

На правах рукописи

Николаев

Николаев Александр Александрович

**Исследование решеточной квантовой теории
поля с калибровочной группой $SU(2)$ при
ненулевой барионной плотности**

01.04.02 – Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Владивосток – 2017

Работа выполнена в *федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования “Дальневосточный федеральный университет”* и в *федеральном государственном бюджетном учреждении “Государственный научный центр Российской Федерации - Институт теоретической и экспериментальной физики”*

Научные руководители: *д.ф.-м.н., профессор кафедры теоретической и ядерной физики ШЕН ДВФУ Молочков Александр Валентинович д.ф.-м.н., доцент, заведующий лабораторией решеточных калибровочных теорий ФГБУ ГНЦ РФ ИТЭФ Брагута Виктор Валериевич*

Официальные оппоненты: *д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры физики высоких энергий и элементарных частиц СПбГУ Андрианов Александр Андреевич д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник ЛТФ ОИЯИ Кочелев Николай Иннокентьевич*

Ведущая организация: *МГУ (НИИЯФ им. Д.В. Скобельцына)*

Защита состоится «31» мая 2017 г. в 15:00 часов на заседании диссертационного совета Д 520.009.03 на базе НИЦ “Курчатовский институт”, расположенном по адресу: 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИЦ “Курчатовский институт” и на сайте *www.nrcki.ru*.

Автореферат разослан «____» _____ 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
д.ф.-м.н.

Бр-5.1

А.Л. Барабанов

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Исследование фазовой диаграммы КХД является крайне важным для космологии и астрофизики. В настоящее время в экспериментальной физике сформировалась самостоятельная область исследований состояния вещества, возникающего при столкновениях тяжелых ионов, которую нельзя напрямую отнести ни к ядерной физике, ни к физике высоких энергий. Данные эксперименты направлены на исследование структуры фазовой диаграммы КХД, хотя непосредственно фазовая диаграмма не учитывает неравновесных эффектов, возникающих в экспериментах. Тем не менее, такие характеризующие равновесное состояние величины как плотность энергии, уравнение состояния, транспортные коэффициенты кварк-глюонной плазмы и т.п. являются весьма востребованными в гидродинамических моделях, позволяющих более точно описать экспериментальную ситуацию.

Область фазовой диаграммы КХД, соответствующая большим температурам и малым значениям барионного химического потенциала, хорошо исследована в рамках экспериментов RHIC и LHC. Для данной области теоретическое описание из первых принципов может быть получено из решеточного КХД, в настоящее время описанный подход демонстрирует хорошее согласие с экспериментальными результатами [5, 6].

С другой стороны, область фазовой диаграммы КХД, соответствующая малым температурам и большим значениям барионного химического потенциала, остается до сих пор не исследованной. С 2010го года в RHIC проводится программа "Beam Energy Scan" (BES), ставящая своей целью исследование данной области. В настоящее время также ведется строительство новых экспериментальных центров: FAIR (Дармштадт, Германия) и NICA (Дубна, Россия), на которых планируется проводить эксперименты CBM, BM&N и MPD, направленные на изучение состояния материи при низких температурах и высоких плотностях (1 — 100 ядерных плотностей). Такое количество действующих и готовящихся к запуску экспериментов ставит вопрос о создании адекватного теоретического описания адронной/кварковой материи при больших барионных

плотностях.

К сожалению, в настоящее время отсутствуют методы, позволяющие из первых принципов моделировать КХД при ненулевой барионной плотности. В решеточном КХД при ненулевом действительном химическом потенциале возникает проблема знака: фермионный детерминант становится комплексным, что делает неприменимым метод выборки по значимости [7]. В качестве альтернативных методов для изучения фазовой диаграммы КХД используются эффективные теории: метод среднего поля, уравнения Дайсона-Швингера, теории при больших N_c и др.

Альтернативой решеточному моделированию КХД с калибровочной группой $SU(3)$ при ненулевом химическом потенциале является исследование КХД с калибровочной группой $SU(2)$ (двухцветного КХД) при $\mu_B \neq 0$. В силу особенностей группы $SU(2)$ в формулировке двухцветного КХД отсутствует вышеописанная проблема знака, что делает возможным исследование данной теории в решеточном подходе. Кроме того фазовая диаграмма двухцветного КХД похожа на фазовую диаграмму трехцветного КХД [8], что дает возможность получить важные качественные результаты.

Диссертация посвящена исследованию структуры фазовой диаграммы двухцветного КХД при помощи формализма КТП на решетке. Рассматривается теория с двумя ароматами динамических кварков и Вильсоновским калибровочным действием. Проводится изучение фазовых свойств двухцветного КХД при нулевой температуре и ненулевом барионном химическом потенциале, также представлены результаты при конечной температуре и ненулевом барионном химическом потенциале.

Степень разработанности темы исследования. Свойства двухцветного КХД были исследованы теоретически в рамках киральной теории возмущений [9–12], модели Намбу-Йона-Лазинио [13–15], ренормгруппы [16, 17] и теории случайных матриц [18, 19]. В основном данные исследования выявили следующую фазовую структуру в случае низкой температуры: 1). при $0 < \mu_B < \mu_B^c$ система находится в адронной фазе; 2). при $\mu_B^c < \mu_B < \mu_B^d$ наблюдается сверхтекучая фаза с Бозе-Эйнштейновской конденсацией скалярных дикварков (БЭК-

фаза); 3). при $\mu_B > \mu_B^d$ система находится в фазе конденсации кварковых куперовских пар (БКШ-фаза).

Способ введения химического потенциала в формализм решеточного КХД, позволяющий избежать расходимостей, был впервые предложен в [20]. Первое исследование двухцветного КХД при ненулевом барионном химическом потенциале в решеточном формализме было предпринято в работе [21]. Примерный вид фазовой диаграммы двухцветного КХД был представлен в работе [22] на основе результатов, полученных в рамках киральной теории возмущений [10]. Исследование двухцветного КХД с $N_f = 8$ фермионами Когута-Сасскинда было проведено в [23]. Далее был рассмотрен случай с $N_f = 4$ в работах [22, 24, 25]. Позднее в [26–29] было проведено исследование с двумя ароматами Вильсоновских фермионов.

Объяснение универсальности калибровочных теорий с большим числом цветов было предложено в работе [8].

Цели и задачи диссертационной работы: Целью диссертационной работы является изучение фазовой диаграммы двухцветного КХД при помощи формализма квантовой теории поля на решетке.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

- определены зависимости барионной плотности и дикваркового конденсата от барионного химического потенциала при нулевой температуре в двухцветном КХД на решетке;
- исследовано поведение кирального конденсата от барионного химического потенциала и затравочной массы кварков при нулевой температуре;
- исследована зависимость петли Полякова от барионного химического потенциала при нулевой и конечной температурах.

Научная новизна. В настоящей работе было впервые проведено численное исследование двухцветного КХД с двумя ароматами динамических кварков в рамках формализма КХД на решетке с фермионами Когута-Сасскинда. Впервые в результате численного моделирования были получены все три фазы,

предсказанные в теоретических работах [10, 11] (в предыдущих работах [22–25] с $N_f = 4$ и $N_f = 8$ не было обнаружено фазы БКШ, а в работах [26–29] с $N_f = 2$ Вильсоновскими фермионами не было найдено БЭК-фазы). Впервые для случая $N_f = 2$ было исследовано восстановление киральной симметрии в БКШ-фазе в киральном пределе.

Теоретическая и практическая значимость. В представленной диссертационной работе изучается структура фазовой диаграммы двухцветного КХД при помощи формализма КТП на решетке. Диссертация носит теоретический характер. Результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы для моделирования фазовых состояний адронной материи при экстремальных условиях. В частности, результаты могут быть проверены в экспериментах по столкновениям ядер тяжелых элементов при высоких энергиях (ЛНС, RHIC, FAIR, J-PARC, NICA) при исследовании кварк-глюонной плазмы.

Методология и методы исследования. Исследования, составляющие диссертацию, проводились в рамках формализма КТП на решетке [30]. Данный подход позволяет получать физические результаты из первых принципов. Решеточный оператор Дирака был записан в формулировке Когута-Сасскинда, для калибровочного поля использовалось обычное Вильсоновское действие. Химический потенциал вводился через экспоненциальные множители перед временными калибровочными полями [20]. При расчетах наблюдаемых величин применялся метод Монте-Карло, а именно рациональный гибридный Монте-Карло [31]. Расчеты проводились на суперкомпьютере ИТЭФ и кластере ИФВЭ.

Положения, выносимые на защиту:

- Показано, что при нулевой температуре для двухцветного КХД могут существовать три фазы: адронная фаза при малых значениях μ_q ; фаза Бозе-Эйнштейновской конденсации скалярных дикварков при промежуточных значениях μ_q ($m_\pi/2 < \mu_q < \mu_d$); фаза конденсации кварковых куперовских пар при больших значениях барионного химического потенциала ($\mu_q > \mu_d$).
- В адронной и БЭК-фазах получено согласие с киральной теорией возму-

щений в лидирующем порядке для поведения дикваркового конденсата и барионной плотности. Для кирального конденсата показана недостаточность учета только лидирующего порядка.

- Впервые исследовано поведение кирального конденсата в пределе нулевой массы при конечной барионной плотности. Показано, что в БКШ-фазе происходит восстановление киральной симметрии.
- Показано, что при конечной температуре по мере увеличения химического потенциала система переходит в состояние деконфайнмента.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность выводов обеспечена надежностью применявшихся методов и подтверждается результатами апробации работы. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих международных конференциях:

1. 15th International Conference on Strangeness in Quark Matter – SQM 2015,
2. The 33rd International Symposium on Lattice Field Theory – LATTICE 2015,
3. XXV International Conference on Ultrarelativistic Nucleus-Nucleus Collisions – Quark Matter 2015,
4. The 34th International Symposium on Lattice Field Theory – LATTICE 2016,
5. The 14th International workshop on QCD in eXtreme conditions,
6. XII International Conference “Quark Confinement and the Hadron Spectrum”,

а так же на научных семинарах лаборатории решеточных калибровочных теорий ИТЭФ (г. Москва), кафедры теоретической и ядерной физики ШЕН ДВФУ (г. Владивосток).

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 4 печатных работах, из них 2 статьи в рецензируемых научных изданиях [1, 2], 2 статьи в сборниках трудов конференций [3, 4].

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 4 глав основного текста, заключения, благодарностей, списка литературы и приложения. Общий объем диссертации составляет 80 страниц, включая 20 рисунков и 1 таблицу. Список литературы включает 97 наименования на 8 страницах.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе делается краткий обзор формулировки КТП в рамках решеточной регуляризации, рассматриваются технические особенности введения фермионов и барионного химического потенциала в решеточную теорию.

В формализме функциональных интегралов после перехода к Евклидовому времени статистическая сумма системы имеет следующий вид:

$$Z = \int DA_\mu D\bar{\psi} D\psi e^{-S_F[\bar{\psi}, \psi, A_\mu] - S_G[A_\mu]}, \quad (1)$$

где функциональное интегрирование выполняется по неабелевым калибровочным полям $A_\mu \in su(N_c)$ и фермионным полям $\bar{\psi}, \psi$, а S_F и S_G представляют собой фермионное и калибровочное действие соответственно. Фермионное действие (индекс аромата у фермионных полей опущен) выглядит как

$$S_F[\bar{\psi}, \psi, A_\mu] = \int d^4x \bar{\psi}_x (\gamma_\mu D_\mu + m) \psi_x, \quad (2)$$

где введено обозначение ковариантной производной $D_\mu = \partial_\mu + igA_{x,\mu}$. Калибро-

точное действие имеет вид

$$S_G[A_\mu] = \frac{1}{2} \int d^4x \text{Tr} (G_{x,\mu\nu} G_{x,\mu\nu}) , \quad (3)$$

где

$$G_{x,\mu\nu} = -\frac{i}{g} [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu A_{x,\nu} - \partial_\nu A_{x,\mu} + ig [A_{x,\mu}, A_{x,\nu}] \quad (4)$$

представляет собой тензор напряженности глюонного поля.

В случае решеточной регуляризации непрерывное пространство R^4 заменяется дискретным набором точек (узлов решетки):

$$\begin{aligned} x = (x_1, x_2, x_3, x_4) &\rightarrow n = (n_1, n_2, n_3, n_4) \\ n_1, n_2, n_3 &= 0, \dots, N_s - 1; n_4 = 0, \dots, N_t - 1, \end{aligned} \quad (5)$$

расстояние между которыми считается равным шагу решетки a . Вместо ковариантной производной вводится дискретная производная с элементами калибровочной группы, фермионное действие принимает вид

$$S_F[\bar{\psi}, \psi, U] = a^4 \sum_n \bar{\psi}_n \left(\frac{1}{2a} \sum_{\mu=1}^4 \gamma_\mu \left(U_{n,\mu} \psi_{n+\hat{\mu}} - U_{n-\hat{\mu},\mu}^\dagger \psi_{n-\hat{\mu}} \right) + m \psi_n \right) , \quad (6)$$

где

$$U_{n,\mu} = e^{igaA_{n,\mu}} . \quad (7)$$

Легко видеть, что действие (6) является калибровочно инвариантным. Кроме того, (6) с учетом определения (7) в пределе стремящегося к нулю шага решетки переходит в (2).

Обратимся теперь к калибровочному действию (3). Из требования калибровочной инвариантности становится очевидным, что калибровочное действие в решеточной формулировке должно состоять из замкнутых контуров. Наименьшим замкнутым контуром при дискретизации (5) является грань:

$$U_{n,\mu\nu} = U_{n,\mu} U_{n+\hat{\mu},\nu} U_{n+\hat{\mu},\mu}^\dagger U_{n,\nu}^\dagger . \quad (8)$$

В пределе $a \rightarrow 0$ грань принимает вид $U_{n,\mu\nu} = \text{Exp} [ia^2 g G_{n,\mu\nu} + O(a^3)]$, благодаря чему калибровочное действие в решеточной формулировке можно записать

как

$$S_G[U] = \frac{2}{g^2} \sum_n \sum_{\mu < \nu} \text{Re} [\text{Tr} (I - U_{n,\mu\nu})] , \quad (9)$$

что в пределе $a \rightarrow 0$ соответствует исходному выражению (3) с поправкой $O(a^6)$. Действие (9) называется калибровочным действием Вильсона.

В итоге статистическая сумма (1) в рамках решеточной регуляризации принимает вид

$$Z = \int DUD\bar{\psi}D\psi e^{-S_F[\bar{\psi},\psi,U]-S_G[U]} , \quad (10)$$

где для калибровочных полей проводится функциональное интегрирование по групповому многообразию. В случае групп $SU(N_c)$ групповое многообразие является компактным и конечным, благодаря чему в (10) не возникает расходимостей, а специальной фиксации калибровки не требуется.

Во второй главе приводится краткий обзор современных теоретических методов исследования фазовой диаграммы КХД, сходства калибровочных $SU(N_c)$ -теорий, а также результатов, полученных ранее в рамках киральной теории возмущений для двухцветного КХД.

В третьей главе рассматривается формулировка двухцветного КХД на решетке и введение дикваркового конденсата.

В данной работе в функциональном интеграле (10) используется фермионное действие в формулировке Когута-Сасскинда [30]:

$$\begin{aligned} S_F &= \frac{1}{2} \sum_x \sum_{\mu=1}^4 \eta_\mu(x) \left[\bar{\chi}_x e^{\mu_q a \delta_{\mu,4}} U_{x,\mu} \chi_{x+\hat{\mu}} - \bar{\chi}_x e^{-\mu_q a \delta_{\mu,4}} U_{x-\hat{\mu},\mu}^\dagger \chi_{x-\hat{\mu}} \right] \\ &+ m_q a \sum_x \bar{\chi}_x \chi_x = \sum_{x,y} \bar{\chi}_x M_{xy} \chi_y , \end{aligned} \quad (11)$$

где суммирование осуществляется по всем узлам решетки, M_{xy} представляет собой решеточный оператор Дирака для фермионов Когута-Сасскинда, m_q — голая масса кварка, а спиноры обладают цветовым ($c = 1, 2$) и ароматным ($f = 1, \dots, N_f$) индексами (подразумевается, что кварки вырождены, то есть обладают одинаковой массой). Факторы $\eta_\mu(x)$ в (11) имеют следующий вид: $\eta_1(x) = 1$, $\eta_\mu(x) = (-1)^{x_1 + \dots + x_{\mu-1}}$, $\mu = 2, 3, 4$. Кварковый химический потенциал вводится в (11) путем добавления соответствующих множителей $e^{\pm \mu_q a}$ к

временным ребрам решетки, поскольку такой способ позволяет воспроизвести правильный результат в непрерывном пределе [20].

После проведения интегрирования по Грассмановым переменным статистическая сумма принимает следующий вид:

$$Z = \int DU \det M(U) e^{-S_G[U]}. \quad (12)$$

Калибровочные поля $U_{x,\mu}$ в (12) принадлежат группе $SU(2)$, благодаря чему обладают следующим свойством:

$$U_{x,\mu}^* = \tau_2 U_{x,\mu} \tau_2, \quad (13)$$

где τ_2 представляет собой матрицу Паули в цветовом пространстве. Кроме того, оператор Дирака (11) обладает аналогом γ_5 -эрмитовости:

$$M_{xy}^\dagger(-\mu_q a) = \eta_5(x) M_{xy}(\mu_q a) \eta_5(y), \quad (14)$$

где $\eta_5(x) = (-1)^{x_1+x_2+x_3+x_4}$. Благодаря сочетанию свойств (13) и (14) фермионный детерминант в (12) является действительным и положительно определенным при ненулевой затравочной массе кварка и действительном $\mu_q a$ [32].

Кроме того, в двухцветном КХД возможно построить синглетный по цвету, локальный и калибровочно инвариантный дикварковый конденсат:

$$\chi\chi = \frac{1}{2} \sum_x (\chi_x^T \tau_2 \chi_x + \bar{\chi}_x \tau_2 \bar{\chi}_x^T), \quad (15)$$

что открывает возможности для исследования сверхтекучего состояния материи при больших плотностях. Конденсат (15) нарушает симметрию $U(1)_B$ и является параметром порядка для перехода системы из вакуума в состояние с ненулевой плотностью скалярных дикварков.

В действие (11) дикварковый конденсат вводится в виде затравочного члена $(\lambda/2) \sum_x (\chi_x^T \tau_2 \chi_x + \bar{\chi}_x \tau_2 \bar{\chi}_x^T)$ аналогично тому, как вводится массовый член $m_q a \bar{\chi} \chi$ для исследования спонтанного нарушения киральной симметрии. Вычисления проводятся при нескольких значения λ , затем физические результаты экстраполируются $\lambda \rightarrow 0$. При таком подходе функциональный интеграл по

фермионным степеням свободы модифицируется следующим образом [33]:

$$\int D\bar{\chi}D\chi e^{-\bar{\chi}M\chi + \frac{\lambda}{2}(\chi^T\tau_2\chi + \bar{\chi}\tau_2\bar{\chi}^T)} = [\det(M^\dagger M + \lambda^2)]^{1/2}. \quad (16)$$

В четвертой главе приводятся результаты, полученные в рамках численного моделирования двухцветного КХД на решетке при нулевой и конечной температурах.

В данной работе рассматривается двухцветное КХД с двумя динамически ароматами фермионов, статистическая сумма в решеточной формулировке имеет следующий вид:

$$Z = \int DU [\det(M^\dagger(U)M(U) + \lambda^2)]^{1/4} e^{-S_G[U]}, \quad (17)$$

где $S_G[U]$ представляет собой действие (9), $M(U)$ — оператор Дирака (11). Поскольку оператор $M^\dagger(U)M(U)$ является эрмитовым и положительно определенным даже при ненулевом химическом потенциале, то становится возможным применение традиционных для решеточных расчетов КХД методов выборки по значимости. Поскольку в непрерывном пределе один аромат фермионов Когута-Сасскинда соответствует четырем ароматам обычных фермионов, то из детерминанта в (17) извлекается корень четвертой степени.

Для исследования области $T = 0$ и конечного μ_q рассматривалась решетка $16^3 \times 32$ с $\beta = 2.15$ и $m_q a = 0.005$. Данные параметры соответствуют шагу решетки $a = 0.112(1)$ фм, массе пиона $M_\pi \approx 380$ МэВ [1] и $M_\pi L_s \approx 3.4$. Пион в данной модели тяжелее физического, поскольку расчеты в решеточном КХД при физических массах кварков являются вычислительно затратными, а представленная работа ориентирована в первую очередь на обнаружение нетривиальных качественных эффектов. Вычисления проводились при трех значениях λ : 0.001, 0.00075 и 0.0005, с последующей экстраполяцией в $\lambda \rightarrow 0$, химический потенциал брался в диапазоне $\mu_q a \in [0.0; 0.6]$, что соответствует $\mu_q \in [0.0; 1050]$ МэВ в физических единицах. Также рассматривались значения $\mu_q a = 0.7, 0.8, 0.9, 0.95$ и 1.0 при фиксированном $\lambda = 0.0005$ для исследования эффектов конечного объема.

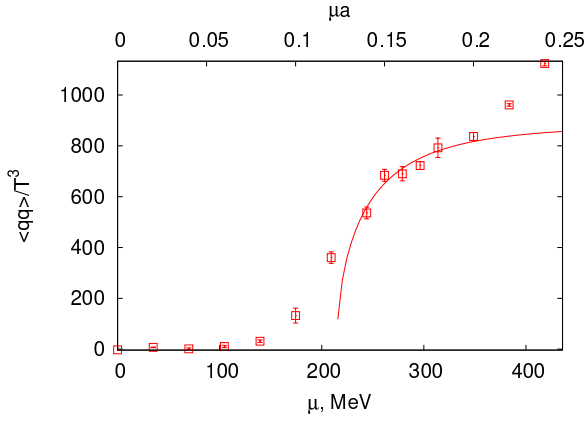


Рис. 1. Дикварковый конденсат $\langle qq \rangle / T^3$ как функция химического потенциала. Изображен фит функцией (18).

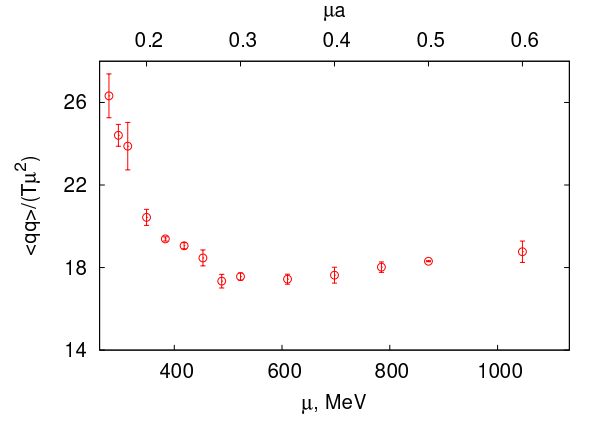


Рис. 2. Отношение $\langle qq \rangle / (T \mu_q^2)$ как функция кваркового химического потенциала.

Обратимся сначала к результатам для дикваркового конденсата. На рисунке 1 приведена зависимость данного конденсата от химического потенциала, точки получены путем линейной экстраполяции в $\lambda = 0$. Киральная теория возмущений в лидирующем порядке [9] предсказывает следующую зависимость:

$$\langle qq \rangle = \langle \bar{q}q \rangle_0 \sqrt{1 - (\mu^c / \mu)^4}. \quad (18)$$

Если представленные результаты профитировать формулой (18) в области $\mu_q a \in [0.15; 0.20]$, то это даст $\mu_q^c = 215(10)$ МэВ с $\chi^2/dof \approx 2.5$. В качестве альтернативы также была рассмотрена следующая формула:

$$\langle qq \rangle = \langle \bar{q}q \rangle_0 \sqrt{1 - (\mu^c / \mu)^{2\alpha}}, \quad (19)$$

где степень α выступает в качестве дополнительного параметра фита. Фит (19) в определенном выше интервале дает $\mu_q^c = 193(10)$ МэВ с $\chi^2/dof \approx 1.4$. Лучший результат модельной функции (19) объясняется тем, что формула (18) получена только в первом порядке и не учитывает непертурбативных эффектов. Также следует отметить, что с достаточно хорошей точностью выполняется соотношение $\mu_q^c \approx m_\pi/2$, предсказанное ранее в работах [9, 34].

Из рисунка 1 видно, что при $\mu_q > 350$ МэВ поведение дикваркового конденсата начинает отклоняться от зависимости, полученной в рамках киральной

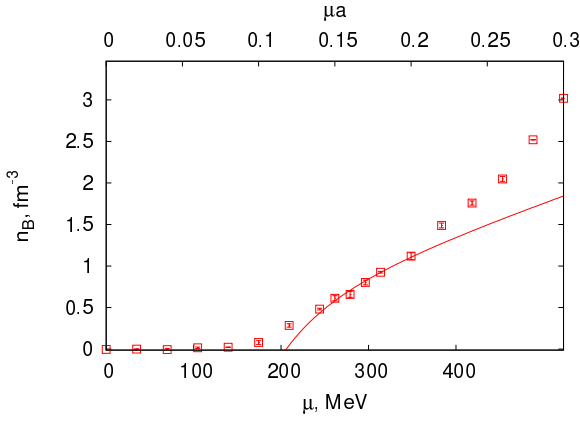


Рис. 3. Барионная плотность в физических единицах как функция кваркового химического потенциала. Кривая представляет собой фит формулой (20).

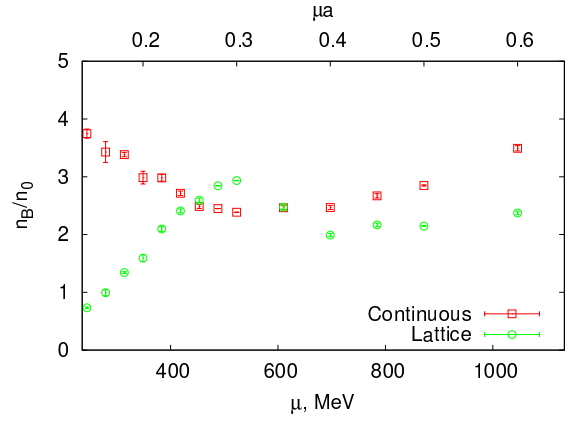


Рис. 4. Барионная плотность, деленная на плотность для свободного случая, как функция кваркового хим. потенциала.

теории возмущений. Данный эффект может указывать на переход системы в новую фазу, поскольку при достаточно высокой плотности барионная материя уже не может считаться разреженной, а межбарионное взаимодействие уже не описывается пертурбативно. При больших значениях химического потенциала возможно формирование состояния конденсации кварковых куперовских пар (БКШ-фаза). В данной фазе кварки будут сконцентрированы внутри Ферми-сферы, а величина дикваркового конденсата будет пропорциональной площади поверхности Ферми-сферы. На рисунке 2 представлено отношение $\langle qq \rangle / (T\mu_q^2)$ при $\mu_q > 350$ МэВ, видно, что на участке $\mu_q \in (500; 750)$ МэВ данные выходят на константу, что говорит в пользу сценария перехода в БКШ-фазу. Можно сказать, что переход между БЭК- и БКШ-фазами является плавным.

Обратимся теперь к зависимости барионной плотности от химического потенциала при нулевой температуре, для экстраполяции результатов в $\lambda \rightarrow 0$ использовалась формула $n_B(\lambda) = a + b\lambda^2$. Как и в случае с дикварковым конденсатом, рассмотрим сначала области химических потенциалов меньше массы пиона, чтобы проверить согласие с предсказаниями киральной теории возмущений. На рисунке 3 представлены результаты для $\mu_q a \leq 0.3$ ($\mu_q < 530$ МэВ), из графика видно, что при достаточно малых значениях химического потенциала

барионная плотность равна нулю, то есть симметрия $U(1)_B$ в адронной фазе не нарушена. Далее, по мере увеличения μ_q и при прохождении критического значения $\mu_q^c \approx m_\pi/2$ можно наблюдать постепенное возрастание барионной плотности. Киральная теория возмущений в первом порядке дает зависимость [9]:

$$n_B = A (\mu_q - \mu_c^4/\mu_q^3) , \quad (20)$$

при фитировании которой имеющихся данных получается $\mu_q^c = 207(7)$ МэВ с $\chi^2/dof = 1.2$. Описанное поведение барионной плотности согласуется со сценарием перехода системы из адронной фазы в БЭК-фазу конденсации дикварков.

Теперь следует рассмотреть область более высоких значений химического потенциала на предмет БКШ-фазы, описанной выше. В указанной сверхтекучей фазе барионная плотность должна быть пропорциональна объему Ферми-сферы, то есть $n_B \propto \mu_q^3$, а сами кварки должны взаимодействовать слабо. На рисунке 4 представлены результаты, нормированные на барионную плотность для свободных кварков в непрерывном случае, $n_0 = (2\mu_q^3)/(3\pi^2)$, и в решеточной формулировке. Из рисунка видно, что в диапазоне $\mu_q \in (500; 750)$ МэВ указанное отношение для непрерывного случая хорошо ложится на константу, что является ещё одним аргументом в пользу существования БКШ-фазы наряду с описанным выше поведением дикваркового конденсата. Тот факт, что отношение плотностей для взаимодействующего и свободного случаев выходит не на единицу, а на 2.0 – 2.5, может быть объяснен наличием инфракрасных решеточных артефактов (подобные артефакты наблюдали в [28]).

В рамках данной работы также была исследована зависимость кирального конденсата от химического потенциала при нулевой температуре. В процессе расчетов было обнаружено, что киральный конденсат практически не зависит от λ , поэтому для экстраполяции в $\lambda \rightarrow 0$ использовался фит константой, либо брался результат при наименьшем λ . На рисунке 5 представлены результаты для кирального конденсата при $\lambda = 0.0005$ и в диапазоне химического потенциала $\mu_q \in [0; 1800)$ МэВ. Важно отметить, что доверять можно лишь результатам при $\mu_q < 1100$ МэВ ($\mu_q a \leq 0.6$), поскольку по мере приближения $\mu_q a$ к единице усиливаются ультрафиолетовые решеточные артефакты. Прежде всего из

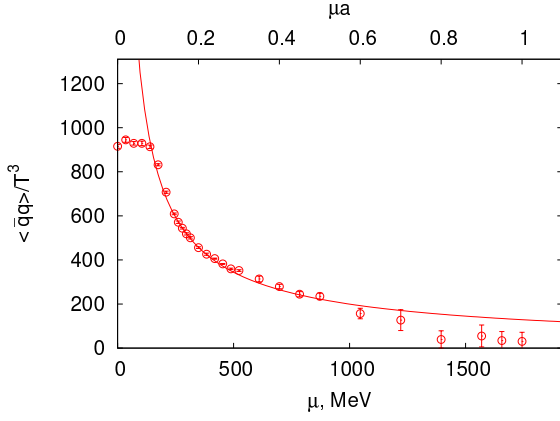


Рис. 5. Киральный конденсат как функция кваркового химического потенциала. Кривая представляет собой фит (22).

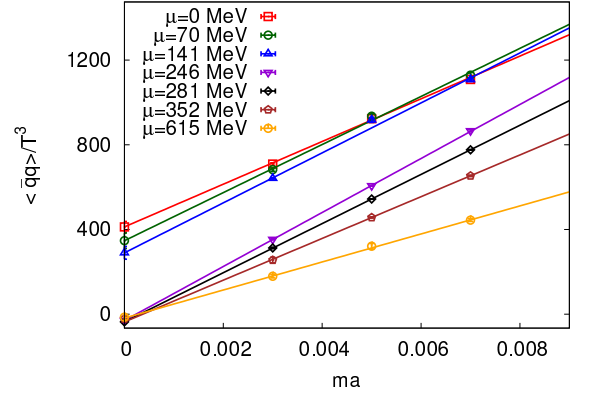


Рис. 6. Киральный предел для кирального конденсата, взятый при нескольких значениях μ_q .

рисунка видно, что при достаточно малых значениях химического потенциала, $\mu_q < 180$ МэВ, киральный конденсат остается постоянным, то есть киральная симметрия является нарушенной. Далее, после достижения $\mu_q \approx m_\pi/2$ киральный конденсат начинает уменьшаться, соответственно, киральная симметрия постепенно восстанавливается по мере перехода системы в БЭК-фазу. Киральная теория возмущений в первом порядке дает следующую зависимость:

$$\langle \bar{q}q \rangle = \langle \bar{q}q \rangle_0 \left(\mu_q^c / \mu_q \right)^2, \quad (21)$$

однако фит представленных результатов данной формулой оказывается плохим. В качестве альтернативы была рассмотрена функция

$$\langle \bar{q}q \rangle = A / \mu_q^\alpha, \quad (22)$$

где A и α трактовались как параметры фита. Фит формулой (22) в интервале $\mu_q a \in [0.15; 0.20]$ дает $\chi^2/dof = 0.3$ и $\alpha = 0.78(2)$. Столь сильное расхождение поведения кирального конденсата с предсказаниями киральной теории возмущений говорит о недостаточности учета лидирующего порядка и зависимости от того, в режиме сильного или слабого взаимодействия находится система. Подобная зависимость $\langle \bar{q}q \rangle \propto 1/\mu_q^\alpha$ с $\alpha = 1 \dots 1.3$ была ранее обнаружена в работах [22, 28]. С другой стороны, в работе [25] было получено хорошее согласие с формулой (21) для $N_f = 4$ и $\beta = 1.5$. Таким образом, если значение

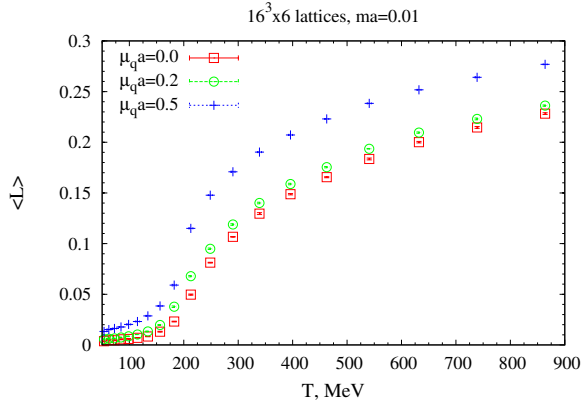


Рис. 7. Петля Полякова как функция температуры для трех значений решеточного химического потенциала.

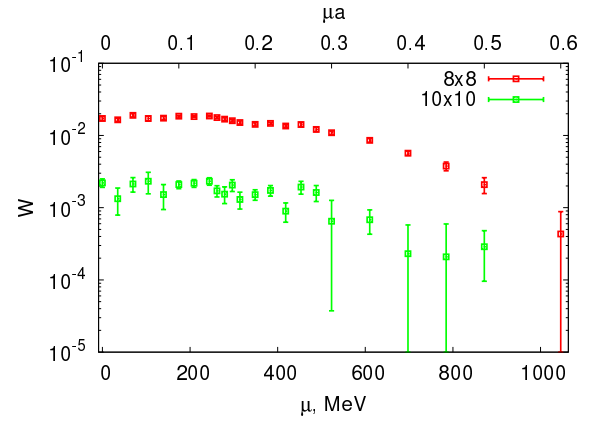


Рис. 8. Зависимость времениподобных прямоугольных петель Вильсона 8×8 и 10×10 от химического потенциала.

константы взаимодействия достаточно велико, то ведущего порядка киральной теории возмущений достаточно, а эффектами следующих порядков можно пренебречь. Также следует отметить, что формула (22) хорошо согласуется с данными вплоть до $\mu_q < 900$ МэВ, то есть киральный конденсат не демонстрирует изменения зависимости по мере перехода системы в БКШ-фазу.

Отдельным интересным вопросом является восстановление киральной симметрии при конечной барионной плотности. Данные, приведенные на рис. 5, действительно указывают на восстановление киральной симметрии по мере увеличения химического потенциала, однако они получены при конечной затравочной массе кварков $ma = 0.005$, поэтому следует рассмотреть киральный предел. На рис. 6 приведены значения кирального конденсата для трех затравочных масс кварков при фиксированных значениях химического потенциала, а также результаты киральной экстраполяции. Из рисунка видно, что в киральном пределе в фазах БЭК и БКШ восстанавливается киральная симметрия. С другой стороны, масса пиона зависит от затравочной массы кварков, поэтому по мере уменьшения ma критический химический потенциал сдвигается в сторону нуля, то есть область адронной фазы уменьшается. Следует отметить, что восстановление киральной симметрии в БЭК-фазе в киральном пределе согласуется с предсказаниями киральной теории возмущений [9, 11].

Помимо барионной плотности и конденсатов была также исследована петля Полякова при нулевой и конечной температурах, петли Вильсона при $T = 0$. Для системы с динамическими кварками петля Полякова является приближенным параметром порядка для фазового перехода “конфайнмент-деконфайнмент” (точным параметром порядка она выступает в чистой глюодинамике), а из времениподобных петель Вильсона можно получить потенциал кварк-антикваркового взаимодействия при достаточно большой протяженности по времени [35].

При нулевой температуре петля Полякова оказалась равной нулю в пределах ошибок для всех рассмотренных значений $\mu_q a \in [0.0; 1.0]$ и λ . Данный результат может быть объяснен либо тем, что даже при достаточно больших барионных плотностях система не переходит в состояние деконфайнмента, либо тем, что при нулевой температуре в рамках решеточного КХД невозможно получить четкий сигнал для петли Полякова. Для проверки последнего утверждения были проведены расчеты на решетках $16^3 \times 6$ для трех значений решеточного кваркового химического потенциала: $\mu_q a = 0.0, 0.2$ и 0.5 , результаты представлены на рисунке 7. Из рисунка видно, что при фиксированной температуре увеличение химического потенциала приводит к возрастанию петли Полякова, то есть к переходу системы в состояние деконфайнмента.

Также в данной работе при нулевой температуре были вычислены прямоугольные времениподобные петли размером 8×8 и 10×10 , результаты представлены на рисунке 8, при расчетах использовалась схема сглаживания, описанная в работе [36]. Из рис. 8 видно, что для химического потенциала $\mu_q \in [0; 263]$ МэВ ($\mu_q a \in [0.0; 0.15]$) наблюдается плато, а затем, начиная с $\mu_q > 352$ МэВ ($\mu_q a > 0.2$), Вильсоновские петли уменьшаются, то есть кварк-антикварковый потенциал увеличивается. Можно заключить, что при $T = 0$ система находится в конфайнменте для всех рассмотренных значений химического потенциала. Возможное объяснение такого поведения может состоять в отсутствии Дебаевского экранирования в двухцветном КХД при нулевой температуре [37].

Результаты третьей главы опубликованы в работах [1–4].

В Заключение сформулированы основные результаты диссертации, выносимые на защиту.

В Приложении рассматривается аналитическое выражение для барионной плотности в решеточной формулировке с невзаимодействующими фермионами Когута-Сасскинда и его непрерывный предел.

Заключение

В диссертации было проведено исследование фазовой диаграммы двухцветного КХД с двумя ароматами динамических кварков при помощи формализма квантовой теории поля на решетке. Для проведения решеточного моделирования был написан программный код на языке CUDA C. Были определены зависимости барионной плотности, кирального и дикваркового конденсатов от барионного химического потенциала при нулевой температуре, а также исследованы зависимости петель Вильсона от барионного химического потенциала при нулевой температуре и петли Полякова от барионного химического потенциала при нулевой и конечной температурах.

Впервые в результате численного моделирования были получены все три фазы, предсказанные в теоретической работе [34]. Впервые для случая двух ароматов при нулевой температуре было исследовано восстановление киральной симметрии в БКШ-фазе в киральном пределе.

Тема диссертации является перспективной с точки зрения проведения дальнейших исследований, в частности, открытыми вопросами остаются поиск критической точки на фазовой диаграмме двухцветного КХД и изучение поведения топологической восприимчивости в зависимости от барионного химического потенциала.

Список публикаций

1. Braguta V. V., Ilgenfritz E. M., Kotov A. Yu., Molochkov A. V., Nikolaev A. A. Study of the phase diagram of dense two-color QCD within lattice simulation // *Phys. Rev.* 2016. Vol. D94, no. 11. P. 114510. [arXiv:hep-lat/1605.04090](https://arxiv.org/abs/1605.04090).
2. Braguta V. V., Kotov A. Yu., Nikolaev A. A., Valgushev S. N. Lattice simulation study of SU(2) QCD with a nonzero baryon density // *JETP Lett.* 2015. Vol. 101, no. 11. P. 732–734. [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.101,no.11,827(2015)].
3. Braguta V. V., Kotov A. Yu., Nikolaev A. A., Valgushev S. N. Lattice simulation of two-color QCD with $N_f = 2$ at non-zero baryon density // *Journal of Physics: Conference Series.* 2016. Vol. 668, no. 1. P. 012120. URL: <http://stacks.iop.org/1742-6596/668/i=1/a=012120>.
4. Braguta V. V., Kotov A. Yu., Nikolaev A. A., Valgushev S. N. Lattice simulation of QC_2D with $N_f = 2$ at non-zero baryon density // PoS. 2016. Vol. LATTICE2015. P. 186. [arXiv:hep-lat/1511.04842](https://arxiv.org/abs/1511.04842).

Цитированная литература

5. Ding H.-T., Karsch F., Mukherjee S. Thermodynamics of strong-interaction matter from Lattice QCD // *Int. J. Mod. Phys.* 2015. Vol. E24, no. 10. P. 1530007. [arXiv:hep-lat/1504.05274](https://arxiv.org/abs/1504.05274).
6. Philipsen O. The QCD phase diagram at zero and small baryon density // PoS. 2006. Vol. LAT2005. P. 016. [PoSJHW2005,012(2006)]. [arXiv:hep-lat/hep-lat/0510077](https://arxiv.org/abs/hep-lat/0510077).
7. Muroya S., Nakamura A., Nonaka C., Takaishi T. Lattice QCD at finite density: An Introductory review // *Prog. Theor. Phys.* 2003. Vol. 110. P. 615–668. [arXiv:hep-lat/hep-lat/0306031](https://arxiv.org/abs/hep-lat/0306031).
8. Hanada M., Yamamoto N. Universality of Phases in QCD and QCD-like Theories // *JHEP.* 2012. Vol. 02. P. 138. [arXiv:hep-ph/1103.5480](https://arxiv.org/abs/hep-ph/1103.5480).
9. Kogut J. B., Stephanov M. A., Toublan D. On two color QCD with baryon chemical potential // *Phys. Lett.* 1999. Vol. B464. P. 183–191. [arXiv:hep-lat/9905001](https://arxiv.org/abs/hep-lat/9905001).

- [iv:hep-ph/hep-ph/9906346](#).
10. Kogut J. B., Stephanov M. A., Toublan D. et al. QCD - like theories at finite baryon density // *Nucl. Phys.* 2000. Vol. B582. P. 477–513. [arXiv:hep-ph/hep-ph/0001171](#).
 11. Splittorff K., Toublan D., Verbaarschot J. J. M. Diquark condensate in QCD with two colors at next-to-leading order // *Nucl. Phys.* 2002. Vol. B620. P. 290–314. [arXiv:hep-ph/hep-ph/0108040](#).
 12. Kanazawa T., Wettig T., Yamamoto N. Chiral Lagrangian and spectral sum rules for dense two-color QCD // *JHEP*. 2009. Vol. 08. P. 003. [arXiv:hep-ph/0906.3579](#).
 13. Ratti C., Weise W. Thermodynamics of two-colour QCD and the Nambu Jona-Lasinio model // *Phys. Rev.* 2004. Vol. D70. P. 054013. [arXiv:hep-ph/hep-ph/0406159](#).
 14. Brauner T., Fukushima K., Hidaka Y. Two-color quark matter: U(1)(A) restoration, superfluidity, and quarkyonic phase // *Phys. Rev.* 2009. Vol. D80. P. 074035. [Erratum: *Phys. Rev.*D81,119904(2010)]. [arXiv:hep-ph/0907.4905](#).
 15. He L. Nambu-Jona-Lasinio model description of weakly interacting Bose condensate and BEC-BCS crossover in dense QCD-like theories // *Phys. Rev.* 2010. Vol. D82. P. 096003. [arXiv:hep-ph/1007.1920](#).
 16. Strodthoff N., Schaefer B.-J., von Smekal L. Quark-meson-diquark model for two-color QCD // *Phys. Rev.* 2012. Vol. D85. P. 074007. [arXiv:hep-ph/1112.5401](#).
 17. Strodthoff N., von Smekal L. Polyakov-Quark-Meson-Diquark Model for two-color QCD // *Phys. Lett.* 2014. Vol. B731. P. 350–357. [arXiv:hep-ph/1306.2897](#).
 18. Vanderheyden B., Jackson A. D. Random matrix study of the phase structure of QCD with two colors // *Phys. Rev.* 2001. Vol. D64. P. 074016. [arXiv:hep-ph/hep-ph/0102064](#).
 19. Kanazawa T., Wettig T., Yamamoto N. Singular values of the Dirac operator in dense QCD-like theories // *JHEP*. 2011. Vol. 12. P. 007. [arXiv:hep-ph/1110.5858](#).
 20. Hasenfratz P., Karsch F. Chemical Potential on the Lattice // *Phys. Lett.* 1983.

- Vol. B125. P. 308–310.
21. Nakamura A. Quarks and Gluons at Finite Temperature and Density // *Phys. Lett.* 1984. Vol. B149. P. 391.
 22. Kogut J. B., Toublan D., Sinclair D. K. The Phase diagram of four flavor SU(2) lattice gauge theory at nonzero chemical potential and temperature // *Nucl. Phys.* 2002. Vol. B642. P. 181–209. [arXiv:hep-lat/hep-lat/0205019](https://arxiv.org/abs/hep-lat/hep-lat/0205019).
 23. Hands S., Kogut J. B., Lombardo M.-P., Morrison S. E. Symmetries and spectrum of SU(2) lattice gauge theory at finite chemical potential // *Nucl. Phys.* 1999. Vol. B558. P. 327–346. [arXiv:hep-lat/hep-lat/9902034](https://arxiv.org/abs/hep-lat/hep-lat/9902034).
 24. Kogut J. B., Toublan D., Sinclair D. K. Diquark condensation at nonzero chemical potential and temperature // *Phys. Lett.* 2001. Vol. B514. P. 77–87. [arXiv:hep-lat/hep-lat/0104010](https://arxiv.org/abs/hep-lat/hep-lat/0104010).
 25. Kogut J. B., Sinclair D. K., Hands S. J., Morrison S. E. Two color QCD at nonzero quark number density // *Phys. Rev.* 2001. Vol. D64. P. 094505. [arXiv:hep-lat/hep-lat/0105026](https://arxiv.org/abs/hep-lat/hep-lat/0105026).
 26. Hands S., Kim S., Skullerud J.-I. Deconfinement in dense 2-color QCD // *Eur. Phys. J.* 2006. Vol. C48. P. 193. [arXiv:hep-lat/hep-lat/0604004](https://arxiv.org/abs/hep-lat/hep-lat/0604004).
 27. Hands S., Kim S., Skullerud J.-I. A Quarkyonic Phase in Dense Two Color Matter? // *Phys. Rev.* 2010. Vol. D81. P. 091502. [arXiv:hep-lat/1001.1682](https://arxiv.org/abs/hep-lat/1001.1682).
 28. Cotter S., Giudice P., Hands S., Skullerud J.-I. Towards the phase diagram of dense two-color matter // *Phys. Rev.* 2013. Vol. D87, no. 3. P. 034507. [arXiv:hep-lat/1210.4496](https://arxiv.org/abs/hep-lat/1210.4496).
 29. Boz T., Cotter S., Fister L. et al. Phase transitions and gluodynamics in 2-colour matter at high density // *Eur. Phys. J.* 2013. Vol. A49. P. 87. [arXiv:hep-lat/1303.3223](https://arxiv.org/abs/hep-lat/1303.3223).
 30. Montvay I., Münster G. Quantum Fields on a Lattice. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1994.
 31. Clark M. A., Kennedy A. D. Accelerating dynamical fermion computations using the rational hybrid Monte Carlo (RHMC) algorithm with multiple pseudofermion fields // *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 98. P. 051601. [arXiv:hep-lat/0611001](https://arxiv.org/abs/hep-lat/0611001).

- [iv:hep-lat/hep-lat/0608015](#).
32. Hands S., Montvay I., Morrison S. et al. Numerical study of dense adjoint matter in two color QCD // *Eur. Phys. J.* 2000. Vol. C17. P. 285–302. [arXiv:hep-lat/hep-lat/0006018](#).
 33. Zinn-Justin J. *Path Integrals in Quantum Mechanics*. New York, USA: Oxford University Press, 2005.
 34. McLerran L., Pisarski R. D. Phases of cold, dense quarks at large $N(c)$ // *Nucl. Phys.* 2007. Vol. A796. P. 83–100. [arXiv:hep-ph/0706.2191](#).
 35. Bali G. S., Schilling K. Static quark - anti-quark potential: Scaling behavior and finite size effects in $SU(3)$ lattice gauge theory // *Phys. Rev.* 1992. Vol. D46. P. 2636–2646.
 36. Bornyakov V. G., Ilgenfritz E. M., Müller-Preussker M. Universality check of Abelian monopoles // *Phys. Rev.* 2005. Vol. D72. P. 054511. [arXiv:hep-lat/hep-lat/0507021](#).
 37. Rischke D. H. Debye screening and Meissner effect in a two flavor color superconductor // *Phys. Rev.* 2000. Vol. D62. P. 034007. [arXiv:nucl-th/nucl-th/0001040](#).

Научное издание

Николаев Александр Александрович

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук на тему:

Исследование решеточной квантовой теории поля с калибровочной группой
 $SU(2)$ при ненулевой барионной плотности