастичных функций. Вследствие тождественности однотипных частиц искомая функция симметрична по перестановкам соответствующих фазовых переменных в начальном и (или) в конечном состояниях:

$$P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{Z}'_{i'}...\mathbf{Z}'_{j'}\};t'|\{\mathbf{Z}_{i}...\mathbf{Z}_{j}\};t) = P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{Z}'_{j'}...\mathbf{Z}'_{i'}\};t'|\{\mathbf{Z}_{j}...\mathbf{Z}_{i}\};t).$$
(5)

Почему важно это свойство перестановочной симметрии?

Во-первых, поскольку этим свойством, отражающим тождественность однотипных частиц, должны обладать (наряду с искомыми функциями плотности веротностей) системы многочастичных уравнений многих переменных.

Во-вторых, поскольку искомая многочастичная функция и выводимые ниже уравнения для её получения являются функциями многих переменных (по числу частиц в реакторе, достигающему значений порядка $10^{15}...10^{20}$ и более). Такие функции с огромным числом переменных крайне трудно использовать, а огромные системы уравнений с огромным числом переменных не подлежат численному решению с помощью современных существующих вычислительных систем и существующих программных средств. Для получения функций и уравнений с меньшим числом переменных применяется математическая процедура усреднения (интегрирования и суммирования) по части переменных. Здесь кстати оказываются свойства симметрии и вытекающие из них количественные правила усреднения симметричных функций многих переменных.

Рассмотрим свойства симметрии многочастичных функций многих переменных и вытекающие из них правила составления многочастичных уравнений и их последующего усреднения.

Для этого введём оператор симметричного суммирования $\hat{\Sigma}_N$, действие которого состоит в суммировании результатов всех перестановок N переменных исходной, несимметричной вообще говоря, функции $F1(x_1, x_2, ... x_N)$. Число таких перестановок (и число членов суммирования) равняется $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots N$. Результатом воздействия оператора $\hat{\Sigma}_N$ на несимметричную функцию $F1(x_1, x_2, ... x_N)$ является симметричная функция $\hat{\Sigma}_N F1(x_1, x_2, ... x_N)$. Например, пусть $F1(x_1, x_2, x_3) = (\mathbf{v}\nabla)_1 P(\mathbf{x}1, \mathbf{x}2, \mathbf{x}3)$ — несимметричная функция переменных x_1, x_2, x_3 . Тогда воздействие оператора $\hat{\Sigma}_3$ переводит её в симметричную функцию $(\mathbf{v}\nabla)_1 P(\mathbf{x}1, \mathbf{x}2, \mathbf{x}3) + (\mathbf{v}\nabla)_2 P(\mathbf{x}1, \mathbf{x}2, \mathbf{x}3) + (\mathbf{v}\nabla)_3 P(\mathbf{x}1, \mathbf{x}2, \mathbf{x}3)$.

Рассмотрим функцию $F2(x_1, x_2, ... x_N)$, зависящую от N = N1 + N2 переменных, симметричную по перестановкам переменных внутри каждого из подмножеств переменных $\{N1\}$ и $\{N2\}$.

Введём бинарный оператор $\hat{\Sigma}_{N1}^{N2}$ симметричного суммирования такой симметричной по перестановкам внутри подмножеств $\{N1\}$ и $\{N2\}$ переменных функции $F2(x_1, x_2, ... x_N)$ по всем возможным перестановкам переменных между двумя подмножествами из $\{N1\}$ и $\{N2\}$ переменных. Общее число таких бинарных перестановок (и число членов суммирования) равняется N!/(N1!N2!).

Помимо операторов симметричного суммирования введём также оператор симметризации \hat{S}_N , получающийся из оператора суммирования делением на число членов суммирования,

$$\hat{S}_N = \frac{1}{N!} \, \hat{\Sigma}_N \,, \tag{6}$$

а также бинарный оператор симметризации \hat{S}_{N1}^{N2} , получающийся из бинарного оператора симметричного суммирования делением на число членов суммы:

$$\hat{S}_{N1}^{N2} = \hat{S}_{N2}^{N1} = \frac{(N1!)(N2!)}{(N1+N2)!} \, \hat{\Sigma}_{N1}^{N2}, \, \hat{S}_{N}^{0} = 1, \, \hat{\Sigma}_{N1}^{N2} = \hat{\Sigma}_{N2}^{N1}.$$
 (7)

Результаты полной симметризации и суммирования по множеству переменных $\{N\}$ можно представить в виде последовательного применения коммутирующих бинарных и частичных операторов симметричного суммирования и симметризации по подмножествам переменных $\{N1\}$ и $\{N2\}$:

$$\hat{S}_{N1+N2} = \hat{S}_{N1}^{N2} \, \hat{S}_{N1} \, \hat{S}_{N2}. \tag{8}$$

Аналогично векторный оператор $\hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{N}}$ производит симметризацию по всем однотипным элементам векторного множества \mathbf{N} переменных.

Отметим также очевидное свойство идемпотентности оператора симметризации, состоящее в том, что применение оператора симметризации не изменяет симметричную функцию:

$$(\hat{S}_{N})^{2} = \hat{S}_{N} \hat{S}_{N} = \hat{S}_{N}, \hat{S}_{N} P_{N'}^{N} = P_{N'}^{N}, \tag{9}$$

а также свойство линейности, которое состоит в том, что линейная суперпозиция симметричных функций одних и тех же переменных является симметричной функцией.

Из определений (7) операторов симметризации и симметричного суммирования видно, что действие операторов симметричного суммирования увеличивает норму исходной несимметричнной функции, а действие операторов симметризации не изменяет нормы.

2. Вывод стохастических уравнений

В принимаемом приближении перенос нейтронов в размножающей среде является марковским процессом, при котором по определению, если вероятности количества (или сами эти количества) нейтронов и нуклидов в момент времени t определяются значениями вероятности этих величин (или значениями этих величин) в какой-либо предыдущий момент времени t', то

знание значений вероятностей этих величин (самих величин) в какие-либо более ранние t'' моменты времени t'' < t' < t для определения этой вероятности (этих величин) в момент времени t не требуется.

Для вывода эволюционных уравнений искомых плотностей вероятностей марковского процесса переноса и размножения нейтронов и нуклидов предшественников воспользуемся подходом, вытекающим из уравнений Колмогорова, – наиболее общего математического выражения марковского процесса.

2.1. Уравнения Колмогорова-Чепмена

В ранних публикациях уравнения Колмогорова—Чепмена формулировались применительно к марковским процессам для случайных величин с конечным или счётным множеством возможных значений, в частности, для ветвящихся процессов размножения/гибели частиц [3...11], для которых вводилась переходная вероятность $P_{ik}(t',t)$ того, что случайное число частиц в момент времени t принимает неотрицательное целое значение k при условии, что в момент времени t' оно принимало значение i.

В таком случае для переходной вероятности $P_{ik}(t',t)$ и какого-либо промежуточного момента времени t'' справедливы следующие уравнения Колмогорова—Чепмена:

$$P_{ik}(t',t) = \sum_{j=0}^{\infty} P_{ij}(t',t'') P_{jk}(t'',t), i, k = 0, 1, 2, ...; \quad t' \le t'' \le t.$$
 (10)

Рассмотрим уравнения Колмогорова—Чепмена применительно к марковскому процессу размножения нейтронов в ядерном реакторе. Тогда случайное состояние нейтрон-нуклидного поля реактора в каждый момент времени t можно охарактеризовать целочисленным вектором N числа частиц с переходной вероятностью $P_{N'}^{N}(t',t)$ при условии, что в момент времени t' числа частиц имели значения N'. Поскольку работа реактора зависит от значений большого числа непрерывных параметров таких, как плотности изотопов топлива, воды, материалов, от дифференциальных нейтронных сечений, постоянных распада и пр., эта зависимость должна найти отражение также и в обобщённом виде уравнений Колмогорова—Чепмена.

Разобьём все фазовые многочастичные пространства, отвечающие N числам частиц в реакторе, на большое число непересекающихся ячеек, отвечающих различным точкам фазовых пространств частиц. Тогда применительно к переходным вероятностям целых N чисел частиц в каждом N-частичном наборе ячеек, при условии отсутствия частиц в остальной части фазовых объёмов, справедливы уравнения (10), в которых случайные целочисленные векторы i, j, k характеризуют помимо наборов целых N', N'', N чисел частиц также многочастичные наборы номеров ячеек (и точек фазового пространства).

При стремлении размера ячеек к нулю переходные вероятности будут стремиться к плотности вероятностей нахождения N частиц в окрестности N точек фазового пространства. Тогда уравнения Колмогорова—Чепмена можно записать в обобщённом виде

$$P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'_{i'}}\};t'|\{\mathbf{Z_{i}}\};t) = \sum_{\mathbf{N''}=0}^{\infty} \iint \prod_{\mathbf{i''}=1}^{\mathbf{N''}} \{d\mathbf{Z''_{i''}}\} P_{\mathbf{N''}}^{\mathbf{N''}}(\{\mathbf{Z'_{i''}}\};t''|\{\mathbf{Z''_{i''}}\};t'') P_{\mathbf{N''}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z''_{i''}}\};t''|\{\mathbf{Z_{i}}\};t)$$

$$(11)$$

применительно к плотности вероятностей $P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'_{i'}}\};t'|\{\mathbf{Z_{i}}\};t)$ в фазовом пространстве, заменяя суммирование по ячейкам фазовых пространств $\mathbf{N''}$ частиц соответствующими многомерными интегралами, что согласуется также с интегральным представлением (4).

Как видим, интегральные уравнения (11) являются билинейными относительно функции плотности вероятностей. Чтобы получить линейные уравнения, перейдём к дифференциальной по времени форме уравнений (11). Устремим промежуточный момент времени t" в уравнении (11) к t для прямых уравнений и к t' для обратных так, чтобы интервал времени Δt " = t - t" (или Δt " = t" – t', соответственно) был настолько малым, чтобы с одной стороны выполнялось соотношение

$$P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z'_{i'}}\};t'|\{\mathbf{Z_{i}}\};t) = P_{N'}^{N''}(\{\mathbf{Z'_{i'}}\};t'|\{\mathbf{Z''_{i''}}\};t'') + \Delta t''\frac{\partial}{\partial t}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z'_{i'}}\};t'|\{\mathbf{Z_{i}}\};t) + o(\Delta t'')$$
(12)

в первом случае или

$$P_{N''}^{N}(\{\mathbf{Z''_{i''}}\};t''|\{\mathbf{Z_{i}}\};t) = P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z'_{i'}}\};t'|\{\mathbf{Z_{i}}\};t) + \Delta t''\frac{\partial}{\partial t'}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z'_{i'}}\};t'|\{\mathbf{Z_{i}}\};t) + o(\Delta t'')$$
(13)

во втором, а с другой, чтобы вероятность более чем однократного элементарного события в этом интервале для системы в целом (вылет нейтрона из системы, столкновение нейтрона с ядром атома, распад нуклида), а тем более для элементарной ячейки суммирования, была пренебрежимо мала по сравнению с однократным событием. Тогда получим из билинейных уравнений (11) линейные обобщённые интегро-дифференциальные уравнения Колмогорова—Чепмена или линейные стохастические распределённые уравнения ядерного реактора — прямые в первом случае и обратные во втором. Это следует из того, что одна из плотностей условной вероятности в правой части (11), относящаяся к малому интервалу времени Δt ", получит выражение через линейную суперпозицию пропорциональных Δt " вероятностей элементарных событий — рождения, гибели, вылета из системы и переходов отдельных частиц между точками фазового пространства \mathbf{Z} "; и \mathbf{Z} для прямых уравнений (и соответственно между точками \mathbf{Z} ту и \mathbf{Z} для обратных уравнений). Общий множитель Δt " сокращается.

Чтобы наглядно представить результат описанного выше предельного перехода, заметим, что полученные линейные уравнения, описывающие эволюцию во времени плотностей вероятности различных состояний реактора, являются уравнениями "баланса" плотностей вероятности и выражают по существу "закон сохранения" полной вероятности, равной, как известно, единице.

Эта полная вероятность, распределённая по фазовым объёмам каждой частицы, в свою очередь "разлита" по бесконечному множеству "сосудов": отдельных состояний, описываемых набором возможных целых чисел частиц разного сорта. В результате эволюции эта "жидкость" перетекает из одного сосуда в другой под действием элементарных процессов переноса нейтронов и накопления-распада нуклидов при сохранении полного объёма (нормы вероятности).

Отдельные члены уравнений баланса напоминают члены нестационарных уравнений переноса с учётом предшественников с той разницей, что вместо плотности нейтронов в фазовом объёме речь идет о плотности вероятности, которая уменьшается при вылете нейтрона из элементарного объёма, при поглощении, при рождении частиц в состоянии с другим значением числа частиц, при рассеянии (при любом изменении положения нейтрона в элементарном фазовом объёме) и растёт при поглощении нейтрона в соседнем "сосуде" — фазовом объёме с числом нейтронов на единицу больше или при образовании нейтрона из состояния с меньшим числом нейтронов, при рассеянии и пр.

Таким образом, стохастические уравнения переноса-размножения нейтронов представляют собой бесконечную систему линейных интегро-дифференциальных уравнений, в левой части которых производная искомых функций плотности вероятности по времени, а в правой интегро-дифференциальный оператор \hat{K} , описывающий скорость изменения плотности вероятности за счёт ожидаемой частоты различных элементарных процессов. Оператор \hat{K} выражается в виде конечной суммы K отдельных членов — линейных операторов, представляющих эти обобщённые элементарные процессы, и отдельно — суммы операторов ("неоднородных" членов уравнения), описывающих скорость изменения плотности вероятности числа нейтронов и предшественников в точках фазового пространства вследствие появления нейтронов и (или) предшественников от источника \hat{Q} , который характеризуется фазовой плотностью источников коррелированных по скорости нейтронов, возникающих с целочисленной кратностью, принимающей значения от 1 до η , и (или) предшественников за единицу времени.

Прямые стохастические уравнения представляются в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'_{i'}}\};t'|\{\mathbf{Z_{i}}\};t) = (\hat{K} + \hat{Q}) P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'_{i'}}\};t'|\{\mathbf{Z_{i}}\};t) = \left(\sum_{k=1}^{K} \hat{K_{k}} + \sum_{k'=1}^{2} \hat{Q}_{k'}\right) P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'_{i'}}\};t'|\{\mathbf{Z_{i}}\};t).$$
(14)

Здесь k – номер оператора переноса-размножения частиц, k' – номер операторов источника частиц.

Применительно к каскадным процессам размножения-переноса нейтронов настоящая система уравнений оказывается линейной интегро-дифференциальной системой.

Отметим свойства симметрии взаимно независимых операторов \hat{K}_k и $\hat{Q}_{k'}$, входящих в (14), по отношению к перестановкам аргументов искомой функции, относящимся к разным частицам одного сорта. В левой стороне уравнений (14) производная по времени не изменяет симметрии симметричной по перестановкам функции, следовательно, операторы \hat{K}_k и $\hat{Q}_{k'}$, действующие на симметричные искомые функции, должны быть симметричными.

Отдельные члены в правой части системы уравнений (14) аналогичны тем, что имеют место в уравнениях переноса.

2.2. Операторы элементарных процессов

Дадим определения отдельных симметризованных операторов элементарных процессов, входящих в виде отдельных слагаемых в определение составных операторов $\hat{\mathbf{K}}_k$ и $\hat{\mathbf{Q}}_k$ эволюционных уравнений (14), определяющих скорость изменения искомой плотности вероятностей. В определениях элементарных операторов будут часто использоваться операторы симметризации типа \hat{S}_N , \hat{S}_{N-i}^i и симметричного суммирования $\hat{\Sigma}_N$ и $\hat{\Sigma}_{N-j}^j$, определения которым даны выше в разделе (1.3.).

Помимо симметрии перестановок аргументов отметим ещё одну существенную особенность составного множества операторов. Каждому независимому элементарному событию, каждому его оператору отвечает дуальный ему оператор противоположного знака действия. Такая дуальная структура эволюционных операторов $\hat{\mathbf{K}}_k$ и $\hat{\mathbf{Q}}_k$ является необходимым условием сохранения нормы полной вероятности (3). Дуальность присутствует и в обычном уравнении Больцмана, где наряду со столкновительным интегралом, отвечающим за попадание нейтронов из фазовых точек со скоростями \mathbf{v}' в точку со скоростью \mathbf{v} , присутствует член – $\mathbf{\sigma}(\mathbf{r},\mathbf{v},t)\Phi(\mathbf{r},\mathbf{v},t)$, описывающий убывание нейтронов из фазовой точки со скоростью \mathbf{v} в точки с другой скоростью.

Ниже приводится подробное описание каждого оператора, входящего в эволюционные уравнения (14).

1. Оператор изменения плотности вероятности вследствие убыли числа нейтронов при вылете из объёма для состояний с $N \ge 1$ за счёт переноса нейтронов без столкновений

$$\hat{K}_{1}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \hat{\Sigma}_{N}\left[-(\mathbf{v}\nabla)_{n}P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n};t)\right] =$$

$$=\hat{\Sigma}_{N}\left[-(\mathbf{v}\nabla)_{n}P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n};t)\right] = \hat{\Sigma}_{N-1}^{1}\left[-(\mathbf{v}\nabla)_{n}P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n};t)\right] = \sum_{n-1}^{N}\left[-(\mathbf{v}\nabla)_{n}P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n};t)\right]. \quad (15)$$

Для значения N=0 оператор $\hat{\mathbf{K}}_1$ отсутствует ($\hat{\mathbf{K}}_1=0$). Далее везде, где будет указываться ограничение области действия операторов вида $N \geq A$ или $M_l \geq B$, предполагается, что вне этого ограничения при 0 < N < A или $0 < M_l < B$ значение определяемого оператора равно нулю, а при отсутствии ограничителя определение справедливо для всех значений $N, M_l \geq 0$.

2. Дуальный оператор изменения плотности вероятности состояния с числами частиц N и ${\bf M}$ за счёт убыли вероятности состояния с числом заполнения N+1 при вылете нейтронов из системы в точках с координатами ${\bf r}_S$ с единичным вектором ${\bf g}$ внешней нормали на границе S

$$\hat{K}_{2}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = (N+1) \int_{\mathbf{r}''_{S} \in S, (\mathbf{v}''\mathbf{g}'') > 0} \{\mathbf{d}^{2}\mathbf{r}''_{S}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v}''(\mathbf{v}''\mathbf{g}'')\}_{N+1}P_{N',\mathbf{M}'}^{N+1,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{N},\{\mathbf{r}''_{S},\mathbf{v}''\}_{N+1};t) = (N+1) \int_{\mathbf{d}^{3}\mathbf{r}''\mathbf{d}^{3}\mathbf{v}''(\mathbf{v}''\nabla'')\}_{N+1}P_{N',\mathbf{M}'}^{N+1,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{N},\{\mathbf{r}'',\mathbf{v}''\}_{N+1};t).$$
(16)

Последнее из равенств в (16) является выражением теоремы Гаусса—Остроградского применительно к интегралу нормальной проекции вектора потока плотности вероятности по граничной поверхности S.

В дальнейшем операторы, описывающие вклад элементарных событий в изменение плотностей вероятности во времени, будем характеризовать терминами "убыль" или "прибыль" в зависимости от знака вклада, знака оператора.

3. Прибыль плотности вероятности за единицу времени для состояний с $N \ge 1$ за счёт упругого и неупругого рассеяния нейтрона с дифференциальным сечением $\sigma_s(\mathbf{r}_n, \mathbf{v}_n"|\mathbf{v}_n; t)$, а также иных реакций, не являющихся реакцией деления, происходящих без изменения числа нейтронов и нуклидов с дифференциальным сечением (далее предполагаемым по умолчанию суммарным по всем подобным реакциям) $\sigma_{n,n}(\mathbf{r}, \mathbf{v}"|\mathbf{v}; t)$ с изменением лишь вектора скорости \mathbf{v} "

$$\hat{K}_{4}P_{N'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{n=1}^{N} \int \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}_{n} \mathbf{v''}_{n} \boldsymbol{\sigma}_{n,n}(\mathbf{r}_{n},\mathbf{v}_{n}''|\mathbf{v}_{n};t) P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}''\}_{n};t) =$$

$$= \sum_{n=1}^{N} \int \mathbf{d}^{2}\boldsymbol{\Omega''}_{n} dE''_{n} \mathbf{v''}_{n} \boldsymbol{\sigma}_{n,n}(\mathbf{r}_{n},\mathbf{v}_{n}''|\mathbf{v}_{n},(\boldsymbol{\Omega''}_{n}:\boldsymbol{\Omega}_{n});t) P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\boldsymbol{\Omega''},E''\}_{n};t).$$

$$(17)$$

4. Прибыль плотности вероятности для состояний с числом $N \ge 2$ за счёт событий, возникающих в результате (n, jn) и других, отличных от деления реакций с образованием j мгновенных нейтронов, но без изменения количества нуклидов, с дифференциальным сечением $\sigma_{n,jn}(\mathbf{r}, \mathbf{v}''|\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_j; t)$, симметричным по j переменным скорости вторичных нейтронов:

$$\hat{K}_{4}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{j=2}^{\min(J,N)} (N-j+1)\hat{S}_{N-j}^{j} \prod_{jj=2}^{j} \delta(\mathbf{r}_{n_{N-j+1}} - \mathbf{r}_{n_{N-j+jj}}) \times
\times \int \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}_{n_{N-j+1}} \mathbf{v''}_{n_{N-j+1}} \sigma_{n,jn}(\mathbf{r}_{n_{N-j+1}}, \mathbf{v''}_{n_{N-j+1}} | \mathbf{v}_{n_{N-j+1}}, \mathbf{v}_{n_{N-j+2}}, \dots \mathbf{v}_{n_{N}};t) \times
\times P_{N',\mathbf{M'}}^{N-j+1,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n_{1}}, \dots \{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n_{N-j}}, \{\mathbf{r},\mathbf{v''}\}_{n_{N-j+1}};t).$$
(18)

3десь $J = \max j$ – максимальное число вторичных нейтронов в реакциях этого типа.

- 5. Прибыль плотности вероятности для состояний с $N \ge 1$ в результате реакции деления с дифференциальным сечением $\sigma_{f(1,l)}(\mathbf{r}, \mathbf{v}''|\mathbf{v}; t)$ без изменения количества нейтронов в двух вариантах:
 - 5.1. Без образования нуклида из l-й группы:

$$\hat{K}_{5.1}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{n=1}^{N} \int \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}_{n} \, \mathbf{v''}_{n} \, \boldsymbol{\sigma}_{f(1,l)}(\mathbf{r}_{n}, \mathbf{v}_{n}''|\mathbf{v}_{n};t) P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r}, \mathbf{v''}\}_{n};t).$$
(19)

5.2. С образованием одного нуклида из l-й группы (вероятностью образования в одной реакции двух и более предшественников можно пренебречь):

$$\hat{K}_{5.2}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{l''=1}^{L} \sum_{m=1}^{M_{l''}} \frac{1}{M_{l''}} \sum_{n=1}^{N} \delta(\mathbf{r}_{n} - \mathbf{R}_{m,l''}) \int \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}_{n} \mathbf{v''}_{n} \sigma_{f(l,l'')}(\mathbf{r}_{n}, \mathbf{v''}_{n} | \mathbf{v}_{n};t) \times \\ \times P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}-\tilde{\delta}_{l''}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v''}\}_{n},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{N};\{...\mathbf{R}_{m-1,l''},\mathbf{R}_{m+1,l''},...\mathbf{R}_{M_{l'},l''}\};t).$$
(20)

Здесь $\tilde{\delta}_{l''l}$ — целочисленный тензор, l''l-я компонента которого равна 1 для $1 \le l = l'' \le L$, а остальные равны 0.

- 6. Прибыль плотности вероятности для состояний с $N \ge 2$ в результате реакции деления с образованием не менее 2-х нейтронов ($i \ge 2$) в двух вариантах:
 - 6.1. Без образования нуклида с дифференциальным сечением $\sigma_{f(i,0)}(\mathbf{r},\mathbf{v''}|\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2...\mathbf{v}_i;t)$:

$$\hat{K}_{6.1}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{i=2}^{\min(I,N)} (N-i+1)\hat{S}_{N-i}^{i} \prod_{i=2}^{I} \delta(\mathbf{r}_{n_{N-i+1}} - \mathbf{r}_{n_{N-i+i}}) \times \\ \times \int \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}_{n_{N-i+1}} \mathbf{v''}_{n_{N-i+1}} \boldsymbol{\sigma}_{f(i,0)}(\mathbf{r}_{n_{N-i+1}}, \mathbf{v''}_{n_{N-i+1}} | \mathbf{v}_{n_{N-i+1}}, \mathbf{v}_{n_{N-i+2}}, ..., \mathbf{v}_{n_{N}};t) \times \\ \times P_{N',\mathbf{M'}}^{N-i+1,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n_{1}}, ..., \{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n_{N-i}}, \{\mathbf{r},\mathbf{v}''\}_{n_{N-i+1}};t).$$
(21)

6.2. С образованием l-нуклида с дифференциальным сечением $\sigma_{f(i,l)}(\mathbf{r},\mathbf{v}''|\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2...\mathbf{v}_i;t)$:

$$\hat{K}_{6.2}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z'}\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{l''=1}^{L} \hat{S}_{M_{l''}-1}^{1} \sum_{i=2}^{\min(l,N)} (N-i+1)\hat{S}_{N-i}^{i} \delta(\mathbf{r}_{n_{N-i+1}} - \mathbf{R}_{m_{M_{l''}},l''}) \prod_{ii=2}^{L} \delta(\mathbf{r}_{n_{N-i+1}} - \mathbf{r}_{n_{N-i+ii}}) \times \\ \times \int \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}_{n_{N-i+1}} \mathbf{v''}_{n_{N-i+1}} \sigma_{f(i,l'')}(\mathbf{r}_{n_{N-i+1}}, \mathbf{v''}_{n_{N-i+1}}, \mathbf{v''}_{n_{N-i+1}}, \dots \mathbf{v}_{n_{N}};t) \times \\ \times P_{N',\mathbf{M'}}^{N-i+1,\mathbf{M}-\tilde{\delta}_{l''}} (\{\mathbf{r}, \mathbf{v}\}_{n_{1}}, \dots \{\mathbf{r}, \mathbf{v}\}_{n_{N-i}}, \{\mathbf{r}, \mathbf{v''}\}_{n_{N-i+1}}; \{\mathbf{R}_{m_{1},l''}, \dots \mathbf{R}_{m_{M_{l''}-1},l''}\};t) . \tag{22}$$

Здесь $\delta_{l^{n_l}}$ и $I = \max i$ как в предыдущих пунктах.

7. Прибыль плотности вероятности за счёт реакций поглощения (захвата) нейтронов из состояний с N+1 нейтронов, отличных от реакций деления, с сечением $\sigma_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}_i; t)$ без образования предшественников:

$$\hat{K}_{7}P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'}\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) =$$

$$= (N+1) \int \{\mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\}_{N+1} \sigma_{a}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\}_{N+1};t) P_{N',\mathbf{M'}}^{N+1,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{N},\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\}_{N+1};t). \tag{23}$$

- 8. Прибыль плотности вероятности для состояний с $N \ge 1$ в реакции деления с дифференциальным сечением $\sigma_{f(0,l)}(\mathbf{r},\mathbf{v};t)$ при поглощении нейтрона в двух случах:
 - 8.1. При делении с поглощением нейтрона без образования предшественников, l = 0:

$$\hat{K}_{8.1}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) =$$

$$= (N+1) \int \{ \mathbf{d}^{3} \mathbf{r}^{"} \mathbf{d}^{3} \mathbf{v}^{"} \mathbf{v}^{"} \}_{N+1} \sigma_{f(0,0)} (\{\mathbf{r}^{"}, \mathbf{v}^{"}\}_{N+1}; t) P_{N',\mathbf{M}'}^{N+1,\mathbf{M}} (\{\mathbf{r}, \mathbf{v}\}_{1}, ..., \{\mathbf{r}, \mathbf{v}\}_{N}, \{\mathbf{r}^{"}, \mathbf{v}^{"}\}_{N+1}; t) . \tag{24}$$

8.2. При делении с образованием на месте поглощённого нейтрона одного *l*-нуклида:

$$\hat{K}_{8.2}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{l''=1}^{L} \frac{N+1}{M_{l''}} \sum_{m=1}^{M_{l''}} \int \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}_{N+1} \mathbf{v''}_{N+1} \boldsymbol{\sigma}_{f(0,l'')}(\mathbf{R}_{m,l''},\mathbf{v''}_{N+1};t) \times \\ \times P_{N',\mathbf{M'}}^{N+1,\mathbf{M}-\tilde{\delta}_{l'l}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{N},\{\mathbf{R}_{m,l},\mathbf{v''}\}_{N+1};\{...\mathbf{R}_{m-1,l''},\mathbf{R}_{m+1,l''},...\mathbf{R}_{M_{l''},l''}\};t).$$
(25)

9. Убыль плотности вероятности для состояний с $N \ge 1$ при столкновении нейтронов с ядрами атомов среды:

$$\hat{K}_{9}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{n=1}^{N} \mathbf{v}_{n} \, \boldsymbol{\sigma}_{tot}(\mathbf{r}_{n}, \mathbf{v}_{n};t) P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n};t)$$
(26)

Здесь $\sigma_{\text{tot}}(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t)$ – полное сечение столкновения нейтрона с ядрами атомов среды:

$$\sigma_{tot}(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t) = \sigma_{a}(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t) + \sigma_{nn;tot}(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t) + \sum_{j=2}^{J} \sigma_{n, jn;tot}(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t) + \sum_{l=2}^{L} [\sigma_{f(0, l";tot)}(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t) + \sigma_{f(1, l";tot)}(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t) + \sum_{i=2}^{I} \sigma_{f(i, l")}(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t)].$$

$$(27)$$

10. Прибыль плотности вероятности для состояний с $N \ge 1$ за счёт запаздывающих нейтронов, образующихся при бета-распаде нуклидов:

$$\hat{K}_{10}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{l'=1}^{L} \frac{M_{l''}+1}{N} \sum_{n=1}^{N} \lambda_{l''} \frac{\chi_{l''}(E_n)}{4\pi} \times P_{N',\mathbf{M}'}^{N-1,\mathbf{M}+\tilde{\delta}_{l'l}}(...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n-1},\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n+1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{N-1};\{\mathbf{R}_{1,l''},...\mathbf{R}_{M_{l'},l''},\mathbf{r}_n\};t).$$
(28)

При этом в каждой вероятной цепочке распада присутствует в качестве продукта один нейтрон, характеризующийся нормированным на единицу групповым энергетическим спек-

тром $\tilde{\chi}_{l''}(E) = \chi_{l''}(E) / 4\pi$ и изотропным угловым распределением. (Считается, что вероятностью образования двух и более запаздывающих нейтронов в одной цепочке можно пренебречь). Вероятность распада нуклида предшественника в единицу времени характеризуется групповой постоянной распада λ_l .

11. Убыль плотности вероятности для состояний с $M_l \ge 1$ за счёт бета-распада нуклидов-предшественников l-й группы:

$$\hat{K}_{11}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{n=1}^{N} \lambda_{l''} M_{l''} P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_n;\{\mathbf{R}\}_{m,l''};t).$$
(29)

И, наконец, операторы, связанные с объёмным источником нейтронов и (или) нуклидов предшественников. Здесь мы воспользуемся более общей моделью источника, в которой помимо мгновенных нейтронов, как в общепринятой детерминистской модели источника, возможно образование как нуклида предшественника (без мгновенных нейтронов), так и мгновенных нейтронов совместно с одним предшественником. Таким источником может служить, например, спонтанное деление ядер. Источник можно описать симметричной по перестановкам фазовых переменных излучаемых нейтронов функцией плотности числа спонтанных делений ядер $Q_{\eta,l}(\mathbf{r},\{\mathbf{v}_1,...\mathbf{v}_i,...\mathbf{v}_n\};\mathbf{R}_l;t)\widetilde{\delta}(\mathbf{r}-\mathbf{R}_l)$, в результате которых в системе за единицу времени в момент времени t в окрестности точки пространства с координатой \mathbf{r} появляется в точности η коррелированных по скоростям нейтронов со скоростями $\{\mathbf{v}_1...\mathbf{v}_i...\mathbf{v}_n\}$ и (или при η = 0) один нуклид l-й группы в точке с координатой $\mathbf{R}_l = \mathbf{r}$. Здесь обобщённая дельта-функция $\widetilde{\delta}(\mathbf{r}-\mathbf{R}_l)$ полагается равной 1 в отсутствие нейтронов ($\eta=0$).

- 12. Оператор прибыли плотности вероятности распределения частиц в системе вследствие добавления частиц, возникающих в результате спонтанного деления ядер источника, к состояниям с меньшим числом нейтронов. Как и операторы реакций деления, операторы источника представлены в двух видах:
 - 12.1. С образованием нейтронов, но без l-нуклидов:

$$\hat{\mathbf{Q}}_{1,0}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{\eta=1}^{\eta\eta} \hat{S}_{N-\eta}^{\eta} \sum_{i=1}^{\eta} Q_{\eta,0}(\mathbf{r}_{n_{N-\eta+i}},\{\mathbf{v}_{n_{N-\eta+i}},...\mathbf{v}_{n_{N}}\};t) \prod_{j=1,j\neq i}^{\eta} \delta(\mathbf{r}_{n_{N-\eta+j}} - \mathbf{r}_{n_{N-\eta+i}}) \times \\
\times P_{N',\mathbf{M}'}^{N-\eta,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n_{1}},\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n_{2}},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n_{N-\eta}};t). \tag{30}$$

12.2. С образованием нейтронов и одного *l*-нуклида:

$$\hat{Q}_{1,l}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) =$$

$$=\sum_{l''=1}^{L}\sum_{\eta=1}^{\eta\eta}\hat{S}_{N-\eta}^{\eta}\hat{S}_{M_{l'}-\tilde{\delta}_{l''}}^{\tilde{\delta}_{l''}}\sum_{i=1}^{\eta}Q_{\eta,l''}(\mathbf{r}_{n_{N-\eta+i}},\{\mathbf{v}_{n_{N-\eta+i}},...\mathbf{v}_{n_{N}}\};\mathbf{R}_{m_{l'}};t)\prod_{j=1,j\neq i}^{\eta}\delta(\mathbf{r}_{n_{N-\eta+j}}-\mathbf{r}_{n_{N-\eta+i}})\tilde{\delta}(\mathbf{r}_{n_{N-\eta+i}}-\mathbf{R}_{m_{l'}})\times \\ \times P_{N',\mathbf{M}'}^{N-\eta,\mathbf{M}-\tilde{\delta}_{l''}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n_{1}},\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n_{2}},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n_{N-\eta}};\{...\mathbf{R}_{m_{l'}-1},\mathbf{R}_{m_{l'}+1},...\};t).$$
(31)

Здесь $\eta \eta = \min(\eta_{\max}, N), \eta_{\max} = \max \eta$.

13. Дуальный оператор убыли плотности вероятности вследствие перехода в состояние с большим числом частиц за счёт источника.

$$\hat{Q}_{2}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) =$$

$$= -P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t)\sum_{l''=0}^{L}\sum_{n=0}^{\eta_{\max}}\iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r}''\mathbf{d}^{3}\mathbf{R}_{l''}\prod_{n'=1}^{\eta}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v}_{\eta'}''Q_{\eta,l''}(\mathbf{r}'',\{\mathbf{v}_{1}'',...\mathbf{v}_{\eta'}'',...\mathbf{v}_{\eta}''\};\mathbf{R}_{l''};t)\widetilde{\delta}(\mathbf{r}''-\mathbf{R}_{l''}). (32)$$

2.3. Начальные значения и краевые условия

Для однозначной разрешимости систему интегро-дифференциальных уравнений (14) необходимо дополнить начальными значениями плотности вероятности $P_{\mathbf{N}'}(\{\mathbf{Z}^{'}_{i}...\mathbf{Z}^{'}_{j}\};t')$ в момент времени t' и краевыми условиями на внешней поверхности S (для нейтронов со скоростями, направленными внутрь поверхности S).

Отметим условие нормировки начальных значений

$$\sum_{\mathbf{N}'=0}^{\infty} \iint \mathbf{dZ'}_{i} ... \mathbf{dZ'}_{j} P_{\mathbf{N}'}(\{\mathbf{Z'}_{i}, ... \mathbf{Z'}_{j}\}; t') = 1,$$
(33)

а также отсутствие соответствующих фазовых переменных у плотности вероятности в состояниях отсутствия частиц какого-либо сорта в системе, например, $-P_{\mathbf{N}'}^0(\{\mathbf{Z}'\};t'|t)$, $P_{\mathbf{N}'}^{0,\mathbf{M}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{R}\}_m;t)$, $P_{\mathbf{N}'}^{N,0}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_n;t)$ и т.п.

При отсутствии внешних источников краевые условия выражаются однородным уравнением для искомой функции при $N \ge 1$ в точках на поверхности S с фазовыми координатами $\mathbf{Z} = \{\mathbf{r}_S, \mathbf{v}_S\}_n$, удовлетворяющими условиям

$$\forall \{\mathbf{r} \in S, (\mathbf{v} \cdot \mathbf{g})_{S} < 0\}, \qquad P_{N'}^{\mathbf{N}}(\mathbf{Z}'; t' | \mathbf{Z}; t) = 0.$$
(34)

При наличии внешних источников нейтронов краевые условия удобно представить в форме, зависящей от вида источника. Если источник характеризуется плотностью потока некоррелированных нейтронов $\Phi_S(\mathbf{r}_S, \mathbf{v}_S; t)$ в точках границы $\mathbf{r}_S \in S$ со скоростью \mathbf{v}_S , направленной внутрь области, $(\mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{g}) < 0$, то ему отвечает плотность поверхностного источника некоррелированных нейтронов

$$Q_{S,1}(\mathbf{r}_{S}, \mathbf{v}_{S}; t) = \Phi_{S}(\mathbf{r}_{S}, \mathbf{v}_{S}; t) \left[-(\mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{g})_{S} \right]$$
(35)

и соответствующая сингулярная "объёмная" плотность источника, отвечающая поверхностному источнику некоррелированных нейтронов,

$$Q_{1}(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t) = Q_{S,1}(\mathbf{r}_{S}, \mathbf{v}; t)\delta[(\mathbf{r}_{S} - \mathbf{r}) \cdot \mathbf{g}_{S}].$$
(36)

Краевые условия можно получить, интегрируя уравнение (14) по каждой n-й ($1 \le n \le N$) нейтронной пространственной переменной вдоль нормали в малом 2ε интервале ($\mathbf{r}_S + \varepsilon \mathbf{g}_S, \mathbf{r}_S - \varepsilon \mathbf{g}_S$) в окрестности точек на поверхности с фазовыми координатами (\mathbf{r}_S, \mathbf{v})_n с последующим делением на множитель [$-(\mathbf{v}_S \cdot \mathbf{g}_S)_n$]:

$$P_{N',\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n-1},\{\mathbf{r}_{S},\mathbf{v}\}_{n},\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n+1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{N};t) =$$

$$= -\frac{1}{N}P_{N',\mathbf{M}'}^{N-1,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n-1},\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n+1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{N-1};t)Q_{S,1}(\{\mathbf{r}_{S},\mathbf{v}\}_{n};t)/(\mathbf{v}\cdot\mathbf{g}_{S})_{n} =$$

$$= -\frac{1}{N}P_{N',\mathbf{M}'}^{N-1,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n-1},\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n+1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{N-1};t)\Phi_{S,1}(\{\mathbf{r}_{S},\mathbf{v}\}_{n};t)/v_{n}.$$
(37)

При наличии помимо некоррелированных также поверхностных источников коррелированных, испускаемых одновременно пакетами из $\eta \ge 2$ нейтронов с симметричной поверхностной плотностью источника $Q_{S,\eta}(\mathbf{r}_S,\{\mathbf{v}_1,...\mathbf{v}_\eta\};t)$ и соответствующей сингулярной "объёмной" плотностью

$$Q_{\eta}(\{\mathbf{r}, \mathbf{v}\}_{1}, ... \{\mathbf{r}, \mathbf{v}\}_{\eta}; t) = \sum_{i=1}^{\eta} Q_{S,i}(\mathbf{r}_{S,i}, \{\mathbf{v}_{1}, ... \mathbf{v}_{\eta}\}; t) \delta[(\mathbf{r}_{S,i} - \mathbf{r}_{i}) \cdot \mathbf{g}_{S,i}] \prod_{i=1}^{\eta} \delta(\mathbf{r}_{S,i} - \mathbf{r}_{j}),$$
(38)

для вывода краевых условий воспользуемся очевидным тождеством для оператора симметризации $\hat{S}_{N-\eta}^{\eta} = \hat{S}_{N-\eta}^{1} \hat{S}_{N-\eta}^{\eta-1}$, чтобы представить оператор поверхностного источника в виде сингулярного "объёмного" (31) в форме, удобной для получения краевых условий. Далее применим

тот же прием интегрирования основного уравнения (14) в 2 ε -окрестности точки $\mathbf{r}_{s,i}$ на поверхности, что и выше (37), в результате чего получим следующие симметричные краевые условия для стохастических уравнений (14):

$$P_{N,\mathbf{M}'}^{N,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{i-1},\{\mathbf{r}_{S},\mathbf{v}\}_{i},\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{i+1},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{N};t) = -\frac{1}{N}\sum_{\eta=1}^{\eta\eta}\hat{S}_{N-\eta}^{\eta-1}P_{N',\mathbf{M}'}^{N-\eta,\mathbf{M}}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n_{1}},...\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}_{n_{N-\eta}};t) \times Q_{S,\eta}(\{\mathbf{r}_{S,i},\{\mathbf{v}_{i},\mathbf{v}_{n_{N-\eta+2}},...\mathbf{v}_{n_{N}}\};t)/(\mathbf{v}_{S,i}\cdot\mathbf{g}_{S,i})\prod_{j=1,n_{N-\eta+i}}^{\eta}\delta(\mathbf{r}_{S,i}-\mathbf{r}_{n_{N-\eta+j}}).$$
(39)

Напомним, что $\eta \eta = min\left(\eta_{\max}, N\right)$, $\eta_{\max} = max\left(\eta\right)$.

Система уравнений (14) совместно с начальными значениями и краевыми условиями является самым общим представлением прямых обобщённых уравнений Колмогорова—Чепмена для распределённых систем с переносом и размножением не взаимодействующих между собой частиц. Уравнения (14) можно обобщить на случай систем с переносом частиц разного сорта, например, гамма-квантов и (или) бета-частиц.

Похожие прямые уравнения для более узкого класса условий – неограниченной однородной стационарной среды (без учёта вылетающих частиц и краевых условий), полученные методом вариации производящего функционала [12], используются при описании каскадных процессов в физике высоких энергий.

2.4. Обратные уравнения

Располагая бесконечно малый интервал $\Delta t''$ в обобщённых уравнениях Колмогорова—Чепмена (12) вблизи начального момента времени t', получим помимо прямых также обратные стохастические линейные уравнения реактора

$$\frac{\partial}{\partial t'} P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'}_{i'}\}; t' | \{\mathbf{Z}_i\}; t) = (\hat{\mathbf{K}}' + \hat{\mathbf{Q}}') P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'}_{i'}\}; t' | \{\mathbf{Z}_i\}; t) = \left(\sum_{k=1}^{K} \hat{\mathbf{K}}_{k}' + \sum_{k'=1}^{2} \hat{\mathbf{Q}}_{k'}'\right) P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'}_{i'}\}; t' | \{\mathbf{Z}_i\}; t), (40)$$

внешне отличающиеся от прямых уравнений (14) тем, что все операторы относятся к переменным функций плотности вероятности начального состояния, т.е. к "штрихованным" переменным.

Физический и математический смысл операторов \hat{K}' элементарных событий и источников нейтронов \hat{Q}' точно такой же, как и в прямых уравнениях, но на этом сходство прямого и обратного уравнений заканчивается, поскольку обратное уравнение (40) имеет математически обратный по отношению к прямому смысл.

Решая систему прямых уравнений, мы по определению сможем ответить на вопрос, какова будет плотность вероятности какого-либо возможного состояния, характеризуемого вектором **N** в какой-либо момент времени t, если известны плотности вероятности в прошлом для более ранних состояний, в момент времени t' (t' < t).

Решение системы обратных уравнений (40) позволило бы ответить на вопрос: при какой плотности вероятностей начального состояния $P_{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'_{i'}\};t')$ в какой-либо момент времени t' в результате эволюции системы с заданным устройством и заданным её изменением во времени, включая добавление частиц от источника нейтронов и нуклидов, плотности вероятностей конечного состояния в момент времени t > t' принимали бы заданные значения $P^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}_i\};t)$. То есть, решается обратная задача — по значениям функции в какой-либо момент времени t найти начальное её значение в момент времени t' < t.

Однако марковский характер процесса эволюции состояния реактора во времени приводит к неразрешимости обратной задачи (как для уравнения Колмогорова—Чепмена, так и для уравнения Больцмана) в классическом смысле, поскольку обратная задача имеет решение не при

любом заданном значении плотности вероятностей конечного состояния (в момент времени t, t' < t), выбранном из множества состояний, допустимых для предшествующего момента времени t'.

Это связано с тем, что множество допустимых начальных данных { $P_{N'}(\{\mathbf{Z}'_{i'}\};t')$ } является более широким, чем множество конечных состояний (множество решений прямой задачи) { $P^{N}(\{\mathbf{Z}_{i}\};t)$ } \subseteq { $P_{N'}(\{\mathbf{Z}'_{i'}\};t')$ }.

Более того, если бы нам удалось какими-то условиями ограничить множество допустимых функций конечного состояния, то, взяв две какие-либо сколь-угодно "близкие" по заданной норме функции из этого множества, мы не получили бы, вообще говоря, два сколь-угодно близких по той же норме решения обратной задачи.

Такие задачи называются некорректно поставленными в смысле Адамара [13].

Однако, допустимо приближённое решение таких некорректно поставленных обратных задач с применением процедуры ругуляризации [14, 15], обеспечивающей сходимость множеств приближённых решений регуляризованной задачи на сходящихся множествах допустимых плотностей конечных состояний.

2.5. Редукция к уравнениям переноса

Рассмотрим вопрос соответствия между стохастическими уравнениями и детерминистскими стационарными и нестационарными уравнениями переноса больцмановского типа с учётом запаздывающих нейтронов. Если к уравнению Больцмана для нейтронов и уравнениям для предшественников в традиционном изложении [16] добавить источники l-нуклидов $Q_l(\mathbf{r}, t)$, то получим следующие уравнения более общего вида для искомой плотности потока нейтронов $\Phi(\mathbf{r}, \Omega, E, t)$:

$$\frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}\Phi(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},E,t) = -(\mathbf{\Omega}\nabla)\Phi(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},E,t) - \sigma(\mathbf{r},E,t)\Phi(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},E,t) + \\
+\iint \sum_{x\neq f} \sigma_{x}(\mathbf{r},E',t)f_{x}(\mathbf{r};\mathbf{\Omega}',E'\to\mathbf{\Omega},E;t)\Phi(\mathbf{r},\mathbf{\Omega}',E',t)dE'd\mathbf{\Omega}' + \\
+\tilde{\chi}_{p}(E)\iint V(\mathbf{r},E')[1-\beta(\mathbf{r},E')]\sigma_{f}(\mathbf{r},E',t)\Phi(\mathbf{r},\mathbf{\Omega}',E',t)dE'd\mathbf{\Omega}' + \\
+\sum_{l=1}^{L} \lambda_{l}\tilde{\chi}_{l}(E)C_{l}(\mathbf{r},t) + Q(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},E,t)$$
(41)

и концентраций предшественников $C_{\iota}(\mathbf{r},t)$

$$\frac{\partial}{\partial t}C_{l}(\mathbf{r},t) = -\lambda_{l}C_{l}(\mathbf{r},t) + \iint V(\mathbf{r},E')\beta_{l}(\mathbf{r},E')\sigma_{f}(\mathbf{r},E',t)\Phi(\mathbf{r},\Omega',E',t)dE'd\Omega' + Q_{l}(\mathbf{r},t)$$
(42)

с краевыми условиями, задающими распределение плотности потока $\Phi_{\text{out},S}(\rho, \Omega, E, t)$ входящих нейтронов ($\Omega \mathbf{g} < 0$) в точках $\rho \in S$ на границе S с вектором внешней нормали \mathbf{g} ,

 $\Phi(\mathbf{r}, \Omega, E, t)|_{\mathbf{r} \in S} = \Phi_{\text{out}, S}(\rho, \Omega, E, t)$; с начальными условиями для плотности потока нейтронов $\Phi(\mathbf{r}, \Omega, E, 0) = \Phi_0(\mathbf{r}, \Omega, E)$ и концентрации нуклидов предшественников $C_l(\mathbf{r}, t) = 0$.

Здесь использованы обозначения:

 $\sigma_f({\bf r},E',t)$ — сечение реакции деления с образованием нейтронов и (или) предшественников запаздывающих нейтронов;

 $v(\mathbf{r}, E')$ — среднее число нейтронов деления (включая запаздывающие) в точке \mathbf{r} в расчёте на один первичный нейтрон с энергией E';

 $\tilde{\chi}_p(E)$ — нормированный на 1 энергетический спектр мгновенных нейтронов деления с изотропным угловым распределением;

 $\beta(\mathbf{r},E') = \sum_{l=1}^{L} \beta_l(\mathbf{r},E')$ — доля запаздывающих нейтронов на один нейтрон деления, равная сумме долей по L группам;

 $\tilde{\chi}_l(E)$ — энергетический спектр запаздывающих нейтронов из l-й группы с изотропным угловым распределением;

 λ_l – постоянная распада предшественников из l-й группы;

 $\sigma_x(\mathbf{r}, E', t)$ — сечение реакций x, включая упругое и неупругое рассеяние, а также (n, 2n) и (n, 3n), отличных от реакции деления f. Знак $\sum_{x \neq f}$ в уравнении предполагает суммирование по всем реакциям такого рода;

 $f_x({\bf r};{\bf \Omega}',E'\! o\!{\bf \Omega},E;t)$ — угловое и энергетическое распределения вторичных нейтронов в реакциях типа x, нормированные на v_x — среднее число вторичных нейтронов в x-реакциях;

 $\sigma(\mathbf{r}, E, t) = \sigma_a(\mathbf{r}, E, t) + \sigma_f(\mathbf{r}, E, t) + \sigma_x(\mathbf{r}, E, t)$ — полное макроскопическое сечение взаимодействия нейтронов со средой, включая сечения реакций поглощения нейтронов $\sigma_a(\mathbf{r}, E, t)$, а также деления и x-реакций;

 $Q(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}, E, t)$ – плотность объёмного источника нейтронов;

 $Q_l(\mathbf{r},t)$ – плотность объёмного источника l-нуклидов.

Для приведения многочастичных многоточечных стохастических уравнений (14) к уравнению Больцмана представим стохастические уравнения в виде одноточечных уравнений для нейтронов путём частичного усреднения всех членов уравнений, всех операторов, интегрируя уравнения (14) по всем непрерывным переменным за исключением одной пары нейтронных переменных $\{\mathbf{r}, \mathbf{v}\}$ и суммируя по дискретным переменным \mathbf{M} .

Также приводятся стохастические уравнения к M_l -частичной одноточечной плотности вероятности для предшественников l-й группы путём интегрирования исходных стохастических уравнений по всем фазовым переменным нейтронов и всем координатам нуклидов за исключением одной координаты l-нуклида \mathbf{R}_l и суммирования по всем нейтронным числам N и всем числам нуклидов M_l за исключением числа нуклидов M_l для l-нуклида.

Затем, суммируя все одноточечные нейтронные уравнения с весом N, получим уравнение Больцмана для нейтронов. Точно также, суммируя одноточечные l-нуклидные уравнения с весами M_l , получим эволюционные уравнения для плотности нуклидов предшественников l групп.

Выражения для одноточечных элементарных операторов \hat{K}_k и \hat{Q}_k для нейтронов и l-нуклидов, получаемые усреднением операторов (15)...(32), приведены в Приложении 1. Из этих выражений видно, что при одноточечном усреднении уравнений (14) остаются члены с зависимостью от двух фазовых переменных – нейтронных, l-нуклидных или комбинаций нейтроннуклидных и нуклид-нуклидных переменных, называемые двухточечными функциями (операторами).

Нетрудно убедиться, что при суммировании одноточечных уравнений с весом числа частиц (N или M_l) все двухточечные операторы взаимно сокращаются с дуальными к ним и остаются одноточечные операторы, которые естественно группируются в операторы уравнений переноса (для нейтронов и предшественников). Суммирование "с весом" означает умножение уравнений на N или M_l , затем суммирование по N и M_l .

Заключение

В настоящей первой части работы содержится вывод системы линейных стохастических, в общем случае, нестационарных интегро-дифференциальных многочастичных полноточечных

(в которых число точек или фазовых координат совпадает с числом частиц) уравнений, описывающих распределение в фазовом пространстве частиц (нейтронов и предшественников запаздывающих нейтронов) плотности вероятности наличия в реакторе целых неотрицательных значений числа частиц. Полноточечность громоздких исходных многочастичных распределённых уравнений необходима для обеспечения линейности и распределённости уравнений с использованием (вместо произвольных коэффициентов вероятностей перехода между состояниями) локальных (распределённых) значений заданных библиотечных дифференциальных сечений реакций при индивидуальных событиях столкновения нейтронов с ядрами изотопов атомов топлива, воды и других элементов конструкции.

Показана преемственность между традиционным детерминистским уравнением переноса нейтронов и полученной стохастической системой линейных уравнений переноса. Показано, что уравнение Больцмана и уравнения для предшественников получаются из стохастических уравнений путём их усреднения до одноточечных уравнений по всем фазовым координатам за исключением одной и дальнейшего суммирования с весом числа частиц по всем значениям от нуля до бесконечности. При этом все остающиеся двухточечные члены взаимно сокращаются с дуальными к ним, а нульточечные дают в сумме единицу — вероятность достоверного события. Остающиеся члены группируются в члены уравнения Больцмана и уравнений для предшественников. Полученные уравнения позволяют построить стохастическую теорию переноса нейтронов в размножающей среде. В следующей части работы будут даны решения этих и модифицированных уравнений для случая источника частиц специального вида.

Список литературы

- 1. Bell G.I. On the Stochastic Theory of Neutron Transport // Nucl. Sci. Eng., 1965, V. 21, P. 390-401.
- 2. *Pal L.I.* On the Theory of Stochastic Processes in Nuclear Reactors // Nuovo Cimento Suppl., 1958, V. 7, P. 25-42.
- 3. *Courant E.D.*, *Wallace P.R.* Fluctuations of the number of neutrons in a pile // Phys. Rev., 1947, V. 72, No 11, P. 1038–1048.
- 4. Feynman R.P., de Hoffmann F., Serber R. // J. Nuclear Energy, 1956, V. 3, No. 1, P. 64–70.
- 5. *Hurwitz (Jr) H., MacMillan D.B., Smith J.H., Storm M.L.* Kinetics of Low Source Reactor Startups. Part I, Part II. // Nucl. Sci. Eng., 1963, V. 15, P. 166–186, P. 187–196.
- 6. *Bell G.I.* Probability Distribution of Neutrons and Precursors in a Multiplying Assembly. Part I // Annals of Physics, 1963, V. 21, P. 243–283.
- 7. *Bell G.I.*, *Anderson W.A.*, *Galbraith D.* Part II // Nucl. Sci. Eng., 1963, V. 16, P. 118–123.
- 8. MacMillan D.B., Storm M.L. Kinetics of Low Source Reactor Startups. Part III. Ibidem, P.369–380.
- 9. Williams M.M.R. Random Processes in Nuclear Reactors. Pergamon Press. Oxford, England, 1974.
- 10. *Paźsit I., Enqvist A.* Neutron Noise in Zero Power Systems. (A primer in the physics of branching processes). Göteborg, Sweden, 2008.
- 11. *Prinja A.K.*, *Souto F.J.* Some Considerations on Stochastic Neutron Populations // Nucl. Sci. Eng., 2010, V. 102, P. 255–257.
- 12. *Uchaikin V.V.* The theory of cascade process nonlinear measurements and the statement of backward problems / Proc of 16-th IGRC, Kyoto, 1979. Vol. 7, P. 24–29.
- 13. *Hadamard Jacques*. Sur les problemes aux derivees partielles et leur signification physique // Princeton University Bulletin, 1902, P. 49–52.
- 14. *Тихонов А.Н.* О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации // ДАН СССР, 1963, т. 151, № 3, с.501-504. .
- 15. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.
- 16. Белл Д., Глесстон С. Теория ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1974.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Операторы одноточечных стохастических уравнений

Все операторы уравнений получены путём усреднения исходных полноточечных стохастических операторов уравнений. При усреднении с весом N с оставлением одной нейтрон-

ной фазовой координаты \mathbf{r} , \mathbf{v} получаются нейтронные уравнения вида 1-1n. При усреднении с весом M_l и оставлении координаты l-нуклида \mathbf{R}_l получаются l-нуклидные уравнения вида 1-1l. В результате усреднения операторы одноточечных эволюционных стохастических уравнений для нейтронов и нуклидов принимают следующий вид:

1-1*п*. Нейтронный одноточечный оператор переноса

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{1}^{N}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) =$$

$$= -(\mathbf{v}\nabla) {}^{1}P^{N}(\mathbf{r},\mathbf{v};t) - (N-1)\iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r}''\mathbf{d}^{3}\mathbf{v}''(\mathbf{v}''\cdot\nabla'') {}^{2}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\},\{\mathbf{r}'',\mathbf{v}''\};t). \tag{43}$$

1-11. 1-нуклидный одноточечный оператор переноса

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{1}^{M_{l}}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{N=1}^{\infty}N\iint\mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}(\mathbf{v''}\cdot\nabla'')^{-1,l}P^{N,M_{l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t). \tag{44}$$

2-1*n*+. Дуальный нейтронный оператор переноса

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{2}^{N}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = (N+1)\iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}(\mathbf{v''}\cdot\nabla'')^{2}P^{N+1}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\},\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};t). \tag{45}$$

2-1l+. Дуальный l-нуклидный оператор переноса

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{2}^{M_{l}}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{N=1}^{\infty} N \iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}(\mathbf{v''}\cdot\nabla'')^{1,l}P^{N,M_{l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t). \tag{46}$$

3-1*п*. Нейтронный одноточечный оператор рассеяния

$$= \int \mathbf{d}^{3} \mathbf{v''} \mathbf{v''} \boldsymbol{\sigma}_{n,n}(\mathbf{r}, \mathbf{v''} | \mathbf{v})^{-1} P^{N}(\{\mathbf{r}, \mathbf{v''}\}; t) +$$

$$+ (N-1) \iint \mathbf{d}^{3} \mathbf{r''} \mathbf{d}^{3} \mathbf{v''} \mathbf{v''} \boldsymbol{\sigma}_{n,n}(\mathbf{r''}, \mathbf{v''} | \mathbf{v'})^{-2} P^{N}(\{\mathbf{r}, \mathbf{v}\}, \{\mathbf{r''}, \mathbf{v''}\}; t) .$$

$$(47)$$

3-11. 1-нуклидный одноточечный оператор рассеяния

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{3}^{M_{l}}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{N=1}^{\infty} N \iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\boldsymbol{\sigma}_{n,n;tot}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t))^{-1,l}P^{N,M_{l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t). \tag{48}$$

С целью явного представления дуальной структуры стохастических операторов применительно к одноточечным операторам целесообразно все операторы столкновений (типа оператора 9 раздела 2.2.) разбить на отдельные составляющие, отвечающие полным сечениям отдельных реакций столкновения нейтронов с ядрами атомов среды.

Построим одноточечные дуальные операторы (со знаком +) – вклады в оператор 9.

3-1*n*+. Дуальный нейтронный оператор рассеяния

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{3}^{N+}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) =$$

$$= -\sigma_{n,n;tot}(\mathbf{r},\mathbf{v};t) {}^{1}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\};t) - (N-1)\iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r}''\mathbf{d}^{3}\mathbf{v}''\mathbf{v}''\sigma_{n,n;tot}(\mathbf{r}'',\mathbf{v}'';t) {}^{2}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\},\{\mathbf{r}'',\mathbf{v}''\};t).$$
(49)

3-1l+. Дуальный l-нуклидный оператор рассеяния

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{3}^{M_{l}+}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{N=1}^{\infty}N\iint\mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\boldsymbol{\sigma}_{n,n;tot}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t)^{-1,l}P^{N,M_{l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t).$$
(50)

4-1*п*. Нейтронный одноточечный оператор (*n*, *jn*)-реакций

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{4}^{N}P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'}\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{j=2}^{\min(J,N)} \frac{(N-j+1)}{N} j \iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''} \mathbf{\sigma}_{n,jn}(\mathbf{r},\mathbf{v''}|\mathbf{v};t) \, {}^{1}P^{N-j+1}(\{\mathbf{r},\mathbf{v''}\};t) + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{(N-j+1)}{N} \int_{\mathbf{r}} \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''} \mathbf{\sigma}_{n,jn}(\mathbf{r},\mathbf{v''}|\mathbf{v};t) \, {}^{1}P^{N-j+1}(\{\mathbf{r},\mathbf{v''}\};t) + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{(N-j+1)}{N} \int_{\mathbf{r}} \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''} \mathbf{\sigma}_{n,jn}(\mathbf{r},\mathbf{v''}|\mathbf{v};t) \, {}^{1}P^{N-j+1}(\{\mathbf{r},\mathbf{v''}\};t) + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{(N-j+1)}{N} \int_{\mathbf{r}} \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''} \mathbf{\sigma}_{n,jn}(\mathbf{r},\mathbf{v''}|\mathbf{v};t) \, {}^{1}P^{N-j+1}(\{\mathbf{r},\mathbf{v''}\};t) + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{(N-j+1)}{N} \int_{\mathbf{r}} \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''} \mathbf{\sigma}_{n,jn}(\mathbf{r},\mathbf{v''}|\mathbf{v};t) \, {}^{1}P^{N-j+1}(\{\mathbf{r},\mathbf{v''}\};t) + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{(N-j+1)}{N} \int_{\mathbf{r}} \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''} \mathbf{\sigma}_{n,jn}(\mathbf{r},\mathbf{v''}|\mathbf{v};t) \, {}^{1}P^{N-j+1}(\{\mathbf{r},\mathbf{v''}\};t) + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{(N-j+1)}{N} \int_{\mathbf{r}} \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''} \mathbf{\sigma}_{n,jn}(\mathbf{r},\mathbf{v''}|\mathbf{v};t) \, {}^{1}P^{N-j+1}(\{\mathbf{r},\mathbf{v''}\};t) \, {}^{1}P^{N$$

$$+\sum_{j=2}^{\min(J,N)} \frac{(N-j+1)}{N} (N-j) \iint \mathbf{d}^3 \mathbf{r}'' \mathbf{d}^3 \mathbf{v}'' \mathbf{v}'' \sigma_{n,n;tot}(\mathbf{r}'',\mathbf{v}'';t) ^2 P^{N-j+1}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\},\{\mathbf{r}'',\mathbf{v}''\};t). \tag{51}$$

Здесь
$$\sigma_{n,jn}(\mathbf{r}, \mathbf{v''}|\mathbf{v}; t) = \iint d^3\mathbf{v}_2...d^3\mathbf{v}_j \sigma_{n,jn}(\mathbf{r}, \mathbf{v''}|\mathbf{v}, \mathbf{v}_2...\mathbf{v}_j; t)$$
.

 $4-1l.\ l$ -нуклидный одноточечный оператор (n,jn)-реакций

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{4}^{M_{l}}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t)=$$

$$= \sum_{N=1}^{\infty} \sum_{j=2}^{\min(J,N)} (N-j+1) \iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r''} \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''} \mathbf{v''} \mathbf{\sigma}_{n,jn;tot}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t)^{-1,l} P^{N-j+1,M_{l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t) =$$

$$= \iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r''} \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''} \mathbf{v''} \sum_{N=1}^{\infty} N^{-1,l} P^{N,M_{l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t) \sum_{j=2}^{J} \sigma_{n,jn;tot}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t). \tag{52}$$

4-1n+. Дуальный нейтронный оператор реакций (n, jn)

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{4}^{N+}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{j=2}^{J}\mathbf{v}\,\boldsymbol{\sigma}_{n,jn;tot}(\mathbf{r},\mathbf{v};t)\,{}^{1}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\};t) - \\ -\sum_{j=2}^{J}(N-1)\iint\mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\boldsymbol{\sigma}_{n,jn;tot}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t)\,{}^{2}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\},\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};t).$$
(53)

4-1l+. Дуальный l-нуклидный оператор реакций (n, jn)

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{4}^{M_{l}}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\sum_{N=1}^{\infty}N^{-1,l}P^{N,M_{l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t)\sum_{i=2}^{J}\sigma_{n,jn;tot}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t). \quad (54)$$

5-1n. Одноточечный нейтронный оператор реакции f(1,l) с одним нейтроном и l-нуклидом на выходе

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{5}^{N}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{l''=0}^{L} \int \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\sigma_{f(\mathbf{l},l'')}(\mathbf{r},\mathbf{v''};t) {}^{1}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v''}\};t) +$$

$$+ \sum_{l''=0}^{L} (N-1) \iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v'}\sigma_{f(\mathbf{l},l'')}(\mathbf{r},\mathbf{v''}|\mathbf{v'};t) {}^{2}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\},\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};t). \tag{55}$$

5-1l. Одноточечный l-нуклидный оператор f(1,l) реакции

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{5}^{M_{l}}P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'}\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{l'=0}^{L}\sum_{N=1}^{\infty}\frac{N}{M_{l}}\tilde{\delta}_{l''l}\int\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\sigma_{f(1,l'';tot)}(\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''};t)^{-1,l}P^{N,M_{l}-\tilde{\delta}_{l''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t) +$$

$$+\sum_{l''=0}^{L}\sum_{N=1}^{\infty}\frac{N}{M_{l}}(M_{l}-\tilde{\delta}_{l''l})\iint\mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\sigma_{f(1,l'';tot)}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t)^{-1,l}P^{N,M_{l}-\tilde{\delta}_{l''l}}\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t).$$
(56)

Напомним, что тензор $\tilde{\delta}_{l''l} = 1$ для $(1 \le l'' = l \le L)$ и равен 0 для остальных значений l'',l.

5-1n+. Одноточечный нейтронный дуальный f(1,l) оператор

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{5}^{N+}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{l'=0}^{L}\mathbf{v}\sigma_{f(l,l'';tot)}(\mathbf{r},\mathbf{v};t){}^{1}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\};t) - \sum_{l'=0}^{L}(N-1)\iint\mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\sigma_{f(l,l'';tot)}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t){}^{2}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\},\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};t).$$
(57)

5-1l+. Одноточечный l-нуклидный дуальный f(1,l) оператор

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{5}^{M_{l}+}P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'}\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{l''=0}^{L}\sum_{N=1}^{\infty}N\iint\mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\sigma_{f(1,l'';tot)}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t)^{-1,l}P^{N,M_{l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t).$$
(58)

6-1n. Нейтронный одноточечный оператор f(i,l)-реакций деления с i нейтронами и l-нуклидом на выходе

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{6}^{N}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{i=2}^{\min(I,N)} \sum_{l'=0}^{L} \frac{(N-i+1)}{N} i \iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''} \sigma_{f(i,l'')}(\mathbf{r},\mathbf{v''}|\mathbf{v};t) {}^{1}P^{N-i+1}(\{\mathbf{r},\mathbf{v''}\};t) + \\ + \sum_{i=2}^{\min(I,N)} \sum_{l'=0}^{L} \frac{(N-i+1)}{N} (N-i) \iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''} \sigma_{f(i,l'')}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t) {}^{2}P^{N-i+1}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\},\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};t). \tag{59}$$

Здесь $\sigma_{f(i,l'')}(\mathbf{r}, \mathbf{v''}|\mathbf{v}; t) = \iint d^3\mathbf{v}_2...d^3\mathbf{v}_i \sigma_{f(i,l'')}(\mathbf{r}, \mathbf{v''}|\mathbf{v}, \mathbf{v}_2...\mathbf{v}_i; t)$.

6- $1l.\ l$ -нуклидный одноточечный оператор f(i,l)-реакций деления с i нейтронами и l-нуклидом на выходе

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{6}^{M_{l}}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) =$$

$$= \sum_{l''=0}^{L} \sum_{N=1}^{\infty} \sum_{i=2}^{\min(I,N)} \frac{(N-i+1)}{M_{l}} \widetilde{\mathbf{\delta}}_{l''l} \int \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''} \mathbf{v''} \mathbf{\sigma}_{f(i,l'';tot)}(\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''};t) \stackrel{1,l}{P}^{N-i+1,M_{l}-\widetilde{\delta}_{l''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t) +$$

$$+ \sum_{l''=0}^{L} \sum_{N=1}^{\infty} \sum_{i=2}^{\min n(I,N)} \frac{(N-i+1)}{M_{l}} (M_{l}-\widetilde{\mathbf{\delta}}_{l''l}) \iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r''} \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''} \mathbf{v''} \mathbf{\sigma}_{f(i,l'';tot)}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t) \stackrel{1,l}{P}^{N-i+1,M_{l}-\widetilde{\delta}_{l''l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t) =$$

$$= \sum_{l''=0}^{L} \frac{1}{M_{l}} \widetilde{\mathbf{\delta}}_{l''l} \int \mathbf{d}^{3}\mathbf{v''} \mathbf{v''} \sum_{N=1}^{\infty} N^{-1,l} P^{N,M_{l}-\widetilde{\delta}_{l''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t) \sum_{i=2}^{L} \mathbf{\sigma}_{f(i,l'';tot)}(\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''};t) +$$

 $+\sum_{l'=0}^{L}\frac{M_{l}-\delta_{l''l}}{M_{l}}\int\int\mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\sum_{N=1}^{\infty}N^{-1,l}P^{N,M_{l}-\widetilde{\delta}_{l''l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t)\sum_{i=2}^{L}\sigma_{f(i,l'';tot)}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t).$ (60)

6-1n+. Дуальный нейтронный одноточечный f(i, l) оператор

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{6}^{N+}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{l''=0}^{L}\sum_{i=2}^{I}\mathbf{v}\,\boldsymbol{\sigma}_{f(i,l'';tot)}(\mathbf{r},\mathbf{v};t)\,{}^{1}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\};t) - \\ -\sum_{l''=0}^{L}\sum_{i=2}^{I}(N-1)\iint\mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\boldsymbol{\sigma}_{f(i,l'';tot)}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t)\,{}^{2}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\},\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};t).$$

$$(61)$$

6-1l+. Одноточечный дуальный l-нуклидный $f(i,\,l)$ оператор

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{6}^{M_{l}+}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{l''=0}^{L}\sum_{N=1}^{\infty}N\sum_{i=2}^{I}\iint\mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\boldsymbol{\sigma}_{f(i,l'';tot)}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t)^{-1,l}P^{N,M_{l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t).(62)$$

7-1*n*. Нейтронный оператор поглощения нейтронов
$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{7}^{N}P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'}\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = (N+1)\!\!\int\!\!\!\mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\sigma_{a}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t)\,{}^{2}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\},\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};t)$$
. (63)

7-11. 1-нуклидный одноточечный оператор поглощения

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{7}^{M_{l}}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{N=1}^{\infty} N \iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\sigma_{a}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t)^{-1,l}P^{N,M_{l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t).$$
(64)

7-1*n*+. Дуальный нейтронный оператор поглощения нейтронов

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{7}^{N+}P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'}\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) =$$

$$= -v\sigma_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t)^1 P^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{r}, \mathbf{v}\}; t) - (N-1) \iint \mathbf{d}^3 \mathbf{r''} \mathbf{d}^3 \mathbf{v''} \mathbf{v''} \sigma_a(\mathbf{r''}, \mathbf{v''}; t)^{-2} P^{N}(\{\mathbf{r}, \mathbf{v}\}, \{\mathbf{r''}, \mathbf{v''}\}; t).$$
(65)

7-1l+. Дуальный l-нуклидный оператор поглощения

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{7}^{M_{l}+}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{N=1}^{\infty}N\iint\mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\boldsymbol{\sigma}_{a}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t)^{-1,l}P^{N,M_{l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t).$$
(66)

8-1*n*. Одноточечный нейтронный оператор реакций f(0, l) для $N \ge 1$, $0 \le l \le L$ как с образованием, так и без образования l-нуклидов

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{8}^{N}P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'}\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{l'=0}^{L}(N+1)\iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\sigma_{f(0,l'')}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t) {}^{2}P^{N+1}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\},\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};t).$$
(67)

8-1*l*. Одноточечный *l*-нуклидный оператор f(0, l)-реакций для $0 \le l \le L$

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{8}^{M_{l}}P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'}\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{l''=0}^{L}\sum_{N=1}^{\infty}\frac{(N+1)}{M_{l}}\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l''l}\int\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\boldsymbol{\sigma}_{f(0,l'';tot)}(\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t) + \frac{1}{N}\sum_{l''=0}^{N}\sum_{N=1}^{N}\frac{(N+1)}{M_{l}}\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_{l}-\tilde{\boldsymbol{\delta}}_{l'''l}}(\{\mathbf{R}_{l},\mathbf{v''}\};t)^{-1,l}P^{N+1,M_$$

$$+\sum_{l''=0}^{L}\sum_{N=1}^{\infty}\frac{(N+1)}{M_{l}}(M_{l}-\widetilde{\delta}_{l''l})\iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r}''\mathbf{d}^{3}\mathbf{v}''\mathbf{v}''\sigma_{f(0,l'';tot)}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t)^{1,l}P^{N+1,M_{l}-\widetilde{\delta}_{l''l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t).$$
(68)

8-1n+. Одноточечный дуальный нейтронный оператор реакций f(0, l) для $N \ge 1$, $0 \le l \le L$ как с образованием, так и без образования l-нуклидов,

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{8}^{N+}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{l''=0}^{L}\mathbf{v}\,\sigma_{f(0,l'')}(\mathbf{r},\mathbf{v};t)^{-1}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\};t) -$$

$$-\sum_{l''=0}^{L} (N-1) \iint \mathbf{d}^{3} \mathbf{r''} \mathbf{d}^{3} \mathbf{v''} \mathbf{v''} \sigma_{f(0,l'')}(\mathbf{r''}, \mathbf{v''};t) ^{2} P^{N}(\{\mathbf{r}, \mathbf{v}\}, \{\mathbf{r''}, \mathbf{v''}\};t).$$
(69)

8-1l+. Одноточечный l-нуклидный дуальный оператор f(0, l)-реакций для $0 \le l \le L$ как с образованием, так и без образования l-нуклидов,

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{8}^{M_{l}+}P_{\mathbf{N'}}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z'}\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{N=1}^{\infty}N\iint\mathbf{d}^{3}\mathbf{r''}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v''}\mathbf{v''}\boldsymbol{\sigma}_{f(0,l'')}(\mathbf{r''},\mathbf{v''};t)^{-1,l}P^{N,M_{l}}(\{\mathbf{r''},\mathbf{v''}\};\mathbf{R}_{l};t).$$
(70)

- 9. Этот оператор уже представлен в виде отдельных компонент полного сечения в одноточечных дуальных операторах столкновения нейтронов со средой.
- 10-1n. Одноточечный нейтронный оператор рождения запаздывающих нейтронов при распаде предшественников для $N \ge 1$

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{10}^{N}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) =$$

$$= \sum_{l'=0}^{L} \sum_{M_{l'}=0}^{\infty} \frac{(M_{l''}+1)}{N} \left[\lambda_{l''} \frac{\chi_{l''}(v)}{4\pi} {}^{0,l''}P^{N-1,M_{l}''+1}(\{\mathbf{r}\}_{l''};t) + (N-1)\lambda_{l''}P^{N-1,M_{l}''+1}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\};t) \right]. \tag{71}$$

Здесь учтено условие нормировки спектра рождающихся запаздывающих нейтронов $\int \mathbf{d}^3 \mathbf{v} \chi_{l^*}(v) / 4\pi = 1$.

10-1l. Одноточечный l-нуклидный оператор распада l-нуклида с образованием запаздывающего нейтрона для $M_I \ge 1, N \ge 0$

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{10}^{M_{l}}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = \sum_{l=0}^{L}\sum_{M_{l}=0}^{\infty} (M_{l''}+1)\lambda_{l''}^{0,l}P_{l''}^{M_{l}''+1}(\mathbf{R}_{l};t) =$$

$$= (M_{l}+1)\lambda_{l}^{0,l}P_{l''}^{M_{l}+1}(\mathbf{R}_{l};t) + \sum_{l''=1}^{L} (1-\tilde{\delta}_{l''l})\sum_{M_{l'}=0}^{\infty} (M_{l''}+1)\lambda_{l''}^{0,l}P_{l''}^{M_{l}''+1}(\mathbf{R}_{l};t). \tag{72}$$

11-1n+. Одноточечный дуальный нейтронный оператор распада l-нуклида с образованием запаздывающего нейтрона для $N \ge 0$

$${}^{1}\hat{\mathbf{K}}_{11}^{N+}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{l=1}^{L}\sum_{M_{l}=1}^{\infty}M_{l''}\lambda_{l''}{}^{1}P^{N,M_{l}''}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\};t).$$

$$(73)$$

11-1l+. Одноточечный l-нуклидный дуальный оператор распада l-нуклида с образованием запаздывающего нейтрона для $M_l \ge 1, N \ge 0$

$${}^{l}\hat{\mathbf{K}}_{11}^{M_{l}+}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -\sum_{l=0}^{L}\sum_{M_{l}=0}^{\infty}M_{l}{}^{"}\lambda_{l}{}^{"}\lambda_{l}{}^{"}{}^{0,l}P^{M_{l}"+1}(\mathbf{R}_{l};t) =$$

$$= -M_{l}\lambda_{l}{}^{0,l}P^{M_{l}}(\mathbf{R}_{l};t) - \sum_{l=1}^{L}(1-\tilde{\delta}_{l}{}^{"}_{l})\lambda_{l}{}^{"}\sum_{M_{l}=0}^{\infty}M_{l}{}^{"}{}^{0,l}P^{M_{l}"}(\mathbf{R}_{l};t).$$
(74)

Перейдем к одноточечному представлению операторов объёмного (vol) источника нейтронов и (или) l-нуклидов. Дадим определения усреднённой одноточечной функции источника:

$$Q_{\eta,l,vol}(\mathbf{r},\mathbf{v};t) = {}^{1}Q_{\eta,l,vol}(\mathbf{r},\mathbf{v};t) = \iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{v}_{2}...\mathbf{d}^{3}\mathbf{v}_{\eta}\mathbf{d}^{3}\mathbf{R}_{l}Q_{\eta,l,vol}(\mathbf{r},\mathbf{v},\mathbf{v}_{2}...\mathbf{v}_{\eta};\mathbf{R}_{l};t)\tilde{\delta}(\mathbf{r}-\mathbf{R}_{l}).$$
(75)

$$Q_{\eta,l,\text{vol}}(\mathbf{R}_l;t) = {}^{0,l}Q_{\eta,l,\text{vol}}(\mathbf{R}_l;t) = \iint \mathbf{d}^3\mathbf{r}\mathbf{d}^3\mathbf{v}\mathbf{d}^3\mathbf{v}_2...\mathbf{d}^3\mathbf{v}_{\eta}Q_{\eta,l,\text{vol}}(\mathbf{r},\mathbf{v},\mathbf{v}_2...\mathbf{v}_{\eta};\mathbf{R}_l;t)\tilde{\delta}(\mathbf{r}-\mathbf{R}_l).$$
(76)

$$Q_{\eta,l,\text{vol}}(t) = {}^{0}Q_{\eta,l,\text{vol}}(t) = \iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{r}_{2}\mathbf{d}^{3}\mathbf{v}Q_{\eta,l,\text{vol}}(\mathbf{r},\mathbf{v};t) = \iint \mathbf{d}^{3}\mathbf{R}_{l}Q_{\eta,l,\text{vol}}(\mathbf{R}_{l};t).$$
(77)

Предполагается, что среди переменных чисто нейтронной компоненты источника $Q_{\eta,l,\mathrm{vol}}(t)$ при l=0 отсутствует переменная \mathbf{R}_l . Также $Q_{\eta,l,\mathrm{vol}}(t)=0$.

12-1*п*. Одноточечный нейтронный оператор источника

$${}^{1}\hat{\mathbf{Q}}^{N}P_{\mathbf{N}'}^{\mathbf{N}}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) =$$

$$=\sum_{l''=0}^{L}\sum_{n=1}^{\eta\eta}\frac{1}{N}\left[\eta^{-1}Q_{\eta,l'',vol}(\mathbf{r},\mathbf{v};t)^{-0}P^{N-\eta}(t)+(N-\eta)^{-0}Q_{\eta,l'',vol}(t)^{-1}P^{N-\eta}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\};t)\right]. \tag{78}$$

12-11. Одноточечный 1-нуклидный оператор источника

$${}^{l}\hat{Q}^{M_{l}}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) =$$

$$=\sum_{l''=0}^{L}\frac{1}{M_{l}}\left[\widetilde{\delta}_{l''l}\sum_{\eta=0}^{\eta_{\max}}{}^{1}Q_{\eta,l'',vol}(\mathbf{R}_{l};t)^{0}P^{M_{l}-\widetilde{\delta}_{l''l}}(t)+(M_{l}-\widetilde{\delta}_{l''l})\sum_{\eta=0}^{\eta_{\max}}{}^{0}Q_{\eta,l'',vol}(t)^{l}P^{M_{l}-\widetilde{\delta}_{l''l}}(\mathbf{R}_{l};t)\right]. \tag{79}$$

13-1*n*+. Одноточечный дуальный нейтронный оператор источника

$${}^{1}\hat{Q}^{N+}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -{}^{1}P^{N}(\{\mathbf{r},\mathbf{v}\};t)\sum_{l''=0}^{L}\sum_{n=1}^{\eta_{\max}}{}^{0}Q_{\eta,l'',vol}(t).$$
(80)

13-1l+. Одноточечный дуальный l-нуклидный оператор источника

$${}^{1}\hat{Q}^{M_{l}+}P_{N'}^{N}(\{\mathbf{Z}'\};t'|\{\mathbf{Z}\};t) = -{}^{l}P^{M_{l}}(\mathbf{R}_{l};t)\sum_{l=0}^{L}\sum_{\eta=1}^{\eta_{\text{max}}}{}^{0}Q_{\eta,l'',\text{vol}}(t).$$
(81)

Представим ещё одноточечные начальные значения и краевые условия.

Одноточечные начальные значения $_{1}P_{N}$ ({ \mathbf{r}',\mathbf{v}' }; t') являются просто результатом усреднения заданной многоточечной функции.

Однородные одноточечные краевые условия останутся таковыми для нейтронов со скоростями, направленными внутрь $(\mathbf{vg}) < 0$ в точках поверхности $\mathbf{r}_{S} \in S$ для $N \ge 1$,

$${}^{1}P^{N}(\{\mathbf{r}_{s}, \mathbf{v}\}; t) = 0.$$
 (82)

При наличии внешнего потока нейтронов с заданной одноточечной плотностью потока $\Phi_s(\mathbf{r}_s,\mathbf{v};t)$ частичное усреднение многоточечных краевых условий по объёмным переменным приводит к краевым условиям

$${}^{1}P^{N}(\{\mathbf{r}_{S},\mathbf{v}\};t) = \frac{1}{N}P^{N-1}(t)\Phi_{S}(\mathbf{r}_{S},\mathbf{v}_{S};t)/v.$$
(83)

Здесь $P^{N-1}(t)$ – вероятность нахождения в системе N-1 нейтронов.

При наличии поверхностного комбинированного источника, состоящего из коррелированных и некоррелированных нейтронов, испускаемых одновременно пакетами из $\eta \ge 1$ частиц с симметричной поверхностной плотностью источника, для вывода одноточечных краевых условий частично усредним многоточечные краевые условия (39). В результате получим следующие одноточечные краевые условия для стохастических уравнений:

$${}^{1}P^{N}(\{\mathbf{r}_{S}, \mathbf{v}\}; t) = \frac{1}{N} \sum_{\eta=1}^{\eta \eta} \eta P^{N-1}(t) Q_{S,\eta}(\mathbf{r}_{S}, \mathbf{v}; t) / [-(\mathbf{v}\mathbf{g})_{S}].$$
 (84)

Из вида приведенных одноточечных операторов (43)...(81) следует, что система одноточечных уравнений является незамкнутой, связанной с многоточечными функциями, поскольку содержит операторы с двухточечными неизвестными функциями. В свою очередь при составлении системы для двухточечных функций получим операторы с трехточечными и т.д., как и в полноточечных системах связанных уравнений (14).

Контактная информация –

Нестеренко Руслан Юрьевич, гл. специалист, тел.: (499)196-71-00, доб. 62-74, e-mail: Nesterenko_RY@ nrcki.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2016, вып. 1, с. 104–124.

Семинар "Физика ядерных реакторов"

Начиная с 1999 г. в НИЦ "Курчатовский институт" работает семинар "Физика ядерных реакторов". Руководитель семинара — начальник Отдела физики ядерных реакторов С.М. Зарицкий.

К моменту выпуска настоящего номера журнала состоялось 154 заседания семинара, тематика которого по факту не ограничивается заявленной в его названии.

В качестве докладчиков и участников семинара выступают специалисты НИЦ КИ и других Институтов.

Информация о семинаре размещается на сайте НИЦ "Курчатовский институт" (www.nrcki.ru), а также рассылается участникам семинара.

В настоящее время семинар проходит по пятницам, в 11-00, в конференц-зале Курчатовского ядерно-технологического комплекса (КЯТК) (здание № 158, помещение 412). Проход в здание свободный. Сотрудники внешних организаций проходят на территорию НИЦ КИ по списку. Заявки на включение в список принимает Старостина Елена Анатольевна по телефону 8(499)196-71-98 или по электронной почте zaritskiy_sm@nrcki.ru.

В 2015 году состоялись 12 заседаний семинара (со 141-го по 152-е). Информация о 141...148 заседаниях семинара опубликована в выпуске № 2 журнала за 2015 год, о 149...151 заседаниях – в выпуске № 5 журнала за 2015 год.

Ниже приводится информация о 152...154 заседаниях семинара и аннотации докладов, предоставленные докладчиками.

152-е заседание, 27 ноября 2015 г. (около **90** участников из НИЦ КИ и 14 других Московских и Российских организаций, институтов и учебных заведений).

Тема: Кратеры ядерной энергетики.

Докладчик: А.В. Клименко (НИЯУ МИФИ).

При оптимизации развития энергетики страны часто используются инструменты теории принятия решений. В энергосистеме страны наряду с традиционными энерготехнологиями (уголь, газ) могут успешно конкурировать и ЯЭУ. Однако, с удорожанием экономики конкурентоспособность ядерной энергетики (ЯЭ) снижается вплоть до вытеснения ЯЭУ традиционными энергоустановками на угле и газе.

Рассмотрен класс допустимых решений (планов) в задачах большой размерности оптимизации развития энергетики. Показана геометрия пространства принятия решений. Она напоминает лунную поверхность с кратерами. Оказывается, есть кратеры, в которых точки поверхности допустимых решений приводят к локально-оптимальным планам развития энергетики с участием ЯЭ даже в дорогих экономиках страны. Это делает ЯЭ конкурентоспособной и в дорогих экономиках при определённых условиях, которым ЯЭ должна удовлетворять.

153-е заседание, 22 января 2016 г. (более 200 участников из НИЦ КИ и 39-ти других Московских и Российских организаций, институтов и учебных заведений).

Тема: Проект энергетической стратегии 2035. Обсуждение.

Докладчик: В.Ф. Цибульский (НИЦ КИ).

В докладе представлена оценка текущего состояния экономики России, выполненная с использованием некоторых индикаторов, характеризующих взаимозависимость развития энергетики и экономики.

В настоящее время готовится к принятию "Стратегия развития энергетики России на период до 2035 года". В этой стратегии заложены скромные ориентиры роста энергетики страны. По мнению авторов, они отражают тенденции развития экономики, а их обоснованность подтверждают практикой последних лет.

При рассмотрении перспективы роста экономики в стратегии предлагают ориентироваться на новые корреляции между ростом экономики и энергетики, которые фактически не требуют наращивания энергетических мощностей. В докладе критически обсуждается раздел Стратегии, относящийся к развитию атомной энергетики России.

154-е заседание, 18 марта 2016 г. (около 120 участников из НИЦ КИ и 19-ти других организаций семинара КЯТК "Физика ядерных реакторов").

Тема: Комплексное улучшение характеристик АЭС при использовании водоводяного канального энергетического реактора без межканального замедлителя с перегрузкой топлива на ходу (ВВКАЭР).

Авторы: Иванов В.А. (докладчик), Ковалишин А.А., Лалетин М.Н. (НИЦ КИ).

Обсуждается концепция реакторной установки (РУ) на базе водо-водяного канального с водой под давлением энергетического реактора без межканального замедлителя с перегрузкой топлива на ходу (ВВКАЭР).

Использование ВВКАЭР обеспечивает комплексное улучшение характеристик экономичности и безопасности АЭС:

- возможность эксплуатации как в "расходном" режиме (тепловой спектр нейтронов), так и в режиме бридинга (быстро-резонансный спектр нейтронов) в рамках одной и той же конструкции, геометрии реактора и оборудования РУ, возможность использования различных видов ядерного топлива (включая металлическое);
- возможность реализации гибкого топливного цикла для обеспечения эффективного топливоиспользования в обоих указанных режимах, повышения ядерной безопасности и управляемости реактора в режиме бридинга;
- упрощение конструкции (на базе апробированных технологий и установившихся технических решений), снижение габаритов и веса, обеспечение увеличенного ресурса эксплуатации АЭС;
- более высокую устойчивость АЭС с РУ ВВКАЭР к тяжёлым авариям по сравнению с другими типами водоохлаждаемых реакторов за счёт применения специальной спринклерной САОЗ низкого давления и длительного охлаждения реактора.

Содержание выпусков в 2015 г.

Выпуск 1

Малофеев В.М., Пальшин В.А. Распарал-
леливание гетерогенного расчёта реактора на
графическом процессоре4
Давиденко В.Д., Зинченко А.С., Харчен-
ко И.К. Интегральные нестационарные урав-
нения переноса нейтронов для расчётов
кинетики ядерных реакторов методом
Монте-Карло11
Варивцев А.В., Жемков И.Ю. Расчётные
исследования энерговыделения в нитридном
и металлическом ядерном топливе,
испытываемом в реакторе БОР-6017
Фадеев И.Д., Воронцов В.Е., Дмитрие-
ва И.В., Осипов С.Л., Рогожкин С.А., Шепе-
лев С.Ф. Расчётные исследования в обосно-
вание параметров реакторной установки БН-
800 в режимах нормальной эксплуатации22
Бабайцев В.Н., Краюшкин А.В. Математи-
ческая модель расчёта трёхмерных темпе-
ратурных полей в графитовой кладке
РБМК28
Лубина А.С., Субботин А.С., Седов А.А.,
Фролов А.А. Анализ особенностей гидро-
динамики и теплообмена в ТВС перспекти-
вного натриевого реактора с высоким коэф-
фициентом воспроизводства в уран-плуто-
ниевом топливном цикле
Русинкевич А.А., Иванов А.С., Голубев И.Е.
Кинетика выхода продуктов деления из
микротоплива с учётом задерживаемой доли
и ограниченной растворимости50
Чурин В.А., Корюкин В.А., Васильев И.В.
Взаимодиффузия Мо и W в оболочках элек-
трогенерирующих каналов при реакторном
облучении
Пономаренко Г.Л. О гармонизации детерми-
нистского и вероятностного подходов к
обоснованию безопасности АЭС
Вишневский И.Н., Желтоножский В.А.,
Саврасов А.Н., Хоменков В.П., Плюй-
ко В.А., Ровенских Е.П. Измерение
изомерных отношений в фотоделении ²³⁵ U,
²³⁷ Np и ²³⁹ Pu
Содержание выпусков сборника "ВАНТ.
Сер. Физика ядерных реакторов" в 2014 г 85

Issue 1

Contents of Year 2015 Issues

Malofeev V.M., Pal'shin V.A. Parallelization of
Heterogeneous Reactor Calculations on
Graphics Processing Units4
Davidenko V.D., Zinchenko A.S., Harchen-
ko I.K. The Integral Non-Stationary Equations
of Neutron Transport for Calculations of Nuclear
Reactors Kinetics Using Monte Carlo
Method
Varivtsev A.V., Zhemkov I.Yu. Calculation In-
vestigations of Heat Rate in Nitride and Metallic
Nuclear Fuel Tested in the Reactor
BOR-60
BOR-60
Osipov S.L., Rogozhkin S.A., Shepelev S.F. The
Calculation Research to Validate BN-800 NPP
Parameters at Normal Operation Modes 22
Babaytsev V.N., Krayushkin A.V. Mathematical
Model for 3D Temperature Field Calculation in
RBMK Graphite Stack
Lubina A.S., Subbotin A.S., Sedov A.A., Fro-
lov A.A. Analysis of Features of Hydrodynamics
and Heat Transfer in the Fuel Assembly of Per-
spective Sodium Reactor with a High Rate of
Reproduction in the Uranium-Plutonium Fuel
Cycle
Rusinkevich A.A., Ivanov A.S., Golubev I.E.
The Kinetics of Fission Products Release from
Microfuel Considering the Trapped Fraction and
Limited Solubility Effects 50
Churin V.A., Koryukin V.A., Vasil'ev I.V. The
Interdiffusion of Mo and W in the Shells of the
Electrogenerating Channels after Long In-
Reactor Irradiation
Ponomarenko G.L. About Harmonization of
Deterministic and Probabilistic Approaches to
the NPPs Safety Substantiation
Vishnevskiy I.N., Zheltonozhskiy V.A., Savra-
sov A.N., Khomenkov V.P., Pliuyko V.A., Ro-
venskikh E.P. Investigation of Isomeric Ratios
in Photofission Reaction on ²³⁵ U, ²³⁷ Np and
²³⁹ Pu
Contents of 2014 Year Issues 85

Моряков А.В. Алгоритм решения линейной задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности с использованием параллельных вычислений.......4 **Моряков А.В.** Программа *LUCKY_TD* для решения нестационарного уравнения переноса с использованием параллельных вычислений...... 15 Аристархова Е.А., Малофеев В.М. Эффективные условия для плотности потока нейтронов на аксиальных границах активной зоны......20 Савандер В.И., Шумский Б.Е., Пинегин А.А. профилирование поля Аксиальное энерговыделения для минимизации объёмной доли пара на выходе из ТВС ВВЭР-1200.....25 Жуков Ю.М., Уртенов Д.С. Теплогидравлические реакторные коды III поколения. Современный статус и проблемы внедрения......36 Федосов А.М. Стохастическая модель формоизменения графитовой кладки РБМК47 Бычков С.А., Плеханов Р.В., Зинаков Д.Л. Модуль регистрации расширенного набора функционалов при расчёте фрагментов и активных зон РБМК по прецизионному коду МСИ....58 Баловнев А.В., Жирнов А.П., Иванюта А.Н., Рождественский И.М., Юферева В.А. Интегральная система кодов Платформа БРЕСТ....67 Баловнев А.В., Иванюта А.Н., Ионов А.И., Жирнов А.П., Кузнецов П.Б., Сахарова Т.Ю. Расчётное моделирование нестационарных нейтронно-физических и теплогидравлических процессов в активной зоне реакторной установки со свинцовым теплоносителем с учётом работы системы управления и защиты76 Лукасевич И.Б., Мороко В.И., Попов В.Е., Моделирование стартовой Левченко *M.O.* загрузки и начальных циклов работы МБИР......84 Ларионов И.А., Платонов И.В., Лопаткин А.В., Долгов Ю.А. Использование связанного расчётного комплекса PRISET-MBIR для исследования штатных и аварийных режимов РУ МБИР90 Платонов И.В., Лопаткин А.В., Ларионов И.А., Долгов Ю.А. Использование параллельных вычислений на многоядерных ЭВМ для счёта программного комплекса ускорения PRISET-MBIR......98 Иванов А.С., Русинкевич А.А., Белов Г.В., Иванов Ю.А. Анализ области применимости термодинамических расчётов при проектировании твэлов с нитридным топливом......106 Русинкевич А.А., Иванов А.С., Белов Г.В., Ску*пов М.В.* Некоторые особенности термодинамики нитридного уран-плутониевого топлива при выгорании......114 Семинар "Физика ядерных реакторов"......122

Issue 2

Moryakov A.V. Algorithm for Solution of the Linear
Cauchy Task for Large Systems of Ordinary
Differential Equations Using Parallel Calculations 4
Moryakov A.V. Program LUCKY_TD for Solution of
Time Dependent Transport Equation Using Parallel
Calculations 15
Aristarkhova E.A., Malofeev V.M. Effective Con-
ditions for Neutron Flux Density at Axial Boundaries
of the Core
Savander V.I., Shumskiy B.E., Pinegin A.A.
Shaping of the Axial Power Distribution in the Core
to Minimize the Vapor Volume Fraction at the Outlet
of the VVER-1200 Fuel Assemblies
Zhukov Yu.M., Urtenov D.S. Thermohydraulic
Reactor Codes of 3rd Generation. Present Status
and Problems of Implementation36
Fedosov A.M. Stochastic Model of the RBMK
Graphite Stack Deformation
Bychkov S.A., Plekhanov R.V., Zinakov D.L. Re-
gistration Module of Expanded Set of Functionals in
the Calculation of the Fragments and Full-Scale
RBMK Cores by MCU Precision Code58
Balovnev A.V., Zhirnov A.P., Ivanyuta A.N.,
Rozhdestvenskiy I.M., Yufereva V.A. The Integral
System of Codes – Platform BREST 67
Balovnev A.V., Ivanyuta A.N., Ionov A.I.,
Balovnev A.V., Ivanyuta A.N., Ionov A.I., Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu.
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu.
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System76
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System
Zhirnov A.P., Kuznetsov P.B., Saharova T.Yu. Calculation of the Time Dependent Neutron and Thermohydraulic Processes in the Lead-Cooled Reactor Core with the Control System

Козлачков А.Н., Быков М.А., Сиряпин В.Н. Применение искусственных нейронных сетей для исследования надёжности аварийной защиты реактора......3 Сиряпин В.Н., Шеин В.П., Трибелев А.А., Нерюев В.А., Шестаков И.Н. Анализ влияния возможных комбинаций зависаний органов регулирования СУЗ на надёжность выполнения функции аварийной защиты РУ ВВЭР15 Подшибякин М.А., Васин В.М., Кирсанов А.В., Гермаш М.М., Стребнев Н.А., Мартынов А.В., Подшибякин А.К. Вопросы концепции создания системы представления параметров безопасности РУ ВВЭР.....21 Увакин М.А., Алёхин Г.В., Быков М.А., Зай**иев С.И.** Верификация трёхмерной модели нейтронной кинетики кода ТРАП-КС результатам расчётов тестовых задач с изменением реактивности33 **Демехин** А.П., Увакин М.А., Брюхин В.В., Устинов А.А. Консервативная методика определения времени возникновения исходного события при маневренном режиме изменения мощности для расчётов аварийных процессов на РУ ВВЭР по коду КОРСАР/ГП......42 **Николаев** А.А. Обобщение двумерных DDL-схем GQ-метода на трёхмерные пространственные сетки из произвольных гексаэдров51 Скобелев А.Н., Николаев А.А. Верификация программы PMSNSYS на методических задачах Гришаков А.В., Лушин В.Б. Обоснование внедрения модернизированного топлива на АЭС "ПАКШ"......68 Егоров Ю.В., Макаров В.В., Афанасьев А.В., Матвиенко И.В., Шарый Н.В. Экспериментальные исследования вибрации и фреттингизноса твэлов ТВС-КВАДРАТ74 Абрамов В.В., Евдокименко В.В., Лякишев Л.А., Новгради М.А., Петкевич П.Г. Динамический анализ деформирования транспороборудования тно-технологического проектных авариях......82 Александров А.Е., Киселёв М.Н., Пиминов В.А., Тюрин А.В. Анализ вероятности разрушения корпуса реактора ВВЭР с использованием

Issue 3

эффективной расчётной модели......95

Маршалкин **B.E..** Повышев В.М. равновесном изотопном составе торий-уранплутониевого топливного цикла......3 Кувшинов М.И., Ворониов С.В., Хоружий В.Х. Экспериментальные и расчётные параметры тестовых (benchmark) сферических критических сборок с активной зоной из металлического плутония (²³⁹Pu (98 %)) в б-фазе и составным отражателем, содержа-Кувшинов М.И., Воронцов С.В., Хоружий В.Х. Экспериментальные и расчётные параметры тестовых (benchmark) сферических критических сборок с активной зоной из "энергетического" металлического плутония (²³⁹Pu (88 %)) в α-фазе и отражателем из Кошелев А.С., Арапов А.В., Овчинников М.А. О возможности создания специализированного ОРУК-реактиметра с токовым Кошелев А.С., Ковшов К.Н., Овчинников М.А., Пикулина Г.Н., Соколов А.Б. Широкодиапазонный, структурно оптимизированный канал контроля паспортизованной мощности для реакторов с компактной активной зоной49 Глухов Л.Ю., Котков С.П., Кузнецов М.С., Чурсин С.С. Измерение времени генерации мгновенных нейтронов импульсного ядерного реактора ВИР-2М......58 Сергеев В.И., Степанова Н.Ю., Савенко А.В., Ковтун А.Д., Шалата Ф.Г. Способ доочистки промышленных отходов от радионуклидов с использованием геохимических **Колесов В.Ф., Малинкин А.А.** Метод определения локальных спектров и средних скоростей нейтронов в быстрых критических сборках......73 **Колесов В.Ф.** Параметры уран-графитового быстрого импульсного реактора (реактор БИГР)85

Issue 4

Marshalkin	V.E.,	Povys	shev	<i>V.M</i> .	On
equilibrium					
uranium-plut	onium fu	iel cycle	;		3
Kuvshinov	<i>M.I.</i> ,	Vorontse	ov S.V	., Kh	ioru-
zhiy V.Kh.	Experin	nental	and	calcul	ation
parameters o	f bench	mark sp	herical	assem	ıblies
with a core o	f metalli	c pluton	ium (²³⁹	⁹ Pu (98	3 %))
in δ-phase a	nd com	pound r	eflector	conta	ining
layers of poly	ethylene	and ste	el		12
Kuvshinov	<i>M.I.</i> ,	Vorontse	ov S.V	., Kh	ioru-
zhiy V.Kh.	Experin	nental	and	calcul	ation
parameters o					
with core ma					
%)) in δ -phas					
Koshelev A.S	., Arapo	v A.V.,	Ovchini	nikov N	M.A.
About possib	ility of tl	ne creati	on of a	special	ized
ORUK-reacti					
neutrons					
Koshelev A					
kov M.A., Pi					
range structu					
power monito					
Glukhov L.Y					
Chursin S.S.					
production t					
reactor	•••••				58
Sergeev V.I.,	Stepan	ova N.Y	Zu., Sav	enko 2	A. V.,
Kovtun A.1	D., Sho	ılata 1	F. G . N	Method	of
purification	of	industria	ıl wa	iste	from
radionuclides					
Kolesov V.F					
determining l			_	•	
of neutrons ir					
Kolesov V.F					
fast pulsed re	actor (re	actor BI	GR)		85

Issue 5

неординарных систем4
Шишков Л.К., Городков С.С., Микаилов Э.Ф.,
<i>Сухино-Хоменко Е.А., Сумарокова А.С.</i> Влияние
изменения формы тепловыделяющих сборок
ВВЭР-1000 в процессе эксплуатации на
распределение энерговыделения18
распределение энерговыделения
Брюхин В.В., Куракин К.Ю., Увакин М.А.
Анализ неопределённостей физических расчётов
ВВЭР по параметрам моделей подготовки
малогрупповых констант26
Баланин А.Л., Бояринов В.Ф., Глушков Е.С.,
Зимин А.А., Компаниец Г.В., Невиница В.А.,
Мороз Н.П., Фомиченко П.А., Тимошинов А.В.,
Волков Ю.Н. Методика разработки эффективных
трёхмерных моделей для нейтронно-физического
расчёта критического стенда АСТРА с исполь-
зованием экспериментальной информации37
Бушуев А.В., Кожин А.Ф., Алеева Т.Б., Зуба-
рев В.Н., Петрова Е.В., Смирнов В.Е. Установка
для активных нейтронных анализов содержания
делящихся материалов в ТВС ядерных
реакторов47
Житарев В.Е., Лебедев Г.В., Сергевнин А.Ю.
Измерения эффективности стержней регули-
рования критсборки стенда РБМК с помощью
pobulina kpilicoopkii ciciigu i biviit c ilomombio
макета реактиметра РКИ-154
макета реактиметра РКИ-154 <i>Терешонок В.А., Кряквин Л.В., Питили-</i>
макета реактиметра РКИ-154 Терешонок В.А., Кряквин Л.В., Питилимов В.А., Карпов С.А., Куликов В.И., Жылма-
макета реактиметра РКИ-1

Kalugin A.V., Tebin V.V. Criticality Calculations of
Non-Ordinary Systems4
Shishkov L.K., Gorodkov S.S., Mikailov E.F., Su-
khino-Homenko E.A., Sumarokova A.S. The Impact
of Changes in the Form of VVER-1000 Fuel
Assemblies in the Process of Operation on Power
•
Density Distribution
Bryukhin V.V., Kurakin K.Yu., Uvakin M.A.
Analysis of the Uncertainties in the Physical
Calculations of VVER by the Parameters of the
Small-Group Constant Preparation Models26
Balanin A.L., Boyarinov V.F., Glushkov E.S.,
Fomichenko P.A., Kompaniets G.V., Moroz N.P.,
Nevinitsa V.A., Zimin A.A., Timoshinov A.V.,
Volkov Yu.N. Approach to the Development and
Justification of Effective 3D Models for Neutron-
Physical Calculations of ASTRA Critical Facility
with the Use of Experimental Information37
Bushuev A.V., Kozhin A.F., Aleeva T.B.,
Zubarev V.N., Petrova E.V., Smirnov V.E. Setting
the Active Neutron Analysis Content Fissile Material
in Nuclear Reactor Fuel Assemblies47
Zhitarev V.E., Lebedev G.V., Sergevnin A.Yu.
Measurements of Efficiency of the Control Rods in
RBMK Critical Assembly with Using Model of the
Reactimeter RKI-1
Tereshonok V.A., Kryakvin L.V., Pitilimov V.A.,
Karpov S.A., Kulikov V.I., Zhylmaganbetov N.M.,
Kavun O.Yu., Popykin A.I., Shevchenko R.A.,
Shevchenko S.A., Semyonova T.V. Numerical Si-
mulation of Measurement Performed during the
Reactor Physical Startup Tests of Rostov
Unit 362
Osipova T.A., Uzikov V.A., Palachyov P.S.,
Makin R.S. Justification of the Possibility of Using
the Ampule Channel with Natural Circulation for in-
Pile Tests
Mechanism of Formation of Precipitates in the Steel
of Water-Cooled Reactors Vessels under Neutron Ir-
radiation
Klimenko A.V. What Safety should Achieve from
Nuclear Power Plants?94
Korobeynikov V.V., Moseev P.A., Pshakin G.M.,
Skupov M.V., Glushenkov A.E., Rogozhkin V.Yu.
Development of the Structured Relational Database
for Civil Plutonium in Russia
Seminar "Physics of Nuclear Reactors"115
Sometime Inguit of the tem Memoria

Правила оформления статей

При подготовке статьи в журнал автор должен руководствоваться стандартом "Оригиналы авторские и текстовые издательские" (ОСТ 29.115 – 88). К авторским оригиналам, передаваемым для издания, предъявляются следующие требования.

- 1. Экземпляр статьи должен быть первым, отпечатан на одной стороне листа формата А4 шрифтом № 12 через 2 интервала. Статья должна быть составлена в следующем порядке: индекс УДК; заглавие; инициалы и фамилии авторов; место работы каждого автора с почтовым адресом; аннотация (не более 10 строк); ключевые слова всё вышеперечисленное на русском и английском языках; текст; список литературы; таблицы; рисунки; подрисуночные подписи (на отдельном листе).
- 2. Статья должна также предоставляться обязательно в виде электронной версии обычным шрифтом № 12 Times New Roman, междустрочный интервал одинарный, в редакторе Word 97 или более поздних версий. Текст не форматируется, в качестве имени файла используется ФИО первого автора статьи. Кавычки в тексте ставятся при английской раскладке клавиатуры ("..").
- 3. Содержание статьи должно быть кратким и чётким. Исключаются общие рассуждения, известные положения. Не допускается дублирование материала в тексте, таблицах, подрисуночных надписях. Необходимо соблюдать единообразие в написании терминов, наименований физических величин и единиц измерения, условных обозначений, сокращений, символов. Наименования и обозначения единиц физических величин необходимо приводить в системе СИ.

Необходимо обращать внимание на написание прописных и строчных букв: русские и греческие буквы (α , β , γ , ϕ и т.д.) набираются прямо, а латинские (x, y, z, w и т.д.) – курсивом. Те же требования в обозначениях нужно соблюдать при написании индексов и степеней в формулах. Обозначения матриц и векторов набираются полужирным шрифтом прямо. Формулы, включённые в текст, следует набирать без увеличения интервала между строками, например b/d, $\exp(x/e)$.

- 4. Таблицы нумеруются, каждая таблица должна иметь заголовок. Сокращения в графах таблицы не допускаются. В тексте необходимы ссылки на все таблицы. Каждая таблица печатается на отдельном листе, а в электронном виде представляется в отдельном файле.
- 5. Формулы нумеруются арабскими цифрами, номер ставится с правой стороны листа в круглых скобках. **Нумеровать следует только те формулы и уравнения, на которые есть ссылка в последующем изложении**. Формулы выполняются в редакторах Equation 3.0 или MathType при невозможности набора на клавиатуре $(x_n^2, y_m^n, \sqrt{x}, \int_0^1 x, \frac{1}{y})$ и т.д.). Подстрочные и надстрочные индексы вводятся с клавиатуры $(x_3, \text{ км}^2)$ и т.д.), греческие буквы вставляются через Меню $Bcmaska \rightarrow cumson$.
- 6. В тексте статьи рисунок обязательно представляется на отдельном листе формата не более А4. На рисунках допускается минимальное число обозначений краткие цифровые (по порядку номеров слева направо или по часовой стрелке) или буквенные обозначения. Все пояснения выносятся в подрисуночные подписи. Внутренние надписи на рисунках набираются шрифтом № 11. Внизу каждого рисунка должны быть приведены его номер и подрисуночная подпись шрифтом № 11. При наличии нескольких различных графиков на одном рисунке каждый из них обозначается русскими буквами а), б), в) и т.д. и расшифровывается.

В компьютерном виде рисунки представляются в отдельных файлах, выполненные в графических редакторах *Paint, PhotoShop, CorelDraw, jpg, png* (фотографии в растровом формате *tif, dpi*-300). Рисунки в Word не вставлять кроме случаев, когда рисунок изначально выполнен в Word.

- 7. Ссылки на литературу в тексте даются по порядку арабскими цифрами в квадратных скобках. Список литературы составляется в той же последовательности, в которой приводятся ссылки на литературу. Фамилии и инициалы авторов набираются полужирным курсивом.
- 8. Список литературы следует оформлять в соответствии с Государственным стандартом "Библиографическая ссылка" (ГОСТ Р 7.0.5–2008), в частности, необходимо указать :
- а) для журнальных статей фамилии и инициалы **всех** авторов, название статьи, название журнала (без кавычек), год, том, выпуск, номер, страницы;
- б) для книг фамилии и инициалы всех авторов, полное название книги, место издания, издательство (без кавычек), год издания;
- в) для авторефератов диссертаций фамилию и инициалы автора, название автореферата диссертации, на соискание какой учёной степени написана диссертация, место и год защиты;
- г) для препринтов фамилии и инициалы **всех** авторов, название препринта, наименование издающей организации, шифр и номер, место и год издания;
- д) для патентов фамилии и инициалы **всех** авторов, название патента, страну, номер и класс патента, дату и год заявления и опубликования патента;
- е) для отчётов фамилии и инициалы **всех** авторов, название отчёта, инвентарный №, наименование организации, год выпуска;
- ж) для электронных источников полный электронный адрес (включая дату обращения к источнику), позволяющий обратиться к публикации.
- 9. В конце текста указывается контактная информация об авторах статьи: фамилия, имя и отчество (полностью), должность, телефон, e-mail.

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

С е р и я: Физика ядерных реакторов

Выпуск 1

Ответственный за выпуск **С.М. Зарицкий** (тел./факс: (499)196-71-98, e-mail: zaritskiy_sm@nrcki.ru)

Редактор В.В. Пчелин

(тел./факс: (499)196-99-44, e-mail: <u>pchelin_vv@nrcki.ru</u>)

Подписано в печать 25.04.16. Формат $70\times108/16$ Печать цифровая. Усл. печ. л. 16,75. Уч.-изд. л. 15. Тираж 270. Индекс 3646. 11 статей. Заказ 30 Отпечатано в НИЦ "Курчатовский институт" 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, 1