

Национальный исследовательский центр  
«Курчатовский институт»

На правах рукописи



**СОРОКИНА Екатерина Алексеевна**

**КРУПНОМАСШТАБНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ТЕЧЕНИЯ В  
ЛАБОРАТОРНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ СИСТЕМАХ**

**Специальность 1.3.9. Физика плазмы**

**Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
доктора физико-математических наук**

**Москва – 2026**

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном учреждении  
«Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»  
(НИЦ «Курчатовский институт»)

**Официальные оппоненты:**

**Скворцова Нина Николаевна**

доктор физико-математических наук, профессор,  
ведущий научный сотрудник Отдела физики плазмы Института  
общей физики им. А. М. Прохорова РАН, г. Москва;

**Зелёный Лев Матвеевич**

доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН,  
научный руководитель Института космических исследований РАН, г. Москва;

**Литвак Александр Григорьевич**

доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН,  
научный руководитель Института прикладной физики  
им. А. В. Гапонова-Грехова РАН, г. Нижний Новгород.

**Ведущая организация:**

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, г. Санкт-Петербург.

Защита состоится 30 июня 2026 г., начало в 15 часов, на заседании  
диссертационного совета 02.1.003.02 на базе НИЦ «Курчатовский институт»  
по адресу: 123182, г. Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИЦ «Курчатовский  
институт» и на сайте [www.nrcki.ru](http://www.nrcki.ru).

Автореферат разослан «        »

2026 г.

Учёный секретарь диссертационного  
совета 02.1.003.02 к.ф.-м.н.

Капустин Ю. В.

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы

Вопросы динамики и устойчивости неоднородной движущейся плазмы, т. е. плазмы со стационарными и осциллирующими во времени течениями, равно как и вопрос генерации таких течений и сопутствующих электрических и магнитных полей, относятся к числу первоочередных в иерархии проблем современной физики плазмы и её приложений. В лабораторных установках магнитного удержания плазмы, в том числе в наиболее перспективных с точки зрения проблемы управляемого термоядерного синтеза – токамаках и стеллараторах – скорость тороидального вращения плазмы может достигать величины порядка ионно-звуковой скорости – см. обзоры [1–3]. Экспериментально подтверждается также возможность значительного изменения направления течения плазмы в пространстве (так называемый шир<sup>1</sup> скорости) – фактор, существенно влияющий на характер течения, масштабы и структуру турбулентных флуктуаций.

В токамаках особое внимание уделяют наблюдаемым крупномасштабным флуктуациям плазмы, однородным в тороидальном направлении и связанным с дрейфом в скрещенных электрическом  $\mathbf{E}$  и магнитном  $\mathbf{B}$  полях. Среди таких флуктуаций выделяют два типа [4, 5]: сверхнизкочастотные течения, связанные с тороидально ( $n = 0$ , где  $n$  – тороидальное волновое число) и полоидально<sup>2</sup> ( $m = 0$ , где  $m$  – полоидальное волновое число) симметричными колебаниями электрического потенциала плазмы с частотой  $\sim 1$  кГц, которые называют зональными течениями (ЗТ) по аналогии с течениями в атмосфере Земли и в океанах, и геодезические акустические моды (ГАМ) – осциллирующие потоки, возбуждаемые колебаниями электрического потенциала ( $n = 0, m = 0$ ) конечной частоты  $\sim 10 - 30$  кГц и сопровождаемые, в отличие от ЗТ, возмущением давления плазмы  $m = 1, n = 0$ . Исследование ГАМ и ЗТ имеет важное научное значение ввиду их предполагаемой связи с турбулентным переносом высокотемпературной плазмы [6, 7, 8].

Наряду с установками УТС мощные направленные потоки характерны и для систем с частично замагниченной плазмой в скрещенных электрическом и магнитном полях, которую также называют “холловской”. Холловская плазма широко распространена и в природе, примером чего могут служить ионосферы планет, и в лабораторных плазмодинамических системах – в ЭЦР-источниках плазмы, магнетронах, приборах для плазменной обработки и напыления материалов, магнитных фильтрах, плазменных ракетных двигателях, к которым, в частности, относится стационарный плазменный двигатель (СПД) А. И. Морозова. Для дальнейшего совершенствования и повышения потребительских ка-

---

<sup>1</sup>от англ. shear – сдвиг, скол, срез

<sup>2</sup>полоидальным направлением в токамаке называют направление, перпендикулярное тороидальному току

честв таких устройств необходимо более полное и адекватное понимание физики происходящих в них процессов, в том числе механизмов турбулентности, переноса и самоорганизации плазмы. В качестве примеров таких процессов можно привести аномальную подвижность электронов поперёк внешнего магнитного поля в холловских плазменных разрядах, как правило, превышающую классические значения на несколько порядков, и формирование крупномасштабных вращающихся структур типа спиц<sup>3</sup>, регулярно наблюдаемых в экспериментах [9]. Сходные образования наблюдаются и в космической плазме, в частности, в некоторых типах звёздного ветра и джетов, а также в пристеночной плазме токамаков.

Таким образом, исследование крупномасштабных колебаний и течений плазмы в различных лабораторных системах и выявление связи их характеристик с параметрами рассматриваемых систем представляются весьма актуальными не только с точки зрения фундаментальной науки, но и для широкого ряда практических приложений.

### **Цель и задачи диссертационной работы**

Цель диссертационной работы состоит в выяснении физической природы, а также в математическом описании и компьютерном моделировании экспериментально наблюдаемых в различных лабораторных системах крупномасштабных течений компонент плазмы. Характер таких течений в магнитном поле, как квазистационарных, так и носящих колебательный или волновой характер, во многом определяется структурой электрического поля, внешнего или самосогласованно возникающего в плазме, в том числе, связанного с собственными модами колебаний.

Для достижения указанной цели были выполнены комплексные исследования, решающие следующие задачи:

- выбор равновесной плазменной конфигурации со вложенными магнитными поверхностями в качестве исходного состояния при анализе динамики флуктуаций;
- развитие теории низкочастотных колебаний, свойственных тороидальным системам магнитного удержания плазмы: геодезических акустических мод и низкочастотных зональных течений;
- исследование собственных мод и механизмов формирования крупномасштабных вращающихся структур в холловских плазменных разрядах;

---

<sup>3</sup>spokes в англоязычной литературе

- моделирование генерации направленных потоков компонент плазмы в лабораторных плазмодинамических системах в присутствии сильного электрического поля.

## Научная новизна

Следующие новые научные результаты, представленные в диссертационной работе, могут быть отнесены к числу основных.

- Аналитически доказана возможность существования глобальных геодезических акустических мод – собственных мод с постоянной частотой колебаний во всём объёме плазменного шнура. Получено интегральное условие их существования. Построены показательные примеры собственных (глобальных) ГАМ как в плазме токамака с обратным широм магнитного поля, так и для монотонных профилей коэффициента запаса устойчивости  $q(r)$ .
- Впервые рассчитана структура и собственные частоты глобальных мод ЗТ, в том числе неустойчивых, в тороидально вращающейся плазме токамака с полым профилем тороидального числа Маха.
- Впервые в рамках идеальной МГД-модели плазмы исследовано влияние магнитной конфигурации токамака (формы магнитных поверхностей плазмы и тороидальной гофрировки магнитного поля) на частоту и полоидальную структуру ГАМ сплошного спектра.
- Разработана нелинейная МГД модель, описывающая самосогласованную динамику ГАМ и ЗТ, индуцированных тороидальным вращением плазмы в токамаке. В приближении слабой турбулентности получено аналитическое решение нелинейных уравнений, описывающее возникновение гармоник ГАМ на сумме и разности частот ГАМ и ЗТ. Выполнено численное моделирование различных режимов нелинейных колебаний, демонстрирующее стабилизацию линейно неустойчивых мод ЗТ, генерацию высших гармоник ЗТ и формирование тонкой структуры спектра ГАМ, наблюдаемой в экспериментах.
- Выведены общие уравнения равновесия плазмы в системах с магнитными поверхностями, обобщающие классическое уравнение Грэда-Шафранова (УГШ) на случай произвольной трёхмерной геометрии. Показано, что любое осесимметричное равновесие в токамаке, удовлетворяющее УГШ, допускает слабо асимметричную деформацию  $n = 1$ , не нарушающую условия равновесия и вложенности магнитных поверхностей. Представлен регулярный способ построения таких деформаций.

- Разработан универсальный аналитический подход для единообразного описания усреднённых характеристик траекторного движения (средней тороидальной скорости, баунс-периода, скорости прецессии) пролётных и запертых частиц в токамаке, в том числе при наличии радиального электрического поля, применимый во всём объёме плазменного шнура.
- Обоснована и описана генерация макроскопического вращения плазмы в токамаке, связанная с бесстолкновительной релаксацией первоначально изотропной функции распределения заряженных частиц в присутствии радиального электрического поля. Показана разнонаправленность такого вращения плазмы в тороидальном направлении на внутреннем и внешнем обводах тора, обусловленная различием движения пролётных и запертых частиц в токамаке.
- Получен обобщённый лагранжиан Литтлджона для описания движения заряженных частиц в скрещенных  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  полях с сильной электрической компонентой, в которых скорость электрического дрейфа сопоставима со скоростью движения частицы. Показана возможность ускорения частицы из-за появления компоненты дрейфового движения вдоль сильного электрического поля.
- Исследована устойчивость, определены область локализации и глобальная структура поперечных колебаний в ускоряющем канале стационарного плазменного двигателя (СПД). Учтены особенности квазистационарного движения электронов и ионов, неоднородности магнитного поля и плотности плазмы, инерция электронов, дебаевские эффекты и эффекты конечного ларморовского радиуса (КЛР). Установлено, что характер движения электронов критически зависит от положения точки старта вдоль оси ускоряющего канала. В прикатодной области движение электронов является регулярным, тогда как при приближении к аноду наблюдается выраженная эргодизация траекторий, сопровождаемая значительным увеличением подвижности частиц вдоль оси системы.
- Предложена физическая трактовка крупномасштабных осцилляций в холловских плазменных разрядах. Для магнетронной конфигурации и конфигурации типа СПД рассчитаны частоты собственных мод градиентно-дрейфовой неустойчивости (ГДН) и структура собственных функций. Показано, что динамика волновых пакетов, формируемых на линейной стадии развития неустойчивости, объясняет наблюдаемые в существующих холловских плазменных ускорителях и магнетронных разрядах крупномасштабные вращающиеся структуры.

### **Автором выносятся на защиту:**

1. МГД-теория, объясняющая глобальный характер наблюдаемых в токамаках геодезических акустических мод (ГАМ) с частотой, постоянной на радиусе плазменного шнура.
2. Теоретическое обоснование вывода о существовании равновесий плазмы со вложенными во всё объёме плазмы магнитными поверхностями в отсутствие пространственной симметрии.
3. Результаты расчётов частоты и пространственной структуры ГАМ с учётом возмущения магнитного поля и формы равновесных магнитных поверхностей плазмы в токамаке.
4. Теория, объясняющая экспериментально наблюдаемый эффект расщепления спектрального пика ГАМ нелинейным взаимодействием ГАМ и низкочастотного зонального течения в токамаке с тороидальным вращением плазмы.
5. Результаты кинетического анализа бесстолкновительной динамики заряженных частиц в токамаке с радиальным электрическим полем, объясняющие особенности макроскопического движения ансамблей пролётных и запертых частиц, включая наблюдаемую полоидальную асимметрию скорости тороидального вращения на внешней и внутренней сторонах тора.
6. Теоретическое объяснение наблюдаемых крупномасштабных структур в плазме разрядов в скрещенных полях суперпозицией глобальных мод градиентно-дрейфовой неустойчивости.

### **Теоретическая и практическая значимость**

Результаты выполненных в диссертации исследований имеют важное практическое значение для объяснения фундаментальных физических явлений, характерных для полностью и частично замагниченной движущейся плазмы и наблюдаемых в различных лабораторных плазменных системах, а также для дальнейшей оптимизации таких систем и их рабочих режимов. В частности,

- Полученные аналитические решения в виде глобальных ГАМ объясняют независимость частоты колебаний электрического потенциала плазмы от радиуса плазменного шнура, регистрируемую экспериментально на множестве современных токамаков. Найденное интегральное условие позволяет определить возможность существования глобальной ГАМ, область её локализации и частотный интервал для наблюдения в эксперименте. Получен-

ные аналитические решения могут быть использованы для верификации численных кодов расчёта спектра МГД-колебаний. Отдельное методическое и практическое значение имеют разработанные методы численного моделирования глобальных низкочастотных осесимметричных мод колебаний электрического потенциала в токамаках с тороидальным вращением плазмы.

- Обнаруженная неустойчивость глобальных мод ЗТ может служить механизмом генерации широких течений, наблюдаемых на периферии плазмы в экспериментах на токамаках.
- Полученное выражение для частоты сплошного спектра ГАМ в некруглой плазме следует использовать для расчёта частоты ГАМ в установках диверторного типа и сферических токамаках. Существенное снижение частоты ГАМ с ростом вытянутости плазмы подтверждается результатами наблюдений с токамаков ASDEX Upgrade и DIII-D; зависимость от треугольности согласуется с наблюдениями на токамаке TCV. Развитая теория ГАМ для токамака с гофрированным магнитным полем обосновывает применимость стандартного выражения для частоты сплошного спектра ГАМ для описания колебаний в реальных условиях эксперимента, когда тороидальное магнитное поле создаётся дискретным набором магнитных катушек.
- Предложенный механизм нелинейного взаимодействия ГАМ и ЗТ объясняет ряд специфических особенностей спектров колебаний, наблюдаемых в экспериментах с плазмой на токамаках и до сих пор не имевших удовлетворительного объяснения в рамках теории [10], как-то: модуляция амплитуды ГАМ, расщепление спектрального пика, формирование сателлитов ГАМ, перемежаемость и вспыхивающий характер. Разработанная теория позволяет установить наличие ЗТ и определить его частоту по наблюдаемому расщеплению спектрального пика ГАМ, тогда как прямая идентификация ЗТ в экспериментах на токамаках является весьма сложной задачей [6].
- Полученные явные аналитические примеры гладких невырожденных равновесных плазменных конфигураций в отсутствие пространственной симметрии опровергают известную гипотезу Грэда [11] о несуществовании трёхмерного равновесия плазмы и демонстрируют возможность реализации систем со вложенными магнитными поверхностями во всём объёме плазменного шнура. Показана несостоятельность использования простых цилиндрических моделей для предсказательных выводов о равновесии плазмы тороидальной топологии. Полученный класс равновесных магнит-

ных конфигураций с  $n = 1$  тороидальной деформацией магнитных поверхностей может быть использован в системах управления разрядами в токамаках, снабжённых катушками для подавления ЭЛМов (ELM – Edge Localized Modes) и тестовыми модулями blankets.

- Разработанный аналитический формализм расчёта усреднённых характеристик движения пролётных и запертых частиц в магнитной конфигурации токамака позволяет верифицировать соответствующие кинетические численные коды. Найденное выражение для скорости тороидальной прецессии пролётных частиц необходимо для анализа резонансного взаимодействия быстрых ионов с осесимметричными возмущениями магнитного поля (error fields) в токамаке.
- Анализ бесстолкновительной релаксации максвелловского ансамбля заряженных частиц в радиальном электрическом поле токамака объясняет полоидальную асимметрию тороидального вращения плазмы, наблюдаемую посредством метода рекомбинационной спектроскопии (CXRS – Charge eXchange Recombination Spectroscopy) в токамаках, и позволяет предсказать её возникновение.
- Эффекты сильного электрического поля существенны для моделирования начальной стадии пробоя плазменного разряда токамака, для корректной интерпретации результатов кинетического моделирования холловских плазменных разрядов, а также для учёта при проектировании и оптимизации устройств, принцип действия которых основан на дрейфе заряженных частиц в скрещенных электрическом и магнитном полях, таких, например, как плазменный рекуператор [12], осуществляющий преобразование тепловой энергии плазмы в энергию электрического поля.
- Расчёт характеристик неустойчивых мод в различных точках ускоряющего канала двигателя СПД-100, основанный на экспериментальных данных о профилях параметров плазмы, с выявлением источников неустойчивости наиболее опасных возмущений необходим для описания и контроля экспериментально наблюдаемых осцилляций разряда в ускорителях холловского типа с целью возможной оптимизации их рабочих режимов. Обнаруженная эргодизация траекторий электронов в модельной конфигурации СПД может быть причиной аномальной подвижности электронов в холловских ускорителях наряду с механизмами турбулентности и пристеночной проводимости.
- Соответствие между рассчитанными характеристиками волновых пакетов, формируемых глобальными градиентно-дрейфовыми модами, и парамет-

рами крупномасштабных азимутальных структур, наблюдаемых в холловских плазменных разрядах, позволяет сделать вывод о том, что именно градиентно-дрейфовая неустойчивость является вероятным механизмом возникновения макроскопических структур в виде спиц в холловской плазме. Разработанная теория допускает прямую экспериментальную проверку и предлагает способы контроля таких структур.

### **Публикации, апробация работы**

По теме диссертации опубликовано 36 работ, из них 21 статья в рецензируемых журналах из списка ВАК, 9 трудов ведущих тематических международных конференций, 6 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ. Работы автора обсуждались на семинарах в НИЦ “Курчатовский институт”, в Национальном исследовательском ядерном университете "МИФИ" и в Физическом институте имени П. Н. Лебедева РАН, а также на тематических российских и международных конференциях, таких как:

- XXXVI, XL, XLIII, XLIV, XLV, XLVI, XLVII, XLVIII Международные Звенигородские конференции по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу: Звенигород, 2009, 2013, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2024 (пленарный доклад);
- 40-я, 44-я, 45-я, 46-я Конференции Европейского физического общества по физике плазмы (EPS Conference on Plasma Physics): Эспу, Финляндия, 2013; Белфаст, Северная Ирландия, 2017; Прага, Чехия, 2018; Милан, Италия, 2019;
- 6-ое Техническое совещание МАГАТЭ по “Теории плазменных неустойчивостей” (6<sup>th</sup> IAEA Technical Meeting on “Theory of Plasma Instabilities”): Вена, Австрия, 2013;
- 17-й и 18-й Международные конгрессы по физике плазмы (International Congress on Plasma Physics): Лиссабон, Португалия, 2014; Гаосюн, Тайвань, 2016;
- 59-е Ежегодное собрание Отделения физики плазмы Американского физического общества (59<sup>th</sup> Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics): Висконсин, США, 2017;
- 25-я, 28-я, 29-я, 30-я Конференции МАГАТЭ по энергии термоядерного синтеза (IAEA Fusion Energy Conference): Санкт-Петербург, 2014; онлайн, 2021; Лондон, Великобритания, 2023; Чэнду, Китай, 2025.

## **Методы исследования**

При выполнении диссертационной работы использовались аналитические методы математической физики, физики плазмы и теории устойчивости, а также численные расчёты, реализованные с помощью авторских компьютерных кодов. Анализ волн в плазме токамака базировался на идеальной (бездиссипативной) МГД-теории. Для исследования волн в частично замагниченной плазме использовались двухжидкостные моментные уравнения, явно учитывающие холловские эффекты.

При анализе движения отдельных частиц использовалась как стандартная дрейфовая теория, так и её обобщение на случай сильного электрического поля с соответствующими численными реализациями, а также коды, основанные на точных (без усреднения по ларморовским орбитам) уравнениях движения, что необходимо при слабой замагниченности компонент плазмы. Кинетические расчёты проведены с использованием авторского метода решения кинетического уравнения с источником, основанного на процедуре обратного интегрирования вдоль траекторий движения заряженных частиц и последующего усреднения функции распределения по времени.

## **Личный вклад автора**

В диссертации представлены теоретические результаты, полученные лично соискателем или в соавторстве при его непосредственном активном участии. В работах по исследованию низкочастотных зональных течений в плазме токамака автором найдены аналитические решения, описывающие глобальные моды ГАМ и ЗТ, получено и проанализировано условие их существования, разработан численный код решения задачи на собственные значения, разработана нелинейная модель взаимодействия ГАМ-ЗТ, проведены соответствующие численные расчёты. Применительно к проблеме трёхмерного равновесия плазмы в магнитном поле автором получена система уравнений, обобщающая уравнение Грэда-Шафранова на случай тороидально асимметричных равновесий, получены её решения. Автором разработан новый подход для анализа траекторий и расчёта бесстолкновительной функции распределения в токамаке с радиальным электрическим полем, аналитически рассчитаны усреднённые характеристики движения пролётных и запертых частиц, численно проведены расчёты функции распределения. Анализ характеристик нижнегибридных волн и условий формирования крупномасштабных структур в холловской плазме проводился при непосредственном руководстве автора.

## Структура и объём работы

Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав и заключения. Каждая глава начинается с преамбулы и заканчивается кратким резюме. Диссертация содержит 266 страниц, 86 рисунков и список литературы из 365 наименований.

## Краткое содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертации, изложено её содержание и представлены положения, выносимые на защиту.

**Первая** глава диссертации (по результатам работ [8А], [12А], [18А–20А], [26А], [28А], [31А], [32А]) содержит подробное описание используемых моделей и рассчитанных с их помощью типовых равновесий плазмы, допускающих наличие поперечного электрического поля и являющихся базисом последующего анализа в диссертационной работе.

В *разделе 1.1* представлено обоснование использования гидродинамической модели изотропного равновесия плазмы в системе тороидально вложенных магнитных поверхностей в качестве исходного состояния при анализе динамики флуктуаций в токамаке. Отсутствие примеров гладких решений уравнений равновесия в отсутствие пространственной симметрии в течение многих лет служило аргументом в поддержку гипотезы Гарольда Грэда [11] о несуществовании невырожденного трёхмерного равновесия плазмы. В реальных экспериментах осевая симметрия конфигурации токамака неизбежно нарушается из-за искажений магнитного поля, дискретности магнитных катушек, неравномерности нагрева, дефектов сборки и т. д. Представлено расширение теории равновесия Шафранова-Грэда для описания равновесных конфигураций плазмы в магнитном поле в отсутствие осевой симметрии магнитных поверхностей и построены явные аналитические контрпримеры к гипотезе Грэда.

В подразделе 1.1.1 вводится обобщённое смешанное представление для магнитного поля вида

$$\mathbf{B} = G[\nabla\Psi \times \nabla\varphi] + F\nabla\varphi - \frac{F}{|\nabla\Psi|^2} \frac{1}{R^2} \frac{\partial\Psi}{\partial\varphi} \nabla\Psi, \quad (1)$$

допускающее возможность существования осесимметричной магнитной поверхности  $\Psi = \text{const}$ :  $(\mathbf{B} \cdot \nabla\Psi) \equiv 0$ ,  $\partial\Psi/\partial\varphi \neq 0$ , где  $\varphi$  – тороидальный угол в цилиндрической системе координат  $\{R, \varphi, z\}$ , связанной с геометрическим центром тора. Представление (1) отличается от использованного В. Д. Шафрановым классического смешанного представления наличием слагаемого вдоль

градиента  $\Psi$  и калибровочным коэффициентом  $G$  в полоидальном магнитном поле, обеспечивающим общность разложения (1). В осесимметричном случае функция  $F$  характеризует полоидальный ток внутри тороидальной поверхности с заданным значением  $\Psi$ .

На основе представления (1) в рамках стандартной формулировки задачи о равновесии плазмы получена система уравнений, описывающая статическое равновесие плазмы в магнитном поле с осесимметричными магнитными поверхностями [19A]:

$$G^2 \Delta^* \Psi + G(\nabla_0 \Psi \cdot \nabla G) + 4\pi R^2 \frac{dp}{d\Psi} + \frac{F}{|\nabla \Psi|^2} (\nabla_0 \Psi \cdot \nabla F) + \frac{1}{v|\nabla \Psi|^2} \left( \mathbf{B} \cdot \nabla F v \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} - \frac{F^2}{2} \nabla \varphi \cdot \nabla v \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{B} \cdot \nabla \frac{G|\nabla \Psi|^2}{F} = [\nabla \Psi \times \nabla \varphi] \cdot \nabla \left( F + \frac{G^2 |\nabla \Psi|^2}{F} \right), \quad (3)$$

$$\mathbf{B} \cdot \nabla F^* = 4\pi R^2 \nabla \varphi \cdot \nabla \left( p + \frac{B^2}{8\pi} \right). \quad (4)$$

Здесь  $p = p(\Psi)$  – давление плазмы,  $F^* = F(1 - v\partial\Psi/\partial\varphi)$ ,  $v = \partial\Psi/\partial\varphi/(R^2|\nabla\Psi|^2)$ ,  $\nabla_0 = \nabla - \nabla\varphi(\partial/\partial\varphi)$  и  $\Delta^* = \partial^2/\partial R^2 - (1/R)\partial/\partial R + \partial^2/\partial z^2$  – оператор Грэда-Шафранова. Уравнение (2) служит аналогом УГШ в трёхмерном случае. Уравнения (3), (4) для функций  $G$  и  $F$  имеют вид магнитных дифференциальных уравнений (МДУ) [13, 14]. Из уравнения (4) в отсутствие осевой симметрии полного давления плазмы немедленно следует неоднородность функции  $F^* = RB_\varphi$  на магнитной поверхности:  $F^* \neq F^*(\Psi)$  – в отличие от вырожденного случая осевой симметрии.

Полученные уравнения упрощены для случая слабой осевой асимметрии, когда искомая магнитная поверхность может быть представлена в виде комбинации осесимметричной составляющей и малой периодической по  $\varphi$  добавки.

В подразделах 1.1.2 и 1.1.3 в этом приближении получены примеры решений трёхмерных уравнений равновесия, характеризующих цилиндрической и тороидальной топологией магнитных силовых линий, соответственно: асимметричные  $\theta$ - и винтовой пинчи, трёхмерный вихрь Хилла, 3D равновесие сферического токамака. Эти решения описывают набор “истинных” несимметричных магнитных поверхностей, т.е., по терминологии Шафранова [15], поверхностей, удовлетворяющих условию замыкания тока, требующему постоянства приведённых длин силовых линий  $\sim \oint dl/B$  на рациональных магнитных поверхностях [16], в равновесной конфигурации с гладкими профилями давления и вращательного преобразования. Выявлена и наглядно продемонстрирована неприменимость простых цилиндрических и плоских моделей для предска-

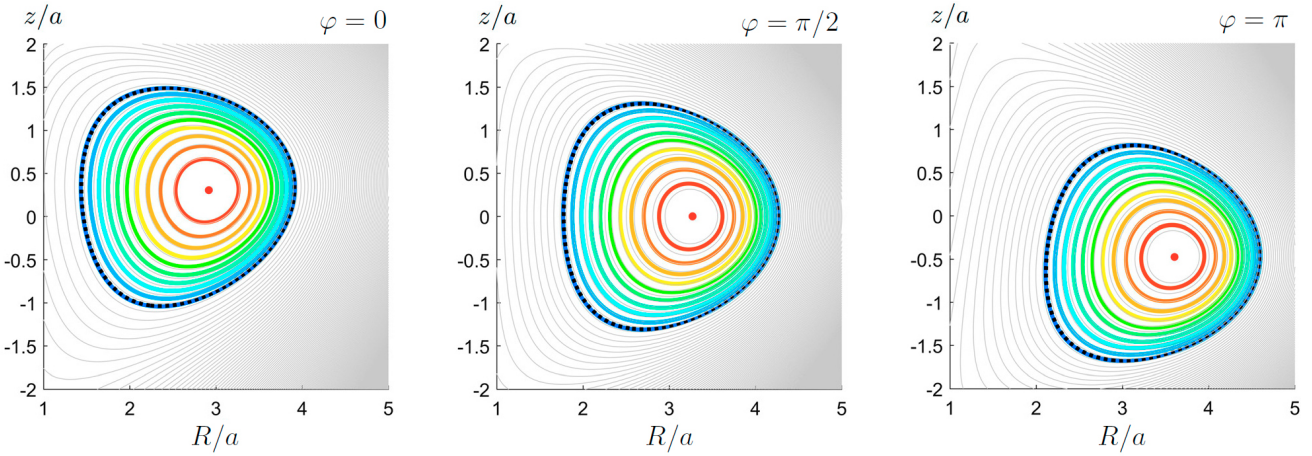


Рис. 1: Линии уровня истинных магнитных поверхностей в равновесии с тороидальной асимметрией  $n = 1$ .

тельных выводов о равновесии тороидальной плазмы [31A].

В подразделе 1.1.4 предложен общий подход к построению равновесия плазмы в токамаке с  $n = 1$  нарушением тороидальной симметрии [32A]. Показано, что для произвольного осесимметричного равновесия плазмы в токамаке – любого решения УГШ – существует малая деформация начальной магнитной конфигурации, которая сохраняет вложенность магнитных поверхностей и обеспечивает равновесие плазмы. Такая деформация и конечная равновесная конфигурация рассчитаны аналитически. В качестве примера реализации разработанного алгоритма получен асимметричный аналог равновесия Соловьёва [17] с невырожденными профилями давления плазмы и плотности тока. Линии уровня магнитных поверхностей в полученной магнитной конфигурации показаны на рис. 1 в различных тороидальных сечениях плазменного шнура. Тем самым доказана ошибочность гипотезы Грэда и открыты возможности для адекватного моделирования трёхмерных равновесных плазменных конфигураций со вложенными магнитными поверхностями.

В подразделе 1.1.5 представлено краткое обсуждение используемых приближений в контексте логики гипотезы Грэда.

В разделе 1.2 описана одножидкостная МГД-модель сильнотолкновительной плазмы, допускающая наличие стационарных плазменных течений. Учёт инерционных поправок необходим для корректного описания плазмы в современных экспериментах на токамаках с дополнительным нагревом, сопровождаемым высокой скоростью тороидального вращения плазмы (вплоть до скорости ионного звука), а также шировых течений плазмы.

В подразделе 1.2.1 представлена исходная система уравнений МГД-модели, состоящая из уравнения движения с инерционными слагаемыми, уравнения непрерывности, закона Фарадея, условия соленоидальности магнитного поля

и уравнения, описывающего динамику давления плазмы.

Равновесное состояние плазмы со стационарным тороидальным вращением обсуждается в подразделе 1.2.2. Оно описывается уравнением типа УГШ на функцию полоидального потока  $\Psi$  при четырёх заданных поверхностных функциях, характеризующих полоидальный ток, угловую частоту тороидального вращения  $\Omega$  и термодинамическое состояние плазмы [18]. Важно, что эффекты вращения приводят к стратификации плазмы по полоидальному углу на магнитной поверхности, что критическим образом влияет на устойчивость и структуру зональных течений в токамаке (см. главу 2). В пределе большого аспектного отношения распределения давления и массовой плотности на магнитной поверхности описываются выражениями:

$$p = \bar{p}(r) \left( 1 + \frac{r}{R_0} \Gamma M^2 \cos \theta \right), \quad \rho = \bar{\rho}(r) \left( 1 + \frac{r}{R_0} \frac{\Gamma}{\alpha} M^2 \cos \theta \right).$$

Здесь  $\bar{p}$ ,  $\bar{\rho}$  – средние значения  $p$  и  $\rho$  на магнитной поверхности,  $\omega_s = \sqrt{\Gamma \bar{p} / \bar{\rho}} / R_0$  – рассчитанная по ним круговая звуковая частота,  $M = \Omega / \omega_s$  – тороидальное число Маха,  $r$  – радиус магнитной поверхности,  $\theta$  – полоидальный угол,  $R_0$  – большой радиус токамака,  $\Gamma$  – показатель адиабаты. Параметр  $\alpha$  позволяет варьировать тип динамического равновесия плазмы, задаваемого формулой  $p = \rho^\alpha \Pi(\Psi)$  [19], где  $\Pi(\Psi)$  – функция магнитной поверхности. Так, значение  $\alpha = \Gamma$  соответствует равновесию с изоэнтропными магнитными поверхностями, при  $\alpha \rightarrow \infty$  функцией магнитной поверхности является плотность, а при  $\alpha = 1$  – температура плазмы.

В подразделе 1.2.3 описана процедура “исключения” быстрых магнитозвуковых колебаний из спектра рассматриваемых возмущений, основанная на анализе поперечной (вдоль направления  $\nabla \Psi$ ) проекции уравнения Фримана-Ротенберга, из которого, в частности, следует, что для низкочастотных волн с  $\omega \sim \epsilon c_A / a$  ( $a$  – малый радиус токамака,  $c_A = B / \sqrt{4\pi \rho}$  – альфвеновская скорость,  $\epsilon$  – малый параметр, в качестве которого используется обратное аспектное отношение токамака) смещение плазмы может быть охарактеризовано в терминах электрического потенциала  $\phi'$  и продольной компоненты смещения  $\zeta$ :

$$\boldsymbol{\xi} = \frac{1}{B^2} [\mathbf{B} \times \nabla \phi'] + \frac{\zeta}{B^2} \mathbf{B}.$$

Оставшиеся две проекции уравнения движения образуют замкнутую систему уравнений на функции  $\phi'$  и  $\zeta$  и служат основой используемой модели, содержащей наряду с эффектами кривизны и вращения плазмы источники винтовой, желобковой и баллонной неустойчивостей.

В разделе 1.3 представлены двухжидкостные моментные уравнения, используемые для описания динамики двухкомпонентной плазмы с горячими замагни-

ченными электронами и незамагниченными ионами в скрещенных электрическом и магнитном полях, характерных для холловских плазменных установок.

В подразделе 1.3.1 представлены исходные уравнения двухжидкостной модели. В уравнении движения для электронов тепловое движение учитывается через градиенты электронного давления и тензора бесстолкновительной вязкости [20, 21], что позволяет включить в рассмотрение эффекты конечного ларморовского радиуса электронов.

Подраздел 1.3.2 посвящён описанию конфигураций электрического и магнитного полей в различных установках холловского типа и равновесий двухкомпонентной плазмы. Обсуждается фактическая реализуемость модельных равновесий в экспериментах.

В подразделе 1.3.3 представлены типичные распределения равновесных параметров плазмы вдоль оси плазменного двигателя семейства СПД, построенные на основе анализа ряда литературных источников, содержащих результаты экспериментальных измерений и PIC<sup>4</sup>-моделирования [20А]. Представленные профили используются далее в главе 3 для анализа устойчивости электростатических мод в ускоряющем канале СПД.

В подразделе 1.3.4 предложена двумерная модель электромагнитной конфигурации поля в СПД [18А], основанная на численном решении УГШ для функции магнитного потока  $\Psi$  с граничными условиями на поверхности магнитопроводов и в предположении о линейной связи между функцией  $\Psi$  и электрическим потенциалом плазмы  $\Phi$ , обусловленном высокой подвижностью электронов вдоль силовых линий магнитного поля. Показано, что такая модель позволяет аппроксимировать конкретные экспериментальные зависимости в различных режимах работы стационарного плазменного двигателя. Построенная конфигурация скрещенных электрического и магнитного полей используется далее в главе 4 при анализе особенностей движения электронов в ускорителе холловского типа.

В разделе 1.4 дано краткое резюме главы 1.

**Вторая** глава диссертации (по результатам работ [1А], [5А]–[10А], [13А], [23А], [27А], [29А], [30А], [33А]–[36А]) посвящена исследованию динамики низкочастотных течений в тороидальной плазме токамака. Основной акцент сделан на исследовании влияния формы магнитных поверхностей плазмы, в том числе их тороидальной асимметрии, а также эффектов вращения, нелинейности и глобальной структуры мод на характеристики ГАМ и ЗТ.

В разделе 2.1 представлены результаты исследования влияния специфики магнитной конфигурации токамака на ГАМ непрерывного спектра в изотропной

---

<sup>4</sup>Particle-In-Cell – метод частиц в ячейках

статической плазме.

В подразделе 2.1.1 представлена система уравнений, используемая для описания спектра радиально локализованных ГАМ в системе тороидально вложенных магнитных поверхностей, в общем случае осесимметричных.

В подразделе 2.1.2 рассчитаны частота и полоидальная структура ГАМ с учётом эффектов некруглости (вытянутости,  $\kappa$ , и треугольности,  $\sigma$ ) магнитной поверхности и конечного обратного аспектного отношения установки,  $\epsilon$  [10A]. Действие каждого из этих эффектов проанализировано в отдельности. Показано существенное снижение частоты ГАМ с ростом вытянутости плазмы:  $\omega \sim \sqrt{2/(\kappa^2 + 1)}$ . Вклад обратного аспектного отношения и треугольности не столь значителен:  $\omega^2$  параболически спадает с ростом  $\epsilon$  и линейно растёт с  $\sigma$ .

В подразделе 2.1.3 для токамаков с большим аспектным отношением выведен закон дисперсии ГАМ, учитывающий тороидальную гофрировку магнитного поля [30A]. Показано, что тороидальная асимметрия магнитной конфигурации приводит к зацеплению колебаний электрического потенциала ГАМ с тороидально- и полоидально-неоднородными возмущениями давления плазмы. При увеличении числа катушек  $n$  тороидального поля эффект гофрировки перестаёт зависеть от  $n$ . Показана применимость стандартной теории для нахождения частоты и пространственной структуры ГАМ в крупных токамаках.

В разделе 2.2 представлена система уравнений, пригодная для описания глобальных зональных течений и геодезических акустических мод в токамаке при наличии стационарного тороидального вращения плазмы. Полученные в подразделе 1.2.3 уравнения упрощены применительно к осесимметричным ( $n = 0$ ) модам в токамаке с низким давлением плазмы,  $\beta = 8\pi p/B^2 \sim \epsilon^2$ . Поиск их решений в виде конечного набора полоидальных мод,

$$\phi' = \phi_0(r) + \phi_{2c}(r) \cos 2\theta + i\phi_{2s}(r) \sin 2\theta, \quad \zeta = \zeta_c(r) \cos \theta + \zeta_s(r) \sin \theta,$$

и последующее исключение  $\zeta$  приводит к уравнениям, описывающим собственную частоту и радиальную структуру глобальных ГАМ и ЗТ во вращающейся плазме токамака с учётом слабых электромагнитных эффектов. В пренебрежении гармониками потенциала  $\phi'$  с  $m = 2$ , которые соответствуют электромагнитным возмущениям, т. е. при  $(\phi_{2c}, \phi_{2s}) = 0$ , полученные уравнения переходят в известный закон дисперсии сплошного спектра электростатических ГАМ и ЗТ [19]:

$$\omega^4 - \omega_s^2 \omega^2 \left( 2 + \frac{1}{q^2} + 4M^2 + \frac{\Gamma M^4}{2\alpha} \right) + \omega_s^4 \frac{\Gamma - \alpha M^4}{\alpha} \frac{1}{2q^2} = 0. \quad (5)$$

Уравнение (5) имеет два корня, больший из которых соответствует ГАМ, а меньший – ЗТ, которое линейно неустойчиво при  $\alpha > \Gamma$ .

В *разделе 2.3* исследован вопрос формирования глобальных ГАМ в статической плазме токамака [6А, 7А].

В подразделе 2.3.1 представлены уравнения глобальных ГАМ, сводящиеся к единственному дифференциальному уравнению второго порядка на функцию  $\Phi_{2c} = r^2\phi_{2c}$ . Уравнения дополнены нулевыми граничными условиями для  $\Phi_{2c}$  в центре плазмы и на её границе, первое из которых обеспечивает регулярность решения на магнитной оси токамака,  $|\phi_{2c}(r = 0)| < \infty$ , а второе – нулевую радиальную скорость на границе плазмы. Аналитически показано, что тип глобального решения зависит от радиального профиля частоты сплошного спектра электростатических ГАМ [22]:

$$\omega_{GAM}^2(r) = \omega_s^2(r) \left( 2 + \frac{1}{q^2(r)} \right). \quad (6)$$

В подразделах 2.3.2 и 2.3.3 представлены решения для глобальных ГАМ в разрядах, характеризуемых как монотонной, так и немонотонной зависимостями  $\omega_{GAM}(r)$ . Ситуация с внеосевым максимумом локальной частоты ГАМ (6) реализуется либо в разрядах с отрицательным магнитным широм, либо при мощном неосевом нагреве плазмы. В этом случае электрическое поле собственной моды  $\sim d\phi_0/dr$  строго локализовано вблизи поверхности максимума  $\omega_{GAM}(r)$  – см. рис. 2. Такая мода впервые была обнаружена численно в [23] при моделировании разрядов токамака JET МГД-кодом CASTOR. При этом авторами [23] был сделан вывод, что наличие внеосевого максимума у частоты ГАМ (6) необходимо для существования глобальной моды. Очевидно, что такая ситуация нехарактерна для реальных современных экспериментов.

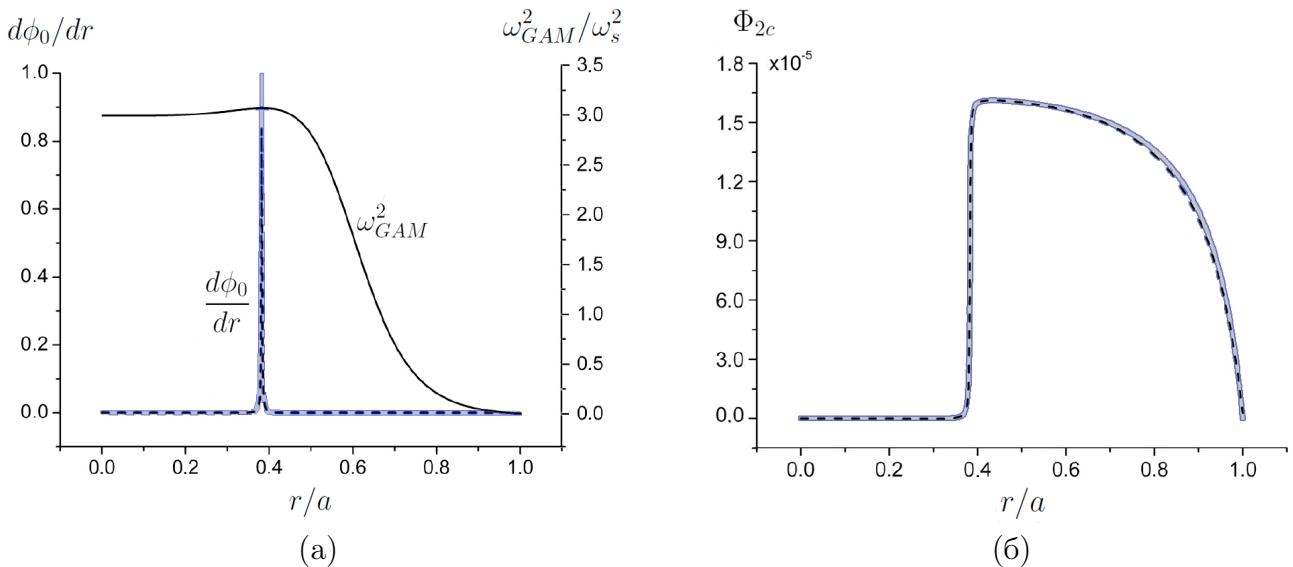


Рис. 2: Радиальная структура электрического поля  $\sim d\phi_0/dr$  (а), и магнитных возмущений  $\sim \Phi_{2c}$  (б) для глобальной ГАМ в равновесии с внеосевым максимумом  $\omega_{GAM}(r)$ .

В диссертационной работе доказано, что вышеуказанное требование не является необходимым для формирования глобальной моды. Представлены аналитические решения, описывающие собственные моды ГАМ в токамаке при монотонной зависимости  $\omega_{GAM}(r)$ , типичной для разрядов с положительным магнитным широм и монотонным профилем температуры. Для их построения использован “итэроподобный” профиль коэффициента запаса устойчивости  $q$  с малым градиентом вблизи центра плазменного шнура, позволяющий проинтегрировать уравнение для второй гармоники электрического потенциала. Показано, что собственная частота ГАМ лежит в зазоре между сплошным спектром электростатических ГАМ (6) и спектром ГАМ с учётом электромагнитных эффектов  $\omega_{GAM}/\sqrt{1 + \omega_s q^2/(4c_A R_0)}$  и для рассматриваемого равновесия определяется значениями параметров плазмы в центре плазменного шнура. Собственная функция глобальной моды не локализована вблизи выделенной магнитной поверхности и обладает заметной амплитудой в центре плазмы – см. рис. 3.

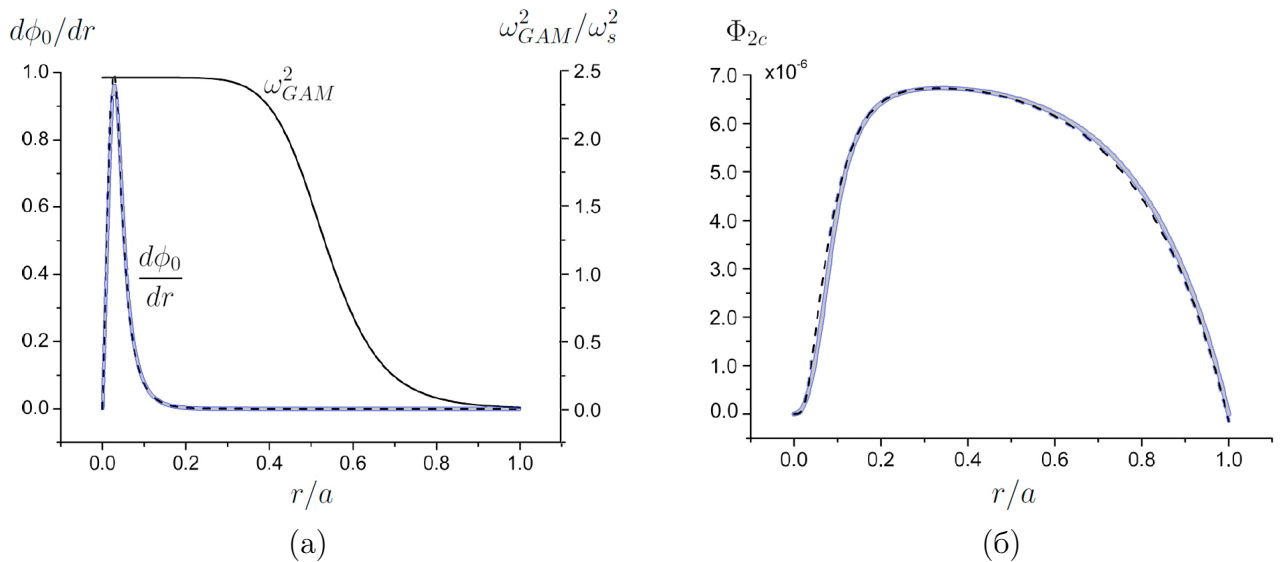


Рис. 3: Радиальная структура электрического поля  $\sim d\phi_0/dr$  (а), и магнитных возмущений  $\sim \Phi_{2c}$  (б) для глобальной ГАМ в равновесии с монотонной зависимостью  $\omega_{GAM}$  от радиуса плазмы.

Соотношение теории и эксперимента по глобальным ГАМ обсуждается в подразделе 2.3.4.

В разделе 2.4 исследуется влияние вращения на условия существования и радиальную структуру глобальных ГАМ и ЗТ в токамаке.

В подразделе 2.4.1 получены уравнения и интегральные условия существования глобальных мод зональных течений во вращающейся плазме. Показано, что в отличие от случая статического равновесия в движущейся плазме для реализации собственной моды необходимо выполнение двух интегральных условий, что обеспечивается подбором собственной частоты моды и отношения амплитуд

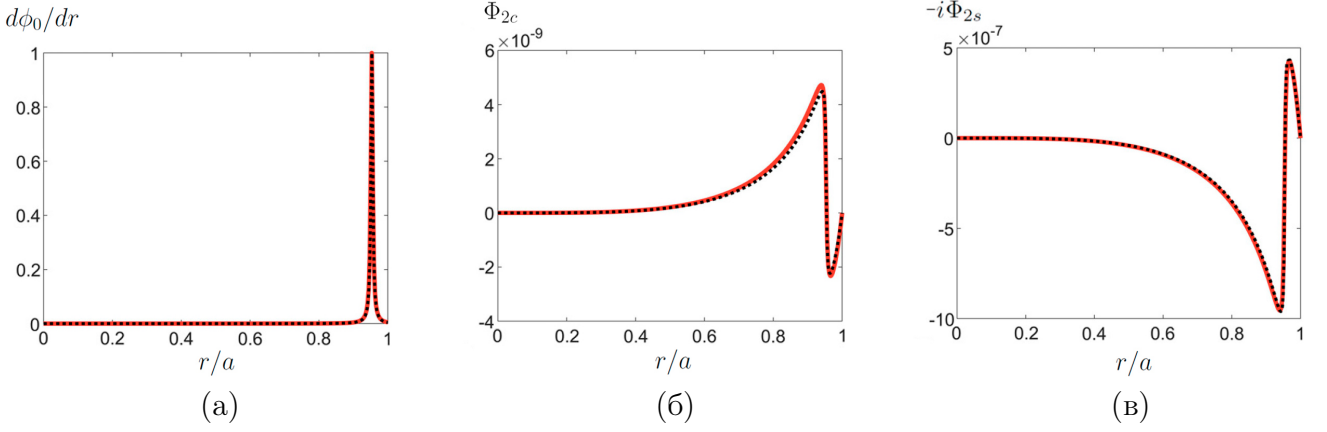


Рис. 4: Собственные функции глобальной моды неустойчивого ЗТ с  $\omega^2 = -2,08 \times 10^{-5} \omega_s^2$ : (а) электрическое поле  $\sim d\phi_0/dr$ , магнитные возмущения (б)  $\sim \Phi_{2c}$ , (в)  $\sim \Phi_{2s}$ . Чёрные пунктирные линии – упрощённые аналитические выражения, красные линии – численные решения.

$\Phi_{2c} = r^2 \phi_{2c}$  и  $\Phi_{2s} = r^2 \phi_{2s}$  полоидальных гармоник потенциала [8A].

Представлены примеры глобальных решений в виде аperiодически неустойчивого зонального течения (рис. 4) и низкочастотной осциллирующей моды ЗТ. Показано, что при типичных профилях параметров плазмы тороидальное вращение приводит к формированию глобальной моды ЗТ на периферии плазменного шнура [27A]. Аналитические результаты подтверждены численным моделированием, учитывающим влияние равновесного продольного тока (подраздел 2.4.2). Методика численного расчёта глобальных мод разработана и применена в [1A].

*Раздел 2.5* посвящён исследованию процесса нелинейного взаимодействия ГАМ и ЗТ в тороидально вращающейся плазме токамака.

В подразделе 2.5.1 представлен вывод уравнений нелинейной динамики ГАМ-ЗТ из исходной системы уравнений идеальной одножидкостной МГД. Уравнения нелинейной модели имеют вид [29A]:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial T} + \frac{1}{q} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta} + A \sin \theta \left( 2 + \frac{\Gamma}{\alpha} M^2 \right) = \frac{A}{q} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \theta}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial T} + \frac{1}{q} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta} + A \sin \theta (2 + M^2) = \frac{A}{q} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial T} + \frac{1}{q} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} + 2AM \sin \theta = \frac{A}{q} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta}, \quad (9)$$

$$\pi \frac{\partial A}{\partial T} - \oint \sin \theta \left( \tilde{p} + M\tilde{v} + \frac{M^2}{2} \tilde{\rho} \right) d\theta = 0. \quad (10)$$

Здесь введены нормированные возмущения радиального электрического поля  $A = cq d\phi_0/dr / (r B_a \omega_s)$ , плотности  $\tilde{\rho} = q R_0 \rho' / (r \bar{\rho})$ , давления  $\tilde{p} = q R_0 p' / (r \Gamma \bar{p})$  и продольной скорости плазмы  $\tilde{v} = q v'_{||} / (r \omega_s)$ ;  $T = t \omega_s$ ,  $B_a$  – поле на магнитной оси токамака,  $c$  – скорость света. Уравнение (7) соответствует уравнению

непрерывности, уравнение (8) – закону адиабаты, уравнение (9) есть проекция уравнения движения на направление магнитного поля, (10) – условие квазинейтральности, усреднённое по магнитной поверхности  $\Psi$ . Левые части уравнений (7)–(10) содержат линейные по амплитуде возмущений слагаемые; в правых частях собраны квадратичные нелинейности. Найдены точные интегралы системы (7)–(10).

Без учёта нелинейных слагаемых рассматриваемая система даёт известный закон дисперсии низкочастотных широких течений в тороидально вращающейся плазме токамака (5), определяющий собственные линейные частоты колебаний ГАМ и ЗТ, которые являются независимыми. Нелинейность, как показано далее, приводит к гораздо более богатой спектральной картине, демонстрирующей различные режимы колебаний, реализация которых зависит от равновесного состояния плазмы, её устойчивости, а также от начального уровня флуктуаций.

В подразделе 2.5.2 в условиях постоянства амплитуды низкочастотного зонального течения получено упрощённое аналитическое решение системы (7)–(10), объясняющее экспериментально наблюдаемые сателлиты ГАМ [7] взаимодействием ГАМ и ЗТ. Анализ основывается на методе теории слабой турбулентности, предполагающем, что нелинейное взаимодействие собственных колебаний плазмы (в рассматриваемом случае ГАМ и низкочастотного ЗТ) приводит к тому, что их амплитуды становятся медленно меняющимися функциями времени. В спектре колебаний сателлиты ГАМ проявляются на частотах, равных сумме и разности частот исходных колебаний ГАМ и ЗТ. Рассчитанный коэффициент нелинейного взаимодействия ГАМ-ЗТ пропорционален тороидальному числу Маха,  $M$ , что показывает принципиальную роль стационарного тороидального вращения плазмы в процессе взаимодействия собственных мод широких течений.

В подразделе 2.5.3 представлены численные решения системы нелинейных уравнений (7)–(10) для равновесия вращающейся плазмы с плотностью, постоянной на магнитных поверхностях [ЗЗА]; такое равновесие линейно неустойчиво по отношению к возмущениям типа ЗТ. В расчётах начальное возмущение задаётся возмущением электрического поля в плазме. Вариация начальной амплитуды возмущения позволяет проследить переход от практически линейных колебаний к сильно нелинейному режиму. Показано, что в отсутствие тороидального вращения в системе при выводе её из первоначального состояния равновесия случайной флуктуацией радиального электрического поля реализуется только колебательный процесс ГАМ. При наличии вращения ЗТ линейно неустойчиво. За счёт нелинейных эффектов происходит стабилизация ЗТ и выход моды на низкочастотные колебания конечной амплитуды. Амплитуда

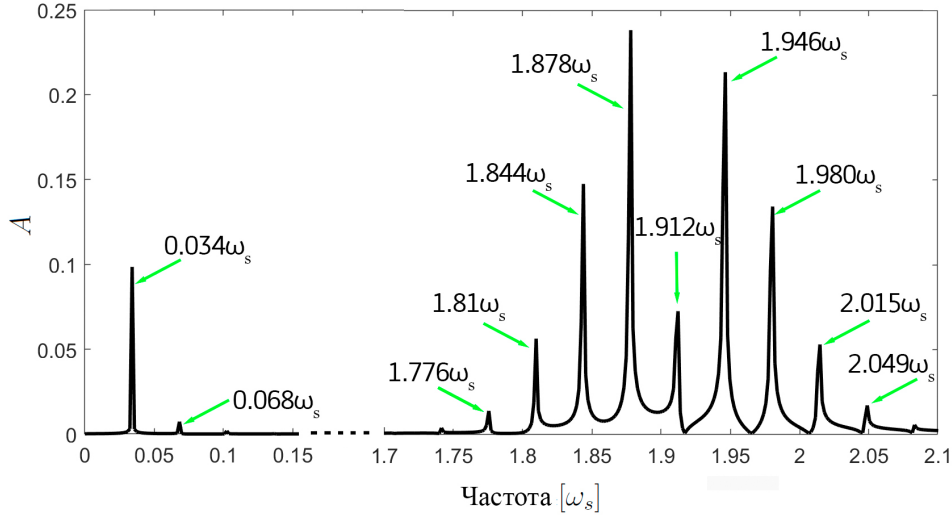


Рис. 5: Спектр амплитуд осесимметричных флуктуаций электрического поля  $\sim A$  в режиме сильной нелинейности. Низкочастотная активность соответствует ЗТ, высокочастотная – ГАМ. Частота основной гармоники ЗТ  $\approx 0,03\omega_s$ , частота линейной ГАМ  $\approx 1,91\omega_s$ .

насыщенного ЗТ определяется инкрементом неустойчивости, в то время как амплитуда ГАМ – величиной начального возмущения электрического поля. Вид спектра, а именно, какое колебание – высокочастотное (ВЧ) или низкочастотное (НЧ) – будет преобладающим (несущим), определяется балансом между скоростью стационарного вращения плазмы, определяющей инкремент неустойчивости, и скоростью, связанной с величиной флуктуации, определяемой амплитудой начального возмущения электрического поля.

В режиме слабой нелинейности взаимодействие ГАМ с линейно неустойчивым ЗТ приводит к появлению в спектре колебаний гармоник на сумме и разности частот ГАМ и стабилизированного ЗТ.

В режиме сильной нелинейности происходит генерация высших гармоник ЗТ. Взаимодействие ГАМ с низкочастотной активностью, в свою очередь, формируют комплексную структуру спектра ГАМ. Спектральная полоса ГАМ состоит из эквидистантных пиков, расстояние между которыми в точности соответствует основной гармонике стабилизированного ЗТ, а ширина полосы ГАМ практически равна удвоенной ширине полосы низкочастотной активности. Формируется “двугорбая” структура спектра ГАМ с минимумом вблизи линейной частоты ГАМ<sup>5</sup> – см. рис. 5.

Спектр мощности нелинейных колебаний оказывается весьма чувствителен к качеству анализируемого сигнала. На рис. 6 показаны спектры мощности флуктуаций электрического поля, рассчитанные при разной разрешающей частоте

<sup>5</sup>Нелинейное взаимодействие ГАМ-ЗТ демонстрирует типичную картину, наблюдаемую при взаимодействии НЧ- и ВЧ-колебаний различной физической природы. Такая же картина, в частности, свойственна процессу параметрического возбуждения ионно-звуковой и ленгмюровской волн – см. рис. 40 в [24]

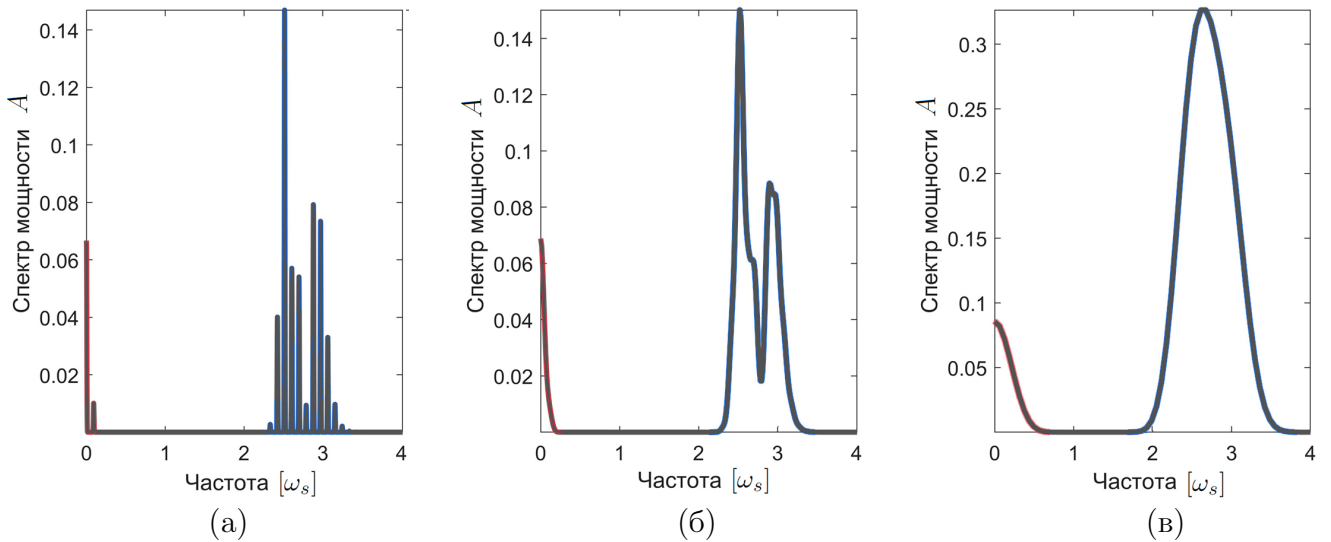


Рис. 6: Спектр мощности флуктуаций электрического поля  $\sim A$  при различном частотном разрешении:  $0,01\omega_s$  (а),  $0,1\omega_s$  (б),  $0,5\omega_s$  (в). В представленном режиме частота стабилизированного ЗТ  $\approx 0,09\omega_s$ , частота линейной ГАМ  $\approx 2,4\omega_s$ .

с постепенным снижением качества разрешения. Если разрешение по частоте меньше расстояния между пиками ГАМ, т.е. частоты ЗТ, тонкая структура спектра хорошо видна – рис. 6а. При превышении этой величины соседние частотные пики сливаются – наблюдаются два интегральных пика со следами тонкой структуры – рис. 6б. Дальнейшее ухудшение качества разрешения приводит к тому, что не разрешаются уже даже и интегральные максимумы ГАМ, и спектр мощности демонстрирует единый пик – рис. 6в. Таким образом, в зависимости от спектрального разрешения один и тот же сигнал можно интерпретировать как широкополосную активность, как два сателлита ГАМ или как единый пик ГАМ. Частотно-временная диаграмма сигнала демонстрирует перемежаемость спектра ГАМ, выражающуюся в “перескоке” максимума спектра мощности с частоты одного интегрального максимума активности ГАМ на частоту другого максимума – см. рис. 7. Переход на более высокочастотную моду происходит скоррелировано со вспышкой стабилизированного ЗТ.

В подразделе 2.5.4 исследованы нелинейные режимы колебаний ГАМ-ЗТ, характеризуемые начальным возмущением всех гидродинамических характеристик плазмы, причём как в линейно устойчивом, так и неустойчивом случаях. Демонстрируются эффекты модуляции амплитуды, расщепления спектрального пика, перемежаемости и вспышек ГАМ. Показано соответствие результатов нелинейных расчётов совместной динамики ГАМ и ЗТ в плазме токамака экспериментальным наблюдениям, выполненным на действующих установках.

Выявленные особенности нелинейного взаимодействия ГАМ-ЗТ обсуждаются в подразделе 2.5.5.

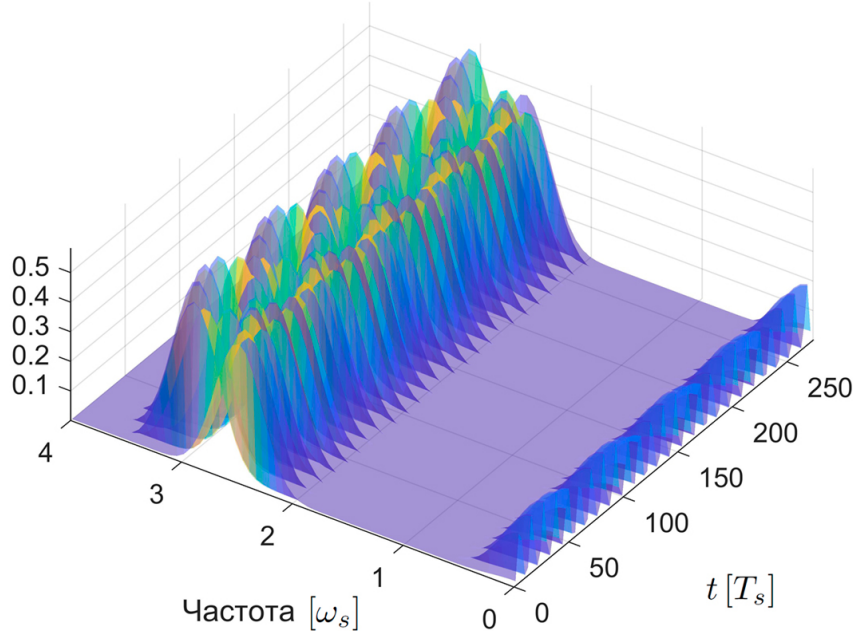


Рис. 7: Частотно-временная диаграмма флуктуаций электрического поля  $\sim A$  в режиме сильной нелинейности.

В *разделе 2.6* дано резюме главы 2.

**Третья** глава диссертации (по результатам работ [11A], [12A], [16A], [17A], [20A]–[22A], [25A]) посвящена вопросу генерации градиентно-дрейфовых волн в частично замагниченной плазме в скрещенных электрическом и магнитном полях, характерной для установок холловского типа, как-то: стационарные плазменные двигатели, магнетронные разряды, разряды Пеннинга, источники многозарядных ионов и др. Задача исследования состояла в выявлении причин реализации в холловских разрядах именно крупномасштабных волн среди широкого спектра флуктуаций нижегибридного диапазона частот. Считается, что азимутальное электрическое поле, ассоциируемое с вращением таких структур, приводит к аномальному переносу электронов вдоль оси ускоряющего канала, критическим образом влияющего на рабочие характеристики разрядов.

В *разделе 3.1* представлен общий анализ устойчивости градиентно-дрейфовых волн в частично замагниченной плазме в скрещенных полях.

В подразделе 3.1.1 на основании двужидкостной МГД-модели, представленной в подразделе 1.3.1, получено дисперсионное уравнение для электростатических возмущений нижегибридного диапазона частот, учитывающее конечную температуру электронов, эффекты равновесного  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ -тока электронов, конечную скорость ионного потока, инерцию и конечный ларморовский радиус электронов, градиенты магнитного поля и плотности плазмы, а также дебаев-

ские эффекты.

В подразделе 3.1.2 аналитически получен общий критерий устойчивости градиентно-дрейфовых волн. Показано, что инерция электронов стабилизирует коротковолновые возмущения, ограничивая сверху максимальное значение инкремента неустойчивости. Эффекты КЛР способны стабилизировать короткие длины волн вблизи порога неустойчивости, в результате чего в системе возбуждаются крупномасштабные волны.

Для крупномасштабных мод, длина волны которых сопоставима с размером системы и с характерными размерами неоднородностей плазмы и магнитного поля, обычное представление в виде разложения по плоским волнам становится неприменимым. В подразделе 3.1.3 получены уравнения, описывающие структуру глобальных мод ГДН в холловской плазме.

В подразделе 3.1.4 рассчитан спектр собственных мод ГДН в конфигурации магнетронного типа с однородным магнитным полем. Расчёт демонстрирует важные особенности спектра глобальных мод ГДН в холловской плазме, как-то: доминирование крупномасштабных азимутальных возмущений при сильном дрейве неустойчивости, и одновременное сосуществование нескольких наиболее неустойчивых мод с близкими частотами и инкрементами, приводящее к генерации низкочастотных биений на линейной стадии развития неустойчивости [21А].

В подразделе 3.1.5 обсуждаются область применения и место полученных результатов.

В разделе 3.2 разработанная теория применена к типичным параметрам плазмы в разряде стационарного плазменного двигателя модели СПД-100.

В подразделе 3.2.1 исследовано изменение спектральных характеристик градиентно-дрейфовой неустойчивости в зависимости от координаты вдоль оси ускоряющего канала СПД. Показано наличие трёх пространственных областей, характеризующихся различной картиной развития ГДН [20А] – см. рис. 8.

В прианодной части ускорителя возбуждаются длинноволновые азимутальные колебания с азимутальными волновыми числами  $k_\varphi \simeq 0,01 - 2,1$  рад/см и частотами в диапазоне  $f \simeq -(295 - 505)$  кГц, распространяющиеся в  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ -направлении. Механизм их неустойчивости обусловлен наличием поперечного тока электронов в неоднородной плазме, удовлетворяющей критерию  $d(n_e/B^2)/dz > 0$  ( $z$  – координата вдоль оси ускоряющего канала,  $n_e$  – равновесная концентрация электронов). В основной части ускоряющего канала доминируют высокочастотные,  $f \simeq -(0,31 - 3,39)$  МГц, аксиальные возмущения с короткими длинами волн,  $k_z \simeq -(9,36 - 15,1)$  рад/см, распространяющиеся от анода к катоду. Их дестабилизация обусловлена равновесным потоком ионов. За выходом из ускоряющего канала неустойчивы косые волны, вращающие-

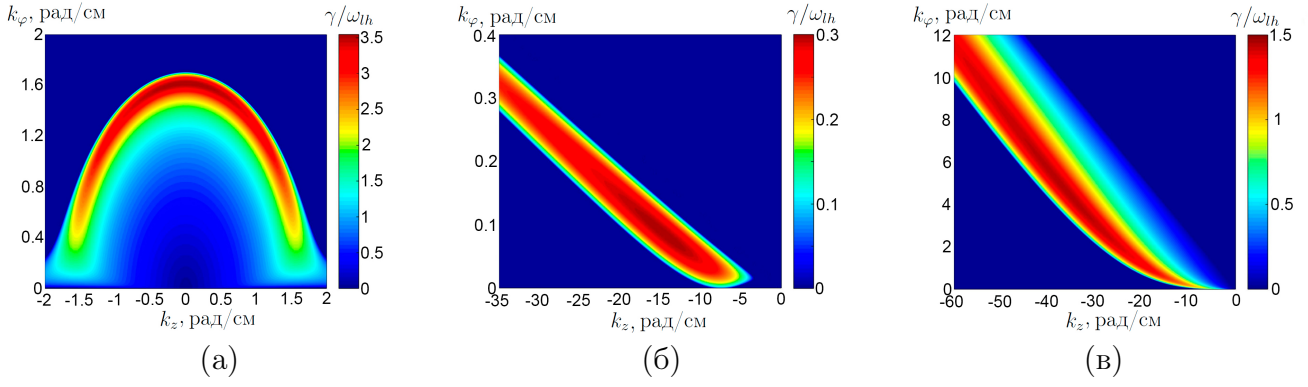


Рис. 8: Линии уровня инкремента ГДН на плоскости волновых чисел  $k_z - k_\varphi$  в различных аксиальных сечениях ускоряющего канала двигателя СПД-100: (а) прианодная область  $z = 0, 21d$ , (б) основная часть ускоряющего канала  $z = 0, 5d$ , (в) область отрыва плазменной струи  $z = 1, 22d$ . Инкремент неустойчивости  $\gamma$  нормирован на нижнегибридную частоту  $\omega_{lh}$ ,  $d$  – длина ускоряющего канала.

ся в направлении  $\mathbf{E} \times \mathbf{V}$ -дрейфа и движущиеся в сторону отрыва плазменной струи. Характеристики неустойчивых мод в области отрыва плазменной струи охватывают широкий диапазон частот  $f \simeq -(0, 01 - 12, 16)$  МГц и длин волн,  $k_z \simeq -(0, 2 - 44, 3)$  рад/см и  $k_\varphi \simeq 0, 7 - 26, 1$  рад/см, и также во многом определяются скоростью равновесного потока ионов. Сводка результатов анализа устойчивости локализованных градиентно-дрейфовых мод в стационарном плазменном двигателе представлена на рис. 9.

В подразделе 3.2.2 из численного решения соответствующей задачи на собственные значения при заданных граничных условиях для потенциала возмущений рассчитаны частоты собственных (глобальных) неустойчивых колебаний и аксиальная структура собственных функций градиентно-дрейфовой неустойчивости в канале СПД. Показано, что собственные неустойчивые колебания в СПД характеризуются крупномасштабной азимутальной  $m = 1 \div 5$  и ак-

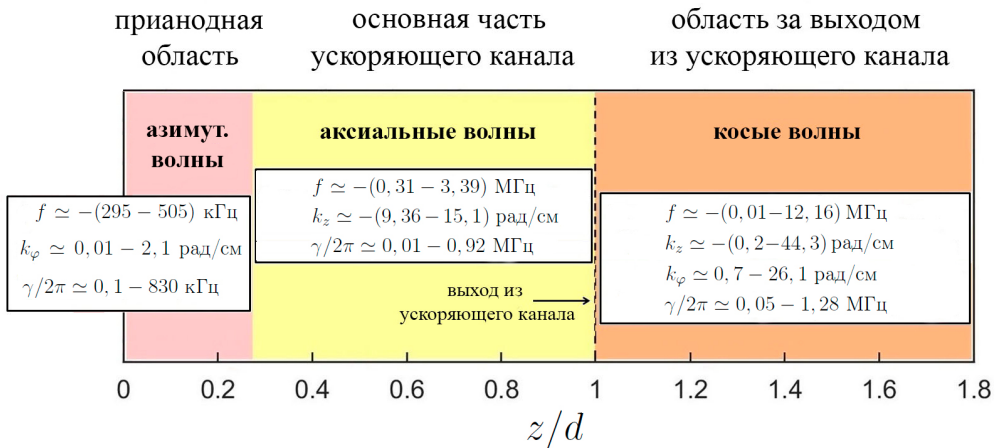


Рис. 9: Рассчитанные характеристики неустойчивых мод вдоль длины ускоряющего канала СПД.

сиальной структурой собственных функций и локализованы в прианодной области ускоряющего канала [17А]. Спектр колебаний имеет характерный “параболический” вид в результате чего глобальные моды на линейной стадии развития неустойчивости образуют волновые пакеты  $m = 1$  с характерной частотой огибающей  $\sim 50$  кГц и групповой скоростью  $\sim 0,02V_E$ . Типичная пространственно-временная эволюция таких пакетов представлена на рис. 10.

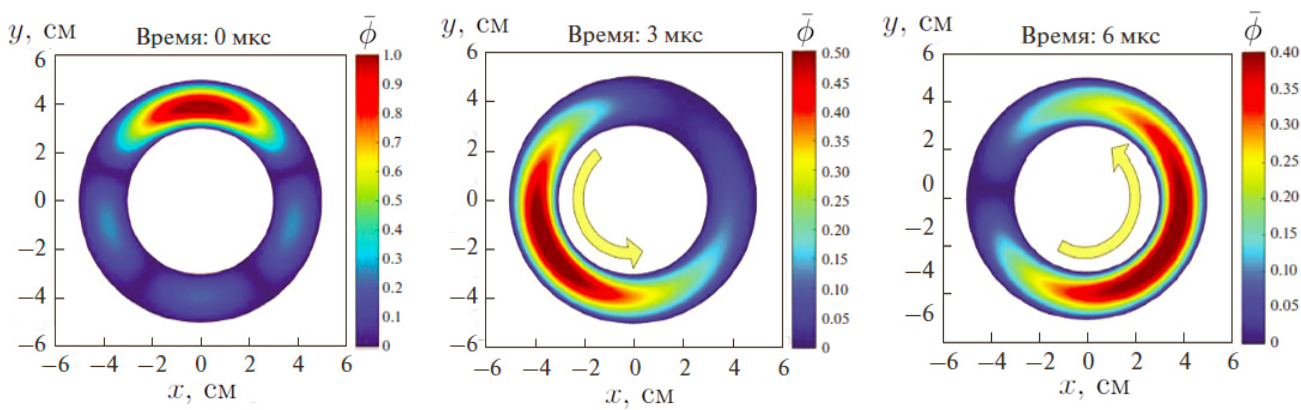


Рис. 10: Линии уровня огибающей волнового пакета неустойчивых градиентно-дрейфовых мод на срезе ускоряющего канала СПД в разные моменты времени: 0, 0, 3, 0 мкс, 6, 0 мкс. На рисунке в плоскости  $z = \text{const}$  введены декартовы координаты  $x = R \cos \varphi$ ,  $y = R \sin \varphi$ .

Ключевую роль в формировании спектра глобальных градиентно-дрейфовых мод играет инерция электронов, стабилизирующая коротковолновые возмущения, а пространственная локализация мод объясняется выполнением локального критерия неустойчивости лишь в прианодной части ускорителя. Рассчитанные характеристики волновых пакетов, как-то: прианодная локализация, десятикилогерцовая частота, низкие  $m$ , медленное вращение в направлении  $[\mathbf{E} \times \mathbf{V}]$ -дрейфа, обратная пропорциональность частоты радиусу ускоряющего канала – соответствуют параметрам крупномасштабных азимутальных структур, наблюдаемых в двигателях семейства СПД, что позволяет считать градиентно-дрейфовую неустойчивость вероятным механизмом возникновения крупномасштабных вращающихся структур в виде спиц в холловских ускорителях плазмы.

В подразделе 3.2.3 суммируются результаты анализа градиентно-дрейфовой неустойчивости в ускоряющем канале СПД.

Краткое резюме главы 3 дано в *разделе 3.3*.

В **четвёртой** главе (по результатам работ [2А–4А], [14А], [15А], [18А], [24А]) исследуется влияние электрического поля на динамику заряженных частиц плазмы в токамаке и в плазменных разрядах в скрещенных полях.

*Раздел 4.1* посвящён исследованию особенностей дрейфового движения нерелятивистской заряженной частицы в медленно меняющихся магнитном и силь-

ном электрическом полях, для которых неприменимо предположение о малости скорости электрического дрейфа по отношению к полной скорости частицы.

В подразделе 4.1.1 получен обобщённый лагранжиан Литтлджона [24А] и с его помощью продемонстрирован переход к расширенной системе дрейфовых уравнений, содержащей дополнительные скорости дрейфов [25].

В подразделе 4.1.2 представлены некоторые примеры траекторий движения заряженных частиц в конфигурациях скрещенных полей, демонстрирующие влияние сильного электрического поля на характер дрейфового движения. Отдельно рассмотрены конфигурации с неоднородным электрическим и неоднородным магнитным полем. Показана возможность ускорения заряженной частицы за счёт дрейфового движения вдоль сильного электрического поля.

*Раздел 4.2* посвящён исследованию движения электронов в конфигурации стационарного плазменного двигателя. Показано, что характер движения электронов, рождающихся с нулевой начальной скоростью при ионизации рабочего газа, критически зависит от положения точки старта вдоль оси ускоряющего канала. Если в прикатодной области движение электронов является регулярным, то при приближении к аноду наблюдается выраженная эргодизация их траекторий, сопровождающаяся значительным увеличением переноса частиц вдоль оси ускорителя [18А].

В *разделе 4.3* исследовано влияние радиального электрического поля на бесстолкновительную динамику заряженных частиц в плазме токамака. Проанализировано как коллективное движение ансамбля заряженных частиц, так и индивидуальные особенности их траекторий.

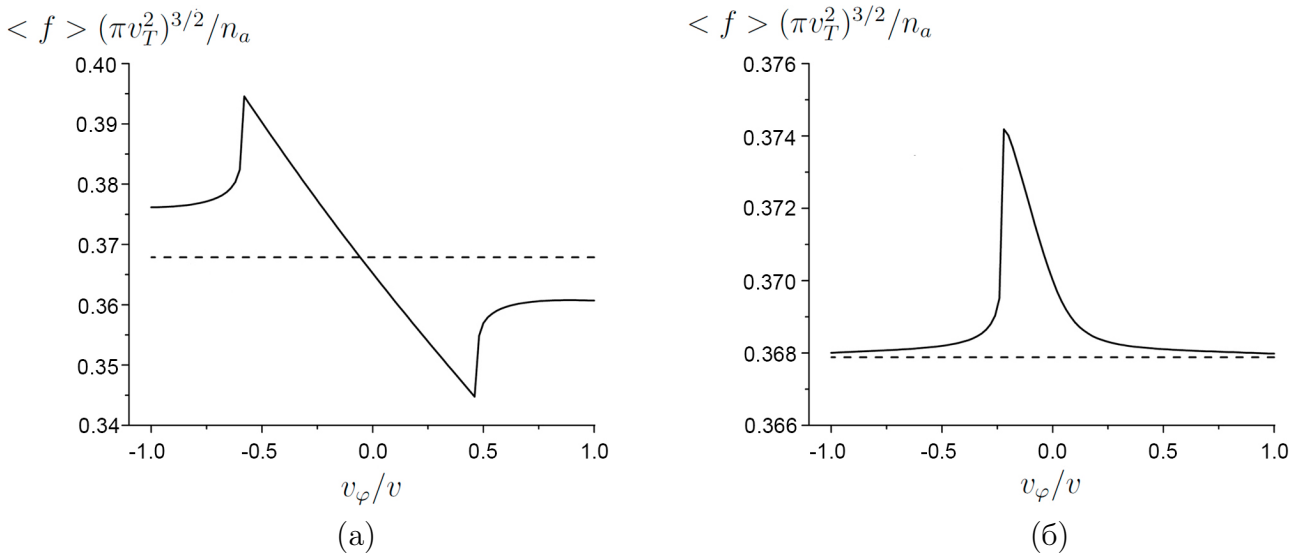


Рис. 11: Вид стационарной функция распределения заряженных частиц (а) на периферии  $r = 0,8a$ ,  $\theta = 0$ , (б) на магнитной оси ( $r = 0$ ) токамака, устанавливающейся в результате релаксации однородного ( $n_0 = n_a$ ) максвелловского источника в радиальном электрическом поле. Показана зависимость функции распределения от тороидальной скорости при фиксированных  $v/v_T = 1$  ( $v_T$  – тепловая скорость) и нулевой фазе ларморовского вращения.

В подразделе 4.3.1 представлен вид стационарной функции распределения заряженных частиц в токамаке с поперечным электрическим полем (рис. 11) и рассчитаны профили ассоциируемых потоков. Используется процедура решения бесстолкновительного кинетического уравнения с источником, основанная на обратном интегрировании вдоль точных траекторий движения заряженных частиц и последующем усреднении функции распределения по времени. Таким способом можно моделировать динамику частиц, рождающихся в результате пеллет-инжекции, при ионизации частиц диагностического пучка или в результате термоядерных реакций. Показано, что скорость тороидального вращения направлена против тока плазмы на стороне слабого магнитного поля и по току – на стороне сильного поля, а её среднее на магнитной поверхности значение существенно уступает типичным неоклассическим оценкам [2А].

Этот эффект объяснён на основе анализа траекторий движения пролётных и запертых частиц в токамаке в подразделе 4.3.2. Разработан универсальный метод расчёта баунс-периода и средней тороидальной скорости движения заряженных частиц во всём объёме плазмы токамака, включая магнитную ось. Получены универсальные аналитические выражения для баунс-периода и средней тороидальной скорости заряженных частиц в токамаке с радиальным электрическим полем в терминах полных эллиптических интегралов [3А]. Показано, что средняя тороидальная скорость, приобретаемая пролётной частицей в электрическом поле  $\Delta V$ , значительно ниже аналогичной величины для запертой частицы, которая равна скорости электрического дрейфа, рассчитанной по

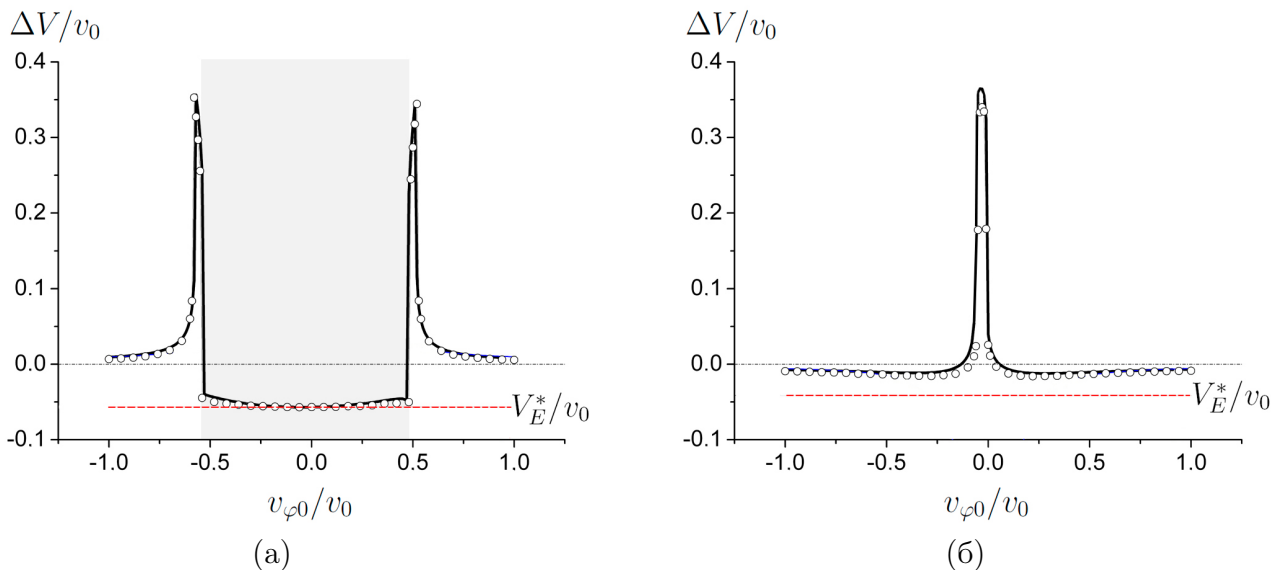


Рис. 12: Зависимость  $\Delta V$  от начальной тороидальной скорости  $v_{\varphi 0}$  для частиц, стартующих на периферии плазменного шнура  $r/a = 0,8$  с (а) внешней  $\cos \theta = 1$  и (б) внутренней  $\cos \theta = -1$  сторон тора. Кружки показывают результаты численного расчёта; толстые сплошные линии соответствуют полученным аналитическим выражениям. Область запертых частиц на (а) выделена серым цветом;  $v_0$  – начальный модуль скорости.

полоидальному магнитному полю  $V_E^*$ . К тому же скорость прецессии пролётных частиц может иметь разный знак в зависимости от стартового азимутального положения частицы на магнитной поверхности. Результаты получены аналитически и подтверждены трёхмерными численными расчётами (рис. 12).

Подраздел 4.3.3 посвящён обсуждению вопроса спонтанной генерации вращения в токамаке.

В разделе 4.4 представлено резюме главы 4.

Основные выводы диссертации суммированы в **заключении**.

## Основные публикации по теме диссертации

[1А] **Сорокина Е. А.** Глобальные моды желобковой неустойчивости вращающейся цилиндрической плазмы // Физика плазмы. – 2009. – Т. 35. – С. 472–481.

[2А] **Сорокина Е. А.**, Ильгисонис В.И. Радиальное электрическое поле и вращение ансамбля частиц плазмы в токамаке // Физика плазмы. – 2012. – Т. 38. – С. 307–317.

[3А] Andreev V.V., Ilgisonis V.I., **Sorokina E. A.** Passing particle toroidal precession induced by electric field in a tokamak // Phys. Plasmas. – 2013. – V. 20. – 122502.

[4А] Андреев В.В., Ильгисонис В.И., **Сорокина Е. А.**, Еланцева В.М. KeplerSM // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ # 2013660137. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 25 октября 2013 г.

[5А] Ilgisonis V.I., Lakhin V.P., **Sorokina E. A.** Global geodesic acoustic mode in a tokamak with positive magnetic shear profile // Proc. 40<sup>th</sup> EPS Conference on plasma physics, Espoo, Finland, 2013, p. 838–841.

[6А] Ильгисонис В.И., Коновальцева Л.В., Лахин В.П., **Сорокина Е. А.** Аналитические решения для глобальных геодезических акустических мод в плазме токамака // Физика плазмы. – 2014. – Т. 40. – С. 955–966.

[7А] Ilgisonis V.I., Khalzov I.V., Lakhin V.P., Smolyakov A.I., **Sorokina**

**Е. А.** Global geodesic acoustic mode in a tokamak with positive magnetic shear and monotonic temperature profile // Plasma Phys. Control. Fusion. – 2014. – V. 56. – 035001.

[8А] Лахин В.П., **Сорокина Е. А.**, Ильгисонис В.И., Коновальцева Л.В. МГД-модель низкочастотных волн в токамаке с тороидальным вращением плазмы и проблема существования глобальных геодезических акустических мод // Физика плазмы. – 2015. – Т. 41. – С. 1054–1061.

[9А] **Сорокина Е. А.**, Ильгисонис В.И. GGAMq // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ # 2015614164. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 8 апреля 2015 г.

[10А] **Сорокина Е. А.**, Лахин В.П., Коновальцева Л.В., Ильгисонис В.И. Геодезические-акустические моды в токамаке некруглого сечения // Физика плазмы. – 2017. – Т. 43. – С. 231–240.

[11А] **Sorokina Е. А.**, Lakhin V.P., Ilgisonis V.I., Marusov N.A. Fluid theory of gradient-drift instability of partially-magnetized plasmas in  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  fields with finite Larmor radius effects // Proc. 44<sup>th</sup> EPS Conference on Plasma Physics, Belfast, Northern Ireland, 2017, P1.416.

[12А] Marusov N.A., **Sorokina Е. А.**, Lakhin V.P., Ilgisonis V.I. Gradient-drift instability in Hall thrusters based on experimental data // Proc. 44<sup>th</sup> EPS Conference on Plasma Physics, Belfast, Northern Ireland, 2017, P4.416.

[13А] Сковорода А.А., **Сорокина Е. А.** Геодезическая акустическая мода в эллиптическом цилиндре // Физика плазмы. – 2018. – Т. 44. – С. 937–946.

[14А] **Сорокина Е. А.**, Подтурова О.И., Коновалов С.В., Коновальцева Л.В. MagIslandTr // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ # 2018613881. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 26 марта 2018 г.

[15А] **Сорокина Е. А.**, Подтурова О.И., Марусов Н.А. Программа расчёта бесстолкновительной эволюции функции распределения заряженных частиц в магнитном поле токамака “ColDF” // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ # 2018664421. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 16 ноября 2018 г.

- [16A] Marusov N. A., **Sorokina E. A.**, Lakhin V. P., Ilgisonis V. I., Smolyakov A. I. Global modes of gradient drift instability in Hall plasma thruster // Proc. 45<sup>th</sup> EPS Conference on Plasma Physics, Prague, Czech Republic, 2018, p. 953–956.
- [17A] **Сорокина Е. А.**, Марусов Н. А., Лахин В. П., Ильгисонис В. И. Осцилляции разряда в стационарном двигателе А. И. Морозова как проявление крупномасштабных мод градиентно-дрейфовой неустойчивости // Физика плазмы. – 2019. – Т. 45. – С. 3–13.
- [18A] Сковорода А. А., **Сорокина Е. А.**, Подтурова О. И. Движение электронов в стационарном плазменном двигателе // Физика плазмы. – 2019. – Т. 45. – С. 927–936.
- [19A] **Сорокина Е. А.**, Ильгисонис В. И. Уравнения равновесия плазмы в магнитном поле с трёхмерными магнитными поверхностями // Физика плазмы. – 2019. – Т. 45. – С. 1065–1071.
- [20A] Marusov N. A., **Sorokina E. A.**, Lakhin V. P., Ilgisonis V. I., Smolyakov A. I. Gradient-drift instability applied to Hall thrusters // Plasma Sources Sci. Technol. – 2019. – V. 28. – 015002.
- [21A] Marusov N. A., **Sorokina E. A.**, Ilgisonis V. I., Lakhin V. P. Large-scale azimuthal structures in Hall-type plasma discharges // Phys. Plasmas. – 2019. – V. 26. – 090701.
- [22A] **Сорокина Е. А.**, Марусов Н. А. GSpectrum- $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ # 2019667228. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 20 декабря 2019 г.
- [23A] Marusov N. A., Lakhin V. P., **Sorokina E. A.**, Smolyakov A. I. Global structure of stationary zonal flow in rotating tokamak plasmas // Proc. 46<sup>th</sup> EPS Conference on Plasma Physics, Milan, Italy, 2019, P4.1039.
- [24A] Марусов Н. А., **Сорокина Е. А.**, Ильгисонис В. И. О дрейфовом движении заряженных частиц в неоднородных магнитном и сильном электрическом полях // Физика плазмы. – 2020. – Т. 46. – С. 658–666.
- [25A] Ильгисонис В. И., Марусов Н. А., **Сорокина Е. А.**, Лахин В. П.

Крупномасштабные колебания в ЭРД холловского типа // Известия РАН. Энергетика. – 2020. – # 5. – С. 66–80.

[26A] Ilgisonis V. I., **Sorokina E. A.** Compact equations for 3D plasma equilibrium // Proc. 28<sup>th</sup> IAEA Fusion Energy Conference, virtual event, 2021, 1222.

[27A] Ilgisonis V.I., Lakhin V.P., Marusov N.A., Smolyakov A.I., **Sorokina E. A.** Low-frequency zonal flow eigen-structures in tokamak plasmas // Nucl. Fusion. – 2022. – V. 62. – 066002.

[28A] **Sorokina E. A.**, Ilgisonis V.I. 3D tokamak plasma equilibrium with  $n = 1$  toroidal asymmetry // Proc. 29<sup>th</sup> IAEA Fusion Energy Conference, London, UK, 2023, 2422.

[29A] **Сорокина Е. А.** Трансформация геодезической акустической моды в присутствии низкочастотного зонального течения в плазме токамака // Письма в ЖЭТФ. – 2024. – Т. 120. – С. 667–674.

[30A] **Сорокина Е. А.** О применимости теории ГАМ к реальным токамакам с гофрированным магнитным полем // Физика плазмы. – 2024. – Т. 50. – С. 1413–1422.

[31A] **Sorokina E. A.**, Ilgisonis V.I. Existence of true plasma equilibria in asymmetric magnetic fields // Phys. Rev. E – 2024. – V. 110. – 065209.

[32A] **Sorokina E. A.** Tokamak plasma equilibria with  $n = 1$  toroidal asymmetry // Phys. Plasmas. – 2024. – V. 31. – 112504.

[33A] **Сорокина Е. А.** Нелинейная динамика линейно неустойчивых  $n = 0$  электростатических возмущений в плазме классического токамака // Физика плазмы. – 2025. – Т. 51. – С. 599–619.

[34A] **Сорокина Е. А.** “ZonalFlowMode”: программа расчёта нелинейной динамики собственных мод колебаний электрического потенциала в плазме токамака // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ # 2025683254. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 02 сентября 2025 г.

[35A] Ilgisonis V.I., **Sorokina E. A.** Nonlinear self-consistent dynamics of

geodesic acoustic modes and zonal flows in toroidally rotating tokamak plasmas // Proc. 30<sup>th</sup> IAEA Fusion Energy Conference, Chengdu, China, 2025, 3268.

[36A] **Sorokina E. A.** Theoretical model for the experimentally observed GAM's satellites // Proc. 30<sup>th</sup> IAEA Fusion Energy Conference, Chengdu, China, 2025, 3263.

## Цитируемая литература

[1] de Grassie J.S. Tokamak rotation sources, transport and sinks // Plasma Phys. Control. Fusion. – 2009. – V. 51. – 124047.

[2] Ida K., Rice J.E. Rotation and momentum transport in tokamaks and helical systems // Nucl. Fusion. – 2014. – V. 54. – 045001.

[3] Rice J.E. Experimental observations of driven and intrinsic rotation in tokamak plasmas // Plasma Phys. Control. Fusion. – 2016. – V. 58. – 083001.

[4] Fujisawa A. A review of zonal flow experiments // Nucl. Fusion. – 2009. – V. 49. – 013001.

[5] Conway G.D., Smolyakov A.I., Ido T. Geodesic acoustic modes in magnetic confinement devices // Nucl. Fusion. – 2022. – V. 62. – 013001.

[6] Conway G.D., Scott B., Schirmer J., et al. Direct measurement of zonal flows and geodesic acoustic mode oscillations in ASDEX Upgrade using Doppler reflectometry // Plasma Phys. Control. Fusion. – 2005. – V. 47. – P. 1165–1185.

[7] Melnikov A.V., Hidalgo C., Eliseev L.G., et al. Plasma potential and turbulence dynamics in toroidal devices (survey of T-10 and TJ-II experiments) // Nucl. Fusion. – 2011. – V. 51. – 083043.

[8] Gurchenko A.D., Gusakov E.Z., Niskala P., et al. The isotope effect in turbulent transport control by GAMs. Observation and gyrokinetic modeling // Plasma Phys. Control. Fusion. – 2016. – V. 58. – 044002.

[9] Koshkarov O., Smolyakov A., Raitses Y., Kaganovich I. Self-organization,

structures, and anomalous transport in turbulent partially magnetized plasmas with crossed electric and magnetic fields // PRL. – 2019. – V. 122. – 185001.

[10] Liu A.D., Lan T., Yu C.X., et al. Characterizations of low-frequency zonal flow in the edge plasma of the HL-2A tokamak // PRL. – 2009. – V. 103. – 095002.

[11] Grad H. Theory and applications of the nonexistence of simple toroidal plasma equilibrium // Int. J. Fus. En. – 1985. – V. 3. – P. 33–46.

[12] Тимофеев А.В. Об одной схеме прямого преобразования тепловой энергии плазмы в электрическую // Физика плазмы. – 1978. – Т. 4. – С. 826–834.

[13] Kruskal M.D., Kulsrud R.M. Equilibrium of a magnetically confined plasma in a toroid // Phys. Fluids. – 1958. – V. 1. – P. 265–274.

[14] Newcomb W.A. Magnetic differential equations // Phys. Fluids. – 1959. – V. 2. – P. 362–365.

[15] Соловьёв Л.С., Шафранов В.Д. Замкнутые магнитные конфигурации для удержания плазмы // в кн. Вопросы теории плазмы, вып. 5 / Под ред. М. А. Леонтовича. – М.: Атомиздат, 1967. – С. 2–208.

[16] Hamada S. Hydromagnetic equilibria and their proper coordinates // Nucl. Fusion. – 1962. – V. 2. – P. 23–37.

[17] Соловьёв Л.С. К теории гидромагнитной устойчивости тороидальных плазменных конфигураций // ЖЭТФ. – 1967. – Т. 53. – С. 626–643.

[18] Guazzotto L., Betti R. Magnetohydrodynamics equilibria with toroidal and poloidal flow // Phys. Plasmas. – 2005. – V. 12. – 056107.

[19] Haverkort J.W., de Blank H.J., Koren B. The Brunt-Väisälä frequency of rotating tokamak plasmas // J. Comp. Phys. – 2012. – V. 231. – P. 981–1001.

[20] Mikhailovskii A.B., Tsypin V.S. Transport equations of plasma in a curvilinear magnetic field // Beitr. Plasmaphys. – 1984. – V. 24. – P. 335–354.

- [21] Lakhin V.P., Ilgisonis V.I., Smolyakov A.I., et al. Effects of finite electron temperature on gradient drift instabilities in partially magnetized plasmas // Phys. Plasmas. – 2018. – V. 25. – 012106.
- [22] Winsor N., Johnson J.L., Dawson J.M. Geodesic acoustic waves in hydromagnetic systems // Phys. Fluids. – 1968. – V. 11. – P. 2448–2450.
- [23] Berk H.L., Boswell C.J., Borba D.N., et al. Explanation of the JET  $n = 0$  chirping mode // Nucl. Fusion. – 2006. – V. 46. – P. S888–S897.
- [24] Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. – М.: Наука, 1988.
- [25] Морозов А. И., Соловьёв Л. С. Движение заряженных частиц в электромагнитных полях // в кн. Вопросы теории плазмы, вып. 2 / Под ред. М. А. Леонтовича. – М.: Госатомиздат, 1963. – С. 177–261.