



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
«КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ»

На правах рукописи

A handwritten signature in blue ink, consisting of several fluid, overlapping strokes.

Лукашов Михаил Сергеевич

**Непертурбативная кварк-глюонная термодинамика
при конечной температуре**

Специальность 1.3.3. – «Теоретическая физика»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Кербиков Борис Олегович

Москва, 2024

Оглавление

1	Введение	4
1.1	Общая характеристика работы	4
1.1.1	Актуальность темы исследования	4
1.1.2	Степень разработанности темы	5
1.1.3	Цель и задачи диссертационного исследования	5
1.1.4	Научная новизна	6
1.1.5	Значимость работы	7
1.1.6	Методология и методы исследований	8
1.1.7	Основные положения, выносимые на защиту	8
1.1.8	Степень достоверности результатов	9
1.1.9	Апробация результатов	10
1.1.10	Личный вклад автора	10
1.1.11	Публикации автора по теме диссертации	11
1.1.12	Объем и структура работы	11
1.2	Описание базовых принципов	13
2	Непертурбативная $SU(3)$ термодинамика и фазовый переход	23
2.1	Введение	23
2.2	Общий формализм	30
2.3	Расчет пространственной петли	33
2.4	Поляковские линии в формализме полевых корреляторов	38
2.5	Фаза конфайнмента	42
2.6	Результаты для $SU(3)$ фазового перехода и аномалии следа	45
2.7	Результаты и обсуждение	47
2.A	Преобразование потенциала V_1 в области конфайнмента	49
3	Динамическая роль петель Полякова в термодинамике КХД	51
3.1	Введение	51
3.2	Цветомагнитное взаимодействие	54
3.3	Нахождение глюонного давления	56
3.4	Результаты и обсуждение	58

4	Цветомагнитный конфайнмент в кварк-глюонной термодинамике	60
4.1	Введение	60
4.2	Общий формализм	62
4.3	Вклад цветомагнитного конфайнмента в $G_3(s)$ и $S_3(s)$	65
4.4	Потенциал V_1 и линии Полякова	66
4.5	Результаты и обсуждение	67
5	Цветовое экранирование во флакс-тюбах в формализме вакуумных полевых корреляторов	69
5.1	Введение	69
5.2	Полевые корреляторы в КХД	72
5.3	Полевые корреляторы и поля флакс-тюбов	77
5.4	Полевые корреляторы и дуальная модель сверхпроводника	81
5.5	Результаты и обсуждение	83
5.A	Расчет коррелятора D_1	88
	Заключение	90
	Благодарности	94
	Список литературы	96

1 Введение

1.1 Общая характеристика работы

1.1.1 Актуальность темы исследования

Квантовая хромодинамика (КХД) является составной частью Стандартной модели (СМ) физики элементарных частиц. В основе КХД лежит идея о калибровочном взаимодействии между обладающими цветовыми зарядами кварками и глюонами. Цветовое взаимодействие между двумя зарядами растет с увеличением расстояния. В итоге цветные кварки и глюоны оказываются запертыми внутри бесцветных адронов. Это явление называется невылетанием или конфайнментом. В реальной КХД, когда температура повышается и достигает порядка 150 МэВ, происходит высвобождение, или деконфайнмент, кварков и глюонов. Долгое время несмотря на колоссальные усилия теоретиков [1] существенного прогресса в области построения последовательной теории конфайнмента и деконфайнмента в КХД не наблюдалось. По этой причине практически единственным достоверным источником являлись расчеты на ЭВМ методом Монте-Карло [2].

Однако в НИЦ «Курчатовский институт» в последние годы в результате длительной работы группой теоретиков под руководством профессора Ю.А. Симонова был достигнут заметный прогресс [3, 4, 5] в построении обозначенной теории. На основе метода вакуумных полевых корреляторов (МВПК) [6, 7, 8] был предложен оригинальный подход к описанию конфайнмента, эффективно разрешающий основные проблемы КХД, связанные с ним.

В представленном диссертационном исследовании метод вакуумных полевых корреляторов развит для описания фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент. Выявлена особая роль цветомагнитного взаимодействия, которое не исчезает даже при очень больших температурах. Таким образом, в диссертации представлен самосогласованный подход к описанию термодинамики фазового перехода в КХД, альтернативный по отношению к расчетам методом Монте-Карло.

1.1.2 Степень разработанности темы

На текущий момент основным источником информации по термодинамике КХД служит решеточное моделирование [9, 10, 11, 12]. Перечисление всех успехов в этой области значительно превысит объем данной диссертации, поэтому мы остановимся лишь на отдельных частных моментах, которые, на наш взгляд, будут актуальны в свете положений, выносимых на защиту в данной диссертации. При помощи численных методов удалось установить критическую температуру фазового перехода в трехцветной глюодинамике и характер перехода конфайнмент-деконфайнмент в реальной КХД, а также получить зависимости основных термодинамических величин от температуры. Кроме того, решеточное моделирование успешно позволяет описать термодинамику КХД при введении барионного химического потенциала в КХД с двумя цветами. Однако численное моделирование предоставляет крайне мало информации по поводу конкретных принципов, которые управляют поведением цветных систем при конечных температурах. Именно исправлению этого недостатка будут посвящены исследования, речь о которых пойдет в данной диссертационной работе.

1.1.3 Цель и задачи диссертационного исследования

Целью диссертационной работы являлось получение новых результатов в исследовании непертурбативных свойств квантовой хромодинамики методом вакуумных полевых корреляторов по следующим направлениям:

1. Определение основных динамических принципов фазового перехода в глюодинамике и применение их для конкретных расчетов в $SU(3)$ теории с помощью метода вакуумных полевых корреляторов.
2. Определение основных динамических принципов фазового перехода в квантовой хромодинамике с произвольным числом флейворов. Описание возникающего в квантовой хромодинамике при температурах выше температуры кроссовера непертурбативного цветомагнитного взаимодействия (цветомагнитного конфайнмента).
3. Расчет вкладов кварков и глюонов в термодинамические потенциалы в

области $150 \text{ МэВ} < T < 1 \text{ ГэВ}$ и исследование роли цветомагнитного конфайнмента, а также описание влияния цветоэлектрического взаимодействия на термодинамику в этой области температур.

4. Теоретическое исследование механизмов конфайнмента и возникающих в квантовой хромодинамике и глюодинамике потенциалов на примере трубки конфайнмента (т.н. «флакс-т्यूба» от англ. flux tube).

1.1.4 Научная новизна

- Впервые был применен принцип минимума свободной энергии при описании перехода конфайнмент-деконфайнмент в $SU(3)$ глюодинамике в формализме метода вакуумных полевых корреляторов. Впервые было показано, что этот подход практически полностью определяет термодинамику в области $T > T_c$, а именно зависимости давления $P(T)$, аномалии следа $I(T)$ и энтропии $s(T)$ от T , а также позволяет получить температуру фазового перехода T_c .
- Были учтены вклады кварков и глюонов в термодинамические потенциалы в области $150 \text{ МэВ} < T < 1 \text{ ГэВ}$ в формализме метода вакуумных полевых корреляторов. И впервые в случае квантовой хромодинамики было показано, что учет цветомагнитного конфайнмента, наряду с линией Полякова, позволяет в формализме метода вакуумных полевых корреляторов описать решеточные данные.
- Впервые в формализме метода вакуумных полевых корреляторов была показана возможность рассчитать параметры глоболов и сечения их взаимодействия.
- Впервые было выполнено аккуратное описание структуры трубки конфайнмента (флакс-т्यूба) в формализме метода вакуумных полевых корреляторов и было показано, что этот формализм позволяет дать исчерпывающее описание системы без необходимости введения каких-либо дополнительных фитирующих параметров. Была детально исследована структура конфайнмента и соответствующих потенциалов.

1.1.5 Значимость работы

Интерес к проблеме описания поведения вещества в экстремальных условиях резко вырос после начала экспериментов на пучках релятивистских ионов, сначала на RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider), а десятилетие спустя на LHC (Large Hadron Collider). Параллельно быстро накапливается информация о нейтронных звездах, в которых нейтроны и кварки находятся в условиях сверхвысокого давления. Спектроскопия атомов в сильных магнитных полях также интенсивно развивается. Теоретики зачастую оказывались неподготовленными к осмыслению новых получаемых данных, которые нередко не укладывались в разработанные ранее модели. Так, горячее кварк-глюонное вещество, полученное на RHIC и LHC, оказалось мало похожим на плазму. Огромное число работ по кварковой материи при высоких температуре и плотности и под действием сильного магнитного поля опирается на старую модель Намбу – Иона – Лазинио (Вакса – Ларкина), созданную до появления квантовой хромодинамики и Стандартной модели. Явление конфайнмента в таком подходе полностью игнорируется. Другой подход, который способен описать некоторое количество экспериментальных данных, основан на релятивистской гидродинамике. Есть направления (в том числе комбинированные), основанные на методе квантовой молекулярной динамики (КМД). Наконец, некоторые исследования используют методы физики конденсированного состояния. Мощным методом исследования проблемы являются численные расчеты на решетках. Основное ограничение при таком подходе в случае описания КХД с тремя цветами – это невозможность продвинуться в область больших μ/T . Дополнительной проблемой является учет влияния сильных электромагнитных полей, в частности магнитного поля напряженностью порядка 10^{19} Гс, возникающего в столкновениях тяжелых ионов. Предлагаемый в данной диссертации метод исследования сильных и электромагнитных взаимодействий на основе квантовой хромодинамики (КХД) и квантовой электродинамики (КЭД), в основе которого лежит использование метода интегралов по путям и кумулянтного разложения корреляционных функций для построения релятивистских гамильтонианов, позволяет вычислять спектры, волновые функции и другие параметры адронов. Кроме того, существенным преимуществом данного метода является возможность установить т.н. «закон площадей» между двумя цветными

зарядами, что позволило фактически разработать теорию деконфайнмента и описать переход адронной материи в кварк-глюонную при различных значениях температуры и плотности. Полученные результаты наглядно иллюстрируют широкий спектр возможностей, предоставляемых использованием метода вакуумных полевых корреляторов для описания различных систем с сильным взаимодействием.

1.1.6 Методология и методы исследований

Общей методологией решения поставленных в диссертации задач является использование формализма метода вакуумных полевых корреляторов. Дополнительным методом верификации полученных результатов является сравнение с данными численных расчетов методом Монте-Карло на решетке. Показано, что указанный формализм позволяет построить термодинамику кварк-глюонной среды, включая явление фазового перехода. Предсказательная сила используемого метода в случае глюодинамики проявилась, в том числе, и в вычислении критической температуры фазового перехода.

1.1.7 Основные положения, выносимые на защиту

1. В терминах метода вакуумных полевых корреляторов удалось переформулировать основные динамические принципы фазового перехода в квантовой хромодинамике и применить их для конкретных расчетов в $SU(3)$ теории: показано, что непертурбативные взаимодействия могут быть получены из корреляторов стохастических вакуумных цветоэлектрических и цветомагнитных полей при помощи использования скалярных функций $D(z)$ и $D_1(z)$. Корреляторы также позволяют получить непертурбативные потенциалы $V_E(r, T)$ и $V_E^1(r, T)$, ответственные за возникновение конфайнмента и линий Полякова.
2. Показано, что при нулевой температуре действуют в равной мере и цветомагнитный (ЦМ), и цветоэлектрический (ЦЭ) конфайнмент, но с увеличением температуры соотношение их вкладов меняется таким образом, чтобы удовлетворить принципу минимума свободной энергии F (максимума давления P).

3. Показано также, что метод вакуумных полевых корреляторов позволяет рассчитывать параметры глюоболов с хорошей точностью и дает возможность вычислять для них сечения взаимодействия. Продемонстрировано, что в фазе деконфайнмента глюоны имеют не только пертурбативные взаимодействия (глюонные обмены), но и непертурбативные.
4. Вычислены термодинамические потенциалы как в КХД, так и в глюодинамике в области $150 \text{ МэВ} < T < 1 \text{ ГэВ}$. Вклады кварков и глюонов были учтены с учетом непертурбативного взаимодействия. Показано, что главную динамическую роль играют линии Полякова (явно входящие в расчетные формулы) и цветомагнитный конфайнмент. Показан резкий рост давления в области перехода, что хорошо согласуется с решеточными результатами.
5. Впервые аккуратно описана структура трубки конфайнмента (флак-тьюба) в подходе метода вакуумных полевых корреляторов. Произведены сравнения вычисленных с помощью потенциалов V_D и V_1 значений цветоэлектрического поля $E(R, d)$ (где R обозначает расстояние между источниками, а d – расстояние до центра трубки), отвечающих этой трубке, с решеточными данными.

1.1.8 Степень достоверности результатов

Достоверность результатов подтверждается использованием хорошо проверенных методов и подходов к исследованию квантовой хромодинамики. Результаты исследований согласуются с численными результатами, полученными ведущими научными группами в России и за рубежом. Научные результаты, представленные в диссертационной работе, были успешно доложены на российских конференциях и опубликованы в ведущих научных изданиях, индексируемых в базах данных РИНЦ, Web of Science и Scopus.

1.1.9 Апробация результатов

Результаты, представленные в диссертации, многократно обсуждались на теоретических семинарах НИЦ «Курчатовский институт» – ИТЭФ и НИЦ «Курчатовский институт», а также лично докладывались автором на различных конференциях и семинарах:

1. 60-я Всероссийская научная конференция МФТИ (гор. Долгопрудный, Россия, 2017 г.);
2. Молодежные конференции по теоретической и экспериментальной физике (МКТЭФ) (гор. Москва, Россия, 2017-2019 гг.);
3. 53-я Зимняя Школа Петербургского института ядерной физики НИЦ «Курчатовский институт» (гор. Санкт-Петербург, Россия, 2018 г.).

Результаты диссертационного исследования вошли в конкурсные работы «Термодинамика кварк-глюонной плазмы при конечной плотности в сильном магнитном поле» (I место на конкурсе НИР НИЦ «Курчатовский институт» – ИТЭФ за 2019 год) и «Непертурбативная теория кварк-глюонной плазмы» (I место на конкурсе НИР НИЦ «Курчатовский институт» – ИТЭФ за 2020 год). Работа осуществлялась при поддержке НИЦ «Курчатовский институт» и Российского научного фонда (проект № 16-12-10414).

Основные материалы диссертационной работы опубликованы в четырех [A1, A2, A3, A4] печатных статьях в рецензируемых научных изданиях, входящих в перечень ВАК и базы данных РИНЦ, Web of Science и Scopus.

1.1.10 Личный вклад автора

Все представленные в работе оригинальные результаты получены лично автором, либо при его непосредственном участии. Автор выполнял численные и аналитические расчеты, принимал непосредственное участие в постановке задач, обсуждении и анализе всех полученных результатов.

1.1.11 Публикации автора по теме диссертации

- [A1] N. O. Agasian, M. S. Lukashov, and Y. A. Simonov, “Dynamical role of Polyakov loops in the QCD thermodynamics,” *Mod. Phys. Lett. A* **31**, no. 37, P. 1650222 (2016) doi:10.1142/S0217732316502229 [arXiv:1610.01472 [hep-lat]].
- [A2] N. O. Agasian, M. S. Lukashov, and Y. A. Simonov, “Nonperturbative SU(3) thermodynamics and the phase transition,” *Eur. Phys. J. A* **53**, no. 6, P. 138 (2017) doi:10.1140/epja/i2017-12302-x [arXiv:1701.07959 [hep-ph]].
- [A3] М. С. Лукашов, Ю. А. Симонов, “Цветомагнитный конфайнмент в кварк-глюонной термодинамике,” *Письма в ЖЭТФ* **105**, no. 11, С. 659 (2017) doi:10.7868/S0370274X17110017 [arXiv:1703.06666 [hep-ph]].
- [A4] M. S. Lukashov and Y. A. Simonov, “Color screening in flux tubes and in the color Coulomb potential from QCD field correlators,” *Phys. Rev. D* **96**, no. 7, P. 076019 (2017) doi:10.1103/PhysRevD.96.076019 [arXiv:1706.05712 [hep-ph]].

1.1.12 Объем и структура работы

Диссертация состоит из Введения, четырех глав и Заключения. Полный объем диссертации составляет 113 страниц, включая 26 рисунков и 1 таблицу. Список литературы содержит 196 наименований, включая публикации соискателя по теме диссертации.

Во **Введении** (в **Главе 1**) рассматривается актуальность выбранной темы, сформулированы базовые принципы квантовой хромодинамики, даны общие характеристики диссертационного исследования, а также дан его краткий обзор.

В **Главе 2** построена теория температурного фазового перехода в $SU(3)$ глюодинамике, основанная на представлении квадратичного (билокального) вакуумного коррелятора в виде разложения по функциям $D(x)$ и $D_1(x)$. В этом случае параметром порядка для фазового перехода является линия Полякова. В развитом подходе линия Полякова выражается через скалярные функции $D_E(x)$ и $D_E^1(x)$, которые входят в цветоэлектрический кумулянт. Затем через эти же величины выражается давление глюонного поля в широком интервале температур. Основная роль цветомагнитного поля состоит в формировании массы дебаевского инфракрасного экранирования. Полученные

кривые фазового перехода, такие как функции давления и аномалии следа от температуры, прекрасно согласуются с результатами решеточных расчетов.

В **Главе 3** с использованием метода вакуумных полевых корреляторов, исследована структура состояний глюонного поля в широком интервале температур $T_c \leq T \leq 10T_c$. Получено выражение для линии Полякова – через нее выражается давление глюонного поля. Показана динамическая важность петель Полякова в глюодинамике КХД для случая $SU(3)$, а также выяснено, что масса Дебая, обеспечивающая экранирование, определяется цветомагнитным взаимодействием, которое не исчезает при $T > T_c$ (явление т.н. магнитного конфайнмента). В приближении двух петель найдена зависимость цветомагнитного натяжения струны от температуры. В итоге представлен результат для давления глюонного поля в широком интервале температур. Также было показано, что линии Полякова входят в термодинамические потенциалы в виде множителей и задают большую часть непертурбативной динамики, что и позволяет объяснить выявленное особое поведение зависимости $\frac{I(T)}{T^4} \left(\frac{T}{T_c}\right)^2$. Описано явление нарушения масштабной инвариантности. Согласие с решеточными расчетами очень хорошее.

В **Главе 4** мы приходим к выводу, что цветомагнитный вклад очень важен на всем интервале T , вплоть до 1 ГэВ, и что тот же результат справедлив и для глюодинамики $SU(3)$, которая рассматривалась в предыдущих главах. Таким образом, будет показано, что формализм вакуумных полевых корреляторов может быть успешно применен к кварк-глюонной термодинамике, и его также можно распространить на более широкий класс задач, например, на случай ненулевого химического потенциала (см. [40]).

В **Главе 5** обсуждаются трубки тока (флакс-тьюбы) между тяжелыми кварками и антикварками, которые являются необходимым следствием механизма цветового удержания и численно исследовались на решетке в течение последних трех десятилетий. Это физическое явление должно существовать, каким бы ни был механизм цветового конфайнмента, и, следовательно, только понимание подробной структуры полей флакс-тьюбов может прояснить ключевые различия между разными моделями конфайнмента.

В этой главе мы попытались проанализировать проблему флакс-тьюбов через призму нашего формализма. В **Главе 2** мы получили уравнение состояния КХД и описание фазового перехода [A2] в терминах МВПК, а в **Главе 5**

полученные ранее результаты мы применили к вышеобозначенной проблеме исследования структуры флакс-тьюбов, так как они являются важным источником информации о структуре самого конфайнмента, в том числе о температурной зависимости его составляющих.

В **Заключении** кратко сформулированы основные результаты данной диссертационной работы.

1.2 Описание базовых принципов

На основании огромного массива накопленных за последние десятилетия экспериментальных данных и теоретических расчетов, дающих объяснение этим данным, можно с уверенностью говорить о существовании теории, описывающей практически все явления физики микромира. Эта теория получила название Стандартной модели (далее – СМ). Модель состоит из двух частей – теории электрослабого взаимодействия и теории сильного взаимодействия, которая, в свою очередь, получила название квантовой хромодинамики (КХД). В представленной диссертации исследуются некоторые проблемы КХД: фазовый переход между фазой конфайнмента и фазой деконфайнмента, поведение глюонов в фазе деконфайнмента, роль линии Полякова и цветомагнитного конфайнмента. Предложен метод решения этих задач, не опирающийся на теорию возмущений. В основе используемого в диссертационном исследовании подхода лежит метод вакуумных полевых корреляторов (МВПК), о котором речь подробно пойдет ниже.

Напомним кратко базовые принципы КХД, которые будут использоваться в дальнейшем. КХД – это теория с группой симметрий $SU(3)$. Кварки являются дираковскими частицами и преобразуются по фундаментальному представлению $SU(3)$. Переносчиками взаимодействия являются векторные глюоны, которые преобразуются по присоединенному представлению. Принцип невылетания (удержания или конфайнмента) справедлив и для кварков, и для глюонов, так как эксперимент убедительно показывает, что кварки не наблюдаются как асимптотические состояния [13]. В известных работах [15] непertурбативный вакуум КХД характеризовался т.н. кварковым и глюонным конденсатами. Эти выражения хорошо изучены, калибровочно-инвариантны и локальны. На основе формализма

непертурбативных конденсатов был разработан хорошо зарекомендовавший себя и широко используемый в физике сильных взаимодействий метод правила сумм (SVZ sum rule).

Стоит также отметить, что кварковый конденсат равен 0 в каждом порядке теории возмущений, а глюонный конденсат обладает сингулярностью. Возникает вопрос о том, возможно ли описание непертурбативного вакуума КХД за пределами теории конденсатов? Чтобы в этом разобраться (на языке локальных калибровочных инвариантов), предлагается рассмотреть особый вид нелокальных объектов [19, 20]. Для начала определим инфинитезимальный параллельный транспортер калибровочного поля из точки x в точку $x + \delta x$:

$$\Phi(x, x + \delta x) = 1 + igA_\mu(x)\delta x^\mu + \mathcal{O}(\delta x^2). \quad (1.1)$$

Предел произведения факторов (1.1) вдоль кривой C_{xy} определяет оператор параллельного переноса (его также называют транспортером, параллельным переносчиком или швингеровской линией) на конечное расстояние из точки x в точку y :

$$\Phi(x, y) = \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^n \Phi(x_{i-1}, x_i), \quad (1.2)$$

где $x_i \in C_{xy}$, $x_0 = x$, $x_n = y$. Выражение (1.2) можно переписать следующим образом:

$$\Phi(x, y) = \text{P exp} \left[ig \int_y^x A_\mu(z) dz^\mu \right], \quad (1.3)$$

где g – константа связи, векторное калибровочное поле $A_\mu(z) = A_\mu^a(z)t^a$ ($a = 1 \dots N_c^2 - 1$) является элементом алгебры Ли калибровочной группы $SU(N_c)$, которая, например в КХД, отождествляется с группой $SU(3)$, t^a – генератор в соответствующем представлении ($\text{Tr } t^a t^b = \frac{1}{2} \delta^{ab}$): для кварков эти формулы относятся к фундаментальному представлению, а для глюонов – к присоединенному.

При калибровочных преобразованиях вектор-потенциал изменяется как $A_\mu \rightarrow A_\mu^U = U^{-1}A_\mu U + \frac{i}{g}U^{-1}\partial_\mu U$, где $U \in SU(3)$. Напряженность поля $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu, A_\nu]$ ($F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c$, где f^{abc} – структурные константы группы; отметим справедливость алгебры $[t^a, t^b] =$

$i f_{abc} t^c$ с вещественными полностью антисимметричными f_{abc}) преобразуется однородно: $F_{\mu\nu} \longrightarrow U^{-1} F_{\mu\nu} U$. Упорядочение (оператор P) экспоненты вдоль траектории означает, что разложение по степеням поля имеет следующий вид:

$$\Phi(x, y) = 1 + ig \int_x^y dz^\mu A_\mu(z) + i^2 g^2 \int_x^y dz^\mu \int_x^z dk^\beta A_\beta(k) A_\mu(z) + \dots \quad (1.4)$$

При калибровочном преобразовании оператор параллельного переноса преобразуется как $\Phi(x, y) \rightarrow \Phi^U(x, y) = U^\dagger(x) \Phi(x, y) U(y)$. Также заметим основные свойства этого оператора: $\Phi(x, y) \Phi(y, z) = \Phi(x, z)$; $\Phi(x, y) \Phi(y, x) = 1$; $\Phi^\dagger(x, y) = \Phi(y, x)$. Тогда очевидно, что его след по замкнутому контуру C не зависит от выбора самой точки x на этом контуре и является калибровочным инвариантом:

$$W(C) = \text{Tr} \Phi(x, x). \quad (1.5)$$

Так как след оператора параллельного переноса по замкнутому пути содержит калибровочно-инвариантную информацию и о самой полевой конфигурации, и о контуре, резонно возникает вопрос о физическом смысле квантового усреднения этого следа по всем вакуумным состояниям. Этот объект широко известен как среднее от петли Вильсона. В евклидовой неабелевой теории (напомним, что мы рассматриваем чистую глюодинамику $SU(N_c)$):

$$\langle W(C) \rangle = \frac{1}{N_c} \left\langle \text{Tr} \left\{ \text{P exp} \left[ig \oint_C A_\mu^a(z) t^a dz^\mu \right] \right\} \right\rangle. \quad (1.6)$$

Угловые скобки являются стандартным вакуумным средним:

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{1}{\mathcal{Z}} \int d\mu(A) \exp^{-S(A)} \mathcal{O}(A),$$

где $S(A) = \frac{1}{2g^2} \int d^4x \text{Tr} (F_{\mu\nu})^2$ – стандартное действие Янга – Миллса, множитель $1/2$ вместо $1/4$, т.к. $\text{Tr} t^a t^b = \frac{1}{2} \delta^{ab}$. Выбор \mathcal{Z} обеспечивает нормировку $\langle 1 \rangle = 1$. След определяем так, что $\text{Tr} \mathbf{1} = 1$, где $\mathbf{1}$ – единичная матрица размером $N_c \times N_c$.

Из этой формулы следует т.н. закон площади [20]:

$$\langle W(C) \rangle \propto \exp[-\sigma S_C - \gamma P_C], \quad (1.7)$$

где S_C – «площадь» минимальной поверхности, натянутой на контур C , P_C – «периметр» данного контура. Параметр σ в литературе известен как натяжение струны, и в фазе конфайнмента он отличен от нуля. Для достаточно больших (по сравнению с масштабом КХД) контуров член, пропорциональный площади, преобладает, и именно он определяет всю непертурбативную асимптотику петли Вильсона:

$$\langle W(C) \rangle \cong \exp[-\sigma S_C]. \quad (1.8)$$

С петлей Вильсона тесно связан другой объект, который также является предметом нашего исследования. Это Поляковская линия [16] – именно она определяет характер поведения системы. Более подробно мы будем ее обсуждать в следующих главах.

Вернемся к (1.6): здесь петля Вильсона [19, 20] задает внешний ток J , который физически соответствует точечной частице, заряженной по выбранному представлению и описывающей в пространстве замкнутую кривую C . Формула (1.6) содержит генераторы t^a в данном представлении калибровочной цветовой группы. Соответственно, для кварков эти формулы относятся к фундаментальному представлению, а для глюонов – к присоединенному.

Далее определим напряженность глюонного поля [30, 189, 33, 172, 94]:

$$G_{\mu\nu}(x, x_0) = \Phi(x_0, x) F_{\mu\nu}(x) \Phi(x, x_0), \quad \Phi^\dagger(x, y) = \Phi(y, x). \quad (1.9)$$

Обратим внимание, что в абелевом случае (когда поля коммутируют) фазовые факторы $\Phi(x_0, x)$ и $\Phi(x, x_0)$ сокращаются и получается обычная теорема Стокса $G_{\mu\nu}(x, x_0) \equiv F_{\mu\nu}(x)$. Из выражения (1.9) явно следует, что след от произведения тензоров $G_{\mu\nu}(x, x_0)$ ($\text{Tr} \{G_{\mu\nu}(x, x_0) \cdot \dots \cdot G_{\alpha\beta}(z, x_0)\}$) калибровочно-инвариантен. Отсюда также следует, что из усреднения по вакууму этого выражения можно построить полилинейные корреляторы (тоже калибровочно-инвариантные, что напрямую следует из определения (1.9)):

$$\mathcal{D}_{\mu\nu, \rho\sigma}^{(2)}(x, y; x_0) = \frac{1}{N_c} \langle \text{Tr} \{G_{\mu\nu}(x, x_0) G_{\rho\sigma}(y, x_0)\} \rangle, \quad (1.10)$$

$$\mathcal{D}_{\mu\nu, \rho\sigma, \alpha\beta}^{(3)}(x, y, z; x_0) = \frac{1}{N_c} \langle \text{Tr} \{G_{\mu\nu}(x, x_0) G_{\rho\sigma}(y, x_0) G_{\alpha\beta}(z, x_0)\} \rangle. \quad (1.11)$$

Аналогично для средних более высоких порядков:

$$\mathcal{D}_{\mu\nu,\dots,\alpha\beta}(x,\dots,z;x_0) = \frac{1}{N_c} \langle \text{Tr} \{ G_{\mu\nu}(x,x_0) \cdot \dots \cdot G_{\alpha\beta}(z,x_0) \} \rangle. \quad (1.12)$$

Воспользуемся неабелевой теоремой Стокса и выразим петлю Вильсона через калибровочно-инвариантные корреляторы полей [7, 32]:

$$\text{Tr} \left\{ \mathcal{P} \exp \left[ig \oint_C A_\mu^a(z) t^a dz^\mu \right] \right\} = \text{Tr} \left\{ \mathcal{P} \exp \left[ig \int_S G_{\mu\nu}(x,x_0) d\sigma_{\mu\nu}(x) \right] \right\}. \quad (1.13)$$

Интегрирование в (1.13) осуществляется по поверхности S , натянутой на контур C , где x_0 – произвольная точка на S , от выбора которой $\langle W(C) \rangle$ не зависит. Упорядочение по поверхности \mathcal{P} индуцируется упорядочением \mathcal{P} интегрирования вдоль контура C в левой части. Для среднего от петли Вильсона получаем итоговое выражение:

$$\langle W(C) \rangle = \frac{1}{N_c} \left\langle \text{Tr} \left\{ \mathcal{P} \exp \left[ig \int_S G_{\mu\nu}(x,x_0) d\sigma_{\mu\nu}(x) \right] \right\} \right\rangle. \quad (1.14)$$

Оно играет центральную роль в используемом формализме.

Следующий важный шаг – это т.н. разложение $\langle W(C) \rangle$ по кумулянтам. Его основа – представление характеристической функции в виде производящей функции моментов [22]:

$$\langle e^{ikx} \rangle = \sum_n \frac{(ik)^n}{n!} \langle x_1 \dots x_n \rangle.$$

Полуинварианты (или кумулянты) – это коэффициенты в разложении логарифма характеристической функции случайной величины в ряд Маклорена:

$$\ln \langle e^{ikx} \rangle = \sum_n \frac{(ik)^n}{n!} \langle\langle x_1 \dots x_n \rangle\rangle.$$

Другое название этой операции – кластерное разложение [21, 23, 24, 25, 26]. В итоге мы приходим к новому выражению для петли Вильсона, используя

формализм МВПК [6, 7, 8, 27]:

$$\langle W(C) \rangle = \frac{1}{N_c} \text{Tr} \left\{ \exp \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(ig)^n}{n!} \int_S d\sigma_1 \dots d\sigma_n \langle\langle G_1 \dots G_n \rangle\rangle \right] \right\}, \quad (1.15)$$

где мы опустили нижние индексы в $d\sigma_{\mu\nu}$ и $G_{\mu\nu}$ и ввели вспомогательные обозначения $G_i \equiv G_{\mu_i\nu_i}(x_i, x_0) = \Phi(x_0, x_i) F_{\mu_i\nu_i}(x_i) \Phi(x_i, x_0)$, т.е. $G_k d\sigma_k = G_{\mu_k\nu_k}(x_k, x_0) d\sigma_{\mu\nu}(x_k)$. Заметим также, что неприводимые средние $\langle\langle G_1 \dots G_n \rangle\rangle$ в цветонейтральном вакууме пропорциональны единичной цветовой матрице, и поэтому оператор упорядочивания P больше не требуется.

Как мы уже сказали ранее, уравнение (1.15) выражает петлю Вильсона через связанные корреляторы полей (кумулянты [21, 23, 24, 25, 26]), которые могут быть выражены следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle\langle G_1 \rangle\rangle &= \langle G_1 \rangle, \quad \langle G_k \rangle \equiv 0 \quad (\text{в силу Лоренц-инвариантности}), \\ \langle\langle G_1 G_2 \rangle\rangle &= \langle G_1 G_2 \rangle - \langle G_1 \rangle \langle G_2 \rangle, \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned} \langle\langle G_1 G_2 G_3 \rangle\rangle &= \langle G_1 G_2 G_3 \rangle - \langle\langle G_1 G_2 \rangle\rangle \langle G_3 \rangle - \\ &- \langle\langle G_1 G_3 \rangle\rangle \langle G_2 \rangle - \langle\langle G_2 G_3 \rangle\rangle \langle G_1 \rangle - \langle G_1 \rangle \langle G_2 \rangle \langle G_3 \rangle. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Выражение (1.16) в подробной форме примет вид

$$\begin{aligned} &\langle G_{\mu\nu}(x_1, x_0) G_{\rho\sigma}(x_2, x_0) \rangle = \\ &= \langle\langle G_{\mu\nu}(x_1, x_0) G_{\rho\sigma}(x_2, x_0) \rangle\rangle + \langle G_{\mu\nu}(x_1, x_0) \rangle \langle G_{\rho\sigma}(x_2, x_0) \rangle. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Важно отметить цветовую нейтральность и лоренц-инвариантность вакуума Янга – Миллса, поэтому: (1) все рассматриваемые средние пропорциональны единичной матрице, (2) низшее среднее зануляется – $\langle G_{\mu\nu}(x, x_0) \rangle = 0$ (второй член в правой части (1.16) занулится).

Согласно (1.9) и (1.16) простейший ненулевой кумулянт является парным коррелятором и имеет вид

$$\begin{aligned} \langle G_1 G_2 \rangle &= \langle G_{\mu\nu}(x_1, x_0) G_{\rho\sigma}(x_2, x_0) \rangle = \\ &= \langle \Phi(x_0, x_1) F_{\mu\nu}(x_1) \Phi^\dagger(x_0, x_1) \Phi(x_0, x_2) F_{\rho\sigma}(x_2) \Phi^\dagger(x_0, x_2) \rangle. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Такой кумулянт называют гауссовым или биллокальным, ср. с $D_{\mu\nu, \rho\sigma}^{(2)}(x_1, x_2; x_0)$ в (1.10). Его доминантная роль обусловлена малостью корреляционной длины

T_g глюонного поля (она тесно связана с массой самого легкого глюонного поля) [8, 28]. В дальнейшем именно этот объект будет нам интересен наибольшим образом.

Теперь определим параметры, от которых зависит кумулянт $\langle\langle G_1 \dots G_n \rangle\rangle$. Когда все координаты x_i совпадают с x_0 , возникает конденсат $\langle\langle (G_{\mu_n \nu_n}(0))^n \rangle\rangle$ ¹, ему припишем порядок величины « G^n ». Таким образом, G является характерным интегральным масштабом флуктуирующего непертурбативного глюонного поля (определяемым n -точечным связным коррелятором на поверхности S). Зависимость от координат можно охарактеризовать глюонной корреляционной длиной T_g (мы предполагаем, что она одного порядка для всех кумулянтов). В итоге мы получаем разложение эффективного действия по безразмерному параметру GT_g^2 , и тогда вклад высших корреляторов подавляется малостью $GT_g^2 \ll 1$.

Тогда качественно пропорциональный площади поверхности S вклад может иметь следующую структуру:

$$\int_S d\sigma_1 \dots d\sigma_n \langle\langle G_1 \dots G_n \rangle\rangle \propto G^n T_g^{2(n-1)} \cdot S. \quad (1.20)$$

Тогда из (1.20) можно оценить ряд (1.15):

$$\langle W(C) \rangle \approx \frac{1}{N_c} \text{Tr} \left\{ \exp \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(ig)^n}{n!} G^n T_g^{2(n-1)} \cdot S \right] \right\}, \quad (1.21)$$

где S – площадь поверхности внутри контура C . Мы учли, что зависимость от x_0 можно пренебречь:

$$\langle\langle G(x_1, x_0) G(x_2, x_0) \dots G(x_n, x_0) \rangle\rangle. \quad (1.22)$$

Физической причиной исключения точки x_0 является тот факт, что раздвижка $G_{\mu\nu}(x_1)$ и $G_{\rho\sigma}(x_2)$ за счет удлинения расстояний (x_1, x_0) и (x_2, x_0) приводит к убыванию коррелятора. То есть, если x_1 и x_2 достаточно близкие:

$$|x_1 - x_2| \ll |x_1 - x_0|, |x_2 - x_0|.$$

Тогда, если взять расстояния такими, что $|x_i - x_j| \propto T_g \ll |x_i - x_0|, |x_j - x_0|$, можно опустить зависимость от x_0 с точностью до членов $\mathcal{O}(GT_g^2)$.

¹По правилам сумм КХД все члены данного типа при $n > 2$ отбрасываются.

С точки зрения размерности G и T_g должны быть пропорциональны одному и тому же непертурбативному размерному параметру КХД в соответствующей степени, что, вообще говоря, не означает, что это безразмерное произведение GT_g^2 в реальном вакууме КХД численно близко к единице. Случай $GT_g^2 \gg 1$ соответствует «когерентному вакууму» – его описание в формализме корреляторов малоинформативно.

Вернемся к ряду (1.21) – он идет по степеням безразмерного параметра (GT_g^2) , и когда этот параметр мал – $GT_g^2 \ll 1$ (ряд $\langle W(C) \rangle$ идет по его степеням), мы получаем предел *гауссова стохастического ансамбля*, где доминирует самый низший кумулянт (билокальный), и, таким образом, подтверждается гипотеза Казимировского скейлинга (когда предполагается наличие линейного потенциала между стохастическими зарядами в любом представлении, причем натяжение струны пропорционально квадратичному оператору Казимира, т.е. инвариантному квадрату заряда). Тогда в приближении малости корреляционной длины $T_g \simeq 1 \text{ ГэВ}^{-1} \cdot 0.2 \Phi$ глюонного поля (при фиксированном $\langle G_{\mu\nu}^2 \rangle$) перепишем билокальный кумулянт (1.19) в эквивалентной форме:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\mu\nu,\rho\sigma}^{(2)}(x_1, x_2; x_0) &\equiv \frac{g^2}{N_c} \langle \text{Tr } G_1 G_2 \rangle \rightarrow \mathcal{D}_{\mu\nu,\rho\sigma}^{(2)}(x_1, x_2) = \\ &= \frac{g^2}{N_c} \langle \text{Tr } \{ F_{\mu\nu}(x_1) \Phi(x_1, x_2) F_{\rho\sigma}(x_2) \Phi^\dagger(x_1, x_2) \} \rangle. \end{aligned} \quad (1.23)$$

С учетом калибровочной инвариантности билокального полевого коррелятора (1.23), будем работать в калибровке Швингера в координатном пространстве $x_\mu A_\mu = 0$. Далее перейдем в Евклидово пространство с $O(4)$ симметрией. Перепишем выражение для билокального коррелятора [30, 29] так, чтобы в первом приближении не учитывать контурные зависимости: для этого соответствующий каждой паре точек x_1 и x_2 контур в (1.10) заменяется на прямолинейный, соединяющий x_1 и x_2 . Этот подход хорошо согласуется с решетками. Итак, запишем выражение (1.23) в следующем виде [6, 7, 8, 27]:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\mu\nu,\rho\sigma}^{(2)}(x_1 - x_2) &= (\delta_{\mu\rho}\delta_{\nu\sigma} - \delta_{\mu\sigma}\delta_{\nu\rho}) D(x_1 - x_2) + \\ &+ \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x_\mu} (x_\rho\delta_{\nu\sigma} - x_\sigma\delta_{\nu\rho}) + \frac{\partial}{\partial x_\nu} (x_\sigma\delta_{\mu\rho} - x_\rho\delta_{\mu\sigma}) \right] D_1(x_1 - x_2). \end{aligned} \quad (1.24)$$

В корреляторе (1.24) можно разделить вклады цветоэлектрического и цветомагнитного полей. Первый из них обеспечивает конфайнмент, а второй осуществляет конфайнмент на пространственных поверхностях. Таким образом, можно записать (имея в виду, что $u = x_1 - x_2$, а $\Phi = \Phi(x_1, x_2)$ определяется через (1.3)):

$$\begin{aligned} & \frac{g^2}{N_c} \langle \text{Tr} \{ E_i(x_1) \Phi(x_1, x_2) E_j(x_2) \Phi^\dagger(x_1, x_2) \} \rangle = \\ & = \delta_{ij} \left(D^E(u) + D_1^E(u) + [u_4]^2 \frac{\partial D_1^E(u)}{\partial u^2} \right) + u_i u_j \frac{\partial D_1^E(u)}{\partial u^2} \end{aligned} \quad (1.25)$$

и

$$\begin{aligned} & \frac{g^2}{N_c} \langle \text{Tr} \{ B_i(x_1) \Phi(x_1, x_2) B_j(x_2) \Phi^\dagger(x_1, x_2) \} \rangle = \\ & = \delta_{ij} \left(D^B(u) + D_1^B(u) + [\mathbf{u}]^2 \frac{\partial D_1^B(u)}{\partial u^2} \right) - u_i u_j \frac{\partial D_1^B(u)}{\partial u^2}, \end{aligned} \quad (1.26)$$

где $D(x_1 - x_2) = D(u)$, $D_1(x_1 - x_2) = D_1(u)$ – специальные скалярные функции²: функция D отвечает за скалярное взаимодействие, а функция D_1 – за векторное. Добавим к ним верхние индексы E и B , потому что вклады цветоэлектрического и цветомагнитного полей явно разделяются в силу $\langle\langle EB \rangle\rangle \approx 0$.

Благодаря $O(4)$ инвариантности $\langle EE \rangle = \langle BB \rangle$ при $T = 0$, а при температурах, отличных от нуля, поведение $\langle EE \rangle$ и $\langle BB \rangle$ принципиально различается. Суммируя, можно сказать, что непертурбативная динамика заключена в скалярных функциях D_1^E , D_1^B и D^E , D^B , которые входят в биллокальные корреляторы.

Как было сказано ранее, корреляторы D^E и D^B ответственны за конфайнмент и магнитный конфайнмент на пространственных поверхностях соответственно. Поясним связь этих корреляторов с электрическим и магнитным натяжениями струны. Известно, что критерием конфайнмента является закон площадей для петли Вильсона [7, 20]:

$$\langle W(C) \rangle \sim e^{-V(r)T} \sim e^{-\sigma r T} \sim e^{-\sigma S_{\min}}. \quad (1.27)$$

²В дальнейшем для удобства мы будем использовать понятие коррелятора и по отношению к скалярным функциям, через которые этот коррелятор выражается.

С другой стороны, подставляя (1.24) в (1.15) в приближении квадратичного коррелятора [29, 30, 31, 33], мы получаем закон площади в петле Вильсона с натяжением струны, которое явно выражается через $D(z)$:

$$\begin{aligned} \langle W() \rangle &= \frac{1}{N_c} \text{Tr} \left\{ \exp \left[\frac{(ig)^2}{2} \sum_{\substack{\mu < \nu \\ \rho < \sigma}} \int d\sigma_{\mu\nu}(x') \int d\sigma_{\rho\sigma}(x'') \langle \langle F_{\mu\nu}(x') F_{\rho\sigma}(x'') \rangle \rangle \right] \right\} \\ \langle W(C) \rangle &= \frac{1}{N_c} \text{Tr} \left\{ \exp \left[\frac{(ig)^2}{2} \iint \langle \langle G_1 G_2 \rangle \rangle d\sigma_1 d\sigma_2 \right] \right\} \sim \\ &\sim \frac{1}{N_c} \text{Tr} \left\{ \exp \left[\frac{-g^2}{2} \langle G^2(0) \rangle T_g^2 \cdot S \right] \right\} \sim e^{-\sigma S_{\min}}, \end{aligned} \quad (1.28)$$

где $\sigma = 0.18 \text{ ГэВ}^2$ – натяжение струны КХД. Здесь величина $\langle G^2(0) \rangle$ представляет собой глюонный конденсат. Таким образом, для натяжения струны получаем:

$$\begin{aligned} \sigma^E &= \frac{1}{2} \int D^E(z) (d^2z)_{i4} (1 + \mathcal{O}(GT_g^2)), \\ \sigma^B &= \frac{1}{2} \int D^B(z) (d^2z)_{ik} (1 + \mathcal{O}(GT_g^2)), \end{aligned} \quad (1.29)$$

где $\mathcal{O}(GT_g^2)$ – вклад высших кумулянтов, S_{\min} – минимальная площадь внутри контура C . Если мы определим зависимость $D^{E(B)}(z)$ от температуры, то мы сможем явно определить поведение натяжения струны $\sigma^{E(B)}$.

Стоит отметить, что при $T > 0$ $\sigma_E(T)$ и $\sigma_B(T) = \sigma_s(T)$ ведут себя по-разному, а именно: $\sigma_E(T)$ резко уменьшается при приближении к области перехода и совсем исчезает при T выше некоторой температуры, в то время как $\sigma_s(T)$, напротив, растет почти квадратичным образом при больших T . Как следствие, наблюдаются существенные различия в поведении цветомагнитного и цветоэлектрического конденсатов.

Итак, мы определили базовые физические величины, необходимые для решения следующих задач.

2 Непертурбативная $SU(3)$ термодинамика и фазовый переход

2.1 Введение

Известно, что динамика КХД при малых температурах определяется конфайнментом, который устанавливает свой масштаб, связанный с натяжением струны σ , и этот масштаб определяет массу нуклона и наибольшую плотность энергии видимой части Вселенной.

Теория конфайнмента, основанная на вакуумных средних полевых корреляторов в КХД, называемая ниже методом вакуумных полевых корреляторов, как уже упоминалось в Главе 1, была предложена в [6, 7, 8], также см. обзоры [30, 31, 33].

МВПК является естественным расширением Operator Product Expansion (ОРЕ) и непертурбативного метода правил сумм КХД [15, 54] на случай нелокальных вакуумных средних. Он позволяет рассмотреть конфайнмент как составную часть всего пертурбативного ряда, где все замкнутые петли в результате МВПК удовлетворяют «закону площади» с натяжением струны σ . В результате из теории исчезают все инфракрасные расходимости, а ультрафиолетовое поведение остается нетронутым, так как на малых расстояниях σ исчезает. Вся теория приобретает калибровочную и лоренц-инвариантную форму в формализме интеграла по траекториям, который будет рассмотрен ниже. МВПК позволяет явно получить наиболее важные непертурбативные явления КХД, например, два типа конфайнмента – цветоэлектрический (ЦЭ) и цветомагнитный (ЦМ), и проследить температурную эволюцию обоих, включая ЦЭ-деконфайнмент и ЦМ-конфайнмент в глюонной плазме, что и будет основным предметом рассмотрения в данной главе.

Основная идея температурного перехода в КХД, изложенная во всех основополагающих работах [36, 37, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66], основывается на двух ключевых моментах:

1) Из основного закона термодинамики можно вывести, что состояния с минимальной свободной энергией (максимальным давлением)

являются более вероятными. Поэтому с ростом температуры физические системы предпочитают конфигурации с уменьшенными корреляторами и большей энтропией. Как следствие, фаза с нулевыми цветоэлектрическими ограничивающими вакуумными корреляторами и конденсатами (и, соответственно, ненулевыми цветомагнитными) начинает преобладать при некоторой температуре, что приводит к деконфайнменту вакуума.

2) Самые низшие (а также преобладающие) корреляторы гауссовых полей обеспечивают два основных взаимодействия: линейный ограничивающий потенциал $V_D^{\text{lin}}(r) \sim \sigma r$ и два взаимодействия с насыщенными максимумами: $V_1(r, T)$ и $V_D^{\text{sat}}(r, T)$, где $V(\infty, T)$ – постоянная величина. Последнее автоматически задает линии Полякова $L_a(T) = \exp\left(-\frac{c_a V_1(\infty, T)}{2T}\right)$, $c_3 = 1$, $c_8 = \frac{9}{4}$, которые линейно входят в термодинамический потенциал и подавляют его величину. Это ключевой момент, поскольку в нашем подходе $L_a(T)$ обязательно входят в $F(T)$ множителями, и это не является предположением в рамках модели.

Как было показано в [36, 37], только $L_a(T)$ дают разумное (в пределах 20-25 %) описание $P(T)$, $I(T)$ и других величин в фазе деконфайнмента, когда мы пренебрегаем всеми другими непертурбативными (например, цветомагнитными) вкладами.

Кроме того, это низшее приближение, используемое в [36, 37], со свободными глюонными и кварковыми петлями, дополненное известными петлями Полякова, смогло предсказать основные грубые характеристики, температуру перехода (кроссовера) T_c и даже ее зависимость от химического потенциала $T_c(\mu)$ [64, 65], а также давление $P(T)$, аномалию следа $I(T) = \varepsilon - 3P$, скорость звука $c_s(T)$ [36, 37] с достаточно разумной точностью.

Интересное развитие той же теории деконфайнмента содержится в работах [67, 68, 69], где уже учитывается влияние сильных магнитных полей, что опять же хорошо согласуется с решеточными данными.

Основная научная цель, поставленная в рамках данной главы, – это сделать еще один шаг вперед и учесть еще одно важное непертурбативное взаимодействие, а именно цветомагнитное удержание с натяжением струны σ_s . В [14] было показано, что именно оно решает т.н. проблему Линде [70, 71] и создает связанные состояния в 3D [72]. Здесь мы хотели бы изучить, как это влияет на термодинамические потенциалы в чистой $SU(3)$, в частности $P(T)$,

$I(T)$, скрытую теплоту и критическую температуру T_c .

Одним из преимуществ нашего аналитического подхода является то, что мы можем проанализировать динамику N_c для всех величин и сравнить его явно с численными исследованиями [73, 74].

Глюодинамика $SU(3)$ является важным своего рода «испытательным полигоном» для теории, поскольку она содержит большинство непертурбативных и пертурбативных характеристик полной КХД. На решетках уже первые исследования [75, 76, 77, 78] выявили фазовый переход и важные новые физические эффекты как ниже, так и выше критической температуры T_c . С пертурбативной стороны метод суммирования Hard Thermal Loop (HTL), впервые предложенный в [79, 80], был использован в [81, 82] в теории $SU(3)$ и продемонстрировал хорошее согласие с решеточными данными при больших T , в то время как при $T < 4T_c$ уже потребовалось учесть непертурбативный вклад. Со стороны решеток наиболее точные данные были получены в [34] (см. также [83, 84]). Также термодинамика $SU(3)$ изучалась альтернативным образом в рамках эффективных теорий в [85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92], в частности в модели Polyakov-loop-extended Nambu-Jona-Lasinio (PNJL) в [90, 91, 92], а в [89] использовался известный формализм AdS/QCD.

Дальнейшие рассуждения мы будем основывать на теории, развитой в [36, 37, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63], но выделим более явно динамику в фазах конфайнмента и деконфайнмента соответственно. Стоит отметить также, что фундамент теории деконфайнмента уже содержится в механизме непертурбативного конфайнмента, предложенном в [6, 7, 8]. В этом подходе конфайнмент является результатом действия цветового поля непертурбативных корреляторов, которые являются вакуумными средними евклидовых ЦЭ- и ЦМ-полей $\langle \text{Tr } E_i(x) E_j(y) \rangle$, $\langle \text{Tr } H_i(x) H_j(y) \rangle$, пропорциональных функциям (корреляторам) $D^E(x-y)$, $D_1^E(x-y)$ и $D^H(x-y)$, $D_1^H(x-y)$, соответственно:

$$\frac{g^2}{N_c} \langle \text{Tr } E_i(x) \Phi E_j(y) \Phi^\dagger \rangle = \delta_{ij} \left(D^E(u) + D_1^E(u) + u^2 \frac{\partial D_1^E}{\partial u^2} \right) + u_i u_j \frac{\partial D_1^E}{\partial u^2}, \quad (2.1)$$

$$\frac{g^2}{N_c} \langle \text{Tr } H_i(x) \Phi H_j(y) \Phi^\dagger \rangle = \delta_{ij} \left(D^H(u) + D_1^H(u) + \mathbf{u}^2 \frac{\partial D_1^H}{\partial \mathbf{u}^2} \right) - u_i u_j \frac{\partial D_1^H}{\partial u^2}. \quad (2.2)$$

Здесь $u = x - y$, а $\Phi(x, y) = \text{P exp} \left[ig \int_y^x A_\mu dz_\mu \right]$ – параллельный транспортер, необходимый для сохранения калибровочной инвариантности соотношений (2.1).

Корреляторы конфайнмента D^E , D^H порождают ненулевые значения натяжений цветоэлектрической и цветомагнитной струн:

$$\sigma^{E(H)} = \frac{1}{2} \int D^{E(H)}(z) d^2 z. \quad (2.3)$$

При нулевой температуре T оба натяжения струн совпадают, и σ^E образует основную непертурбативную шкалу, которая определяет все массы адронов и шкалу КХД в целом.

Чтобы теория была самосогласованной, необходимо вычислить $D^{E(H)}$ и $D_1^{E(H)}$ через $\sigma^E = \sigma^H \equiv \sigma$ и доказать, что уравнение (2.3) удовлетворяется. Это уже было сделано в [93, 94, 95], где было показано, что корреляторы пропорциональны функциям Грина глюампов, вычисленным ранее на решетке [96, 97], а также аналитически в рамках нашего метода [98].

С помощью корреляторов D^E и D_1^E можно явно выразить потенциалы скалярного ограничивающего взаимодействия $V_D(r)$ и векторного взаимодействия $V_1(r)$:

$$V_D(r) = 2c_a \int_0^r (r - \lambda) d\lambda \int_0^\infty d\nu D^E(\lambda, \nu) = V_D^{(\text{lin})}(r) + V_D^{(\text{sat})}(r), \quad (2.4)$$

$$V_1(r) = c_a \int_0^r \lambda d\lambda \int_0^\infty d\nu D_1^E(\lambda, \nu), \quad c_{\text{fund}} = 1, \quad c_{\text{adj}} = 9/4. \quad (2.5)$$

Выделим из $V_D(r)$ чисто линейную часть $V_D^{(\text{lin})}(r)$ и, используя перенормировку для $V_1(r)$ с учетом пертурбативного глюонного обмена, $V_1(r) = V_1^{\text{sat}}(r) + V_{OGE}(r)$, получим общую структуру взаимодействия $q\bar{q}$ или gg в области $T < T_c$:

$$V(r, T < T_c) = V_D^{(\text{lin})}(r) + V_D^{\text{sat}}(r) + V_1^{\text{sat}}(r) + V_{OGE}(r). \quad (2.6)$$

Интересно, что обе части, $V_D^{\text{sat}} + V_1^{\text{sat}}$, насыщаясь при больших r , компенсируют друг друга при малых T , как показано в Приложении 2.A к данной главе, и одна из них сохраняется для стандартного линейного и One

Glueon Exchange (OGE) взаимодействий, в точном соответствии с данными на решетке и экспериментом.

Однако при $T \geq T_c$, когда D^E исчезает, получаются два члена, V_1^{sat} и V_{OGE} , которые вместе с σ_s определяют всю динамику.

Непертурбативная термодинамика [36, 37, 66], основанная на вакуумных полевых корреляторах, рассматривает низкотемпературную фазу $SU(3)$, как и КХД в целом, как фазу конфайнмента, где тепловыми степенями свободы являются белые адроны, а именно глюболы в случае $SU(3)$, когда все полевые корреляторы (D^E, D_1^E, D^H, D_1^H) ненулевые и, следовательно, присутствуют как ЦЭ-конфайнмент, так и ЦМ-конфайнмент (т.н. пространственный).

Поскольку D_1^E ненулевой при температуре выше T_c , то можно связать с ним, с D^H и с D_1^H фазу деконфайнмента (фазу II), тогда как фаза конфайнмента (фаза I) содержит все четыре коррелятора D^E, D_1^E, D^H, D_1^H , так что фазовый переход можно найти из пересечения двух кривых $P_I(T)$ и $P_{II}(T)$ соответственно, как показано на Рис. 2.1 и будет подробно обсуждаться ниже.

В фазе I особую роль играет коррелятор $D^E(\sigma^E)$, который обеспечивает не только конфайнмент в обычном смысле, но и отвечает за нарушение киральной симметрии [99, 100, 103, 104]. Как было сказано выше, ненулевая непертурбативная часть D_1^E почти полностью компенсируется D^E для $T < T_c$, а пертурбативная часть дает свой вклад в глюонный обмен. ЦМ-корреляторы D^H, D_1^H обеспечивают наибольший вклад в силы, зависящие от спина, [101, 102, 103, 104, 105] и в ЦМ-конфайнмент.

С ростом T для $T < T_c$ ничего особенного не происходит, за исключением того, что в разбиении участвует все больше возбужденных состояний (глюболов в $SU(3)$), что обеспечивает устойчивый, но медленный рост давления $P_{\text{conf}} \equiv P_I(T)$ с ростом T . Это соответствует вакууму, в котором все корреляторы ненулевые.

Интересной особенностью давления глюбола P_{conf} является то, что стандартный подход на основе Hadron Resonance Gas (HRG) не может обеспечить рост давления P_{conf} вблизи T_c , и для этого используется дополнение Хагедорна к HRG для соответствия решеточным данным. В данной главе мы показываем, что вместо коэффициентов Хагедорна, которые мы не считаем подходящими для наших целей (о чем подробнее будет сказано ниже), можно использовать эффект затухания натяжения струны с ростом температуры

вблизи T_c , наблюдаемого на решетке [18, 52, 53, 106], который сильно увеличивает P_{conf} при $T \lesssim T_c$ и приводит его значение в согласие с решеточными данными [34].

Фаза деконфайнмента (фаза II) соответствует нулевым значениям D^E и σ^E , а также ненулевым значениям D_1^E , D^H и D_1^H . В этом случае физическими степенями свободы являются глюоны, взаимодействующие через эти корреляторы. При $T = T_c$ быстро растущее P_{dec} успевает за P_{conf} , и происходит фазовый переход, как показано на Рисунке 2.1.

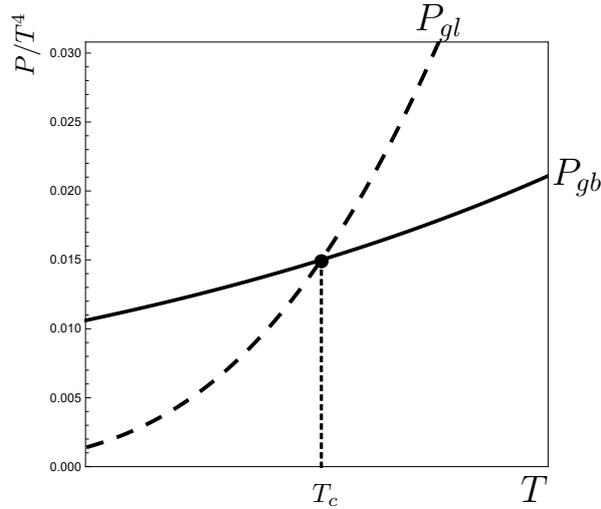


Рис. 2.1: Давление $P(T)$ в зависимости от температуры T для фазы конфайнмента (фаза глобулов) – сплошная линия, и для фазы деконфайнмента – пунктирная линия. Точка пересечения находится при критической температуре T_c .

Следует подчеркнуть важную роль V_1^{sat} , который компенсируется V_D^{sat} при $T < T_c$ (см. Приложение 2.A), но создает собственное парное взаимодействие $V_1(r, T)$ при $T > T_c$ [35, 36, 37] с ненулевым значением при $r \rightarrow \infty$, $V_1(\infty, T)$. Этот член образует петлю Полякова глюона $L_{\text{adj}}(T) = \exp\left(-9\frac{V_1(\infty, T)}{8T}\right)$ и член, отвечающий присоединенному представлению, $L_{\text{adj}} = (L_{\text{fund}})^{9/4}$ увеличивается с ростом T и стремится к постоянному значению для $T \lesssim 2T_c$. Этот вывод хорошо согласуется с решеточными данными в работе [35].

Отметим при этом, что $L_{\text{adj}}(T) \equiv L_{\text{adj}}$ остается ненулевым в фазе конфайнмента при $T < T_c$, где линия Полякова выражается через массу глюона $m_{\text{gl}} \approx 1$ ГэВ, $L_{\text{adj}}^<(T) \cong \exp\left(-\frac{m_{\text{gl}}}{T}\right)$, и, таким образом, $L_{\text{adj}}(T), T < T_c$ значительно меньше, чем $L_{\text{adj}}(T > T_c)$, что согласуется с решеточными данными [108], как это было показано в [36, 37]. Однако величина $L_{\text{adj}} < (T)$

не входит в термодинамический потенциал фазы конфайнмента, и ее свойства сейчас нас не интересуют.

Такая общая картина температурной зависимости вакуумных полевых корреляторов и σ^E, σ^H согласуется с решеточными измерениями корреляторов в [109, 110], которые показывают, что только коррелятор D^E исчезает при $T \geq T_c$.

Мы до сих пор ничего не сказали о роли пространственного натяжения струны $\sigma_s \equiv \sigma^H$ и магнитного конфайнмента в целом в процессе перехода к деконфайнменту. В области конфайнмента $T < T_c$ магнитный конфайнмент действует в основном у адронов с угловым моментом $L > 0$, где он дает небольшую поправку [111]. В области деконфайнмента ситуация иная. Здесь замкнутые траектории глюонов и кварков для больших T почти все лежат в трехмерном пространстве и, следовательно, определяются пространственным конфайнментом, также растущим с ростом T . Это задает для каждого глюона эффективную массу m_{gl} , пропорциональную $\sqrt{\sigma_s(T)}$.

То же самое происходит и с пространственно-подобными глюонами, обменивающимися кварковыми или глюонными токами, которые приобретают непертурбативную массу Дебая $m_D^H \approx 2\sqrt{\sigma_s(T)}$ [112, 113]. Это явление снимает инфракрасные расходимости в пертурбативных тепловых рядах, отмеченных в упомянутой ранее проблеме Линде [70, 71], как это было объяснено в работе [14] (чтобы ознакомиться с более ранними обсуждениями обозначенных проблем, см. [63]). Здесь следует подчеркнуть, что, как было установлено из $d = 3$ $SU(3)$ и на решетке [114], а также в рамках нашего метода в [14], $\sigma_s(T)$ растет с T как $\sigma_s(T) = c_\sigma^2 g^4(T) T^2$, и, следовательно, в нашем непертурбативном методе экранирующие массы глюонов ЦМ масштабируются как $m_{gl} \sim g^2(T)T$, тогда как в пертурбативной теории эффективная масса глюона имеет цветоэлектрическое происхождение $m_D^E(T) \sim gT + \mathcal{O}(g^2)$, а $\mathcal{O}(g^2)$ – непертурбативное.

С практической точки зрения оба определения эффективной массы глюона близки численно, так как $g(T) \sim \mathcal{O}(1)$ для $T \sim (300-500)$ МэВ, и поэтому средняя масса глюона, входящая в НТЛ подход [80, 81, 82], может быть близка к магнитной m_D^H [112].

Целью нашего анализа в данной главе является исследование термодинамики $SU(3)$ в самом низшем непертурбативном приближении (т.н.

однопетлевой подход от англ. Single-Loop Approach, SLA), но с учетом непертурбативных корреляторов D_1^E и D^H для $T > T_c$, которые определяют петли Полякова и σ_s соответственно. Мы вычисляем из σ_s эффективную массу глюона и находим $P(T)$ и $I(T) = \varepsilon - 3P$. Определяем T_c , скрытое тепло и другие характеристики и сравниваем наши результаты с недавними измерениями на решетке в [34].

Эта глава организована следующим образом. В следующем разделе сделан краткий обзор формализма МВПК для термодинамики. Далее, в разделе 3 исследуется и оценивается влияние вкладов магнитного конфайнмента в приближении SLA. Раздел 4 включает в себя численные оценки петель Полякова в сравнении с решеточными данными. Раздел 5 посвящен обсуждению фазы конфайнмента и температурной зависимости давления глюоболов. В разделе 6 приведены результаты расчетов T_c , давления и аномалии следа, а раздел 7 содержит обсуждение результатов.

2.2 Общий формализм

Мы используем теорию возмущений на тепловом фоне для глюонов в фазе деконфайнмента (II), развитую в [36, 37], где вакуумные фоновые поля обозначаются через B_μ , а пертурбативная часть через a_μ . С наименьшим порядком по $g a_\mu$ запишем следующее выражение для свободной энергии, зависящей от B :

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} F_0^{gl}(B) &= \frac{1}{2} \ln \det G^{-1} - \ln \det(-D^2(B)) = \\ &= Sp \left\{ -\frac{1}{2} \int_0^\infty \xi(s) \frac{ds}{s} e^{-sG^{-1}} + \int_0^\infty \xi(s) \frac{ds}{s} e^{sD^2(B)} \right\}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где вакуумное среднее свободной энергии выражается через

$$-\frac{\langle F_0^{gl}(B) \rangle_B}{T} = \ln \left\langle \exp \left(-\frac{\langle F_0^{gl}(B) \rangle}{T} \right) \right\rangle_B. \quad (2.8)$$

Далее, воспользовавшись кластерным экспоненциальным разложением

$$\langle \exp f \rangle_B = \exp \left(\sum_{n=1}^{\infty} \langle \langle f^n \rangle \rangle \frac{1}{n!} \right) = \exp \left(\langle f \rangle_B + \frac{1}{2} [\langle f^2 \rangle_B - \langle f \rangle_B^2] + O(f^3) \right), \quad (2.9)$$

мы получаем однопетлевое выражение наименьшего порядка для $\langle F_0^{gl}(B) \rangle_B$:

$$\begin{aligned} \langle F_0^{gl}(B) \rangle_B &= -T \int \frac{ds}{s} \xi(s) d^4x (Dz)_{xx}^w e^{-K} \times \\ &\times \left[\frac{1}{2} \text{Tr} \langle \tilde{\Phi}_F(x, x) \rangle_B - \langle \text{Tr} \tilde{\Phi}(x, x) \rangle_B \right]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Здесь интеграл по траекториям примет вид

$$\begin{aligned} (Dz)_{xy}^w &= \lim_{N \rightarrow \infty} \prod_{m=1}^N \frac{d^4 \zeta(m)}{(4\pi\varepsilon)^2} \times \\ &\times \sum_n \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \exp \left[ip_\mu \left(\sum_{m=1}^N \zeta_\mu(m) - (x - y)_\mu - n\beta\delta_{\mu 4} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.11)$$

а $\tilde{\Phi}(x, x)$ – параллельный транспортер в присоединенном представлении

$$\tilde{\Phi}(x, y) = P \exp \left(ig \int_y^x \tilde{B}_\mu dz_\mu \right), \quad (2.12)$$

где $\tilde{\Phi}_F$ содержит дополнительный глюонный спиновый множитель, а $P_F \exp \left(2ig \int_0^s \tilde{F} d\tau \right)$, который мы можем заменить единицей в наименьшем приближении¹. В результате глюонное давление $P_{gl} V_3 = -\langle F_0^{gl}(B) \rangle_B$ можно записать в виде

$$P_{gl} = (N_c^2 - 1) \int_0^\infty \frac{ds}{s} \sum_{n=0, \pm 1, \pm 2, \dots} G^{(n)}(s). \quad (2.13)$$

$G^{(n)}$ в выражении (2.13) определяется как

$$G^{(n)}(s) = \int (Dz)_{on}^w e^{-K} \langle \hat{\text{Tr}}_a W(C_n) \rangle, \quad (2.14)$$

¹Здесь P, P_F являются операторами порядка для полей \tilde{B}_μ и $\tilde{F}_{\mu\nu}$, соответственно.

где

$$K = \frac{1}{4} \int_0^s \left(\frac{dz_\mu(\tau)}{d\tau} \right)^2 d\tau, \quad (2.15)$$

$$\langle \hat{\text{Tr}}_a W(C_n) \rangle = \frac{\text{Tr}_a}{(N_c^2 - 1)} \langle \tilde{\Phi}(x, x^{(n)}) \rangle. \quad (2.16)$$

Отметим здесь, что общий путь глюона начинается в точке x и заканчивается в точке $x^{(n)} = x_\mu + n\beta \cdot \delta_{\mu 4}$, как показано в (2.11), так что получается замкнутый контур в 3D, а проекция на четвертую ось как раз определяет петлю Полякова, L_{adj} . Действительно, для пропагатора $G(x, y)$ представление Матцубары в (2.11) задает сумму конечных точек $y_4^{(n)} = y_4 + n\beta, n = 0, \pm 1, \dots$, что для совпадающих $x_4 = y_4$ приводит к бесконечному ряду открытых контуров $[y_4, y_4 + n\beta]$ с унитарными калибровочными эквивалентными точками $U(y_4 + n\beta) = U(y_4)$. Теперь умножим контуры на произведение калибровочно-инвариантных линий (2.12), $\tilde{\Phi}(y_4, y_4 + n\beta) \times \tilde{\Phi}(y_4 + n\beta, y_4) = 1$, и, взяв усреднение по вакууму, получим произведение замкнутого вильсоновского контура W_3 и линии Полякова $L_{\text{adj}}(T)$ (по модулю незначительной корреляции между ЦЭ-«содержанием» L_{adj} и ЦМ-«содержанием» W_3 соответственно).

В результате (2.16) можно записать в виде

$$\frac{\text{Tr}_a}{(N_c^2 - 1)} \langle \tilde{\Phi}(x, x^{(n)}) \rangle = L_{\text{adj}}^{(n)}(T) \langle W_3 \rangle, \quad (2.17)$$

где $\langle W_3 \rangle$ – коэффициент закона пространственной площади:

$$\langle W_3 \rangle = \exp(-\sigma_s A_3) \quad (2.18)$$

и A_3 – минимальная площадь в трехмерном пространстве петли, образованной траекториями $z_i(\tau), 0 \leq \tau \leq s, i = 1, 2, 3$.

Очевидно, что $\sigma_s(T)$ будет расти с ростом T (см. [14, 114]):

$$\sigma_s(T) = c_\sigma^2 \cdot g^4(T) \cdot T^2, \quad (2.19)$$

где c_σ – безразмерная константа, определяемая непертурбативным образом. Конкретный вид (2.19) был найден на решетке [114] с $c_\sigma = 0.566 \pm 0.013$. Аналогичная форма была найдена и в случае $d = 4$ [14, 113] с использованием

метода функций Грина [96, 97, 98]. Для $T < T_c$ σ_s стремится к константе $\sigma_s = \sigma^{(E)}$.

Обратимся теперь к первому множителю правой части (2.17). Как показано в [36, 37], для $T > T_c$ можно выразить $L_{\text{adj}}^{(n)}$ через коррелятор ЦЭ-коррелятора $D_1^E(z)$:

$$\begin{aligned} L_{\text{adj}}^{(n)} &= \exp\left(-\frac{9}{4}J_n^E\right), \\ J_n^E &= \frac{n\beta}{2} \int_0^{n\beta} d\nu \left(1 - \frac{\nu}{n\beta}\right) \int_0^\infty \xi d\xi D_1^E\left(\sqrt{\xi^2 + \nu^2}\right). \end{aligned} \quad (2.20)$$

В [36, 37] было показано, что хорошим приближением для $T < 1$ ГэВ является $J_n^E \cong nJ_1^E$, которое мы и будем использовать в дальнейшем.

Интеграл $(Dz_4)_{on}^w$ в (2.14) для $T > T_c$ может быть получен в явном виде [36, 37]:

$$G^{(n)}(s) = \frac{1}{\sqrt{4\pi s}} e^{-\frac{n^2}{4T^2 s}} G_3(s) L_{\text{adj}}^{(n)}, \quad (2.21)$$

$$G_3(s) = \int (D^3 z)_{xx} e^{-K_{3D} \langle W_3 \rangle}, \quad (2.22)$$

и в результате давление глюонов в фазе II имеет вид

$$P_{gl} = \frac{N_c^2 - 1}{\sqrt{4\pi}} \int_0^\infty \frac{ds}{s^{3/2}} G_3(s) \sum_{n=0,1,2,\dots} e^{-\frac{n^2}{4T^2 s}} L_{\text{adj}}^{(n)}, \quad (2.23)$$

$$F_{gl} = -P_{gl} V_3. \quad (2.24)$$

2.3 Расчет пространственной петли

Мы рассматриваем здесь $G_3(s)$, уравнение (2.22), которое соответствует 3D-петле, определяемой пространственным конфайнментом с натяжением струны $\sigma_s(T)$. Очевидно, что глюоны на противоположных сторонах петли связаны между собой ограничивающей струной, и далее мы преобразуем интеграл (2.22) так, чтобы явно показать это. Для этого запишем тождество

$$(D^3 z)_{xx} = (D^3 z)_{xu} d^3 u (D^3 z)_{ux}, \quad (2.25)$$

где мы выбираем точку u_i как $u_i = z_i \left(\frac{s}{2}\right)$.

Используя $u_3 \equiv t$ как евклидово время в 3D, можно записать:

$$(Dz_3)_{x_3 u_3} e^{-K_3} = \frac{1}{\sqrt{2\pi s}}, \quad K_3 = \frac{1}{4} \int_0^{s/2} \left(\frac{dz_3}{d\tau} \right)^2 d\tau. \quad (2.26)$$

В результате $G_3(s)$ приобретает вид

$$G_3(s) = \int (D^2 z)_{xu} d^2 u (D^2 z)_{ux} e^{-K_1 - K_2} \langle W_3 \rangle \frac{dt}{2\pi s}. \quad (2.27)$$

Используя (2.12), можно выразить $\langle W_3 \rangle$ в терминах мгновенного потенциала конфайнмента $V_{\text{conf}} = \sigma_s |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$, $\langle W_3 \rangle = \exp(-V_{\text{conf}} t)$.

Можно записать K_1, K_2 следующим образом:

$$K_1 + K_2 = \frac{1}{4} \sum_{i=1,2,\dots} \int_0^{s_i} d\tau_i \left(\frac{d\mathbf{z}^{(i)}}{d\tau} \right)^2, \quad (2.28)$$

и, введя ω_i вместо s_i , $s_i = \frac{t}{2\omega_i}$, получим в экспоненте:

$$K_1 + K_2 + V_{\text{conf}}(\eta)t \rightarrow \left(\frac{\mathbf{p}_1^2}{2\omega_1} + \frac{\mathbf{p}_2^2}{2\omega_2} + \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} + V_{\text{conf}}(\eta) \right) t, \quad (2.29)$$

где $\eta = |\mathbf{z}^{(1)} - \mathbf{z}^{(2)}|$. С другой стороны, можно ввести единичный оператор

$$\begin{aligned} \hat{1} &= 2 \int ds_1 ds_2 \delta(s_1 + s_2 - s) \delta(s_1 - s_2) = \\ &= \int \frac{t d\omega_1}{\omega_1^2} \delta\left(\frac{t}{\omega_1} - s\right) d\omega_2 \delta(\omega_2 - \omega_1) = \frac{t d\omega}{\omega^2} \delta\left(\frac{t}{\omega} - s\right). \end{aligned} \quad (2.30)$$

Перепишем (2.27), используя (2.30), как

$$G_3(s) = \int \frac{t dt d\omega}{2\pi s \omega^2} \delta\left(\frac{t}{\omega} - s\right) d^2 u \langle xx | e^{-H(\mathbf{P})t} | uu \rangle, \quad (2.31)$$

где

$$H(P) = \frac{\mathbf{P}^2}{4\omega} + \frac{\mathbf{p}^2}{\omega} + \omega + V_{\text{conf}}, \quad (2.32)$$

и в итоге, интегрируя по свободной координате центра масс, мы получаем:

$$\begin{aligned} & \int d^2u \langle xx | e^{-H(\mathbf{P})t} | uu \rangle = \\ & = \int d^2u \frac{d^2\mathbf{P}}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{P}(\mathbf{x}-\mathbf{u})} \langle 0 | e^{-H(\mathbf{P})t} | 0 \rangle = \langle 0 | e^{-H(0)t} | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (2.33)$$

где в $\langle 0 | \dots | 0 \rangle$ входит волновая функция относительного движения.

Собственные значения $H(0)$ могут быть найдены так же, как это было сделано в работе [72], с использованием локального предела $H(0)$ по ω при $\omega = \omega_0$:

$$M = 4\omega_\nu^{(0)}; \quad \omega_\nu^{(0)} = \left(\frac{a_\nu}{3}\right)^{3/4} \sqrt{\sigma_{\text{adj}}}; \quad \sigma_{\text{adj}} = \frac{9}{4}\sigma_s; \quad a_0 = 1.74, \quad (2.34)$$

что определяет наименьшие собственные значения:

$$\omega_0^{(0)} \approx \sqrt{\sigma_s}, \quad M_0 = 4\sqrt{\sigma_s}.$$

Наконец, мы получаем

$$G_3(s) = \frac{1}{\sqrt{\pi s}} \sum_{\nu=0,1,\dots} \psi_\nu^2(0) e^{-M_\nu \omega_\nu^{(0)} s} \quad (2.35)$$

и $\psi_\nu^2(0) = c_\nu \sigma_s$, где безразмерную константу c_ν необходимо определить, решая волновое уравнение с гамильтонианом $H(0)$.

Отсюда следует, что наименьшая масса в квадрате в (2.35) равна

$$\mu_0^2 = M_0 \omega_0^{(0)} \cong 4\sigma_s \approx m_D^2, \quad (2.36)$$

где m_D – экранирующая масса, найденная в [112]. Можно проверить общее выражение (2.35) для свободного случая, когда $\sigma_s \equiv 0$. Тогда $\sum_n \psi_n^2(0) = \frac{d^2 p}{(2\pi)^2}$ и $M_n, \omega_n^{(0)}$ из $H_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{\omega} + \omega$ и уравнения (2.32) дают $\omega_0 = |\mathbf{p}|$, $M_0 = 2p$, и получается в точности «свободный» результат:

$$G_3^{(0)}(s) = \frac{1}{\sqrt{\pi s}} \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} e^{-2p^2 s} = \frac{1}{\sqrt{\pi s}} \frac{1}{8\pi s} = \frac{1}{(4\pi s)^{3/2}}. \quad (2.37)$$

Далее берем (2.21) и (2.13) и получаем результат Стефана – Больцмана ($L_{\text{adj}} \equiv$

1):

$$\begin{aligned}
P_{gl}^{(0)} &= \frac{N_c^2 - 1}{(4\pi)^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s^3} \sum_{n=\pm 1, \pm 2} e^{-\frac{n^2}{4T^2 s}} = \\
&= \frac{2(N_c^2 - 1)T^4}{\pi^2} \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^4} = \frac{(N_c^2 - 1)T^4 \pi^2}{45}.
\end{aligned} \tag{2.38}$$

Используя (2.35), можно переписать $P_{gl}^{(1)}$ в виде (сохраняя единственный член с $\nu = 0$, $\psi_0^2(0) \equiv \bar{c}\sigma_s$)

$$P_{gl}^{(1)} = \frac{N_c^2 - 1}{(4\pi)^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s^2} \bar{c}\sigma_s e^{-m_D^2(T)s} \sum_{n=\pm 1, \pm 2} e^{-\frac{n^2}{4T^2 s}} L_{\text{adj}}^{(n)}. \tag{2.39}$$

Из интегрального представления модифицированной функции Бесселя

$$K_\nu(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{z}{2}\right)^\nu \int_0^\infty \frac{\exp -t - \frac{z^2}{4t}}{t^{\nu+1}} dt \tag{2.40}$$

получаем следующий вид (с учетом того, что $L_{\text{adj}}^{(n)} \approx (L_{\text{adj}})^n$ для $T \lesssim \lambda^{-1} = 1$ ГэВ, как было показано в [36, 37]):

$$P_{gl}^{(1)}(T) = \frac{(N_c^2 - 1)\bar{c}\sigma_s m_D T}{2\pi^2} \sum_{n=1,2,\dots} \frac{1}{n} K_1\left(\frac{nm_D}{T}\right) (L_{\text{adj}})^n. \tag{2.41}$$

С другой стороны, можно использовать соотношение

$$\sum_{n=1,2,\dots} \frac{K_\nu(nz)}{n^\nu} = \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(\nu + \frac{1}{2})} (2z)^\nu \int_0^\infty \frac{t^{2\nu} dt}{\sqrt{t^2 + z^2} (\exp(\sqrt{t^2 + z^2}) - 1)} \tag{2.42}$$

и получить при $L_{\text{adj}} = \exp(-a)$

$$P_{gl}^{(1)}(T) = \frac{(N_c^2 - 1)\bar{c}\sigma_s T^2}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{t^2 dt}{\sqrt{t^2 + \left(\frac{m_D}{T}\right)^2}} \frac{1}{\exp\left(\sqrt{t^2 + \left(\frac{m_D}{T}\right)^2} + a\right) - 1}. \tag{2.43}$$

Заметим, что в (2.35) мы сохранили наименьшее собственное значение $\nu = 0$, в более общем случае необходимо заменить $\bar{c} \rightarrow \bar{c}_\nu$, $m_D \rightarrow m_D^{(\nu)}$ и просуммировать

по $\nu, \nu = 0, 1, 2, \dots$. Однако, если учесть, что $m_D^{(\nu)}$ сильно растут по своей величине с ростом ν и входят в экспоненту в (2.43), можно ожидать, что первый член при $\nu = 0$ дает разумное приближение для не очень больших T . В дальнейшем мы сохраняем вид (2.43), где \bar{c} – свободная константа, которую мы будем определять при каждом сравнении с решеточными данными в некоторой точке T .

Можно упростить ответ для случая, когда пространственный конфайнмент имеет вид осцилляторного потенциала. В этом случае $G^{(n)}(s)$ (2.15) можно записать в форме

$$G^{(n)}(s) = \int (Dz_4)_{0n}^w (Dz_3)_{00} (Dz_1)_{00} (Dz_2)_{00} e^{-K} = \frac{1}{4\pi s} e^{-\frac{n^2}{4T^2 s}} G_2(0, 0, s), \quad (2.44)$$

$$G_2(0, 0, s) = \int (Dz_1)_{00} (Dz_2)_{00} e^{-K_1 - K_2} = \frac{M_0^2}{4\pi \operatorname{sh} M_0^2 s}. \quad (2.45)$$

Здесь $M_0 = \omega$ – наименьшая масса (возбуждения) в потенциале осциллятора, которую мы можем ассоциировать с наименьшей экранирующей массой m_D .

В результате получаем глюонное давление в виде

$$P_{gl}^{(OCS)} = \frac{2(N_c^2 - 1)}{(4\pi)^2} \sum_{n=1}^{\infty} L_{\text{adj}}^{(n)} \int_0^{\infty} \frac{ds}{s^2} e^{-\frac{n^2}{4T^2 s}} \frac{M_0^2}{\operatorname{sh} M_0^2 s}. \quad (2.46)$$

Можно проверить, что для $M_0 \ll T$ последнее выражение (2.46) дает результат Стефана – Больцмана (2.38), дополненный, соответственно, членом L^n .

Для связи с реалистичным случаем линейного конфайнмента, $V(r) = \sigma_s r$, можно сделать замену $\sigma_s r$ на $\frac{\sigma_s}{2} \left(\frac{r^2}{\gamma} + \gamma \right)$, которая после варьирования параметра γ возвращает линейный потенциал. Проверено, что использование этого несложного приема дает примерно 5 % точности в расчетах спектра. В результате мы получим грубое приближение для $G_3(s)$ (ур. (2.22) линейного потенциала):

$$G_3^{\text{lin}}(s) \rightarrow \frac{1}{2} (\gamma G_3^{(0)}(s) + \frac{1}{\gamma} G_3^{(\text{osc})}(s)) \rightarrow \frac{1}{(4\pi s)^{3/2}} \sqrt{\frac{M_0^2 s}{\operatorname{sh} M_0^2 s}}, \quad (2.47)$$

а в финальной форме:

$$P_{gl} = \frac{2(N_c^2 - 1)}{(4\pi)^2} \sum_{n=1}^{\infty} L_{\text{adj}}^{(n)} \int_0^{\infty} \frac{ds}{s^3} e^{-\frac{n^2}{4T^2 s}} \sqrt{\frac{M_0^2 s}{\text{sh } M_0^2 s}}. \quad (2.48)$$

Как показано в (2.35) и (2.36), наименьшая масса μ_0 , входящая в экспоненту, равна $2\sqrt{\sigma_s}$, что точно совпадает с массой экранирования Дебая m_D , найденной в [112] из ЦМ-конфайнмента, и находится в очень хорошем согласии с решеточными данными. Соответствующая экспонента, взятая из члена с квадратным корнем в (2.48), равна $\exp\left[\frac{-M_0^2 s}{2}\right]$, что дает $M_0^2 = 2\mu_0^2 = 8\sigma_s$, и именно эти значения мы берем в качестве нижнего предела в наших расчетах. В дальнейшем мы будем использовать (2.48) в приближении $M_0 \approx m_D$ и обнаружим, что результаты (2.46) и (2.48) достаточно близки численно.

2.4 Поляковские линии в формализме полевых корреляторов

Как уже говорилось в начале главы, глюонные ЦЭ-корреляторы определяют потенциал $V_1^{\text{sat}}(r) = V_1(\infty) + v(r)$, см. ур. (2.5), так что в gg -функции Грина появляется коэффициент $\Lambda \equiv \exp\left[-c_a \frac{V_1(\infty)}{2} t_4\right]$ для каждого глюона, если рассматривать $v(r)$ как возмущение.

Однако в замкнутой области V_1^{sat} экранируется $V_D(r, T)$, и поэтому этот коэффициент Λ проявляется только в фазе деконфайнмента в виде линии Полякова.

В представлении Мацубары температурной функции Грина $G^{(n)}(s)$, см. ур. (2.14), имеется фаза J_n^E (2.20), которая стремится к $\frac{nV_1(\infty)}{2T}$ для $T \rightarrow 0$ в полном соответствии с Λ , когда $t_4 = 1/T$.

Таким образом, уравнение (2.20) определяет петлю Полякова при $T > 0$, а также при $T > T_c$ через $V_1(r, T)$, а именно:

$$L_{\text{adj}}^{(n)} = \exp\left(-\frac{9n}{8T} V_1^{(n)}(\infty, T)\right), \quad (2.49)$$

$$V_1^{(n)}(\infty, T) = \int_0^{n/T} d\nu \left(1 - \frac{\nu T}{n}\right) \int_0^{\infty} \xi d\xi D_1^E\left(\sqrt{\xi^2 + \nu^2}\right). \quad (2.50)$$

Здесь стоит отметить важное свойство, которое мы будем использовать в дальнейшем, а именно поведение на малых расстояниях $D_1^E(x)$ ($|x| \lesssim \lambda = 0.2$ фм), и, как предполагается, не зависящее от T для $T < 1/\lambda \cong 1$ ГэВ [98, 35, 113]. В этом случае можно сделать замену $n \cong 1$ в (2.50) и опустить надстрочный индекс n в $V_1^{(n)}(r, T)$, что мы и сделаем в дальнейшем:

$$L_{\text{adj}}^{(n)} = (L_{\text{adj}}(T))^n, \quad L_{\text{adj}}(T) = \exp\left(-\frac{9V_1(\infty, T)}{8T}\right), \quad (2.51)$$

где $V_1(\infty, T)$ задается в (2.50) через коррелятор $D_1^E(x)$.

Отметим два важных следствия нашей теории для $L(T)$. Во-первых, $Z(3)$ симметрия $SU(3)$ теории спонтанно нарушается вакуумным полевым коррелятором, который фиксирует одну из трех ветвей при $N = 0$. Во-вторых, масштаб Казимира для $L_J(T)$, наблюдаемый на решетке [108], возникает вполне естественным образом, поскольку $V_1^{(a)}(T)$ пропорциональна c_a .

Для численного вычисления $P(T)$, $I(T)$ и др. нам необходима явная форма $V_1(\infty, T)$ или $D_1(x-y)$. В фазе II для $T < T_c$ она может быть получена с использованием функции Грина и собственных значений [98]. С использованием той же формы для $T > T_c$ в работе [35] было обнаружено, что функция $V_1(\infty, T)$ в определенном приближении согласуется с решеточной свободной энергией $F_1(\infty, T)$ [115, 116]. Далее мы будем использовать именно эту форму, однако будем учитывать, что в общем случае $F_1(\infty, T) < V_1(\infty, T)$ и отрицательные значения $F_1(\infty, T)$ для больших $T \gg T_c$ не дают отрицательных $V_1(\infty, T)$ и, следовательно, $L(T) \leq 1$ [115, 116]. Можно также утверждать, что для нашей ЛП справедливо $L(T) < L_{(\text{lat})}(T)$.

Линия Полякова может быть также получена из формы глюолампа коррелятора D_1 , которая может быть записана согласно [115, 116] в виде

$$D_1^{(np)}(x) = \frac{A_1}{|x|} e^{-M_1|x|} + \mathcal{O}(\alpha_s^2); \quad A_1 = 2C_2\alpha_s\sigma_{\text{adj}}M_1; \quad x \geq 1/M_1, \quad (2.52)$$

и непертурбативная часть V_1 (заметим, что D_1 содержит пертурбативный коррелятор, отвечающий за обмен глюонами), которая при $T = 0$ принимает

вид (2.3), для $T > 0$ может быть записана как

$$V_1^{(np)}(r, T) = A_1 \int_0^{1/T} (1 - \nu T) d\nu \int_0^r \frac{\xi d\xi e^{-M_1 \sqrt{\xi^2 + \nu^2}}}{\sqrt{\xi^2 + \nu^2}}, \quad (2.53)$$

что при $r \rightarrow \infty$ дает

$$L_{\text{fund}} = \exp\left(-\frac{V_1^{(np)}(\infty)}{2T}\right), \quad V_1^{(np)}(\infty) = \frac{A_1}{M_1^2} \left[1 - \frac{T}{M_1}(1 - e^{-M_1/T})\right]. \quad (2.54)$$

Заметим, что, строго говоря, можно непосредственно использовать решеточные перенормированные значения, и мы выберем $L^{\text{ren}}(T)$ из [108], где $L_a^{\text{ren}}(T)$ найдены для различных $SU(3)$ представлений a , а также с хорошей точностью определен масштаб Казимира.

Мы получаем очень хорошее согласие с данными решетки [108] величины $L_{\text{adj}}(T)$ в области $T > T_c$ (см. Рис. 2.2).

Можно сравнить (2.53) и (2.54) с решеточными данными для парной свободной энергии F_1 [115, 116], что задает для $V_1(\infty, T)$ оценку значения $V_1(\infty, T_c) \approx 0.5$ ГэВ (с точностью 10 %), которое уменьшается с ростом T . Мы, таким образом, аппроксимируем $V_1^F(\infty, T)$ как полученное из F_1 :

$$V_1^F(\infty, T) = \frac{0.175 \text{ GeV}}{1.35 \frac{T}{T_c} - 1} \quad (T \geq T_c). \quad (2.55)$$

При этом следует отметить особым образом, как это было сделано и в [35], разницу между величиной $V_1(r, T)$ и величиной $F_1(r, T)$, измеренной на решетке, которая заключается в следующем:

$$e^{-F_1(r, T)/T} = \sum_n e^{-E_n(r, T)/T}, \quad (2.56)$$

и $E_0(r, T)$ может быть связано с $V_1(r, T)$, а более высокие по n состояния приводят F_1 к меньшим значениям по сравнению с V_1 и, наконец, могут даже сделать F_1 отрицательным при больших T , что и было обнаружено на решетке.

Как видно из (2.53) и (2.54), V_1 всегда положителен, и поэтому наши L_i , где $i = \text{fund}, \text{adj}$, меньше 1, тогда как $L_i^{(\text{lat})}$ может превышать единицу при больших T . Для учета разности V_1 и F_1 можно использовать иную форму

$V_1^{(\text{mod})}(\infty, T)$, где $V_1^{(\text{mod})} > F_1$, а именно:

$$V_1^{(\text{mod})}(\infty, T) = \frac{0.13 \text{ GeV}}{T/T_c - 0.84}. \quad (2.57)$$

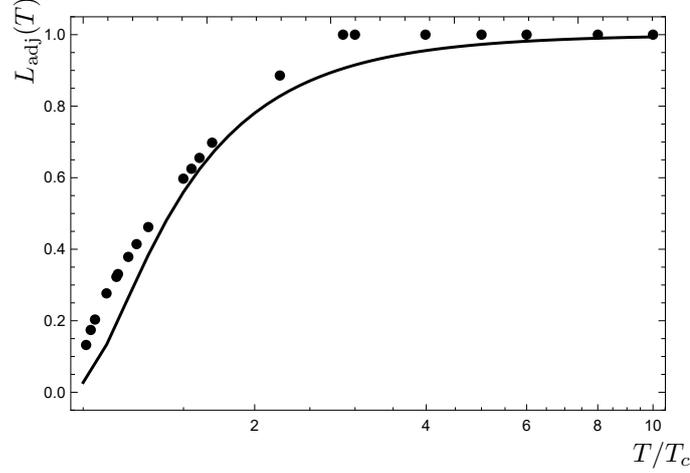


Рис. 2.2: Линия Полякова $L_{\text{adj}}(T)$: сплошная линия $L_{\text{adj}}^{(\text{mod})}(T)$ получена из уравнений (2.57) и (2.58), а черные точки взяты из [108] при $N_\tau = 4$.

На Рис. 2.2 представлены как решеточные данные для $L_{\text{adj}}(T)$, взятые из [108], так и наши модифицированные $L_{\text{adj}}^{(\text{mod})}(T)$, рассчитанные как

$$L_{\text{adj}}^{(\text{mod})}(T) = \exp\left(-\frac{9V_1^{(\text{mod})}(\infty, T)}{8T}\right). \quad (2.58)$$

Мы видим разумное согласие между двумя линиями, удовлетворяющими требуемому соотношению $L_{\text{adj}}^{(\text{mod})}(T) \lesssim L_{\text{adj}}^{(\text{lat})}(T)$. Еще раз подчеркнем, что форма (2.58) используется далее в наших расчетах всех термодинамических функций.

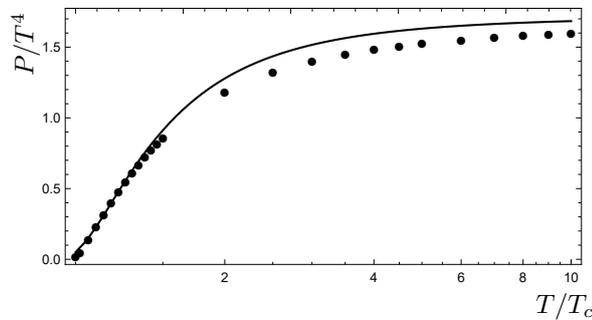


Рис. 2.3: Давление $P(T)/T^4$ в теории $SU(3)$ в фазе деконфайнмента. Сплошная линия – для модифицированного осцилляторного конфайнмента, ур. (2.48), а черные точки – для решеточных данных [34].

Итоговое давление $P_{gl}(T)$ для $T \geq T_c$ показано на Рис. 2.3. Видно, что использование $L_{\text{adj}}^{(\text{mod})}(T)$ из соотношений (2.57), (2.58) и магнитного конфайнмента (2.48) дает разумное согласие с данными на решетке $SU(3)$ из [34].

2.5 Фаза конфайнмента

Теперь перейдем к рассмотрению глюонной фазы конфайнмента, состоящей из двух глюоболов, трех глюоболов и i -го числа глюоболов, которые могут быть вычислены аналитически через $\sigma^{(E)}$ [117, 118]. Соответствующее давление газа невзаимодействующих для i -го числа глюоболов с массой m_i равно [119]

$$P_{gb}^{(i)} = \frac{g_i T^2}{2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m_i^2}{n^2} K_2\left(\frac{nm_i}{T}\right), \quad (2.59)$$

где g_i – мультиплетность i -го числа глюоболов. В (2.20) мы пренебрегли вкладом возможных реальных (или виртуальных) продуктов распада глюоболов, а также взаимодействием между ними, которое исчезает в пределе больших N_c .

Полное давление, P_{conf} , для $SU(3)$ дается суммой по всем глюоболом (2.59), а именно

$$P_{\text{conf}} = \sum_i P_{gb}^{(i)}. \quad (2.60)$$

Ситуация здесь зависит от спектра низших глюонов, который был неоднократно обнаружен на решетке [120, 121, 122], а также аналитически в рамках нашего МВПК [117, 118], см. Табл. 2.1, где показано замечательное согласие почти для всех состояний. Можно ожидать, что суммарный вклад возбужденных глюоболов может быть значительным в области вблизи T_c , и возникает вопрос, как аппроксимировать асимптотическое поведение спектра.

Наиболее подробный решеточный анализ термодинамики $SU(3)$, проведенный в работе [34], показывает, что, например, аномалия следа ниже и вблизи T_c описывается комбинацией вкладов глюоболов и Хагедорна [123] (см. Рис. 3 и Рис. 4 в [34]). В анализе глюодинамики $SU(2)$ и $SU(3)$ в [48] было найдено поразительное согласие с вкладом соответствующих глюоболов и спектром Хагедорна.

При точном анализе плотности энтропии s в [124] было обнаружено,

что 0^{++} и 2^{++} глоболы дают вклад в s/T^3 менее 25 % при $T = T_c$, и только комбинация глоболов с массой менее $2M_0$ (двухчастичный порог) и спектра Хагедорна соответствует данным на решетке. Однако в термодинамике $n_f = 2 + 1$ спектр Хагедорна не используется, а вместо него из экспериментального спектра учитывается от одной тысячи до примерно двух тысяч состояний. Поэтому проблема асимптотически высоких состояний требует более детального рассмотрения.

Также обратим внимание на другой возможный источник «усиления» адронного давления – возможную температурную модификацию адронных масс. Поэтому мы обратимся к другому объяснению сильно растущего вклада глоболов в P_{conf} вблизи T_c . На решетке неоднократно было обнаружено (см., например, [18, 52, 53, 106] и [107]), что натяжение струны σ_E начинает зависеть от T в области $0.7T_c \leq T \leq T_c$ и стремится к значению $\sigma_E(T_c)$, которое находится в области $0.2\sigma_0 \leq \sigma_E(T_c) \leq 0.5\sigma_0$. Здесь $\sigma_0 = \sigma_E(T = 0)$. При этом следует учитывать, что теория КХД с безмассовыми кварками и глюонами имеет единственный масштабный параметр, который можно выбрать как σ , и все спектры тогда могут быть определены в терминах σ как $m_i = \gamma_i \sigma$, где γ – числа (важно, что и Λ_{QCD} , входящие в α_s , могут быть определены в терминах σ , как было показано численно в первых ссылках в работах [93, 94, 95]). Этот факт также подтверждается аналитическими расчетами в [117, 118], где все массы глоболов выражены в терминах σ , что находится в хорошем согласии с численными данными на решетке, как видно из Табл. 2.1. Поэтому, если $\sigma = \sigma(T)$ убывает с T , то физически ясно, что массы глоболов уменьшаются как $m_i(T) = a(T)m_i(0)$, где $a(T) = \sqrt{\frac{\sigma_E(T)}{\sigma_0}}$.

В результате в (2.59) получается явное «усиление» давления глоболов. Действительно, записав $a(T)$ в виде

$$a(T) = \sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c + b}\right)^2}, \quad (2.61)$$

получаем давление P_{conf} в (2.60) для 12 и 2 низших глоболов, см. Рис. 2.4.

На Рис. 2.4 можно видеть итоговое значение $P_{\text{conf}}(T)$ как функции от T в сравнении с данными решетки [34] для двух случаев: (1) когда мы рассматриваем только два глобола 0^{++} и 2^{++} , и (2) когда мы рассматриваем 12 низших состояний с $a(T)$ (2.61) и $b = 0.15 T_c$. Во втором случае

Таблица 2.1: Массы глюболов, полученные с помощью МВПК в сравнении с данными на решетке.

J^{PC}	$M(\Gamma\text{эВ})$	Решетки		
		См. [117, 118]	См. [120]	См. [121]
0^{++}	1.58	1.710(50)(80)	1.73 ± 0.13	1.54 ± 0.038
0^{++*}	2.71		2.67 ± 0.31	2.79 ± 0.15
2^{++}	2.59	2.39	2.40 ± 0.13	2.19 ± 0.07
2^{++*}	3.73		3.29 ± 0.16	2.85 ± 0.31
0^{-+}	2.56	2.56	2.59 ± 0.17	2.10 ± 0.24
0^{-+*}	3.77		3.64 ± 0.24	
2^{-+}	3.03	3.04	3.1 ± 0.18	2.99 ± 0.27
2^{-+*}	4.15		3.89 ± 0.23	
3^{++}	3.58	3.67	3.69 ± 0.22	
1^{--}	3.49	3.83	3.85 ± 0.24	
2^{--}	3.71	4.01	3.93 ± 0.23	
3^{--}	4.03	4.20	4.13 ± 0.29	

наблюдается очень хорошее согласие $P_{\text{conf}}(T)$ с решеточными данными из [34] для выбранного значения b . Можно сравнить полученную нами динамику отношения $\sigma(T)/\sigma_0$ с решеточными измерениями затухания конфайнмента в [18, 52, 53, 106, 107], которые также показывают очень разумное согласие. В качестве такого примера на Рис. 2.5 мы приводим нашу $\sigma(T)$ вместе с численными данными решетки $48^3 \times 12$ из [52, 53].

Таким образом, мы действительно приходим к выводу, что нет необходимости использовать механизм Хагедорна для объяснения поведения давления P_{conf} вблизи T_c .

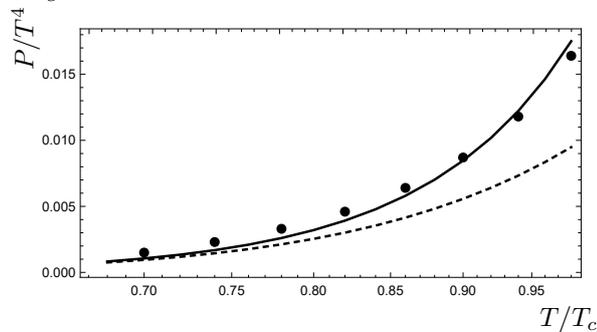


Рис. 2.4: Давление в фазе конфайнмента. Пунктирная линия – для двух самых низших глюболов (0^{++} и 2^{++}), сплошная линия – для 12 глюболов, соответственно. Черные точки соответствуют решеточным данным из [34].

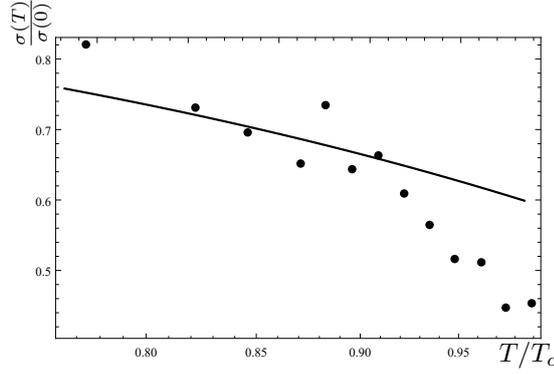


Рис. 2.5: Сплошная линия – для натяжения струны $\sigma(T)/\sigma(0)$, рассчитанного из уравнения (2.61), а черные точки соответствуют решеточным данным [52, 53].

2.6 Результаты для $SU(3)$ фазового перехода и аномалии следа

В этом разделе мы даем развернутое объяснение нашим результатам для фаз конфайнмента и деконфайнмента в целом. Мы также рассчитаем аномалию следа тензора энергии-импульса $\frac{I(T)}{T^4} = \frac{\varepsilon - 3P}{T^4}$ и плотность энтропии $s(T) = \left(\frac{dP(T)}{dT}\right) \frac{1}{T^3}$.

Мы вычисляем $P_{gl}(T)$, как в (2.48), с учетом петель Полякова $L_{adj}(T)$, приведенных в (2.57), (2.58) и ЦМ-конфайнмента (2.48). Также мы сравниваем наши значения $P_{gl}(T)$ и соответствующие решеточные значения из [34] на Рис. 2.3 и снова наблюдаем хорошее согласие в интервале температур $T_c \leq T \leq 10 T_c$. Для P_{conf} используются уравнения (2.59) и (2.60) с массами $m_i(T) = a(T)m_i(0)$, где $a(T)$ задано в (2.61), а массы $m_i(0)$ в Табл. 2.1, первый столбец.

В P_{conf} (как мы обсуждали в предыдущем разделе) мы рассматриваем два случая с различным числом глоболов, равным (а) 2 и (б) 12, а $a(T)$ задано в (2.61). Все эти аналитические результаты приведены на Рис. 2.4 в сравнении с решеточными данными из [34].

Мы используем условие фазового перехода, которое можно записать следующим образом:

$$P_{gl}(T_c) = P_{conf}(T_c), \quad (2.62)$$

что дает $T_c \simeq 260$ МэВ, как показано на Рис. 2.6. Это полностью согласуется с решеточными данными из [34] и [73, 74, 75, 76, 77].

Важной мерой взаимодействия является т.н. аномалия следа, которую мы вычисляем аналитически как $I(T) = \varepsilon - 3p$ в области ниже T_c на Рис. 2.7,

а также в области выше T_c на Рис. 2.8. Результаты для $\frac{I(T)}{T^4}$ традиционно сравниваются с решеточными данными из [34] и демонстрируют очень хорошее согласие.

В качестве следующего шага мы найдем $I_<(T_c)$ для фазы конфайнмента и, соответственно, $I_>(T_c)$ для фазы деконфайнмента, и вычислим разность $\frac{\Delta I(T_c)}{T^4} = \frac{I_>(T_c)}{T^4} - \frac{I_<(T_c)}{T^4}$, которая для $T_c = 0.260$ ГэВ равна $\frac{\Delta I(T_c)}{T^4} = 0.61$, а $\frac{\Delta \varepsilon(T_c)}{T^4} = 0.66$. Полученное значение можно сравнить с решеточными данными из [125], $\frac{\Delta(\varepsilon-3P)}{T_c^4} = 0.6223 \pm 0.056$, тогда как в [124] было получено $\frac{\Delta(\varepsilon-3P)}{T_c^4} = 1.39(4)(5)$. Это последнее значение очень близко к результатам, полученным в работах [73] и [126].

Теперь перейдем к рассмотрению поведения $I(T)$ для $T > T_c$, где в решеточных данных [34] обнаружилось интересное «плечо» в зависимости $\frac{I(T)}{T^2 T_c^2}$ в диапазоне $T_c \leq T \leq 4T_c$. В следующей главе (см. [A1]) будет показано, что оно имеет чисто непертурбативное происхождение и объясняется $1/T^2$ поведением $L(T)$. Можно видеть, что наши аналитические результаты находятся в разумном согласии с решеточными данными для $\frac{I(T)}{T^4}$ и $\frac{I(T)}{T^2 T_c^2}$ на Рис. 2.8 и Рис. 2.9.

Наконец, на Рис. 2.10 показана плотность энтропии $\frac{s(T)}{T^3}$ в полном согласии с решеточными данными из [34].

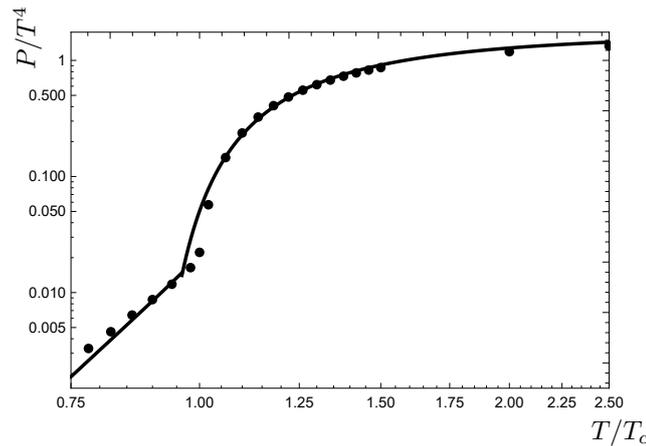


Рис. 2.6: Давление в фазах деконфайнмента и конфайнмента в теории $SU(3)$. Черные точки соответствуют решеточным данным [34].

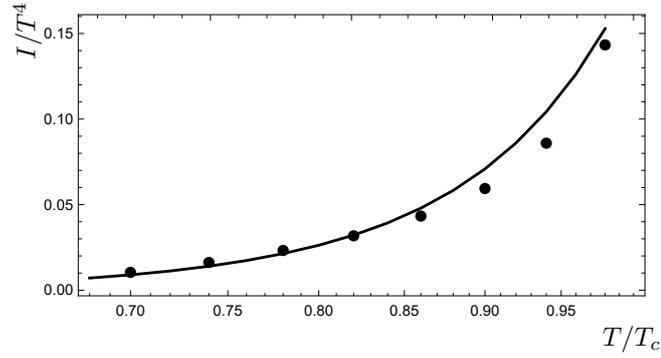


Рис. 2.7: Аномалия следа в фазе конфайнмента – черные точки соответствуют решеточным данным [34].

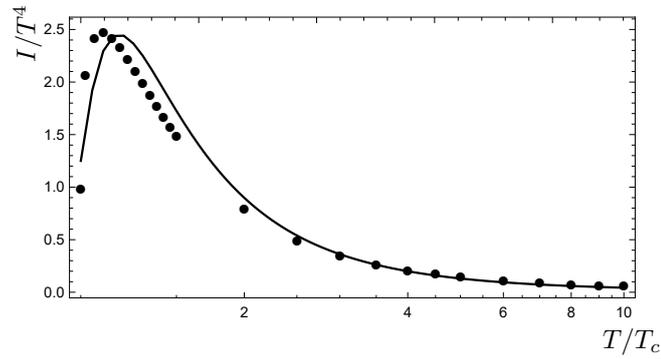


Рис. 2.8: Аномалия следа в фазе деконфайнмента – черные точки соответствуют решеточным данным [34].

2.7 Результаты и обсуждение

В данной главе (см. [A2]) мы использовали стандартные определения давления $P(T)$ и других термодинамических характеристик как ниже, так и выше T_c , исключая из $P(T)$ вакуумные вклады $\Delta\varepsilon_{vac} V_3$, как это было сделано в предыдущих работах [36, 37, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66]. Это позволило нам провести прямое сравнение наших аналитических и численных результатов с другими подходами и прежде всего с численными результатами решеточных расчетов. Мы использовали точные решеточные данные [34] для $P(T)$, $I(T)$ и $s(T)$ для сравнения с нашими результатами – в итоге достигнутое согласие с соответствующими данными было либо хорошим, либо очень хорошим.

Мы следовали подходу, в рамках которого мы явно определили две фазы с двумя различными динамиками: (1) фаза с ЦЭ- и ЦМ-конфайментами и корреляторами соответственно, а также подавленными линиями Полякова, и (2) фаза деконфайнмента с ЦМ-конфайнментом и корреляторами вместе с «восстановленными» линиями Полякова.

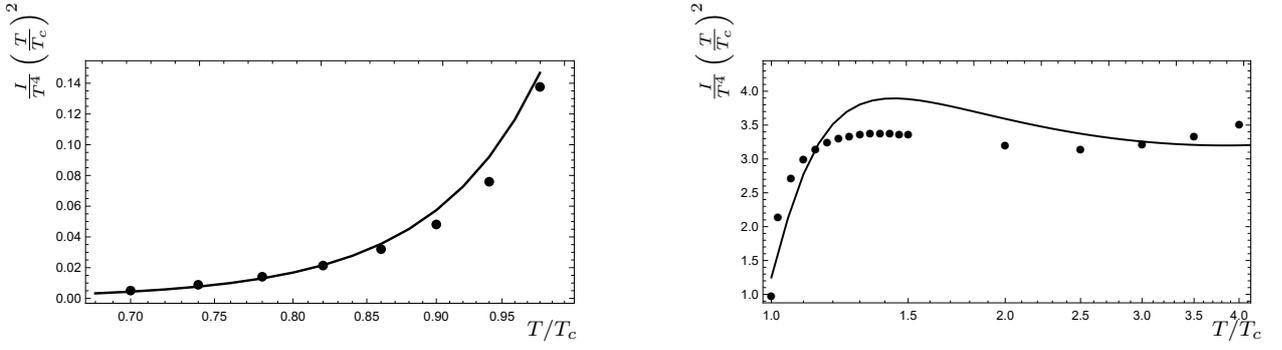


Рис. 2.9: Аномалия следа, умноженная на $(T/T_c)^2$ в фазе конфайнмента, представлена слева, а в фазе деконфайнмента – справа. Черные точки соответствуют решеточным данным [34].

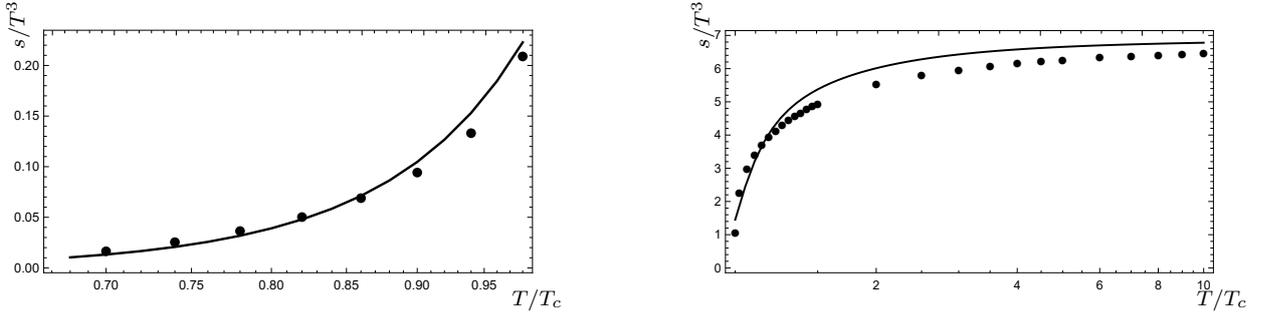


Рис. 2.10: Так же как и на Рис. 2.9, но уже для плотности энтропии.

Мы использовали связывающее взаимодействие, полученное нами явно и проверенное численно, для расчета наименьших масс глюболов в хорошем согласии с решеточными данными, для нахождения $P_{\text{conf}}(T)$. При этом мы применили принцип переменного вакуума, позволяющий подавить вакуумный вклад в общую динамику (например, натяжение струны $\sigma(T)$), если это приводило к возрастанию $P(T)$. Таким образом, $\sigma(T)$ уменьшается для $T \gtrsim 0.7T_c$, делая массы глюболов более легкими и увеличивая $P(T)$ в полном соответствии с численными решеточными данными из [34].

Влияние температурной зависимости натяжения струны $\sigma(T)$ хорошо известно из многочисленных решеточных измерений (см. например, [18, 52, 53, 106]), которые полностью подтверждают упомянутый выше принцип.

Сравнение наших кривых для $\sigma(T)$ с решеточными данными из [18, 52, 53, 106] на Рис. 2.5 показывает качественное согласие. Это в итоге позволило отказаться от использования популярного механизма Хагедорна, который, как мы уже подчеркивали, в нашем случае не вполне обоснован. Более того, этот механизм не используется в случае $n_f > 0$.

Однако наше выражение, которое задает подавление натяжения струны,

ур. (2.59), получено фитированием. Оно действительно качественно согласуется с решеточными данными, как показано на Рис. 2.5, но должно быть в итоге получено строго аналитически, и это запланировано на будущее.

Для случая $T > T_c$ мы используем два основных динамических эффекта – петли Полякова $L_{\text{adj}}(T)$, которые, как показано, входят линейно в $P(T)$, и ЦМ-конфайнмент, приводящий к появлению ЦМ экранирующей массы и уменьшению давления от верхнего предела закона Стефана – Больцмана. При этом мы используем несколько большую массу Дебая, $M_0 \simeq 2m_D \simeq 4\sqrt{\sigma_s}$, однако результаты для правильного значения m_D отличаются в итоге незначительно. Для линий Полякова $L_{\text{adj}}(T)$ мы используем уравнения (2.57) и (2.58), которые максимально близки как к полученным ранее аналитическим выражениям (2.54) и (2.55), так и к решеточным данным из [108].

Таким образом мы и получили все заявленные результаты для $P(T)$, $I(T)$ и $s(T)$, которые приведены на Рис. 2.4-2.10, и они демонстрируют хорошее согласие с решетками [34]. То же самое справедливо и для значения $T_c \simeq 260$ МэВ, найденного из Рис. 2.6. Подводя итог, можно сказать, что рассмотренная в этой главе динамика конфайнмента и деконфайнмента подтверждается независимыми численными данными и может быть использована для дальнейшего развития нашего подхода (что и будет продемонстрировано в дальнейших работах по теме) в применении к реальной КХД ($n_f = 2 + 1$), а также к интересным случаям $n_f = 2$ и произвольного N_c .

2.A Преобразование потенциала V_1 в области конфайнмента

Как было показано в (2.5), мгновенное взаимодействие $q\bar{q}$ может быть записано как

$$V_{q\bar{q}}(r) = V_{\text{lin}}(r) + \bar{V}_{\text{sat}}(r), \quad (2.63)$$

где

$$V_{\text{lin}}(r) = 2r \int_0^r d\lambda \int_0^\infty d\nu D^E(\lambda, \nu), \quad (2.64)$$

и насыщенный при больших r потенциал $\bar{V}_{\text{sat}}(r)$ равен

$$\bar{V}_{\text{sat}}(r) = \int_0^r \lambda d\lambda \int_0^\infty d\nu [D_1^E(\lambda, \nu) - 2D^E(\lambda, \nu)]. \quad (2.65)$$

Далее можно показать, что $\bar{V}_{\text{sat}}(r)$ сильно подавлен в области конфайнмента из-за сокращения D_1^E и D^E , а в области деконфайнмента он равен

$$V_1(r) \equiv \int_0^r \lambda d\lambda \int_0^\infty d\nu D_1^E(\lambda, \nu),$$

причем $V_1(r) = V_1^{(np)} + V_1^{\text{pert}}$.

Для этого можно использовать глюонное представление корреляторов D^E и D_1^E , приведенное в работах [93, 94, 95, 98]:

$$D_1^E(x) = \frac{6\alpha_s M_1 \sigma_f}{x} e^{-M_1 x} \equiv \frac{A_1 e^{-M_1 x}}{x}; \quad x = \sqrt{\lambda^2 + \nu^2} \quad (2.66)$$

с

$$\sigma_f = 0.18 \text{ ГэВ}^2, \quad M_1 = 1.4 \text{ ГэВ},$$

$$D^E(x) = \frac{g^4(N_c^2 - 1)}{2} 0.108 \sigma_f^2 e^{-M_2 x}, \quad (2.67)$$

где $M_2 = 1.5 \text{ ГэВ}$ – масса двухглюонного глюама с учетом пертурбативного взаимодействия. В результате интегрирования в (2.65) выражений (2.66) и (2.67) получаем $\bar{V}_{\text{sat}}(\infty)$ в фазе конфайнмента:

$$\bar{V}_{\text{sat}}(\infty) = \frac{A_1}{M_1^2} - \frac{4A_2}{M_2^3} = (0.432 - 0.415) \text{ ГэВ} \cong 17 \text{ МэВ}, \quad (2.68)$$

для $\alpha_s = 0.4$. Можно найти $\bar{V}_{\text{sat}}(r)$ для конечного r в диапазоне $\mathcal{O}(10 \text{ МэВ})$.

3 Динамическая роль петель Полякова в термодинамике КХД

3.1 Введение

Линии Полякова (ЛП) $L_a(T)$, $a = 3; 8; \dots$, играют двойную роль в динамике высокотемпературной квантовой хромодинамики. Во-первых, они служат параметром порядка (см. обзоры [127, 128]), который становится ненулевым выше критической температуры и обозначает отсутствие конфайнмента (например, для линии Полякова в присоединенном представлении в теории $SU(3)$ наблюдается сильный скачок значений ЛП при $T = T_c$ [108]). Во-вторых, как мы подчеркнем ниже, ЛП играют ключевую роль в динамике высокотемпературной КХД в целом. В рамках подхода, основанного на формализме вакуумных полевых корреляторов, это было непосредственно выведено из основного лагранжиана КХД с учетом квадратичных корреляторов глюонного поля [36, 37]. В работах [36, 37] было показано, что свободная энергия пропорциональна L^n при разложении в ряд Мацубару по n . Как будет показано ниже, эта зависимость является ключевой при определении поведения всех термодинамических величин в области $T_c \leq T \lesssim 4T_c$ и является существенной для $T \lesssim 10T_c$. В частности, очень интересное плато $\frac{I(T)}{T^2 T_c^2}$ в $SU(3)$, обнаруженное в работе [34], в значительной степени связано с поведением обратного квадрата $1/T^2$ в $T \frac{\partial}{\partial T} L_{\text{adj}}(T)$.

В других подходах к динамике высокотемпературной КХД роль линии Полякова также учитывалась различными путями, например, в матричных моделях ЛП [129] и в модели PNJL [130, 131, 132], введением дополнительного потенциала $V(L, L^+)$ в лагранжиан, см. обзор [133].

Переходя к более детальному рассмотрению задачи, вспомним как выглядит квадратичный коррелятор глюонного поля, выраженный через два

цветоэлектрических члена D^E и D_1^E (см. [7]):

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\mu\nu\lambda\sigma}(x, y) &\equiv g^2 \text{Tr}_a \langle F_\mu(x) \Phi F_{\lambda\sigma}(y) \Phi \rangle = \\ &= c_a \left\{ (\delta_{\mu\sigma} \delta_{\nu\lambda} - \delta_{\mu\lambda} \delta_{\nu\sigma}) D(x - y) + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x_\mu} (x_\lambda \delta_{\nu\sigma} - x_\sigma \delta_{\nu\lambda}) + (\mu\lambda \leftrightarrow \nu\sigma) \right] D_1(x - y) \right\}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Также запишем результирующие непертурбативное и пертурбативное взаимодействия между цветовыми объектами в представлении a в виде [7]

$$\begin{aligned} V_a(r) &= c_a \left\{ 2 \int_0^r (r - \lambda) d\lambda \int_0^\infty d\nu D^E(\lambda, \nu) + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^r \lambda d\lambda \int_0^\infty d\nu D_1^E(\lambda, \nu) \right\} = \\ &= c_a \{ V_{\text{conf}}(r) + V_1(r) \}, \quad c_3 = 1, \quad c_8 = \frac{9}{4}, \dots \end{aligned} \quad (3.2)$$

В фазе деконфайнмента ($V_{\text{conf}} = 0$) $V_1(r)$ обладает важным свойством – $V_1(\infty) = \text{const}$, из которого следует, что каждый деконфинированный глюон (или кварк) забирает с собой часть энергии $\frac{c_a}{2} V_1(\infty)$. Важно отметить, что этот член появляется в глюонном давлении в выражении для экспоненты, $\exp\left(-c_a \frac{V_1(\infty)}{2T}\right)$, как следует из континуального интеграла для (2.12) [36, 37]:

$$P_{gl} = (N_c^2 - 1) \int_0^\infty \frac{ds}{s} \sum_n G^{(n)}(s), \quad (3.3)$$

где $G^{(n)}(s)$ – континуальный интеграл по контуру C_n , где вся зависимость от калибровочных полей будет входить следующим образом:

$$\begin{aligned} G^{(n)}(s) &\sim \left\langle \exp \left[ig \int_{C_n} dz_\mu A_\mu \right] \right\rangle = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_{S_n} d\sigma_{\mu\nu}(u) \times \right. \\ &\quad \left. \times \int_{S_n} d\sigma_{\lambda\sigma}(u) \langle F_{\mu\nu} \Phi F_{\lambda\sigma} \Phi \rangle + \mathcal{O}(F^4) \right]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Подстановка полевого коррелятора (3.1) в (3.4) в точности дает интеграл

$$J(T, r) = \exp \left[-\frac{c_a}{2} \int_0^{1/T} dt_E V_1(r, T) \right] = \exp \left[-\frac{c_a}{2T} V_1(r, T) \right]. \quad (3.5)$$

Следуя [35], удобно выделить из $V_1(r, T)$ предел больших расстояний $V_1(\infty, T)$, оставив для учета в качестве поправки сумму притягивающих взаимодействий $\Delta V_1 = V_1(r, T) - V_1(\infty, T)$ и перенормированного пертурбативного взаимодействия $V_1^C(r, T)$. В результате в ведущем приближении функция $J(T, r)$ в (3.5) приобретает множитель $J(T, \infty)$, входящий в $G^{(n)}(s)$ и $P_{gl}(T)$, который мы и называем линией Полякова $L_a(T)$ (см. ур.(2.15)):

$$L_a(T) = \exp \left[-\frac{c_a}{2} \frac{V_1(\infty, T)}{T} \right], \quad (3.6)$$

$$G^{(n)}(s) = \frac{1}{\sqrt{4\pi s}} e^{-\frac{n^2}{4sT^2}} G_3(s) L_8^n(T), \quad (3.7)$$

и $G_3(s)$ – 3D интеграл по траекториям по 3D части петли C_n :

$$G_3(s) = \int (D^3 z)_{xx} e^{-K_{3D}} \langle W_3 \rangle \quad (3.8)$$

Здесь 3D спроектированная петля Вильсона $\langle W_3 \rangle$ удовлетворяет закону площадей (см. ур.(2.12)) с цветомагнитным натяжением струны σ_s и 3D площадкой A_3 :

$$\langle W_3 \rangle = \exp[-\sigma_s A_3]. \quad (3.9)$$

В работе [35] $G_3(s)$ вычислялась в приближении, когда $\sigma_s = 0$, и в результате было получено, что $G_3(s) = \frac{1}{(4\pi s)^{3/2}}$, и

$$\begin{aligned} P_{gl}^{(0)} &= \frac{2(N_c^2 - 1)}{\pi^2} T^4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} L_8^n = \\ &= \frac{2(N_c^2 - 1)}{\pi^2} T^4 \text{Li}_4(L_8), \end{aligned} \quad (3.10)$$

что при $L_8 = 1$ приводит к результату Стефана – Больцмана $P_{gl}^{(SB)} = \frac{(N_c^2 - 1)\pi T^4}{45}$ и определяет асимптотическое поведение P_{gl} , когда V_1 убывает при больших T . Отметим несколько важных моментов в нашем определении ЛП $L_a(T)$:

- $L_a(T)$ автоматически удовлетворяет закону масштабирования Казимира благодаря коэффициенту c_a в (3.2), причем масштаб подтверждается данными на решетках [108, 134].
- В корреляторе $P(\mathbf{x} - \mathbf{y})$ двух петель Полякова, изученном в [35], получен тот же вид, что и в (3.4), когда петли $(S_n, S_n) \rightarrow (S_n, S'_n)$ относятся к двум различным петлям на расстоянии $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ друг от друга, и получается тот же вид, что и в [135, 136]:

$$P(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = \frac{1}{N_c^2} \cdot \exp \left[-\frac{\tilde{F}_1(r, T)}{T} \right] + \frac{N_c^2 - 1}{N_c^2} \cdot \exp \left[-\frac{\tilde{F}_8(r, T)}{T} \right], \quad (3.11)$$

где, например, $\tilde{F}_1(r, T) = c_a \{V_1(r, T) + V_{\text{conf}}(r, T)\}$. В результате $P(r)$ исчезает в фазе конфайнмента для $r \rightarrow \infty$ и в этом пределе в фазе деконфайнмента является произведением двух петель Полякова, как и должно быть. Из этого вывода также следует, что петля Полякова входит в $P_{gl}^{(0)}$ (см. уравнение (3.10)) в том приближении, когда взаимодействие $V_1(r, T)$ между соседними глюонами заменяется на $V_1(\infty, T)$.

- Определение (3.6) линии Полякова возникает из-за вакуумного среднего глюонного поля (см. уравнение (3.1)), что, очевидно, нарушает симметрию $Z(3)$.

3.2 Цветомагнитное взаимодействие

Как уже было сказано ранее, результирующее глюонное давление P_{gl} (напомним ур.(2.17)) в самом простом приближении задается как

$$P_{gl} = \frac{(N_c^2 - 1)}{\sqrt{4\pi}} \int_0^\infty \frac{ds}{s^{3/2}} \times \sum_{n=1,2,\dots} e^{-\frac{n^2}{4sT^2}} G_3(s) L_8^{(n)}(T), \quad (3.12)$$

и первостепенной задачей является нахождение необходимой информации о линии Полякова. Она может быть получена из нескольких источников:

1. Из решеточных данных по корреляторам $D_1(x)$ (см. [110, 137, 138]), где было установлено, что коррелятор $D_1(x)$, в отличие от $D(x)$, не исчезает выше T_c , а распадается как $\exp[-M|x|]$ с $M = \mathcal{O}(1 \text{ ГэВ})$. Соответствующие значения $V_1(R, T)$ были вычислены из D_1 в интервале $1.007 \leq T/T_c \leq 1.261$ в [139], однако с недостаточной для наших задач точностью.
2. Из представления глюолампа $D_1(x)$ из работ [98] и [35] следует выражение (2.49), где непертурбативная часть V_1 может быть представлена в виде

$$V_1^{(np)}(\infty, T) = \frac{d}{M_1} \left[1 - \frac{T}{M_1} \left(1 - e^{-M_1/T} \right) \right], \quad (3.13)$$

$$d = 0.432 \text{ ГэВ}^2, \quad M_1 = 0.69 \text{ ГэВ}.$$

Эта форма согласуется с решеточными данными [140] и может быть использована для определения $L_a(T)$, по крайней мере, при $T < 2T_c$.

3. Из свободных энергий $F_i(r, T)$, полученных из ЛП-коррелятора [135, 136, 140], имеющих тот же вид, что и в (3.11) с заменой \tilde{F}_i на F_i . Из этой замены следует, как было указано в [35], что решеточный вариант $V_1(r, T)$ – это синглетная свободная энергия $F_1(r, T)$, которая является усредненной величиной по всем возбужденным состояниям, что приводит к неравенству $F_1(r, T) < V_1(r, T)$. В результате в (3.6) получается $L_a(T)$, удовлетворяющая условию $L_a(T) < L_a^{(\text{lat})}(T)$, где $L_a^{(\text{lat})}(T)$ вычисляется на решетке с помощью $F_1(\infty, T)$. В частности, $F_1(\infty, T)$ начинает принимать отрицательные значения при $T > 2T_c$, что дает $L_a^{(\text{lat})}(T) > 1$, тогда как в нашем случае при всех T $L_a(T) < 1$. В дальнейшем мы будем использовать форму $V_1(T)$, которая близка к выражениям из [36, 37], а полученное значение $L_a(T)$ будет достаточно близким к данным решетки из [108] для $T \leq 2T_c$, а именно:

$$V_1(\infty, T) = \frac{0.13 \text{ ГэВ}}{T/T_c - 0.84}. \quad (3.14)$$

3.3 Нахождение глюонного давления

В предыдущем разделе мы не учитывали цветомагнитное взаимодействие (ЦМ), содержащееся в $G_3(s)$ в (3.12). Для учета ЦМ-эффектов необходимо вычислить $G_3(s)$ в (3.8), где $K_{3D} = \frac{1}{4} \int_0^s \sum_{i=1}^3 \left(\frac{dz_i}{d\tau} \right)^2 d\tau$. Как видно из (3.8), необходимо оценить глюонную петлю в 3D, покрытую удерживающей пленкой с натяжением струны $\sigma_s(T)$. Используя тот же метод, что и в работах [112, 113], можно вычислить $G_3(s)$ (см. ур.(2.35)) с помощью 2D глюон-глюонных связанных состояний с массами $M_\nu = 4\omega_\nu^{(0)}$, где $\omega_\nu^{(0)} = \frac{3}{2} \left(\frac{a_\nu}{3} \right)^{3/4} \sqrt{\sigma(T)}$, $\nu = 0, 1, 2, \dots$, $a_0 = 1.74$, а точнее

$$G_3(s) = \frac{1}{\sqrt{\pi s}} \sum_{\nu=0,1,\dots} \varphi_\nu^2(0) e^{-M_\nu \omega_\nu^{(0)} s}, \quad (3.15)$$

где $\varphi_\nu(0)$ – двумерная волновая функция в начале координат. Мы рассматриваем $\varphi_\nu^2(0) = c_\nu \sigma_s(T)$ в динамике, причем c_ν – константа. Более того, $M_\nu \omega_\nu^{(0)} \cong 4\sigma_s(T) \approx m_D^2(T)$, где $m_D(T)$ – непертурбативная экранирующая масса Дебая, которая была получена в [112, 113] в полном согласии с решеточными данными [141]. Таким образом, взяв первый член в (2.35) с $\nu = 0$, получаем $G_3^{\min}(s) = \frac{1}{\sqrt{\pi s}} c_0 \sigma_s e^{-m_D^2 s}$ и, подставив это в (3.12), имеем выражение (ср. с ур. (2.41))

$$P_{gl}^{\min}(T) = \frac{(N_c^2 - 1) c_0 \sigma_s m_D T}{2\pi^2} \times \sum_{n=1,2,\dots} \frac{1}{n} K_1 \left(\frac{n m_D}{T} \right) L_8^n. \quad (3.16)$$

В работах [114, 142] было показано, что

$$\sqrt{\sigma_s(T)} = c_\sigma g^2(T) T. \quad (3.17)$$

Там было использовано двухпетлевое выражение для $g^2(T)$:

$$g^{-2}(T) = 2b_0 \ln \frac{T}{\Lambda_\sigma} + \frac{b_1}{b_0} \ln \left(2 \ln \frac{T}{\Lambda_\sigma} \right), \quad (3.18)$$

$$b_0 = \frac{11N_c}{48\pi^2}, \quad b_1 = \frac{34}{3} \left(\frac{N_c}{16\pi^2} \right)^2.$$

Константы c_σ и Λ_σ определялись с помощью двухпараметрического приближения к решеточным результатам. Для калибровочной теории $SU(3)$ $c_\sigma = 0.566 \pm 0.013$, $\Lambda_\sigma = (0.104 \pm 0.009)T_c$ [114, 142].

При больших T натяжение струны $\sigma_s(T)$ ведет себя как $c_\sigma^2 \cdot g^4(T) \cdot T^2$, где $g^2(T)$ имеет порядок $\mathcal{O}\left(\ln^{-1} \frac{T}{\Lambda_\sigma}\right)$ (однако c_σ является непертурбативным количеством [14]), и в результате $P_{gl}^{\min}(T)/T^4 \sim \mathcal{O}\left(\ln^{-2} \frac{T}{\Lambda_\sigma}\right)$. Это соответствует примерно 50 %-ному уменьшению P_{gl}^{\min} в интервале от $T = 2T_c$ до $T = 5T_c$, поэтому важно учитывать и высшие состояния в сумме по ν .

Для учета высших состояний удобно использовать осцилляторную форму (из ур. (2.47)) цветомагнитного взаимодействия, и мы сразу получаем удобную аналитическую форму:

$$G_3(s) = \frac{1}{(4\pi s)^{3/2}} \frac{M_0^2}{\text{sh } M_0^2 s}, \quad (3.19)$$

где член $M_0 = \omega$ в самом нижнем возбуждении в потенциале осциллятора, и его можно связать с экранирующей массой $m_D = 2\sqrt{\sigma_s}$ [112, 113].

Подставляя (3.19) в (3.12), получаем окончательное выражение для давления (ср. с (2.46)) с учетом пространственного конфайнмента (в осцилляторной форме):

$$P_{gl}^{(\text{osc})} = \frac{2(N_c^2 - 1)}{(4\pi)^2} \sum_{n=1}^{\infty} L_8^n \int \frac{ds}{s^2} e^{-\frac{n^2}{4sT^2}} \frac{M_0^2}{\text{sh } M_0^2 s}. \quad (3.20)$$

Заметим, что в пределе $M_0^2 \rightarrow \infty$ мы переходим к свободному случаю (см. ур. (3.10)).

Можно также использовать осцилляторную форму для воспроизведения линейного конфайнмента с точностью 5 %. Это соответствует замене в (3.20): $\frac{M_0^2}{\text{sh } M_0^2 s} \rightarrow \frac{1}{s} \left(\frac{M_0^2 s}{\text{sh } M_0^2 s}\right)^{1/2}$. Именно эту модифицированную форму осциллятора мы используем ниже в наших расчетах. Однако конечный результат практически (в пределах нескольких процентов) нечувствителен к этой замене.

3.4 Результаты и обсуждение

Результаты численных расчетов давления в соответствующих приближениях для $P_{gl}^{(0)}(T)$ и $P_{gl}^{(osc)}(T)$ при $L_8(T)$ с использованием (3.14) приведены на Рис. 3.1, где они сравниваются с данными на решетке [34]. Видно явное улучшение результата, когда $\sigma_s(T)$ учитывается в $P_{gl}^{(osc)}(T)$, однако даже $P_{gl}^{(0)}(T)$, где учитывается только $L_8(T)$, является разумным приближением. Это подтверждает наше основное предположение о том, что линии Полякова являются существенным динамическим вкладом, который должен входить в P_{gl} , согласно нашим выводам, в качестве множителя.

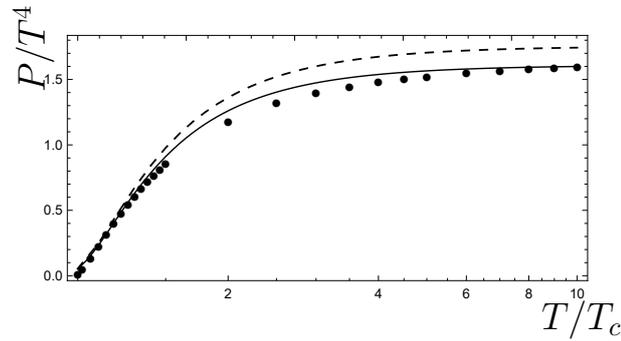


Рис. 3.1: Давление $\frac{P(T)}{T^4}$ в теории $SU(3)$. Пунктирная линия соответствует давлению без магнитного конфайнмента (см. ур. (3.10)). Сплошная линия – для модифицированного осцилляторного конфайнмента, а черные точки – для решеточных данных [34].

Оставляя за рамками нашего текущего обсуждения подробности сравнения, как и энтропии $s(T)$, внутренней энергии $\varepsilon(T)$ и скорости звука $c_s(T)$ (эти вопросы были частично рассмотрены в разделе 2), рассмотрим более подробно аномалию масштаба $I(T) = \varepsilon - 3P$, которую также можно представить следующим образом:

$$\frac{I(T)}{T^4} = T \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{P_{gl}}{T^4} \right) = \frac{\bar{I}(T)}{T^4} + P_{gl}(T) \frac{T \partial L_8}{\partial T}, \quad (3.21)$$

где P_{gl} запишем как $\frac{P_{gl}}{T^4} = P_{gl} L_8(T)$, и

$$\bar{I}(T) = T \frac{\partial P_{gl}}{\partial T} L_8(T).$$

На Рис. 3.2 $\frac{I(T)}{T^4}$ и $\frac{I(T)}{T^4} \left(\frac{T}{T_c} \right)^2$ показаны как функции T в интервале $T_c \leq T \leq 10T_c$. Заметим, что это непертурбативное явление, которое было впервые обнаружено на решетке в [34], хорошо воспроизводится основными свойствами функции

$\frac{\partial L_8(T)}{\partial T}$, которая ведет себя в указанном интервале как $1/T^2$.

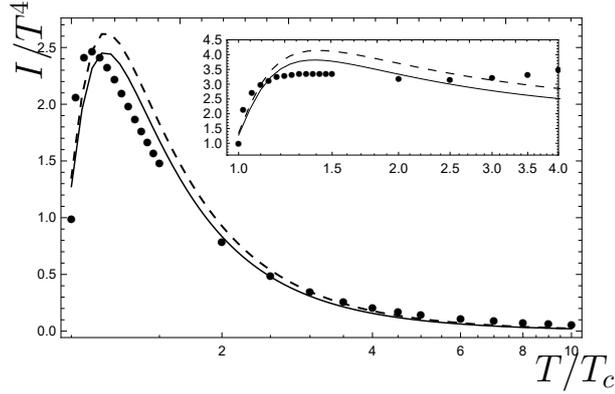


Рис. 3.2: Аномалия следа $\frac{I(T)}{T^4}$. Обозначения те же, что и на Рис. 3.1. В правом верхнем углу приведен график для $\frac{I(T)}{T^4} \left(\frac{T}{T_c}\right)^2$.

Подведем краткий итог. Нашей целью в данном разделе было продемонстрировать динамическую важность петель Полякова в термодинамике КХД в случае $SU(3)$. Мы также явно показали, что ЛП входят в термодинамические потенциалы в качестве коэффициентов и описывают большую часть непертурбативной динамики, что и позволяет объяснить примечательное поведение зависимости $\frac{I(T)}{T^4} \left(\frac{T}{T_c}\right)^2$ на Рис. 3.2.

4 Цветомагнитный конфайнмент в кварк-глюонной термодинамике

4.1 Введение

Идея о существовании новой фазы в квантовой хромодинамике (КХД) выше некоторой критической температуры возникла вскоре после открытия КХД, а именно в работах [56, 55, 143], где были сформулированы основные принципы слабо взаимодействующей кварк-глюонной среды, которая получила название кварк-глюонной плазмы (КГП).

Первые решеточные вычисления [144, 145, 146] в полной мере подтвердили эту идею, и вскоре стало ясно, что для создания КГП в лабораторных условиях можно использовать высокоэнергетические ионные столкновения. С подробностями можно ознакомиться в обзоре [147] и по ссылкам там же.

Последующие исследования КГП на решетках и температурных переходов обнаружили целый ряд неожиданных и сложных свойств поведения КГП, особенно вблизи области перехода [148]. В настоящее время получены высокоточные решеточные данные для $n_f = 2 + 1$ КХД в широкой области температур [38, 150, 151]. Также стоит отметить, что существенный прогресс был достигнут при больших T в рамках теории возмущений (уже упомянутой HTL) [79], где были учтены члены вплоть до $\mathcal{O}(g^6)$.

Однако в области $150 \text{ МэВ} < T < 600 \text{ МэВ}$ именно непертурбативные эффекты являются наиболее важными, и именно они могут быть хорошо учтены в рамках формализма МВПК, что и будет продемонстрировано в данной главе.

Как уже указывалось в предыдущих главах, метод был предложен в работах [6, 7, 8, 30, 31, 33] для изучения КХД-вещества и, соответственно, конфайнмента, где утверждалось, что именно вакуумные глюонные поля (выраженные в форме глюонных вакуумных корреляторов) являются основным источником непертурбативной динамики в КХД при нулевом или ненулевом значениях температуры T . В формализме МВПК конфайнмент следует из ненулевого квадратичного коррелятора $D^E(x - y)$ ЦЭ-полей $E_i^a(x)$, который

создает скалярный линейный потенциал взаимодействия $V_D^{(\text{lin})}(r)$, в то время как корреляторы $D^H(x-y)$ ЦМ-полей $H_i^a(x)$ отвечают за конфайнмент на пространственных поверхностях (см. уравнения (2.1) и (2.2)):

$$\begin{aligned} \frac{g^2}{N_c} \langle\langle \text{Tr } E_i(x) \Phi E_j(y) \Phi^\dagger \rangle\rangle &= \delta_{ij} \left(D^E(u) + D_1^E(u) + u_4^2 \frac{\partial D_1^E}{\partial u^2} \right) + u_i u_j \frac{\partial D_1^E}{\partial u^2}, \\ \frac{g^2}{N_c} \langle\langle \text{Tr } H_i(x) \Phi H_j(y) \Phi^\dagger \rangle\rangle &= \delta_{ij} \left(D^H(u) + D_1^H(u) + \mathbf{u}^2 \frac{\partial D_1^H}{\partial \mathbf{u}^2} \right) - u_i u_j \frac{\partial D_1^H}{\partial u^2}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Удерживающие корреляторы D^E , D^H порождают ненулевые значения ЦЭ- и ЦМ-натяжений струн (см. ур. (2.3)):

$$\sigma^{E(H)} = \frac{1}{2} \int D^{E(H)}(z) d^2 z. \quad (4.2)$$

Вакуумные ЦЭ-корреляторы D^E и D_1^E порождают непертурбативные взаимодействия двух типов (см. уравнения (2.4) и (2.5)): скалярное удерживающее взаимодействие $V_D(R)$ и векторное $V_1(R)$ соответственно:

$$V_D(R) = 2c_a \int_0^r (r-\lambda) d\lambda \int_0^\infty d\nu D^E(\lambda, \nu) = V_D^{(\text{lin})}(r) + V_D^{(\text{sat})}(r), \quad (4.3)$$

$$V_1(r) = c_a \int_0^r \lambda d\lambda \int_0^\infty d\nu D_1^E(\lambda, \nu), \quad \text{где } c_{\text{fund}} = 1, \quad c_{\text{adj}} = 9/4. \quad (4.4)$$

В рамках рассматриваемого нами метода [57, 58, 59, 63] выше некоторой температуры коррелятор D^E , а значит и ЦЭ-конфайнмент, исчезают, а вот ЦМ-вакуумные поля сохраняются.

Наиболее подробно и глубоко непертурбативная теория температурной КХД была изложена в работах [36, 37], где линии Полякова были получены из векторного ЦЭ-потенциала $V_1(r, T)$, порождаемого ЦЭ-полевым коррелятором $D_1^E(x-y)$. Формализм МВПК для КХД при $T > 0$ был применен с целью учета наиболее важных непертурбативных вкладов: векторного ЦЭ-взаимодействия $V_1(r, T)$ при всех T и ЦМ-конфайнмента при $T \geq 170$ МэВ. В работе [14] было показано, что последний подход решает старую проблему Линде, поскольку он дает эффективную массу Дебая КМ и устраняет ИК-расходимости пертурбативной теории, однако оправдывает необходимость суммирования бесконечного ряда диаграмм порядка $\mathcal{O}(g^6)$.

В работах [A1, A2] изучался ЦМ-конфайнмент вместе с точным учетом

линий Полякова в теории $SU(3)$. Полученные значения давления $p(T)$ и аномалии следа $I(T)$ очень хорошо согласовывались с решеточными данными [38].

В данной главе мы применяем тот же подход, рассмотренный в двух предыдущих главах [A1, A2], к анализу КХД-материи с $n_f > 0$ при температурах $T \geq T_0 = 175$ МэВ с учетом точных значений линий Полякова и ЦМ-конфайнмента. В разделе 2 мы разъясняем общий формализм. В разделе 3 рассматриваются понятия ЦМ-конфайнмента и его динамики, получены результирующие формулы для давления $p(T)$ и аномалии следа $I(T)$. В разделе 4 мы определяем потенциал $V_1(r, T)$ и линии Полякова $L(T)$. В разделе 5 приводятся численные результаты и даны их обсуждения.

4.2 Общий формализм

В данном разделе мы даем обзор термодинамики кварков и глюонов в вакуумных фоновых полях (ВФП), сформулированной в [57, 58, 59]. Определим свободную энергию поля для глюонов следующим образом:

$$\begin{aligned} \left\langle F_0^{gl}(B) \right\rangle_B &= -T \int_0^\infty \frac{ds}{s} \xi(s) d^4x (Dz)_{xx}^w e^{-K} \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{2} \text{Tr} \left\langle \tilde{\Phi}_F(x, x) \right\rangle_B - \left\langle \text{Tr} \tilde{\Phi}(x, x) \right\rangle \right\}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Здесь член B_μ относится к ВФП, а K определяется как $K = \frac{1}{4} \int_0^s d\tau \left(\frac{dz_\mu(\tau)}{d\tau} \right)^2$. Функция $\xi(s)$ является регуляризирующим коэффициентом при $s = 0$, и тогда

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_F(x, y) &= P_F P \exp \left[2 i g \int_0^t \hat{F}(z(\tau)) d\tau \right] \times \\ &\times \exp \left[i g \int_y^x \tilde{B}_\mu dz_\mu \right]. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Здесь P_F и P – операторы порядка, \hat{F} – напряженность поля B_μ , а $\tilde{\Phi}(x, y)$ получается из (4.6) при $\hat{F} = 0$. Мера континуального интеграла определяется

как

$$(Dz)_{xy}^w = \lim_{N \rightarrow \infty} \prod_{m=1}^N \frac{d^4 \zeta(m)}{(4\pi\varepsilon)^2} \sum_{n=0, \pm, \dots} \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \times \\ \times \exp \left[ip_\mu \left(\sum_{m=1}^N \zeta(m) - (x-y)_\mu - n\beta\delta_{\mu 4} \right) \right]. \quad (4.7)$$

Как видно из ур. (4.5), здесь вводится глюонная петля в присоединенном представлении, $\text{Tr} \tilde{\Phi}(x, x)$, и именно она далее будет основным объектом нашего пристального рассмотрения. Используя соотношение $P_{gl} V_3 = -\langle F_0(B) \rangle_B$, перепишем (4.5) как

$$P_{gl} = (N_c^2 - 1) \int_0^\infty \frac{ds}{s} \sum_{n \neq 0} G^{(n)}(s), \\ G^{(n)}(s) = \int (Dz)_{on}^w e^{-K} \hat{\text{Tr}}_a \langle W_\sigma(C_n) \rangle. \quad (4.8)$$

Здесь W_σ – петля Вильсона в присоединенном представлении с контуром C_n , а $\hat{\text{Tr}}_a$ – нормированный присоединенный след. Заметим, что мы пока пренебрегаем всеми пертурбативными вкладами, кроме тех, которые возможны внутри глюонной петли.

Перейдем теперь к рассмотрению кваркового вклада, который, согласно [36, 37], может быть записан в форме, аналогичной (4.8):

$$P_q = 2N_c \int_0^\infty \frac{ds}{s} e^{-m_q^2 s} \times \sum_{n=1}^\infty (-)^{n+1} \left\{ S^{(n)}(s) + S^{(-n)}(s) \right\}, \quad (4.9)$$

$$S^{(n)}(s) = \int (Dz)_{on}^w e^{-K} \frac{1}{N_c} \hat{\text{Tr}} \langle W_\sigma(C_n) \rangle. \quad (4.10)$$

На этом этапе важно рассмотреть более детально динамику вакуума при $T \geq T_0$, где основной вклад дают корреляторы D_1^E и D^H . Первый действует на временной поверхности (i4) через взаимодействие $V_1(r, T)$, которое можно записать согласно [35] как

$$V_1(r, T) = \int_0^\beta d\nu (1 - \nu T) \int_0^r \xi d\xi D_1^E(\sqrt{\xi^2 + \nu^2}). \quad (4.11)$$

Выделяя, как и в [A1, A2], постоянный член $V_1(\infty, T)$, получаем в уравнениях (4.8), (4.10) разложение пространства $3D$, в котором действует коррелятор D^H , и временное направление (см. [57, 58, 59, A1, A2]):

$$\begin{aligned} G^{(n)}(s) &= \int (Dz_4)_{on}^w e^{-K_4 - J_n^E} G_3(s), \\ S^{(n)}(s) &= \int (\overline{Dz_4})_{on}^w e^{-K_4 - J_n^E} S_3(s). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Здесь $G_3(s)$, $S_3(s)$ – $3D$ функции Грина для замкнутых контуров.

$$\begin{aligned} G_3(s) &= \int (D^3 z)_{xx} e^{-K_{3D}} \langle \hat{\text{Tr}}_a W_3^a \rangle, \\ S_3(s) &= \int (Dz)_{xx} e^{-K_{3D}} \langle \hat{\text{Tr}}_f W_3^f \rangle. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Как показано в [35], V_1 входит в интеграл J_n^E , а он, в свою очередь, входит в выражение для линии Полякова:

$$\begin{aligned} J_n^E &= \frac{n\beta}{2} \int_0^{n\beta} d\nu \left(1 - \frac{\nu}{n\beta}\right) \times \int_0^\infty \xi d\xi D_1^E(\sqrt{\xi^2 + \nu^2}), \\ L_{\text{adj}}^{(n)} &= \exp\left(-\frac{9}{4} J_n^E\right). \end{aligned} \quad (4.14)$$

Из выражения (4.14) видно, что для $T \lesssim M_{\text{glp}} = 1.5$ ГэВ (массы глюампа) и $n < n^* = \frac{M_{\text{glp}}}{T}$, справедливо $J_n^E \approx nJ_1^E$, и тогда $L_{\text{adj}}^{(n)} \approx (L_{\text{adj}})^n$, $L_{\text{adj}} \equiv L_{\text{adj}}^{(1)}$.

Здесь M_{glp}^{-1} – характерный размер D_1^E , что определялось в [93, 94, 95].

Подставляя (Dz_4) в выражение (4.12), получаем $\int (Dz_4)_{on}^w e^{-K_4} = \frac{1}{\sqrt{4\pi s}} e^{-\frac{n^2 \beta^2}{4s}}$, а отсюда выводим следующую форму для давления глюона [A1]:

$$P_{gl} = \frac{N_c^2 - 1}{\sqrt{4\pi}} \int_0^\infty \frac{ds}{s^{3/2}} G_3(s) \times \sum_{n=\pm 1, \pm 2, \dots} e^{-\frac{n^2}{4T^2 s}} L_{\text{adj}}^{(n)}. \quad (4.15)$$

Аналогичным образом из (4.9)-(4.13) можно определить кварковое давление (с массой кварка m_q) для одного аромата:

$$P_q = \frac{4N_c}{\sqrt{4\pi}} \int_0^\infty \frac{ds}{s^{3/2}} e^{-m_q^2 s} S_3(s) \times \sum_{n=1, 2, \dots} (-)^{n+1} e^{-\frac{n^2}{4T^2 s}} L_{\text{fund}}^{(n)}. \quad (4.16)$$

В следующем разделе мы проанализируем ЦМ-вклады $3D$ петель в $G_3(s)$,

$S_3(s)$.

4.3 Вклад цветомагнитного конфайнмента в $G_3(s)$ и $S_3(s)$

Из уравнения (4.13) следует, что $G_3(s)$ и $S_3(s)$ содержат вклады от петель и в фундаментальном представлении, и в присоединенном соответственно, которые подчиняются известному закону площадей (1.28) $\langle \hat{\text{Tr}}_i W_3 \rangle = \exp[-\sigma_i S(W)]$, где индекс i все также отвечает либо за фундаментальное, либо за присоединенное представления. В выражения для $G_3(s)$ и $S_3(s)$ (4.13) в K_{3D} входит кинетический член, поэтому и $G_3(s)$, и $S_3(s)$ пропорциональны функциям Грина двухцветных зарядов, соединенных запирающей струной из одной точки x на петле в другую точку, произвольно заданную, например, в точку u на той же петле.

Существует два способа учета цветомагнитного конфайнмента, предложенных в [A1]. При осцилляторном взаимодействии между зарядами получаем

$$G_3^{(\text{osc})}(s) = \frac{1}{(4\pi)^{3/2} \sqrt{s}} \frac{M_{\text{adj}}^2}{\text{sh } M_{\text{adj}}^2 s}, \quad (4.17)$$

а выражение для $S_3^{(\text{osc})}(s)$ получаем из (4.17), заменив M_{adj} на M_{fund} . Здесь $M_{\text{adj}} = 2\sqrt{\sigma_s} = m_D(T)$, где $m_D(T)$ – масса Дебая, вычисленная в [112] в хорошем соответствии с решеточными данными [141].

Более адекватную форму выражения мы получаем при замене линейного взаимодействия $\sigma_s r \rightarrow \frac{\sigma_s}{2} \left(\frac{r^2}{\gamma} + \gamma \right)$ и варьировании параметра γ , конструируя подобным образом имитацию линейного взаимодействия с помощью осцилляторного потенциала. Следуя работам [A1, A2], получаем

$$G_3^{\text{lin}}(s) = \frac{1}{(4\pi s)^{3/2}} \left(\frac{M_{\text{adj}}^2 s}{\text{sh } M_{\text{adj}}^2 s} \right)^{1/2}, \quad S_3^{\text{lin}}(s) = G_3^{\text{lin}}(s) \Big|_{M_{\text{adj}} \rightarrow M_{\text{fund}}}, \quad (4.18)$$

$$M_{\text{fund}} = 2.3 \sqrt{\sigma_s(T)}, \quad M_{\text{adj}} = 1.5 M_{\text{fund}} = 3.5 \sqrt{\sigma_s(T)}, \quad (4.19)$$

где мы уже учли, как и в (4.13), что S_3 получается из G_3 заменой петли W_3 в присоединенном представлении на петлю в фундаментальном. Наконец, подставляя выражения (4.18) и (4.19) в (4.15) и (4.16), получаем явно уравнения для P_{gl}^{lin} и P_q^{lin} , содержащие все эффекты ЦМ-конфайнмента, которые мы и

будем обсуждать далее.

4.4 Потенциал V_1 и линии Полякова

В данном разделе изучаются линии Полякова L_i , где i – индекс присоединенного и фундаментального представлений соответственно, и непертурбативное взаимодействие $V_1^{np}(r, T)$, порождаемое ими, как функция температуры. Принципиально важно, что $V_1^{np}(r, T)$ имеет конечный ненулевой предел при больших r , как видно из (4.11), и именно эта величина входит в L_i при не очень больших n :

$$L_i^{(n)} \simeq \exp\left(-c_i n \cdot \frac{V_1^{np}(\infty, T)}{2T}\right), \quad c_{\text{adj}} = \frac{9}{4}, \quad c_{\text{fund}} = 1. \quad (4.20)$$

На решетке линии Полякова можно измерить двумя способами: с помощью коррелятора двух линий Полякова на расстоянии r между ними, что дает синглетную свободную энергию $F_{Q\bar{Q}}^s(r, T)$ [135], которая эквивалентна $V_1(r, T)$ и включает в себя также пертурбативные вклады. С другой стороны, $F_q(T)$ может быть найдено вместе с L_{fund} из прямого измерения фундаментальной линии:

$$L^{\text{bare}} = \frac{1}{3} \left\langle \text{Tr} \prod_{x_0=0}^{N_c-1} U_0(\mathbf{x}, x_0) \right\rangle_{\text{vac}, \mathbf{x}}. \quad (4.21)$$

Полученные значения перенормированного L будут сильно зависеть от типа используемого решеточного кваркового оператора. В дальнейшем мы будем брать L_{fund} , используя V_1^{np} из [35], что хорошо согласуется с данными из [115, 116]. В явном виде мы запишем V_1 , как дано в [36, 37]:

$$V_1^{np}(\infty, T) = \frac{0.175 \text{ ГэВ}}{1.35 \frac{T}{T_0} - 1}. \quad (4.22)$$

В заключение, мы подставим эти значения V_1^{np} и соответствующие им значения $L_i(T)$ из уравнения (4.20) в наши уравнения (4.15) и (4.16), где G_3 и S_3 даны в (4.18), и получим $p(T)$, $I(T)$ для сравнения с решеточными данными.

4.5 Результаты и обсуждение

В этом разделе будут представлены результаты для $p(T)$ и $I(T)$ в области температур $150 \text{ МэВ} \leq T \leq 1000 \text{ МэВ}$. Для $p(T) = \sum_{m_q} P_q^{(m_q)}(T) + P_g(T)$ мы используем уравнения (4.15), (4.16) с $G_3(s)$ и $S_3(s)$ из (4.18) и M_{fund} , M_{adj} из (4.19). Линии Полякова получены из выражений (4.20) и (4.22). Мы используем значения $m_q = 3, 5$ и 100 МэВ для $m_q = m_u, m_d$ и m_s соответственно.

На Рис. 4.1 мы сравниваем наши результаты для $\frac{p(T)}{T^4}$ с результатами на решетке из Табл. 3 (правый столбец) [38]. На следующем Рис. 4.2 приведены наши результаты для $\frac{I(T)}{T^4}$ в сравнении с решеточными данными из [38] и [39].

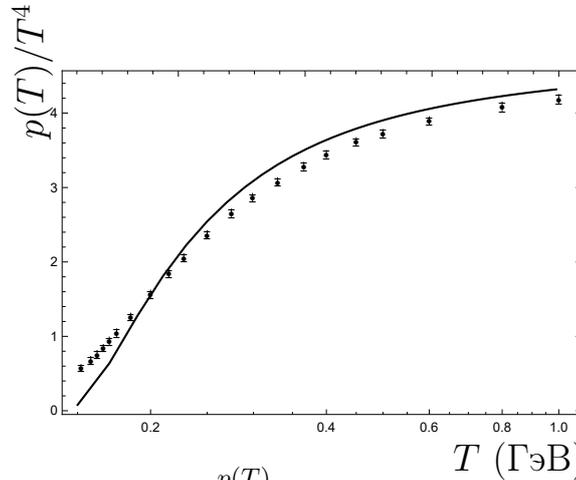


Рис. 4.1: Сравниваем давление $\frac{p(T)}{T^4}$, полученное из уравнений (4.15) и (4.16) (сплошная линия) с решеточными данными из [38] (черные точки).

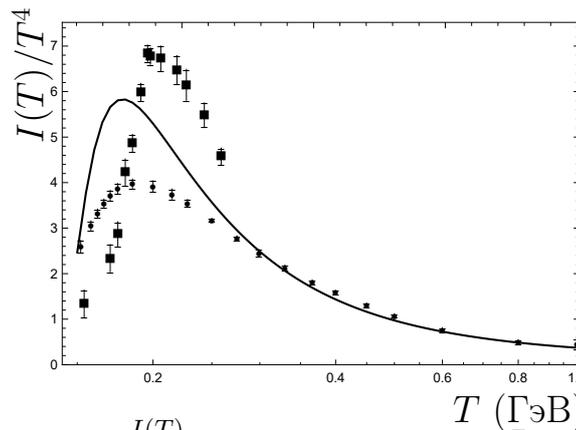


Рис. 4.2: Аномалия следа $\frac{I(T)}{T^4}$ для давления из Рис. 4.1 – сплошная линия, решеточные данные группы [38] соответствуют черным точкам, а решеточные данные группы [39] обозначены черными квадратами.

На Рис. 4.1 и 4.2 видно хорошее согласие наших результатов с данными на решетке. Сравнивая их с нашими результатами для $p(T)$ из работ [36, 37],

где использовались те же определения для V_1^{np} и петель Полякова, но без учета ЦМ-конфайнмента в G_3 и S_3 , мы делаем вывод, что цветомагнитный вклад очень важен на всем интервале T , вплоть до 1 ГэВ. То же самое справедливо и для чистой теории $SU(3)$, которая рассматривалась в предыдущих разделах [A1, A2]. Более того, в [14] было показано, что ЦМ-конфайнмент решает проблему Линде, которая существенным образом препятствовала точным пертурбативным расчетам в области $T < 600$ МэВ.

Наши результаты показывают, что формализм вакуумных полевых корреляторов может быть успешно применен к кварк-глюонной термодинамике, и, в частности, его в дальнейшем можно распространить на более широкий класс задач, в том числе на случай ненулевого химического потенциала (см., например, [40]). Мы специально исключили из анализа область $T < T_0 = 175$ МэВ, где действует коррелятор $D^E(x)$, поскольку интересные механизмы деконфайнмента и взаимного замещения V_D и V_1^{np} в этой области, обсуждаемые в [A2], требуют более глубокой проработки.

5 Цветовое экранирование во флакс-тюбах в формализме вакуумных полевых корреляторов

5.1 Введение

Необходимым следствием механизма цветового конфайнмента являются флакс-тюбы, они детально численно исследовались на решетках в течение последних трех десятилетий, см. напр. [41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48] и [152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167].

Это физическое явление должно существовать, каким бы ни был механизм цветового конфайнмента, и, следовательно, только понимание подробной структуры полей флакс-тюбов может выявить различие между разнообразными моделями, претендующими на объяснение конфайнмента.

Одной из наиболее популярных, однако не вытекающей из КХД, является модель дуального сверхпроводника (МДС) [49, 50], в которой вакуум КХД может быть представлен как когерентное состояние цветомагнитных монополей. В последние два десятилетия были проведены многочисленные исследования, как теоретические, так и численные на решетках, в которых пытались найти более строгие аргументы и явный формализм для МДС, см. обзорные статьи [168, 169] и [170].

Трудность этого подхода заключается в отсутствии цветомагнитных монополей как реальных физических объектов или евклидовых решений КХД, поэтому их необходимо рассматривать как эффективные степени свободы в реальном физическом вакууме КХД. Между тем количественная теория цветового конфайнмента была предложена в [6, 7, 8] на основе формализма вакуумных полевых корреляторов, она детально разработана для применения к свойствам адронов [171, 172], включая теории траекторий Редже, нарушения киральной симметрии [100], возмущений [173], а также термодинамику КХД [66].

Корреляторы полей могут быть найдены из решения для функций Грина глюолампа [98, 174, 175], которые самосогласованно связаны с полевыми корреляторами [93, 94, 95], что позволяет определить их свойства для

расстояний $r > \lambda$, где $\lambda \approx 0.2$ фм – вакуумная корреляционная длина, $\lambda \sim 1/M_{\text{glp}}$, M_{glp} – наименьшая масса глюампа.

Проблема флакс-тубов в рамках формализма полевых корреляторов уже обсуждалась в обзорах [31, 33], где было показано, что основные свойства флакс-тубов легко могут быть получены из этого формализма. Ранее была получена новая формулировка уравнения состояния и температурного перехода КХД [A2], которая требует очень глубокого понимания структуры динамики конфайнмента, т.е. свойств полевых корреляторов, а они, в свою очередь, могут быть хорошо изучены на примере флакс-структур.

Эти свойства, как будет показано далее, определяют все поля во флакс-тубе, и наоборот, изучение полей флакс-туба дает расширенную информацию о самих полевых корреляторах – фактически об особенностях и специфике механизма конфайнмента. С этой точки зрения флакс-тубы являются важным источником информации о конфайнменте, в том числе о температурной зависимости его составляющих элементов.

В работах [51, 52, 53, 177] были проведены решеточные измерения структур флакс-тубов, в частности в [51] были получены первые точные результаты как для $SU(3)$, так и для $2 + 1$ КХД. В этой главе мы сравниваем эти результаты с нашим аналитическим подходом и делаем некоторые выводы о механизмах флакс-тубов и конфайнмента.

Как мы уже сказали, ознакомительное исследование флакс-тубов в рамках МВПК было уже выполнено ранее в обзоре [33], где распределение напряженности ЦЭ-поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ было найдено в терминах коррелятора конфайнмента $D^E(x)$ и пертурбативного коррелятора $D_1^E(x)$, что дало стандартную картину для струны КХД между двумя источниками Q и \bar{Q} . Кроме того, был сделан важный шаг – определен цветомагнитный ток $\mathbf{k}(\mathbf{r})$, имеющий кольцевой вид вокруг струны, а также показано, что «дуальное» уравнение Лондонов $\text{rot } \mathbf{k} = \lambda^{-2} \mathbf{E}(r)$ выполняется на больших расстояниях от оси струны, $r \gg \lambda$. Этот факт подтверждает идею о том, что теория конфайнмента на основе МВПК на больших расстояниях в некоторой степени эквивалентна теории конфайнмента на основе модели дуального сверхпроводника, однако первая позволяет описывать поля флакс-тубов на всех расстояниях.

Одной из целей нашего исследования в данной главе является

дальнейшее развитие этого направления и, в частности, представление распределения $|\mathbf{k}(\mathbf{r})|$ как функции от r , которое в дальнейшем уже может быть вычислено численно на решетке. Кроме того, интересным следствием нашей теории является распределение напряженности ЦЭ-поля \mathbf{E} , которое порождается цветными зарядами и экранируется в поперечном (но не в продольном) направлении, что описывается коррелятором D_1^E и не имеет аналога в МДС.

Действительно, формализм МВПК описывает два вида ЦЭ-полей, $E^{(1)}$ и $E^{(D)}$, задаваемых корреляторами D^E и D_1^E соответственно, и они имеют совершенно разные распределения, в частности D^E задает основное тело трубки тока (флакс-т्यूба), а D_1 – экранирование цветового кулоновского взаимодействия.

На самом деле в работе [33] очень важная проблема экранирования пертурбативных полей за счет конфайнмента не была в полной мере исследована, а вместо этого было лишь выдвинуто требование такого экранирования для больших расстояний, $r \gg \lambda$, где $\lambda \approx 0.2$ фм – вакуумная корреляционная длина. Ниже мы более подробно изучим эту проблему экранирования на основе теории конфайнмента.

Другим важным направлением развития анализа флакс-т्यूба является его температурная зависимость: это исследование было проведено на решетке [106]. Это позволило измерить зависимость T корреляторов D^E и D_1^E , которая играет решающую роль в области температурного перехода, как было показано в Главе 2 [A2].

Данная глава организована следующим образом. В следующем разделе кратко приведены основные необходимые определения и соотношения формализма, относящиеся к флакс-т्यूбам, в разделе 3 дано определение полей внутри флакс-т्यूбов в терминах МВПК и магнитных токов. В разделе 4 приводятся основные результаты и их сравнение с существующими данными для $T = 0$. В заключительном разделе обсуждаются результаты и перспективы дальнейшей работы.

5.2 Полевые корреляторы в КХД

Вакуумные поля $F_{\mu\nu}(x)$ в КХД без внешних токов имеют обязательно стохастическую природу и могут быть охарактеризованы набором полевых корреляторов, которые в калибровочно-инвариантной форме для наименьшего порядка (гауссова) [6, 7, 8] могут быть записаны в виде

$$g^2 \mathcal{D}_{i_4 k_4}^{(2)}(x-y) \equiv \frac{g^2}{N_c} \langle \text{Tr}_f \{ F_{i_4}(x) \Phi(x, y) F_{k_4}(y) \Phi(y, x) \} \rangle = (\delta_{ik}) D^E(x-y) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} [h_k + \text{perm}] \right) D_1^E(x-y), \quad h_\lambda = x_\lambda - y_\lambda. \quad (5.1)$$

Временная петля Вильсона в терминах МВПК может быть записана [6, 7, 8] через цветозлектрические корреляторы D^E и D_1^E , как мы это уже делали в Главе 1 (Введении):

$$W(C) = \frac{1}{N_c} \left\langle \text{Tr P exp} \left[ig \int_C dz_\mu A_\mu(z) \right] \right\rangle = \frac{1}{N_c} \left\langle \text{Tr P exp} \left[ig \int_{S_{\min}} d\sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right] \right\rangle = \frac{1}{N_c} \text{Tr} \left\{ \text{P exp} \left[-\frac{g^2}{2} \int d\sigma_{\mu\nu} d\sigma_{\lambda\rho} \langle F_{\mu\nu} F_{\lambda\rho} \rangle + \dots \right] \right\} \cong \exp \left[-S_{\min} \cdot \frac{1}{2} \int D^E(z) d^2 z \right], \quad (5.2)$$

из чего следует, что натяжение струны выражается через функцию $D^E(z)$ как

$$\sigma^E = \frac{1}{2} \int d^2 z D^E(z). \quad (5.3)$$

В (5.3) интегрирование ведется по минимальной поверхности S_{\min} внутри вильсоновской петли C . С помощью функций D^E и D_1^E можно определить мгновенное взаимодействие между фундаментальным или присоединенным цветовыми изменениями (это показано в Приложении 5.A).

Отметим, что $D^E(x)$, входящее в (5.2), порождает скалярный потенциал $V_D(r)$:

$$V_D(r) = 2c_a \int_0^r (r-\lambda) d\lambda \int_0^\infty d\nu D^E(\lambda, \nu) = V_D^{(\text{lin})}(r) + V_D^{\text{sat}}(r). \quad (5.4)$$

Полевой коррелятор D_1^E , входящий в полную производную в (5.1), определяет вектороподобное взаимодействие

$$V_1(r) = c_a \int_0^r \lambda d\lambda \int_0^\infty d\nu D_1^E(\lambda, \nu), \quad c_{\text{fund}} = 1, \quad c_{\text{adj}} = \frac{C_2(\text{adj})}{C_2(f)} = \frac{2N_c^2}{N_c^2 - 1}. \quad (5.5)$$

Уравнения (5.4) и (5.5) содержат необходимую информацию о корреляторах D^E и D_1^E , которая может быть получена из исследования $Q\bar{Q}$ -потенциалов $V_D(r)$ и $V_1(r)$. Далее в своих рассуждениях мы пойдем следующим путем: с одной стороны, определим D^E и D_1^E через функцию Грина глюампа, а с другой – найдем структуру флак-тьюбов с помощью D^E и D_1^E . И тогда результаты анализа флак-тьюбов могут быть предсказаны и сопоставлены с решеточными или экспериментальными источниками данных.

До текущего момента свойства функций D^E и D_1^E не были адекватно определены, и для получения этой информации необходимо использовать их связь с функцией Грина глюампа, как это было сделано в [93, 94, 95], $D^E(x)$ выражается через функцию Грина для двухглюонного глюампа $G^{(2g)}(x, y)$:

$$D^E(x - y) = \frac{g^4(N_c^2 - 1)}{2} G^{(2g)}(x, y) \approx g^4 N_c C_2(f) G^{(2g)}(x, y). \quad (5.6)$$

Наименьшие собственные значения и асимптотика $G^{(2g)}$ были найдены в [98], а именно $M_0^{(2gl)} \approx 2.5$ ГэВ, и из [93, 94, 95]:

$$G^{(2g)}(x) (x \gg 1/M_0^{(2gl)}) \approx 0.108 \sigma_f^2 e^{-M_0^{(2gl)}|x|}. \quad (5.7)$$

Подстановка (5.7), (5.6) в (5.4) сразу определяет потенциал $V_D^{(\text{lin})}(r)$, который является линейным во всей области $r > 1/M_0^{(2g)} \approx 0.1$ фм. Этот факт хорошо согласуется со всеми экспериментальными и численными данными.

Интересно, что эти же рассуждения, примененные к получению асимптотики двухглюонного глюампа для цветомагнитной функции $D^H(x-y)$, дают [14] известное соотношение, найденное также ранее на решетке [108]:

$$\sigma^H = g^4(N_c^2 - 1)T^2 c_\sigma, \quad c_\sigma = \text{const}. \quad (5.8)$$

Однако функция D_1^E , выраженная через функцию Грина для одноглюонного глюампа с непертурбативной частью, ведет себя асимптотически как [93, 94,

95]

$$D_1^{E(\text{nonp})}(x) = \frac{2N_c\alpha_s}{x} M_0^{(1gl)} \sigma_f e^{-M_0^{(1gl)}|x|}, \quad (5.9)$$

где $M_0^{(1gl)} \cong 1.5$ ГэВ [98, 174, 175], а полное выражение, содержащее пертурбативную часть, как показано в Приложении 5.A, будет иметь вид

$$D_1^{E(\text{pert})}(x) = \frac{2(N_c^2 - 1)\alpha_s K_2(mx)}{N_c \pi x^2} + \mathcal{O}(\alpha_s^2). \quad (5.10)$$

В результате функция D_1^E порождает потенциал взаимодействия $V_1^E(r)$:

$$V_1^E(r) = -\frac{(N_c^2 - 1)\alpha_s e^{-mr}}{2N_c r} + \mathcal{O}(\alpha_s^2), \quad \text{где } m = \mathcal{O}(1 \text{ ГэВ}). \quad (5.11)$$

Следует подчеркнуть, что одноглюонные и двухглюонные глюампы входят в выражения для их масс отдельным образом – как на решетках [174, 175], так и аналитически [98] – давая разные значения (2.5 ГэВ в (5.9) и 1.5 ГэВ в (5.9)) в обоих подходах. С другой стороны, при вычислении полевых корреляторов через глюампы, как, например, в [93, 94, 95], возникает член смешивания ($\mathcal{D}_{\mu\nu,\lambda\sigma}^{(1)}$ в [93, 94, 95]), который смешивает два вклада и выдает усредненное значение \bar{M} порядка 1.0 ГэВ. Полученная масса m порядка \bar{M} в уравнении (5.11) является глюонной экранирующей массой.

В этот момент мы переходим к измерениям полей флакс-тьюба, как это делается на решетке, где вычисляется среднее значение контура, показанного на Рис. 5.1, состоящего из небольшого плакета в точке x , соединенной двумя фундаментальными линиями с петлей Вильсона тяжелых кварков Q и \bar{Q} .

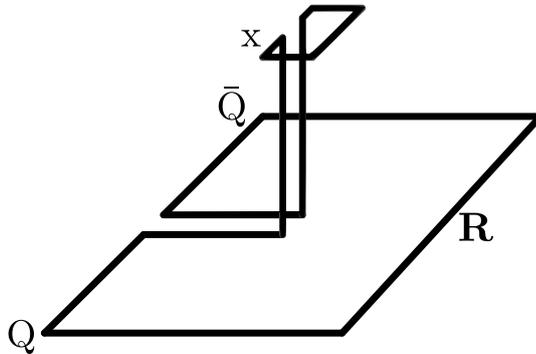


Рис. 5.1: Положение пробного плакета в точке x над петлей Вильсона $Q\bar{Q}$.

Здесь возникает новое явление, которое можно назвать «квенчингом

глюонной экранирующей массы»: получение значения одноглюонной экранирующей массы $M \cong 1.5 \text{ ГэВ}$ происходит, как показано на Рис. 5.2, при фиксации параллельного транспортера в поперечном положении, см. Рис. 5.1, где двойная фундаментальная линия в поперечном направлении задает форму удерживающей пленки в функции Грина глюолампа.

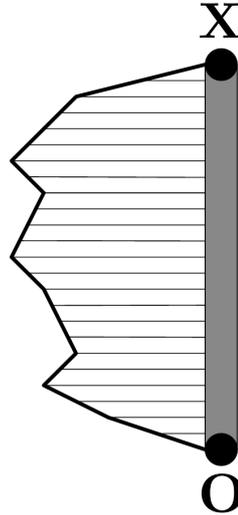


Рис. 5.2: Поперечное положение одноглюонного глюолампа.

С другой стороны, измеряя обмен глюонами в горизонтальной плоскости без транспортеров, ограничивающих размер удерживающей пленки, получаем, что искомая минимальная поверхность представляет собой слегка деформированную поверхность внутри большего контура, как показано на Рис. 5.3. Энергия деформации равна $\varepsilon_{\text{plane}} = \sigma \Delta S_{\text{min}} = \sigma \frac{h^2}{L}$, где h – среднее отклонение траектории глюона от плоскости, а L – характерная длина самой плоскости. Нужно сравнить результат для энергии глюолампа, $\varepsilon_{\text{glp}} \cong \sigma h$, с результатом $\varepsilon_{\text{plane}} \ll \varepsilon_{\text{glp}}$, означающим сильное затухание кулоновского экранирования $M_{\text{scr}}^{\text{Coul}} \ll M_{\text{glp}}$.

Более того, длину L между последовательными обменами глюонами можно оценить по экспоненте действия $\exp(-V_{\text{Coul}}(R)L)$, как $L^{-1} \sim V_{\text{Coul}}(R) \sim \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{R}$ ($N_c = 3$), что приводит нас к результату $\varepsilon_{\text{plane}} = \sigma \frac{h^2}{L} \sim \frac{4}{3} \sigma \frac{h^2}{R} \alpha_s$. Таким образом, экранирование дополнительно затухает при больших R : с аналитическим рассмотрением этого типа взаимодействия (но без α_s/R) можно ознакомиться в работе [178].

Из анализа, проведенного в работе [178], следует, что экранирующая масса, соответствующая Рис. 5.3, представляет собой возбуждение массы

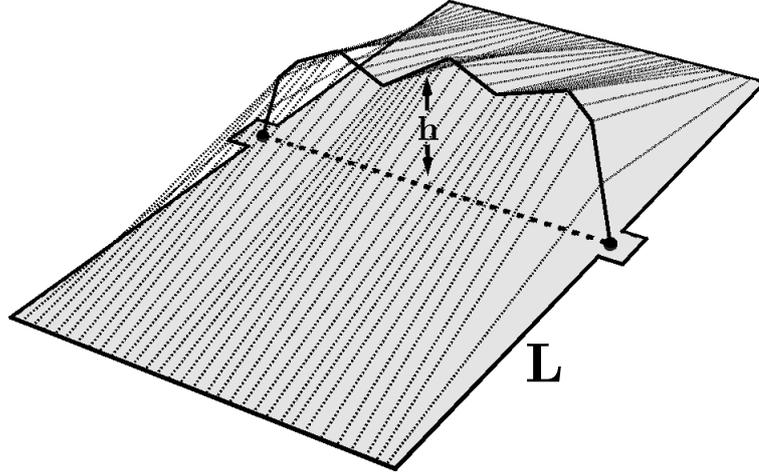


Рис. 5.3: Минимальная площадь поверхности для взаимодействия глюонного обмена.

постоянной помехой длины L с поперечным возбуждением порядка $\sqrt{12}/L$ и продольным $(\sigma/L)^{1/3}$. Определяя L , как и ранее, из условия $\Delta t V_{Coul} = \mathcal{O}(1)$, получаем для $R = 1$ фм для обоих возбуждений $\Delta m \approx 0.4$ ГэВ вместо 1.4 ГэВ для массы одноглюонного глюампа. Отметим также, что для одноглюонного обмена, когда Δt стремится к бесконечности, экранирующая масса Δm стремится к нулю.

Численно на решетке статический потенциал $Q\bar{Q}$ показывает [179, 180] линейную форму с элементами кулоновской. Рассуждения выше могут прояснить ответ на аналогичный вопрос, поднятый в [181]. В нашем случае, когда часть параллельных транспортеров находится в поперечном направлении, как на Рис. 5.1, мы ожидаем, что наша масса m будет удовлетворять условию $M_{scr}^{Coul} < m < M_{glp}$, и в дальнейшем явно будет определяться для поперечных r_{\perp} -распределений как $m = 1$ ГэВ, и мы будем ее использовать для определения вакуумной корреляционной длины λ :

$$\lambda = \frac{1}{m} = 0.2 \text{ фм.} \quad (5.12)$$

Для полноты картины изучения потенциалов V_D и V_1 отметим еще одну важную особенность итоговых потенциалов в (5.4), (5.11): как показано в Приложении 2.A, члены $V_D^{\text{sat}}(r)$ в (5.4) и $V_1^{(np)}(r)$ имеют разные знаки и практически полностью компенсируют друг друга при низких температурах. В результате взаимодействие между двумя статическими зарядами можно

представить в хорошо известной форме, подтвержденной и на решетке, и в эксперименте:

$$V_{Q\bar{Q}}(r) = V_1^{(\text{pert})}(r) + V_D^{(\text{lin})}(r). \quad (5.13)$$

Как мы увидим далее, это сокращение справедливо только для потенциалов, которые являются интегралами полевых корреляторов по плоскости, как в (5.4), (5.5). Однако для пробников флакс-тубов, которые в основном являются интегралами полевых корреляторов вне плоскости, такого механизма взаимосокращения не происходит. Отсюда появляется возможность определения полевых корреляторов через измерение этих пробников, что особенно интересно для ненулевых значений T , а также непосредственно в окрестности $T = T_c$ [30, 109, 110].

В следующем разделе мы определяем связанные пробники через полевые корреляторы (следуя обзорным работам [31, 33]), добавляя новый вклад от корреляции $D_1^{(np)}$ соответственно.

5.3 Полевые корреляторы и поля флакс-тубов

Для измерения распределений полей вокруг статических цветовых зарядов Q, \bar{Q} можно использовать связный пробник, определяемый контуром C , см. Рис. 5.1, как это делается на решетке [41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167] и вычисляется в рамках МВПК [31, 33].

Как показано в [33], в ур. (30), результирующее эффективное поле $F_{\mu\nu}(x)$ выражается через полевые корреляторы следующим образом (5.1):

$$F_{\mu\nu}(x) = \int_S d\sigma_{\alpha\beta}(y) g^2 D_{\alpha\beta\mu\nu}^{(2)}(x - y). \quad (5.14)$$

Подставляя (5.1) в (5.14), получаем, как и в [33], выражение для цветоэлектрического пробника $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, \mathbf{R})$:

$$E_i(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = n_k \int_0^R dl \int_{-\infty}^{\infty} dt \left(\delta_{ik} D^E(z) + \frac{1}{2} \frac{\partial(z_i D_1^E(z))}{\partial z_k} \right), \quad (5.15)$$

где $z = (\mathbf{r} - \mathbf{n}l, t)$ и $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{R}}{R}$ расположены вдоль оси x_3 , а заряды Q, \bar{Q} расположены на расстоянии R , см. Рис. 5.1.

Подставляя пертурбативную часть $D_1^{E(\text{pert})}$ из (5.10), получаем экранирование цветокулоновского поля:

$$\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r}) = \frac{(N_c^2 - 1)}{2N_c} \left(\frac{\alpha_s \mathbf{r} \chi(mr)}{r^3} - \frac{\alpha_s (\mathbf{r} - \mathbf{R})}{(\mathbf{r} - \mathbf{R})^3} \chi(m|\mathbf{r} - \mathbf{R}|) \right), \quad (5.16)$$

где коэффициент экранирования равен $\chi(z) = (1 + z)e^{-z}$, а посередине между зарядами имеем

$$\mathbf{E}^{(1)}\left(\frac{\mathbf{R}}{2}\right) = \frac{4(N_c^2 - 1)\alpha_s \mathbf{R}}{N_c R^3} \chi\left(\frac{mR}{2}\right). \quad (5.17)$$

Уравнение (5.17) содержит как стандартную пертурбативную часть $E^{(1)} \sim \frac{\alpha_s}{R^2}$ при $R \ll \frac{1}{m}$, так и непертурбативную экранировку $E^{(1)} \sim \frac{\alpha_s m}{R} e^{-mR}$ при $R \gg \frac{1}{m}$. Для полевых корреляторов, как в (5.14), масса равна $m \approx 1$ ГэВ, а экранирование в потенциале OGE $V_1(r)$, ур. (5.11), значительно мягче, что подробно обсуждается в [182].

Из (5.17) можно оценить $E_3^{(1)}$ при $R = 0.2$ фм, $m = 1$ ГэВ и $r_\perp = 0$. $E_3^{(1)}(0.5 \text{ фм}, 0) = 0.122\alpha_s \text{ ГэВ}^2 \approx 0.05 \text{ ГэВ}^2$ для $\alpha_s \cong 0.4$. Аналогично, используя асимптотику (5.7) и соотношение (5.3), имеем

$$D(z) = \frac{\sigma}{\pi\lambda^2} \exp\left(-\frac{|z|}{\lambda}\right), \quad \lambda^{-1} \cong 1 \text{ ГэВ}, \quad (5.18)$$

что явно дает цветоэлектрический пробник из (5.15):

$$\mathbf{E}^D = \mathbf{n} \frac{2\sigma}{\pi} \int_0^{R/\lambda} dl \left| \mathbf{n} - \frac{\mathbf{r}}{\lambda} \right| K_1\left(\left| \mathbf{n} - \frac{\mathbf{r}}{\lambda} \right|\right). \quad (5.19)$$

Для $R \rightarrow \infty$ из (5.19) получаем насыщение цветоэлектрического поля на расстоянии r_\perp от оси:

$$E_3^D(\mathbf{r}_\perp) = 2\sigma \left(1 + \frac{r_\perp}{\lambda}\right) \exp\left(-\frac{r_\perp}{\lambda}\right) \quad (5.20)$$

и насыщенное поле на самой оси $E_3^{\text{sat}}(\text{on axis}) = 2\sigma$.

Суммируя вклады (5.17), (5.19) для поля E_3 в средней точке оси ($r_\perp = 0$), мы имеем ($N_c = 3$):

$$E_3^{\text{tot}}\left(\frac{R}{2}, r_\perp = 0\right) = \frac{32\alpha_s}{3R^2} \chi\left(\frac{mR}{2}\right) + \frac{2\sigma}{\pi} \int_0^{R/\lambda} dx \cdot x K_1(x). \quad (5.21)$$

Другой интересной характеристикой флакс-тьюбов является зависимость значения E_3 от расстояния до оси $Q\bar{Q}$, т.е. вдоль r_\perp . Используя (5.16) и (5.19), запишем:

$$E_3(r_\perp) \equiv E_3\left(r_\perp, \frac{R}{2}\right) = E_3^D\left(r_\perp, \frac{R}{2}\right) + E_3^{(1)}\left(r_\perp, \frac{R}{2}\right), \quad (5.22)$$

где

$$E_3^D\left(r_\perp, \frac{R}{2}\right) = \frac{2\sigma}{\pi} \int_{-\frac{R}{2\lambda}}^{\frac{R}{2\lambda}} dx \sqrt{x^2 + \frac{r_\perp^2}{\lambda^2}} K_1\left(\sqrt{x^2 + \frac{r_\perp^2}{\lambda^2}}\right), \quad (5.23)$$

а выражение для $E_3^{(1)}$ берется из (5.16):

$$E_3^{(1)}\left(r_\perp, \frac{R}{2}\right) = \frac{4}{3}\alpha_s \frac{R\chi\left(m\sqrt{r_\perp^2 + \frac{R^2}{4}}\right)}{\left(r_\perp^2 + \frac{R^2}{4}\right)^{3/2}}. \quad (5.24)$$

В следующем разделе мы сравним полученные результаты для $E_3(r_\perp)$ и $E_3^{tot}\left(\frac{R}{2}\right)$ с данными на решетках [51].

Теперь мы обратимся к картине эффективного магнитного монополя, которая может быть получена из нашего метода, и сравним ее с моделью дуального сверхпроводника.

Для этого мы, следуя [33], определим прежде всего магнитный ток \mathbf{k} :

$$\mathbf{k} = \text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \text{rot } (\mathbf{E}^D(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r})) \equiv \mathbf{k}_D + \mathbf{k}^{(1)}. \quad (5.25)$$

Из (5.16) можно сделать вывод, что выражение $\mathbf{E}^{(1)}$ при $r_3 = \frac{R}{2}$ (т.е. в средней точке) не имеет составляющей вдоль осей 1 и 2, так что его можно записать в виде $\mathbf{E}^{(1)}(r_3 = \frac{R}{2}, r_\perp) = \mathbf{n}f^{(1)}(r_\perp^2)$, и, следовательно, из (5.22), $f^{(1)}(r_\perp^2) = E_3^{(1)}(r_\perp, \frac{R}{2})$.

То же самое справедливо и для E^D , см. (5.19), так что итоговая суммарная величина $\mathbf{k} = \mathbf{k}^{(1)} + \mathbf{k}_D$ перпендикулярна \mathbf{n} , как показано на Рис. 5.4.

Поэтому $k_z = 0$, а $k_x = 2yf'$, $k_y = -2xf'$, так что $\mathbf{k}\mathbf{r} = 0$, а значит, векторы \mathbf{k} образуют круговые петли вокруг оси (Q, \bar{Q}) . Функция $f^{(1)}(r_\perp^2) = E_3^{(1)}$ задана в (5.24), и можно вычислить зависимость $r_\perp |\mathbf{k}_\perp^{(1)}(r_\perp)|^2 = (k_x^{(1)}(r_\perp))^2 + (k_y^{(1)}(r_\perp))^2$:

$$(\mathbf{k}^{(1)}(r_\perp))^2 = 4r_\perp^2 \left(\frac{\partial E_3^{(1)}}{\partial r_\perp^2} \right)^2. \quad (5.26)$$

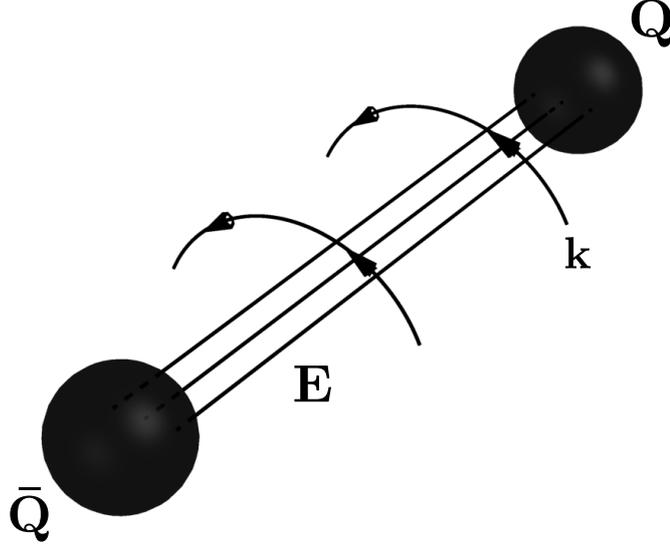


Рис. 5.4: Цветомагнитный ток k вокруг флукс-тюба.

Функция $\mathbf{k}_D(r_\perp)$ получается из (5.23), где использовано соотношение $\frac{d}{dz}(zK_1(z)) = -zK_0(z)$, и в результате мы получаем:

$$\mathbf{k}_D^2(r_\perp) = \frac{4\sigma^2 r^2}{\pi^2 \lambda^4} \left(\int_{-\frac{R}{2\lambda}}^{\frac{R}{2\lambda}} dx K_0 \left(\sqrt{x^2 + \frac{r_\perp^2}{\lambda^2}} \right) \right)^2. \quad (5.27)$$

В случае, когда оба тока \mathbf{k}_D и $\mathbf{k}^{(1)}$ могут быть ненулевыми, итоговый $\mathbf{k}(r_\perp)$ имеет следующий вид:

$$\mathbf{k}(r_\perp) = \mathbf{k}^{(1)} + \mathbf{k}_D = -(\mathbf{n})_\varphi r_\perp \left(\frac{2\sigma}{\pi \lambda^2} \int_{-\frac{R}{2\lambda}}^{\frac{R}{2\lambda}} dx K_0 \left(\sqrt{x^2 + \frac{r_\perp^2}{\lambda^2}} \right) + \frac{\partial f^{(1)}}{\partial r_\perp^2} \right) \quad (5.28)$$

и $\mathbf{n}_\varphi \mathbf{r}_\perp = 0$, $\mathbf{n}_\varphi^2 = 1$.

Наиболее важным моментом для связи со сверхпроводящей моделью является дуальное уравнение Лондонов $\text{rot } \mathbf{k} = \lambda^{-2} \mathbf{E}$, которое, как показано в [33], поддерживается соотношением для насыщенной струны ($R \rightarrow \infty$) в асимптотике ($r_\perp \rightarrow \infty$):

$$\text{rot } \mathbf{k}_D = \gamma_D(r_\perp) \lambda^{-2} \mathbf{E}^{(D)}(r_\perp), \quad \gamma_D(r_\perp) = \frac{r_\perp/\lambda - 2}{r_\perp/\lambda + 1}, \quad \gamma(\infty) = 1. \quad (5.29)$$

5.4 Полевые корреляторы и дуальная модель сверхпроводника

На этом этапе интересно сравнить подходы на основе МВПК и МДС, а также полученные результаты и их интерпретацию. В МДС базовый лагранжиан относится к 4D версии модели Гинзбурга – Ландау или модели Абрикосова – Нильсена – Олесена (абелевой модели Хиггса):

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 - |D_\mu\varphi|^2 - \frac{\lambda}{4}(|\varphi|^2 - \varphi_0^2)^2, \quad (5.30)$$

где хиггсовское поле φ определяет массу электрического поля, $m^2 = \delta^{-2} = 2e^2\phi_0^2$, а хиггсовская масса $m_\phi^2 = 2\lambda\phi_0^2$ определяет корреляционную длину ξ . Для стандартного сверхпроводника II типа $\delta \gg \xi$.

Утверждается, что в целом флакс-тубы могут возникать для широкой области значений δ, ξ , включая случай сверхпроводника I типа $\delta \lesssim \xi$. При интерпретации данных на решетках в рамках МДС в качестве параметров фитирования используются λ, φ_0 , и в работе [51] было установлено, что они соответствуют сверхпроводнику типа I. В подходе МДС есть три основных свойства, которые требуют уточнения:

1. Характерным следствием (5.30) является экспоненциальное экранирование электрического поля на больших поперечных расстояниях r_\perp в соответствии с уравнениями Лондонов, о чем мы уже говорили ранее, а также логарифмическая дивергенция при малых r_\perp , но ее нельзя зафиксировать численно на решетке. Чтобы избежать этой дивергенции, авторы [51] используют приближенное вариационное решение из [183], содержащее дополнительные параметры.
2. В работе [184] утверждается, что на больших расстояниях между зарядами физическая картина флакс-тубов соответствует эффективной теории струн типа Намбу – Гото, а не МДС.
3. В рамках общих рассуждений лагранжиан (5.30) содержит скалярные массивные поля как дополнительные степени свободы, которые каким-то образом должны проявлять себя, особенно при $\delta \sim \xi$, и которые не наблюдаются в КХД и в данных численных расчетов на решетке.

Напротив, МВПК не содержит никаких дополнительных параметров и определяет все параметры в терминах натяжения струны σ , которое можно получить путем наблюдений и вычислить численно. Также и все массы глюонов могут быть выражены в терминах σ , с определением экранирования флак-тюбов на масштабе 0.2 фм.

4. Одним из важнейших предсказаний МВПК для флак-тюбов является асимптотическое значение поля $E_3(R)$ на оси при больших R , равное 2σ , которое хорошо подтверждается данными на решетках [51]. Со стороны МДС, к сожалению, явных аналогичных предсказаний нет, и значения, даваемые соответствующим вариационным уравнением МДС [183], зависят от дополнительных параметров.
5. С практической точки зрения очень важным является существование цветокулоновского взаимодействия, которое накладывается на скалярный конфайнмент почти без экранирования на больших расстояниях, что мы уже обсуждали ранее и что хорошо известно из эксперимента и расчетов на решетках. Следует особым образом подчеркнуть, что основные свойства конфайнмента вытекают из структуры взаимодействия $Q\bar{Q}$ на основе петли Вильсона с поверхностью минимальной площади, из чего следует, что дополнительная присоединенная линия цветокулоновского взаимодействия должна принадлежать этой поверхности. Это обстоятельство сильно подавляет флуктуации глюонных траекторий и, как следствие, глюонную экранирующую массу, о чем мы говорили в разделе 2.

Остается не до конца ясным, как можно одновременно описать и скалярный конфайнмент, и векторное цветокулоновское взаимодействие в рамках МДС или любой абелевой теории Хиггсовского типа.

6. В заключение нашего сравнительного анализа обсудим лоренцевы свойства удерживающего взаимодействия. Действительно, существуют сильные ограничения на векторное добавление в удерживающем взаимодействии. Как показано в [185, 186], спектр уравнения Дирака с доминирующей удерживающей векторной частью не содержит связанных состояний. Эта особенность связана с парадоксом Клейна – множественным рождением пар $q\bar{q}$. С точки зрения физики наблюдаемый

в эксперименте отрицательный спин-орбитальный член во взаимодействии $q\bar{q}$ обусловлен скалярным конфайнментом, что подтверждает его скалярную природу.

Важно отметить, что в формализме МВПК возникает конфайнмент со скалярными свойствами, как это было показано в [186, 187], и с нарушением киральной симметрии, см. [100]. Тот же результат получается и при использовании подхода МДС, если найти соответствие между корреляторами полей в МДС и МВПК, как это было сделано в [182]. Таким образом, резюмируя наш сравнительный анализ, можно заключить, что в МДС удастся построить разумные приближенные решения лагранжиана типа Абрикосова – Нильсена – Олесена, которые могут быть аналогичны флакс-тьюбам скалярного конфайнмента в формализме МВПК, но это соответствие пока не охватывает в полной мере все особенности и типы взаимодействия.

5.5 Результаты и обсуждение

Возьмем решеточные данные, приведенные на Рис. 4 из [51], для $E_3^{tot}(R)$ здесь $R = 0.76$ фм, 0.95 фм, 1.14 фм, 1.33 фм, и рассчитаем наше E_3 из уравнения (5.21) для этих значений R . Результаты сравнения приведены на Рис. 5.5 при $\alpha_s = 0.4$, $m = 1$ ГэВ, $\sigma = 0.18$ ГэВ². Видно разумное согласие нашей теории с данными, где медленное уменьшение $E_3^{tot}(R)$ связано с $E_3^{(1)}$, а насыщение при $E_3 = 2\sigma - c E_3^D$.

Для проверки зависимости r_\perp воспользуемся вновь данными из [51] и представим результаты для приведенных значений R на Рис. 5.6-5.9. Видно разумное согласие с погрешностью $\mathcal{O}(5\%)$ для $r_\perp < 0.5$ фм. Также отметим, что наши параметры α_s , m , σ зафиксированы на физически значимых значениях, $\alpha_s(Q \sim 1 \text{ ГэВ}) = 0.4$, $\sigma = 0.18$ ГэВ².

Наконец, на Рис. 5.10 показана зависимость модуля $|\mathbf{k}(r_\perp)|$ от r_\perp , определяемая уравнениями (5.26) и (5.28). При больших r_\perp наблюдается характерное для цветового экранирования массивных глюонных полей экспоненциальное затухание.

На этом этапе можно сравнить наши результаты с картиной МДС. В общем случае дуальную абелеву картину Хиггса и различные варианты МДС можно рассматривать на том же языке, что и в рамках формализма полевых

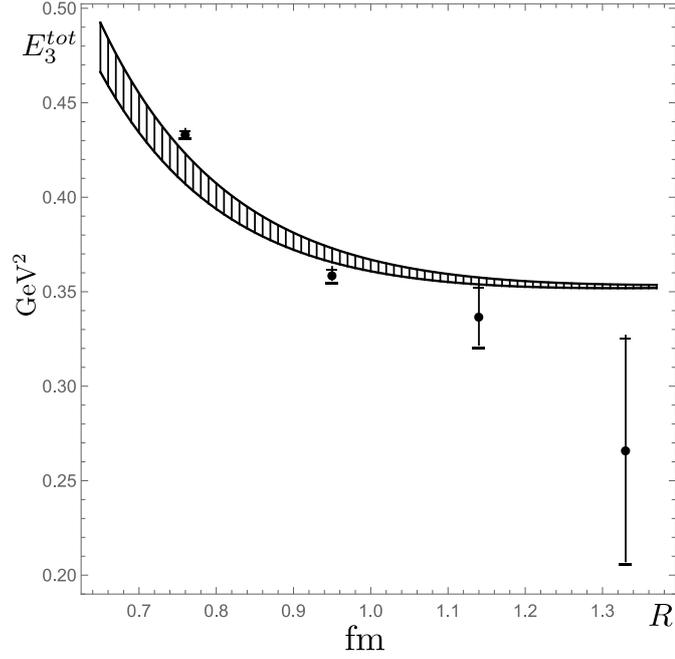


Рис. 5.5: $E_3^{tot} = E_3^{tot}(\frac{R}{2}, r_{\perp} = 0)$. Закрашенная область лежит между $\alpha_s = 0.4$ (нижняя кривая) и $\alpha_s = 0.45$ (верхняя кривая). Черные точки на графике с нанесенными доверительными интервалами взяты из [51].

корреляторов, вычисляя D^E и D_1^E через решения уравнений Гинзбурга – Ландау и т.д. Подобный анализ был проведен в работе [182], где D^E и D_1^E были связаны с дуальным полевым пропагатором в абелевой модели Хиггса. Однако параметры модели и выражения для D , D_1 не являются постоянными, например, связь сигмы и массы $m = 1/\lambda$, тогда как в рамках МВПК в КХД произведение $\sigma \lambda^2$ устанавливается физическим механизмом глюолампа и обеспечивает Казимировский скейлинг, наблюдаемый на решетках. Обобщая, можно сказать, что в рамках формализма вакуумных полевых корреляторов все наблюдаемые величины определяются исключительно непертурбативным масштабом (вместе с массами кварков), который может быть выбран как σ .

В [51] для $E_3(r_{\perp})$ была выбрана теоретическая форма, соответствующая решениям уравнений Гинзбурга – Ландау, предложенным в [183], с параметрами, обеспечивающими хорошее согласие с решеточными данными. Эти параметры соответствуют сверхпроводнику первого порядка, в котором длина когерентности ξ больше, чем длина проникновения λ . Однако в рамках этого подхода три параметра флакс-тьюба оказались зависящими (умеренно) от его длины R .

Подводя итоги нашего сравнительного анализа, можно сказать, что мы получили две компоненты ЦЭ-полей во флакс-тьюбе и смогли показать

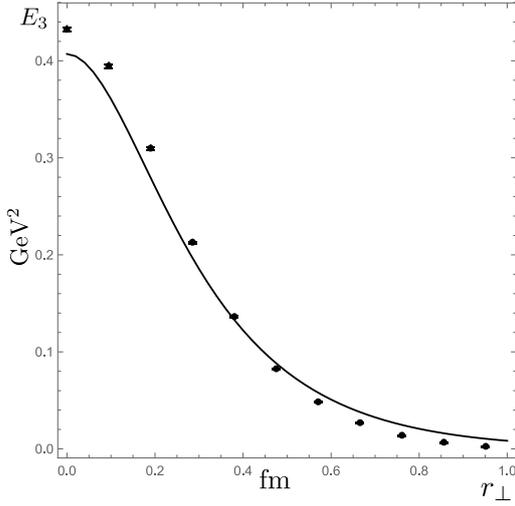


Рис. 5.6: $E_3 = E_3(r_\perp, R = 0.76 \text{ фм})$. Поперечная зависимость напряженности ЦЭ-поля от радиуса при фиксированной длине трубки потока $R = 0.76 \text{ фм}$. Черные точки на графике с нанесенными доверительными интервалами взяты из [51].

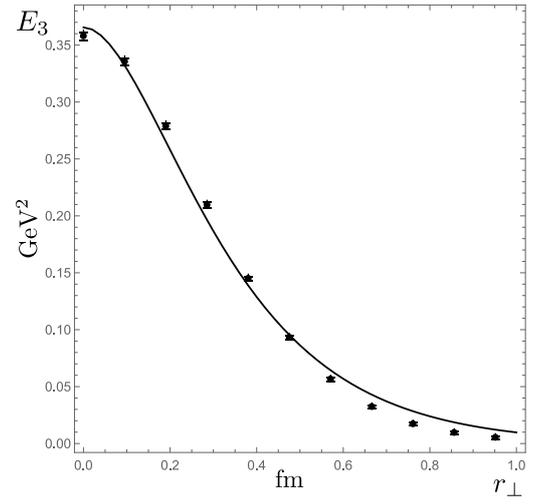


Рис. 5.7: $E_3 = E_3(r_\perp, R = 0.95 \text{ фм})$. Поперечная зависимость напряженности ЦЭ-поля от радиуса при фиксированной длине трубки потока $R = 0.95 \text{ фм}$. Черные точки на графике с нанесенными доверительными интервалами взяты из [51].

сильную поперечную экранировку ЦЭ полей при $\lambda = 0.2 \text{ фм}$. Также обнаружен небольшой спад и насыщение поля $E_3(R)$ вдоль оси при больших R . Получено достаточно хорошее согласие наших результатов с данными по решетке [51], что подтверждает применимость нашего теоретического подхода с использованием стандартных параметров, не зависящих от R .

Также были приведены аргументы, почему экранирование обмена глюонами в одной плоскости (цветокулоновское взаимодействие) сильно затухает по сравнению с поперечным экранированием того же взаимодействия. В предыдущем разделе мы сравнивали наш подход с моделью дуального сверхпроводника. Мы утверждаем, что в МДС до сих пор не существует строго определенного формализма с постоянными параметрами, способного воспроизвести весь набор явлений, включая как конфайнмент, так и глюонные обмены, составляющие основу сильного взаимодействия в КХД, в то время как они хорошо описываются в обсуждаемом формализме вакуумных полевых корреляторов.

Для расширения обсуждения возможных приложений МДС и МВПК, стоит обратиться к интересным результатам, полученным в работе [188],

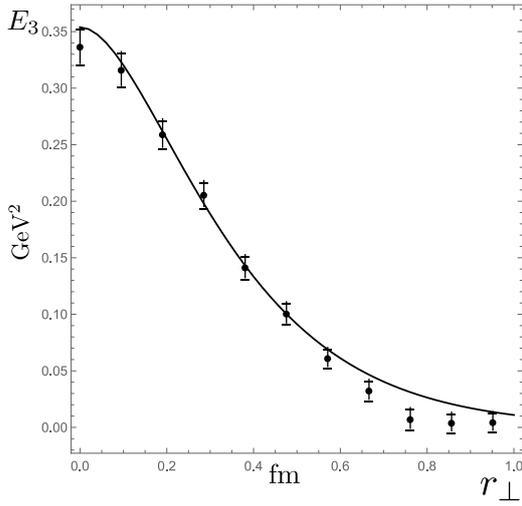


Рис. 5.8: $E_3 = E_3(r_\perp, R = 1.14 \text{ фм})$. Поперечная зависимость напряженности ЦЭ-поля от радиуса при фиксированной длине трубки потока $R = 1.14 \text{ фм}$. Черные точки на графике с нанесенными доверительными интервалами взяты из [51].

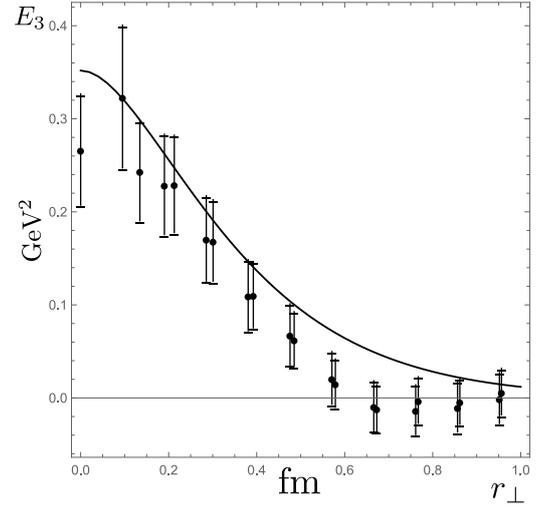


Рис. 5.9: $E_3 = E_3(r_\perp, R = 1.33 \text{ фм})$. Поперечная зависимость напряженности ЦЭ-поля от радиуса при фиксированной длине трубки потока $R = 1.33 \text{ фм}$. Черные точки на графике с нанесенными доверительными интервалами взяты из [51].

посвященной флакс-тьюбам в гибридной системе $q\bar{q}g$. В этом случае основным объектом являлась система статических кварк-антикварковых систем переменных форм, включающих в том числе свертку $q\bar{q}$, преобразующую две соседние фундаментальные струны в одну смежную. Такая конфигурация соответствует двум фундаментальным вильсоновским петлям, имеющим одну общую сторону, различные размеры и угол между поверхностями. Фактически, эта задача является задачей о двух взаимодействующих петлях Вильсона, и общий формализм для ее решения был дан в [189]. Его более глубокое расширение на случай статического гибрида, описанного в [188], также может быть выполнено в рамках рассматриваемого нами подхода МВПК, что является перспективной задачей на будущее.

Наконец, отметим еще одно интересное возможное развитие формализма вакуумных полевых корреляторов при рассмотрении произвольных калибровочных групп вместо $SU(N_c)$, рассмотренных ранее, см. [190, 191, 192]. Очевидно, что основной результат [100], устанавливающий Казимировский скейлинг натяжения струны для группы G_2 , хорошо воспроизводится в рамках формализма МВПК при выполнении гауссова приближения (с сохранением

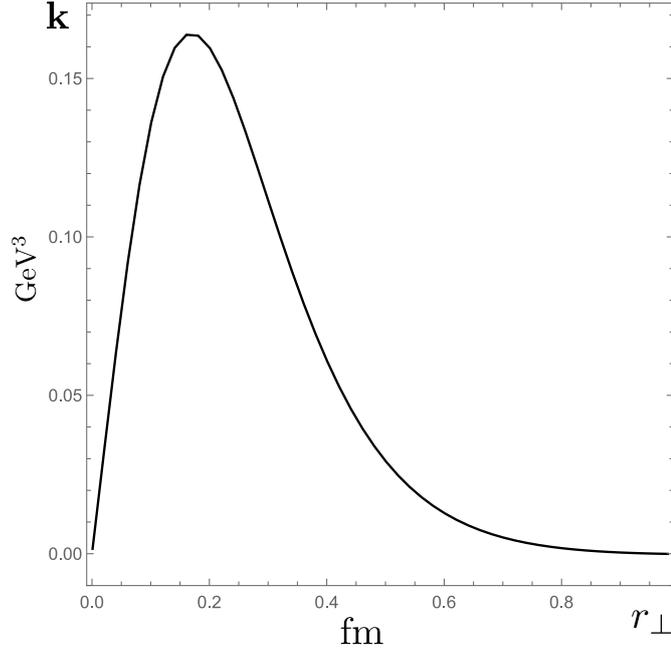


Рис. 5.10: Поперечная зависимость цветомагнитного тока от радиуса $|\mathbf{k}(r_\perp)|$ при $R = 0.76$ фм.

только квадратичных членов $\langle FF \rangle$.

Действительно, конфайнмент лучше всего иллюстрируется формой петли Вильсона для любой группы, где, пренебрегая членами высшего порядка $\mathcal{O}(\langle FFFF \rangle)$, можно записать:

$$\begin{aligned} \langle W(C) \rangle &= \left\langle \exp \left[ig \int_C A_\mu dz_\mu \right] \right\rangle = \left\langle \exp \left[ig \int_S F_{\mu\nu}(u) d\sigma_{\mu\nu}(u) \right] \right\rangle \cong \\ &\cong \exp \left[- \left\langle \int g \hat{F}_{\mu\nu}(u) d\sigma_{\mu\nu}(u) g \hat{F}_{\lambda\sigma}(v) d\sigma_{\lambda\sigma}(v) \right\rangle \right] \cong \exp [-\sigma_a S_{\min}], \end{aligned} \quad (5.31)$$

$$\sigma_a \sim \text{Tr } gT_i gT_j \sim C_2(a), \text{ где } \hat{F}_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^{(i)} T_i. \quad (5.32)$$

Таким образом, уравнение (5.31) определяет Казимировский скейлинг натяжения струны (и глюонного обмена) для любой калибровочной группы, где выполняется гауссово приближение, а оно, как показано в [33] (а также см. ссылки в [29]), определяется параметром $\sigma\lambda^2 = \sigma/M^2$, где M – масса глюона. В $SU(3)$ величина M составляет около $4\sqrt{\sigma}$, что задает точность Казимировского скейлинга порядка $\mathcal{O}(5\%)$, и в то же время масса M определяет экранирующую массу флакс-туба, среднее значение которой около 1 ГэВ.

Переходя к другой калибровочной группе, например G_2 , необходимо вычислить массы глюоболов, отвечающих одному или двум присоединенным

зарядам, связанным конфайнментом со статическим присоединенным зарядом, т.е. $M_0^{(1gl)}$ и $M_0^{(2gl)}$ в уравнениях (5.9) и (5.7) соответственно. Таким образом будут найдены D^E и D_1^E из (5.1), а также будут определены все распределения флакс-тьюба, как в (5.15).

Однако следует обратить внимание на возможные отличия $SU(N_c)$ от других калибровочных групп, например G_2 или F_4 . В частности, в работе [190] было обнаружено, что линейный конфайнмент экранируется при больших R даже для фундаментальных зарядов, поскольку струна распадается на множество присоединенных зарядов (что невозможно для $SU(N_c)$). Во-вторых, в работе [191] показано, что в термодинамике G_2 существенную роль играют дикварковые моды почти голдстоуновского типа. Очевидно, что эта интересная область требует более глубокого изучения, которое также может быть произведено с помощью формализма вакуумных полевых корреляторов.

5.A Расчет коррелятора D_1

Рассмотрим коррелятор поля, ур. (5.1), и заметим, что $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu A_\nu]$. Вклад первых членов с производными сразу дает наименьший вклад в форме

$$D_1^E(x) = -\frac{2g^2}{N_c^2} \frac{dG(x)}{dx^2}, \quad (5.33)$$

где $G(x)$ – функция Грина одноглюонного глюолампа,

$$G_{\mu\nu}^{(1g)}(x, y) = \langle \text{Tr}_a A_\mu(x) \hat{\Phi}(x, y) A_\nu(y) \rangle = \delta_{\mu\nu} G(x - y), \quad (5.34)$$

где $\hat{\Phi}(x, y)$ – параллельный транспортер в присоединенном представлении (мы используем фейнмановскую калибровку).

Для простоты рассмотрим функцию Грина глюолампа как релятивистскую функцию Грина скалярной частицы массы m (пренебрегая внутренними степенями свободы в первом приближении), что дает

$$G(x) = \frac{(N_c^2 - 1)N_c}{4\pi^2} \frac{m}{|x|} K_1(m|x|), \quad (5.35)$$

где K_1 – модифицированная функция Бесселя. Взяв производную в выражении

(5.33), получаем:

$$D_1^E(x) = \frac{g^2 m^2}{4\pi^2} \frac{(N_c^2 - 1)}{N_c} \frac{K_2(m|x|)}{x^2}. \quad (5.36)$$

В пределе $m \rightarrow 0$ уравнение (5.36) дает стандартную одноглюонную форму $D_1^E(x) = \frac{16\alpha_s}{3\pi x^4}$, которая порождает, согласно (5.5), цветоклоновское взаимодействие $V_1(r) = -\frac{4\alpha_s}{3r}$. Мы используем (5.36) для предсказания распределения поля во флакс-тубе.

Заключение

В данной диссертации формализм вакуумных полевых корреляторов применяется для изучения фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент. Строится термодинамическое описание глюодинамики и вычисляются основные термодинамические величины. Показывается ключевая динамическая роль цветомагнитного взаимодействия и линии Полякова при температуре выше T_c . Впервые в рамках данного формализма описана структура флакс-тьюба. Все вышперечисленные результаты получены в непertурбативной технике и подтверждаются в рамках моделирования на решетках. В Главе 1 (Введении) рассматривается актуальность выбранной темы, кратко сформулированы основы формализма, даны общие характеристики диссертационного исследования, а также дан его краткий обзор.

В Главе 2, используя стандартные определения для давления $P(T)$ и других термодинамических характеристик как ниже, так и выше T_c , и исключая из $P(T)$ вакуумные вклады $\Delta\varepsilon_{vac}V_3$, мы провели прямое сравнение наших аналитических и численных результатов с данными расчетов на решетках [34].

Были определены две фазы с двумя различными динамиками: (1) фаза с цветоэлектрическими и цветомагнитными конфайнментами и корреляторами соответственно, а также подавленными линиями Полякова, и (2) фаза деконфайнмента с цветомагнитным конфайнментом и корреляторами, а также «восстановленными» линиями Полякова.

Мы использовали удерживающее взаимодействие, полученное нами явно и проверенное численно, для расчета наименьших масс глюоболов в хорошем согласии с решеточными данными, при вычислении $P_{\text{conf}}(T)$. При этом мы применили принцип переменного вакуума, позволяющий подавить вакуумный вклад в общую динамику (например, натяжение струны $\sigma(T)$), если это приводило к возрастанию $P(T)$. Сравнение полученных кривых для $\sigma(T)$ с решеточными данными из [18, 52, 53, 106] на Рис. 2.5 показало качественное согласие.

Для случая $T > T_c$ были использованы два основных динамических эффекта – петли Полякова $L_{\text{adj}}(T)$, которые входят линейно в $P(T)$, и цветомагнитный конфайнмент, приводящий к появлению цветомагнитной экранирующей массы и уменьшению давления от верхнего предела закона

Стефана – Больцмана.

Все результаты для $P(T)$, $I(T)$ и $s(T)$ приведены на Рис. 2.4-2.10, и они демонстрируют хорошее согласие с решетками [34]. То же самое справедливо и для значения $T_c \simeq 260$ МэВ, найденного из Рис. 2.6. Подводя итог, можно сказать, что рассмотренная в этой главе динамика конфайнмента и деконфайнмента подтверждается независимыми численными данными и может быть использована для дальнейшего развития нашего подхода (что продемонстрировано в дальнейших работах по теме).

В Главе 3 подробным образом изучается роль и важность линий Полякова в термодинамике КХД в случае $SU(3)$, и находит подтверждение основное предположение о том, что линии Полякова являются существенным динамическим вкладом, который должен явно входить в P_{gl} , и что они входят в термодинамические потенциалы в качестве коэффициентов.

Результаты численных расчетов давления в соответствующих приближениях $P_{gl}^{(0)}(T)$ и $P_{gl}^{(osc)}(T)$ с учетом $L_8(T)$ приведены на Рис. 3.1, где они сравниваются с данными на решетке [34]. Видно, что даже зависимость $P_{gl}^{(0)}(T)$, где учитывается только $L_8(T)$, является вполне разумным приближением по сравнению с $P_{gl}^{(osc)}(T)$, где учитывается $\sigma_s(T)$. Также подробно рассмотрено поведение аномалии следа тензора энергии-импульса $I(T) = \varepsilon - 3P$ (3.21) (зависимости энтропии $s(T)$, внутренней энергии $\varepsilon(T)$ и скорости звука $c_s(T)$ уже были частично рассмотрены ранее в Главе 2). На Рис. 3.2 показаны $\frac{I(T)}{T^4}$ и $\frac{I(T)}{T^4} \left(\frac{T}{T_c}\right)^2$ как функции T в интервале $T_c \leq T \leq 10T_c$. Особое поведение зависимости $\frac{I(T)}{T^4} \left(\frac{T}{T_c}\right)^2$ на Рис. 3.2 объясняется тем фактом, что линии Полякова описывают большую часть непертурбативной динамики.

В Главе 4 показано, что формализм вакуумных полевых корреляторов может быть успешно применен к кварк-глюонной термодинамике, и, в частности, его в дальнейшем можно распространить на более широкий класс задач, в том числе на случай ненулевого химического потенциала (см., например, [40]). Область $T < T_0 = 175$ МэВ (где действует коррелятор $D^E(x)$) была заведомо исключена из рассмотрения, поскольку механизмы деконфайнмента и взаимного замещения потенциалов V_D и V_1^{np} в этой области, которые обсуждались в Главе 2, требуют отдельного изучения.

На Рис. 4.1 представлены результаты для $\frac{p(T)}{T^4}$ в сравнении с результатами на решетках из Табл. 3 (правый столбец) [38]. На Рис. 4.2 приведены

наши результаты для $\frac{I(T)}{T^4}$ в сравнении с данными из [38], а также из [39]. На Рис. 4.1 и 4.2 видно хорошее согласие с решетками. Эти результаты можно сравнить с результатами из работ (тоже сделанных в формализме метода полевых корреляторов) [36, 37], где использовались те же определения для потенциала V_1^{np} и петель Полякова, но без учета цветомагнитного конфайнмента в членах G_3 и S_3 , и сделать вывод о важности цветомагнитного вклада на всем интервале T до 1 ГэВ. То же самое справедливо и для чистой теории $SU(3)$, которая рассматривалась в предыдущих главах. Результаты данной главы использовались в работе [14], где было показано, что цветомагнитный конфайнмент решает проблему Линде.

В Главе 5 мы воспользовались данными [51] для проверки зависимости r_\perp и представили результаты для приведенных значений R на Рис. 5.6-5.9. Видно разумное согласие с погрешностью $\mathcal{O}(5\%)$ для $r_\perp < 0.5$ фм (причем параметры α_s , m , σ зафиксированы на физически значимых значениях, $\alpha_s(Q \sim 1 \text{ ГэВ}) = 0.4$, $\sigma = 0.18 \text{ ГэВ}^2$).

Было рассчитано E_3 , см. Рис. 5.5, из уравнения (5.21) для $R = 0.76$ фм, 0.95 фм, 1.14 фм, 1.33 фм [51]: медленное уменьшение $E_3^{tot}(R)$ связано с $E_3^{(1)}$, а насыщение при $E_3 = 2\sigma - c E_3^D$.

На Рис. 5.10 показана зависимость модуля $|\mathbf{k}(r_\perp)|$ от r_\perp – при больших r_\perp наблюдается характерное (для цветового экранирования массивных глюонных полей) экспоненциальное затухание.

В этой главе подробно обсуждалось сравнение результатов, полученных в рамках метода полевых корреляторов и моделью дуального сверхпроводника. В общем случае дуальную абелеву картину Хиггса и различные варианты модели дуального сверхпроводника можно рассматривать на том же языке, что и в рамках формализма метода полевых корреляторов, вычисляя D^E и D_1^E через решения уравнений Гинзбурга – Ландау и т.д. Однако параметры модели и выражения для D , D_1 не являются постоянными, например, связь сигмы и массы $m = 1/\lambda$, тогда как в рамках МВПК в КХД произведение $\sigma \lambda^2$ устанавливается физическим механизмом глюолампа и обеспечивает Казимировский скейлинг, наблюдаемый на решетках. Обобщая, можно сказать, что в рамках формализма метода вакуумных полевых корреляторов все наблюдаемые величины определяются исключительно непертурбативным масштабом (вместе с массами кварков), который может быть выбран как σ .

Были получены две компоненты цветоэлектрических полей во флак-
тьюбе и была показана сильная поперечная экранировка цветоэлектрических
полей при $\lambda = 0.2$ фм. Также были обнаружены спад и насыщение поля
 $E_3(R)$ вдоль оси при больших R . Получено хорошее согласие наших результатов
с данными по решетке [51], что подтверждает применимость теоретического
подхода на основе формализма метода полевых корреляторов с использованием
стандартных параметров, не зависящих от R .

Благодарности

В завершение я хочу выразить глубокую признательность множеству очень хороших людей, которых я встретил на своем жизненном пути и без которых вся проделанная работа была бы просто невозможна.

В первую очередь я сердечно благодарен моей замечательной жене Софии, которая оказывала мне неоценимую поддержку на протяжении всей работы над диссертацией – за любовь, понимание, терпение, заботу и чудесных детей. Я также благодарен своим родителям за их безусловную веру в меня и за привитые мне с детства любовь к учебе и тягу к познанию мира.

Я хочу выразить безмерную благодарность своим учителям, наставникам и соавторам – профессорам Борису Олеговичу Кербикову и Юрию Антоновичу Симонову. Мне очень повезло познакомиться с Б.О. во время посещения его замечательных лекций в те времена, когда я еще был студентом магистратуры. Б.О. увлек меня работой над актуальными научными задачами, проявлял непрерывный интерес к моей деятельности, всегда оказывал поддержку не только в научных вопросах, но и в жизненных. Б.О. своим примером всегда показывал мне, что такое ответственное выполнение дела.

Знакомство с Ю.А. впервые состоялось на легендарных семинарах в ИТЭФ, которые мне повезло застать во время обучения на последних курсах бакалавриата. В тот момент я не мог представить, что в скором времени мне посчастливится начать долгое и плодотворное сотрудничество с ним. Ю.А. познакомил меня со своим формализмом, своим уникальным методом и очень смелым мышлением, а также привлек меня к работе над самыми сложными и интересными научными задачами современной физики сильных взаимодействий. На меня это оказало безусловно колоссальное влияние. Я горжусь тем, что могу называть себя учеником этих выдающихся людей.

Я искренне признателен своим «старшим товарищам», соавторам и коллегам – Захару Викторовичу Хайдукову и Максиму Александровичу Андрейчикову – за неподдельный интерес, внимание к моей исследовательской деятельности и неизменную поддержку. Отдельно хочу поблагодарить З.В. за внимательное прочтение текста диссертации и ценные замечания.

Я также хочу выразить особую благодарность Никите Ованесовичу Агасяну, в соавторстве с которым были получены первые серьезные

научные результаты. Н.О. обучил меня вычислительной науке сложных математических расчетов, консультировал на всех этапах, проявлял интерес к моей работе и всегда был готов помочь. Отдельно хочу поблагодарить Михаила Александровича Трусова за неизменно доброе отношение и поддержку.

Я, пользуясь случаем, хочу поблагодарить за сотрудничество и приятное человеческое общение Р.А. Абрамчука, А.М. Бадалян, В.В. Васильева, Д.В. Васильева, И.А. Воронцова, И.Л. Грач, В.Ю. Егорычева, Р.Н. Жохова, А.Д. Заболотского, В.А. Иваненко, А.В. Канцырева, В.Н. Качалова, И.Е. Кудрова, Е.В. Луцевскую, Б.В. Мартемьянова[†], И.М. Народецкого, Р.Б. Невзорова и А.В. Нефедьева.

Данная диссертация была бы невозможна без моего базового образования. Я благодарен моим школьным учителям, Д.В. Андрееву, П.А. Евдокимову и Е.Н. Филатову, которые во многом определили мой жизненный вектор на многие годы. Я также с большой теплотой вспоминаю студенческие годы и учебную атмосферу на факультете. Я хочу поблагодарить В.Г. Орлова за постоянное внимание и очень чуткое отношение к студентам и А.Л. Барабанова за прекрасные лекции, которые в дальнейшем очень помогли в изучении теоретической физики. Особую благодарность я хочу выразить своему первому научному руководителю Михаилу Ивановичу Криворученко, курс которого в студенческие годы привлек мой интерес к физике элементарных частиц. М.И. научил меня основам научной работы и ее базовым методам, познакомил меня с ИТЭФ.

В завершение хочу поблагодарить А.С. Яковлеву за профессиональную вычитку и корректуру текста диссертации.

Публикации автора по теме данной диссертации были сделаны при поддержке НИЦ «Курчатовский институт» и Российского научного фонда (проект № 16-12-10414). Также на разных этапах работа финансово поддерживалась МФТИ(ГУ) и НИЦ «Курчатовский институт» – ИТЭФ. Я выражаю свою благодарность грантодателям.

Список литературы

- [A1] *N. O. Agasian, M. S. Lukashov, and Yu. A. Simonov.* Dynamical role of Polyakov loops in the QCD thermodynamics // *Mod. Phys. Lett. A.* – 2016. – Vol. 31. – P. 1650222. – arXiv:1610.01472 [hep-lat].
- [A2] *N. O. Agasian, M. S. Lukashov, and Yu. A. Simonov.* Nonperturbative $SU(3)$ thermodynamics and the phase transition // *Eur. Phys. J. A.* – 2017. – Vol. 53. – P. 138. – arXiv:1701.07959 [hep-ph].
- [A3] *М. С. Лукашов, Ю. А. Симонов.* Цветомагнитный конфайнмент в кварк-глюонной термодинамике // *Письма в ЖЭТФ.* – 2017. – Т. 105. – С. 659. – arXiv:1703.06666 [hep-ph].
- [A4] *M. S. Lukashov and Yu. A. Simonov.* Color screening in flux tubes and in the color Coulomb potential from QCD field correlators // *Phys. Rev. D.* – 2017. – Vol. 96. – P. 076019. – arXiv:1706.05712 [hep-ph].
- [1] *F. Gross, E. Klempt, S. J. Brodsky, et al.* 50 Years of Quantum Chromodynamics // *Eur. Phys. J. C.* – 2023. – Vol. 83. – P. 1125. – arXiv:2212.11107 [hep-ph].
- [2] *C. Gattringer and C. B. Lang.* Quantum chromodynamics on the lattice. – Springer, Berlin-Heidelberg, 2010.
- [3] *Yu. A. Simonov.* Field correlator method for the confinement in QCD // *Phys. Rev. D.* – 2019. – Vol. 99. – P. 056012. – arXiv:1804.08946 [hep-ph].
- [4] *Yu. A. Simonov.* The Colormagnetic Confinement in QCD // *Phys. Atom. Nucl.* – 2022. – Vol. 85. – P. 727. – arXiv:2203.07850 [hep-ph].
- [5] *M. S. Lukashov and Yu. A. Simonov.* Theory of the Deconfinement in QCD // *Phys. Atom. Nucl.* – 2023. – Vol. 86. – P. 1256. – arXiv:2305.00558 [hep-ph].
- [6] *H. G. Dosch.* Gluon condensate and effective linear potential // *Phys. Lett. B.* – 1987. – Vol. 190. – P. 177.
- [7] *H. G. Dosch and Yu. A. Simonov.* The area law of the Wilson loop and vacuum field correlators // *Phys. Lett. B.* – 1988. – Vol. 205. – P. 339.

- [8] *Yu. A. Simonov*. Vacuum background fields in QCD as a source of confinement // *Nucl. Phys. B.* – 1988. – Vol. 307. – P. 512.
- [9] *H.-T. Ding, F. Karsch, and S. Mukherjee*. Thermodynamics of strong-interaction matter from Lattice QCD // *Int. J. Mod. Phys. E.* — 2015. — Vol. 24. — P. 1530007. – arXiv:1504.05274 [hep-lat].
- [10] *N. Yu. Astrakhantsev, V. G. Bornyakov, V. V. Braguta, et al.* Lattice study of static quark-antiquark interactions in dense quark matter // *J. High Energ. Phys.* – 2019. – Vol. 2019. – P. 171.– arXiv:1808.06466 [hep-lat].
- [11] *M. D’Elia*. High-Temperature QCD: theory overview // *Nucl. Phys. A.* – 2019. – Vol. 982. – P. 99. – arXiv:1809.10660 [hep-lat].
- [12] *N. Yu. Astrakhantsev, V. V. Braguta, A. Yu. Kotov, et al.* Lattice study of QCD at finite chiral density: topology and confinement // *Eur. Phys. J. A.* – 2021. – Vol. 57. – P. 15. – arXiv:1902.09325 [hep-lat].
- [13] *R. L. Workman, V. D. Burkert, V. Crede, et al.* Review of Particle Physics (Particle Data Group) // *Prog. Theor. Exp. Phys.* – 2022. – Vol. 2022. – P. 083C01. – <https://pdg.lbl.gov/>.
- [14] *Yu. A. Simonov*. Magnetic confinement and the Linde problem // *Phys. Rev. D.* – 2017. – Vol. 96. – P. 096002. – arXiv: 1605.07060 [hep-ph].
- [15] *M. Shifman, A. Vainshtein, and V. Zakharov*. QCD and Resonance Physics // *Nucl. Phys. B.* – 1979. – Vol. 147. – P. 385; P. 448; P. 519.
- [16] *A. M. Polyakov*. Compact gauge fields and the infrared catastrophe // *Phys. Lett B.* – 1975. – Vol. 59. – P. 82.
- [17] *Yu. A. Simonov*. he Fundamental Scale of QCD // *Phys. Atom. Nucl.* – 2021. – Vol. 84. – P. 1195. – arXiv:2103.08223 [hep-ph].
- [18] *O. Kaczmarek, F. Karsch, E. Laermann, et al.* Heavy quark potentials in quenched QCD at high temperature // *Phys. Rev. D.* – 2000. – Vol. 62. – P. 034021. – arXiv:hep-lat/9908010.
- [19] *F. J. Wegner*. Duality in generalized Ising models and phase transitions without local order parameters // *J. Math. Phys.* – 1971. – Vol. 12. – P. 2259.

- [20] *K. G. Wilson*. Confinement of quarks // *Phys. Rev. D*. – 1974. – Vol. 10. – P. 2445.
- [21] *Yu. A. Simonov*. Topological Charges and Convergence of the Cluster Expansion // *Sov. J. Nucl. Phys.* – 1989. – Vol. 50. – P. 310.
- [22] *R. Kubo*. Generalized cumulant expansion method // *J. Phys. Soc. Jap.* – 1962. – Vol. 17. – P. 1100.
- [23] *N. G. Van Kampen*. A cumulant expansion for stochastic linear differential equations. I // *Physica*. – 1974. – Vol. 74. – P. 215.
- [24] *N. G. Van Kampen*. A cumulant expansion for stochastic linear differential equations. II // *Physica*. – 1974. – Vol. 74. – P. 239.
- [25] *N. G. Van Kampen*. Stochastic differential equations // *Phys. Rep.* – 1976. – Vol. 24. – P. 171.
- [26] *Yu. A. Simonov*. Cluster Expansion for Vacuum Confining Fields // *Sov. J. Nucl. Phys.* – 1988. – Vol. 48. – P. 878.
- [27] *Yu. A. Simonov*. A new nonperturbative QCD approach to hadron physics // *Sov. J. Nucl. Phys.* – 1991. – Vol. 54. – P. 192.
- [28] *Yu. A. Simonov and H. G. Dosch*. Heavy quarkonia in a stochastic vacuum // *Z. Phys. C* – 1989. – Vol. 45. – P. 147.
- [29] *В. И. Шевченко*. Динамика пробных тел в квантовых теориях поля со сложным вакуумом // *Дис. ... док. физ-мат. наук: 01.04.02*. – [Место защиты: НИЯУ «МИФИ»]. – Москва, 2018. – 315 С.
- [30] *A. Di Giacomo, H. G. Dosch, V. I. Shevchenko, et al.* Field correlators in QCD. Theory and applications // *Phys. Rept.* – 2002. – Vol. 372. – P. 319. – arXiv:hep-ph/0007223.
- [31] *Ю. А. Симонов*. Конфайнмент // *Усп. Физ. Наук.* – 1996. – Т. 166. – С. 337. – arXiv:hep-ph/9709344.
- [32] *V. I. Shevchenko and Y. A. Simonov*. Generalized coordinate gauge, nonabelian Stokes theorem and dual QCD Lagrangian // *Phys. Lett. B*. – 1998. – Vol. 437. – P. 146. – arXiv:hep-th/9807157.

- [33] *Д. С. Кузьменко, Ю. А. Симонов, В. И. Шевченко.* Вакуум, конфайнмент и структуры КХД в методе вакуумных корреляторов // *Усп. Физ. Наук.* – 2004. – Т. 174. – С. 3. – arXiv:hep-ph/0310190.
- [34] *Sz. Borsanyi, G. Endrödi, Z. Fodor, and Yu. A. Simonov.* Precision $SU(3)$ lattice thermodynamics for a large temperature range // *J. High Energ. Phys.* – 2012. – Vol. 2012. – P. 56. – arXiv:1204.6184 [hep-lat].
- [35] *Yu. A. Simonov.* Strong interaction and bound states in the deconfinement phase of QCD // *Phys. Lett. B.* – 2005. – Vol. 619. – P. 293. – arXiv:hep-ph/0502078.
- [36] *Yu. A. Simonov.* Nonperturbative equation of state of quark-gluon plasma // *Ann. Phys.* – 2008. – Vol. 323. – P. 783. – arXiv:hep-ph/0702266.
- [37] *E. V. Komarov and Yu. A. Simonov.* Nonperturbative equation of state of quark-gluon plasma: Applications // *Ann. Phys.* – 2008. – Vol. 323. – P. 1230. – arXiv:0707.0781 [hep-ph].
- [38] *Sz. Borsanyi, G. Endrödi, Z. Fodor, et al.* The QCD equation of state with dynamical quarks // *J. High Energ. Phys.* – 2010. – Vol. 2010. – P. 77. – arXiv:1007.2580 [hep-lat].
- [39] *M. Cheng, S. Ejiri, P. Hegde, et al.* Equation of state for physical quark masses // *Phys. Rev. D.* – 2010. – Vol. 81. – P. 054504. – arXiv:0911.2215 [hep-lat].
- [40] *M. A. Andreichikov, M. S. Lukashov, and Yu. A. Simonov.* Nonperturbative quark-gluon thermodynamics at finite density // *Int. J. Mod. Phys. A.* – 2018. – Vol. 33. – P. 1850043. – arXiv:1707.04631 [hep-ph].
- [41] *M. Fukugita and T. Niuya.* The distribution of chromoelectric flux in $SU(2)$ lattice gauge theory // *Phys. Lett. B.* – 1983. – Vol. 132. – P. 374.
- [42] *J. E. Kiskis and K. Sparks.* Illustrated study of flux patterns in $SU(2)$ lattice gauge theory // *Phys. Rev. D.* – 1984. – Vol. 30. – P. 1326.
- [43] *A. Di Giacomo, M. Maggiore, and S. Olejnik.* Evidence for flux tubes from cooled QCD configurations // *Phys. Lett. B.* – 1990. – Vol. 236. – P. 199.

- [44] *P. Cea and L. Cosmai.* Dual superconductivity in the $SU(2)$ pure gauge vacuum: A lattice study // *Phys. Rev. D.* – 1995. – Vol. 52. – P. 5152. – arXiv:hep-lat/9504008.
- [45] *P. Cea, L. Cosmai, and A. Papa.* Chromoelectric flux tubes and coherence length in QCD // *Phys. Rev. D.* – 2012. – Vol. 86. – P. 054501. – arXiv:1208.1362 [hep-lat].
- [46] *P. Cea, L. Cosmai, F. Cuteri, et al.* Flux tubes in the $SU(3)$ vacuum: London penetration depth and coherence length // *Phys. Rev. D.* – 2014. – Vol. 89. – P. 094505. – arXiv:1404.1172 [hep-lat].
- [47] *N. Cardoso, M. Cardoso, and P. Bicudo.* Inside the $SU(3)$ quark-antiquark QCD flux tube: Screening versus quantum widening // *Phys. Rev. D.* – 2013. – Vol. 88. – P. 054504. – arXiv:1302.3633 [hep-lat].
- [48] *M. Caselle, M. Panero, R. Pellegrini, et al.* A different kind of string // *J. High Energ. Phys.* – 2015. – Vol. 2015. – P. 105. – arXiv:1406.5127 [hep-lat].
- [49] *G. 't Hooft.* Gauge Fields with Unified Weak, Electromagnetic, and Strong Interactions // *High Energy Physics, Proc. of the EPS International Conference, Palermo, Italy.* – 1975. – P. 1225.
- [50] *S. Mandelstam.* Vortices and quark confinement in non-Abelian gauge theories // *Phys. Rept.* – 1976. – Vol. 23. – P. 245.
- [51] *P. Cea, L. Cosmai, F. Cuteri, et al.* Flux tubes in the QCD vacuum // *Phys. Rev. D.* – 2017. – Vol. 95. – P. 114511. – arXiv:1702.06437 [hep-lat].
- [52] *N. Cardoso and P. Bicudo.* Lattice QCD computation of the $SU(3)$ string tension critical curve // *Phys. Rev. D.* – 2012. – Vol. 85. – P. 077501. – arXiv:1111.1317 [hep-lat].
- [53] *P. Bicudo, N. Cardoso, and M. Cardoso.* Flux Tubes at Finite Temperature // *PoS(LATTICE2016).* – 2016. – Vol. 256. – P. 396. – arXiv:1608.07742 [hep-lat].
- [54] *M. Shifman.* Lectures on Heavy Quarks in Quantum Chromodynamics // *ITEP Lectures on Particle Physics and Field Theory.* – Singapore: World Scientific, 1999. – P. 1. – arXiv:hep-ph/9510377.

- [55] *N. Cabibbo and G. Parisi.* Exponential hadronic spectrum and quark liberation // *Phys. Lett. B.* – 1975. – Vol. 59. – P. 67.
- [56] *J. C. Collins and M. J. Perry.* Superdense Matter: Neutrons or Asymptotically Free Quarks? // *Phys. Rev. Lett.* – 1975. – Vol. 34. – P. 1353.
- [57] *Ю. А. Симонов.* Сильное взаимодействие в кварк-глюонной плазме выше критической температуры // *Письма в ЖЭТФ.* – 1991. – Т. 54. – С. 256.
- [58] *Yu. A. Simonov.* Calculating deconfinement temperature through the scale anomaly in gluodynamics // *JETP Lett.* – 1992. – Vol. 55. – P. 627.
- [59] *Yu. A. Simonov.* Nonperturbative Effects in QCD at $T > 0$ // *Phys. Atom. Nucl.* – 1995. – Vol. 58. – P. 309. – arXiv:hep-ph/9311216.
- [60] *Н. О. Агасян.* Дилатон при конечной температуре и деконфайнмент в глюодинамике // *Письма в ЖЭТФ.* – 1993. – Т. 57. – С. 200.
- [61] *Н. О. Агасян.* $SU(2)$ -глюодинамика в фазе температурного деконфайнмента. // *Письма в ЖЭТФ.* – 2000. – Т. 71. – С. 65.
- [62] *H. G. Dosch, H. J. Pirner, and Yu. A. Simonov.* Nonperturbative effects in gluodynamics at $T \geq T_c$ // *Phys. Lett. B.* – 1995. – Vol. 349. – P. 335.
- [63] *Yu. A. Simonov.* Hot Nonperturbative QCD // Selected Topics in Nonperturbative QCD, *Proc. of the International School of Physics, Varenna, Italy.* – 1995. – P. 319. – arXiv:hep-ph/9509404.
- [64] *Yu. A. Simonov and M. A. Trusov.* Deconfinement transition for nonzero baryon density in the field correlator method // *JETP Lett.* – 2007. – Vol. 85. – P. 598. – arXiv:hep-ph/0703228.
- [65] *Yu. A. Simonov and M. A. Trusov.* Vacuum phase transition at nonzero baryon density // *Phys. Lett. B.* – 2007. – Vol. 650. – P. 36. – arXiv:hep-ph/0703277.
- [66] *A. V. Nefediev, Yu. A. Simonov, and M. A. Trusov.* Deconfinement and quark-gluon plasma // *Int. J. Mod. Phys. E.* – 2009. – Vol. 18. – P. 549. – arXiv:0902.0125 [hep-ph].

- [67] *V. D. Orlovsky and Yu. A. Simonov.* Quark-hadron thermodynamics in a magnetic field // *Phys. Rev. D.* – 2014. – Vol. 89. – P. 054012. – arXiv:1311.1087 [hep-ph].
- [68] *V. D. Orlovsky and Yu. A. Simonov.* Quark mass dependence of the QCD temperature transition in magnetic fields // *Phys. Rev. D.* – 2014. – Vol. 89. – P. 074034. – arXiv: 1312.4178 [hep-ph].
- [69] *V. D. Orlovsky and Yu. A. Simonov.* Magnetic susceptibility at zero and nonzero chemical potential in QCD and QED // *Int. J. Mod. Phys. A.* – 2015. – Vol. 30. – P. 1550060. – arXiv:1406.1056 [hep-ph].
- [70] *A. D. Linde.* Infrared problem in the thermodynamics of the Yang-Mills gas // *Phys. Lett. B.* – 1980. – Vol. 96. – P. 289.
- [71] *D. J. Gross, R. D. Pisarski, and L. G. Yaffe.* QCD and instantons at finite temperature // *Rev. Mod. Phys.* – 1981. – Vol. 53. – P. 43.
- [72] *E. L. Gubankova and Yu. A. Simonov.* Magnetic confinement and screening masses // *Phys. Lett. B.* – 1995. – Vol. 360. – P. 93. – arXiv:hep-ph/9508206.
- [73] *B. Lucini, M. Teper, and V. Wenger.* Properties of the deconfining phase transition in $SU(N)$ gauge theories // *J. High Energ. Phys.* – 2005. – Vol. 2005. – P. 33. – arXiv:hep-lat/0502003.
- [74] *A. Mykkanen, M. Panero, and K. Rummukainen.* Casimir scaling and renormalization of Polyakov loops in large- N gauge theories // *J. High Energ. Phys.* – 2012. – Vol. 2012. – P. 69. – arXiv:1202.2762 [hep-lat].
- [75] *J. Fingberg, U. M. Heller, and F. Karsch.* Scaling and asymptotic scaling in the $SU(2)$ gauge theory // *Nucl. Phys. B.* – 1993. – Vol. 392. – P. 493. – arXiv:hep-lat/9208012.
- [76] *G. Boyd, J. Engels, F. Karsch, et al.* Equation of State for the $SU(3)$ Gauge Theory // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – Vol. 75. – P. 4169. – arXiv:hep-lat/9506025.
- [77] *G. Boyd, J. Engels, F. Karsch, et al.* Thermodynamics of $SU(3)$ lattice gauge theory // *Nucl. Phys. B.* – 1996. – Vol. 469. – P. 419. – arXiv:hep-lat/9602007.

- [78] *B. Beinlich, F. Karsch, E. Laermann, et al.* String tension and thermodynamics with tree level and tadpole improved actions // *Eur. Phys. J. C.* – 1999. – Vol. 6. – P. 133. – [arXiv:hep-lat/9707023](#).
- [79] *E. Braaten and R. D. Pisarski.* Resummation and gauge invariance of the gluon damping rate in hot QCD // *Phys. Rev. Lett.* – 1990. – Vol. 64. – P. 1338.
- [80] *J. O. Andersen, E. Braaten, and M. Strickland.* J. O. Andersen, E. Braaten, and M. Strickland. *Phys. Rev. Lett.* – 1999. – Vol. 83. – P. 2139. – [arXiv:hep-ph/9902327](#).
- [81] *J. O. Andersen, M. Strickland, and N. Su.* Gluon Thermodynamics at Intermediate Coupling // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – Vol. 104. – P. 122003. – [arXiv:0911.0676](#) [hep-ph].
- [82] *J. O. Andersen, N. Su, and M. Strickland.* Three-loop HTL gluon thermodynamics at intermediate coupling // *J. High Energ. Phys.* – 2010. – Vol. 2010. – P. 113. – [arXiv:1005.1603](#) [hep-ph].
- [83] *L. Giusti and M. Pepe.* Equation of state of the $SU(3)$ Yang–Mills theory: A precise determination from a moving frame // *Phys. Lett. B.* – 2017. – Vol. 769. – P. 385. – [arXiv:1612.00265](#) [hep-lat].
- [84] *L. Giusti and M. Pepe.* Thermodynamics of strongly interacting plasma with high accuracy // *PoS(LATTICE2016)*. – 2016. – Vol. 256 – P. 061. – [arXiv:1612.02337](#) [hep-lat].
- [85] *L. G. Yaffe and B. Svetitsky.* First Order Phase Transition in the $SU(3)$ Gauge Theory at Finite Temperature // *Phys. Rev. D.* – 1982. – Vol. 26. – P. 963.
- [86] *A. Vuorinen and L. G. Yaffe.* $Z(3)$ -symmetric effective theory for $SU(3)$ Yang–Mills theory at high temperature // *Phys. Rev. D.* – 2006. – Vol. 74. – P. 025011. – [arXiv:hep-ph/0604100](#).
- [87] *M. C. Ogilvie.* Phases of Gauge Theories // *J. Phys. A: Math. Theor.* – 2012. – Vol. 45. – P. 483001. – [arXiv:1211.2843](#) [hep-th].
- [88] *P. N. Meisinger, T. R. Miller, and M. C. Ogilvie.* Phenomenological Equations of State for $SU(N)$ Gauge Theories // [e-preprint] – 2001. – [arXiv:hep-lat/0110174](#).

- [89] *O. Andreev*. Some Thermodynamic Aspects of Pure Glue, Fuzzy Bags and Gauge/String Duality // *Phys. Rev. D.* – 2007. – Vol. 76. – P. 087702. – arXiv:0706.3120 [hep-ph].
- [90] *C. Ratti, S. Roessner, M. A. Thaler, et al.* Thermodynamics of the PNJL model // *Eur. Phys. J. C.* – 2007. – Vol. 49. – P. 213. – arXiv:hep-ph/0609218.
- [91] *C. Ratti, M. A. Thaler, and W. Weise*. Phases of QCD: Lattice thermodynamics and a field theoretical model // *Phys. Rev. D.* – 2006. – Vol. 73. – P. 014019. – arXiv:hep-ph/0506234.
- [92] *S. Roessner, T. Hell, C. Ratti, et al.* The chiral and deconfinement crossover transitions: PNJL model beyond mean field // *Nucl. Phys. A.* – 2008. – Vol. 814. – P. 118. – arXiv:0712.3152 [hep-ph].
- [93] *Yu. A. Simonov*. Analytic calculation of field-strength correlators // *Phys. Atom. Nucl.* – 2006. – Vol. 69. – P. 528. – arXiv:hep-ph/0501182.
- [94] *Yu. A. Simonov and V. I. Shevchenko*. Confinement Mechanism in the Field Correlator Method // *Adv. High Energy Phys.* – 2009. – Vol. 2009. – P. 873051. – arXiv:0902.1405 [hep-ph].
- [95] *Yu. A. Simonov*. Gluelumps and Confinement in QCD // *Proc. of the Steklov Inst. of Math.* – 2011. – Vol. 272. – P. 234. – arXiv:1003.3608 [hep-ph].
- [96] *I. H. Jorysz and C. Michael*. The field configurations of a static adjoint source in $SU(2)$ lattice gauge theory // *Nucl. Phys. B.* – 1988. – Vol. 302. – P. 448.
- [97] *N. A. Campbell, I. H. Jorysz, and C. Michael*. The adjoint source potential in $SU(3)$ lattice gauge theory // *Phys. Lett. B.* – 1986. – Vol. 167. – P. 91.
- [98] *Yu. A. Simonov*. Gluelump spectrum in the QCD string model // *Nucl. Phys. B.* – 2001. – Vol. 592. – P. 350. – arXiv:hep-ph/0003114.
- [99] *Yu. A. Simonov*. Theory of Light Quarks in the Confining Vacuum // *Phys. Atom. Nucl.* – 1997. – Vol. 60. – P. 2069. – arXiv:hep-ph/9704301.
- [100] *Yu. A. Simonov*. Chiral Lagrangian and chiral quark model from confinement in QCD // *Int. J. Mod. Phys. A.* – 2016. – Vol. 31. – P. 1650104. – arXiv:1509.06930 [hep-ph].

- [101] *Yu. A. Simonov*. Nonperturbative dynamics of heavy quarkonia // *Nucl. Phys. B.* – 1989. – Vol. 324. – P. 67.
- [102] *A. M. Badalian and Yu. A. Simonov*. Spin-dependent potentials and field correlation functions in QCD // *Phys. Atom. Nucl.* – 1996. – Vol. 59. – P. 2164.
- [103] *Yu. A. Simonov*. Chiral Lagrangian with confinement from the QCD Lagrangian // *Phys. Rev. D.* – 2002. – Vol. 65. – P. 094018. – arXiv:hep-ph/0201170.
- [104] *Yu. A. Simonov*. Spin-dependent forces of quarks in a baryon // *Phys. Rev. D.* – 2002. – Vol. 65. – P. 116004. – arXiv:hep-ph/0203059.
- [105] *A. M. Badalian, A. V. Nefediev, and Yu. A. Simonov*. Spin-dependent interactions in quarkonia // *Phys. Rev. D.* – 2008. – Vol. 78. – P. 114020. – arXiv:0811.2599 [hep-ph].
- [106] *P. Cea, L. Cosmai, F. Cuteri, et al.* Flux tubes at finite temperature // *J. High Energ. Phys.* – 2016. – Vol. 2016. – P. 33. – arXiv:1511.01783 [hep-lat].
- [107] *J.-I. Skullerud, G. Aarts, C. Allton, et al.* Quark-gluon plasma phenomenology from anisotropic lattice QCD // [e-preprint] – 2016. – arXiv:1501.00018 [nucl-th].
- [108] *S. Gupta, K. Hübner, and O. Kaczmarek*. Polyakov loop in different representations of $SU(3)$ at finite temperature // *Nucl. Phys. A.* – 2007. – Vol. 785. – P. 278. – arXiv:hep-lat/0608014.
- [109] *A. Di Giacomo, E. Meggiolaro, and H. Panagopoulos*. Gauge-invariant field strength correlations in QCD at zero and non-zero temperature // *Nucl. Phys. B.* – 1997. – Vol. 483. – P. 371. – arXiv:hep-lat/9603018.
- [110] *M. D’Elia, A. Di Giacomo, and E. Meggiolaro*. Gauge-invariant field-strength correlators in pure Yang-Mills theory and full QCD at finite temperature // *Phys. Rev. D.* – 2003. – Vol. 67. – P. 114504. – arXiv:hep-lat/0205018.
- [111] *A. V. Nefediev and Yu. A. Simonov*. Nonperturbative dynamics in the color-magnetic QCD vacuum // *Phys. Atom. Nucl.* – 2008. – Vol. 71. – P. 171. – arXiv:hep-ph/0703306.

- [112] *N. O. Agasian and Yu. A. Simonov.* New nonperturbative approach to the Debye mass in hot QCD // *Phys. Lett. B.* – 2006. – Vol. 639. – P. 82. – arXiv:hep-ph/0604004.
- [113] *N. O. Agasian.* Thermal gluo-magnetic vacuum of $SU(N)$ gauge theory // *Phys. Lett. B.* – 2003. – Vol. 562. – P. 257. – arXiv:hep-ph/0303127.
- [114] *G. Boyd, J. Engels, F. Karsch, et al.* Thermodynamics of $SU(3)$ lattice gauge theory // *Nucl. Phys. B.* – 1996. – Vol. 469. – P. 419. – arXiv:hep-lat/9602007.
- [115] *O. Kaczmarek, F. Karsch, P. Petreczky, et al.* Heavy quark–antiquark free energy and the renormalized Polyakov loop // *Phys. Lett. B.* – 2002. – Vol. 543. – P. 41. – arXiv:hep-lat/0207002.
- [116] *O. Kaczmarek, F. Karsch, F. Zantow, et al.* Static quark-antiquark free energy and the running coupling at finite temperature // *Phys. Rev. D.* – 2004. – Vol. 70. – P. 074505. – arXiv:hep-lat/0406036.
- [117] *A. B. Kaidalov and Yu. A. Simonov.* Glueball spectrum and Pomeron in the Wilson loop approach // *Phys. Atom. Nucl.* – 2000. – Vol. 63. – P. 1428. – arXiv:hep-ph/9911291.
- [118] *A. B. Kaidalov and Yu. A. Simonov.* Glueball masses and Pomeron trajectory in nonperturbative QCD approach // *Phys. Lett. B.* – 2000. – Vol. 477. – P. 163. – arXiv:hep-ph/9911291.
- [119] *Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц.* Статистическая механика. Часть 1. – Том V. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.
- [120] *Y. Chen, A. Alexandru, S. J. Dong, et al.* Glueball spectrum and matrix elements on anisotropic lattices // *Phys. Rev. D.* – 2006. – Vol. 73. – P. 014516. – arXiv:hep-lat/0510074.
- [121] *C. J. Morningstar and M. Peardon.* Glueball spectrum from an anisotropic lattice study // *Phys. Rev. D.* – 1999. – Vol. 60. – P. 034509. – arXiv:hep-lat/9901004.

- [122] *M. Teper*. Glueball masses and other physical properties of $SU(N)$ gauge theories in $D=3+1$: a review of lattice results for theorists // [e-preprint] – 1998. – arXiv:hep-th/9812187.
- [123] *R. Hagedorn*. Statistical thermodynamics of strong interactions at high energies // *Nuovo Cim. Suppl.* – 1965. – Vol. 3. – P. 147.
- [124] *H. B. Meyer*. High-precision thermodynamics and Hagedorn density of states // *Phys. Rev. D.* – 2009. – Vol. 80. – P. 051502(R). – arXiv:0905.4229 [hep-lat].
- [125] *M. Shirogane, S. Ejiri, R. Iwami, et al.* Latent heat at the first order phase transition point of $SU(3)$ gauge theory // *Phys. Rev. D.* – 2016. – Vol. 94. – P. 014506. – arXiv:1605.02997 [hep-lat].
- [126] *B. Beinlich, F. Karsch, and A. Peikert*. $SU(3)$ latent heat and surface tension from tree level and tadpole improved actions // *Phys. Lett. B.* – 1997. – Vol. 390. – P. 268. – arXiv:hep-lat/9608141.
- [127] *P. Petreczky*. Lattice QCD at non-zero temperature // *J. Phys. G.* – 2012. – Vol. 39. – P. 093002. – arXiv:1203.5320 [hep-lat].
- [128] *S. Sharma*. QCD Thermodynamics on the Lattice // *Adv. High Energy Phys.* – 2013. – Vol. 2013. – P. 452978. – arXiv:1403.2102 [hep-lat].
- [129] *R. D. Pisarski*. Effective theory of Wilson lines and deconfinement // *Phys. Rev. D.* – 2006. – Vol. 74. – P. 121703(R). – arXiv:hep-ph/0608242.
- [130] *P. N. Meisinger, M. C. Ogilvie, and T. R. Miller*. Gluon quasiparticles and the Polyakov loop // *Phys. Lett. B.* – 2004. – Vol. 585. – P. 149. – arXiv:hep-ph/0312272.
- [131] *K. Fukushima*. Relation between the Polyakov loop and the chiral order parameter at strong coupling // *Phys. Rev. D.* – 2003. – Vol. 68. – P. 045004. – arXiv:hep-ph/0303225.
- [132] *D. Blaschke, M. Buballa, A. E. Radzhabov, et al.* Effects of mesonic correlations in the QCD phase transition // *Phys. Atom. Nucl.* – 2008. – Vol. 71. – P. 1981. – arXiv:0705.0384 [hep-ph].

- [133] *J. O. Andersen, T. Brauner, and W. R. Naylor.* Confronting effective models for deconfinement in dense quark matter with lattice data // *Phys. Rev. D.* – 2015. – Vol. 92. – P. 114504. – arXiv:1505.05925 [hep-ph].
- [134] *A. Mykkanen, M. Panero, and K. Rummukainen.* Casimir scaling and renormalization of Polyakov loops in large-N gauge theories // *J. High Energ. Phys.* – 2012. – Vol. 2012. – P. 69. – arXiv:1202.2762 [hep-lat].
- [135] *L. D. McLerran and B. Svetitsky.* Quark liberation at high temperature: A Monte Carlo study of $SU(2)$ gauge theory // *Phys. Rev. D.* – 1981. – Vol. 24. – P. 450.
- [136] *S. Nadkarni.* Non-Abelian Debye screening. II. The singlet potential // *Phys. Rev. D.* – 1986. – Vol. 34. – P. 3904.
- [137] *M. D’Elia, A. Di Giacomo, and E. Meggiolaro.* Field strength correlators in full QCD // *Phys. Lett. B.* – 1997. – Vol. 408. – P. 315. – arXiv:hep-lat/9705032.
- [138] *G. S. Bali, N. Brambilla, and A. Vairo.* A lattice determination of QCD field strength correlators // *Phys. Lett. B.* – 1998. – Vol. 421. – P. 265. – arXiv:hep-lat/9709079.
- [139] *A. Di Giacomo, E. Meggiolaro, Yu. A. Simonov, et al.* Dynamics of quark-gluon plasma from field correlators // *Phys. Atom. Nucl.* – 2007. – Vol. 70. – P. 908. – arXiv:hep-ph/0512125.
- [140] *O. Kaczmarek, F. Karsch, P. Petreczky, et al.* Heavy quark-antiquark free energy and the renormalized Polyakov loop // *Phys. Lett. B.* – 2002. – Vol. 543. – P. 41. – arXiv:hep-lat/0207002.
- [141] *O. Kaczmarek and F. Zantow.* Static quark-antiquark interactions in zero and finite temperature QCD: I. Heavy quark free energies, running coupling, and quarkonium binding // *Phys. Rev. D.* – 2005. – Vol. 71. – P. 114510. – arXiv:hep-lat/0503017.
- [142] *F. Karsch, E. Laermann, and M. Lütgemeier.* Three-dimensional $SU(3)$ gauge theory and the spatial string tension of the (3+1)-dimensional finite

- temperature $SU(3)$ gauge theory // *Phys. Lett. B.* – 1995. – Vol. 346. – P. 94. – arXiv:hep-lat/9411020.
- [143] Э. В. Шурык. Теория адронной плазмы // *ЖЭТФ.* – 1978. – Т. 74. – С. 408.
- [144] M. Creutz. Monte Carlo study of quantized $SU(2)$ gauge theory // *Phys. Rev. D.* – 1980. – Vol. 21. – P. 2308.
- [145] L. D. McLerran and B. Svetitsky. A Monte Carlo study of $SU(2)$ Yang-Mills theory at finite temperature // *Phys. Lett. B.* – 1981. – Vol. 98. – P. 195.
- [146] J. Kuti, J. Polonyi, and K. Szlachanyi. Monte Carlo study of $SU(2)$ gauge theory at finite temperature // *Phys. Lett. B.* – 1981. – Vol. 98. – P. 199.
- [147] P. Braun-Munzinger, V. Koch, Th. Schäfer, et al. Properties of hot and dense matter from relativistic heavy ion collisions // *Phys. Rept.* – 2016. – Vol. 621. – P. 76. – arXiv:1510.00442 [nucl-th].
- [148] J. Fingberg, U. M. Heller, and F. Karsch. Scaling and asymptotic scaling in the $SU(2)$ gauge theory // *Nucl. Phys. B.* – 1993. – Vol. 392. – P. 493. – arXiv:hep-lat/9208012.
- [149] G. Boyd, J. Engels, F. Karsch, et al. Equation of State for the $SU(3)$ Gauge Theory // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – Vol. 75. – P. 4169. – arXiv:hep-lat/9506025.
- [150] A. Bazavov, N. Brambilla, H.-T. Ding, et al. Polyakov loop in 2+1 flavor QCD from low to high temperatures // *Phys. Rev. D.* – 2016. – Vol 93. – P. 114502. – arXiv:1603.06637 [hep-lat].
- [151] A. Bazavov, T. Bhattacharya, C. DeTar, et al. Equation of state in (2+1)-flavor QCD (Hot QCD Collaboration) // *Phys. Rev. D.* – 2014. – Vol. 90. – P. 094503. – arXiv:1407.6387 [hep-lat].
- [152] J. W. Flower and S. W. Otto. The field distribution in $SU(3)$ lattice gauge theory // *Phys. Lett. B.* – 1985. – Vol. 160. – P. 128.
- [153] J. Wosiek and R. W. Haymaker. Space structure of confining strings // *Phys. Rev. D.* – 1987. – Vol. 36. – P. 3297(R).

- [154] *A. Di Giacomo, M. Maggiore, and S. Olejnik.* Confinement and chromoelectric flux tubes in lattice QCD // *Nucl. Phys. B.* – 1990. – Vol. 347. – P. 441.
- [155] *V. Singh, D. A. Browne, and R. W. Haymaker.* Structure of Abrikosov vortices in $SU(2)$ lattice gauge theory // *Phys. Lett. B.* – 1993. – Vol. 306. – P. 115. – arXiv:hep-lat/9301004.
- [156] *P. Cea and L. Cosmai.* Lattice investigation of dual superconductor mechanism of confinement // *Nucl. Phys. B - Proc. Suppl.* – 1993. – Vol. 30. – P. 572.
- [157] *Y. Matsubara, S. Ejiri, and T. Suzuki.* The (dual) Meissner effect in $SU(2)$ and $SU(3)$ QCD // *Nucl. Phys. B - Proc. Suppl.* – 1994. – Vol. 34. – P. 176. – arXiv:hep-lat/9311061.
- [158] *P. Cea and L. Cosmai.* Dual superconductor mechanism of confinement on the lattice // *Nuovo Cim. A.* – 1994. – Vol. 107. – P. 541. – arXiv:hep-lat/9210030.
- [159] *P. Cea and L. Cosmai.* On the Meissner effect in $SU(2)$ lattice gauge theory // *Nucl. Phys. B - Proc. Suppl.* – 1994. – Vol. 34. – P. 219. – arXiv:hep-lat/9311023.
- [160] *P. Cea and L. Cosmai.* Dual Meissner effect and string tension in $SU(2)$ lattice gauge theory // *Phys. Lett. B.* – 1995. – Vol. 349. – P. 343. – arXiv:hep-lat/9404017.
- [161] *P. Cea and L. Cosmai.* London penetration length and string tension in $SU(2)$ lattice gauge theory // *Nucl. Phys. B - Proc. Suppl.* – 1995. – Vol. 42. – P. 225. – arXiv:hep-lat/9411048.
- [162] *G. S. Bali, C. Schlichter, and K. Schilling.* Observing long color flux tubes in $SU(2)$ lattice gauge theory // *Phys. Rev. D.* – 1995. – Vol. 51. – P. 5165. – arXiv:hep-lat/9409005.
- [163] *R. W. Haymaker and T. Matsuki.* Model independent approach to studies of the confining dual Abrikosov vortex in $SU(2)$ lattice gauge theory // *Phys. Rev. D.* – 2007. – Vol. 75. – P. 014501. – arXiv:hep-lat/0505019.

- [164] *A. D'Alessandro, M. D'Elia, and L. Tagliacozzo.* Dual superconductivity and vacuum properties in Yang–Mills theories // *Nucl. Phys. B.* – 2007. – Vol. 774. – P. 168. – arXiv:hep-lat/0607014.
- [165] *M. S. Cardaci, P. Cea, L. Cosmai, et al.* Chromoelectric flux tubes in QCD // *Phys. Rev. D.* – 2011. – Vol. 83. – P. 014502. – arXiv:1011.5803 [hep-lat].
- [166] *P. Cea, L. Cosmai, F. Cuteri, et al.* Flux tubes and coherence length in the $SU(3)$ vacuum // *PoS(LATTICE2013)*. – 2013. – Vol. 187. – P. 468. – arXiv:1310.8423 [hep-lat].
- [167] *P. Cea, L. Cosmai, F. Cuteri, et al.* London penetration depth and coherence length of $SU(3)$ vacuum flux tubes // *PoS(LATTICE2014)*. – 2014. – Vol. 214. – P. 350. – arXiv:1410.4394 [hep-lat].
- [168] *G. Ripka.* Dual Superconductor Models of Color Confinement // *Lect. Notes Phys.* – 2004. – Vol. 639. – P. 1.
- [169] *K.-I. Kondo, S. Kato, A. Shibata, et al.* Quark confinement: Dual superconductor picture based on a non-Abelian Stokes theorem and reformulations of Yang–Mills theory // *Phys. Rept.* – 2015. – Vol. 579. – P. 1. – arXiv:1409.1599 [hep-th].
- [170] *И. Е. Кудров.* Исследование непертурбативных свойств КХД методами решеточной теории поля // *Дис. ... канд. физ-мат. наук: 1.3.3.* – [Место защиты: НИЦ «КИ»]. – Москва, 2023. – 97 С.
- [171] *Yu. A. Simonov.* QCD: Perturbative or Nonperturbative? // *Proc. of the XVII Autumn School*, Lisbon, Portugal. – 1999. – Singapore: World Scientific, 2000.
- [172] *А. М. Бадалян, Ю. А. Симонов, В.И. Шевченко.* Метод вакуумных корреляторов: результаты и перспективы // *Ядерная Физика.* – 2006. – Т. 69. – С. 1808.
- [173] *Yu. A. Simonov.* Perturbation Theory in The Nonperturbative QCD Vacuum // *Phys. Atom. Nucl.* – 1995. – Vol. 58. – P. 107. – arXiv:hep-ph/9311247.
- [174] *I. H. Jorysz and C. Michael.* The field configurations of a static adjoint source in $SU(2)$ lattice gauge theory // *Nucl. Phys. B.* – 1988. – Vol. 302. – P. 448.

- [175] *N. A. Campbell, I. H. Jorysz, and C. Michael.* The adjoint source potential in $SU(3)$ lattice gauge theory // *Phys. Lett. B.* – 1986. – Vol. 167. – P. 91.
- [176] *N. Cardoso and P. Bicudo.* Lattice QCD computation of the $SU(3)$ string tension critical curve // *Phys. Rev. D.* – 2012. – Vol. 85. – P. 077501. – arXiv:1111.1317 [hep-lat].
- [177] *P. Bicudo, N. Cardoso, and M. Cardoso.* Flux Tubes at Finite Temperature // *PoS(LATTICE2016).* – 2016. – Vol. 256. – P. 396. – arXiv:1608.07742 [hep-lat].
- [178] *Yu. A. Simonov.* Dynamics of confined gluons // *Phys. Atom. Nucl.* – 2005. – Vol. 68. – P. 1294. – arXiv:hep-ph/0406290.
- [179] *G. S. Bali.* QCD forces and heavy quark bound states // *Phys. Rept.* – 2001. – Vol. 343. – P. 1. – arXiv:hep-ph/0001312.
- [180] *T. Kawanai and S. Sasaki.* Interquark Potential with Finite Quark Mass from Lattice QCD // *Phys. Rev. Lett.* – 2011. – Vol. 107. – P. 091601. – arXiv:1102.3246 [hep-lat].
- [181] *K. Chung and J. Greensite.* Coulomb flux tube on the lattice // *Phys. Rev. D.* – 2017. – Vol. 96. – P. 034512. – arXiv:1704.08995 [hep-lat].
- [182] *M. Baker, N. Brambilla, H. G. Dosch, et al.* Field Strength Correlators and Dual Effective Dynamics in QCD // *Phys. Rev. D.* – 1998. – Vol. 58. – P. 034010. – arXiv:hep-ph/9802273.
- [183] *J. R. Clem.* Simple model for the vortex core in a type II superconductor // *J. Low, Temp. Phys.* – 1975. – Vol. 18. – P. 427.
- [184] *M. Baker.* A New Constraint on Effective Field Theories of the QCD Flux Tube // *Phys. Rev. D.* – 2016. – Vol. 93. – P. 054012. – arXiv:1512.02705 [hep-ph].
- [185] *V. D. Mur, V. S. Popov, Yu. A. Simonov, et al.* Description of Relativistic Heavy-Light Quark-Antiquark Systems via Dirac Equations. // *J. Exp. Theor. Phys.* – 1994. – Vol. 78. – P. 1. – arXiv:hep-ph/9401203.

- [186] *Yu. A. Simonov*. Problems with vector confinement in 4D QCD // *JETP Lett.* – 2017. – Vol. 106. – P. 135.
- [187] *A. V. Nefediev and Yu. A. Simonov*. Chiral symmetry breaking and the Lorentz nature of confinement // *Phys. Rev. D.* – 2007. – Vol. 76. – P. 074014. – arXiv:0708.3603 [hep-ph].
- [188] *M. Cardoso, N. Cardoso, and P. Bicudo*. Lattice QCD computation of the colour fields for the static hybrid quark-gluon-antiquark system, and microscopic study of the Casimir scaling // *Phys. Rev. D.* – 2010. – Vol. 81. – P. 034504. – arXiv:0912.3181 [hep-lat].
- [189] *V. I. Shevchenko and Yu. A. Simonov*. Operator product expansion and confinement // *Phys. Rev. D.* – 2002. – Vol. 65. – P. 074029. – arXiv:hep-ph/0109051.
- [190] *B. Wellegehausen, A. Wipf, and C. Wozar*. Casimir Scaling and String Breaking in G(2) Gluodynamics // *Phys. Rev. D.* – 2011. – Vol. 83. – P. 016001. – arXiv:1006.2305 [hep-lat].
- [191] *A. Maas, L. von Smekal, B. Wellegehausen, et al.* Phase diagram of a gauge theory with fermionic baryons // *Phys. Rev. D.* – 2012. – Vol. 86. – P. 111901(R). – arXiv:1203.5653 [hep-lat].
- [192] *M. Bruno, M. Caselle, M. Panero, et al.* Exceptional thermodynamics: the equation of state of G2 gauge theory // *J. High Energ. Phys.* – 2015. – Vol. 2015. – P. 57. – arXiv:1409.8305 [hep-lat].