

Национальный исследовательский центр
«Курчатовский институт»

На правах рукописи



Пересунько Дмитрий Юрьевич

Спектры и корреляции прямых фотонов

в столкновениях ультрарелятивистских тяжелых ионов

1.3.15. «Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика
высоких энергий»

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук.

Москва – 2025

Содержание

1	Введение	4
1.1	Фазовая диаграмма КХД	5
1.2	Решеточные и модельные вычисления характеристик КГМ	8
1.3	Экспериментальное исследование свойств горячей материи	13
1.3.1	Множественность и быстротные распределения частиц	13
1.3.2	Спектры адронов и упорядочение по массе	18
1.3.3	Коллективные потоки	20
1.3.4	Полные выходы адронов	26
1.3.5	Фемтоскопия	31
1.3.6	Флуктуации	35
1.3.7	Потери энергии быстрым партоном	41
1.3.8	Прямые фотоны	51
1.3.9	Дилептоны	55
1.3.10	Кварконии	60
1.4	Свойства горячей кварковой материи	64
1.5	Актуальность работы	65
1.6	Практическая и теоретическая ценность работы	66
1.7	Цель работы	66
1.8	Основные положения, выносимые на защиту	67
1.9	Научная новизна	68
1.10	Личный вклад автора	68
1.11	Апробация диссертации	69
1.12	Публикации	69
2	Рождение прямых фотонов в АА столкновениях	70
2.1	Классификация прямых фотонов	70
2.2	Спектр быстрых прямых фотонов	71
2.2.1	Спектр быстрых фотонов в пертурбативной КХД	71
2.2.2	Феноменологические параметризации	76
2.2.3	Фотоны в рА и АА столкновениях	78
2.3	Скорость излучения фотонов в веществе	81
2.3.1	Скорость излучения фотонов в адронном газе	81
2.3.2	Скорость излучения в КГП	84
2.3.3	Фотоны из конверсии струй	87
2.4	Эволюция горячей материи	88
2.4.1	Гидродинамическое описание эволюции	88
2.5	Спектры прямых фотонов	95
2.5.1	Предсказания для энергий NICA и FAIR	95
2.5.2	Столкновения при энергии SPS	101
2.5.3	Столкновения при энергии RHIC	104
2.5.4	Столкновения при энергии LHC	109
2.5.5	Определение начальной температуры столкновения	112
2.5.6	Определение уравнения состояния горячей материи	115
2.6	Коллективные потоки прямых фотонов	119
2.7	Бозе-Эйнштейновские корреляции прямых фотонов	121
2.7.1	Корреляционная функция прямых фотонов	121
2.7.2	Фотонные корреляции в столкновениях с высокой множественностью	124
2.7.3	Остаточные корреляции фотонов	124

2.7.4	Корреляционные параметры при энергии SPS	128
2.7.5	Корреляционные параметры при энергии RHIC	131
2.7.6	Сравнение с другими моделями	132
3	Экспериментальное измерение выхода прямых фотонов	135
3.1	Статистический метод (эксперимент ALICE)	135
3.1.1	Фотонный спектрометр PHOS	141
3.1.2	Проверка стабильности работы детектора	144
3.1.3	Построение карты плохих каналов	145
3.1.4	Пространственное выравнивание	146
3.1.5	Калибровка	149
3.1.6	Оценка нелинейности детектора	153
3.1.7	Идентификация фотонов	156
3.1.8	Вычисление эффективности реконструкции фотонов	163
3.1.9	Оценка загрязнения фотонного спектра	171
3.1.10	Оценка вероятности конверсии фотонов	177
3.1.11	Вычисление спектра распадных фотонов	179
3.1.12	Оценка систематических неопределенностей	182
3.1.13	Спектр прямых фотонов	185
3.2	Метод внешней конверсии (эксперимент ALICE)	187
3.3	Метод внутренней конверсии (эксперимент PHENIX)	193
3.3.1	Установка эксперимента PHENIX	193
3.3.2	Отбор электронных треков	195
3.3.3	Вычисление и нормировка комбинаторного фона	197
3.3.4	Монте-Карло моделирование распадов мезонов	198
3.3.5	Оценка вклада прямых фотонов	200
3.3.6	Оценка систематических неопределенностей	201
3.4	Измерение потока прямых фотонов (эксперимент ALICE)	203
3.4.1	Метод плоскости событий	203
3.4.2	Метод скалярного произведения	208
3.4.3	Сравнение результатов методов EP и SP	210
3.4.4	Поправки на эффективность и загрязнение	211
3.4.5	Оценка потока распадных фотонов	217
3.4.6	Оценка систематических неопределенностей	221
3.5	Комбинация результатов PHOS и конверсионного метода	223
4	Результаты	227
4.1	Столкновения Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 17.2$ ГэВ (SPS)	227
4.2	Столкновения Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ (RHIC)	234
4.3	Столкновения при энергии LHC	239
4.4	Масштабирование выходов прямых фотонов с множественностью заряженных частиц	242
5	Заключение	244

1 Введение

Идея о том, что с повышением температуры выше некоторой критической $T_c \sim 100$ МэВ или барионной плотности выше ~ 10 ядерных плотностей обычная адронная материя должна переходить в новое фазовое состояние – газ свободных кварков и глюонов, – появилась практически одновременно с построением фундаментальной теории сильного взаимодействия – Квантовой Хромодинамики (КХД). Интересно, что к идее существования кварковой материи пришли примерно одновременно с разных направлений: для стабильности массивных нейтронных звезд требуется более мягкое уравнение состояния материи, чем получается в случае чисто адронной материи. В работах Иваненко и Курделаидзе [1, 2] было предсказано существование кваркового ядра в массивных звездах. Затем Itoh в работе [3] показал гидростатическую стабильность таких звезд. Позднее Baum и Chin в [4] исследовали возможность существования звезд в виде огромных "мешков" со свободными кварками и глюонами в стиле MIT модели мешков. С другой стороны, представление о газе свободных кварков и глюонов как форме материи при очень высоких температурах естественным образом получается из асимптотической свободы кварков в КХД. Это направление развивалось в работах Gross и Wilczek [5], Politzer [6], Collins и Perry [7] и Cabbibo и Parisi [8], Шурыка [9] и Фридмана [10].

Задача изучения фазового перехода в КХД оказалась настолько интересной, что к концу восьмидесятых годов образовалось новое направление физики высоких энергий, и сейчас в физическую программу каждого крупного ускорителя или коллайдера, способного ускорять ионы, включается пункт по исследованию кварк-глюонной материи. Интерес к этой области связан с тем, что КХД — это единственный сектор Стандартной Модели, чье коллективное поведение — фазовая диаграмма, фазовые переходы, термализация фундаментальных полей — могут быть исследованы в лаборатории. Учитывая чрезвычайно богатое динамическое содержание теории (асимптотическая свобода, конфайнмент, (приблизительная) киральная симметрия, нетривиальная вакуумная топология и т. д.), такие исследования становятся крайне захватывающими. Следующий фазовый переход в Стандартной Модели, связанный с восстановлением электрослабой симметрии, ожидается при температурах $T_{EW} \sim 100$ ГэВ, и его экспериментальное исследование в лаборатории едва ли возможно в ближайшее время. Изучение фазовой диаграммы КХД оказывается тесно связано с фундаментальными проблемами в разных областях современной физики:

- **деконфайнмент и восстановление киральной симметрии:** решеточные КХД вычисления предсказывают [11] возникновение новой формы материи при плотностях энергии выше $\varepsilon_{\text{crit}} \sim 1$ ГэВ/фм³, состоящей из большого объема свободных кварков и глюонов с токовыми массами: Кварк-Глюонной Плазмы (КГП). Свойства этого нового состояния материи — уравнение состояния, порядок фазового перехода, транспортные свойства — связаны с такими аспектами сильного взаимодействия, как природа конфайнмента, механизм возникновения масс (нарушение киральной симметрии, структура вакуума КХД) и адронизации, которые все еще недоступны для полного теоретического описания из-за их сильно непертурбативной природы.
- **космология ранней Вселенной:** кварк-адронный фазовый переход произошел приблизительно через $t \sim 10$ мкс после Большого Взрыва и, как полагают, явился самым важным событием во Вселенной между электрослабым переходом ($t \sim 10^{-10}$ с) и нуклеосинтезом ($t \sim 200$ с). В зависимости от порядка перехода возможны различные космологические последствия [12] типа формирования странжелетов и сгустков холодной темной материи или возникновения барионных флуктуаций, ведущих к неоднородному нуклеосинтезу.
- **партонная структура адронов и эволюция при малых x_B :** данные HERA [13, 14] указывают на то, что адроны, исследуемые пробями с высокими энергиями, состоят

из очень плотной системы глюонов с малыми (Бьеркеновскими) импульсами $x_{Bj} = p_{parton}/p_{hadron}$. При малых x_{Bj} вероятность испускания дополнительного глюона велика ($\propto \alpha_s \ln(1/x)$), и процессы слияния глюонов будут в конечном счете доминировать в партонной эволюции адронной волновой функции. При больших виртуальностях Q^2 и умеренно низких x_{Bj} такая эволюция описывается линейными DGLAP [15, 16, 17] или BFKL [18, 19, 20] уравнениями, подходящими для разреженного партонного режима. При $x_{Bj} \lesssim 10^{-2}$ и ниже, в зависимости от величины "импульса насыщения" Q_s , адроны более адекватно описываются как плотные, насыщенные системы партонов в рамках эффективной модели конденсата цветного стекла (Color Glass Condensate CGC) [21] с соответствующими нелинейными уравнениями эволюции JIMWLK [22, 23, 24]. Так как рост плотности глюонов зависит от поперечного размера адрона, ожидается, что эффект насыщения для ультрарелятивистских тяжелых ядер (для которых $Q_s^2 \propto A^{1/3}$, где A – число нуклонов) начинается ранее, чем для свободных нуклонов.

- **астрофизика компактных объектов:** при высоких барионных плотностях и не слишком высоких температурах сила притяжения между цвето-антисимметричными кварками может привести к формированию связанных $\langle qq \rangle$ Куперовских пар. Ожидается, что холодная плотная материя будет вести себя как цветной сверхпроводник с нетривиальной структурой кварковых пар благодаря комбинации различных квантовых чисел (спин, цвет, аромат) [25, 26]. Этот режим, находящийся в настоящее время вне досягаемости прямого исследования с помощью ускорителей, может возникать в ядрах компактных звезд (нейтронные, гибридные или другие экзотические звезды) и, таким образом, исследоваться посредством астрономических наблюдений.

Единственным доступным пока экспериментальным средством исследования (термо-) динамики системы партонов является столкновение тяжелых ядер при ультрарелятивистских энергиях. Началом экспериментального исследования свойств кварковой материи, по-видимому, можно считать совещание “BeV/nucleon collisions of heavy ions - how and why” в Bear Mountain, NY, 29.11-1.12 1974. За ним последовали совещания: “First workshop on ultra-relativistic nuclear collisions” Berkeley, May 1979 (w. GSI) (L. Schroeder), “High-energy nuclear interactions and the properties of dense nuclear matter”, Hakone (K. Nakai and A. Goldhaber), July 1980. “Statistical mechanics of quarks and hadrons”, Bielefeld (H. Satz), Aug. 1980; “Workshop on future relativistic heavy ion experiments”, GSI, Oct. 1980 (R. Bock and R. Stock), которые привели к формированию экспериментальных программ по столкновению ионов на ускорителе SPS и коллайдерах RHIC и LHC. Результаты этих программ будут обсуждаться далее в этой главе.

1.1 Фазовая диаграмма КХД

Впервые фазовая диаграмма КХД, по-видимому, была рассмотрена в работе [8]¹. Рассмотрение опиралось на Хагедорновскую модель адронного газа [29, 30], приводящую к появлению предельной температуры, которая интерпретировалась как критическая температура для фазового перехода второго рода. В Хагедорновской модели плотность состояний $\rho(m)$ в зависимости от массы адрона m пропорциональна $\exp(m/T_H)$, где $T_H \simeq 180$ МэВ можно получить фитированием плотности известных адронных состояний. Такая экспоненциальная зависимость приводит к тому, что резонансный газ может существовать только при $T < T_H$, и T_H имеет смысл предельной температуры, выше которой термодинамическое описание невозможно. Те же рассуждения можно применить и к барионному хим. потенциалу μ_B . Плотность

¹Исторический обзор эволюции понимания фазовой диаграммы КХД и ее связь с экспериментами по столкновению тяжелых ядер можно найти в [27, 28].

барионных состояний $\rho_B(m_B) \propto \exp(m_B/T_{H,B})$ определяет предельную температуру, зависящую от μ_B : $T = (1 - \mu_B/m_B)T_{H,B}$. Эти условия определяют кривую фазового перехода. Эти оценки оказались довольно близки к современному пониманию фазовой диаграммы КХД, показанному на рис. 1.

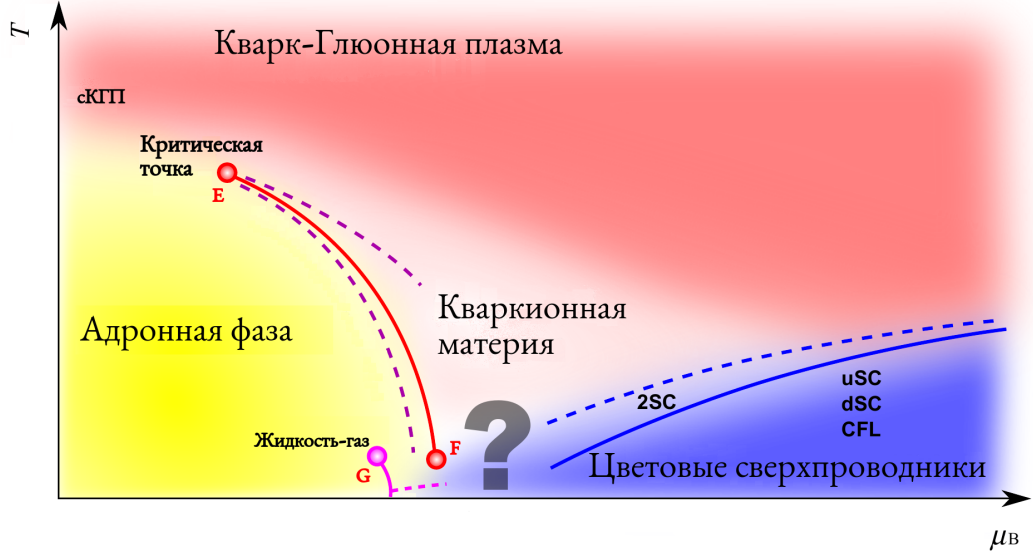


Рис. 1: Фазовая диаграмма КХД [31].

К настоящему времени можно достаточно уверенно говорить только о нескольких областях: конечная T при малых барионных плотностях ($\mu_B \ll T$), а также при асимптотически больших плотностях ($\mu_B \gg \Lambda_{QCD}$). Рассмотрим подробнее области фазовой диаграммы, начиная от малых барионных плотностей.

Адрон-кварковый фазовый переход при $\mu_B = 0$. Фазовый переход в КХД при конечной температуре и нулевом химическом потенциале детально исследовался в решеточных вычислениях (см. параграф 1.2). Результат зависит от числа цветов N_c и кварковых ароматов N_f . Было установлено, что для $N_c = 3$ и $N_f = 0$ имеется фазовый переход первого рода (деконфайнмент) с критической температурой $T_c \simeq 270$ МэВ [32]. Недавние расчеты с использованием различных фермионных действий указывают на наличие плавного перехода (кроссовера) от адронной фазы к кварк-глюонной плазме для реалистичных масс u , d и s кварков [33, 34]. Псевдо-критическая температура T_{pc} , характеризующая положение кроссовера, находится в диапазоне 150 – 200 МэВ. Даже для температур выше T_{pc} система может быть сильно скоррелированной и демонстрировать непертурбативное поведение, такое как существование адронных мод или пре-адронов в кварк-глюонной плазме при $\mu_B = 0$ [35, 36] так же, как и при $\mu_B \neq 0$ [37, 38, 39]. Аналогичные явления наблюдаются в других сильно связанных системах, таких как высокотемпературные сверхпроводники или Бозе-конденсат ультрахолодных фермионных атомов [40].

Критические точки КХД. В области значений барионной плотности больше чем $\mu_B \sim T$ уже не существует надежных вычислений решеточной КХД. Единственный возможный здесь подход — это эффективные модели. Большинство киральных моделей сходится на наличии критической точки КХД, находящейся в точке $(\mu_B = \mu_E, T = T_E)$, и киральный переход становится переходом первого рода (кроссовером) при $\mu_B > \mu_E$ ($\mu_B < \mu_E$) для реалистичных масс u , d и s кварков [41, 42, 43, 44]. Близость к критической точке означает рост флуктуаций, так что ее поиски вызывают большой интерес экспериментаторов, см. параграф 1.3.6. Также имеется вероятность, что линия фазового перехода первого рода окончится другой критической точкой при малых T и больших μ_B , чье положение обозначено (μ_F, T_F) на

рис. 1. Холодная плотная КХД материя с тремя ароматами может не иметь четкой границы между сверхтекучей жидкостью и сверхпроводящей кварковой материей. В реальности, судьба этих критических точек E и F зависит от соотношения массы странного кварка и значений T и μ_B на линии фазового перехода.

Фазовый переход жидкость-газ в ядерной материи. Так как масса нуклона $m_N \simeq 939$ МэВ и энергия связи в изоспин-симметричной ядерной материи порядка 16 МэВ, ненулевая барионная плотность ядерной материи начинает появляться при $\mu_B = \mu_{NM} \simeq 924$ МэВ при $T = 0$. На пороге $\mu_B = \mu_{NM}$ плотность n_B меняется от нуля до нормальной ядерной плотности $n_0 = 0.17$ фм $^{-3}$. Для плотностей $0 < n_B < n_0$ ядерная материя распадается на капли с плотностью $n_B = n_0$, так что в среднем получается плотность $n_B < n_0$. Это типичный фазовый переход жидкость-газ. Фазовый переход первого рода слабеет с ростом T и в конце концов оканчивается в критической точке второго порядка (μ_G, T_G) . Эксперименты по столкновению тяжелых ядер при малых энергиях указывают на то, что $\mu_G \sim \mu_{NM}$ и $T_G = 15 \sim 20$ МэВ [45].

Кваркионная материя. Статистическая модель успешно воспроизводит наблюдаемые относительные выходы адронов в широком диапазоне $\sqrt{s_{NN}}$ и, следовательно, μ_B . Эта модель предполагает, что газ невзаимодействующих мезонов, барионов и резонансов находится в (химическом) равновесии при температуре T и хим. потенциале μ_B [46, 47, 48]. С помощью этой модели можно параметризовать выход различных адронов в АА столкновениях при различных $\sqrt{s_{NN}}$ и получить кривую на плоскости (μ_B, T) для различных энергий АА столкновений. Множество полученных точек определяет кривую на плоскости (μ_B, T) , которую называют кривой химического замораживания.

Кривая химического фризаута не обязательно связана с каким-либо фазовым переходом КХД. Однако существуют соображения, что резкое химическое замораживание должно происходить вблизи фазового перехода [49]. В случае $\mu_B \ll m_N$ вблизи линии замораживания термальные степени свободы должны в основном состоять из мезонов. С ростом μ_B в состав газа входит все больше барионов. Это означает, что должна быть некоторая область (T_H, μ_H) , где вклад барионов становится доминирующим. В Статистической модели это происходит при $\mu_H = 350 \sim 400$ МэВ и $T_H = 150 \sim 160$ МэВ. Интересно, что такая структура фазовой плоскости получается в КХД в пределе больших N_c . В пределе больших N_c кварковые петли подавлены как $1/N_c$ по сравнению с глюонным вкладом [50, 51]. Конечная барионная плотность и давление растут как N_c , если μ_B становится больше минимальной барионной массы M_B . Такая холодная плотная материя в пределе $N_c = \infty$ называется *кваркионной материей* [52]. Фазовая диаграмма КХД при больших N_c включает в себя три области, разделенных кривыми фазового перехода первого рода: фаза конфайнмента, деконфайнмента и кваркионной материи. Кривые встречаются в тройной точке. Какое-то соответствие этой картине может наблюдаться и в реальности, при конечном N_c [53].

Цветная сверхпроводимость. В пределе асимптотически больших μ_B , то есть $\mu_B \gg \Lambda_{QCD}$, основное состояние КХД материи может быть исследовано с использованием методов слабой связи КХД. Также можно использовать результаты физики твердого тела с заменой электронов на кварки. В этой аналогии между электронами в металле и кварками в кварковой материи можно ожидать, что в основном состоянии КХД материи при малых T будут образовываться Куперовские пары, приводя к возникновению цветной сверхпроводимости (CSC) [25, 54, 55, 56, 57, 58]. Существует множество видов Куперовской связи и, следовательно, множество различных состояний CSC.

До сих пор удалось определить наиболее стабильное CSC состояние только для $\mu_q \gg \Lambda_{QCD}$ или $m_s \rightarrow 0$. Именно масса странного кварка m_s делает задачу такой сложной. В области средних плотностей разность в положении поверхности Ферми для разных кварков $\delta\mu_q$ дается выражением $\delta\mu_q \sim m_s^2/\mu_q$. Когда щель Δ становится сравнимой с $\delta\mu_q$, может начаться резкая неоднородная конденсация кварков. Такое неоднородное CSC состояние приводит к

кристаллической структуре по отношению к $\Delta(x)$, то есть к кристаллиновой фазе [59]. В то же время существуют другие варианты структуры CSC фазы в области промежуточных плотностей, так что реальное основное состояние в этой области не определено.

1.2 Решеточные и модельные вычисления характеристик КХД

Для вычисления характеристик КХД материи во всех областях фазовой диаграммы используют как решеточные вычисления, так и аналитические подходы. КХД на решетке, в принципе, позволяет точно решить уравнения КХД. Однако область ее применимости пока ограничивается малыми μ_B . Аналитические подходы работают в пределах малых или очень больших температур. Все эти подходы вместе дают согласованную картину.

Прогресс в описании свойств КХД в существенно непertурбативной области вблизи фазового перехода в значительной мере связан с работой Creutz [60], который показал, что численная реализация Вильсоновской формулировки КХД на решетке [61] может быть использована для вычисления свойств КХД вблизи фазового перехода. В сочетании с экспоненциальным ростом производительности компьютеров это привело к разработке решеточной КХД, что, в свою очередь, позволило изучать свойства кварков и глюонов вблизи фазового перехода — см. введение в решеточную КХД [62, 63]. Каждый результат решеточных вычислений представляет собой экстраполяцию серии расчетов, проведенных на решетках конечного, постепенно уменьшающегося размера, к непрерывному пределу. Функциональная форма такой экстраполяции не очевидна и зависит от рассматриваемой переменной. Поэтому для надежной экстраполяции требуется большое количество вычислений и вычисления на как можно более мелкой решетке. Вторая серьезная проблема в решеточных вычислениях — включение вклада легких кварков.

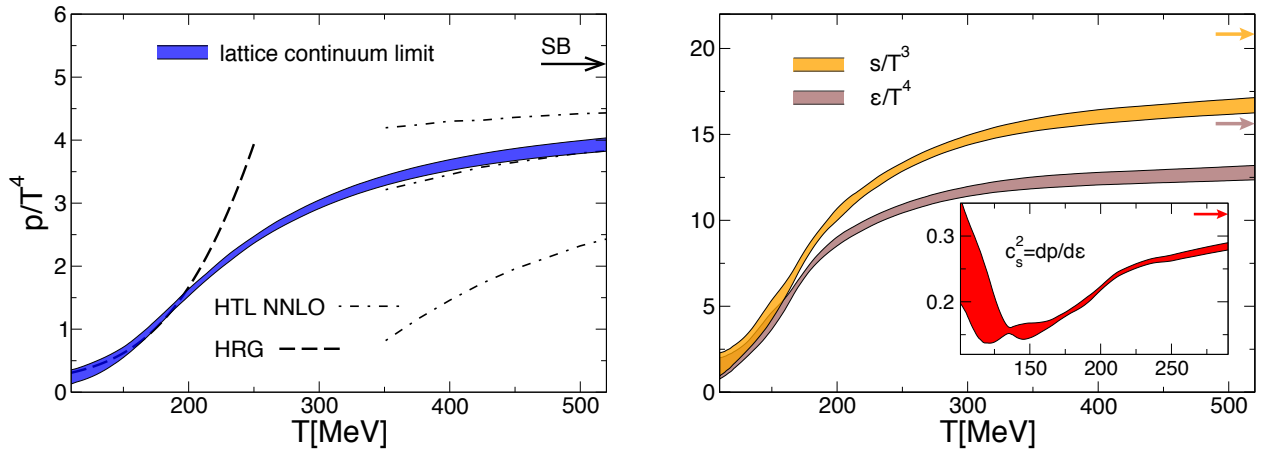


Рис. 2: *Слева*: непрерывный предел для давления, вычисленного с $N_f = 2 + 1$ ароматами. Предсказания модели HRG при малых температурах показаны черной кривой, при больших температурах показано сравнение с результатом NNLO вычислений модели Hard Thermal Loop [64], использующих 3 ренормировочных масштаба ($\mu = \pi T$, $2\pi T$ или $4\pi T$). *Справа*: плотность энтропии и энергии. Вставка показывает скорость звука. Рисунок взят из работы [65].

Зависимость давления, а также плотности энергии и энтропии от температуры, вычисленные в рамках решеточной КХД, показаны на рис. 2. Также на этом рисунке показаны предсказания модели газа адронных резонансов (HRG), хорошо работающей при малых температурах, и пертурбативного подхода жестких термальных петель HTL, описывающего поведение системы при больших температурах. Ниже мы подробнее обсудим как модель

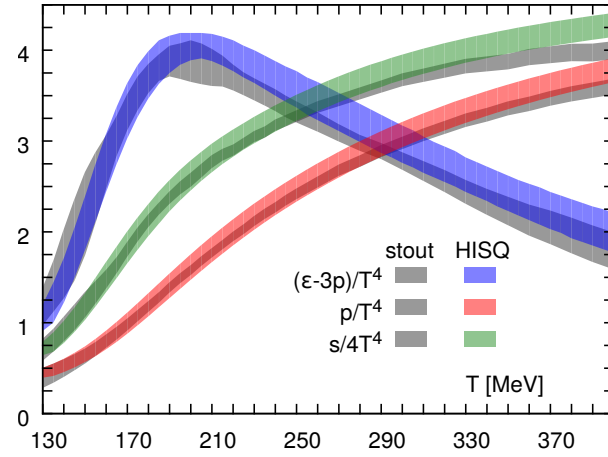


Рис. 3: Сравнение результатов решеточных вычислений основных термодинамических величин, полученных с различными алгоритмами [67].

адронных резонансов, так и подход HTL.

Решеточная КХД предсказывает наличие фазового перехода или кроссовера в КГП при температуре около 170 МэВ [63]. Эта температура перехода соответствует плотности энергии $\varepsilon \approx 1$ ГэВ/фм³, что почти на порядок больше, чем у нормальной ядерной материи. Расчеты показывают (см. рис. 2), что существенное изменение числа эффективных степеней свободы системы происходит в небольшом диапазоне температур (~ 20 МэВ). В пределе безмассовых невзаимодействующих частиц, каждой бозонной степени свободы соответствует вклад $\pi^2/30 T^4$ в плотность энергии, каждая фермионная степень свободы дает вклад $7/8$ от этого значения. Соответствующий Больцмановский предел плотности энергии в случае 2 активных кварковых ароматов кварк-глюонной плазмы будет равен

$$\varepsilon_{SB}(2) = 2_f \cdot 2_s \cdot 2_q \cdot 3_c \frac{7}{8} + 2_s \cdot 8_c \frac{\pi^2}{30} T^4 = 37 \frac{\pi^2}{30} T^4,$$

что значительно больше ожидаемого числа степеней свободы в пионном газе (~ 3). Примечательно, что зависимость плотности энергии в адронном газе, состоящем из большого числа резонансов, показывает резкий рост при температуре ~ 160 МэВ, см. рис. 2, слева. При достаточно малых температурах описание термодинамических свойств адронной материи можно получить с помощью модели газа резонансов (Hadron Resonance Gas, HRG), см. подробнее в главе 1.3.4. В этой модели сильно взаимодействующую адронную материю предлагается рассматривать как газ невзаимодействующих адронов и резонансов. Как впервые заметил Хагедорн, если плотность резонансов на единицу диапазона масс растет экспоненциально (а это действительно выполняется с хорошей точностью, по крайней мере до $M \sim 2$ ГэВ [66]), то превышение температуры некоторой величины T_H , определяемой наклоном роста числа состояний в единицу диапазона масс, в адронном газе невозможно: начиная с этой температуры становится выгоднее рождение новых резонансов чем повышение энергии имеющихся. Это можно интерпретировать как наличие фазового перехода из адронной фазы в партонную. Оценки самого Хагедорна $T_H = 160$ МэВ и современные $T_H = 174$ МэВ [66], дают удивительно хорошее согласие с другими оценками температуры фазового перехода. Таким образом, признаком фазового перехода или кроссовера является скорее *отсутствие* бесконечного роста числа степеней свободы при температурах $T > 180$ МэВ.

Из-за сложности вычислений решеточной КХД и невозможности исследовать таким образом область $\mu_B > 0$ развиваются альтернативные методы. Самый простой подход с концептуальной (но не с технической) точки зрения состоит в определении термодинамических

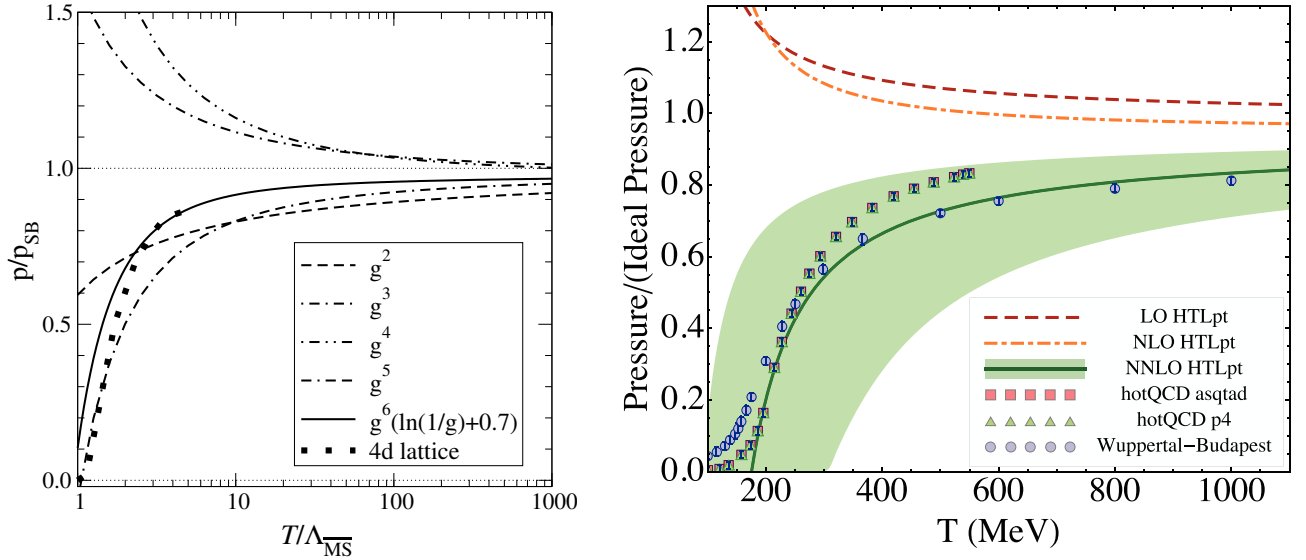


Рис. 4: Слева: Зависимость давления, нормированного на Больцмановское давление, от температуры, вычисленная для различных порядков разложения по степени g . Рисунок взят из работы [68]. Обратите внимание на логарифмический масштаб оси X. Справа: Зависимость отношения давления к Больцмановскому пределу от температуры T для случая $N_c = 3$ и $N_f = 2 + 1$. При вычислении кривых LO, NLO, и NNLO использовалась пертурбативная Дебаевская масса и $m_q = 0$. Для α_s использовалось трехпетлевое выражение с $\Lambda_{\overline{\text{MS}}} = 344$ МэВ, что для $N_f = 3$ дает $\alpha_s(5 \text{ ГэВ}) = 0.2034$. Центральная кривая вычислена с масштабом ренормировки $\mu = 2\pi T$, а полоса соответствует вариации μ в 2 раза вокруг этого значения. Рисунок взят из работы [64].

свойств КПП с помощью пертурбативных вычислений производящей функции КХД с помощью разложения по степени сильной константы связи g . Это может быть сделано с точностью до членов порядка $O(g^6 \ln(g))$. На порядке $O(g^6)$ пертурбативные разложения перемещиваются [68], и оставшийся непертурбативный вклад должен быть определен, например, из решеточной КХД. Как видно из рисунка 4, при не астрономически высоких температурах разложение сходится крайне медленно, разные степени разложения осциллируют и к тому же сильно зависят от выбранного масштаба ренормировки. Такое осциллирующее поведение характерно для всех теорий поля при больших температурах, а не только для КХД. Считается, что оно вызывается такими эффектами в плазме, как экранирование электрического поля и подавление Ландау. Это наводит на мысль реорганизовать разложение так, чтобы учесть эти эффекты.

Предложено несколько путей систематической реорганизации пертурбативного разложения. Один из наиболее популярных заключается в добавлении в свободный лагранжиан и вычитании как взаимодействия эффективного действия жестких термальных петель hard-thermal-loop (HTL), которое систематически и самосогласованно модифицирует пропагаторы и вершины так, что сохраняется калибровочная инвариантность. Вводятся массовые параметры m_D и m_q , имеющие смысл Дебаевской массы и массы термального кварка в первом приближении. Однако в высших порядках необходимо вводить поправки в массовые параметры. Такой подход применим как к статическим, так и к динамическим наблюдаемым. В работе [64] этот подход был применен к вычислению термодинамических переменных КПП. Как видно на рисунке 4, в отличие от прямого вычисления поправок, последовательные поправки в теории возмущений HTL показывают последовательное улучшение сходимости. Однако поправки третьего порядка (NNLO) содержат в себе значительную поправку по срав-

нению с поправками первого и второго порядка. С другой стороны, вычисления в третьем порядке в рамках подхода HTL довольно хорошо согласуются с имеющимися решеточными расчетами вплоть до температур порядка $2T_c \sim 340$ МэВ. Ниже этих температур следующие порядки дают большие поправки, например, поправка между NLO и NNLO достигает 100% в районе T_c .

Как решеточные вычисления, так и аналитические подходы предсказывают, что вблизи фазового перехода кварк-глюонная плазма представляет собой не газ слабо взаимодействующих частиц, а сильно взаимодействующую жидкость. Это видно, например, в отличии давления в КГМ от Больцмановского предела: давление в КГМ меньше и довольно медленно растет с ростом температуры (см., например, рис. 4). Другое проявление этого эффекта заключается в том, что решеточные вычисления [69, 70, 71] предсказывают наличие связанных кварковых состояний как для тяжелых, так и для легких кварков вплоть до температур, в несколько раз превышающих T_c . Это противоречит наивному представлению о том, что при температурах выше фазового перехода существует газ свободных слабо взаимодействующих кварков и глюонов.

Прямые вычисления зависимости плотности энергии или давления от температуры показывают быстрый рост эффективного числа степеней свободы в узком диапазоне температур. Однако такие вычисления не способны ответить на вопрос о порядке фазового перехода. Для этого используется другой подход, который мы проиллюстрируем на примере результатов коллаборации Wuppertal-Budapest [33]. Идея заключается в том, чтобы получить зависимость киральной восприимчивости

$$\chi(N_s, N_t) = \frac{\partial(T/V) \ln(Z)}{\partial m_{ud}},$$

где m_{ud} — массы u, d -кварков, Z — производящая функция и N_s, N_t — пространственный и временной размеры решетки. В случае фазового перехода высота пика восприимчивости увеличивается, а ширина уменьшается при увеличении объема. Для фазового перехода первого

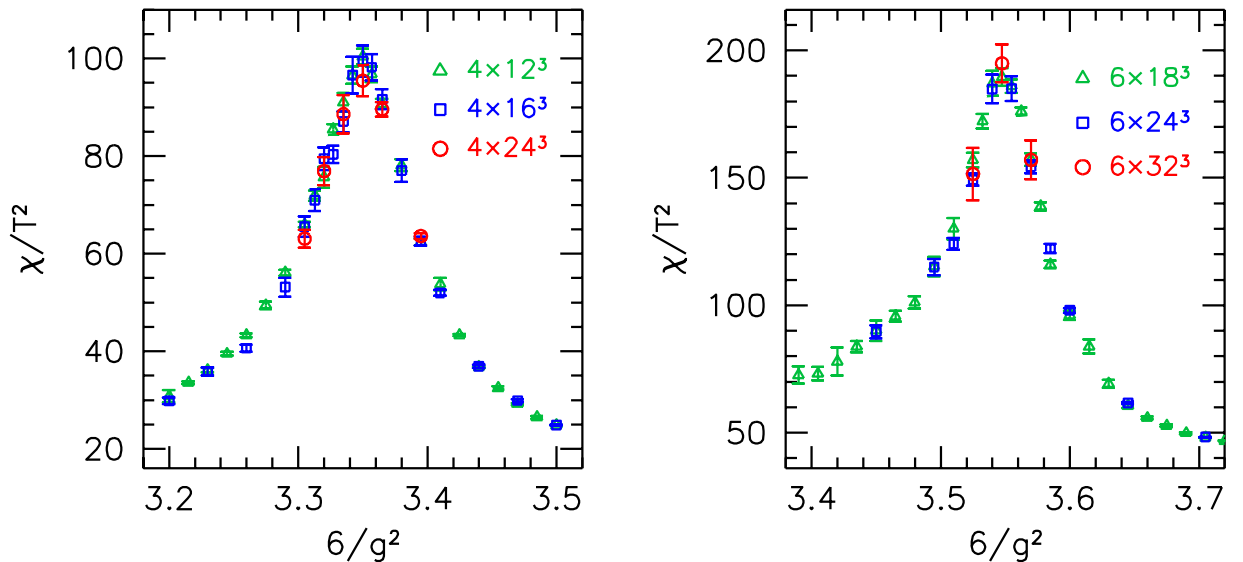


Рис. 5: Восприимчивости для легких кварков для $N_t = 4$ (слева) и $N_t = 6$ (справа) как функция $6/g^2$, где g константа связи ($T \propto 6/g^2$). Наибольший объем в восемь раз больше наименьшего, так что в случае фазового перехода пик должен был быть в восемь раз выше (для перехода второго рода рост может быть несколько меньшим, но заметным). Вместо этого никакой зависимости от объема не найдено.

рода высота пропорциональна V , а ширина пропорциональна $1/V$. Для перехода второго рода сингулярное поведение определяется критической экспонентой. В случае кроссовера картина будет совершенно другой: не будет особенностей в зависимости параметров пика, его высота и ширина будут V -независимы для больших объемов. Как оказалось, зависимость от размера решетки отсутствует, см. рис. 5, что говорит о том, что переход типа кроссовера.

Точный порядок фазового перехода зависит от числа активных кварков. В чисто калибровочной теории, содержащей только глюоны, переход оказывается первого рода. Тем не менее, включение двух легких кварков (u, d) или трех легких кварков (u, d, s) может изменить порядок перехода от первого ко второму и даже кроссоверу. К тому же эти результаты были получены при нулевой барионной плотности. Можно ожидать кардинальных изменений в характере перехода и тогда, когда барионная плотность станет существенной. В настоящее время решеточные вычисления работают только в области малых μ . Кроме того, существуют определенные проблемы с переходом к непрерывному пределу, включением кварков с реалистичными массами и др. Это приводит к развитию аналитических методов вычисления термодинамических свойств КХД.

1.3 Экспериментальное исследование свойств горячей материи

Целью релятивистской физики тяжелых ионов является экспериментальное исследование свойств КХД материи в условиях экстремальных плотностей энергии. Кварковая материя может возникать в столкновениях ультрарелятивистских тяжелых ионов на короткое время, превращаясь затем в обычную адронную материю и распадаясь на конечные адроны. Схематическое изображение столкновения тяжелых ионов показано на рисунке 6. Как понятно из приведенной схемы, горячая область (файербол) существует в ограниченном объеме ~ 150 фм³ и ограниченное время $\sim 10 - 20$ фм/с. Кроме того, плотность энергии существенно неоднородна и быстро меняется со временем. Поэтому не очевидно, можно ли говорить о состоянии вещества в образовавшемся файерболе, образовании кварковыми/глюонными степенями свободы статистического ансамбля? Применимы ли такие понятия, как температура и химический потенциал? Может ли система быть охарактеризована уравнением состояния?

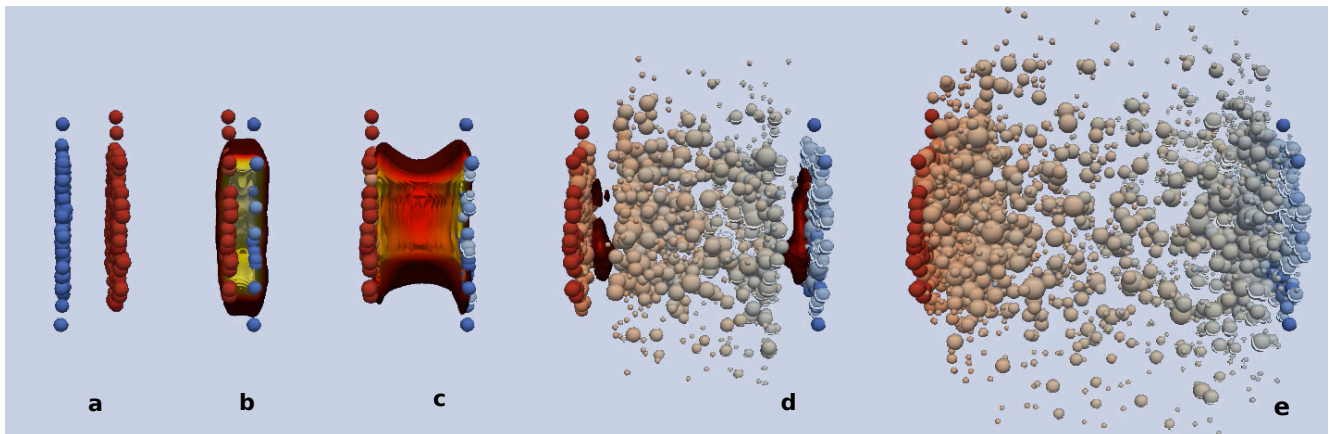


Рис. 6: Схематическое изображение столкновения тяжелых ионов. На этапе **a** сталкивающиеся ядра подлетают друг к другу и начинают проходить друг сквозь друга, образуя возбужденную материю (этап **b**). Далее горячая область расширяется и остывает (этап **c**), образуется газ взаимодействующих адронов (этап **d**), который в свою очередь расширяется, остывает и распадается на конечные адроны (этап **e**).

Как будет показано ниже, образовавшаяся система оказывается действительно сильно взаимодействующей, с очень малой длиной свободного пробега частиц по сравнению с размерами файерболла, так что перечисленные понятия имеют смысл. Для понимания свойств образовавшейся кварк-глюонной материи необходимо измерить такие параметры, как температура, партонная плотность, плотность энергии, транспортные параметры для жесткого партона, исследовать ее коллективное поведение, то, как термализация горячего сгустка приводит к образованию кварк-глюонной фазы, а затем – как происходит рекомбинация кварков и глюонов при формировании конечных адронов, измерить количество и характер степеней свободы на каждом этапе. Горячая материя, которая образуется в столкновениях тяжелых ионов, существует крайне непродолжительное время, $\sim 10^{-23}$ с, а затем распадается на обычные адроны. Поэтому изучение параметров системы и их эволюции приходится проводить опосредованным способом, изучая состав конечных адронов, их спектры и корреляции. Далее в этой главе рассматриваются основные наблюдаемые и обсуждается, какие сведения о горячей материи можно извлечь из этих данных.

1.3.1 Множественность и быстротные распределения частиц

Первым шагом в исследовании состояния системы, возникающей в протон-протонных (pp), протон-ядерных (pA) или ядро-ядерных (AA) столкновениях, является измерение числа за-

ряженных частиц, излученных в единицу псевдобыстроты. Это позволяет определить доминирующий механизм рождения частиц, а также оценить начальную плотность энергии в файерболе. Зависимость множественности заряженных частиц от энергии и размера системы отражает перераспределение вклада мягких процессов и процессов жесткого партон-партонного рассеяния.

Зависимость плотности заряженных частиц при нулевой быстройте на одну пару нуклонов-участников для центральных АА и недифракционных (NSD) pp и $p\bar{p}$ столкновений от энергии столкновения показана на рис. 7. Ссылки на данные см. в работе [72]. Как видно из рисунка, в случае АА столкновений зависимость от энергии заметно сильнее, чем в pp и $p\bar{p}$. Для иллюстрации, кривыми показаны степенные зависимости вида: $s^{0.11}$ в случае pp и $p\bar{p}$ столкновений и $s^{0.15}$ для АА столкновений. Плотность заряженных частиц в области центральных быстрот на одну пару нуклонов-участников оказывается в случае центральных АА столкновений примерно в 2 раза выше, чем в pp и $p\bar{p}$ столкновениях при аналогичных энергиях. Это указывает либо на наличие дополнительного механизма рождения частиц или существенного его изменения в АА столкновениях по сравнению с pp и $p\bar{p}$.

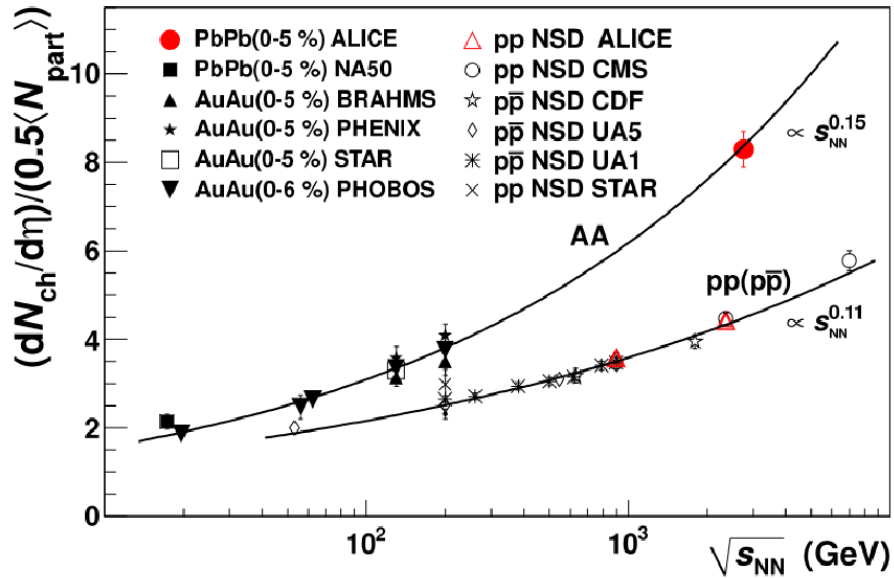


Рис. 7: Плотность заряженных частиц при нулевой быстройте на одну пару нуклонов-участников для центральных ядро-ядерных и NSD pp столкновений как функция начальной энергии. (см. ссылки в работе [72]). Рисунок взят из работы [72].

Более детальную информацию о рождении частиц можно извлечь из зависимости плотности заряженных частиц от псевдобыстроты. На рисунке 8 представлены зависимости плотности заряженных частиц от псевдобыстроты в столкновениях $Cu-Cu$ и $Au-Au$ при энергиях RHIC для разных классов центральности. На этих рисунках хорошо видны основные тенденции: с ростом энергии столкновения растет среднее число заряженных частиц на единицу псевдобыстроты, и сами распределения становятся шире. Сравнение данных, полученных в $Cu-Cu$ и $Au-Au$ столкновениях (рис. 8, справа), иллюстрирует менее очевидную зависимость: псевдобыстротные распределения в центральной области совпадают в пределах ошибки, если отбирать события с одинаковым числом участников $\langle N_{part} \rangle$. В то же время распределения в области фрагментации несколько отличаются.

Причиной отличия в области фрагментации может быть как тривиальное кинематическое расширение распределения $dN/d\eta$ так и более интересные процессы. Для проверки наличия новых механизмов рождения частиц в области фрагментации мишени можно пе-

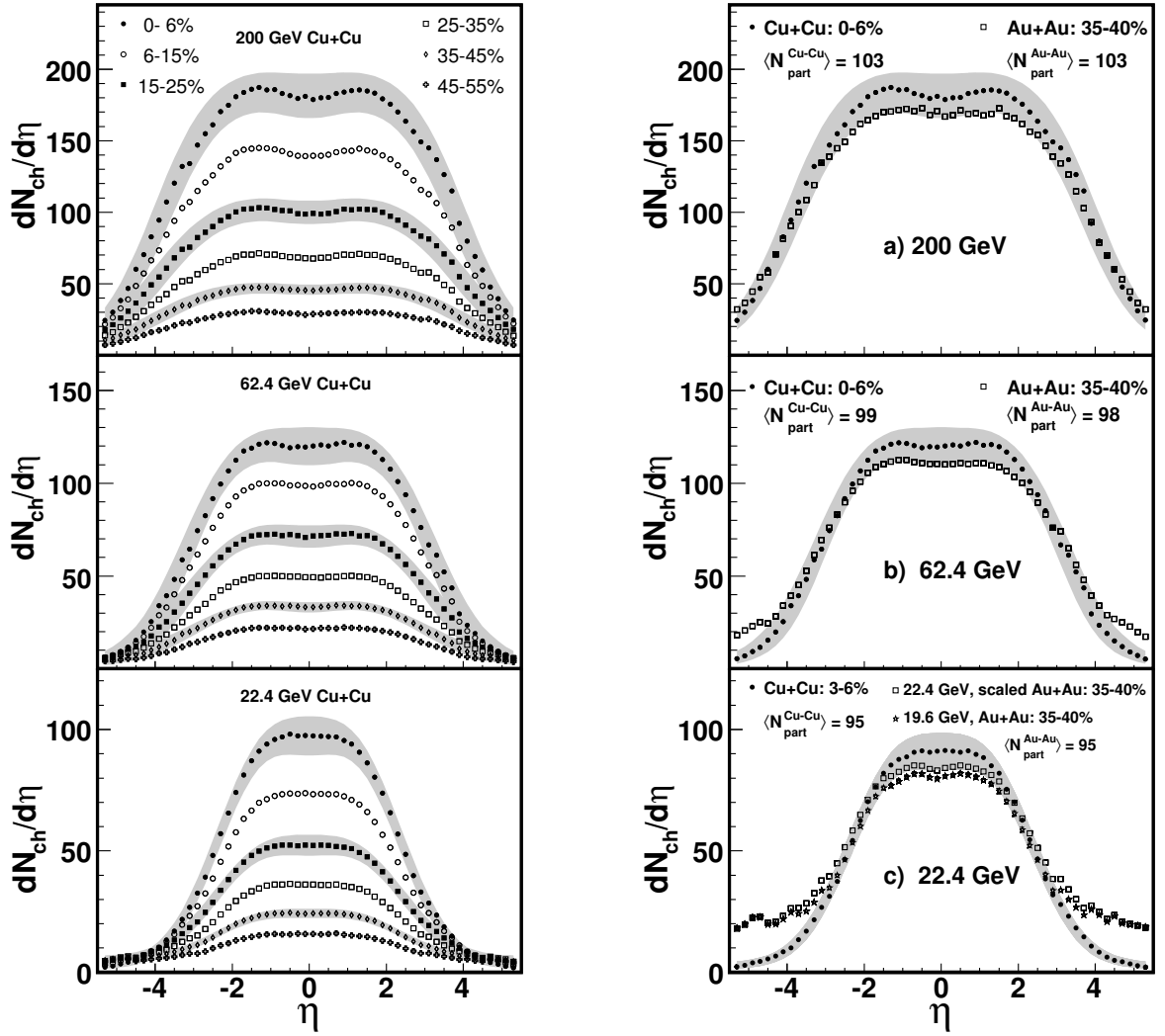


Рис. 8: Слева — распределение по псевдобыстроте заряженных частиц, рожденных в столкновениях Cu–Cu при трех энергиях столкновения. Серые полосы — типичные систематические ошибки (показаны только для нескольких центральных столкновений). Справа — сравнение псевдобыстротных распределений в столкновениях Cu–Cu и Au–Au при одинаковых значениях числа участников $\langle N_{part} \rangle$. Рисунок взят из работы [73].

рейти в систему покоя налетающего ядра. Если дополнительных механизмов нет, то должна быть справедливой модель “предельной фрагментации” или продольного масштабирования [76], в которой предсказывается универсальность распределения по псевдобыстроте в области быстрой мишени и снаряда для AA и pp столкновений. Модель предсказывает, что при достаточно большой энергии столкновения как $d^2N/dy'dp_T$ (где $y' = y - y_{beam}$), так и состав рожденных частиц, и, следовательно, распределения $dN/d\eta'$ (где $\eta' = \eta - y_{beam}$) становятся независимыми от энергии столкновения. Точность этого масштабирования показана на рис. 9, где представлены псевдобыстротные распределения в центральных столкновениях Au–Au при энергиях коллайдера RHIC (слева) и в центральных столкновениях Pb–Pb при энергии БАК (справа). В обоих случаях для сравнения распределений для различных центральных столкновений они масштабированы в соответствии с числом участников $\langle N_{part}/2 \rangle$. Как видно из рисунка, при энергиях RHIC распределения по η' оказываются универсальными в довольно большом диапазоне быстрот, покрывающем примерно половину доступной быстроты. При энергиях БАК продольное масштабирование, по-видимому, также выполняется в пределах ошибок, связанных в основном с неопределенностью экстраполяции данных к большим быстротам [75].

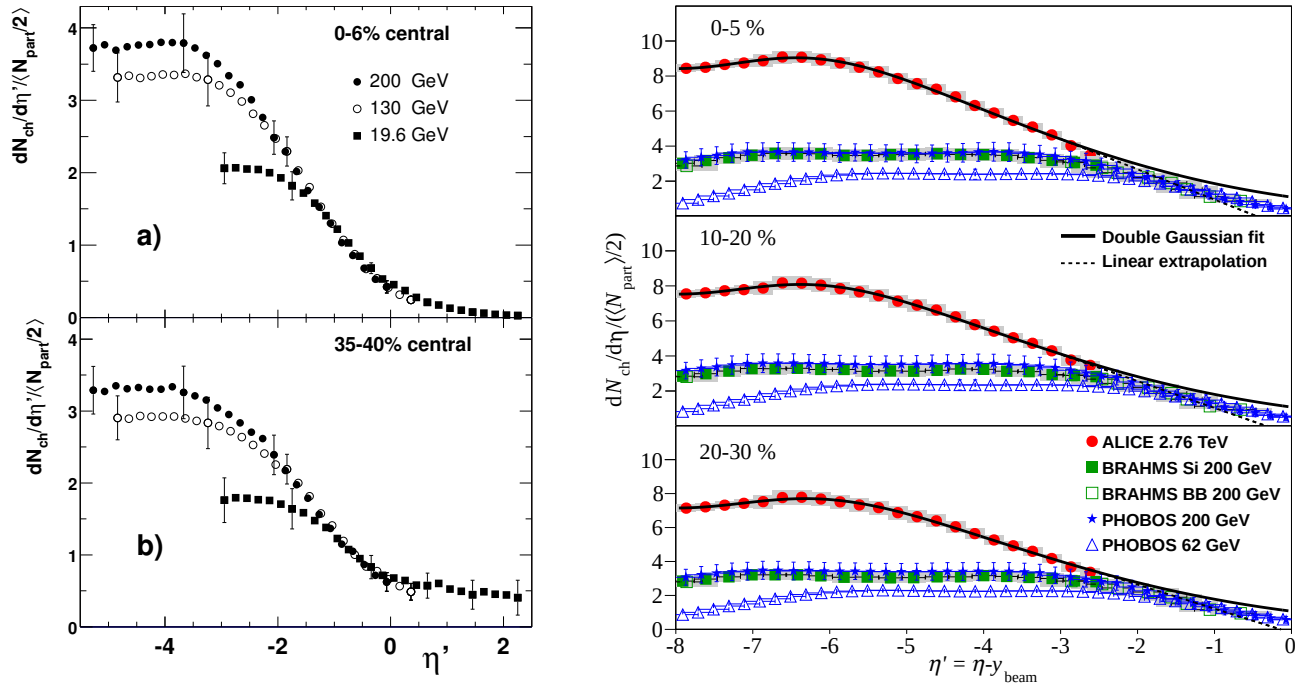


Рис. 9: Слева — сравнение числа заряженных частиц в единицу псевдобыстроты в зависимости от $\eta' = \eta - y_{beam}$, измеренное в столкновениях Au–Au при энергиях $\sqrt{s_{NN}} = 19.6, 130$ и 200 ГэВ, для классов центральности а) 0–6% и б) 35–40%. Систематические неопределенности показаны только для некоторых характерных точек. Рисунок взят из работы [74]. Справа: Число заряженных частиц в единицу псевдобыстроты в зависимости от $\eta' = \eta - y_{beam}$ в АА столкновениях при энергиях БАК и RHIC [75].

Таким образом, (псевдо-) быстрое распределение можно разбить на 2 участка: область центральных быстрот и область фрагментации. В области центральных быстрот зависимость от быстроты слаба, число рожденных частиц быстро растет с энергией столкновения, причем в АА быстрее, чем в рр столкновениях. А в области быстрот снаряда и мишени, наоборот, зависимость от энергии и центральности столкновения практически отсутствует.

Когда говорят о слабой зависимости от быстроты в области центральных быстрот, важно понимать отличие быстроты и псевдобыстроты. Псевдобыстрота – это чисто геометрическая переменная и сравнительно легко может быть измерена в эксперименте. Для построения распределения по быстроте нужна идентификация частиц или хотя бы предположение о составе заряженных частиц и их спектрах. Быстрое распределение, построенное с такими предположениями, показано на рис. 10. В отличие от псевдобыстротных распределений (см., например, рис. 8), имеющих провал в области центральных псевдобыстрот, быстрое распределение имеет практически плоскую вершину. При энергиях БАК ее ширина составляет несколько единиц быстроты.

Наличие плато в зависимости dN/dy в области центральных быстрот используется в широко известной Бьеркеновской модели столкновения [77]. В этой модели горячая область, образовавшаяся в столкновении, расширяется только вдоль оси столкновения, причем так, чтобы сохранялась независимость любых наблюдаемых от быстроты. Эти условия позволяют получить простую зависимость всех наблюдаемых (плотности энергии, температуры и т.д.) от времени и (продольной) координаты. Например, зависимость плотности энергии ϵ от давления p и собственного времени τ может быть записана как:

$$\frac{d\epsilon}{d\tau} = \frac{\epsilon + p}{\tau}. \quad (1)$$

Эта модель позволяет связать плотность энергии в момент τ с измеренной плотностью заря-

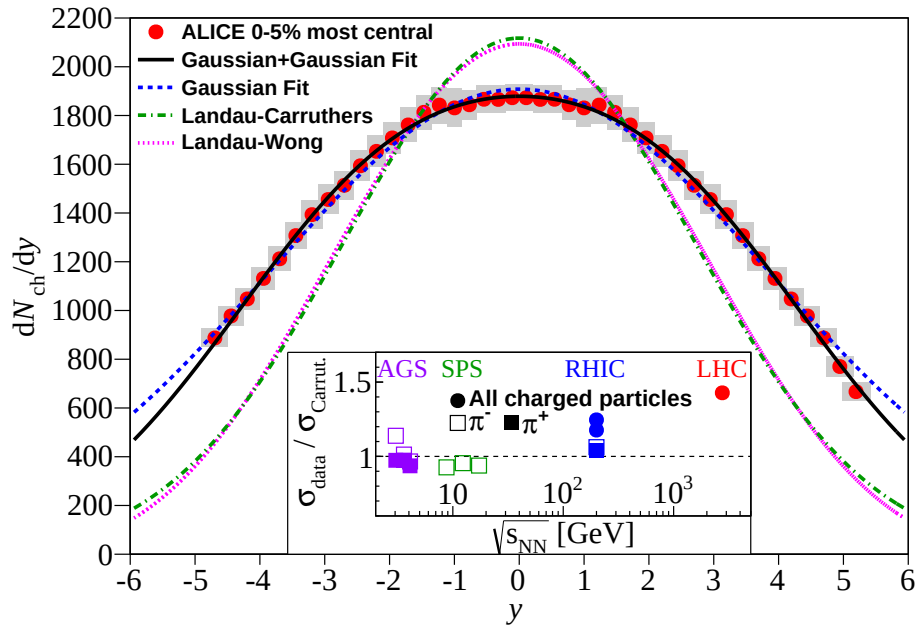


Рис. 10: Распределение dN_{ch}/dy в 5% самых центральных столкновениях Pb–Pb. Показаны также параметризации функцией Гаусса с шириной ($\sigma = 3.86$), функциями Ландау-Карутерса, Ландау-Вонга и двумя функциями Гаусса. Во вставке показано отношение ширин функции Гаусса к ширине функции Ландау-Карутерса в зависимости от энергии столкновения. Рисунок взят из работы [75].

женных частиц в единицу быстроты и их средней поперечной массой $\langle m_t \rangle$:

$$\varepsilon(\tau) = \frac{E}{V} = \frac{1}{\tau A} \frac{dN}{dy} \langle m_t \rangle. \quad (2)$$

Здесь используются упрощающие предположения об отсутствии поперечного расширения, в результате чего объем фактора V в момент τ связан с площадью поперечного сечения A как $V = \tau A$. На рис. 11 приводится соответствующая геометрия начального состояния, используемая в работе [77] для оценок плотности энергии и возможного получения кварк-глюонной плазмы в ядро-ядерных столкновениях.

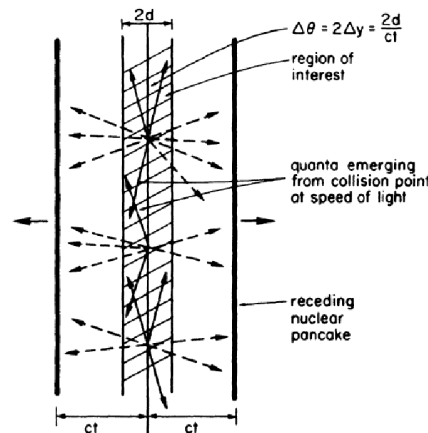


Рис. 11: Геометрия начального состояния для возможного получения кварк-глюонной плазмы в ядро-ядерных столкновениях [77].

Для оценки максимальной плотности энергии, достигнутой в столкновении, по формуле (2) необходимо определить “время термализации” τ – время, необходимое для установления

локального термодинамического равновесия в горячем веществе. Экспериментально ограничения на это время могут быть получены с помощью исследования зависимости величины коллективных потоков от центральности столкновения, см. параграф 1.3.3. Было показано, что если коллективное расширение начинается во времена, сравнимые с 1 фм/с или позднее, то пространственная асимметрия фэйрбола в этот момент уже недостаточна для выработки заметного коллективного потока. Поэтому для приблизительной оценки плотности энергии, достигнутой в столкновении, используется время $\tau \sim 1$ фм/с. Множественность частиц в единицу быстроты, измеренная в столкновениях Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ, соответствует плотности энергии $5.4 - 15$ ГэВ/фм³ [78], что нужно сравнить с плотностью энергии в КГП $\varepsilon_{QGP} \sim 1$ ГэВ/фм³. Аналогичные оценки плотности энергии в центральных столкновениях Pb–Pb при энергиях $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ на БАК дают значения, превышающие результаты RHIC примерно в 3 раза.

1.3.2 Спектры адронов и упорядочение по массе

Рассматривая спектры адронов, обычно разделяют мягкую часть $p_T < 2-3$ ГэВ/с и жесткую часть $p_T > 3$ ГэВ/с. Это связано с тем, что основная масса адронов рождается в результате либо распада фэйрбола (в АА столкновениях), либо статистической фрагментации струн (в рр или e^+e^- столкновениях). В результате эти адроны имеют спектр, близкий к экспоненциальному. Редкие жесткие процессы приводят к степенной зависимости от импульса, и в результате адроны, рожденные в таких процессах, доминируют при больших энергиях. В этом параграфе нас будут интересовать мягкие адроны.

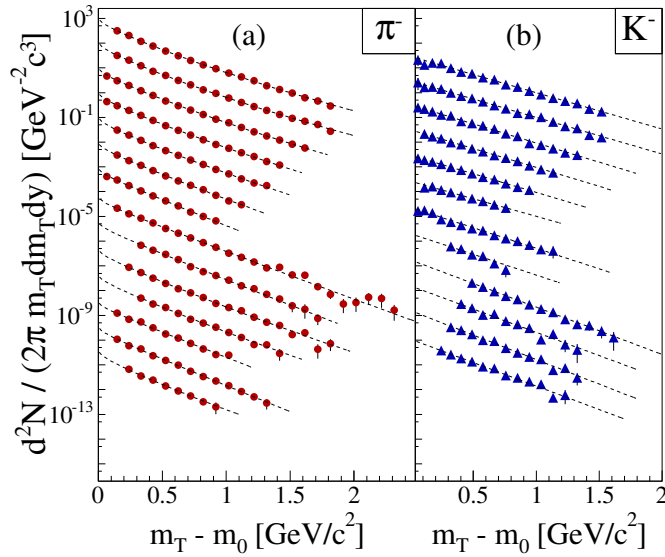


Рис. 12: Спектры π^- (a) и K^- (b) в нескольких диапазонах быстрот, от $y \sim 0$ (сверху) до $y \sim 3.5$ (снизу). Линиями показаны параметризации спектров степенной зависимостью от p_T для пионов и экспонентой от $m_T - m$ для каонов. Показаны только статистические ошибки. Для ясности спектры умножены на степени 10. Рисунок из работы [79].

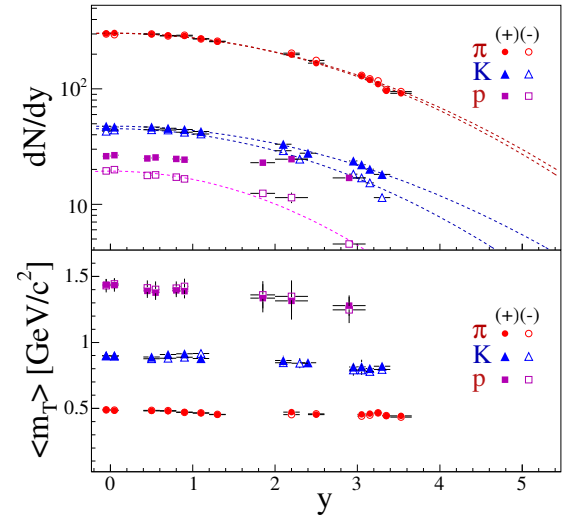


Рис. 13: Верхний рисунок: зависимость плотности числа заряженных пионов, каонов и протонов от быстроты, измеренная коллаборацией BRAHMS. Линии показывают параметризации функцией Гаусса. Нижний рисунок: зависимость среднего поперечного импульса от быстроты. Рисунок из работы [80].

Примеры спектров заряженных пионов и каонов, измеренных в столкновениях Au–Au при энергии $200 \sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ, показаны на рис. 12. В мягкой области спектры хорошо

описываются экспоненциальной зависимостью. Интересно, что распределение по поперечному импульсу (поперечной массе) практически не зависит от быстроты. Это подтверждает представление о том, что продольное расширение файерболла происходит так, что в области средних быстрот зависимость от быстроты практически отсутствует. Количественно независимость спектров от быстроты удобно оценивать по зависимости среднего поперечного импульса от быстроты, см. рис. 13. Средний поперечный импульс не зависит от быстроты в широком интервале центральных быстрот. Уменьшение среднего импульса начинается только в области фрагментации ядра-мишени или снаряда.

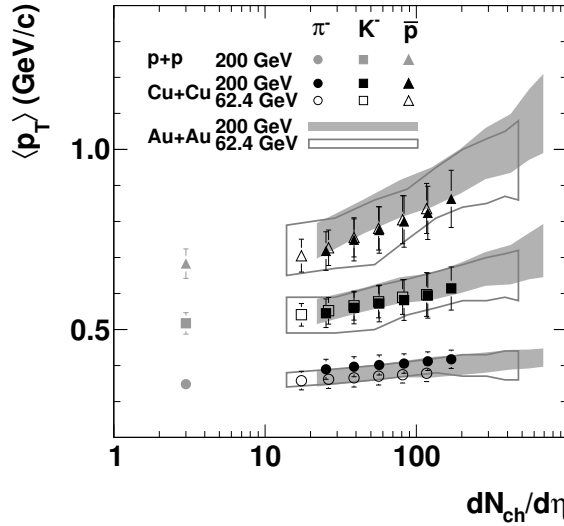


Рис. 14: Средний поперечный импульс π^- , K^- и $\bar{p}$ в зависимости от множественности заряженных адронов в области средних быстрот в столкновениях pp , $Cu + Cu$ и $Au-Au$ (последние показаны в виде полос) при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 62.4$ и 200 ГэВ. Рисунок из работы [81].

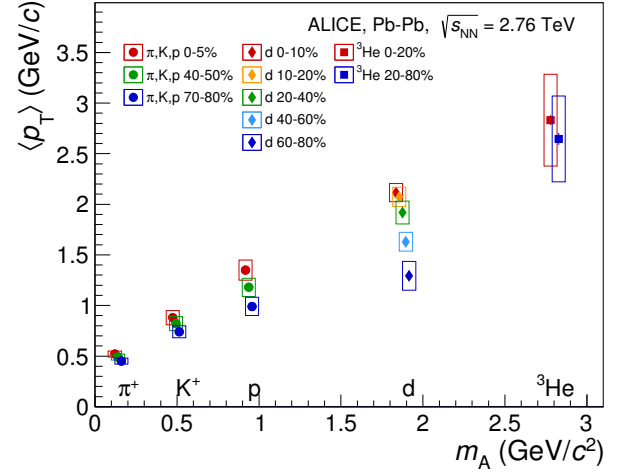


Рис. 15: Средний поперечный импульс в зависимости от массы частицы в столкновениях Pb-Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ для разных классов центральности. Рисунок из работы [82].

Еще одно важное наблюдение, которое можно сделать из рис. 13, – это зависимость наклона спектра от массы частицы: более тяжелые адроны демонстрируют больший средний импульс. Это упорядочение по массе сохраняется и при больших быстротах. Отличие между наклонами спектров легких и тяжелых адронов оказывается тем больше, чем больше множественность события, см., например, рис. 14, где показана зависимость среднего импульса пионов, каонов и протонов для нескольких типов столкновений, классифицированных по плотности заряженных частиц на единицу быстроты. Во всех случаях есть сильная зависимость среднего импульса от массы частицы. Если предположить, что материя находится в термодинамическом равновесии, то средняя энергия должна быть одинакова для всех типов частиц. Наличие же сильной зависимости от массы частицы может быть интерпретировано как результат расширения (*радиального потока*). Эту интерпретацию поддерживает и обнаруженная зависимость среднего импульса от плотности заряженных частиц: чем больше плотность, тем дольше эволюция системы, и тем большую коллективную скорость может получить система. Аналогичная зависимость была получена коллаборацией ALICE в столкновениях Pb-Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ для частиц вплоть до ^3He , см. рис. 15. Интересно отметить, что с ростом центральности столкновения (множественности) растет наклон зависимости от массы частицы, что может быть интерпретировано как рост коллективной скорости файерболла.

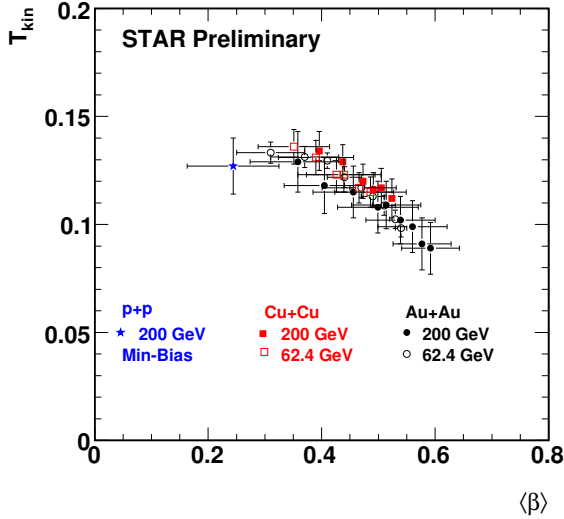


Рис. 16: Пары параметров (T_{kin}, β) , полученные параметризацией адронных спектров в столкновениях Au–Au, Cu–Cu и pp при энергии $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 62.4$ и 200 ГэВ. Рисунок из работы [83].

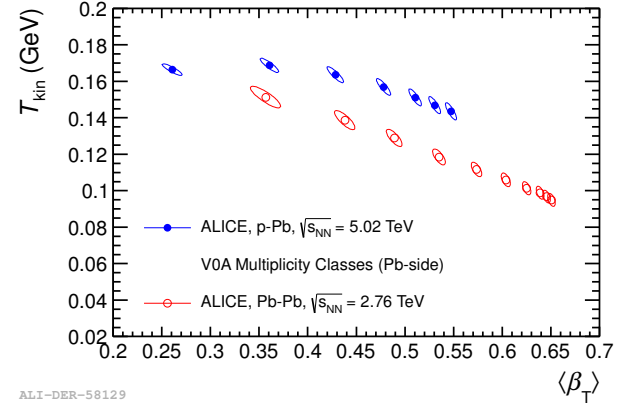


Рис. 17: Пары параметров (T_{kin}, β) , полученные параметризацией адронных спектров в столкновениях Pb–Pb и p–Pb при энергии $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76$ ТэВ и 5.02 ТэВ соответственно. Рисунок из работы [84].

Для количественного исследования величины радиального коллективного потока обычно применяется параметризация спектров адронов в рамках модели взрывной волны (Blast Wave) [85]. В этой простой модели предполагается, что все адроны излучаются из файерболла, расширяющегося продольно так, чтобы сохранялась быстрая инвариантность и, кроме того, радиально с некоторым распределением радиальных скоростей от 0 в центре до максимальной на поверхности. При этом предполагается, что (в момент распада) локальная температура файерболла в каждой точке равна T_{kin} . Таким образом, в модели имеется два свободных параметра – температура (кинетической) заморозки T_{kin} и средняя радиальная скорость $\langle\beta\rangle$. Глобальные параметризации спектров пионов, каонов и протонов, измеренные в столкновениях Au–Au, Cu–Cu и pp при энергии $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 62.4$ и 200 ГэВ были выполнены в работе [83], см. рис. 16. Оказалось, что параметры файерболла оказываются универсальными и зависят скорее от множественности адронов в столкновении, чем от энергии или типа сталкивающихся ядер. Столкновения с большей множественностью приводят к большей средней коллективной скорости и меньшей температуре заморозки, что подразумевает более долгую эволюцию файерболла до момента его распада на конечные адроны. Также в среднем оказывается, что большим скоростям соответствует меньшие температуры заморозки, что согласуется с гидродинамической моделью. Аналогичный анализ, проведенный коллаборацией ALICE для столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76$ ТэВ [84], показывает схожую зависимость, но заметно большую радиальную коллективную скорость, что согласуется с представлением о более долгой эволюции файерболла в случае большей начальной энергии.

1.3.3 Коллективные потоки

Коллективными потоками называются корреляции между координатами рождения адронов и их импульсами. Наиболее наглядный пример такой корреляции можно получить, воображая, что наблюдаемые адроны получаются в результате распада “адронной жидкости”: в таком случае средняя скорость адронов, получившихся в результате распада элемента объ-

ема, будет совпадать со скоростью этого элемента. В случае если эта “адронная жидкость” как-то течет или расширяется, мы получим заметные корреляции $(\langle \vec{p} \rangle, \vec{x})$. Поэтому такие корреляции стали называться коллективными потоками. Наиболее очевидный тип потока – радиальный поток, связанный с радиальным расширением файерболла – был рассмотрен ранее в 1.3.2. Здесь мы рассмотрим коллективные потоки, приводящие к появлению азимутальной анизотропии в распределении конечных адронов: направленный, эллиптический, треугольный и т. д. Как показано на рис. 18, в не полностью лобовом столкновении ядер можно определить *плоскость реакции* – плоскость, в которой лежит ось столкновения и вектор прицельного параметра, и форма файерболла после прохождения ядер друг сквозь друга азимутально асимметрична. Наиболее удивительное свойство коллективного потока заключается в том, что азимутальная асимметрия в рождении адронов относительно плоскости реакции сохраняется во всем диапазоне быстрот, от быстроты снаряда до мишени. Такая анизотропия в распределении импульсов частиц по отношению к плоскости реакции изучалась еще начиная с экспериментов на Bevalac в лаборатории Беркли. Затем она была измерена на AGS [86, 87] в Брукхейвене, на SPS в ЦЕРНе [88], RHIC в Брукхейвене [89] и, наконец, на БАК [90, 91].

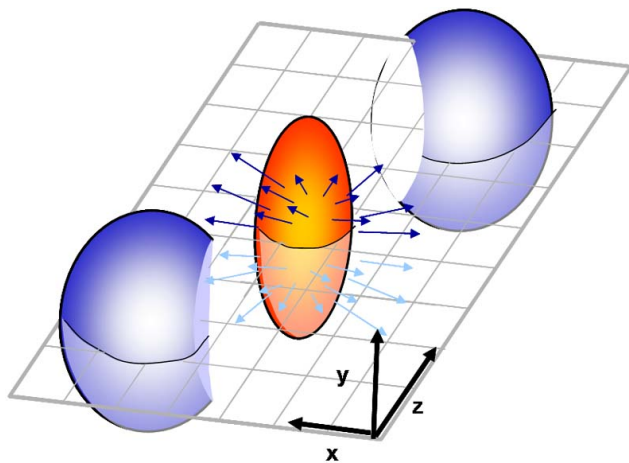


Рис. 18: Схематическое изображение ядро-ядерного столкновения. Налетающие ядра имеют импульсы вдоль оси Z. Это ось и прицельный параметр, направленный вдоль оси X, образуют плоскость реакции XOZ. Форма файерболла, образовавшегося при прохождении ядер друг сквозь друга азимутально асимметрична.

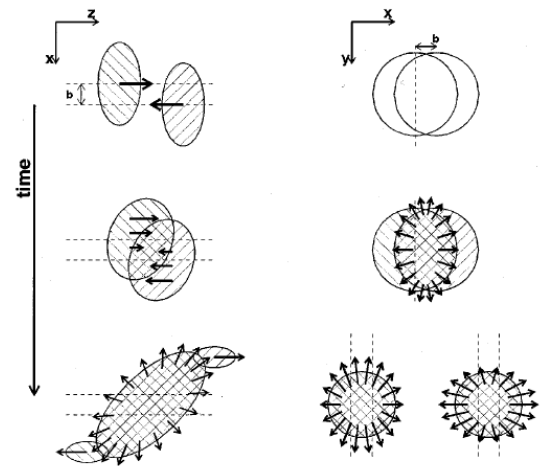


Рис. 19: Схематическое изображение эволюции ядро-ядерного столкновения и развития полей коллективной скорости. Слева – в плоскости реакции, справа – в перпендикулярной плоскости в области центральных быстрот. Рисунок взят из работы [92].

Объяснение происхождения азимутального потока заключается в том, что при прохождении ядер друг сквозь друга образовавшаяся горячая область имеет анизотропную форму, похожую на миндаль (см. рис. 19, справа). При этом в плоскости реакции градиент давления оказывается заметно больше, чем в перпендикулярном к ней направлении. Это приводит к более быстрому расширению материи в плоскости реакции и повышению выхода частиц при любом фиксированном p_T в этом направлении. Отметим, что это и любое другое объяснение асимметрии подразумевает наличие сильного взаимодействия между частицами на самой ранней стадии столкновения: если предположить, что изначальная миндалевидная форма расширяется без столкновения, то уже через 1-2 фм/с азимутальная асимметрия теряется, и получить асимметрию в выходе конечных частиц невозможно. Таким образом, азимутальные потоки очень чувствительны к свойствам системы на ранних стадиях ее эволюции.

Распределение выхода конечных частиц, образующихся в результате столкновения, по

отношению к плоскости реакции удобно разложить в ряд Фурье:

$$E \frac{d^3 N}{d^3 p} = \frac{1}{2\pi} \frac{d^2 N}{dy_T dp_T} \left(1 + \sum 2v_n \cos(n(\phi - \Psi_{RP})) \right), \quad (3)$$

где коэффициенты v_n численно описывают азимутальную анизотропию выхода частиц. Коэффициент v_1 принято называть «направленным потоком», а v_2 – «эллиптическим». В последнее время актуальным стало и измерение коэффициентов высших гармоник [91], которые требуют значительной статистики данных. Коэффициенты v_n зависят как от поперечного импульса частиц, так и от быстроты, поэтому их обычно называют коэффициентами дифференциального потока. Под интегральным потоком понимают коэффициенты v_n , усредненные по поперечному импульсу и быстрой.

Направленный поток. В нецентральных столкновениях наибольший градиент давления наблюдается в плоскости реакции перпендикулярно оси пучка. Поэтому при расширении ядерного вещества участников оно выталкивается в плоскость реакции так же, как и непроизводившие фрагменты ядер. Такая асимметрия в выходе частиц называется направленным потоком. Она максимальна в области быстрот снаряда и мишени. Градиенты давления устанавливают корреляцию между конфигурационным и импульсным пространствами. Так как прицельный параметр $\vec{b}$ является единственным выделенным направлением в конфигурационном пространстве, выделенное направление в импульсном пространстве должно иметь фиксированную ориентацию по отношению к $\vec{b}$ и, таким образом, к плоскости реакции. Для столкновений симметричных ядер направленный поток частиц налетающего ядра противоположен по направлению и равен по величине направленному потоку частиц ядра-мишени.

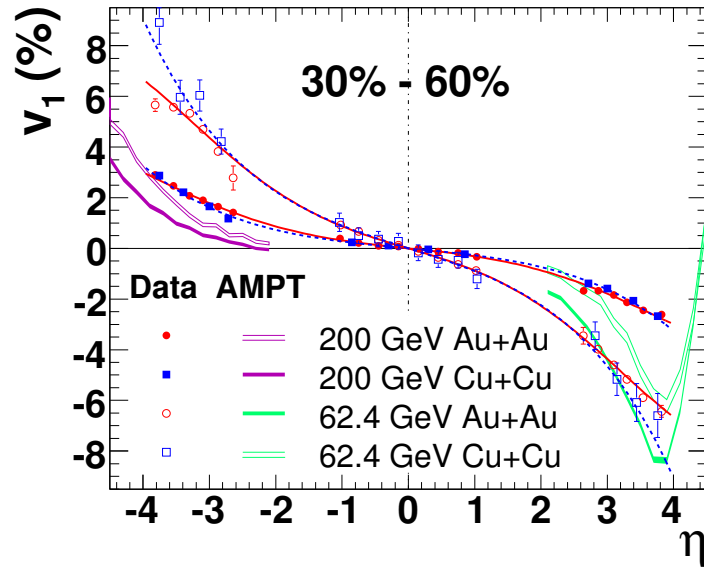


Рис. 20: Направленный поток заряженных частиц $v_1(\eta)$ в средне-центральных столкновениях Au–Au и Cu–Cu при энергиях 200 и 62.4 ГэВ/нуклон. Рисунок из работы [93].

Впервые направленный поток участников был измерен на ускорителе Bevalac (Беркли, США) при энергии 0.4 ГэВ/нуклон в области средней быстроты на установке Пластиковый Шар (Plastic Ball) и назван «выплеском» («side-splash») [94]. Было обнаружено, что частицы в области центральных быстрот предпочитают вылетать в плоскость реакции перпендикулярно z , а не изотропно. То же демонстрировали и наблюдатели, отклоняемые участниками

(эффект «отскока», «bounce-off»). Направленный поток включает в себе оба этих эффекта и означает, что частицы, испускаемые в переднюю и заднюю полусферы в системе центра масс, из-за сохранения импульса находятся в противоположных сторонах от оси пучка в плоскости реакции. В силу симметрии файерболла в случае столкновения одинаковых ядер величина направленного потока – антисимметричная функция быстроты и равна нулю в области центральных быстрот (см. рис. 20). Для центральных событий направленный поток исчезает из-за симметричности горячей области.

Эллиптический поток. Эллиптический поток отражает более сложную симметрию потока – симметрию второго порядка. Вторичные частицы, испускаемые из горячей области участников при центральных быстротах, кроме градиента давления могут испытывать также влияние со стороны наблюдателей. При небольших энергиях, таких как на ускорителе Bevalac (0.4 ГэВ/нуклон), частицы, вылетающие в плоскости реакции, подвергаются «затенению» со стороны наблюдателей, не успевающих покинуть зону реакции. В этом случае вторичные частицы как бы «выжимаются» из плоскости реакции, и большая ось эллипсоида направлена перпендикулярно плоскости реакции. Такой эллиптический поток вне плоскости реакции был обнаружен на ускорителе Bevalac (Беркли, США) и назван «squeeze-out», т. е. «выжимание».

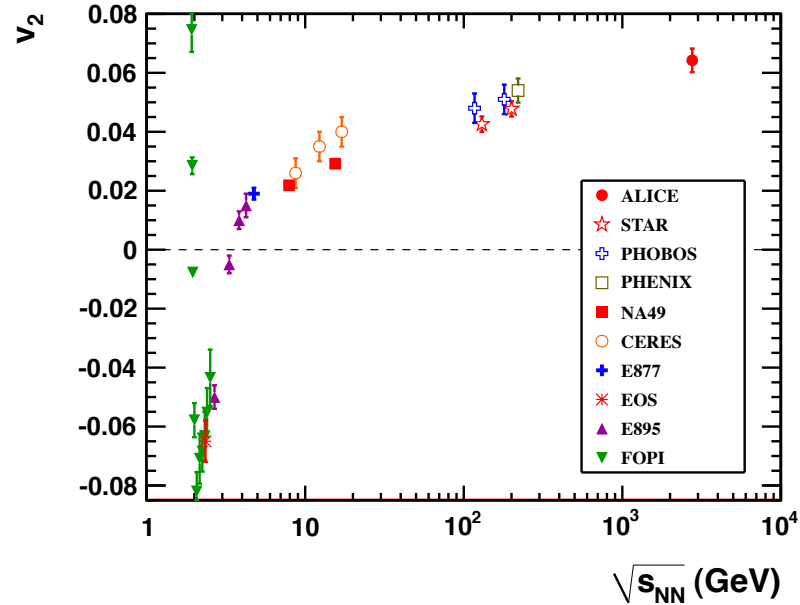


Рис. 21: Зависимость интегрального эллиптического потока от энергии столкновения. Рисунок из работы [90].

При увеличении энергии сталкивающихся ядер наблюдатели покидают зону взаимодействия и не мешают участникам распространяться так, как им диктует градиент давления зоны взаимодействия, т. е. в плоскости реакции [95]. Переход от эллиптического потока «вне плоскости реакции» к эллиптическому потоку «в плоскости реакции» происходит при энергии столкновения порядка нескольких ГэВ/нуклон, что соответствует энергии ускорителя AGS (Брукхейвен, США) (рис. 21). Для эллиптического потока «в плоскости реакции» $\langle \cos(2\phi) \rangle > 0$, а для эллиптического потока «вне плоскости реакции» $\langle \cos(2\phi) \rangle < 0$. Для столкновений симметричных ядер – четная функция относительно $y_{CM} = 0$, и, в отличие от направленного потока, эллиптический поток имеет одинаковые знаки для области быстрот налетающего ядра ($y_{CM} > 0$) и для области быстрот ядра-мишени ($y_{CM} < 0$) и отличен от нуля при быстроте $y_{CM} = 0$.

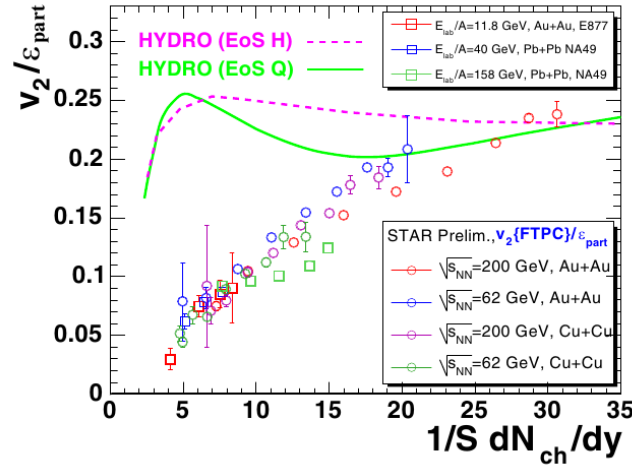


Рис. 22: Сравнение зависимости интегрального потока v_2 , деленного на пространственный эксцентриситет ε от плотности множественности, для различных типов сталкивающихся ядер и различных энергий в данных и предсказаниях идеальной гидродинамики. Рисунок из работы [96].

Как отмечалось выше, эллиптический поток возникает в результате расширения пространственно-асимметричного файерболла, возникающего в нецентральных столкновениях. Для того чтобы начальная пространственная асимметрия превратилась в асимметрию в импульсном распределении, необходимо коллективное расширение горячей области, по крайней мере, на начальном этапе. Предельный случай коллективного расширения, соответствующий бесконечно малой длине свободного пробега, – это гидродинамическое расширение. Сравнение с предсказаниями гидродинамической модели удобно делать в переменных $v_2/\varepsilon_{\text{part}}$ – отношения величины эллиптического потока к асимметрии начального файерболла, вычисленной, например, в рамках Глауберовской модели, и некоторой оценки плотности энтропии: отношение числа частиц в единицу быстроты к площади поперечного сечения файерболла S : $1/S dN_{\text{ch}}/dy$, [97, 98, 99]. В таком случае каждая точка на плоскости этих переменных будет определять столкновение с примерно совпадающими начальными условиями: асимметрией и плотностью энергии. На рис. 22 показано сравнение экспериментальных данных с предсказаниями гидродинамической модели с двумя вариантами уравнения состояния горячей материи. Все точки v_2/ε лежат примерно на одной кривой независимо от типа системы, энергии пучка и прицельного параметра. Эта кривая показывает примерно линейный рост от энергии АГС до максимальной энергии RHIC. Идеальная гидродинамика довольно хорошо воспроизводит данные при максимальной энергии RHIC, но показывает совершенно другую зависимость от плотности множественности. Согласие между измеренным v_2 и предсказаниями идеальной гидродинамики для столкновений при энергиях RHIC указывает, что созданная горячая материя ведет себя как идеальная жидкость. В гидродинамике величина отношения v_2/ε зависит от скорости звука в жидкости и, следовательно, от величины вкладов различных фаз и наличия фазового перехода. В случае чисто адронного уравнения состояния (EoS H на рис. 22) с фиксированной скоростью звука наблюдается почти постоянная зависимость v_2/ε от плотности множественности. Уравнение состояния, включающее фазовый переход (EoS Q на рис. 22), дает более сложную зависимость от энергии. Отличие между данными и гидродинамическими расчетами при более низких энергиях интерпретируется как признак не-гидродинамичности расширения файерболла. Действительно, модели, предполагающие, что длина свободного пробега того же порядка, что и размер системы, показывают монотонную зависимость v_2/ε от $1/S dN_{\text{ch}}/dy$, такую же, как мы наблюдаем в

данных [100, 101, 102].

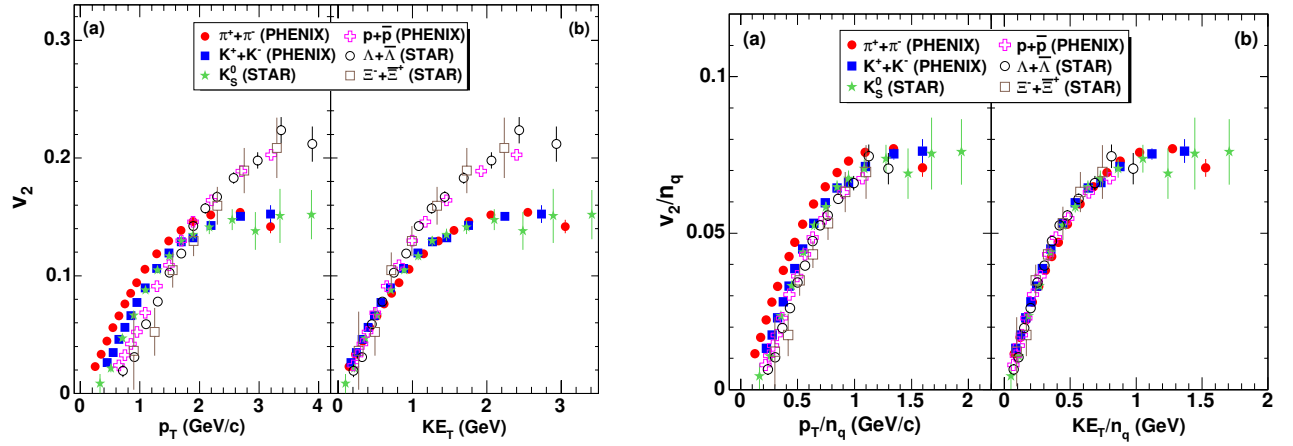


Рис. 23: Слева: зависимость v_2 от p_T (a) и KE_T (b) в столкновениях Au–Au. Справа: зависимость v_2/n_q от p_T/n_q (a) и KE_T/n_q (b). Рисунок из работы [103].

Изучение величины эллиптического потока различных идентифицированных адронов позволяет обнаружить еще один интересный эффект масштабирования. На рис. 23 (a) показано сравнение величины дифференциального потока $v_2(p_T)$ для нескольких типов частиц. Видна хорошо известная зависимость величины потока от массы частицы. Если эта зависимость обусловлена гидродинамическим расширением, то величина v_2 должна масштабироваться с $KE_T = m_T - m$. Те же данные, но в зависимости от KE_T , показаны на рисунке 23, слева (b). Видно, что при малых KE_T масштабирование выполняется, но для более высоких значений p_T ($p_T \sim 2 - 4$ ГэВ/с) зависимость разбивается на две четкие ветви – мезоны и барионы. На правой картинке показаны те же зависимости, но масштабированные в зависимости от числа конституэнтных кварков для данных адронов. Такая четкая зависимость от числа кварков означает, что поток в основном развился на стадии, на которой основными степенями свободы были кварки, и такие зависимости потока могут быть объяснены коалесценцией кварков.

Треугольный поток и высшие гармоники С ростом энергии столкновения и множественности вторичных частиц стало возможным измерение более высоких гармоник коллективного потока: вплоть до v_6 . Интерес к ним связан с тем, что треугольный поток образуется в результате флуктуаций начальных условий столкновения, и в отличие от эллиптического и направленного потока не может получиться в чисто геометрическом подходе. Соотношение между величиной эллиптического потока и высших гармоник позволяют оценить, насколько гидродинамическое описание справедливо.

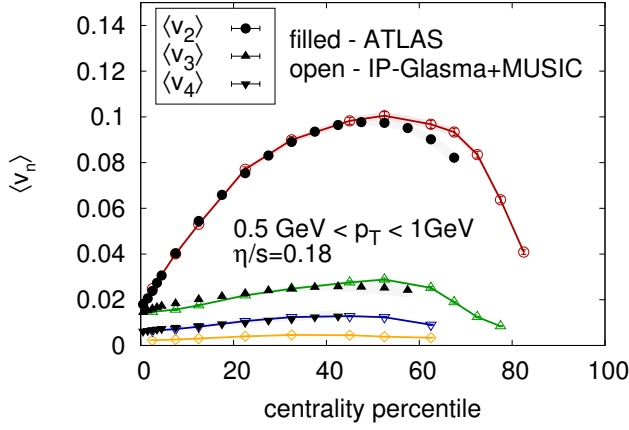


Рис. 24: Зависимость высших гармоник от центральности в сравнении с предсказаниями гидродинамической модели. Рисунок из работы [104].

1.3.4 Полные выходы адронов

В предыдущих параграфах мы показали, что горячая материя, образующаяся в ядро-ядерных столкновениях находится в (локальном) термодинамическом равновесии. Возникает следующий вопрос – находится ли система в (локальном) химическом равновесии? Сечение упругих реакций, как правило, значительно больше сечения неупругих, поэтому наличие термодинамического равновесия не гарантирует химического.

Химическое равновесие означает, что относительные выходы адронов определяются всего несколькими параметрами – температурой и, возможно, химическими потенциалами, соответствующими сохраняющимся зарядам. Эта идея реализуется в модели газа адронных резонансов [105], в которой рассматривается газ невзаимодействующих адронов. Термодинамические переменные вычисляются из производящей функции $Z(T, V)$. В большом каноническом ансамбле производящая функция для частицы i равна:

$$\ln Z_i = \pm \frac{V g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty p^2 dp \ln[1 \pm \exp(-(E_i - \mu_i)/T)]. \quad (4)$$

Плотность частиц n_i , парциальное давление P_i , плотность энергии ε_i и плотность энтропии s_i могут быть вычислены как:

$$n_i(T, \mu_i) = N_i/V = \frac{T}{V} \left(\frac{\partial \ln Z_i}{\partial \mu} \right)_{V,T} = \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp[(E_i - \mu_i)/T] \pm 1} \quad (5)$$

$$P_i(T, \mu_i) = \frac{T}{V} \ln Z_i = \pm \frac{g_i T}{2\pi^2} \int_0^\infty p^2 dp \ln(1 \pm \exp[-(E_i - \mu_i)/T]) \quad (6)$$

$$\varepsilon_i(T, \mu_i) = E_i/V = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial \ln Z_i}{\partial (1/T)} \right)_{\mu/T} = \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp[(E_i - \mu_i)/T] \pm 1} E_i \quad (7)$$

$$s_i(T, \mu_i) = S_i/V = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial (T \ln Z_i)}{\partial T} \right)_{V,\mu} = \pm \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty p^2 dp \left(\ln(1 \pm \exp[-(E_i - \mu_i)/T]) \pm \frac{E_i - \mu_i}{T(\exp[(E_i - \mu_i)/T] \pm 1)} \right), \quad (8)$$

где $g_i = (2J_i + 1)$ – вырожденность по спину, T – температура $E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}$ полная энергия. Знак (+) соответствует фермионам, а (–) – бозонам. Для адронов типа i , имеющих барионный

На рис. 24 показано сравнение расчетов, выполненных с помощью гидродинамической модели, включающей в себя флуктуации на начальном этапе столкновения. Модель прекрасно описывает как абсолютное значение величины потоков v_2 , v_3 и v_4 , так и их зависимость от центральности столкновений, почти до самых периферических столкновений, в которых гидродинамическое описание становится неприменимым из-за малой множественности. Такое сравнение позволяет оценить величину поверхностной вязкости жидкости η/s , при которой наблюдается согласие с данными. Вязкость оказывается близка к нижнему теоретическому пределу вязкости жидкости $(\eta/s)_{min} = 1/4\pi$.

заряд B_i , проекцию изоспина I_{3i} , странность S_i , очарование C_i , химический потенциал равен

$$\mu_i = \mu_b B_i + \mu_{I_3} I_{3i} + \mu_S S_i + \mu_C C_i.$$

Введение химических потенциалов μ_b , μ_{I_3} , μ_S и μ_C обеспечивает сохранение барионного числа, проекции изоспина, странности и очарования соответственно. При сравнении относительных выходов адронов с экспериментальными данными учитываются сильные и, если необходимо, слабые распады. Плотность энергии, давление и скорость звука в адронном газе, полученные с помощью модели адронных резонансов, хорошо согласуются с результатами решеточных вычислений, см. рис. 2.

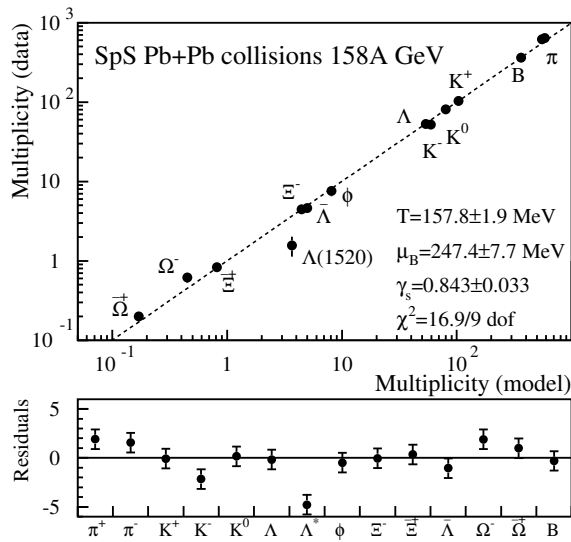


Рис. 25: Сравнение множественности различных адронов, измеренной в столкновениях Pb–Pb при энергии 158 ГэВ/нуклон в области центральных быстрот, с предсказанной в рамках модели газа адронных резонансов с параметром γ_s . Снизу показаны отклонения в единицах неопределенности. Рисунок взят из работы [106].

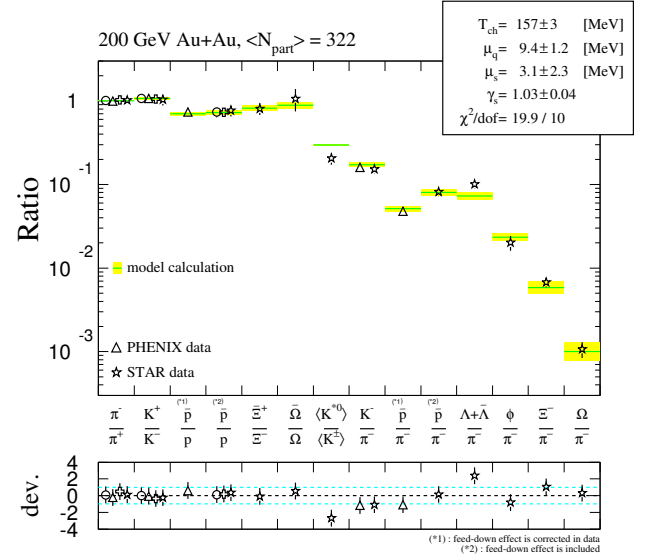


Рис. 26: Сравнение относительных выходов адронов, измеренных в центральных Au–Au столкновениях при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ экспериментами PHENIX (треугольники), STAR (звезды), BRAHMS (кружки) и PHOBOS (крестики), с предсказаниями модели газа адронных резонансов [107]. Рисунок из работы [78].

В рамках модели газа адронных резонансов удается достаточно точно описать относительные выходы частиц в e^+e^- , pp, pA и AA столкновениях, параметризуя данные и извлекая параметры T , μ_B , при этом влияние остальных химических потенциалов ничтожно мало. На рисунках 25–27 приведено сравнение экспериментально измеренных выходов различных адронов в AA столкновениях при различных энергиях с результатами параметризации. Отметим, что в большинстве случаев, приходится вводить дополнительный параметр γ_s – подавление числа странных кварков по отношению к равновесному значению. Исчезновение этого подавления и соответственно повышение выхода странных частиц в AA столкновениях будет обсуждаться в следующем параграфе. Модель адронных резонансов позволяет описать относительные выходы более чем десятка адронов, отличающиеся более чем на три порядка по величине, с помощью 3 свободных параметров. Для количественной оценки согласия модели и данных в каждом случае приводится отношение χ^2/NDF . Как правило, это отношение больше единицы, в основном из-за расхождения в оценке выходов $\bar{p}$ и $\bar{\Lambda}$. Ситуация улучшилась в последнее время: возникло понимание, что резкая химическая заморозка – хорошее первое приближение, но оно должно быть дополнено описанием эволюции адронного газа

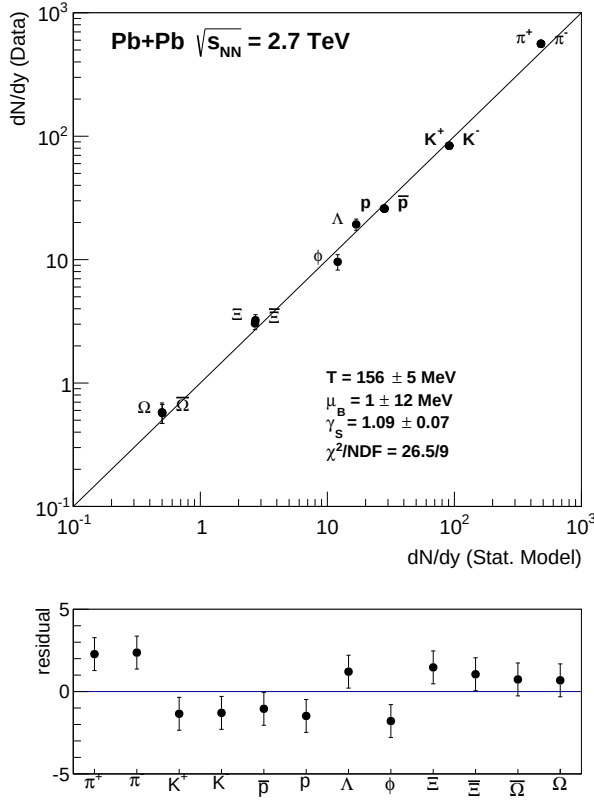


Рис. 27: Сравнение множественности различных адронов, измеренной в столкновениях Pb–Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ в области центральных быстрот, с предсказанной в рамках модели газа адронных резонансов с параметром γ_S . Рисунок из работы [108].

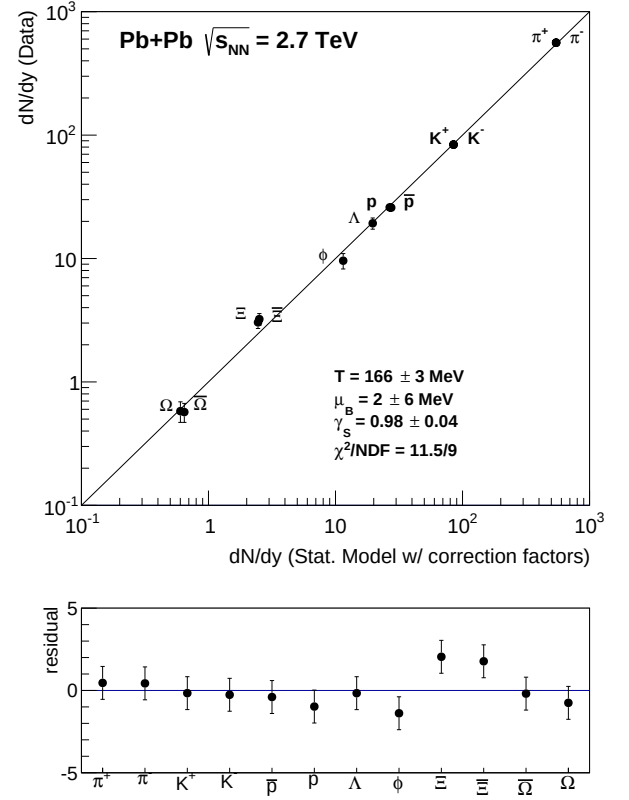


Рис. 28: То же, что и рис. 27, но с учетом взаимодействий в адронном газе после химического замораживания.

после нее. Дело в том, что реакции типа аннигиляции нуклонов $p\bar{p}$ имеют сечение, сравнимое с сечением упругих реакций и должны учитываться при описании эволюции адронного газа после химической заморозки, например, с помощью модели UrQMD. В таком случае согласие с экспериментальными данными становится заметно лучше, $\chi^2/NDF \sim 1$ см. рис. 28, [108].

Рассмотрим зависимость параметров T, μ_B , полученных при параметризации выходов адронов в АА столкновениях при различных энергиях столкновения, см. рис. 29, 30. Температура химической заморозки, T_{ch} на этом рисунке, растет с ростом энергии столкновения пока не выходит на насыщение на уровне 165 МэВ, что оказывается очень близко к температуре фазового перехода. Для сравнения там же показана аналогичная зависимость температуры кинетического замораживания T_{kin} , вычисленной с помощью параметризации спектров моделью ударной волны. До энергий, меньших $\sqrt{s_{NN}} \sim 7$ ГэВ, T_{ch} и T_{kin} не отличаются, но с ростом энергии столкновения отличие возрастает. Это соответствует предположению о том, что при расширении и остывании файerbола сначала прекращаются реакции, изменяющие число частиц (химическая заморозка), затем файербол некоторое время расширяется и дальше остывает, пока, наконец, не прекращаются и упругие реакции. Барийонный химический потенциал падает с ростом энергии столкновения, демонстрируя все меньшую долю барионов сталкивающихся ядер, дающих вклад в область центральных быстрот. Кривая зависимости положения химической заморозки (T_{ch}, μ_B) дает ограничение на положение линии фазового перехода от адронного газа к КГП.

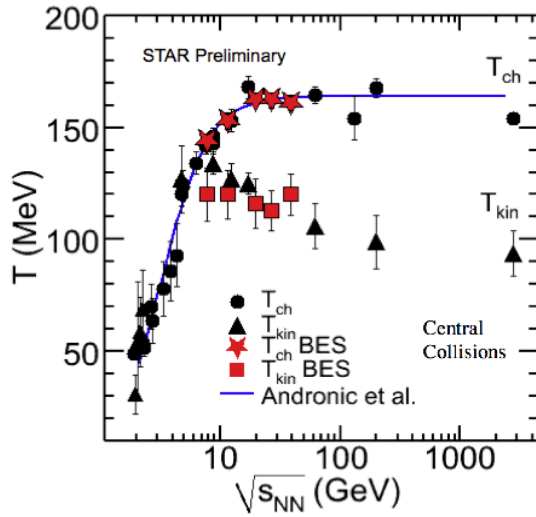


Рис. 29: Сравнение множественности различных адронов, измеренной в столкновениях Pb–Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ в области центральных быстрот, с предсказанной в рамках модели газа адронных резонансов с параметром γ_S . Рисунок взят из работы [109].

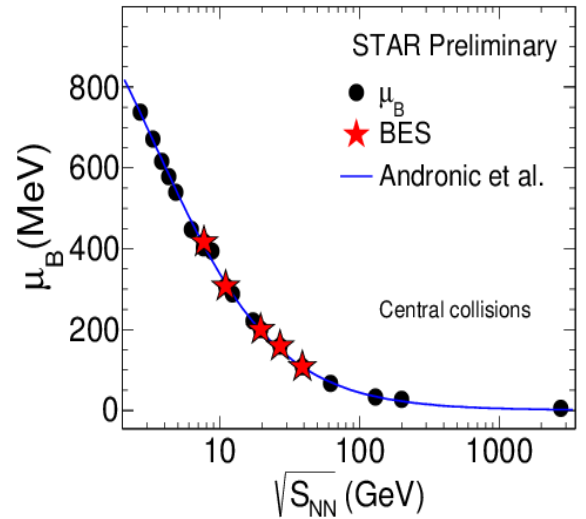


Рис. 30: Сравнение множественности различных адронов, измеренной в столкновениях Pb–Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ в области центральных быстрот, с предсказанной в рамках модели газа адронных резонансов с параметром γ_S . Рисунок взят из работы [109].

Увеличение выхода странных частиц. При обсуждении выходов различных частиц особый интерес представляет изучение выходов странных частиц. Увеличение выхода странных частиц рассматривалось как признак образования кварк-глюонной плазмы [110, 111, 112]. Идея заключается в том, что для рождения пары $s\bar{s}$ в КГП требуется энергия $\sim 2 \cdot m_s \sim 300$ МэВ, а в адронном газе – как минимум $2m_K \sim 1000$ МэВ. То есть, при образовании КГП число странных кварков резко увеличится. При адронизации КГП увеличенное содержание в ней странных кварк-антикварковых пар приводит к увеличенному выходу странных и особенно мультистранных частиц, что также может служить одним из признаков образования КГП.

Согласованное увеличение выходов частиц, имеющих в своем составе один, два или три странных кварка или антикварка, с ростом центральности по сравнению с столкновениями pp или pA было экспериментально зарегистрировано в эксперименте WA97 в CERN [117]. Дальнейшие экспериментальные исследования этого явления в CERN проводились коллаборацией NA57 на SPS [113], являющейся преемницей коллаборации WA97. На рис. 31 представлены результаты, полученные этой коллаборацией. Видно постепенное согласованное увеличение выходов странных и мультистранных частиц с ростом центральности столкновения.

Очень похожее увеличение выходов (мульти-)странных частиц было получено позднее в эксперименте STAR на RHIC [114]. На рис. 32 показаны относительные выходы странных и мультистранных частиц в столкновениях Au–Au и Cu–Cu при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ по сравнению с выходом в pp столкновениях в зависимости от числа нуклонов-участников. Отметим, что в этом случае начальная энергия почти в 12 раз больше, чем в эксперименте NA57 в CERN. Из рис. 32 видно, что в эксперименте STAR выходы мультистранных частиц также возрастают с ростом центральности столкновения. Видно также, что для периферических столкновений Au–Au и Cu–Cu величина этого усиления одна и та же. Другим важным выводом, который можно сделать из сравнения результатов экспериментов NA57 и STAR, состоит в том, что абсолютная величина усиления выхода странных частиц оказывается в этих экспериментах примерно одной и той же, несмотря на почти 12-ти кратное увеличение начальной энергии. Слабая зависимость увеличения выхода от энергии столкновения уклады-

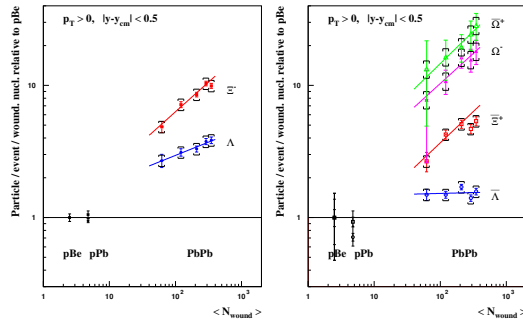


Рис. 31: Относительный выход странных и мультистранных частиц в столкновениях Pb–Pb и p–Pb при энергии 158 А ГэВ/с в лабораторной системе по сравнению с столкновениями p–Be как функция числа нуклонов-участников (эксперимент NA57 на SPS в CERN). Рисунок из работы [113].

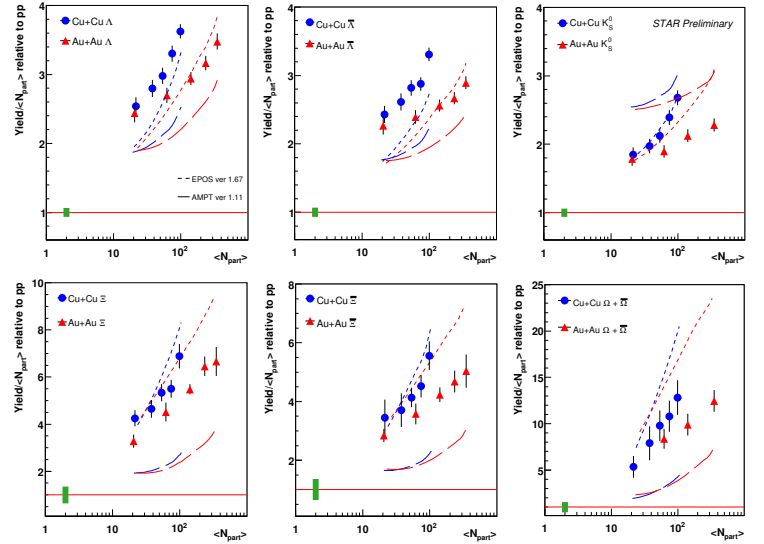


Рис. 32: Относительные выходы странных и мультистранных частиц в столкновениях Au–Au и Cu–Cu при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ по сравнению с выходом в pp столкновениях как функция числа нуклонов-участников (эксперимент STAR на RHIC). Рисунок из работы [114]. Пунктирными и сплошными линиями представлены предсказания моделей EPOS [115] и AMPT [116].

вается в гипотезу, объясняющую увеличение выходов странных частиц образованием КГП. В этом случае степень приближения выходов адронов к равновесному значению ($\gamma_s \sim 1$) определяется соотношением между скоростью рождения пар странных кварков и временем жизни горячей материи. Как скорость, так и время жизни увеличиваются в центральных столкновениях.

Еще один широко известный результат, связанный с увеличением выхода странных частиц, показан на рис. 33. Коллаборацией NA49 на SPS в CERN [118, 119] было показано, что в зависимости отношения выходов K^+/π^+ в центральных столкновениях тяжелых ядер от энергии столкновения имеется пик при $\sqrt{s_{NN}} = 8 - 9$ ГэВ, в то время как в pp столкновениях, показанных пустыми символами, зависимость монотонная. Результат был подтвержден коллаборацией STAR на RHIC [114] и какое-то время считалось, что наблюдаемый пик связан с прохождением через фазовый переход. Однако детальное исследование с помощью модели газа адронных резонансов показало [106], что этот пик не является прямым следствием близости плотности энергии к критической, а результатом того, что значительная часть каонов рождается в распадах Λ , и их выход с одной стороны растет с ростом T_{ch} , а с другой стороны — падает с падением μ_B , см. рис. 29, 30. Оба этих эффекта приводят к появлению пика в отношении K/π .

Таким образом, статистическая модель успешно описывает относительные выходы частиц в столкновениях релятивистских тяжелых ядер во всем диапазоне энергий. Однако причины этого пока точно не установлены. Есть точка зрения, что химическое равновесие в газе достигается в процессе эволюции адронного газа в результате многократных рассеяний. Другая точка зрения заключается в том, что сам процесс адронизации приводит к рождению практически равновесного адронного ансамбля (с точностью до подавления странности в столкновениях ee и pp, причины которого также непонятны). Другими словами, адроны уже рождаются в равновесии, так как иначе невозможно объяснить статистические распределе-

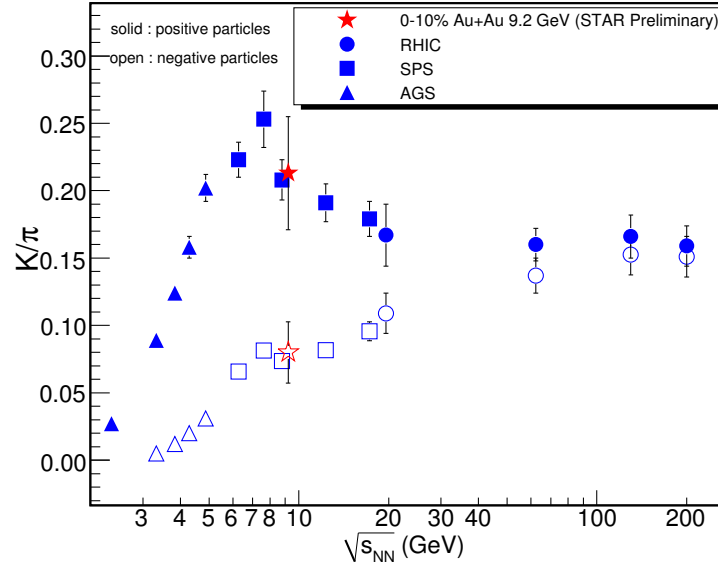


Рис. 33: Отношение выходов каонов к пионам в центральной области быстрот для случая положительных и отрицательных частиц для центральных столкновений тяжелых ядер как функция начальной энергии. Пустыми символами показано то же отношение в случае pp столкновения при той же энергии. Рисунок из работы [114].

ния в столкновениях ee и pp , где множественности таковы, что трудно ожидать перерасеяния частиц.

1.3.5 Фемтоскопия

Единственным способом, позволяющим непосредственно измерять пространственно-временную протяженность области генерации адронов и параметры адрон-адронного рассеяния, является корреляционная фемтоскопия. Впервые метод интенсивностных интерферометрических измерений был предложен Р. Ханбери-Брауном и Р. Твиссом [120] для измерения углового диаметра звезд и других астрономических объектов. Он основан на измерении корреляций интенсивности счета двойных совпадений фотонов в зависимости от расстояния между детекторами. В 1960 году Г. Гольдхабер, С. Гольдхабер, В. Ли и А. Пайс [121], изучая двухпионные корреляции в реакциях аннигиляции протона и антипротона, обнаружили увеличение числа пионов с одинаковым зарядом по отношению к числу пионов с разным зарядом при малых относительных углах. Такие корреляции были объяснены квантово-статистическими свойствами образующихся объектов: тождественные бозоны, подчиняясь статистике Бозе-Эйнштейна, с большей вероятностью рождаются с близкими импульсами; фермионы, согласно статистике Ферми-Дирака, — с меньшей. Было показано, что такое коррелированное поведение тождественных частиц можно использовать для изучения свойств области их образования. Позднее было показано, что корреляции тождественных частиц, излученных сильно возбужденными ядрами, чувствительны не только к размерам системы, но и к ее времени жизни [122, 123]. Началом широкого приложения интерферометрии к столкновениям релятивистских ядер можно считать работы Шурыка [123], Сосconi [124], Гришина, Копылова и Подгорецкого [125, 126, 127]: с появлением этих работ стал очевиден потенциал этого инструмента и начался резкий рост числа публикаций на эту тему. Хорошее введение в теорию интерферометрии сделано в [128].

Для тождественных частиц относительный импульс содержит только три независимые

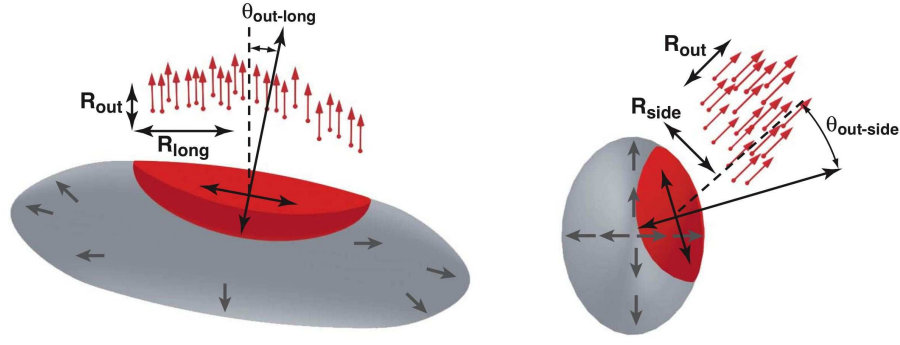


Рис. 34: Область однородности, преимущественно излучающая частицы с данным импульсом. Слева – вид вдоль оси столкновения, справа – вид поперек оси столкновения. Также показаны направления радиусов out, side, и long. Рисунок из работы [131].

компоненты, в то время как источник описывается тремя пространственными и одним временным размером. В результате компоненты относительного импульса содержат некоторую смесь корреляционных радиусов – в зависимости от выбора системы отсчета и параметризации. Наиболее популярна параметризация Out-Side-Long. Система координат в пространстве относительного импульса $\vec{q} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ пары частиц выбирается так, чтобы продольное направление *long* было параллельно оси пучка, направление *out* – направлению полного поперечного импульса пары $K_\perp = |\vec{p}_{1T} + \vec{p}_{2T}|/2$, а направление *side* перпендикулярно направлениям *long* и *out*. Кроме того, выбирается система отсчета, в которой $K_z = 0$ (Local CoMoving System). Корреляционные радиусы зависят от среднего поперечного импульса $K_\perp$ пары частиц. В системе LCMS для простого случая азимутально симметричного центрального столкновения корреляционную функцию можно представить в следующем виде:

$$C(q, K) = 1 \pm \exp \left[-R_s^2 q_s^2 - R_o^2 q_o^2 - R_l^2 q_l^2 - 2R_{ol}^2 q_o q_l \right], \quad (9)$$

где предполагается приблизительно Гауссова форма источника и корреляционные радиусы имеют вид

$$\begin{aligned} R_s^2(K_\perp, K_z) &= \langle \tilde{x}_s^2 \rangle, & R_o^2(K_\perp, K_z) &= \langle (\tilde{x}_o - \beta_\perp \tilde{t})^2 \rangle, \\ R_l^2(K_\perp, K_z) &= \langle (\tilde{x}_l - \beta_l \tilde{t})^2 \rangle, & R_{ol}^2(K_\perp, K_z) &= \langle (\tilde{x}_o - \beta_\perp \tilde{t})(\tilde{x}_l - \beta_l \tilde{t}) \rangle, \end{aligned} \quad (10)$$

где угловые скобки обозначают усреднение по координатам x_o, x_s, x_l, t источника. Как видно, в такой системе только R_s отражает чисто пространственные координаты, в остальных радиусах перемешаны пространственные и временные размеры источника и скорость его продольного (β_l) и поперечного ($\beta_\perp$) расширения.

Также важно понимать, что корреляционные радиусы определяются не полными размерами системы, а распределением относительных координат излучения частиц с данным средним импульсом $K_\perp$. То есть корреляционные радиусы отражают не размер всего источника, а, скорее, “области однородности” – термин введенный Синюковым [129] – то есть размер и форму области файербола, излучающей частицы с заданной величиной и направлением импульса. Если коллективное расширение файербола значительное, то размер области однородности заметно меньше полного размера системы, см. рис. 34. Измерение зависимости корреляционных радиусов от $K_\perp$ накладывает существенные ограничения на динамические модели [130].

На рис. 35 представлена зависимость основных корреляционных параметров, измеренных в центральных столкновениях Au+Au, Pb+Pb и Pb+Au от энергии столкновения. Радиусы измерялись в области центральных быстрот при $K_\perp \sim 0.2 - 0.3$ ГэВ/с. Поперечные радиусы

R_{side} и R_{out} показывают слабую зависимость энергии столкновения, а продольный радиус R_{long} растет начиная с $\sqrt{s_{NN}} \sim 3$ ГэВ. Отметим, что корреляционные радиусы оказываются гораздо больше начальной горячей зоны. Продольные размеры приближаются к 10 фм, в то время как сталкивающиеся ядра Лоренц-сжаты до десятых долей фм. Поперечные размеры также примерно в 2 раза больше начального поперечного размера. Если учесть, что корреляционные радиусы отражают только размер области однородности, то полный размер источника будет еще больше. Такие измерения наглядно демонстрируют важность коллективного расширения файерболла.

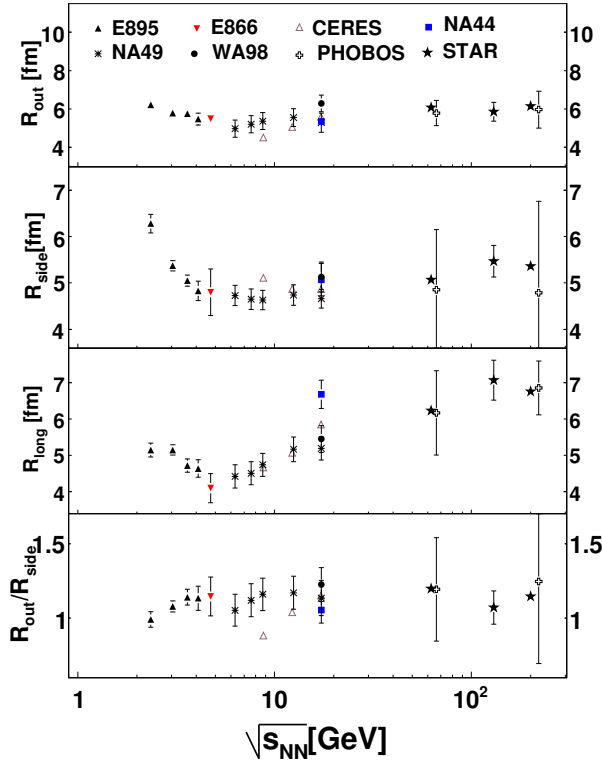


Рис. 35: Зависимость корреляционных параметров от энергии в столкновениях Au+Au, Pb+Pb и Pb+Au при энергиях AGS, SPS и RHIC. Параметры показаны для центральных столкновений и $K_{\perp} \sim 0.2 - 0.3$ ГэВ/с. Рисунок из работы [132].

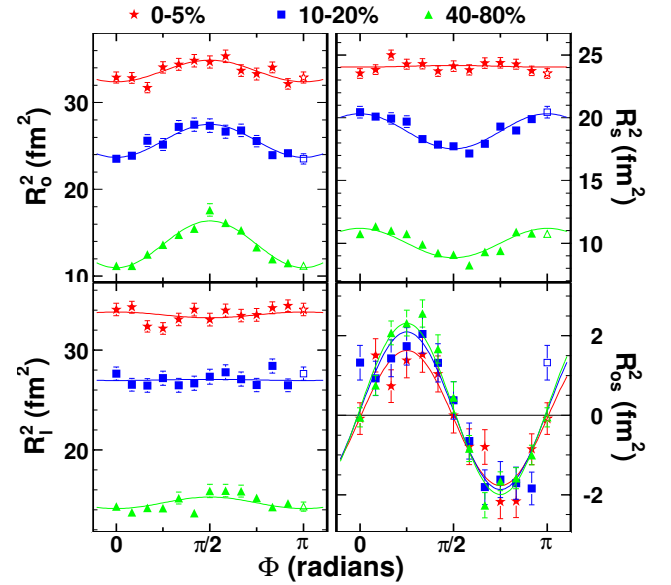


Рис. 36: Квадраты интерферометрических радиусов, измененных в трех классах центральности в столкновениях Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в области средних быстрот в зависимости от угла вылета пары относительно плоскости реакции. Рисунок из работы [133].

Большая множественность частиц в АА столкновениях позволила выполнить анализ размера горячей области в зависимости от угла вылета пары относительно плоскости реакции, см. рис. 36. Как и ожидалось, размер области однородности (и, соответственно, всего источника) растет в более центральных столкновениях, а азимутальная асимметрия – уменьшается, так как ожидается более “круглый” источник. В полуцентральных столкновениях возникает азимутальная асимметрия источника: он оказывается вытянут поперек плоскости реакции. Более сильное расширение в плоскости реакции оказывается недостаточным для компенсации начальной асимметрии, в которой источник вытянут поперек плоскости реакции, см. рис. 18. Это, возможно, означает довольно малое время эволюции файерболла. Однако для окончательного вывода необходимо провести полное гидродинамическое описание эволюции.

Важное свойство корреляционных радиусов, характерное для АА столкновений, а также для рр столкновений с большой множественностью – зависимость радиусов от среднего поперечного импульса пары, см. рис. 37. Собственно для объяснения этого эффекта и было выдвинуто понятие области однородности. Если при расширении файерболла образуется за-

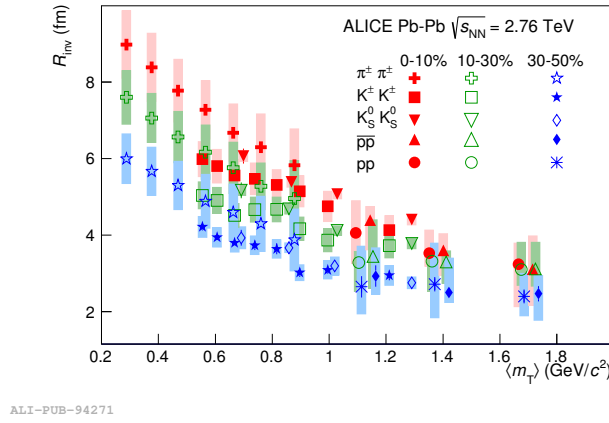


Рис. 37: Зависимость R_{inv} от m_T для трех классов центральности столкновений Pb–Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ для $\pi^\pm\pi^\pm$, $K^\pm K^\pm$, $K_s^0 K_s^0$, pp и $p\bar{p}$. Рисунок из работы [135].

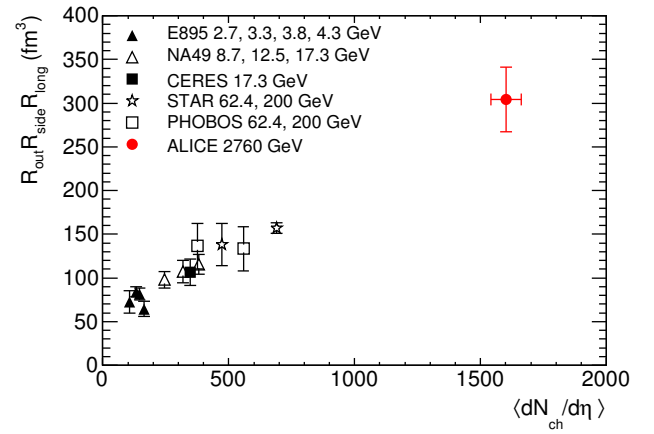


Рис. 38: Произведение радиусов R_{out} , R_{side} и R_{long} в АА столкновениях при различных энергиях в зависимости от множественности. Рисунок из работы [136].

метный радиальный поток, то возникает характерная зависимость радиуса от $K_\perp$ или m_T называемая m_T -скейлингом [134]. Зависимость оказывается универсальной для всех типов частиц, при условии, что они излучаются одним источником. Как видно из рис. 37, для перекрывающихся диапазонов m_T корреляционные радиусы, соответствующие π , K и p совпадают в пределах ошибок, хотя пионные радиусы в среднем несколько больше, чем каонные. Однако в случае корреляций каонов вклад короткоживущих резонансов будет меньше, и зависимость от m_T становится чище. Сравнение с протонами и антипротонами показывает, что барионы также участвуют в коллективном потоке и размеры протонного, каонного и пионного источника совпадают. Это означает, что взаимодействия в адронном газе для всех этих частиц прекращаются примерно одновременно. Как и ожидается в простой геометрической картине столкновения, величина корреляционных радиусов увеличивается в более центральных столкновениях.

Количественное исследование степени увеличения корреляционных радиусов в центральных событиях приводит к другому типу масштабирования: в зависимости от множественности заряженных частиц. На рисунке 38 показана зависимость произведения трех корреляционных радиусов от множественности. Произведение радиусов дает оценку объема файерболла в момент его распада на конечные адроны. Соответственно, такая линейная зависимость означает, что распад на конечные адроны происходит при одной и той же средней плотности частиц, независимо от энергии столкновения. Это масштабирование справедливо в широком диапазоне энергий столкновения, $\sqrt{s_{NN}} \sim 1 - 10^3$ ГэВ.

Линейная зависимость корреляционного радиуса от кубического корня из множественности $(dN_{ch}/d\eta)^{1/3}$ выполняется и для каждого радиуса в отдельности, см. рис. 39.

Современные гидродинамические и гидродинамические + каскадные модели хорошо описывают зависимость корреляционных радиусов от m_T и $dN_{ch}/d\eta$. Однако в начале работы коллайдера RHIC описание было неудовлетворительным. Если источник существует достаточно долго, так что излучает частицы в заметно отличающиеся времена, то это приводит к большим значениям R_{out} , см. (10). В результате все гидродинамические модели в то время предсказывали отношение $R_{out}/R_{side} > 1$, однако экспериментальные данные давали отношение $R_{out}/R_{side} \approx 1$, см. рис. 40. Также гидродинамические модели предсказывали больший радиус R_{long} , что тоже соответствовало большей времени жизни файерболла. Особенно неожиданным такое расхождение становилось на фоне успешного описания гидродинамическими моделями спектров и величин азимутальных потоков. Это противоречие было названо “за-

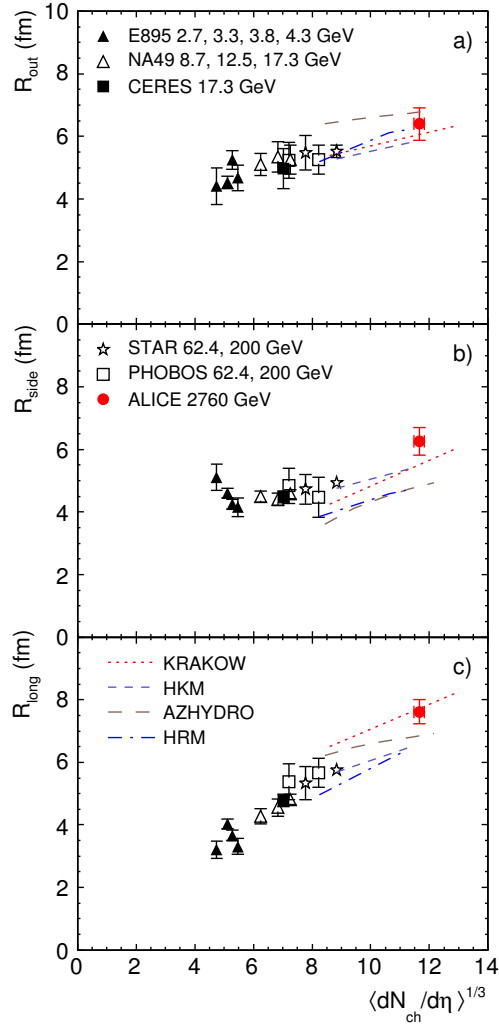


Рис. 39: Пионные корреляционные радиусы при $K_{\perp} = 0.3$ ГэВ/с в 5% самых центральных столкновениях Pb–Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ (красные точки) и центральных Au–Au и Pb–Pb столкновениях при энергиях AGS, SPS, RHIC. Рисунок из работы [137].

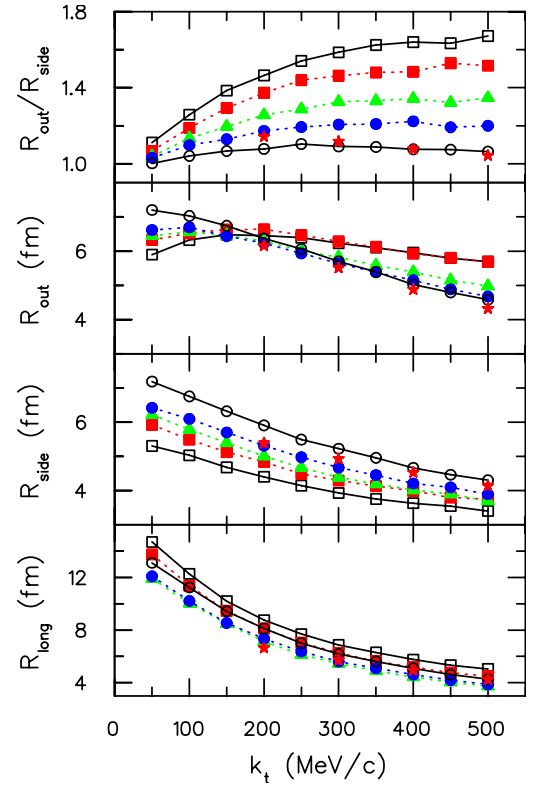


Рис. 40: Корреляционные радиусы: R_{out} , R_{side} и R_{long} . Данные эксперимента STAR (красные звезды) не воспроизводятся моделью с фазовым переходом первого рода (пустые черные квадраты, сплошная линия). Ряд эффектов, улучшающих модель, введение начального потока (красные квадраты), более жесткого уравнения состояния (зеленые треугольники) и вязкости (голубые круги) дают сравнимые вклады и все вместе приводят к хорошему согласию с данными (пустые круги). Рисунок из [136].

гадка НВТ на RHIC”. Как оказалось [136], решение этой загадки лежало не в учете одного какого-то эффекта, а в учете ряда эффектов, каждый из которых не давал полного согласия с данными, но сдвигал ответ в нужном направлении. Только введение одновременно начального потока, вырабатывающегося на начальной, предравновесной стадии столкновения; более жесткого уравнения состояния горячей материи, отражающего решеточные вычисления вместо фазового перехода первого рода; и конечной вязкости горячей материи позволило достичь хорошего описания всех корреляционных радиусов и их зависимостей от m_T и $dN_{ch}/d\eta$.

1.3.6 Флуктуации

Одним из инструментов, позволяющих определить термодинамические свойства образующейся материи – вид эффективных степеней свободы и тип квазичастиц – являются флуктуации. В последнее время исследованиям флуктуаций различных наблюдаемых (множественности заряженных частиц, величины отношений выходов различных частиц, поперечного импульса и т. п.) от события к событию уделялось большое внимание [139, 140, 141, 142, 143, 144, 145].

Важнейшее предсказание в этой области [146, 138] заключается в том, что ожидается усиление флуктуаций наблюдаемых величин в случае, когда адронизация происходит вблизи критической точки КХД, которая находится на фазовой диаграмме в конце кривой фазового перехода, отделяющей фазу адронной материи от кварк-глюонной плазмы, см. рис. 41. На поиски этой точки нацелены программы Beam Energy Scan экспериментов STAR и PHENIX на RHIC и эксперимента NA61/SHINE на SPS.

Можно выделить несколько классов флуктуаций: квантовые, связанные с измерением величин, не коммутирующих с Гамильтонианом; термодинамические, связанные с флуктуациями термодинамических величин в системе конечного объема; и, наконец, динамические, связанные с усилением малых флуктуаций при эволюции системы. В столкновениях ультрарелятивистских тяжелых ионов наиболее важны флуктуации на начальном этапе столкновения, флуктуации, связанные с последующей эволюцией горячей материи и, наконец, флуктуации, связанные с процессом измерения. Примером флуктуаций на начальном этапе столкновения являются флуктуации плотности энергии и барионного числа. Такие флуктуации довольно значительны и проявляются, например, в виде треугольной и более высоких гармоник коллективного потока. Как мы видели ранее, эволюция файерболла хорошо описывается гидродинамической моделью, так что можно ожидать появления термодинамических флуктуаций. Термодинамические флуктуации, как правило, малы, порядка $1/\sqrt{N}$, где N – число частиц в рассматриваемом объеме. Однако в случае близости к критической точке величина термодинамических флуктуаций может значительно увеличиться. Удобно рассматривать флуктуации сохраняющихся наблюдаемых, таких как электрический заряд, барионный заряд, импульс. Такое рассмотрение подразумевает, что система находится в контакте с некоторым резервуаром, и для ее описания необходимо использовать большой канонический

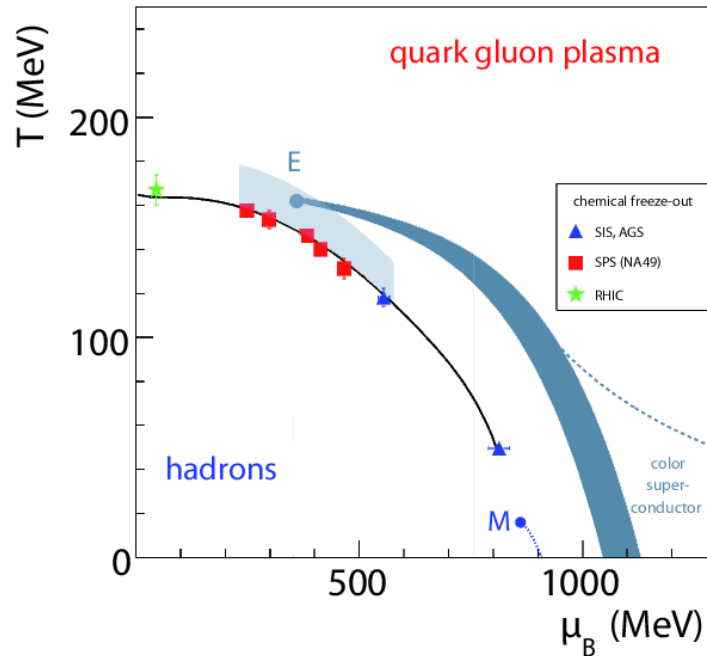


Рис. 41: Предполагаемая фазовая диаграмма сильно взаимодействующей материи на плоскости: температура (T) – барионный химический потенциал (μ_B). E – точка фазового перехода 2-го рода – конечная точка линии фазового перехода 1-го рода, отделяющей фазу адронной материи от кварк-глюонной плазмы. Сплошная линия – положение точек адронизации для экспериментов по Pb–Pb и Au–Au столкновениям при различных энергиях. Рисунок из работы [138].

ансамбль. В случае столкновения тяжелых ионов это означает, что мы исследуем малую часть системы.

С одной стороны, величина корреляций может измеряться модельно-независимо, с другой – корреляции происходят в быстро эволюционирующей системе, и к тому же измеряются экспериментальными установками с конечным аксептансом, эффективностью и т. д., что затрудняет интерпретацию результатов измерений. При измерении флуктуаций необходимо выполнять несколько требований, противоречащих друг другу. В случае быстро эволюционирующей системы в ней поддерживается только локальное термодинамическое равновесие, да и то неполное в случае вязкой жидкости. Поэтому желательно измерять флуктуации в достаточно большом кинематическом диапазоне. С другой стороны, электрический, барионный и странный заряды сохраняются глобально, т.е., если зарегистрировать все частицы в столкновении, то флуктуаций не будет. Для того чтобы имитировать большой канонический ансамбль, можно рассматривать только небольшую часть всей системы. Однако даже в таком случае глобальные законы сохранения будут вносить поправки, особенно в величине флуктуаций высших моментов [147]. То есть, размер кинематического диапазона с одной стороны должен быть достаточно мал, чтобы уменьшить влияние глобального сохранения заряда, а с другой стороны – достаточно велик, чтобы учесть имеющиеся корреляции. Как правило, заранее трудно оценить достаточно ли мал (велик) интервал, поэтому сравнение с предсказаниями модели необходимо проводить в зависимости от размера диапазона.

Реальные экспериментальные установки имеют конечный аксептанс и регистрируют не все частицы (например, нейтроны). Кроме того, в реальных экспериментах эффективность регистрации частиц меньше 100%. Это приводит к не пропорциональному уменьшению числа реконструированных частиц в каждом событии, а к их флуктуации от события к событию вокруг среднего значения. Эти флуктуации должны быть оценены и отделены от физических.

Одним из наиболее чувствительных сигналов деконфайнмента являются флуктуации заряда в некоторой области аксептанса [148, 149, 150, 151, 152, 153, 154]. Дело в том, что в фазе кварк-глюонной плазмы носителями заряда являются кварки, имеющие дробный заряд, в то время как частицы адронного газа (НГ) несут единичный заряд. Флуктуации остаточного заряда зависят от квадратов зарядовых состояний в системе. Как следствие, величина флуктуаций заряда в фазе кварк-глюонной плазмы оказывается значительно меньше, чем в адронном газе [148]. В то же время, если в начальной КГП доминирует глюонная составляющая, то флуктуации по отношению к энтропии могут быть дополнительно подавлены, поскольку адронизация глюонов увеличивает энтропию [149]. Таким образом, величина флуктуаций остаточного заряда сильно зависит от той фазы, от которой они произошли. Чтобы исключить влияние тривиальных объемных флуктуаций, обычно изучают флуктуации отношения $R = N_+/N_-$. Здесь N_+ и N_- – это количество положительных и отрицательных частиц соответственно, зарегистрированных в данной области поперечных импульсов (p_T) и псевдобыстрот (η). R связано с флуктуациями остаточного заряда через величину D , введенную в работах [148, 150, 151]:

$$D = \langle N_{ch} \rangle V(R) = 4 \cdot V(Q) / \langle N_{ch} \rangle, \quad (11)$$

которая является мерой величины зарядовых флуктуаций на единицу энтропии. Здесь $V(R)$ – это дисперсия R , а $V(Q)$ – дисперсия остаточного заряда $Q = N_+ - N_-$, а $N_{ch} = N_+ + N_-$. Оценки D -меры были проведены в рамках нескольких теоретических подходов, включая расчеты на решетке. В простой картине, в пренебрежении кварк-кварковыми взаимодействиями, было найдено, что величина D для QGP приблизительно в 4 раза меньше, чем для адронного газа [148]. Последующие решеточные вычисления с учетом кварк-кварковых взаимодействий дали несколько иную оценку величины D для кварк-глюонной плазмы, однако все равно существенно меньшую, чем в случае адронного газа.

Было показано, что для нескоррелированного пионного газа $D = 4$, а после учета об-

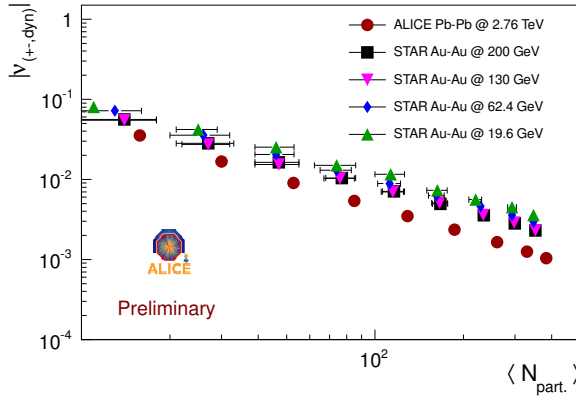


Рис. 42: Значение $\nu_{+-,dyn}$ как функция числа нуклонов-участников для различных начальных энергий. Рисунок из работы [155].

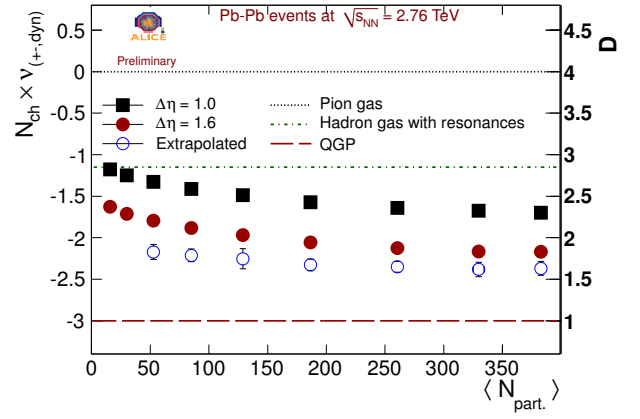


Рис. 43: Значение $\langle N_{ch} \rangle \nu_{+-,dyn}$ (левая ордината) и D (правая ордината) как функция числа нуклонов-участников. Рисунок из работы [156].

разования резонансов это значение снижается примерно до $D = 3$. Значения D для QGP значительно ниже, расчеты дают для него значение $D = 1.0 - 1.5$, где разброс возникает из-за неопределенности в оценке энтропии по количеству заряженных частиц в конечном состоянии [151]. Следует, однако, учитывать, что на самом деле эти начальные флуктуации могут ослабевать в расширяющемся по быстроте за счет диффузии частиц в пространстве быстрот [153, 154]. Несколько других эффектов, таких как динамика столкновений, радиальный поток и взаимодействия в конечном состоянии также могут повлиять на величину измеряемых флуктуаций [148, 157, 158].

В эксперименте флуктуации остаточного заряда лучше всего изучены [158, 156, 159, 160, 161, 162, 163], в терминах $\nu_{+-,dyn}$, определяемой как

$$\nu_{+-,dyn} = \nu_{+-} - \nu_{+-,stat} = \frac{\langle N_+(N_+ - 1) \rangle}{\langle N_+ \rangle^2} + \frac{\langle N_-(N_- - 1) \rangle}{\langle N_- \rangle^2} - 2 \frac{\langle N_+ N_- \rangle}{\langle N_+ \rangle \langle N_- \rangle} \quad (12)$$

которая является мерой относительной силы корреляции пар частиц. В работах [163, 164, 165] было показано, что эта величина устойчива к случайным потерям эффективности установки. $\nu_{+-,dyn}$ просто связана с рассмотренной выше D -мерой, приблизительно выполняется соотношение:

$$\langle N_{ch} \rangle \nu_{+-,dyn} = D - 4 \quad (13)$$

Результаты экспериментальных исследований величины флуктуаций остаточного заряда в различных экспериментах представлены на 42 и 43. Из этих рисунков видно, что наблюдается уменьшение величины D при увеличении центральности столкновения и начальной энергии. Однако даже результаты, полученные для самой большой в настоящее время энергии 2.76 ТэВ/нуклон для Pb-Pb столкновений в эксперименте ALICE на БАК [156, 155] (рис. 43), хотя и лежат ниже значений для адронного газа, все-таки оказываются несколько выше предсказаний, даваемых моделями с образованием кварк-глюонной плазмы.

Флуктуации барионного заряда также использовались для поиска критической точки. Как было показано в работе [166], чем более высоких момент распределения k рассматривается, тем сильнее он зависит от длины корреляций ξ :

$$\langle (\delta N_B)^k \rangle_c = VT^{k-1} \partial^k P(T, \mu_B) / \partial \mu_B^k \sim \xi^{5/2k-3}.$$

Поэтому были экспериментально исследованы высшие моменты распределения

$$\delta N = N - \langle N \rangle, \quad S = \frac{\langle (\delta N)^3 \rangle}{\sigma^3}, \quad \kappa = \frac{\langle (\delta N)^4 \rangle}{\sigma^4} - 3 \quad (14)$$

и их комбинации. Пример распределения по остаточному барионному заряду в Au–Au столкновениях при различных энергиях и трех классах центральности представлены на рис. 44. Зависимости комбинаций высших моментов от энергии столкновения для двух классов центральности показаны на рис. 44. Не было обнаружено не-монотонности в этих распределениях в пределах ошибок, и значения согласуются с полученными из распределения Скеллама [167]. Распределения Скеллама для соответствующих центральностей показаны линиями. Полосой кирпичного цвета показано предсказание модели UrQMD, а серой полосой - независимое рождение p , $\bar{p}$. Модель адронного газа предсказывает единицу для $\kappa\sigma^2$ и $S\sigma/Skellam$. Зависимость от центральности и энергии не воспроизводится ни моделью адронного газа, ни моделью UrQMD, не предполагающей наличие критической точки. С другой стороны, данные хорошо воспроизводятся в предположении независимого рождения p , $\bar{p}$, что означает отсутствие корреляций между протонами и антипротонами. Столкновение тяжелых ионов – это очень динамичный процесс, так что флуктуации в начальном состоянии и в процессе эволюции могут значительно усилиться. Налетающие нуклоны могут быть эффективно остановлены, особенно при малых энергиях столкновения $\sqrt{s} \lesssim 30$ ГэВ, и дать вклад в барионный заряд в центральной области. Так что барионный заряд будет флуктуировать от события к событию и эти флуктуации не обязательно будут совпадать с термальными флуктуациями. Этот эффект должен быть оценен и отделен, особенно при малых энергиях столкновения. Флуктуирует не только барионный заряд, но и размер системы. Частично влияние таких флуктуаций уменьшается рассмотрением отношений кумулянтов, но не полностью, в основном для центральных столкновений. Так что зависимость флуктуаций от центральности должна рассматриваться с осторожностью.

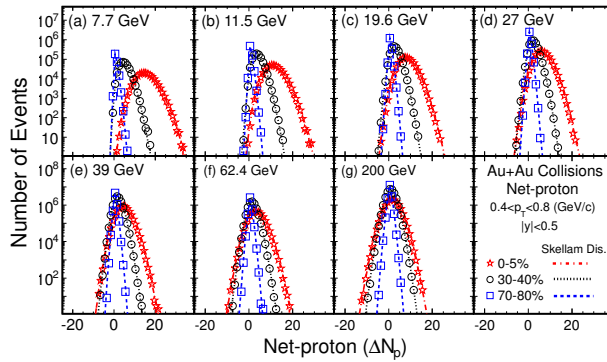


Рис. 44: Распределение по числу остаточных протонов $\Delta N_p = N_p - N_{\bar{p}}$ в столкновениях Au–Au при различных $\sqrt{s_{NN}}$ для центральных, полуцентральных и периферических столкновений. Кривые - распределения Скеллама. Рисунок из работы [167].

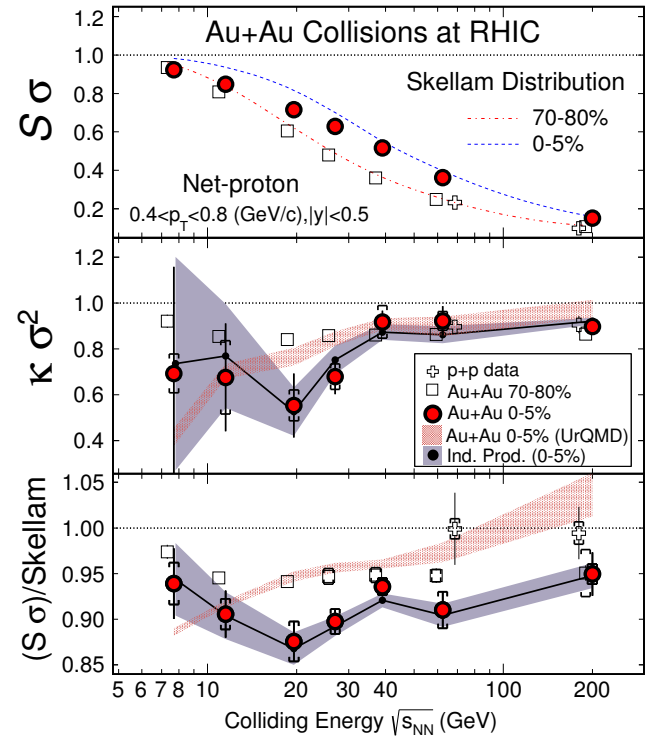


Рис. 45: Зависимость моментов распределения ΔN_p от энергии и центральности Au–Au и pp столкновений. Рисунок из работы [167].

Флуктуации среднего импульса изучались экспериментами ALICE [168], STAR [169] и NA49 [170]. Эксперимент ALICE обнаружил, что зависимость нормированной величины флуктуаций от множественности заряженных частиц оказывается универсальной для всех рас-

смотренных энергий столкновения как в pp при энергиях LHC и ISR, так и в АА столкновениях при энергиях LHC и RHIC. Эксперимент NA49 также не обнаружил указаний на наличие максимума в зависимости величины флуктуаций поперечного импульса от энергии АА столкновения при энергиях SPS.

Таким образом, пока не получено экспериментальных свидетельств об увеличении величины флуктуаций какой-либо величины в АА столкновениях при какой-то энергии, и, соответственно, о близости к критической точке. Это может объясняться как тем, что критическая точка пока недостижима в АА столкновениях при энергиях имеющихся ускорителей и коллайдеров, так и тем, что искомые флуктуации скрываются другими, вызванными, например, флуктуациями в эволюции системы.

1.3.7 Потери энергии быстрым партоном

Подавление выхода жестких частиц. Партоны, родившиеся в жестких рассеяниях партонов налетающих ядер, будут иметь степенной спектр и, таким образом, при достаточно больших p_T начнут доминировать над "объемными" адронами, излученными горячей материей, и имеющими экспоненциальный спектр. Имея достаточно большую энергию, такие партоны могут пролететь сквозь горячую материю, адронизироваться и достичь детектора. Однако при прохождении сквозь горячую материю, такие жесткие партоны испытывают множественные вторичные взаимодействия, в результате которых теряют часть своей энергии. Степень потери энергии определяется плотностью цветовых зарядов в среде и может быть использована для исследования транспортных свойств горячей материи. С экспериментальной точки зрения потери энергии жесткими партонами проявляются как в виде уменьшения полной энергии струи, так и в виде уменьшения энергии адронов в струе. С точки зрения спектра такое уменьшение энергии будет проявляться как подавление выхода адронов с большим поперечным импульсом.

Одним из первых ярких результатов, полученных на коллайдере RHIC, было обнаружение подавления выхода жестких нейтральных пионов в центральных Au–Au столкновениях [172, 171]. Для количественной оценки степени подавления жестких частиц вводится фактор ядерной модификации R_{AA} ,

$$R_{AA} = \frac{d^2N/dp_T dy(AA)}{\langle T_{AA} \rangle \times d^2\sigma/dp_T dy(pp)}, \quad (15)$$

где функция ядерного перекрытия $\langle T_{AA} \rangle$ связана с числом неупругих нуклон-нуклонных столкновений как $\langle T_{AA} \rangle = \langle N_{coll} \rangle / \sigma_{inel}^{pp}$. В отсутствии ядерных эффектов в области, где доминирует вклад жестких процессов ($p_T \gtrsim 3$ ГэВ/с) $R_{AA} = 1$. На рис. 46 показаны факторы ядерной модификации R для нейтральных заряженных пионов в столкновениях d-Au и

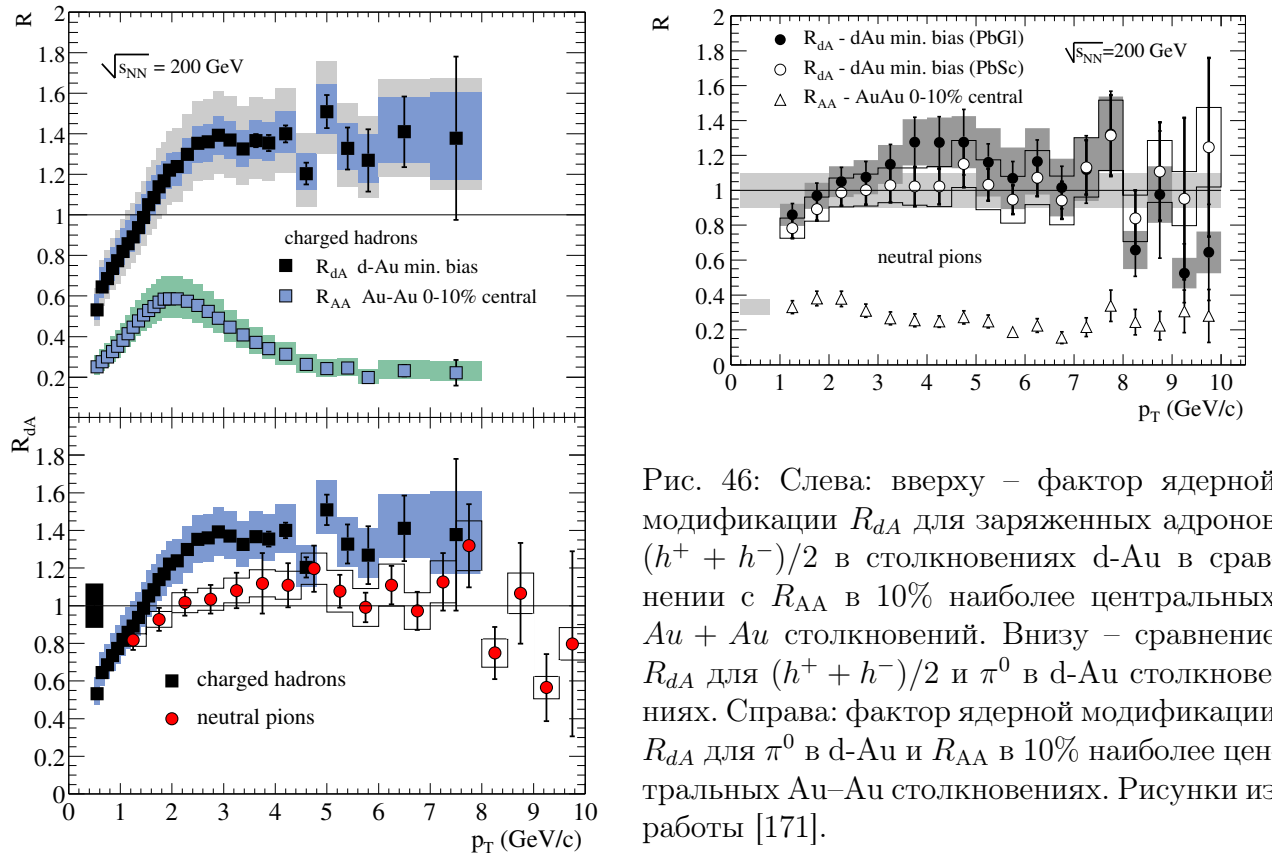


Рис. 46: Слева: сверху – фактор ядерной модификации R_{dA} для заряженных адронов $(h^+ + h^-)/2$ в столкновениях d-Au в сравнении с R_{AA} в 10% наиболее центральных Au + Au столкновениях. Внизу – сравнение R_{dA} для $(h^+ + h^-)/2$ и π^0 в d-Au столкновениях. Справа: фактор ядерной модификации R_{dA} для π^0 в d-Au и R_{AA} в 10% наиболее центральных Au–Au столкновениях. Рисунки из работы [171].

Au–Au при одной и той же энергии на пару нуклонов. Благодаря контрольному эксперименту по столкновению d–Au было установлено, что ядерные эффекты (Крониновское рассеяние в начальном состоянии) приводят к некоторому увеличению выхода жестких адронов, а наблюдаемое подавление выхода жестких адронов в центральных Au–Au столкновениях – это эффект, связанный с взаимодействием жесткого партона с горячей материей, образующейся в АА столкновениях.

Значение R_{AA} зависит от центральности столкновения: в более центральных столкновениях подавление адронов сильнее, чем в периферических столкновениях, что связано с повышением размера файерболла и плотности энергии в нем в случае центральных столкновений. Зависимость R_{AA} для π^0 от центральности столкновения показана на рис. 47. Степень подавления растет от $R_{AA} \approx 0.8$ в периферических событиях до $R_{AA} \approx 0.2$ в центральных столкновениях. Это согласуется с ожиданием того, что в центральных столкновениях достигается большая плотность энергии, и потери энергии партоном в ней больше. R_{AA} достигает минимума при $p_T \sim 6$ ГэВ/с и дальше медленно растет. Этот рост, однако, был замечен только после получения аналогичных данных на БАК, где этот рост проявляется гораздо сильнее.

Подавление выхода жестких адронов в столкновениях при энергиях ЛНС примерно в 2 раза сильнее, чем при энергии RHIC, см., например, рис. 49. Интересно, однако, сравнить величину подавления не в одинаковых классах центральности, а имеющих одинаковую плотность заряженных адронов, которая до некоторой степени отражает плотность энергии в

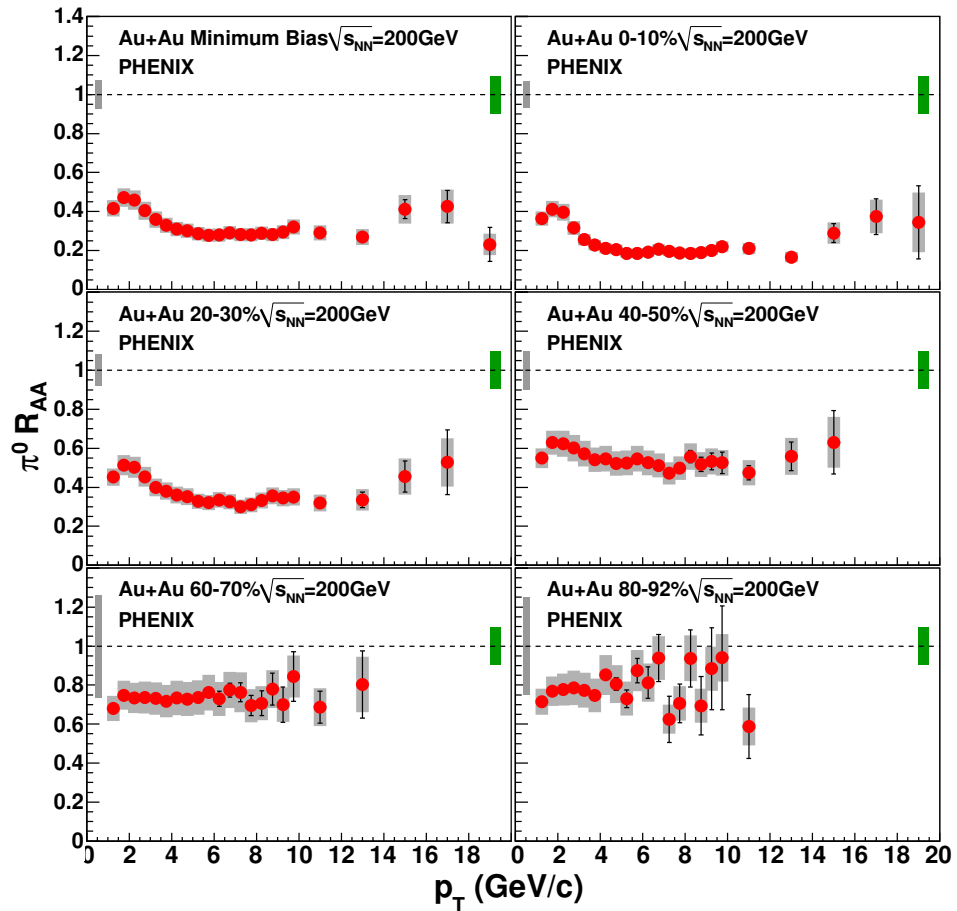


Рис. 47: Зависимость фактора ядерной модификации R_{AA} от центральности Au–Au столкновения при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ/с: подавление растет от $R_{AA} \approx 0.8$ в периферических событиях до $R_{AA} \approx 0.2$ в центральных столкновениях. Рисунок из работы [173].

файерболе. Такое сравнение представлено на рис. 48 [174], где сравниваются результаты эксперимента ALICE, полученные в столкновениях Pb–Pb при энергии 2.76 ТэВ на пару нуклонов и PHENIX – столкновения Au–Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Более центральные столкновения приводят к большему объему горячей кварковой материи и большей плотности энергии – и к большему подавлению. Как можно видеть из рисунка 48, подавления при фиксированном p_T при энергии RHIC и LHC совпадают начиная с плотности заряженных частиц ~ 400 . Наивно можно сделать заключение об одинаковых потерях энергии партоном в обоих случаях. Однако это совпадение, по-видимому, случайно: спектры адронов при энергиях RHIC и LHC существенно отличаются, соответственно, соотношения $p/K/\pi$ при фиксированном p_T также отличны, и, наконец, из-за разницы в наклонах спектров отличаются потери энергии, необходимые для одной и той же величины подавления. Поэтому очень важно рассматривать подавление для идентифицированных частиц.

На рисунке 49 представлены результаты измерения величины подавления выхода идентифицированных частиц при энергии RHIC (слева) и LHC (справа). В первую очередь нужно отметить отсутствие подавления выхода прямых фотонов. Это существенный результат, так как дает прямое доказательство, что обнаруженное подавление действительно связано с прохождением партона сквозь горячую материю. Далее, нейтральные пионы подавлены при энергии RHIC в 5 раз, а при энергии LHC – в 10 раз. Это согласуется с ожиданием, что при LHC образуется настолько плотная и горячая материя, что даже несмотря на более пологий спектр потери энергии настолько велики, что подавление становится больше. Далее – η мезон показывает такое же подавление, что и π^0 , что говорит о независимости величины подавления от массы адрона. С другой стороны, протоны показывают совершенно другое поведение, что, по-видимому, связано с наличием значительного коллективного потока, существенно меняющего спектры тяжелых частиц в центральных столкновениях при $p_T \lesssim 3$ ГэВ/с. Измерения также показывают, что выходы странных мезонов (K_0^S) при больших p_T подавлены примерно так же, как и выходы заряженных частиц, но при малых p_T подавление

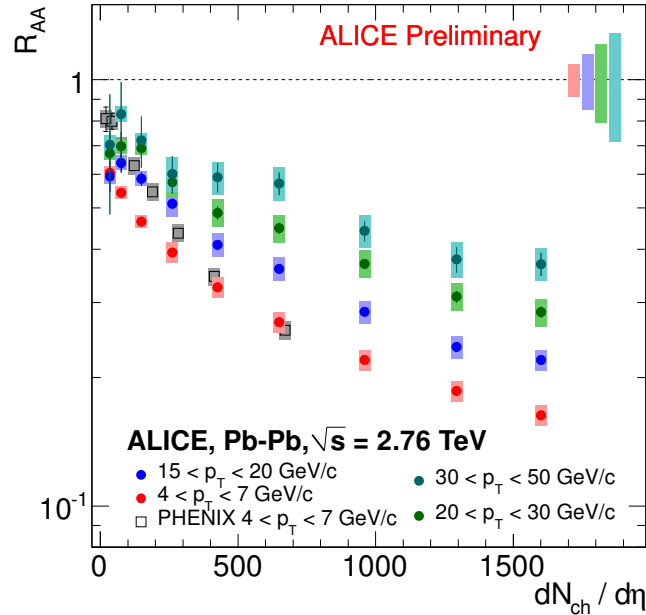


Рис. 48: Сравнение R_{AA} для заряженных адронов, измеренного на LHC в столкновениях Pb–Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ в различных интервалах p_T , с R_{AA} , измеренным на RHIC, в столкновениях Au–Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ, в зависимости от плотности заряженных частиц $dN_{ch}/d\eta$. Рисунок из работы [174].

странных мезонов оказывается меньше. Этот результат совместим с моделью повышения выходов странности в ядро-ядерных столкновениях. Также с повышением выходов барионов и странности связано практически полное отсутствие подавления выходов Λ гиперонов при малых p_T при энергиях LHC и даже усиление при энергиях RHIC.

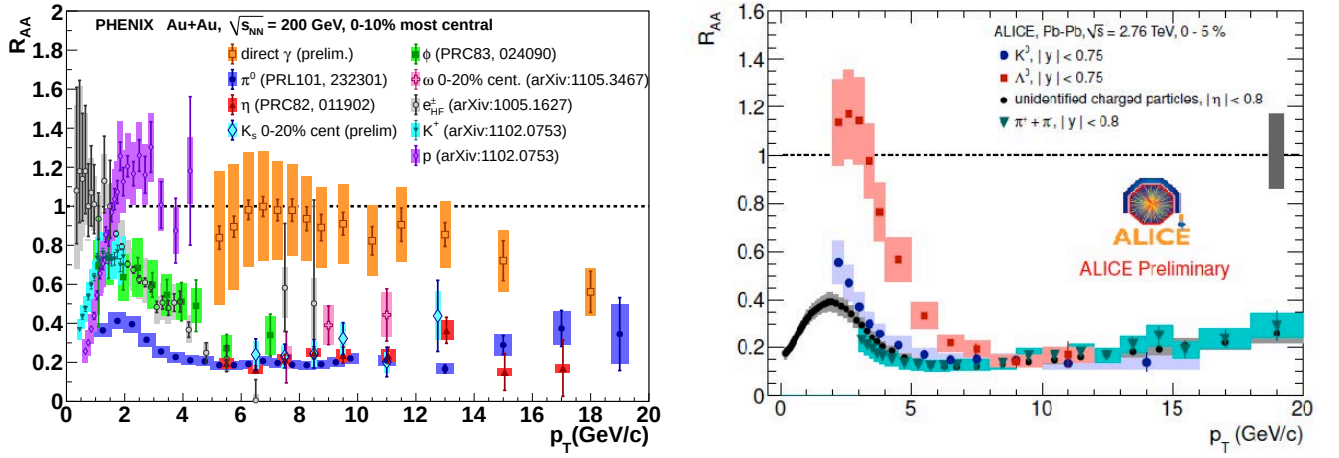


Рис. 49: Слева: обзор результатов коллаборации PHENIX по измерению R_{AA} идентифицированных частиц в центральных Au–Au столкновениях при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Справа: то же для коллаборации ALICE – для центральных Pb–Pb столкновений при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ. Рисунок из работы [175].

Теоретическое описание подавления выхода жестких частиц в АА столкновениях – очень серьезная задача. Модель должна описывать эволюцию горячей материи, взаимодействие жесткого партона с ней, включая интерференцию излученных глюонов. Сечение рождения жестких адронов в рр столкновениях (в вакууме) можно описать следующей формулой

$$\frac{d\sigma}{d\vec{p}_T d\eta} = \sum_{i,j,k=q,\bar{q},g} \int dx_1 dx_2 \frac{dz}{z^2} F_{i/h_1}(x_1, M) F_{j/h_2}(x_2, M) D_{h/k}(z, M_F) \frac{d\sigma_{ij}^k}{d\vec{p}_T d\eta}, \quad (16)$$

где $F_{i/h_{1,2}}(x, M)$ – партонные функции распределения партона (PDF) типа i с долей импульса x в налетающих адронах $h_{1,2}$, и масштабом факторизации M , $D_{h/k}(z, M_F)$ – функция фрагментации партона k в адрон h , и σ_{ij}^k – сечение рождения партона k в столкновении партонов i, j . Эта формула предполагает, что можно разделить эффекты начального состояния, вошедшие в PDF, жесткое рассеяние и фрагментацию конечного партона в адрон, вошедшую в функцию фрагментации. Это предположение хорошо работает в случае рр столкновений, так что можно предположить, что его аналог будет работать и в АА столкновениях, если заменить PDF на ядерные, учесть влияние материи на развитие ливня и предположить, что адронизация происходит уже за пределами горячей области. В настоящее время предложено четыре подхода к оценке потерь энергии партонном в горячей материи:

- Подход, предложенный в пионерских работах Baier-Dokshitzer-Mueller-Peigne-Schiff [176] - Zakharov [177]. В этом подходе взаимодействие налетающего партона с горячей материей описывается с помощью многократных мягких рассеяний. Материя представляется в виде набора статических рассеивающих центров. Вероятность излучения нескольких глюонов предполагается Пуассоновской.
- Подход Gyulassy-Levai-Vitev [178] и Wiedemann [179] или разложение непрозрачности. В значительной мере он родственен подходу BDMPS-Z: интеграл по траекториям BDMPS-Z,

может быть использован для получения разложения по числу рассеяний. Так же как и BDMPS-Z, подход GLV учитывает интерференцию между вакуумным и индуцированным излучением глюонов. Горячая материя описывается двумя модельными параметрами, плотностью центров рассеяния или длиной свободного пробега λ и Дебаевской массой μ_D , регулирующей инфракрасное поведение одиночного рассеяния.

- Подход Arnold-Moore-Yaffe (AMY) [180] заключается в последовательном рассмотрении потери энергии партонов в рамках теории поля в слабо взаимодействующей материи в термодинамическом равновесии. Используется ресуммированная теория возмущений Жестких Термальных Петель. Так как материя находится в равновесии, то она описывается величиной температуры и барионного хим. потенциала. Этот подход не учитывает вакуумную эволюцию жесткого партона. В принципе, этот подход предназначен для случая $T \gg T_c$ и бесконечного объема горячей материи.
- В подходе Высших Твистов, предложенном Guo и Wang [181, 182], влияние материи описывается с помощью матричных элементов полевых операторов. Многократные глюонные обмены между партоном и протяженной материей могут быть сформулированы строгим образом, описывая материю в терминах средних 2-, 4-, 6-, 8-, ... полевых корреляционных функций. Этот подход включает в себя интерференцию между вакуумным и индуцированным излучением. Свойства материи входят в вычисления в виде матричных элементов высших твистов. Это означает, что матричные элементы факторизуются (в первом порядке по длине пути L) на ядерные PDF и множитель, описывающий взаимодействие конечных партонов и материи.

В работе [184] сравнивались предсказания перечисленных подходов в случае очень простой модели бруска КГП с фиксированной температурой. Все подходы предсказывают сравнимые потери энергии при прохождении толстых слоев КГП (~ 5 фм), но в случае тонкого слоя модель AMY предсказывает на порядок большие потери энергии. Однако при построении реальных моделей необходимо учесть ряд различных эффектов, таких как кинематические приближения, использованные в вычислениях, описание эволюции горячей материи, учет флуктуаций в начальном состоянии, пространственное распределение вершины жест-

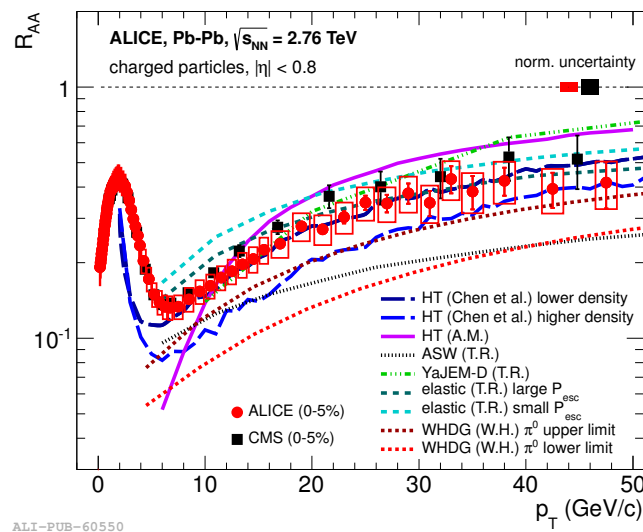


Рис. 50: Фактор ядерной модификации R_{AA} заряженных адронов, измеренный экспериментами ALICE и CMS в 5% наиболее центральных столкновениях Pb-Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ, в сравнении с предсказаниями различных моделей. Рисунок из работы [183].

кого взаимодействия и т. д. Это приводит к возникновению большого числа моделей, даже в случае использования одного из перечисленных выше подходов. Сравнение предсказаний ряда таких моделей с величиной подавления выхода заряженных адронов в столкновении Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ представлен на рис. 50. Как видно, большинство моделей справляется с воспроизведением величины подавления и зависимостью от p_T , однако пока не создано модели, полностью описывающей весь набор данных: зависимость от центральности, энергии столкновениях, ориентации относительно плоскости реакции, поперечного импульса.

Подавление выхода адронов с тяжелым ароматом. Адроны с тяжелым ароматом (тяжелыми кварками) несут дополнительную информацию о горячей и плотной среде, образующейся в ультрарелятивистских столкновениях тяжелых ионов. Из-за своей большой массы, они рождаются в основном на самой ранней стадии столкновения и взаимодействуют со средой на всех этапах ее эволюции. В частности, величина потери их энергии зависит от плотности энергии: если для легких u , d кварков доминирующий механизм потери энергии это радиационные потери, то для тяжелых s , b кварков основной вклад дают столкновительные процессы. Таким образом, изучение подавления выхода адронов, содержащих тяжелые кварки, дает возможность изучения обоих механизмов. Выходы тяжелых кварков в столкновениях тяжелых ионов могут также изменяться с помощью других механизмов, таких как фрагментация и рекомбинация в среде [309-311] и эффектов в начальном состоянии – глюонного экранирования/антиэкранирования, насыщения, эффекта Кронина.

Измерения при энергиях RHIC и LHC показали, что подавление выхода мезонов с открытым чармом при больших p_T оказывается сравнимым с подавлением легких адронов (см. рис. 51, слева). В наиболее центральных столкновениях при $p_T > 5$ ГэВ/с наблюдается подавление от ~ 2.5 до 4 раз. Это подавление в пределах ошибки похоже на подавление заряженных адронов, что противоречит ожиданию, что основные потери энергии легких кварков происходят благодаря излучению глюонов, а тяжелых – столкновительным процессам. Причины этого совпадения пока не понятны. При $p_T < 5$ ГэВ/с значения R_{AA} для D-мезонов выше, чем R_{AA} для h^+ , что указывает на различие в поведении легких и тяжелых кварков в среде. Сравнение факторов ядерной модификации чармония при энергиях RHIC и LHC позволяет сделать вывод о том, что с ростом энергии столкновения, т.е. с ростом плотности энергии среды наблюдается уменьшение подавления выходов, что может быть объяснено рекомбинацией состояний чармония. Частично это подтверждается величиной коллективного эллиптического потока D-мезонов (рис. 51, справа), который хорошо описывается моделями, предполагающими коалесценцию s -кварков.

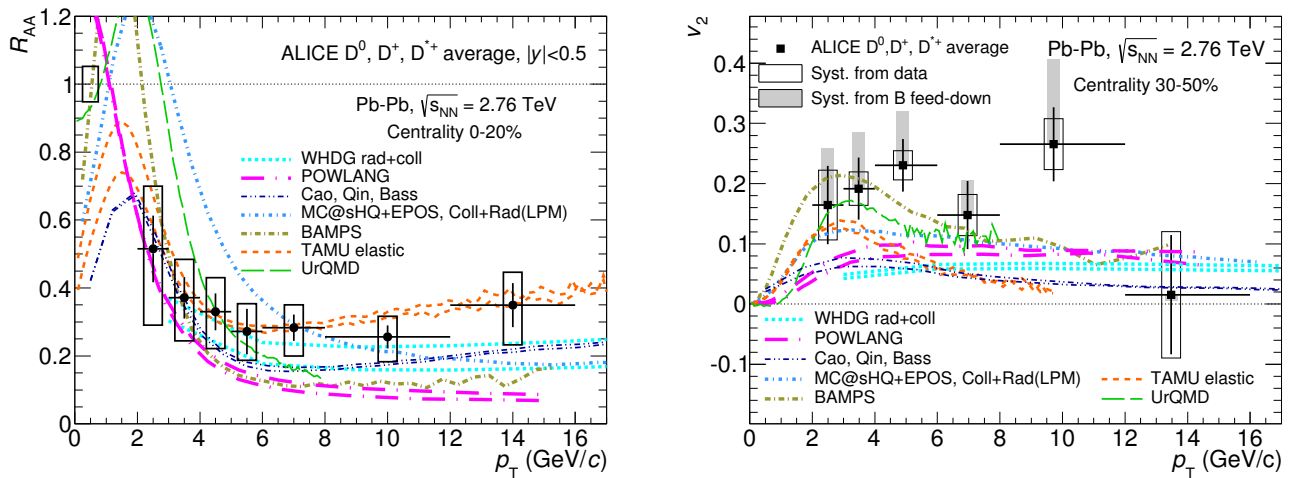


Рис. 51: Фактор ядерной модификации R_{AA} для D-мезонов (слева) и величина эллиптического потока D-мезонов. Рисунки из работ [185, 186].

Модификация струй. Наиболее полная информация о взаимодействии партона с КГП может быть получена при исследовании модификаций струй в АА столкновениях. Струи образуются в результате фрагментации жестких партонов и позволяют исследовать изменения параметров жестких партонов во всех деталях. Измеряя энергию полностью реконструированной струи, можно оценить величину потери энергии жестким партоном. Рассматривая распределение по азимутальному углу между лидирующей струей и струей отдачи, можно оценить число упругих рассеяний жестких партонов в горячей материи, сравнивая функции фрагментации, и можно сказать, происходила ли фрагментация в вакууме. Таким образом можно оценить, насколько изменилась виртуальность лидирующего партона в результате прохождения горячей материи. Реконструкция струи сама по себе достаточно сложная процедура, даже в сравнительно чистых условиях pp столкновениях. В случае же струи в условиях ядро-ядерного столкновения отделение подлежащего события от струи становится еще более сложным. В последнее время были разработаны методы оценки и вычитания вклада подлежащего события, позволившие исследовать струи в АА столкновениях при энергиях RHIC и LHC. Но только на LHC энергия струй стала настолько больше средней энергии адронов в подлежащем событии, что они могут быть разделены с хорошей точностью.

Впервые количественное измерение потери энергии струями при прохождении горячей материи было выполнено экспериментами ATLAS [188] и CMS [187]. Были измерены величины асимметрии струй $A_J = (p_{T,1} - p_{T,2}) / (p_{T,1} + p_{T,2})$, где “1” относится к лидирующей струе, а “2” – к струе отдачи. Рассматривались события, содержащие по крайней мере две струи с энергиями не меньше 120 (50) ГэВ/с в случае CMS и 100 (25) ГэВ/с для ATLAS. Оба эксперимента обнаружили увеличение асимметрии энергий двух струй с ростом центральности столкновения, см. рис. 52. В контрольном эксперименте – столкновении pp при энергии $\sqrt{s} = 7$ ТэВ

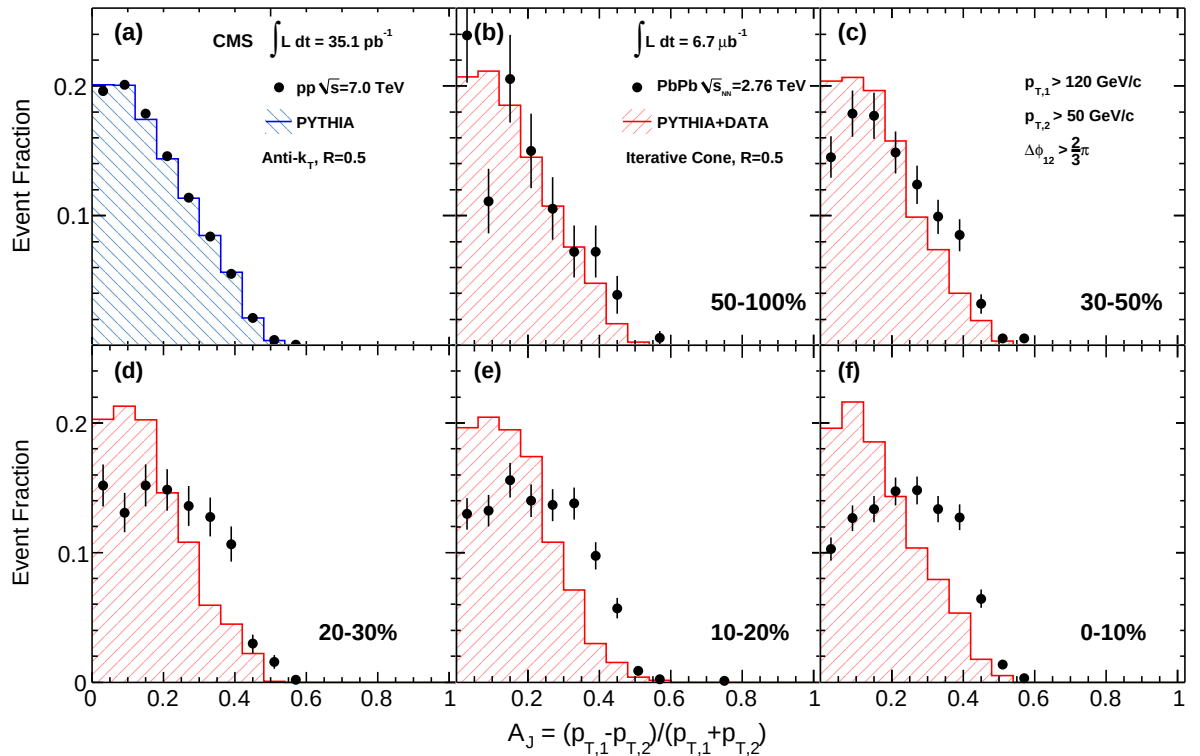


Рис. 52: Распределение асимметрии энергии между двумя наиболее жесткими струями в событии (с $p_{T,1} > 120$ ГэВ/с и $p_{T,2} > 50$ ГэВ/с) в столкновениях pp при энергии 7 ТэВ и различных классах центральности Pb–Pb столкновений при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ. Рисунок из работы [187].

асимметрия хорошо описывается генератором событий PYTHIA. В случае АА столкновений при увеличении центральности возрастают отличия от предсказаний PYTHIA и возрастает степень асимметрии в распределении энергий струй, что указывает на значительные потери энергии жесткими партонами.

Интересно, что несмотря на существенное увеличение асимметрии в энергии жесткой струи и струи отдачи по сравнению с pp столкновениями, указывающее на значительные потери энергии, они оказываются практически выравнены вдоль одной оси в азимутальном направлении, см. рис. 53. Так же, как на предыдущем рисунке, контрольный эксперимент (pp столкновение) полностью описывается моделью PYTHIA, но, в отличие от асимметрии энергии, в центральных Pb–Pb столкновениях струи так же остаются выравненными. Это означает слабый вклад или даже полное отсутствие рассеяний жесткого партона при прохождении горячей материи.

Еще более детальное исследование можно провести, сравнив фрагментацию струи в АА и pp столкновениях. На рис. 54 представлено отношение функций фрагментации партонов в адроны в столкновениях Pb–Pb и pp $D(z)$, где $z = p_T^{hadr}/p_T^{part}$. Как видно из рисунка, в АА столкновениях несколько увеличивается вероятность фрагментации в мягкие адроны, слабо уменьшается выход адронов со средним импульсом и слабо меняется выход жестких адронов (некоторый рост обычно интерпретируется как следствие модификации знаменателя – энергии струи – в результате потерь энергии). То есть, несмотря на то, что струя отдачи теряет значительную часть своей энергии, структура ее фрагментации в адроны практически не меняется по сравнению с фрагментацией в вакууме, что поддерживает идею о том, что партоны фрагментируют уже после прохождения горячей материи.

Таким образом, мы получаем следующие свойства взаимодействия струй с горячей материей: (а) энергия, выделившаяся при прохождении партоном горячей материи, не остается в конусе струи; (б) взаимодействие с материей не изменяет направление струи; (с) фрагмен-

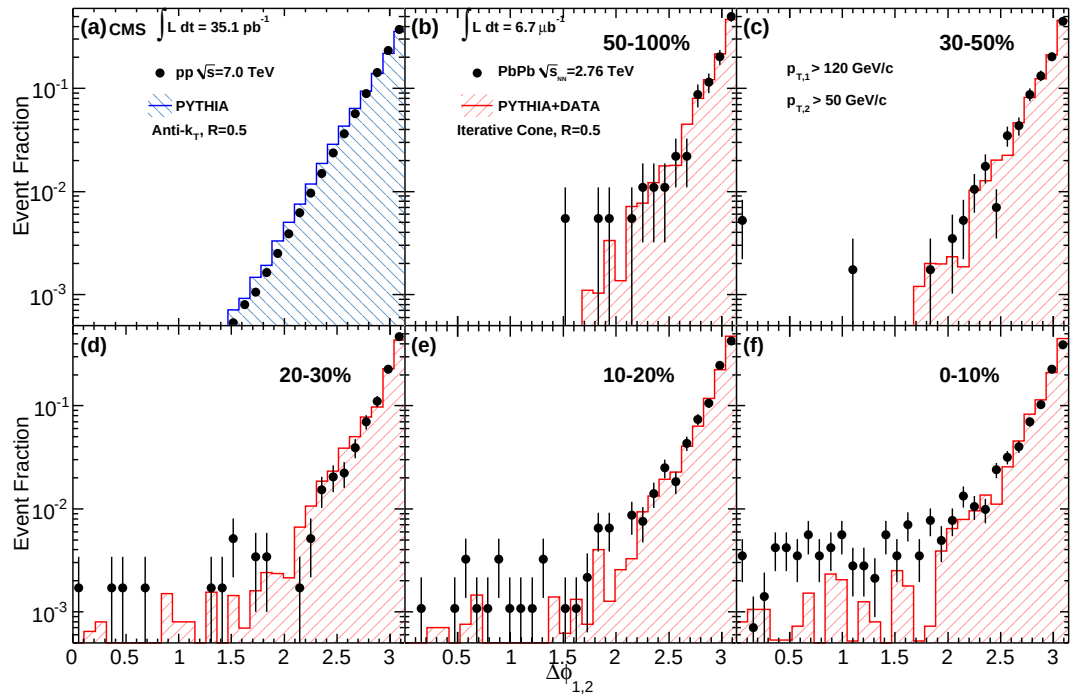


Рис. 53: Распределение по азимутальной асимметрии между двумя наиболее жесткими струями в событии (с $p_{T,1} > 120$ ГэВ/с и $p_{T,2} > 50$ ГэВ/с) в столкновениях pp при энергии 7 ТэВ и различных классах центральности Pb–Pb столкновений при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ. Рисунок из работы [187].

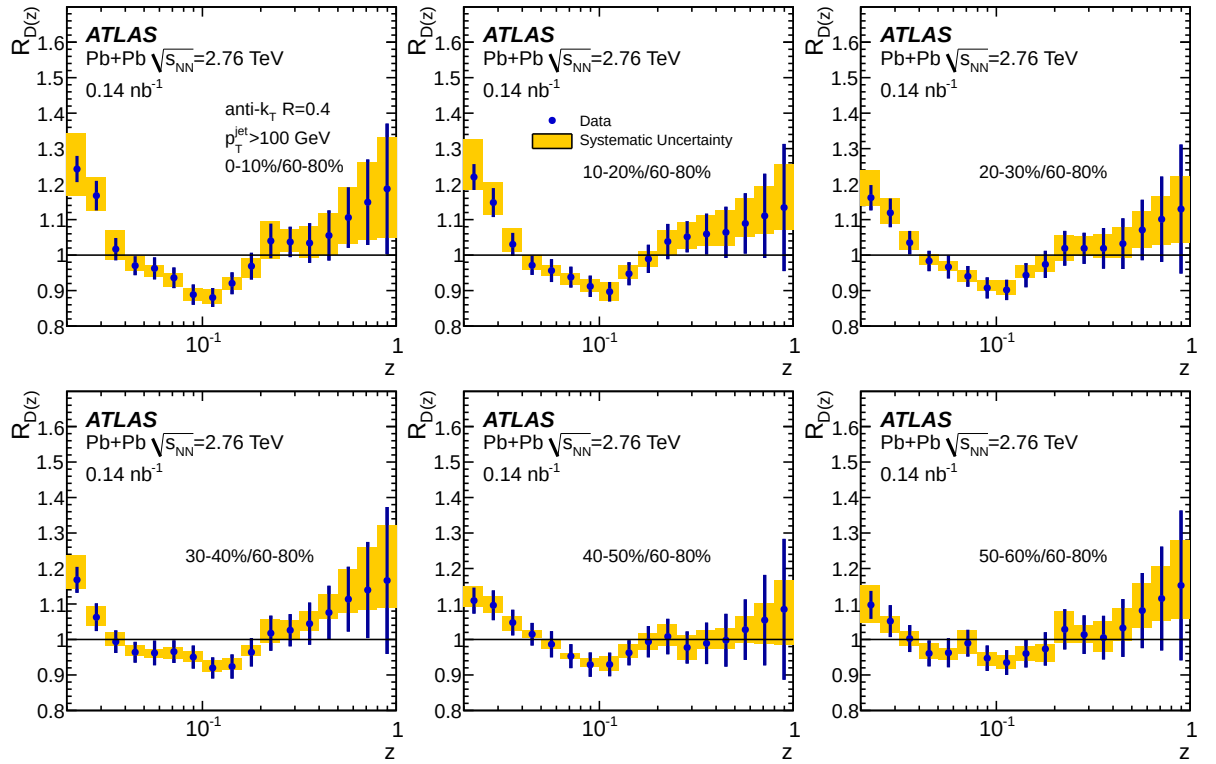


Рис. 54: Отношение фрагментационных функций струй в столкновениях Pb–Pb к pp, в зависимости от доли энергии струи, несомой данным адроном. Рисунок из работы [189].

тация струи в АА столкновениях происходит уже вне горячей материи. Исследования того, куда девается энергия, излученная жестким партоном, показали, что она перераспределяется по большим углам по отношению к направлению струи и превращается в мягкие (с энергией порядка ГэВ) адроны. В отличие от энергий ЛНС, измерения при энергиях RHIC указывают на то, что в среднем фрагментация подавлена при больших p_T и увеличена при малых p_T , а также сопровождается умеренным расширением струи.

1.3.8 Прямые фотоны

Фотоны не участвуют в сильных взаимодействиях и поэтому долгое время *прямые* фотоны рассматривались как идеальный инструмент для проверки предсказаний КХД в pp столкновениях. Прямые фотоны излучаются в процессах аннигиляции кварков сталкивающихся ядер и комптоновском рассеянии кварка на глюоне и позволяют оценить импульсное распределение партонов. Однако прямые фотоны составляют только несколько процентов от полного фотонного выхода. Основной же вклад дают *распадные* фотоны – получившиеся в результате распада конечных адронов, в основном – π^0 -мезона. Поэтому выделение прямых фотонов достаточно трудная экспериментальная задача. Несмотря на это, был набран значительный массив данных по рождению прямых фотонов в pp и $p\bar{p}$ взаимодействиях. Однако при сравнении спектров с предсказаниями КХД оказалось, что теория заметно недооценивает выход прямых фотонов, особенно при малых энергиях столкновения. Для объяснения этого была сформулирована феноменологическая модель, предполагающая наличие начального поперечного импульса партонов в протоне (k_T -brodening), которая довольно успешно описывала данные, но имела принципиальную трудность – получение зависимости среднего поперечного импульса партона в протоне от энергии столкновения.

Только сравнительно недавно были разработаны методы ресуммирования некоторых вкладов [191, 192], которые позволили удовлетворительно описать выходы прямых фотонов в pp и $p\bar{p}$ столкновениях – см. рис. 55 из обзора [190]. Таким образом было получено удовлетворительное описание выхода прямых фотонов в pp и $p\bar{p}$ столкновениях.

В ядро-ядерном столкновении появляется еще несколько источников прямых фотонов. При прохождении сталкивающихся ядер друг сквозь друга излучаются *быстрые* (prompt) прямые фотоны – аналог прямых фотонов в pp столкновении. Затем образовавшееся горячее вещество, как любой горячий объект, начинает излучать фотоны. Такие фотоны называются *термальными* прямыми фотонами. Быстрые прямые фотоны позволяют контролировать начальную стадию столкновения и оценить, насколько импульсное распределение кварков в

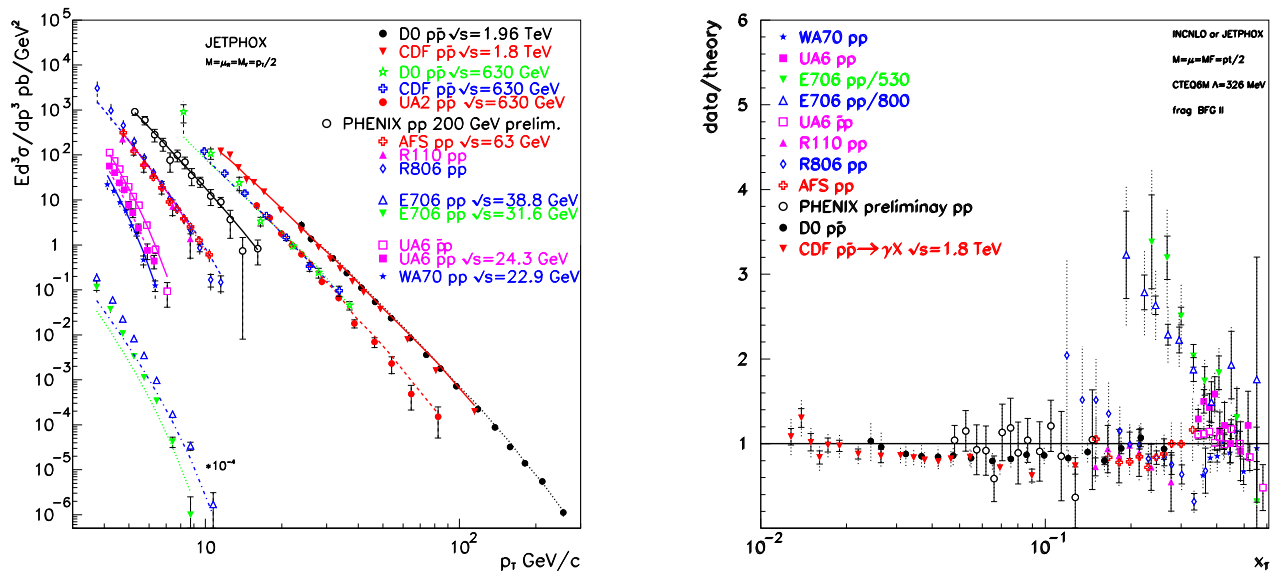


Рис. 55: Сравнение экспериментальных данных по выходу прямых фотонов с предсказаниями КХД. Видно, что для подавляющего большинства экспериментов есть хорошее согласие с теорией. Несколько экспериментов не согласуются не только с теорией, но и с другими при сходной энергии. Рисунок из работы [190].

ядре отличается от такового в протоне. Термальные прямые фотоны позволяют оценить характеристики самой горячей фазы столкновения. В частности, по их наклону можно оценить температуры материи, а имея температуру и оценив плотность энтропии по числу заряженных частиц, можно оценить число эффективных степеней свободы в горячем веществе. Кроме того, измерение величины коллективного потока термальных прямых фотонов позволяет проследить эволюцию горячей материи и понять, на какой стадии столкновения коллективный поток начал вырабатываться.

В настоящее время спектры прямых фотонов измерены в нескольких системах: столкновении Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 17.6$ ГэВ [193, 195] (рис. 56), Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ [194] (рис. 57) и Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ.

Измерение при энергии SPS (рис. 56) показало, что в центральных столкновениях Pb–Pb есть избыток прямых фотонов по сравнению с тем, что ожидалось бы, если бы были только *быстрые* прямые фотоны. К сожалению, не был измерен спектр прямых фотонов в pp столкновениях при той же энергии, так что экстраполяция дает значительную неопределенность. Избыток прямых фотонов был интерпретирован как вклад термальных прямых фотонов. Этот результат вызвал целый ряд теоретических оценок выхода прямых фотонов, которые будут обсуждены подробнее в последующих главах. В зависимости от параметров моделей, использованных для описания эволюции горячей материи, разные оценки начальной температуры разнятся от $T_{in} = 180$ до $T_{in} = 350$ МэВ. Интересно, что не удалось описать одновременно спектры конечных адронов и выход прямых фотонов, предполагая отсутствие фазового перехода в КГП.

Второе измерение выхода прямых фотонов было выполнено коллаборацией PHENIX в столкновениях Au–Au при энергии 200 ГэВ/нуклон. На этот раз был измерен референсный спектр прямых фотонов в pp столкновениях при той же энергии (рис. 57). Оказалось, что при поперечном импульсе, большем 5 ГэВ, спектры прямых фотонов точно следуют масштабированию по числу индивидуальных нуклон-нуклонных соударений. Это говорит о том, что начальные условия столкновения достаточно хорошо описываются КХД и с точки зрения

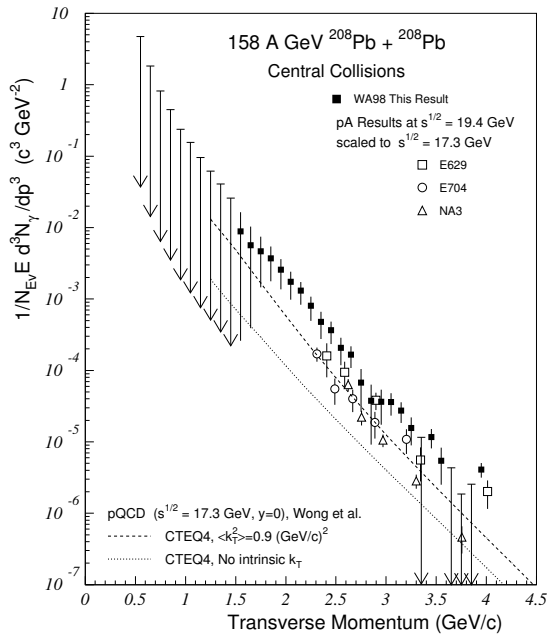


Рис. 56: Спектр прямых фотонов в центральных столкновениях Pb+Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 17.6$ ГэВ. Рисунок из работы [193].

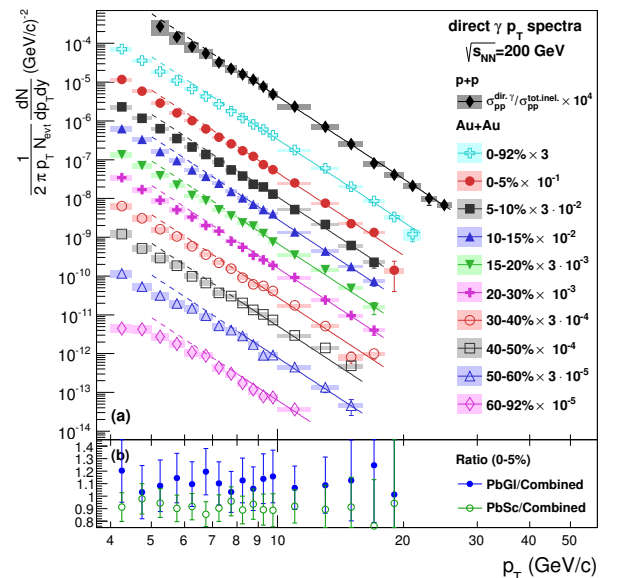


Рис. 57: Спектры прямых фотонов различных классов центральности столкновений Au+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Также показан спектр прямых фотонов в pp столкновениях при той же энергии. Рисунок из работы [194].

prompt фотонов, которые, напомним, излучаются на стадии прохождения ядер друг сквозь друга, Au–Au столкновение – это просто набор независимых *pp* столкновений.

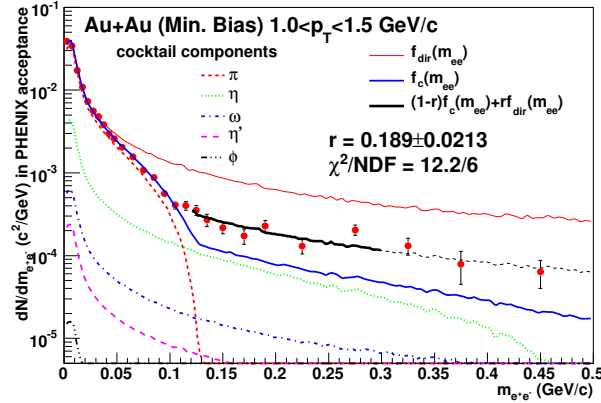


Рис. 58: Спектр инвариантных масс пар дилептонов, измеренный в столкновениях Au–Au при энергии 200 ГэВ/нуклон (точки). Различные кривые показывают двухкомпонентную аппроксимацию (черная кривая), включающий вклад прямых фотонов (красная кривая) и дилептонов от распадов адронов (синяя кривая). Также показаны основные вклады адронов. Рисунок из работы [196].

С другой стороны, точность измерений в то время не позволила идентифицировать термальные прямые фотоны и оценить температуру горячей материи. Однако оказалось возможным сделать это с помощью виртуальных фотонов. В последнее время стал активно развиваться еще один метод измерения спектра прямых фотонов – измерение выхода виртуальных прямых фотонов. В соответствии с формулой [197],

$$\frac{d^4\sigma^{e^+e^-}}{dM^2 d^3q} = \frac{\alpha}{3\pi} \frac{1}{M^2} \left(1 + \frac{2m_e^2}{M^2}\right) \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{M^2}} \left(\frac{d^3\sigma^{\gamma*}}{d^3q}\right)_M \quad (17)$$

можно связать выход виртуальных фотонов с выходом дилептонов и в пределе нулевой массы получить выход реальных фотонов. Таким образом, избыток дилептонов в области малых масс интерпретируется как сигнал прямых виртуальных фотонов – см. рис. 58. На этом рисунке отчетливо видно основное достоинство этого метода – начиная с масс ~ 130 МэВ/с², вклад виртуальных фотонов от распадов π^0 -мезонов исчезает, и прямые фотоны становятся доминирующим источником.

С помощью метода виртуальных фотонов были получены спектры прямых (реальных) фотонов в *pp* и Au–Au столкновениях при энергии 200 ГэВ/нуклон [196] (см. рис. 59). Важной проверкой стало согласие с тем же спектром, но измеренным обычным статистическим методом, когда все фотоны регистрируются в калориметре, и затем вычитаются вклады распадных фотонов. Как видно из рисунка, сравнивая спектры в *pp* и Au–Au столкновениях, был обнаружен избыток прямых фотонов в Au–Au столкновениях. В ряде теоретических работ, последовавших за этим результатом, была оценена температура горячей материи, достигнутая в данных столкновениях. В зависимости от параметров модели температура меняется от 300 до 550 МэВ, что в любом случае выше температуры фазового перехода 150–170 МэВ. Более детальное обсуждение будет в следующих частях.

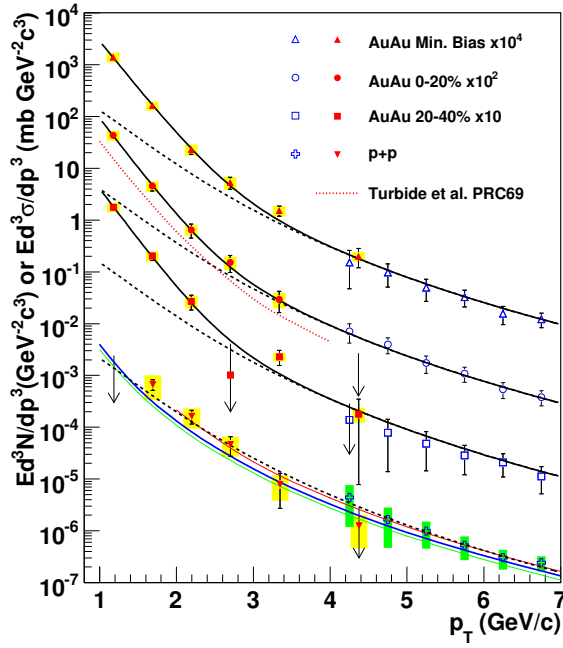


Рис. 59: Спектры (реальных) прямых фотонов, измеренные в pp и Au–Au столкновениях при различных центральностях с помощью метода виртуальных фотонов (красные точки). Хорошо виден избыток прямых фотонов в мягкой области, связанный с вкладом термальных фотонов. Синие символы – те же спектры, измеренные с помощью статистического метода. Рисунок из работы [196].

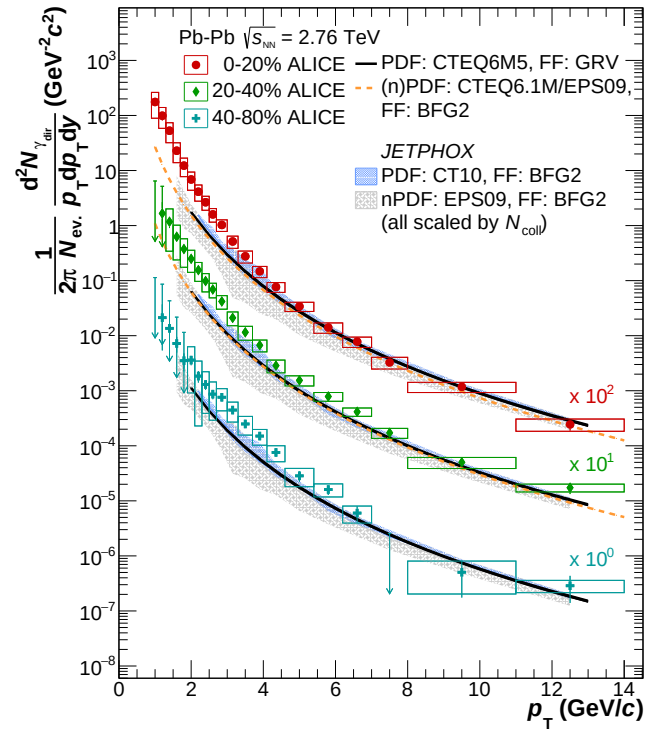


Рис. 60: Спектры прямых фотонов, измеренные в Pb–Pb столкновениях при различных центральностях. Хорошо виден избыток прямых фотонов в мягкой области, связанный с вкладом термальных фотонов. Рисунок из работы [196].

1.3.9 Дилептоны

Лептоны, как и фотоны, не участвуют в сильных взаимодействиях и вылетают из горячей области без вторичного взаимодействия. Особенно интересны с точки зрения изучения внутренней структуры фаярбола дилептоны. Дилептон – это скоррелированная пара лептон-антилептон (e^+e^- , $\mu^+\mu^-$). Вклады в дилептонный спектр дают как распады адронов, так и излучение горячего вещества, рожденного в столкновении.

В отличие от фотонов, дилептоны характеризуются еще и инвариантной массой, определяющейся как:

$$M = \sqrt{(p_1 + p_2)^2}, \quad (18)$$

где p_1 и p_2 – 4-импульсы лептонов. В соответствии с основными процессами, приводящими к рождению дилептонов, принято приблизительно разделять диапазон инвариантных масс на легкие ($\lesssim 1$ ГэВ/с²) – рожденные преимущественно в распадах адронов, состоящих из u , d кварков, средние ($\lesssim 10$ ГэВ/с²) – преимущественно результаты распада очарованных частиц, и тяжелые дилептоны.

Впервые спектры образования дилептонов в столкновениях ультрарелятивистских ядер были получены на установке DLS (DiLepton Spectrometer) на ускорителе Бевалак (Беркли, США) [198]. В столкновениях $^{40}\text{Ca}-^{40}\text{Ca}$ при энергии 1.04 ГэВ/нуклон было обнаружено значительное превышение выхода легких дилептонов над ожидаемым фоном от распадов легких мезонов, см. рис. 61 слева. Это говорит о том, что в таких столкновениях, кроме ожидаемых источников дилептонов – распадов конечных адронов, существуют еще какие-то заметные вклады. В то время все попытки теоретически описать этот избыток [201, 202, 203] не увенчались успехом. Это привело к возникновению термина “загадка DLS” и постановке аналогичного эксперимента HADES в GSI, Германия. Первые результаты HADES показали полное согласие с данными DLS [199] и такое же превышение выхода дилептонов над ожидаемым фоном. Поскольку аксептанс экспериментов значительно отличался, а спектр инвариантных масс зависит от аксептанса, сравнение было проведено в аксептансе DLS – см. рис. 61 справа.

“Загадка DLS” послужила одной из причин для постановки эксперимента CERES [204] на

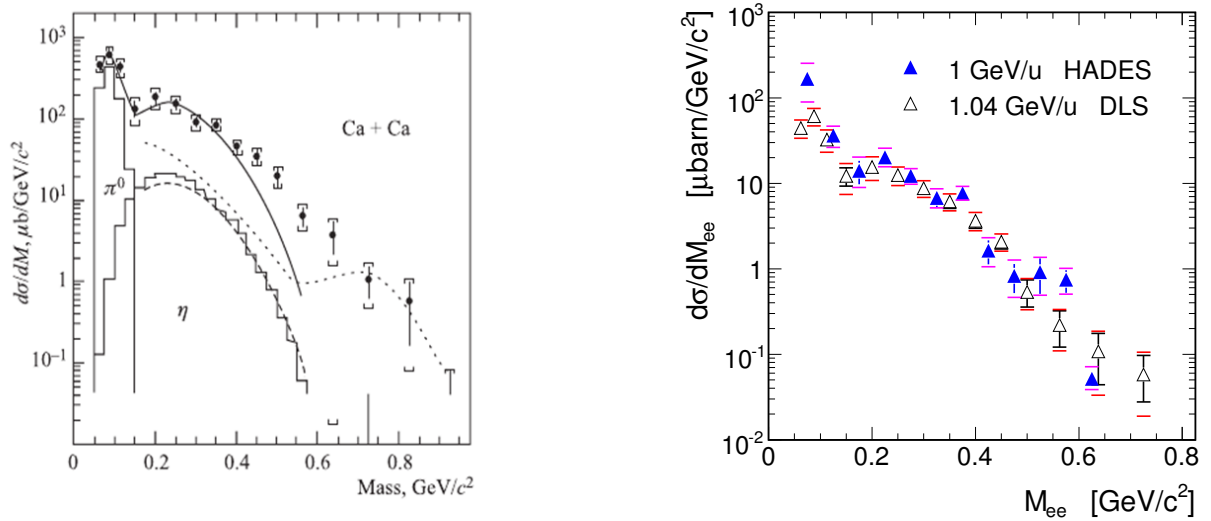


Рис. 61: (Слева) Спектр инвариантных масс дилептонов, измеренных в столкновении $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}$ при энергии 1.04 ГэВ/нуклон. Видно превышение данных над вкладом от распадов всех адронов [198]. (Справа) Сравнение данных контрольного эксперимента HADES с DLS[199].

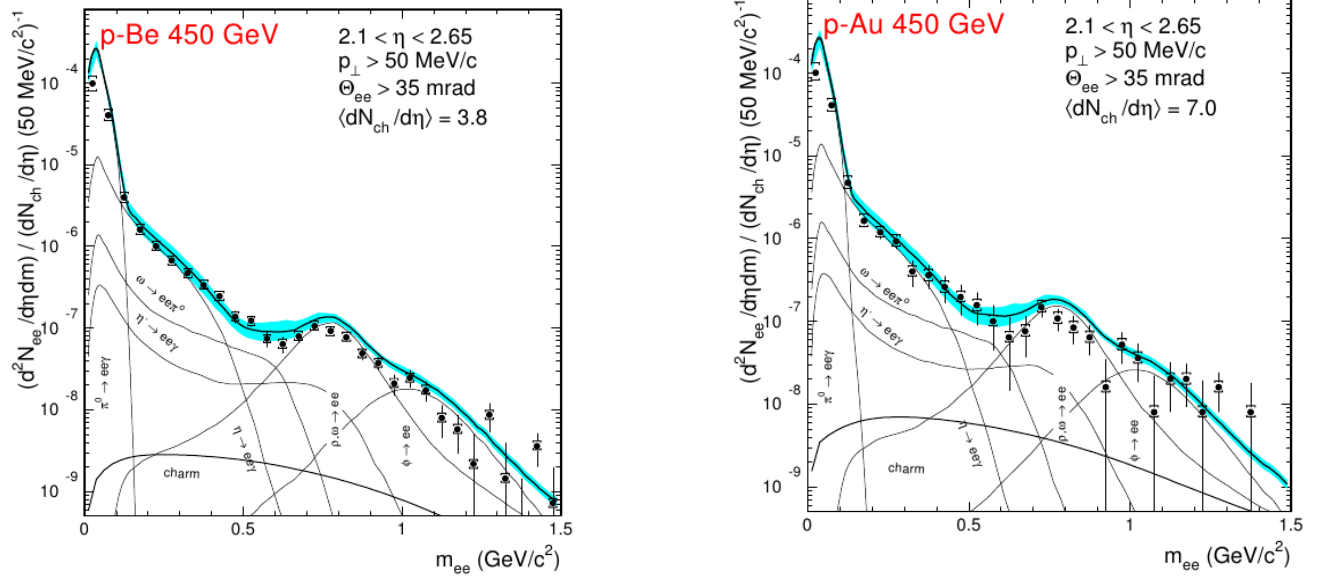


Рис. 62: Спектры инвариантных масс дилептонов в референсных столкновениях рА при энергии SPS. Видно согласие спектров с ожидаемым в результате распада конечных адронов. Избытка дилептонов не обнаружено. Рисунок из работы [200].

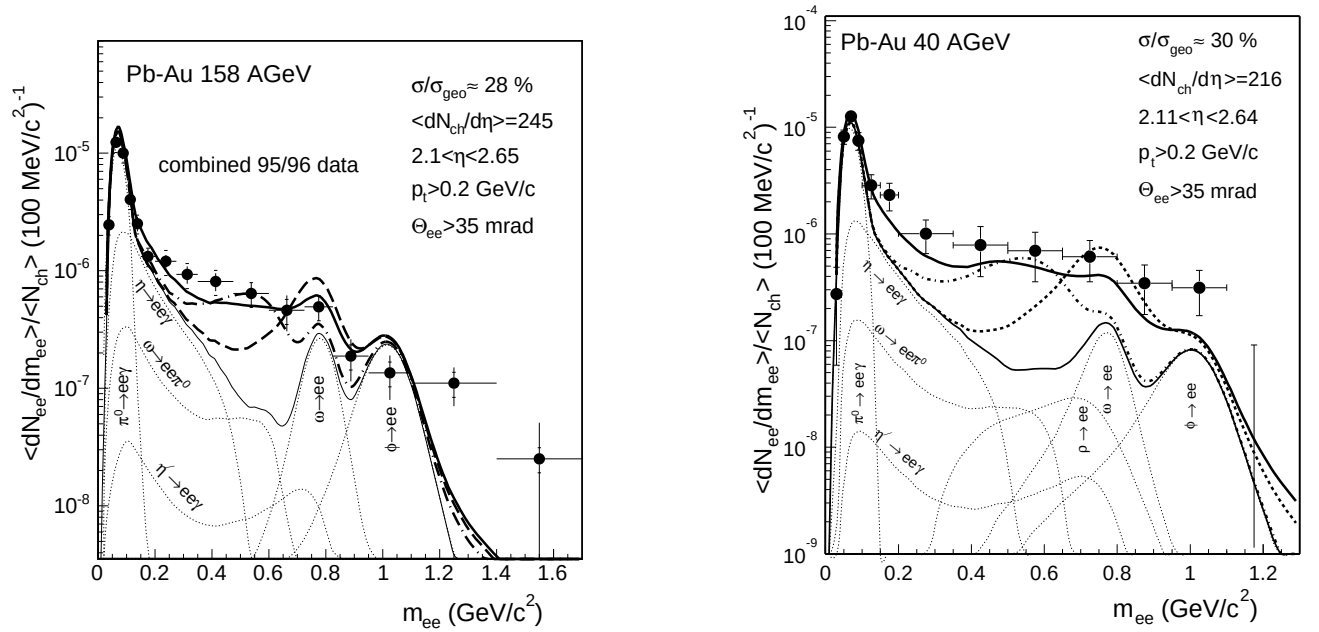


Рис. 63: Инклюзивный спектр масс e^+e^- пар, измеренный CERES в центральных Pb-Au столкновениях при 158 ГэВ/нуклон (слева) [204] и 40 ГэВ/нуклон (правая панель) [205]. Данные сравниваются с адронным коктейлем (тонкая сплошная линия). Различные компоненты коктейля представлены пунктирными линиями. Также показаны модельные расчеты $\pi + \pi$ -аннигиляции с вакуумной спектральной функцией ρ (пунктир), предполагающие уменьшение массы ρ (штрих-пунктир) и расширение пика со спектральной функцией ρ в среде (сплошная линия). Рисунок из работы [206].

ускорителе SPS (ЦЕРН, Швейцария), измерявшего выход дилептонов в ядро-ядерных столкновениях при энергии SPS. Эксперимент CERES систематически измерил выход легких дилептонов в референсных столкновениях р-Be и р-Au при энергии 450 ГэВ [200], а также в

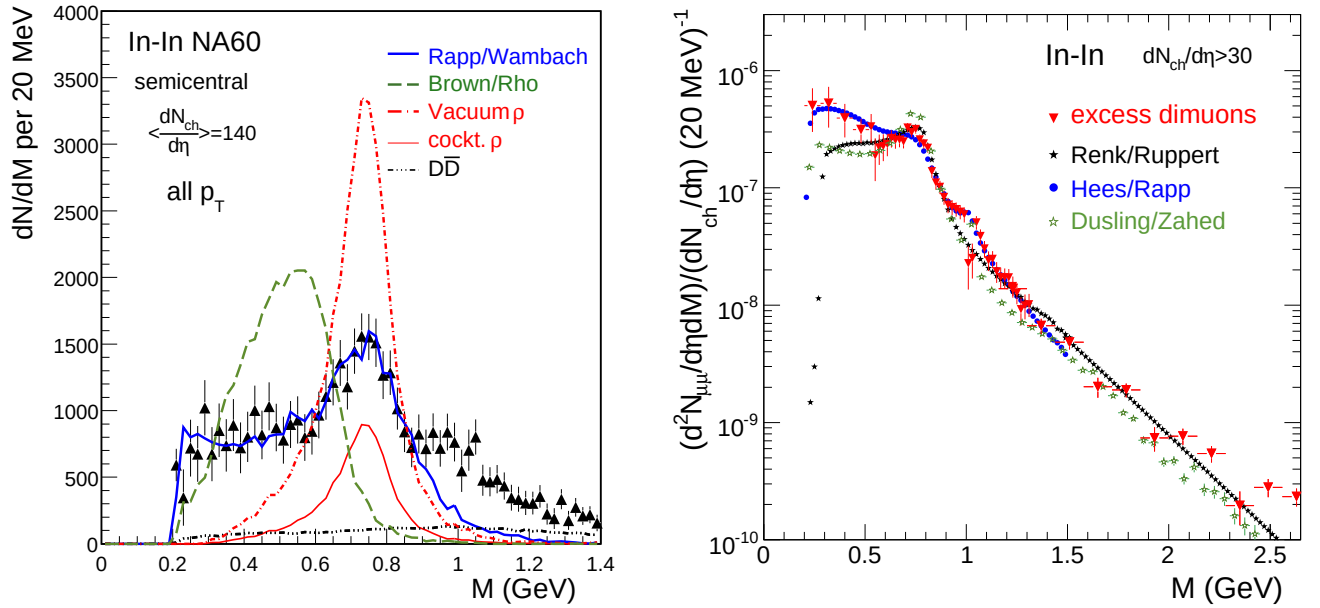


Рис. 64: Слева — превышение выхода димюонов после вычитания адронного коктейля, за исключением ρ , измеренное в столкновении In–In, в сравнении с предсказаниями 3 основных моделей: пионной аннигиляцией с вакуумной массой ρ -мезона (красная кривая), с массой ρ -мезона, уменьшающейся в горячем веществе (зеленая кривая) и уширением массы ρ -мезона (синяя кривая) [209]. Справа – избыток дилептонов, измеренный в столкновениях In–In экспериментом NA60, в сравнении с предсказаниями основных современных моделей. Рисунок из работы [206].

столкновениях S–Au при энергии 200 ГэВ/нуклон [207] и Pb–Au при энергии 158 ГэВ/нуклон [208] и 40 ГэВ/нуклон [205]. Оказалось, что выход дилептонов в p+Be столкновениях хорошо описывается вкладами от распадов конечных адронов, см. рис. 62, однако в АА столкновениях наблюдается значительный избыток дилептонов с массами 0.2–0.6 ГэВ/с². CERES оценил величину этого избытка как отношение измеренного выхода в диапазоне $M = 0.2\text{--}1.1$ ГэВ/с² к ожидаемому в результате распадов: $R = 2.45 \pm 0.21(\text{стат.}) \pm 0.35(\text{сист.}) \pm 0.58(\text{распады})$. Также было показано, что избыток значительнее при малых поперечных импульсах и растет с множественностью быстрее, чем линейно [208].

Эти результаты вызвали большой интерес со стороны теоретиков, так как наиболее правдоподобным объяснением наблюдаемого увеличения выхода дилептонов является рождение дилептонов в аннигиляции пионов: $\pi^+\pi^- \rightarrow \rho \rightarrow e^+e^-$, причем масса и ширина ρ -мезона может изменяться в плотном или горячем веществе, образующемся в АА столкновении в связи с восстановлением киральной симметрии. Попытки количественно описать увеличение выхода дилептонов в АА столкновениях, используя вакуумные значения для массы и ширины ρ -мезона, были безуспешными. В этих условиях образовалось 2 основных направления теоретических исследований – (а) уменьшение массы ρ -мезона в горячем веществе, образующемся в АА столкновении, как проявление восстановления киральной симметрии [210]; и (б) уширение спектральной функции ρ -мезона в горячем веществе, в основном благодаря столкновениям с барионами [211], см. рис. 63. Несмотря на довольно большие ошибки, данные, по-видимому, лучше согласуются с моделью уширения.

В свою очередь эта неопределенность стала предпосылкой для постановки эксперимента NA60, который измерил спектр димюонов в столкновении In–In при энергии пучка 158 ГэВ/нуклон. Спектр димюонов измерялся в диапазоне от порога до энергий примерно 5 ГэВ.

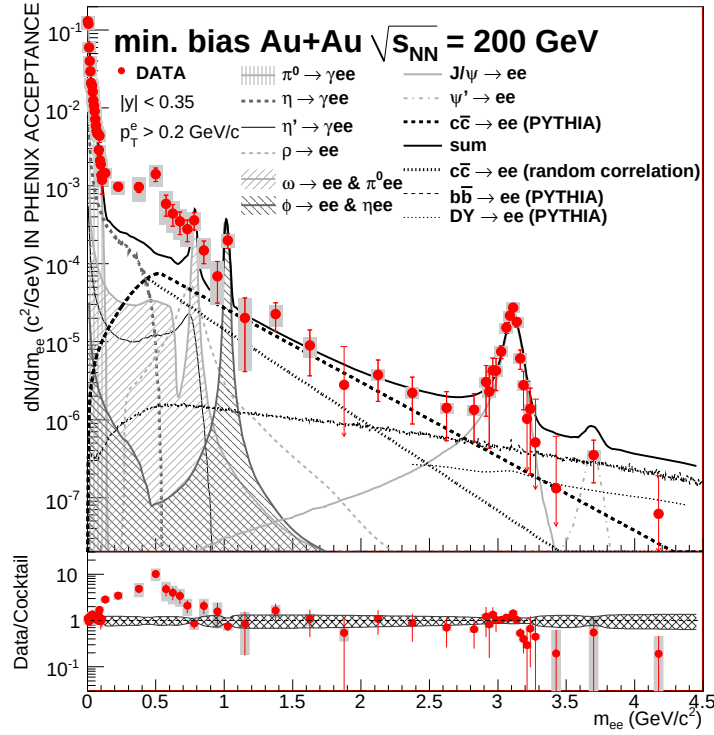


Рис. 65: Спектр дилептонов после вычитания комбинаторного фона, измеренный коллаборацией PHENIX в сравнении с ожидаемым от распадов различных адронов. Видно полное согласие в области малых масс (<100 МэВ/ c^2) и выше 1 ГэВ/ c^2 . Значительный избыток виден в области 200-800 МэВ/ c^2 . Рисунок из работы [206].

В периферических столкновениях спектр инвариантных масс согласуется с предсказаниями “коктейля”, включающего вклады от лептонных и Далиц-распадов адронов. Однако в центральных столкновениях также был обнаружен избыток димюонных пар, см. рис. 64, слева. Эти результаты согласуются с результатами CERES/NA45, но, благодаря своей точности, позволяют продвинуться дальше. На этом рисунке показан уже только избыток димюонных пар над ожиданиями “коктейля”. На нем виден максимум в номинальном положении ρ -мезона, находящийся на вершине широкой структуры, ширина и высота которой растут с центральностью. На рисунке также показано сравнение с двумя основными моделями, упоминавшимися выше: расширение ρ -мезона в среде, в соответствии с моделью Раппа-Вамбаха [202, 212, 213] (синяя линия) и падения массы ρ -мезона в среде, в соответствии с масштабированием Брауна-Ро [203, 214] (зеленая линия). Данные NA60 ясно исключают не только пионную аннигиляцию с вакуумной массой ρ -мезона, которая уже была исключена с помощью данных CERES, но и сценарий уменьшения массы ρ -мезона. Большое значение этих результатов заключается также в том, что это, по-видимому, первый экспериментально измеренный сигнал восстановления киральной симметрии, который говорит о том, как именно оно происходит: за счет расширения и, в конечном итоге, таяния резонансов, или за счет падения их массы. Недавние данные с большей статистикой показаны на рис. 64 справа. Там же показано сравнение с основными современными моделями Renk/Ruppert [215], Hees/Rapp [216, 217] и Dusling/Zahed [218].

Коллайдер RHIC позволил исследовать выход дилептонов в АА столкновениях при энергиях в 10 раз больше, чем SPS. Основной проблемой в измерениях при этих энергиях является большой комбинаторный фон. Коллаборацией PHENIX с помощью метода смешанных событий комбинаторный фон был вычислен и вычтен с беспрецедентной точностью 0,25%, см. рис. 65. Ожидаемый вклад от распадов легких и очарованных мезонов согла-

суется с данными при очень малых массах $< 100 \text{ МэВ}/c^2$, а также в области континуума. В области малых масс, от 150 до $750 \text{ МэВ}/c^2$, имеется значительное превышение в $3,4 \pm 0,2(\text{стат.}) \pm 1,3(\text{сист.}) \pm 0,7(\text{модель})$ раза, где последняя ошибка отражает систематические неопределенности в выходах адронов. Изучая зависимость превышения от поперечного импульса и центральности, в эксперименте PHENIX было обнаружено, что избыток значителен при $p_T < 0,7 \text{ ГэВ}/c$ и исчезает при $p_T > 1,5 \text{ ГэВ}/c$. Также избыток виден только в центральных столкновениях, в то время как в периферических выход дилептонов согласуется с суммой вкладов от распадов адронов. Результаты PHENIX неожиданны. Они, по-видимому, отличаются от тех, что наблюдаются при энергии SPS. Превышение распространяется в сторону меньших масс по сравнению с SPS, где избыток ближе к массе ρ -мезона. Зависимость от центральности также отличается. Модели, основанные на расширении спектральной функции ρ -мезона, которые успешно воспроизводили результаты CERES и NA60, не в состоянии воспроизвести данные PHENIX [219, 220, 221]. Таким образом, дилептоны показывают наличие нового источника дилептонов в центральных АА столкновениях по сравнению с рр, рА или периферическими АА столкновениями. Причем природа этих источников, по-видимому, различна в столкновениях при разных энергиях. При малых энергиях она, возможно, связана с восстановлением киральной симметрии, но при энергии RHIC она, по-видимому, связана с образованием горячей кварковой материи.

1.3.10 Кварконии

Более 30 лет назад было сделано известное предсказание – *подавление* выхода кваркониев (мезонов, состоящих из кварка и антикварка одного и того же аромата) в результате цветового экранирования потенциала тяжелых кварков в кварк-глюонной материи [222]. Впоследствии оно было тщательно проверено на ускорителях SPS, RHIC и LHC. Интересно, что тогда же было сделано другое, менее известное предсказание: *увеличение* выхода кваркониев вследствие рекомбинации $c\bar{c}$ -кварков, если на первоначальных стадиях столкновений достигнута их существенная плотность [223]. Рекомбинационный механизм подразумевает прохождение очарованных кварков на существенное расстояние и также является сигналом наличия деконфайнмента. Удивительно, но оба эти предсказания оказались верными.

Вскоре после начала экспериментов на SPS было обнаружено подавление выходов J/ψ мезонов в Pb–Pb столкновениях. Однако почти сразу же стало ясно, что кроме искомого Дебаевского экранирования на выход J/ψ также влияют эффекты, связанные с наличием холодной ядерной материи, такие как, например, поглощение $c\bar{c}$ пар в конечном состоянии, затенение партонов в ядре, потери энергии в начальном или конечном состоянии. Поэтому был проведен систематический анализ подавления выхода J/ψ в различных столкновениях. В левой части рис. 66 приведены выходы J/ψ (нормированные на выход димюонов в процессе Дрелла-Яна, который, как известно, масштабируется с числом парных столкновений N_{coll}), измеренные в различных экспериментах на SPS. Данные по pp, различным pA, S-U, и периферическим In-In или Pb–Pb столкновениям можно описать с помощью простой модели, в которой J/ψ поглощаются нуклонами сталкивающихся ядер (их число характеризуется ядерным параметром толщины L) с соответствующим сечением $\sigma_{abs}^{J\psi} = 4.18 \pm 0.35$ мб [224]. Однако нужно понимать, что параметр $\sigma_{abs}^{J\psi}$ – это эффективное сечение, и включает в себя, кроме поглощения $c\bar{c}$ пар в конечном состоянии, затенение партонов в ядре, потери энергии в начальном или конечном состоянии. В центральных столкновениях In-In и Pb–Pb было обнаружено дальнейшее *аномальное* подавление. Кроме того, точные измерения, проведенные NA60 в столкновениях In-In, показывают, что аномальное подавление насыщается в самых центральных столкновениях [225]. Кроме того, величина подавления примерно равна доле J/ψ , рожденных в распадах возбужденных состояний (30-40% от ψ' и χ_c). Таким образом, в столкновениях при энергии SPS после учета обычного подавления чармонии ведут себя в точности так, как ожидалось бы в случае образования кварк-глюонной материи при не слишком высокой температуре: таяние некоторых возбужденных состояний кваркониев и выживание нижнего состояния.

При энергии RHIC, а именно $\sqrt{s_{NN}} \sim 200$ ГэВ, изучая подавление J/ψ в столкновениях Au–Au, эксперимент PHENIX получил два неожиданных результата, как показано на рис. 66, справа. Во-первых, в области центральных быстрот (красные круги), величина подавления практически совпадает с наблюдавшейся в SPS (черные кресты). Не существует никаких фундаментальных причин для этого совпадения так как с одной стороны плотность энергии должна быть выше на RHIC, а с другой стороны, эффекты, связанные с нормальным подавлением должны быть весьма различными (в частности, затенение начальных глюонов в ядре должно существенно отличаться). Еще более удивительным является тот факт, что подавление выхода J/ψ увеличивается в области передних быстрот (синие квадраты), – подавление больше примерно на 40%. Одно из наиболее правдоподобных объяснений этих эффектов состоит в следующем: выход изначальных J/ψ может быть действительно сильнее подавлен при энергии RHIC, чем при SPS, но кроме этого первоначально нескоррелированные c и $\bar{c}$ -кварки рекомбинируют во время эволюции горячей материи: в самых центральных столкновениях при энергии RHIC общее число таких пар более чем в 10 раз больше, чем при энергии SPS [228, 229]. Существует множество вариантов моделей “слияния” или “рекомбинации”, некоторые из них можно найти в [230, 231, 232]. Качественно эти модели объясняют,

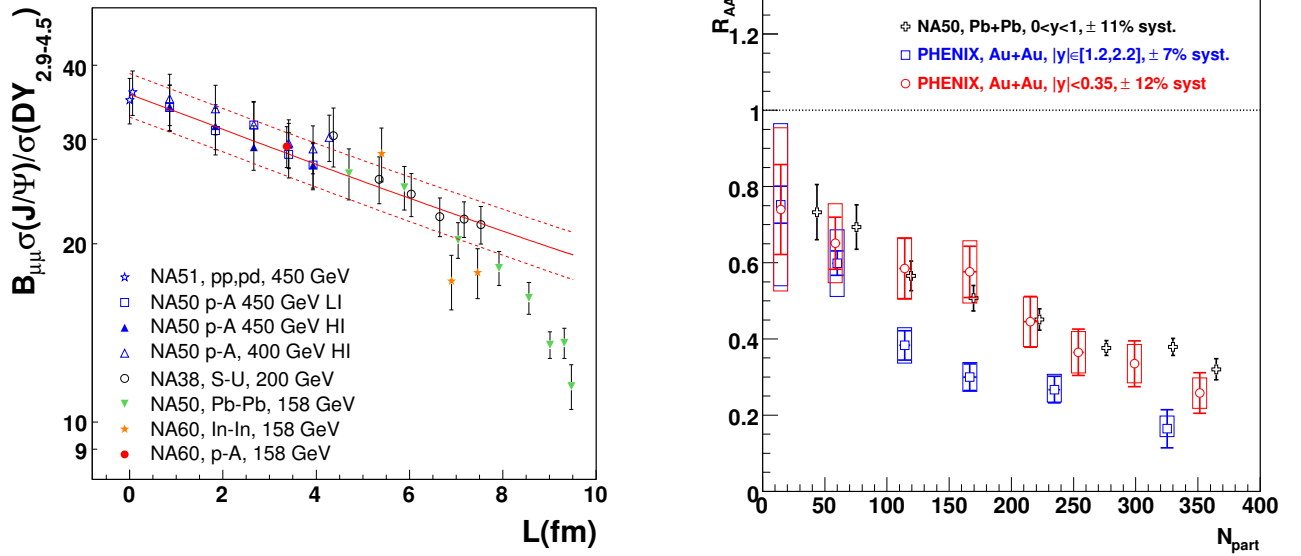


Рис. 66: Слева: выход J/ψ , нормированный на выход процесса Дрелла-Яна, в зависимости от ядерной толщины L , измеренный на SPS [226]. Справа: фактор ядерной модификации для J/ψ столкновениях Pb–Pb при энергии SPS и Au–Au при энергии RHIC в зависимости от числа участников N_{part} . Рисунок из работы [227].

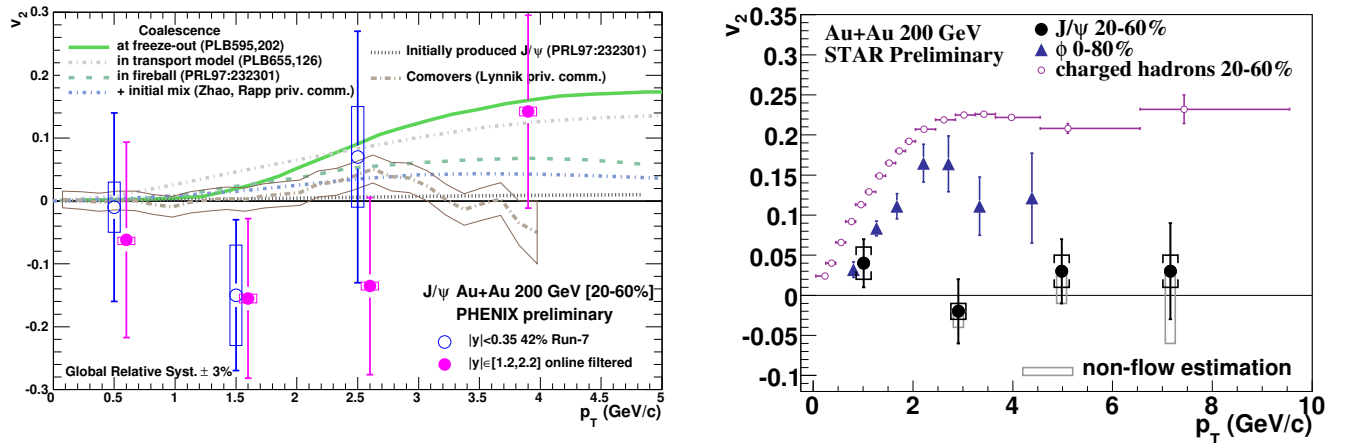


Рис. 67: Слева: зависимость эллиптического потока J/ψ от p_T в столкновениях Au–Au в области средних и передних ($1.2 < |y| < 2.2$) быстрот, измеренная коллаборацией PHENIX. Рисунок из работы [233]. Справа: аналогичное измерение в области центральных быстрот. Рисунок из работы [234].

почему мы видим меньшее подавление в области центральных быстрот – там просто больше s и $\bar{s}$ кварков, пригодных для рекомбинации. Существуют и другие модели, объясняющие более сильное подавление в области центральных быстрот, например, большим затенением кварков при больших быстротах или эффектами, связанными с цветовым стеклянным конденсатом. Однако данные пока не позволяют выбрать какую-либо из моделей.

Одним из способов проверки гипотезы коалесценции является измерение величины эллиптического потока J/ψ . Если чармоний действительно образуется при слиянии s -кварков, то он в значительной мере будет наследовать величину их коллективного потока, которая, как известно из измерений потока открытых ароматов [235], довольно большая. С другой

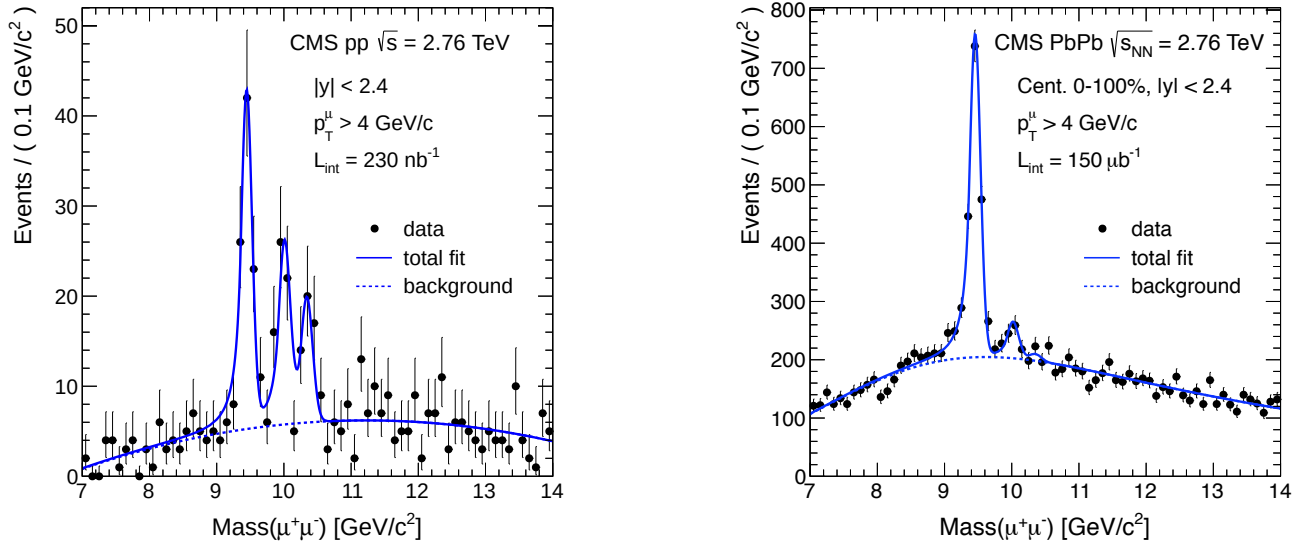


Рис. 68: Спектр инвариантных масс димюонов в области боттомониев в pp (слева) и $Pb-Pb$ (справа) столкновениях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ. Рисунок из работы [175].

стороны, прямые J/ψ должны иметь нулевую или слегка отрицательную (из-за нормального подавления) величину эллиптического потока. На рисунке 67, слева, показана зависимость величины коллективного потока J/ψ в области центральных и передних быстрот, измеренная коллаборацией PHENIX [233], и предсказания наиболее известных моделей. Эллиптический поток J/ψ в столкновениях Au–Au также был измерен экспериментом STAR – см. рис. 67, справа. Величина v_2 для J/ψ согласуется с нулем в пределах ошибок во всем измеренном диапазоне p_T , и значительно ниже, чем v_2 для ϕ -мезона и инклюзивных заряженных адронов. Модель, в которой рекомбинационный механизм рождения J/ψ доминирует, была поставлена под сомнение измерениями, однако эта модель может по-прежнему описать данные при условии, что механизм рекомбинации c -кварков доминирует при низких p_T , а прямое рождение доминирует при высоких p_T .

Пространственный размер возбужденных состояний кваркониев растет с ростом их массы, поэтому более тяжелые кварконии должны диссоциировать при меньших температурах кварковой материи. На этом основана идея оценки температуры горячей материи по соотношению выходов тяжелых кваркониев. Относительные сечения выходов ψ' и J/ψ впервые были измерены в эксперименте NA50 в $Pb-Pb$ столкновениях при энергии SPS [236], но однозначного заключения о “таянии” возбужденных состояний сделать не удалось. Однако с ростом энергии столкновения этот эффект проявился очень ярко в последовательном “таянии” возбужденных состояний боттомониев семейства Υ на ЛНС. На рисунке рис. 68 показаны спектры инвариантных масс пар димюонов в pp и $Pb-Pb$ столкновениях [175]. В таком сравнении многие экспериментальные систематические погрешности сокращаются и многие модельные свободные параметры лучше ограничены. Исследование этой зависимости от центральности показывает плавное увеличение подавления с ростом центральности столкновения, причем величина подавления больше для более высоких состояний – в соответствии с предсказаниями модели Дебаевского экранирования.

Семейство чармониев показывает другую зависимость подавления от центральности: подавление *меньше* в центральных столкновениях и уменьшается с уменьшением поперечного импульса, см. рис. 69. Такое поведение соответствует сценарию, предполагающему значительный вклад в выход J/ψ рекомбинации свободных c кварков при малых поперечных импульсах, в то время как подавление при больших поперечных импульсах определяется Де-

баевским экранированием. Обнаружение более сильного подавления выходов $\Upsilon(2S)$ и $\Upsilon(3S)$ по сравнению с $\Upsilon(1S)$ также согласуется с последовательным Дебаевским экранированием связанных состояний в соответствии с их размером. Однако для однозначной теоретической интерпретации результатов необходимо оценить вклады распадов более высоких резонансов, что особенно важно в случае чармониев.

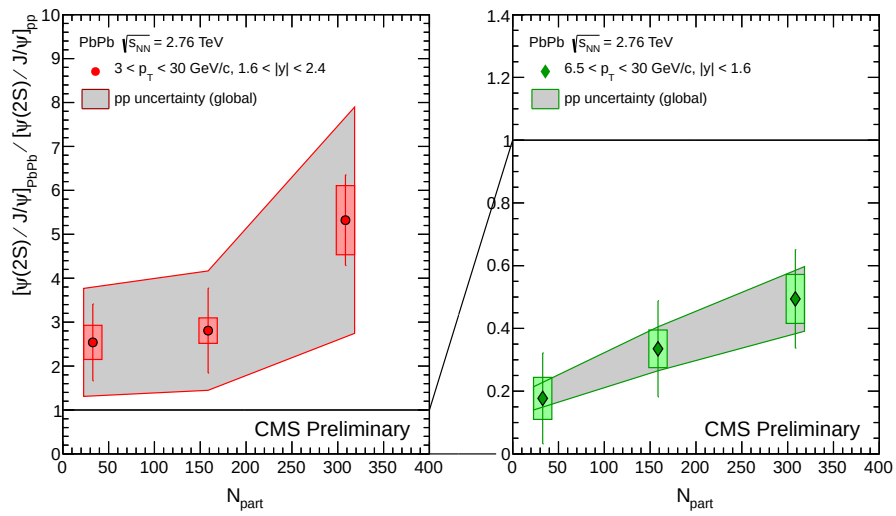


Рис. 69: Относительный выход $\psi(2S)/J/\psi$ в Pb–Pb столкновениях по сравнению с pp в зависимости от центральности Pb–Pb столкновения при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ. Рисунок из работы [237].

1.4 Свойства горячей кварковой материи

Значительные усилия экспериментаторов, проводивших эксперименты на ускорителе SPS и коллайдерах RHIC и LHC с одной стороны, и заметный прогресс в теоретическом описании процессов, происходящих в АА столкновениях, с другой стороны, позволили получить ряд важных физических результатов. Экспериментальные результаты, полученные на SPS, RHIC и LHC подтверждают и дополняют друг друга, давая согласованную картину.

- В результате столкновения ультрарелятивистских ядер образуется горячая материя с высокой плотностью энергии. Максимальная плотность энергии, достижимая в таких столкновениях, оценивается по числу заряженных частиц в единицу быстроты или по полной поперечной энергии в единицу быстроты. Для ускорителя SPS и коллайдеров RHIC и LHC эти оценки дают значения, намного превышающие оценку ~ 1 ГэВ/фм³, полученные в решеточной КХД, для плотности энергии, необходимой для формирования фазы деконфайнмента.
- Образовавшаяся горячая материя термализуется. Для оценки степени ее термализации используются спектры и быструтные распределения адронов. Экспериментальные данные показывают, что спектры согласуются с тепловым излучением сильно расширяющегося источника, а выходы адронов и особенно наблюдаемое увеличение числа странных адронов согласуются с предположениями о полном химическом равновесии.
- Термализация горячей материи происходит быстро, в течении ~ 1 фм/с. Только в этом случае возможно развитие эллиптического, треугольного и высших гармоник коллективного потока до величин, наблюдаемых в эксперименте. Другой аргумент, подтверждающий это наблюдение, это масштабирование величины эллиптического потока v_2 с эксцентриситетом АА столкновения.
- Горячая материя, образующаяся на раннем этапе столкновения, ведет себя как идеальная жидкость и демонстрирует минимальное значение поверхностной вязкости, что согласуется с предположением о сильном взаимодействии на начальном этапе столкновения и ранней термализацией. Только в этом случае удастся теоретически описать наблюдаемые величины коллективных потоков и интерферометрических радиусов.
- Партоны, даже очень жесткие, теряют энергию при прохождении горячей материи. Это проявляется как в подавлении выхода жестких адронов по сравнению с масштабированными данными pp столкновений, так и в прямых измерениях баланса энергий двух струй. Измерения в столкновениях pA и d–Au показали, что модификация начального состояния ядерных партонных распределений либо отсутствует, либо мала. Этот вывод подкрепляется результатами по выходу прямых быстрых фотонов и W, Z бозонов в АА столкновениях. Все эти наблюдения свидетельствуют о том, что в АА столкновениях при энергиях RHIC и LHC образуются весьма высокие плотности цветового заряда.
- Подавление выходов чармониев с ростом центральности столкновения при энергии SPS и последовательное “таяние” возбужденных состояний боттомония при энергиях LHC означают наличие Дебаевского экранирования в фазе деконфайнмента.
- Излучение прямых термальных фотонов означает образование горячей материи с высокой плотностью энергии. Теоретические анализы дают оценки температуры горячей области выше 200 МэВ на RHIC и 300 МэВ на LHC.

В заключение, следует отметить, что имеются убедительные свидетельства образования в столкновениях тяжелых ионов при энергиях SPS, RHIC и LHC состояния вещества, характеризующегося очень высокой плотностью энергии, плотностью неэкранированных цветных

зарядов в десять раз больше, чем в нуклоне, большим сечением взаимодействия составляющих частиц, сильным коллективным потоком и ранней термализацией. Измерения показывают, что эта материя изменяет процесс фрагментации струи и непрозрачна для жестких партонов настолько, что это не может быть объяснено каким-либо из известных адронных процессов. Это состояние вещества не описывается в терминах обычных цвето-нейтральных адронов, потому что не существует самосогласованной теории вещества, состоящего из обычных адронов при такой плотности энергии.

Эксперименты перешли от качественных измерений к последовательному исследованию зависимостей всех наблюдаемых от различных параметров, таких как энергия столкновения, центральность и даже специально подобранное начальное состояние столкновения. Отдельно стоит отметить поиски положения критической точки, которой оканчивается кривая фазового перехода первого порядка на фазовой диаграмме КХД. Такие поиски активно ведутся как на ускорителе SPS, так и на коллайдере RHIC путем варьирования энергии столкновения и типа сталкивающихся ядер и исследования нестатистических флуктуаций в наблюдаемых, таких как среднее распределение заряда и средний поперечный импульс. Однако до сих пор не удалось обнаружить указаний на рост флуктуаций для какой-либо конфигурации.

1.5 Актуальность работы

Исследование свойств сильно-взаимодействующей материи, образующейся в столкновениях тяжелых ионов сверхвысоких энергий, является одной из наиболее быстро развивающихся областей современной физики частиц. Решеточные расчеты КХД и модельные оценки предсказывают, что при превышении плотности энергии величины ~ 1 ГэВ/фм³ адронная материя переходит в новую форму, состоящую из квазисвободных кварков и глюонов, находящихся в состоянии деконфайнмента – кварк-глюонную материю. Необходимая плотность энергии может быть достигнута в столкновениях ядер сверхвысоких энергий, что позволяет экспериментально исследовать наличие и порядок фазового перехода от адронной к кварк-глюонной материи и свойства обеих фаз.

Экспериментальное изучение свойств горячей материи проводится на различных ускорителях уже более 40 лет, начиная с запуска тяжелоионной программы на ускорителе SPS в Европейской организации ядерных исследований (ЦЕРН), затем – на коллайдере RHIC в Брукхейвенской национальной лаборатории и на Большом адронном коллайдере (БАК) в ЦЕРН. В рамках тяжелоионной программы на ускорителе SPS изучались столкновения ядер при энергиях до $\sqrt{s_{NN}} = 17.2$ ГэВ. Ряд экспериментов на этом ускорителе получили результаты, указывающие на создание новой формы материи в таких столкновениях. Исследования были продолжены на коллайдере RHIC, где были достигнуты энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Спустя 4 года после запуска этого коллайдера все четыре эксперимента на RHIC – PHENIX, STAR, BRAHMS и PHOBOS – опубликовали статьи, где подтверждалось возникновение новой формы материи в таких столкновениях. Данные, полученные экспериментами ALICE, ATLAS и CMS на БАК, при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ и 5.02 ТэВ также подтвердили образование кварк-глюонной материи.

В столкновениях ядер сверхвысоких энергий высокая плотность энергии достигается на короткое время, затем горячая материя расширяется, остывает, переходит в обычную адронную материю и распадается на конечные адроны. Несмотря на то, что конечные адроны рождаются на последней стадии эволюции системы, они позволяют косвенно восстановить характеристики материи в горячей фазе столкновения, например, с помощью оценки величины коллективных потоков, оценки доли распавшихся кваркониев, величины потери энергии жестким партоном, проходящим сквозь горячую материю. Фотонные наблюдаемые позволяют существенно расширить доступную информацию. Длина свободного пробега фотона в горячей материи, образующейся в таких столкновениях, много больше ее характерных

размеров. Поэтому родившись, такие *прямые* фотоны будут вылетать без перерассеяния и доносить до детектора информацию о всех стадиях столкновения: прямые фотоны позволяют оценить максимальную температуру, достигнутую в столкновении и проследить развитие коллективных потоков. Бозе-Эйнштейновские корреляции прямых фотонов позволяют оценить пространственно-временные размеры горячей области.

Описание рождения прямых фотонов в ядро-ядерных (АА) столкновениях подразумевает вычисление эволюции горячей материи и пока невозможно из первых принципов. Для этого используются гидродинамические или транспортные модели. Постоянное увеличение количества и качества экспериментальных результатов позволяет постепенно уточнять описание эволюции горячей материи и сужать диапазон возможных моделей и уточнять параметры горячей кварк-глюонной материи.

Измерение выходов и корреляций прямых фотонов – одна из наиболее сложных экспериментальных задач. Это связано с тем, что прямые фотоны составляют всего несколько процентов от общего выхода фотонов. Поэтому в таких измерениях большое внимание уделяется уменьшению систематических погрешностей, в частности, развиваются методы, позволяющие избежать необходимость моделирования отклика детектора на различные адроны: известно, что стандартные методы Монте-Карло моделирования отклика калориметра на адроны сравнительно плохо описывают данные.

1.6 Практическая и теоретическая ценность работы

В диссертации, используя экспериментально измеренные спектры прямых фотонов, получены оценки максимальной температуры горячей материи, достигнутой в АА столкновениях при энергии ускорителя SPS, коллайдеров RHIC и БАК, получена теоретическая неопределенность этих оценок. Получены предсказания для спектров и коллективных потоков прямых фотонов в АА столкновениях при энергии коллайдера NICA, что позволит расширить физическую программу эксперимента MPD, планируемого на этом коллайдере. Теоретически обоснована возможность разделения Бозе-Эйнштейновских корреляций прямых и распадных фотонов, что позволило экспериментам WA98 и ALICE провести измерение корреляционных параметров.

В диссертации представлены результаты измерения спектра и величины коллективного потока прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии БАК. Эти результаты уникальны, поскольку позволяют уточнить параметры теоретических моделей, описывающих эволюцию горячей материи в ядро-ядерном столкновении, и подтверждают наличие “загадки коллективного потока прямых фотонов”, впервые обнаруженной при энергии RHIC.

Детальное описание методов работы с высокосегментированным электромагнитным калориметром, определенно, будет полезно физикам-экспериментаторам. Диссертация детально описывает методы отбора данных, калибровки, идентификации фотонов, что может быть полезно для будущих экспериментов, включающих фотонные наблюдаемые, начиная с измерения параметров прямых фотонов и заканчивая регистрацией электромагнитных распадов адронов. Материалы, представленные в диссертации предоставят основу для сравнения качества идентификации фотонов в будущих экспериментах.

1.7 Цель работы

Цель работы заключается в теоретическом и экспериментальном исследовании свойств горячей кварк-глюонной материи, образующейся в столкновениях ультрарелятивистских ядер, с помощью прямых фотонов.

Прямые фотоны были предложены Файнбергом в 1976 г. как один из перспективных сигналов образования кварк-глюонной плазмы. После публикации экспериментом WA98 в 2000

г. первых экспериментальных результатов по рождению прямых фотонов в ядро-ядерных столкновениях (столкновения Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 17.2$ ГэВ) был предпринят ряд теоретических попыток описать полученный спектр и извлечь информацию о свойствах материи на начальной стадии столкновения. Эти попытки показали, что результат существенно зависит от предположений о деталях эволюции горячей материи: различные вычисления приводили к оценкам максимальной начальной температуры, достигнутой в столкновении, отличающимся в несколько раз. Начальные наивные ожидания, что наклон спектра прямых фотонов будет равен максимальной температуре в столкновении не оправдались: значительное радиальное расширение горячей кварк-глюонной материи приводит к тому, что вклады поздних холодных, но быстро расширяющихся элементарных объемов горячей материи оказываются сравнимыми с вкладом максимально горячей области. В результате последующего теоретического анализа стало ясно, что для получения надежных оценок необходимо, чтобы модель эволюции воспроизводила как можно больше доступных адронных наблюдаемых, характеризующих горячий сгусток материи (“файербол”) на конечном этапе столкновения: спектры различных адронов, величины коллективных потоков и их зависимость от центральности столкновения.

Исследование корреляций прямых фотонов позволит получить больше информации об эволюции горячей материи. Так как прямые фотоны излучаются на всех стадиях столкновения, они позволяют исследовать на его ранних стадиях возникновение коллективного потока. При этом величина измеренного коллективного потока прямых фотонов примерно совпадает с величиной потока конечных адронов, но заметно превышает теоретические оценки. Эта загадка до сих пор не решена. Бозе-Эйнштейновские корреляции прямых фотонов позволяют изучать эволюцию пространственно-временных размеров горячей материи. Потенциально, это очень мощный инструмент исследования, но до сих пор находящийся в зачаточном состоянии. Одна из существенных трудностей в этом направлении заключается в том, что прямые фотоны составляют лишь несколько процентов от полного числа фотонов, и возможные корреляции распадных фотонов могут полностью замаскировать корреляции прямых фотонов. Мы выполнили теоретический анализ основных вкладов в корреляции распадных фотонов и показали, что они принципиально отличаются по форме от Бозе-Эйнштейновских корреляций прямых фотонов и могут быть отделены от них.

Эксперимент ALICE на БАК предназначен для всестороннего изучения ядро-ядерных столкновений при сверхвысоких энергиях. Эта установка, в частности, включает в себя прецизионный электромагнитный калориметр PHOS, основной задачей которого является измерение спектров и корреляций прямых фотонов. На примере анализа данных, полученных с помощью этого детектора, мы предложили ряд методов, позволяющих значительно уменьшить неопределенности в экспериментальном измерении прямых фотонов. В диссертации предложен ряд экспериментальных методов и подходов, позволяющих уменьшить неопределенности, связанные с Монте-Карло моделированием отклика детектора на адроны и фотоны.

1.8 Основные положения, выносимые на защиту

1. Оценка максимальной температуры ($T_{in} \sim 200 - 230$ МэВ), достигнутой в центральных столкновениях Pb–Pb при энергии SPS, $\sqrt{s_{NN}} = 17.2$ ГэВ.
2. Оценка максимальной температуры ($T_{in} \sim 600$ МэВ), достигнутой в центральных столкновениях Au–Au при энергии RHIC, $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ.
3. Метод оценки числа эффективных степеней свободы в уравнении состояния горячей материи с помощью корреляции множественности конечных адронов и максимальной температуры файербола, оцененной с помощью прямых фотонов.

4. Установлено, что максимальный параметр хаотичности в случае Бозе-Эйнштейнских корреляций фотонов равен $1/2$ и не зависит от их импульсов.
5. Показано, что Бозе-Эйнштейнские корреляции прямых фотонов могут быть разделены с остаточными корреляциями распадных фотонов.
6. Обнаружен уникальный для фотонов эффект уменьшения силы корреляции при усреднении многомерной Бозе-Эйнштейновской корреляционной функции до одномерной и установлено соотношение между параметрами этих корреляционных функций.
7. Предсказаны значения параметров Бозе-Эйнштейновской корреляционной функции прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии SPS и Au–Au при энергии RHIC.
8. Спектр прямых фотонов, измеренный в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ.
9. Величина коллективного потока прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ.

1.9 Научная новизна

На основе анализа спектров прямых фотонов получена оценка максимальной температуры, достигнутой в АА столкновениях при энергиях ускорителя SPS и коллайдера RHIC, и сделаны предсказания для энергий коллайдера БАК и коллайдера NICA.

Впервые было показано, что корреляция между наклоном спектра прямых фотонов и начальной температурой сохраняется после интегрирования по всему времени эволюции горячей материи, и она может быть использована для оценки числа эффективных степеней свободы и обнаружения фазового перехода в горячей материи.

Впервые методом внутренней конверсии измерен спектр прямых фотонов в области мягких поперечных импульсов ($p_T < 3$ ГэВ/с) в столкновениях d–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ.

Впервые измерены спектры прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии БАК, в частности, при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ, и обнаружен избыток термальных прямых фотонов также и при энергиях БАК.

Впервые измерена величина коллективного потока прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергиях БАК, в частности, $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ, и подтверждено, что, как и при энергии RHIC, эта величина близка к величине коллективного потока распадных фотонов.

1.10 Личный вклад автора

Автору принадлежит ведущая роль в разработке модели гидродинамической эволюции горячей материи для вычисления спектра и корреляций прямых термальных фотонов. Автор внес определяющий вклад в совместные работы с D. d’Enterria и F. Arleo и Д. Блау. Статьи, посвященные теоретическому анализу Бозе-Эйнштейнских корреляций прямых фотонов написаны без соавторов.

Автор лично анализировал данные, набранные экспериментом PHENIX в сеансе RHIC 2003 г. по d–Au столкновениям при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ, и получил предварительные оценки выхода прямых фотонов в этих столкновениях.

Автор диссертации был одним из основных разработчиков системы программного обеспечения по моделированию, реконструкции и анализу данных фотонного спектрометра PHOS

и вето-детектора заряженных частиц CPV эксперимента ALICE на Большом адронном коллайдере. Эта работа была проведена в 2000-2007 гг. совместно с коллегами из НИЦ “Курчатовский институт” - ИФВЭ, Лаборатории Субатех (Нант, Франция) и ЦЕРН (Женева, Швейцария). Автор лично участвовал в калибровке детектора PHOS по данным, набранному фотонным спектрометром PHOS с протонными пучками. Автор участвовал в анализе данных, набранных в первом сеансе БАК 2010-2013 гг. в Pb–Pb столкновениях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ, был включен коллаборацией в состав основных авторов, готовящих результаты измерений для публикаций. В список экспериментальных статей, в которых опубликованы результаты диссертации, включены только те работы, в которые автор сделал ключевой вклад.

1.11 Апробация диссертации

Результаты, приведенные в диссертации, докладывались на семинарах НИЦ “Курчатовский институт”, внутриколлаборационных совещаниях экспериментов ALICE, PHENIX и MPD, а также на международных конференциях: серии Кварковая Материя: 17-я Международная конференция по столкновениям ультрарелятивистских ионов Quark Matter 2004, Окленд, Калифорния, США, 2004 г.; 19-я Международная конференция по столкновениям ультрарелятивистских ионов Quark Matter 2006, Шанхай, Китай; 23-я Международная конференция по столкновениям ультрарелятивистских ионов Quark Matter 2012, Вашингтон, США, 2012 г.; Quark Matter 2015 — 25-я Международная конференция по ультрарелятивистским ядро-ядерным столкновениям, Кобе, 2015 г.; серии Hard Probes: Вторая международная конференция по жестким и электромагнитным пробам в столкновениях ядер высоких энергий Hard Probes 2006, Асиломар, Калифорния, США, 2006 г.; 4-я Международная конференция по жестким и электромагнитным пробам в столкновениях ядер высоких энергий Hard Probes 2010, Эйлат, Израиль, 2010 г.; 9-я Международная конференция по жестким и электромагнитным пробам ядерных в столкновениях ядер высоких Hard Probes 2018, Экс-ле-Бен, Франция; 12-я Международная конференция по жестким и электромагнитным пробам ядерных в столкновениях ядер высоких Hard Probes 2022, Нагасаки, Япония; Первом совещании по корреляциям и фемтоскопии WPCF 2005, Кромерж, Чешская Республика, 2005 г., Европейской конференции по физике высоких энергий EPS-HEP 2005, Лиссабон, Португалия 2005 г., Четвертом совещании по физике больших p_T на БАК HPT 2009, Прага, Чешская Республика, 2009 г., 30-м Международном совещании по физике высоких энергий IHEP 2014, Протвино, 2014 г., XX Международном семинаре по физике высоких энергий Quarks-2018, Валдай, Россия, 2018 г.; LXXII Международной конференции “Ядро-2022: Фундаментальные вопросы и приложения”, Москва, Россия.

1.12 Публикации

Вошедшие в диссертацию результаты опубликованы в 17 работах: [238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254]

2 Теоретический анализ рождения прямых фотонов в pp , pA и AA столкновениях

2.1 Классификация прямых фотонов

Длина свободного пробега фотона в горячем веществе при температуре $T \sim 200$ МэВ составляет порядка 500 фм – как для кварк-глюонной плазмы, так и для адронного газа. Таким образом, все фотоны, излученные на любой стадии столкновения, могут достичь детектора. Фотоны, рожденные в pp или AA столкновениях, принято классифицировать по типу процесса, в котором они родились. Так, фотоны, родившиеся в распадах конечных адронов, называются *распадными*. Как правило, такие фотоны доминируют вплоть до сравнительно высоких поперечных импульсов, см. рис. 70. Все остальные фотоны называются *прямыми*. При прохождении сталкивающихся ядер друг сквозь друга происходят жесткие столкновения партонов исходных ядер. Такие процессы приводят к рождению *быстрых* (*prompt*) прямых фотонов. Спектр таких фотонов имеет степенную зависимость от p_T и их относительный вклад растет с p_T . Если в столкновении образовалась горячая материя, то она, как и любое горячее тело, излучает *термальные* прямые фотоны. Термальные фотоны имеют приблизительно экспоненциальный спектр и могут давать заметный вклад при малых и средних p_T . Удобно также различать термальные фотоны, излученные кварк-глюонной плазмой и адронным газом. Наивно можно было бы ожидать, что из-за того, что КГП имеет более высокую температуру, но меньший пространственно-временной объем, фотоны из КГП будут иметь более жесткий спектр и будут давать основной вклад при сравнительно больших p_T – как показано на рис. 70. Однако как мы увидим ниже, учет радиального коллективного расшире-

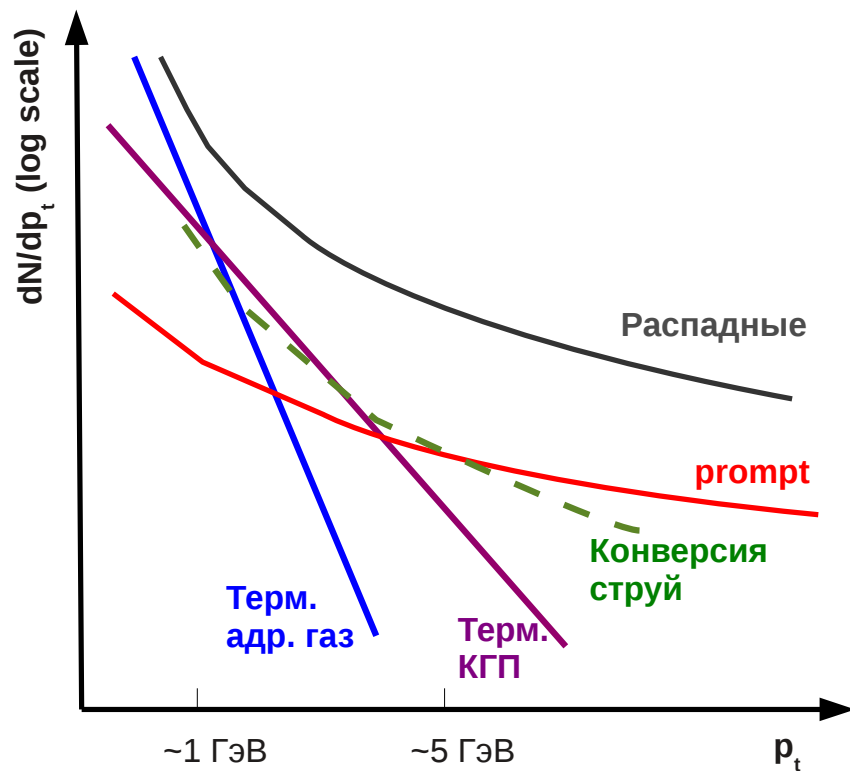


Рис. 70: Схематическое изображение относительных вкладов различных фотонных источников.

ния горячей материи приводит к близким наклонам спектров термальных фотонов из КГП и адронного газа. Наконец, при прохождении жесткого партона сквозь горячую материю он может конвертировать в фотон. Спектры таких фотонов, рожденных в конверсии струй будут иметь промежуточную форму между быстрыми и термальными фотонами.

В зависимости от того, в каком процессе родился фотон, он несет информацию о начальной стадии столкновения (быстрые фотоны), о температуре, коллективном потоке и пространственно-временных размерах горячей области (термальные фотоны), плотности цветowych зарядов (конверсия струй).

В дополнение к этой классификации также часто разделяют фотоны на изолированные и неизолированные. Изолированный фотон означает, что в некоторой его окрестности (типичное значение – конус с радиусом $R = \sqrt{(\phi - \phi_\gamma)^2 + (\eta - \eta_\gamma)^2} < 0.5$) отсутствуют жесткие адроны, то есть сумма энергий адронов в этом конусе меньше некоторого порога (как правило, около 10% от энергии фотона). Это условие, легко реализуемое в эксперименте, позволяет разделять фотоны по типу процесса, в котором он родился. Подробнее это разделение мы рассмотрим ниже.

Далее мы подробно рассмотрим подходы к вычислению вкладов *быстрых* прямых фотонов (глава 2.2), термальных фотонов из адронного газа (глава 2.3.1) и КГП (глава 2.3.2), фотонов от конверсии струй (глава 2.3.3). Затем мы опишем модель эволюции горячей материи (глава 2.4) и приведем ее предсказания для энергий NICA (глава 2.5.1), SPS (глава 2.5.2), RHIC (глава 2.5.3) и LHC (глава 2.5.4) и сравним полученные предсказания с результатами других моделей. В главе 2.5.5 обсуждается возможность прямой оценки начальной температуры по спектру прямых фотонов. В главе 2.5.6 оценивается возможность измерения уравнения состояния кварк-глюонной материи по корреляции множественности конечных адронов и наклона спектра прямых фотонов. В главе 2.6 мы рассматриваем коллективные потоки прямых фотонов. Наконец, в главе 2.7 мы рассматриваем параметры Бозе-Эйнштейновских корреляций прямых фотонов.

2.2 Вычисление спектра быстрых прямых фотонов

Рождение прямых фотонов в pp столкновениях изначально рассматривалось как один из самых чистых тестов КХД. Предполагалось, что фотон рождается в точечном взаимодействии кварков и вылетает без взаимодействия в конечном состоянии, так что сечение рождения фотонов может быть посчитано из первых принципов. Однако в реальности процесс оказался заметно сложнее, и вплоть до начала 2000 годов имелось заметное расхождение между предсказаниями КХД и экспериментальными данными. Сейчас разработано несколько альтернативных подходов к описанию рождения фотонов в pp и p $\bar{p}$ столкновениях: традиционный подход в рамках пертурбативной КХД, подход цветowych диполей и различные феноменологические параметризации или масштабирования. Мы подробно рассмотрим вычисление спектра прямых фотонов в рамках пертурбативной КХД и кратко остановимся на других подходах.

2.2.1 Вычисления в рамках пертурбативной КХД

Наиболее полный обзор результатов, полученных в рамках стандартного КХД подхода, был сделан P.Aurenche с соавторами в работах [255] и [190].

Схематично, рождение быстрого фотона может происходить с помощью двух механизмов. В первом, который принято называть прямым (D), фотон ведет себя как высокоэнергетичный бесцветный партон, то есть участвует в жестком подпроцессе и может быть отделен от адронного окружения. Во втором механизме, который обычно называют фрагментационным (F), фотон ведет себя как (аномальный) адрон, то есть получается в результате коллинеарной фрагментации цветного жесткого партона и, скорее всего, сопровождается адронами, –

если только фотон не уносит практически весь импульс фрагментирующего партона, что обычно имеет место в экспериментах с фиксированной мишенью.

С технической точки зрения механизм (F) появляется при вычислении высших поправок к процессам (D) при разложении по степеням α_s . В высших порядках коллинеарные расходимости появляются в каждом процессе, в котором жесткий партон типа k (кварк или глюон) совершает ряд последовательных делений на коллинеарные дочерние партоны, оканчивающийся появлением фотона. В соответствии с факторизационной теоремой, в любом порядке по α_s эти расходимости можно свести в функцию фрагментации (FF) партона в фотон $D_{\gamma/k}(z, \mu_F)$, которая будет определена в какой-то произвольной фрагментационной схеме и произвольном масштабе μ_F . Точечное взаимодействие фотона с кварком ответственно за хорошо известное аномальное поведение $D_{\gamma/k}(z, \mu_F)$, которое оказывается порядка $\alpha_{\text{em}} \alpha_s^{-1}(\mu_F)$, если масштаб фрагментации μ_F , который обычно выбирается порядка жесткого импульса в процессе, велик по сравнению с $\mathcal{O}(1)$ ГэВ. Если объединить Борновские члены с той частью высших поправок, в которых коллинеарные расходимости в конечной части были вычтены в соответствии с модифицированной схемой минимального вычитания $\overline{\text{MS}}$, то получится вклад (D). Вклад (F) будет содержать вклады фрагментации какого-либо партона в фотон в той же $\overline{\text{MS}}$ схеме. Учитывая 2 первых порядка разложения, сечения рождения фотонов можно записать следующим образом (η – псевдобыстрота фотона)

$$\frac{d\sigma}{d\vec{p}_T d\eta} = \frac{d\sigma^{(D)}}{d\vec{p}_T d\eta} + \frac{d\sigma^{(F)}}{d\vec{p}_T d\eta} \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{(D)}}{d\vec{p}_T d\eta} = & \sum_{i,j=q,\bar{q},g} \int dx_1 dx_2 F_{i/h_1}(x_1, \mu_P) F_{j/h_2}(x_2, \mu_P) \\ & \frac{\alpha_s(\mu_R)}{2\pi} \left(\frac{d\hat{\sigma}_{ij}}{d\vec{p}_T d\eta} + \frac{\alpha_s(\mu_R)}{2\pi} K_{ij}^{(D)}(\mu_R, \mu_P, \mu_F) \right) \end{aligned} \quad (20)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{(F)}}{d\vec{p}_T d\eta} = & \sum_{i,j,k=q,\bar{q},g} \int dx_1 dx_2 \frac{dz}{z^2} F_{i/h_1}(x_1, \mu_P) F_{j/h_2}(x_2, \mu_P) D_{\gamma/k}(z, \mu_F) \\ & \left(\frac{\alpha_s(\mu_R)}{2\pi} \right)^2 \left(\frac{d\hat{\sigma}_{ij}^k}{d\vec{p}_T d\eta} + \frac{\alpha_s(\mu_R)}{2\pi} K_{ij,k}^{(F)}(\mu_R, \mu_P, \mu_F) \right) \end{aligned} \quad (21)$$

где $F_{i/h_{1,2}}(x, \mu_P)$ – партонные функции распределения партона (PDF) типа i с долей импульса x в налетающих адронах $h_{1,2}$, и масштабом факторизации μ_P ; $\alpha_s(\mu_R)$ – постоянная сильного взаимодействия, определенная в схеме $\overline{\text{MS}}$ нормализации с масштабом ренормализации μ_R . Зафиксировав $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$, например, из глубоко неупругого взаимодействия, мы получим выражение для $\alpha_s(\mu_R)$ во втором порядке. Поправки второго порядка к членам (D) и (F), $K_{ij}^{(D)}$ и $K_{ij,k}^{(F)}$ были вычислены соответственно в работах [256, 257, 192] и [258, 259]. PDF и FF также должны быть вычислены с точностью до второго порядка, – например, с помощью фитирования данных по глубоко неупругому рассеянию.

Выражение для (D) во втором порядке теории возмущений было известно уже давно [256, 257]. Результат был доступен в виде компьютерного кода, способного вычислять сечение. Затем этот же результат был дополнен вкладом (F) в лидирующем порядке и оформлен в виде Монте-Карло генератора [260]. Вычисление вклада (F) во втором порядке было сделано в несколько приемов [256, 257, 192]. К настоящему времени оба вклада (D) и (F) известны с точностью до второго порядка включительно и реализованы как в виде кода для вычисления сечения, так и в виде Монте-Карло генератора [261].

Затем, с точностью до следующего за лидирующими логарифмического приближения, включая ресуммирование членов, которые становятся логарифмически большими на границе фазового пространства ($x_T = 2p_T/\sqrt{s} \rightarrow 1$), были получены выражения сначала для процессов (D) [262, 263, 264, 265, 266], и затем и (F) [267]. Это ресуммирование было выполнено только для инклюзивных p_T распределений, проинтегрированных по всем быструтам. Вклад этого ресуммирования заметен вплоть до $x_T \geq 10^{-1}$ и, таким образом, покрывает диапазон экспериментов с фиксированной мишенью. Ресуммированные результаты показывают значительно меньшую зависимость от выбора масштабов μ_R и μ_F , чем просто вычисления во втором порядке. Для случая экспериментов с фиксированной мишенью результаты, полученные во втором порядке, приблизительно согласуются с предсказаниями, полученными с точностью до следующего за лидирующими логарифмического приближения, при выборе μ_R и μ_F порядка $\sim p_T/2$. Для коллайдерных экспериментов, покрывающих область $x_T \sim 10^{-2} - 10^{-1}$, эти ресуммирования не так важны. Влияние ресуммирования на логарифмически большие вклады может быть значительным при еще меньших $x_T \lesssim 10^{-3}$, однако до сих пор такое ресуммирование для прямых фотонов не изучалось.

Позже совместное ресуммирование пороговых эффектов и эффектов отдачи вследствие многоглюонного излучения было выполнено в работе [268]. Вклад эффектов отдачи логарифмически усиливается в каждом порядке разложения q_T распределения пары γ -струи по α_s . Однако это логарифмическое усиление размывается интегрированием по параметрам струи при переходе к инклюзивному спектру фотонов. Это совместное ресуммирование подтвердило, что такое заключение, сделанное в каждом порядке, также справедливо и для полного ресуммированного результата во всех порядках, в случае, если ресуммирование выполнено до интегрирования по струе отдачи, оставляя только неусиленные вклады, чье влияние остается малым. Это совместное ресуммирование позволяет описать непертурбативные эффекты, связанными с k_T -размытием, которое не удастся описать в вычислениях конечного порядка, но феноменологическую параметризацию которого приходилось вводить для достижения согласия с экспериментальными данными.

Изолированные фотоны Вклад фрагментационной части (21) составляет несколько десятков процентов в ускорительных экспериментах, но становится доминирующим при высоких энергиях, по крайней мере в области малых p_T . Однако, как правило, коллайдерные эксперименты не измеряют выход прямых фотонов, вместо этого измеряется выход *изолированных* фотонов. Наиболее распространен калориметрический (конусный) критерий, достоинство которого в том, что он может быть наложен и на уровне партонов: в конусе вокруг фотона, определенного в направлении псевдобыстроты η азимутального угла ϕ ,

$$(\eta - \eta_\gamma)^2 + (\phi - \phi_\gamma)^2 \leq R^2 \quad (22)$$

полная поперечная адронная энергия $E_{T \text{ had}}$ должна быть меньше некоторого значения:

$$E_{T \text{ had}} \leq E_{T \text{ max}} \quad (23)$$

$R \sim 0.5$ и $E_{T \text{ max}} \sim 2$ ГэВ выбираются каждым экспериментом исходя из его особенностей. $E_{T \text{ max}}$ может быть как фиксированной, так и заданной долей ϵ_h фотонного импульса p_T .

Было доказано, что сечение рождения таких изолированных фотонов удовлетворяет свойству факторизации и конечно во всех порядках теории возмущений для ненулевых R и $E_{T \text{ max}}$ [269]. Критерии изоляции (22, 23) также уменьшают вклад (F), хотя и не убирают его полностью: выживает часть с $z \geq (1 + \epsilon_h)^{-1}$, которая включает те же фрагментационные функции $D_{\gamma/k}(z, \mu_F)$, что и в оставшемся изолированном слагаемом. Зависимость от изоляционных параметров R и $E_{T \text{ max}}$ последовательно включается в выражение, описывающее жесткие подпроцессы. При энергиях коллайдеров RHIC и LHC средние значения $\langle z \rangle$ для неизолрированных фотонов из фрагментации намного меньше чем $(1 + \epsilon_h)^{-1}$, так что вклад (F) заметно

подавляется изолирующими условиями. Необходимо подчеркнуть, что $E_{T \max}$ должно быть больше нуля, иначе вычисление сечения содержит инфракрасную расходимость в каждом порядке теории возмущений, так как вклад (D) содержит член $\sim \alpha_s R^2 \log(p_T/E_{T \max})$ [269].

Отметим, что экспериментально измеряемые сечения рождения изолированных фотонов не могут быть связаны с сечениями, вычисленными на Борновском уровне, без учета вклада фрагментации (вклад D, см. уравнение (20)). Кроме остатка фрагментационного вклада, полученного при $(z \geq (1 + \epsilon_h)^{-1})$, поправки высших порядков, возникающие от неколлинеарных фрагментационных процессов также дают вклад в изолированное сечение. Такие вклады могут быть важны в некоторых кинематических областях, так как они соответствуют новым жестким процессам, запрещенным в низших порядках, например, большие члены, включающие вклад трехглюонной вершины возможны в высших порядках, но запрещены в низшем.

На рисунке 71 показано детальное сравнение вычислений, сделанных во втором порядке теории возмущений, и данных [190]. Вычисления сделаны с функцией распределения партонов CTEQ6M [270], $\alpha_s(M_Z) = 0.118$ и фрагментационными функциями партонов в фотон семейства BFGW (set II) [271]. Все масштабы μ_R , μ_F и μ_{frag} приняты равными друг другу, и их значение обозначено μ . Везде использовалась схема $\overline{MS}$.

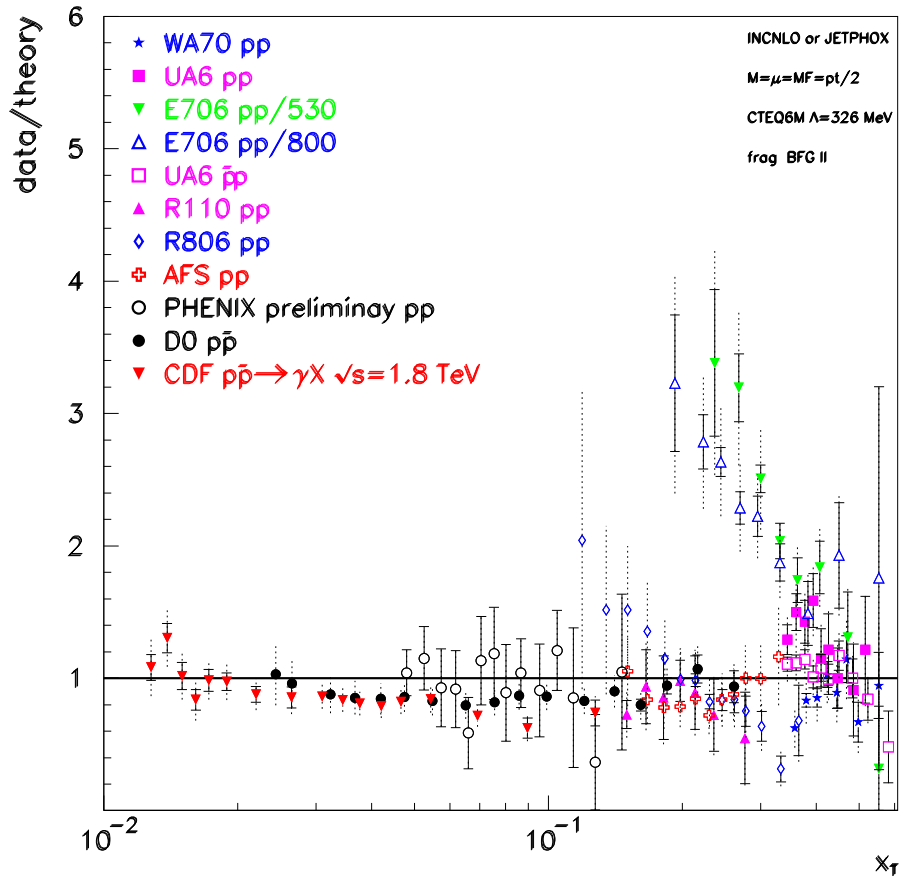


Рис. 71: Отношение данных к теоретическим предсказаниям для коллайдерных и ускорительных экспериментов. Для эксперимента PHENIX и других при более низких энергиях использовались сечения рассеяния инклюзивных прямых фотонов, а для CDF и D0 – изолированных фотонов. Рисунок из работы [190].

Для сравнения использовались данные по рождению инклюзивных прямых фотонов в столкновениях pp и $p\bar{p}$, полученные в экспериментах с фиксированной мишенью WA70 ($\sqrt{s} = 23$ ГэВ) [272], UA6 ($\sqrt{s} = 24.3$ ГэВ) [273], E706 ($\sqrt{s} = 31.6$ ГэВ и 38.8 ГэВ) [274], экспериментах на ISR ($\sqrt{s} = 63$ ГэВ) R110 [275], R806 [276], AFS [277] и данные по рождению изолированных фотонов экспериментов CDF и D0 при $\sqrt{s} = 1.8$ ТэВ [278, 279]. Как видно из рисунка 71, во всем диапазоне x_T данные согласуются с вычислениями за исключением данных эксперимента E706. Стоит отметить хорошее согласие с результатами PHENIX. Если отвлечься от данных E706, не остается никаких систематических отличий данных и теоретических предсказаний.

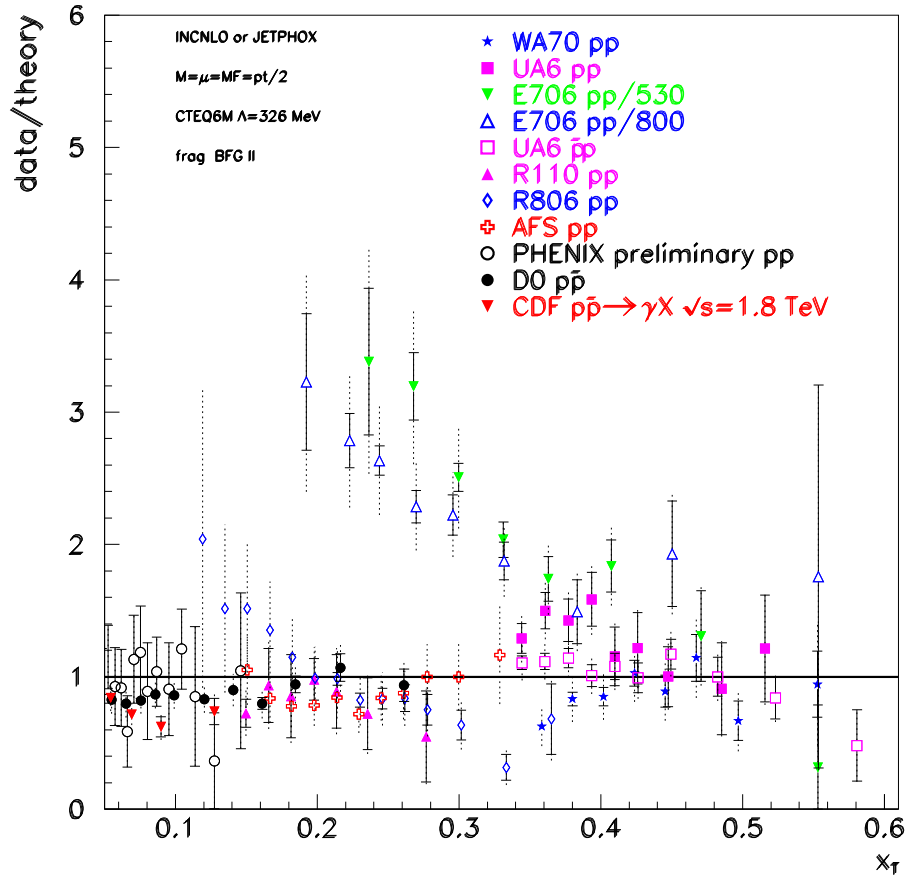


Рис. 72: То же, что и рис. 71, но в линейном масштабе по x_T .

На рис. 72 показано то же сравнение в линейном масштабе по x_T для улучшения видимости коллайдерных данных. Диапазон $x_T = 0.15 - 0.3$ хорошо описывается для всех данных, начиная с Тэватрона ($\sqrt{s} = 1.96$ ТэВ) до ISR ($\sqrt{s} = 63$ ГэВ). Расхождение с результатами E706 не может быть объяснено “низкой” энергией столкновения в эксперименте E706 ($\sqrt{s} = 31.6, 38.8$ ГэВ), так как эксперименты WA70 и UA6 с фиксированной мишенью и еще более низкой энергией $\sqrt{s} = 23$ и 24.3 ГэВ соответственно (и более высокими x_T) хорошо описываются теорией. По-видимому, расхождение связано с качеством экспериментальных данных.

Таким образом, рождение прямых фотонов в pp столкновениях хорошо описывается в данном подходе. При изменении энергии столкновения $\sqrt{s}$ на два порядка согласие между данными и расчетами остается очень хорошим, особенно если принять во внимание изменение величины сечения на 9 порядков.

2.2.2 Феноменологические параметризации

x_T -scaling. В работе [280] было предложено феноменологическое масштабирование спектров прямых фотонов в pp и $p\bar{p}$ столкновениях. Идея заключалась в том, что в первом приближении (учитывая только эффект Комптона и аннигиляцию кварков) и для безмассовых кварков сечение рождения фотонов будет $E d^3\sigma/dp^3 = F(x_T, \theta)/p_T^n$, где $n = 4$. Учет высших поправок как в сечении, так и в функции распределения импульсов в протоне приводит к более сложной зависимости и значениям $n > 4$. Была предложена параметризация доступных тогда данных для малых и больших x_T (сечения в пБн, энергии в ГэВ):

$$\left(E \frac{d^3\sigma}{dp^3}\right)_{y=0} = 6495 \times \frac{\sqrt{s}}{p_T^5}, \quad x_T < 0.1 \quad (24)$$

$$\left(E \frac{d^3\sigma}{dp^3}\right)_{y=0} = 574.6 \times \frac{(\sqrt{s})^{3.3}}{p_T^{9.14}}, \quad x_T > 0.1 \quad (25)$$

В области $x_T < 0.1$ показатель n оказывается близок к $n = 4$, что говорит о малости поправок высших порядков в этой области. В случае $x_T > 0.1$ показатель оказывается равным $n = 5.8$, что означает заметные вклады высших порядков теории возмущений и объясняет изменение вида параметризации в этом кинематическом диапазоне.

Позднее была составлена компиляция имеющихся данных, масштабированных по аналогичной формуле, см. названия осей на рис. 73.

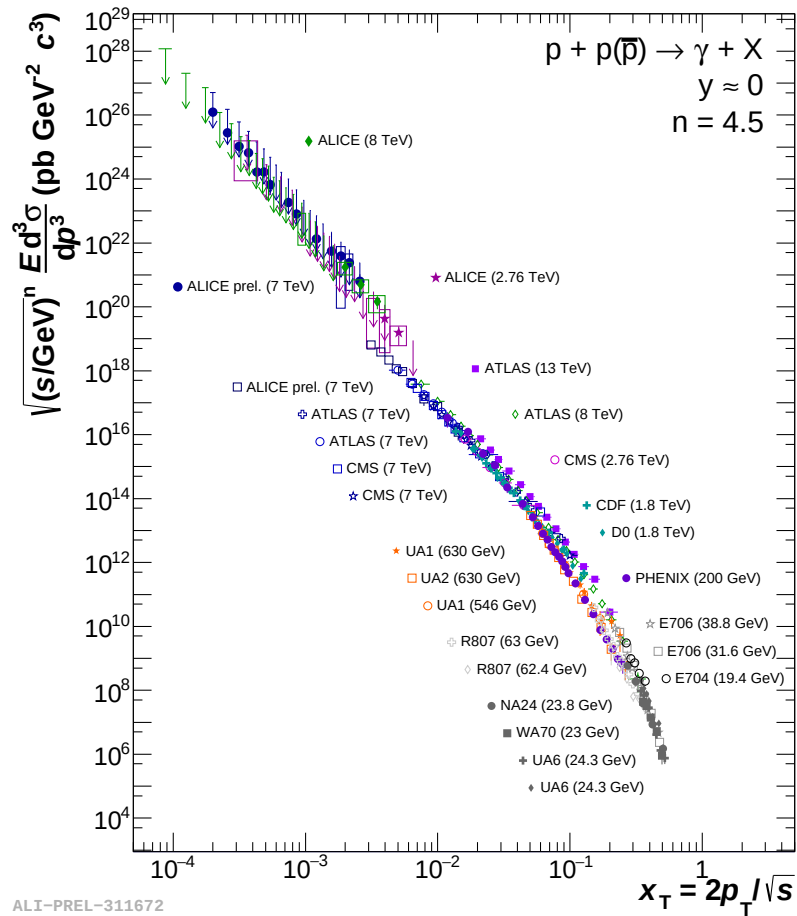


Рис. 73: Сравнение спектров прямых и изолированных фотонов, измеренных в pp и $p\bar{p}$ столкновениях, и масштабированных с параметром $n = 4.5$. Рисунок из работы [281].

Z-скейлинг был разработан в ряде работ [282, 283, 284] и применялся как к рождению адронов, так и прямых фотонов в pp , $p\bar{p}$ и pA столкновениях. Идея заключается в поиске автомодельного решения и сведению зависимости сечения рождения от энергии столкновения, полярного угла и поперечного импульса к зависимости от одной переменной z . Формально эта переменная определяется как комбинация

$$z = \frac{\sqrt{s_x}}{\Delta M \cdot dN(\eta = 0)/d\eta}, \quad (26)$$

где $\sqrt{s_x} = \sqrt{x_1 P_1 + x_2 P_2}$ – энергии столкновения, в которой P_1, P_2 – импульсы сталкивающихся адронов и x_1, x_2 – доли импульсов, минимизирующих $\sqrt{s_x}$, $dN(\eta = 0)/d\eta$ множественность рожденных частиц в области центральных быстрот и $\Delta M = 2M - m_1 - (x_1 M + x_2 M + m_2)$ – “энергия, доступная для реакции”; M – масса сталкивающихся адронов и m_1, m_2 – массы конечных частиц. Качественно переменная z интерпретируется как параметр адронизации, характерная длина струны.

Параметризация сечения в зависимости от переменной z показывает универсальность зависимости от энергии столкновения, угла вылета частиц и даже от атомного номера ядра в случае pA столкновения [283]. На рис. 74 в качестве примера показана зависимость от энергии столкновения. Как видно, сечение рождения фотонов, выраженное через переменную z , действительно описывается в пределах ошибок универсальной зависимостью для всех приведенных данных.

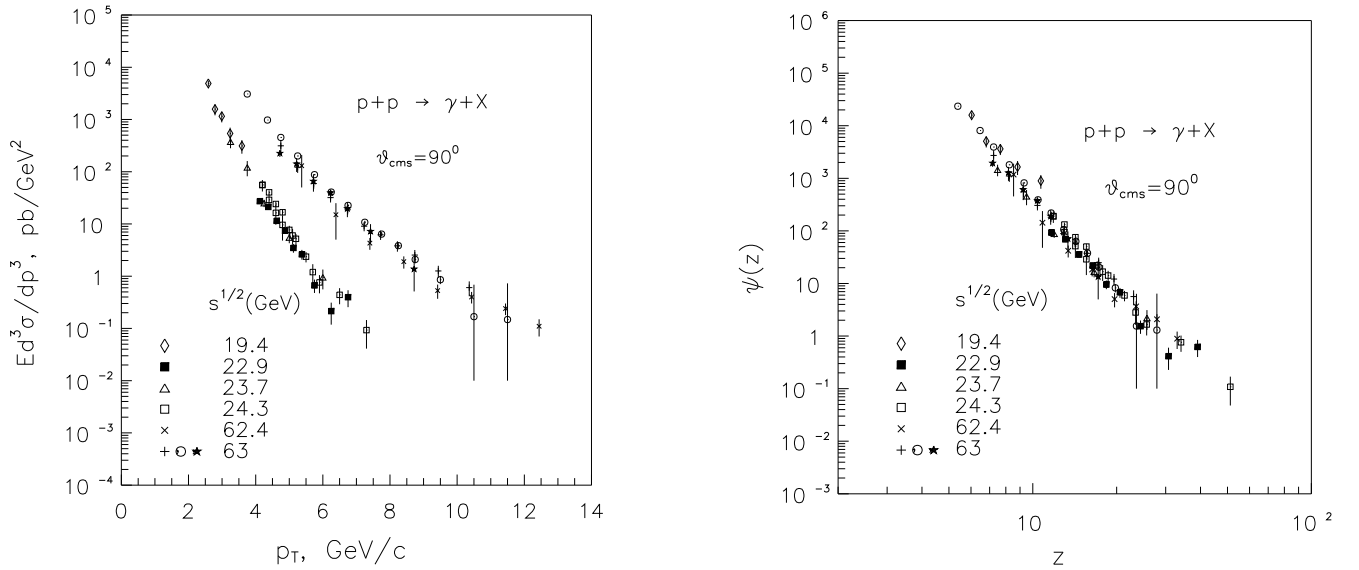


Рис. 74: Слева – сечение рождения прямых фотонов в pp столкновениях при нескольких значениях энергии в системе центра масс. Справа – соответствующие функции $\psi(z)$. Рисунок из работы [283].

2.2.3 Рождение прямых фотонов в рА и АА столкновениях

Недавние глобальные анализы ядерных функций распределения (nPDF) [285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292] показали, что для ядерных столкновений, по-видимому, также справедлива факторизационная теорема, работающая для адронных столкновений: структурные функции в ядерных глубоко неупругих столкновениях, так же как и результаты по рождению адронов и Дрелл-Яновскому рождению дилептонов в протон- или дейтрон-ядерных реакциях при высоких энергиях согласуются с универсальными, не зависящими от процесса, ядерными модификациями функций распределения PDF [290, 291]. Удобно определить ядерную функцию модификации $R_i^A(x, Q^2)$ как

$$R_i^A(x, Q^2) \equiv \frac{f_i^{p/A}(x, Q^2)}{f_i^p(x, Q^2)}. \quad (27)$$

Эта функция для глюонной PDF показана на рис. 75. Хорошо известно, что она имеет богатую структуру: подавление при малых $x \lesssim 10^{-2}$, известное как затенение; антизатенение в области $x \sim 10^{-1}$; при $x \gtrsim 0.3$ отношение опять становится меньше единицы (эффект ЕМС) и, наконец, вырастает выше единицы вблизи $x = 1$, что объясняется Ферми-движением в ядрах.

Неопределенности в оценке этих модификаций все еще значительны, особенно для глюонных функций при малых Q^2 , как можно видеть на рис. 75 (слева) по полосе неопределенности для параметризации EPS09 R_g^{Pb} при $Q^2 = 1.69 \text{ ГэВ}^2$. При малых x эти неопределенности, однако, уменьшаются с ростом Q^2 , как показано на рис. 75.

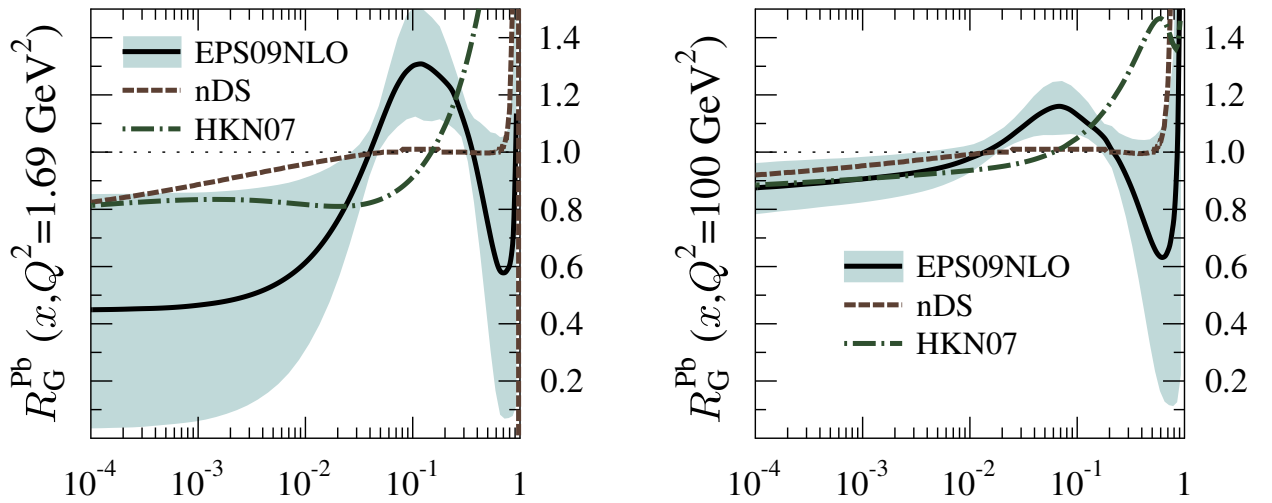


Рис. 75: Изменение глюонной PDF в ядре ^{208}Pb по сравнению со свободным протоном при $Q^2 = 1.69 \text{ ГэВ}^2$ (слева) и $Q^2 = 100 \text{ ГэВ}^2$ (справа) в параметризации EPS09 (показана также ее неопределенность), nDS и HKN. Рисунок из работы [293].

При сравнении спектров прямых фотонов в рА столкновениях обычно используют фактор ядерной модификации. Например, для случая d–Au столкновения, он определяется как

$$R_{d\text{Au}}^\gamma \equiv \frac{d\sigma/dp_T (d + \text{Au} \rightarrow \gamma + X)}{2 \times 197 \times d\sigma/dp_T (p + p \rightarrow \gamma + X)}. \quad (28)$$

Заметим, что фактор ядерной модификации (28) будет отличаться от единицы даже в случае отсутствия ядерной модификации PDF. Причина в изоспиновом эффекте, так как плотность u кварков в дейтроне меньше, чем в протоне из-за присутствия нейтрона [294]. Эти поправки

заметны там, где дают вклад валентные кварки, то есть при больших x_1 или x_2 и, следовательно, больших p_T . В других процессах, не включающих электромагнитное взаимодействие (рождение адронов и. т. д.), не ожидается заметных изоспиновых эффектов.

Предсказания для коэффициента подавления R_{dAu}^γ при $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ ГэВ показаны на рис. 76, слева. Центральное значение предсказания EPS09 показано пунктирной черной кривой, а голубая полоса соответствует его неопределенности. Предсказания nDS (HKN) показаны точечной коричневой (точечно-пунктирной зеленой) кривой соответственно. Для отделения ядерных эффектов от изоспинового эффекта красная кривая показывает вычисления, выполненные без учета ядерной модификации PDF. Ее также можно использовать как референсную при сравнении различных nPDF наборов. Относительная разница между EPS09 и референсной (красной) кривой примерно повторяет форму ядерной модификации на рис. 75. Ниже $p_T \lesssim 10$ ГэВ/с сечение рождения фотонов чувствительно к поправкам на антизатенение ($x_2 \sim 2p_T/\sqrt{s_{\text{NN}}} \simeq 0.1$), а при больших p_T оно подавлено из-за эффекта EMC.

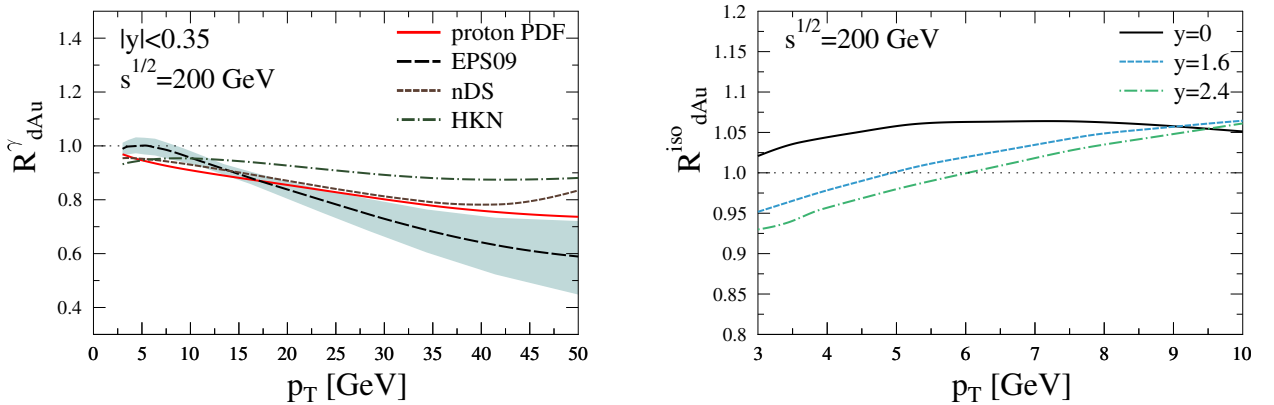


Рис. 76: Слева – фактор ядерной модификации R_{dAu}^γ спектра прямых фотонов $|y| \leq 0.35$ в столкновениях d–Au при $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ ГэВ, вычисленный на основе EPS09 nPDF, в сравнении с nDS и HKN параметризациями. Справа – двойное отношение $R_{\text{dAu}}^{\text{iso}} \equiv R_{\text{dAu}}^\gamma(\text{EPS09})/R_{\text{dAu}}^\gamma$ (протонные PDF). Рисунок из работы [293].

В случае столкновения p–Pb фактор ядерной модификации для быстрых прямых фотонов имеет вид:

$$R_{\text{p-Pb}}^\gamma \equiv \frac{d\sigma/dp_T (p + \text{Pb} \rightarrow \gamma + X)}{208 \times d\sigma/dp_T (p + p \rightarrow \gamma + X)}. \quad (29)$$

Результаты вычислений для области центральных быстрот показаны на рис. 77. Из-за большей энергии столкновения, $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 8.8$ ТэВ, типичные значения $x_2 \propto 1/\sqrt{s_{\text{NN}}}$, соответствующие ядерной мишени, значительно меньше, чем на RHIC. Как и ожидалось, разница в результатах, полученных с разными наборами nPDF стала более заметной: с параметризацией EPS09 (голубая полоса), сечение рождения быстрых прямых фотонов увеличено по сравнению с изоспиновым эффектом (сплошная красная полоса) выше $p_T = 20\text{--}40$ ГэВ/с благодаря антизатенению. Переход от затенения к антизатенению происходит при $p_T \gtrsim 120$ ГэВ/с, если используется параметризация nDS (коричневая пунктирная) или HKN (зеленая точечно-пунктирная линия) nPDF. Эффект EMC, появляющийся при $x_2 \gtrsim 0.1$ и доступный на RHIC, проявляется на LHC только при очень больших $p_T \gtrsim 500$ ГэВ при $y = 0$, или при отрицательных быструтах, например, $y < -2.2$ для $p_T = 50$ ГэВ/с.

Пользуясь этой техникой, можно вычислить спектр быстрых прямых фотонов в АА столкновениях. Очевидно, что ядерные поправки будут намного более значительными в ядро-ядерных столкновениях, чем в протон-ядерных столкновениях, грубо $R_{\text{AA}} \sim R_{pA}^2 \sim (R_g^A)^2$ в АА столкновениях без отбора по центральности.

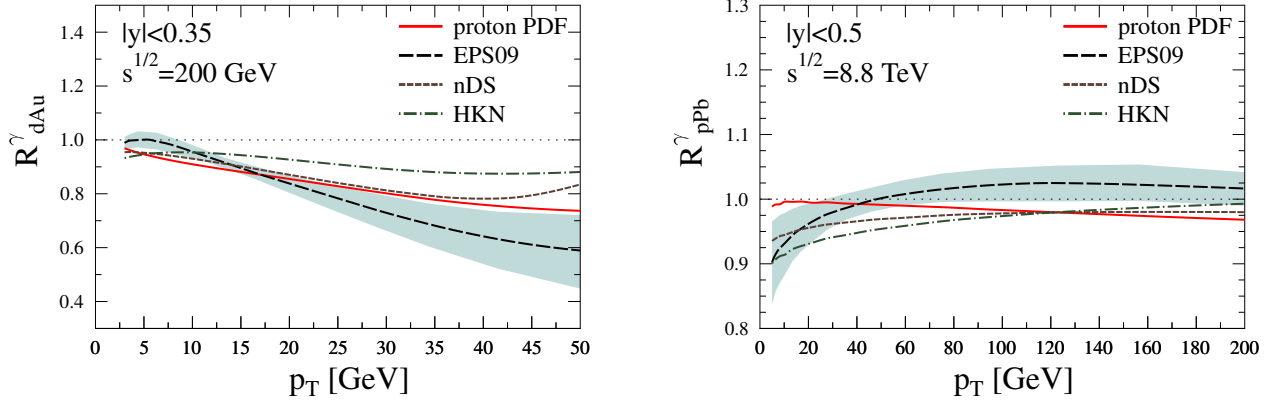


Рис. 77: Слева – фактор ядерной модификации R_{dAu}^γ сечения рождения прямых фотонов при $|y| \leq 0.35$ в столкновениях d–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ, полученный с использованием EPS09 nPDF, по сравнению с (i) nDS и HKN наборами. Справа – то же, для столкновения p–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 8.8$ ТэВ. Рисунок из работы [293].

Величина подавления в столкновениях Au–Au на RHIC (слева) и Pb–Pb на LHC (справа) показаны на рис. 78. Как ожидалось, формы отклонений в pA и AA столкновениях похожи, но ядерные эффекты в AA столкновениях сильнее. Кроме того, в AA столкновениях поправки могут быть еще более существенными в центральных столкновениях по сравнению с усредненными по всем центральностям из-за возможной пространственной зависимости отклонения nPDF.

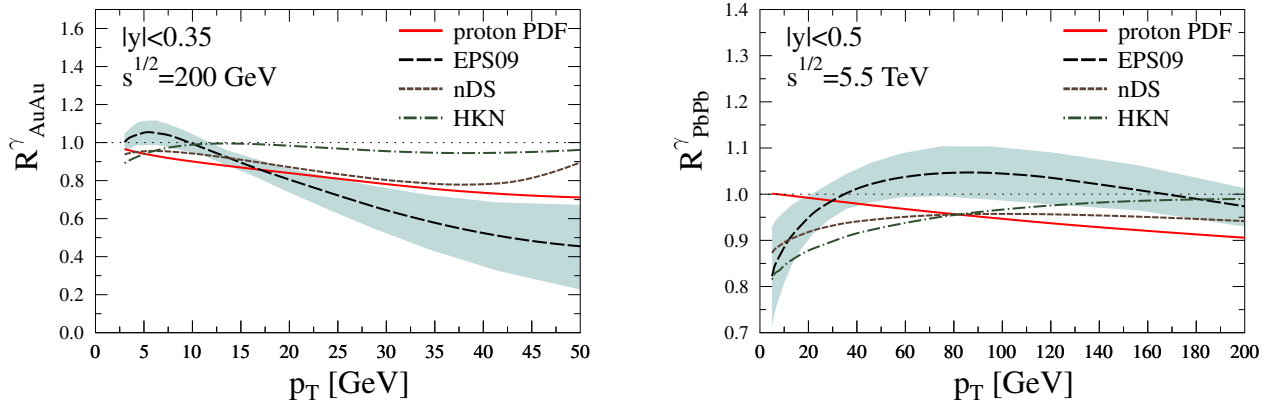


Рис. 78: Слева – отношение R_{AuAu}^γ сечения рождения быстрых прямых фотонов в столкновениях Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ ($|y| \leq 0.35$), используя EPS09, nDS и HKN ядерные плотности партонов. Справа – то же для Pb–Pb столкновений при $\sqrt{s_{NN}} = 5.5$ ТэВ ($|y| \leq 0.5$). Рисунок из работы [293].

Кроме того, есть еще ряд эффектов, которые могут изменить выход быстрых прямых фотонов при наличии плотной материи в ядро-ядерном столкновении. С одной стороны, многократное рассеяние на партонах может увеличить выход фотонов посредством конверсии струя-фотон [295] или в результате тормозного излучения на партонах вещества [296]. С другой стороны, выход фотонов может быть подавлен из-за потерь энергии партоном во фрагментационной компоненте, – как это происходит в выходе жестких адронов [294]. Для оценки этих эффектов необходима достаточно детальная модель.

2.3 Скорость излучения термальных фотонов

2.3.1 Скорость излучения термальных фотонов в адронном газе

Так как задача об излучении фотонов адронным газом является релятивистской и непертурбативной, то используются эффективные теории для описания динамики адронов. Обычно начинают с эффективного лагранжиана с достаточно большим числом ароматов, чтобы включить легкие и наиболее важные тяжелые адроны. Как правило, основной вклад дают пионы, затем ρ и более тяжелые адроны, число которых подавлено за счет увеличения массы. Также нужно учитывать число (изо-)спиновых состояний.

Эта стратегия была использована в одной из первых работ на эту тему [297]. Динамика описывалась с помощью лагранжиана

$$L = \frac{1}{2}|D_\mu \Phi|^2 - m_\pi^2 |\Phi|^2 - \frac{1}{4}\rho_{\mu\nu}\rho^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2 \rho_\mu \rho^\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (30)$$

Взаимодействие ρ и фотона с пионами описывается с помощью ковариантной производной $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu - ig_\rho \rho_\mu$. Заряженные и нейтральные пионы описываются с помощью комплексного псевдоскалярного поля Φ , тензоры для ρ и фотонов соответственно $\rho_{\mu\nu} = \partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu$ и $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Константа связи фиксируется с помощью распада $\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-$: $g_\rho = 2.9$. Используя этот лагранжиан, были рассмотрены следующие реакции: аннигиляция $\pi^+ \pi^- \rightarrow \gamma \rho$, комптоновское рассеяние $\pi \rho \rightarrow \pi \gamma$, распад $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$. Так как масса η -мезона лежит между пионами и ρ и Больцмановское подавление у него меньше, чем у ρ , его вклад также был учтен в реакциях $\pi^+ \pi^- \rightarrow \eta \gamma$, $\pi^\pm \eta \rightarrow \pi^\pm \gamma$. Однако из-за слабости взаимодействия эти каналы дают значительно меньший вклад по сравнению с π, ρ каналами. Наконец, в этой статье был рассмотрен канал аннигиляции $\pi^+ \pi^- \rightarrow \gamma \gamma$. Оказалось, что его вклад весьма мал. Матричные элементы M , полученные с помощью этого лагранжиана, использовались для вычисления инвариантной скорости излучения фотонов. Например, для реакции $a + b \rightarrow c + \gamma$:

$$E_\gamma \frac{dR}{d^3 p_\gamma d^4 x} = N \int |M|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_a + p_b - p_c - p_\gamma) \times \frac{d^3 p_a}{(2\pi)^3 2E_a} f_a \frac{d^3 p_b}{(2\pi)^3 2E_b} f_b \frac{d^3 p_c}{(2\pi)^3 2E_c} (1 + f_c) \frac{1}{(2\pi)^3} \quad (31)$$

где $f = 1/(\exp(E/T) + 1)$ и N – общая вырожденность всех участвующих адронов. В оригинальной работе скорости излучения были получены численно, однако вскоре в работе [298] была получена параметризация, воспроизводящая результат для $100 < T < 200$ МэВ и $0.2 < E_\gamma < 3$ ГэВ. В этой параметризации была исправлена ошибка в Лоренц-факторе, допущенная в [297].

$$\begin{aligned} E_\gamma \frac{dR^{\pi\pi \rightarrow \rho\gamma}}{d^3 p_\gamma d^4 x} &= 0.0717 T^{1.866} \exp\left(-\frac{0.7315}{T} + \frac{1.45}{\sqrt{E_\gamma}} - \frac{E_\gamma}{T}\right), \\ E_\gamma \frac{dR^{\pi\rho \rightarrow \pi\gamma}}{d^3 p_\gamma d^4 x} &= T^{2.4} \exp\left(-\frac{1}{(2TE_\gamma)^{3/4}} - \frac{E_\gamma}{T}\right), \\ E_\gamma \frac{dR^{\rho \rightarrow \pi\pi\gamma}}{d^3 p_\gamma d^4 x} &= 0.1105 T^{4.283} E_\gamma^{-3.076+0.0777/T} \exp\left(-\frac{1.18E_\gamma}{T}\right). \end{aligned}$$

В этой параметризации предполагается, что температура T и энергия фотона E_γ измеряются в ГэВ, а скорость излучения R – в ГэВ⁻²фм⁻⁴, см. рис. 79. Также на этом рисунке представлена скорость излучения фотонов в канале $\omega \rightarrow \pi^0 \gamma$.

Вскоре после этой работы появилась статья [299], в которой показывалось, что вклад a_1 -мезона оказывает существенное влияние на реакцию $\pi \rho \rightarrow \pi \gamma$. a_1 мезон – это резонанс

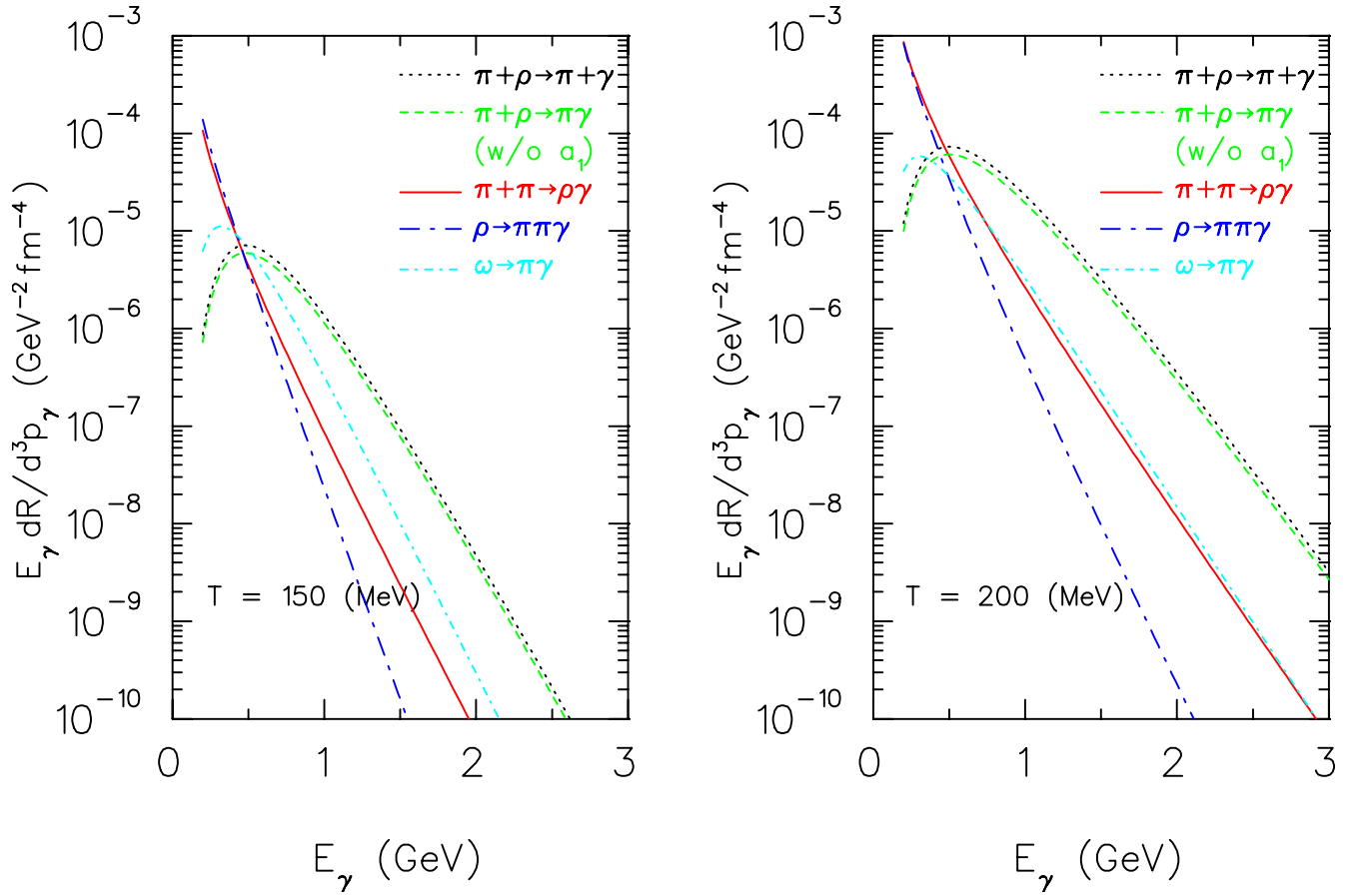


Рис. 79: Скорости излучения фотонов в различных процессах для температуры 150 и 200 МэВ [298].

в $\pi\rho$ секторе с массой, примерно соответствующей среднему $\sqrt{s}$ в файерболе, и с довольно большой шириной ~ 400 МэВ. Для описания взаимодействия $a_1\pi\rho$ была предложена вершина, имеющая минимальную зависимость от импульса и согласующаяся с требованиями калибровочной инвариантности. Было показано, что вклад a_1 действительно важен и даже доминирует над другими. Тем не менее сам по себе s -канал комптоновского рассеяния $\pi\rho \rightarrow \pi\gamma$ через a_1 не содержит всю информацию о рассеянии. Необходимо учитывать когерентную сумму всех каналов. Это было сделано в работе [300]. В этой работе был использован киральный лагранжиан с векторными и аксиально-векторными полями, введенными как динамические калибровочные бозоны в скрытой локальной симметрии. Было подтверждено, что роль a_1 -мезона важна. Однако Song обнаружил, что при фиксации констант связи с помощью масс адронов возможно 2 решения, то есть два набора параметров, и поэтому не смог однозначно определить скорость излучения фотонов в этом канале. Позже было установлено, что набор параметров II лучше описывает данные, в частности, отношение D/S каналов в амплитуде рассеяния $a_1 \rightarrow \pi\rho$. Таким образом, оказалось, что вклад a_1 -мезона гораздо скромнее, чем ожидалось – всего около 20%, как показано на рис. 79.

Было показано, что вклад странных частиц не слишком важен. В частности, в работе [301] был оценен вклад радиационного распада $K_1 \rightarrow K\gamma$ и было показано, что он дает заметный вклад только в ограниченной кинематической области.

Влияние среды на спектральную функцию резонансов может быть весьма заметным. Влияние конечной температуры, плотности и взаимодействия с барионами на ширину и массу ρ мезона исследовались экспериментально, и был обнаружен значительный эффект, см. главу 1.3.9. Влияние этих эффектов на излучение реальных и виртуальных фотонов изучалось

различными авторами [302, 303, 304, 305]. Общий результат следующий. В то время как уширение спектральной функции векторных мезонов, как ожидается, будет достаточно большим, особого влияния на излучение реальных фотонов это не окажет. Это понятно, если вспомнить, что скорость излучения зависит от интеграла по всем энергиям сталкивающихся мезонов, так что ширина резонанса не слишком влияет на результат. Сдвиг массы, с другой стороны, мог бы заметно повлиять на скорость излучения: от 3 до 10 раз [302, 303]. Однако исследование дилептонных спектров показало, что в случае конечной температуры реализуется именно уширение спектральной функции ρ мезона, а не сдвиг масс, см. главу 1.3.9. С другой стороны, конечный барионный химический потенциал может заметно изменить скорость излучения фотонов из адронного газа именно в результате изменения спектральной функции ρ -мезона [306]. Как было показано в этой работе, увеличение барионного хим. потенциала с нуля до $\mu_B = 200$ МэВ при $T = 150$ МэВ приводит к увеличению скорости излучения прямых фотонов примерно в 2 раза при $p_T < 1.5$ ГэВ/с и практически не изменяет ее при больших p_T . В работе [306] предложена универсальная параметризация скорости излучения фотонов из адронного газа для нулевого и ненулевого барионного химического потенциала, а также для случая химически неравновесного адронного газа. Рассмотрены реакции с участием ρ -мезона с учетом его расширения в горячем веществе, а также $\pi\pi$ тормозное излучение.

Вместо вычисления скорости излучения фотонов, рассматривая каждый канал в отдельности, Стил, Ямагиси, и Захеда использовали киральные формулы сокращения вместе с виртуальным разложением для оценки скорости излучения фотонов и дилептонов. Общая идея состоит в том, что инвариантная скорость излучения фотонов пропорциональна сумме по полному набору адронных состояний адронного гамильтониана (с Больцмановским весом), свернутая с ток-ток коррелятором. Тепловое излучение фотонов по оценкам в этом подходе, как правило, больше, чем в случае использования эффективного лагранжиана, в 2-4 раза [307, 308]. Можно рассматривать это отличие как оценку теоретической неопределенности в скорости излучения термальных фотонов в адронном газе.

2.3.2 Скорость излучения термальных фотонов в КГП

С точки зрения кинетической теории, в нижнем порядке по константе сильного взаимодействия следующие процессы приводят к излучению фотона: $q\bar{q} \rightarrow g\gamma$ и $qg \rightarrow q\gamma$ или $\bar{q}g \rightarrow \bar{q}\gamma$. Эти процессы были изучены более 30 лет назад [309, 310, 311]. Однако оказалось, что результаты расходятся, если устремить массу кварка к нулю. Серьезным достижением Kapusta *et al.* [297] и Baier *et al.* [312] стало то, что они анализировали процессы аннигиляции и Комптоновского рассеяния, используя технику ресуммирования Braaten и Pisarski [313, 314]. Основная идея этой техники (приближение жестких термальных петель, HTL) состоит в том, что в случае слабой связи можно разделить масштабы и выделить мягкий (импульс кварка $\sim gT$ или меньше) и жесткий (импульс кварка T или больше) вклады. Мягкий вклад может быть вычислен с помощью одетого кваркового пропагатора в однопетлевой фотонной собственной энергии, а жесткая часть может быть вычислена, используя методы теории возмущения и кинетическую теорию. Когда обе компоненты складываются, результат оказывается независим от масштаба разделения и независим от массы кварка, которая изначально бралась равной нулю. Точный результат может быть получен только численно. Однако, используя приближение $E_\gamma/T \gg 1$, можно получить простую формулу. Для двух ароматов кварков скорость излучения фотонов будет

$$E_\gamma \frac{dR}{d^3p_\gamma} = \frac{5}{9} \frac{\alpha\alpha_s}{2\pi^2} T^2 e^{-E_\gamma/T} \ln \left(\frac{2.912 E_\gamma}{g^2 T} \right). \quad (32)$$

Для значения $\alpha_s = 0.4$ ($g^2 = 5$) к аргументу логарифма нужно добавить единицу для лучшего согласия с численным результатом для энергий фотона, сравнимых с температурой. К тому же это обеспечивает положительность скорости излучения при всех энергиях.

То, что удалось получить скорость излучения фотонов в рамках КХД, свободную от инфракрасных расхождений, было большим достижением. В то время считалось, что это полный результат в лидирующем порядке по α_s . Следующие процессы, такие как тормозное излучение и аннигиляция с рассеянием, на первый взгляд, должны давать вклад порядка $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s^2)$. Дополнительные вершины должны приводить к дополнительным степеням g^2 по сравнению с лидирующими процессами. Однако Aurenche *et al.* показали [315], что двухпетлевые НЛТ вклады удивительным образом оказываются не более высокого порядка, а того же $\alpha\alpha_s$. Это происходит благодаря коллинеарной расходимости в случае мягкого обменного глюона. Ресуммированный глюонный пропагатор имеет g^2 в знаменателе, который сокращает дополнительные g^2 от добавочных вершин. В результате вклад таких диаграмм ($gq \rightarrow gq\gamma$, $q\bar{q}q \rightarrow q\gamma$, $q\bar{q}g \rightarrow g\gamma$ а также аналогичных с антикварками) оказывается такого же (низшего) порядка, что и Комптоновское рассеяние и аннигиляция. То есть двух- и трехпетлевые диаграммы дают вклад в низший порядок теории возмущений и скорость излучения продолжает расти. Когда этот эффект был продемонстрирован, казалось, что наступил кризис теории возмущений для КХД при конечных температурах. Однако вскоре было показано Arnold, Moore и Yaffe [316], что если $E_\gamma \gg gT$, то существует сокращение вследствие эффектов многих тел, такое, что можно однозначно выделить скорость излучения в низшем порядке теории возмущений. Этот замечательный результат представляет собой значительное достижение в этой области. В этой работе остались незаконченные вопросы, связанные с тормозным излучением [315], магнитной массой [317] и эффектами когерентности [318], которые Arnold *et al.* решили, анализируя многопетлевые лестничные диаграммы, которые вводят эффекты интерференции в многократном рассеянии (эффект Ландау-Мигдала-Померанчука). В результате получилось, что одно-, двух- и многопетлевые диаграммы могут быть ресуммированы последовательным образом так, что дают конечный результат. Таким образом была получена скорость излучения фотонов в низшем порядке по $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$. Ниже приводится про-

стая параметризация численного результата для случая двух кварковых ароматов.

$$E_\gamma \frac{dR}{d^3p_\gamma} = \frac{5}{9} \frac{\alpha\alpha_s}{3\pi^2} T^2 \frac{1}{e^{E_\gamma/T} + 1} \times \left[\ln\left(\frac{3T}{g}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2E}{T}\right) + C_{2 \rightarrow 2} + C_{\text{brem}} + C_{\text{annih}} \right], \quad (33)$$

где

$$C_{2 \rightarrow 2} \simeq 0.041(T/E_\gamma) - 0.3615 + 1.01e^{-1.35E_\gamma/T}$$

$$C_{\text{brem}} + C_{\text{annih}} = \frac{0.633 \ln(12.28 + (T/E_\gamma))}{(E_\gamma/T)^{3/2}} + \frac{0.154(E_\gamma/T)}{\sqrt{1 + (E_\gamma/16.27T)}}. \quad (34)$$

Результат показан на рис. 80, где, как и ранее, использовано значение $\alpha_s = 0.4$ ($g^2 = 5$), а также показана скорость излучения адронного газа, которая обсуждалась в предыдущем разделе. Учет процессов тормозного излучения и аннигиляции с рассеянием увеличил скорость излучения прямых фотонов примерно в два раза. Наконец, в работе [320] был учтен вклад процессов второго порядка. Для тех значений α_s , которые возникают в задачах излучения термальных фотонов в столкновениях ультрарелятивистских ядер, учет поправок приводит к умеренному увеличению выхода на примерно 20 %, см. рис. 81. На рис. 81 показано отношение полной скорости излучения, посчитанной во втором порядке (LO+NLO), к скорости излучения в первом порядке (LO). Скорость излучения во втором порядке включает в себя первый порядок, коллинеарную поправку (coll), и мягкую и полуколлинеарную поправку (soft+sc). Пунктирная линия на рис. 81, обозначенная (LO+coll) показывает отношение в случае, когда учтена только коллинеарная поправка, а аналогичная линия, обозначенная (LO + soft+sc) соответствует случаю учета только мягкой и полуколлинеарной поправке.

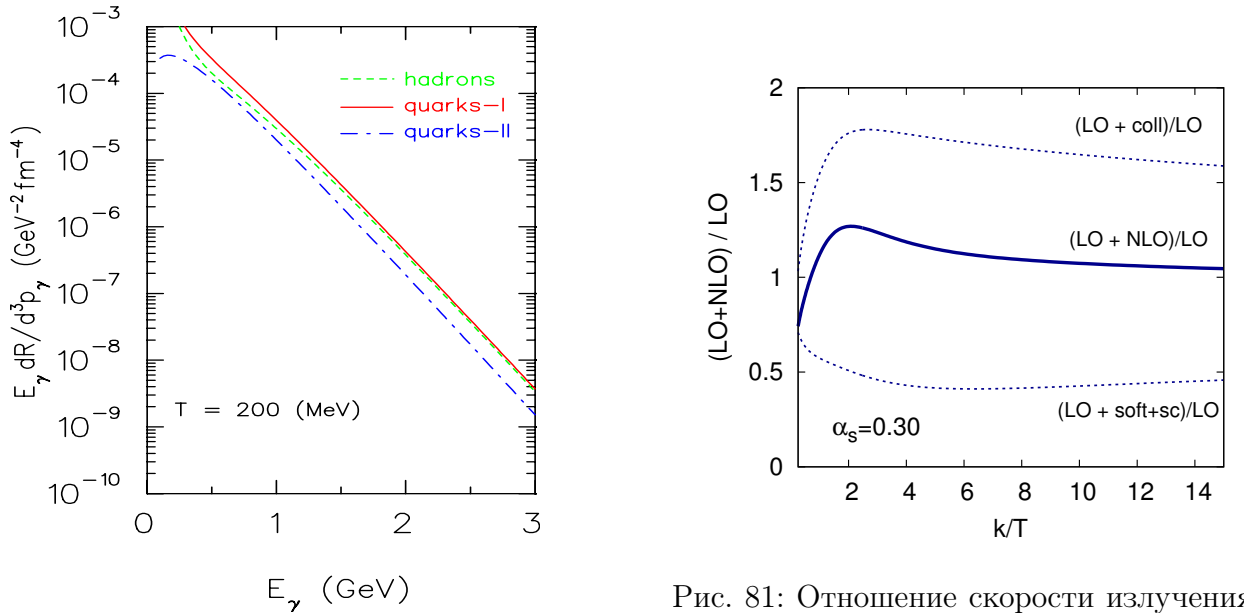


Рис. 80: Скорость излучения, учитывающая вклады комптоновского рассеяния и аннигиляции [297] (Quarks–II) и включающая, кроме того, тормозное излучение и некоторые 3→2 процессы [316] (Quarks–I). Также показана скорость излучения термальных фотонов из адронного газа. Рисунок из работы [319].

Рис. 81: Отношение скорости излучения фотонов в первом и втором порядке к первому порядку. Сплошная линия показывает полный результат, штриховые – теоретические неопределенности. Вычисления для случая $\alpha_s = 0.3$. Рисунок из работы [320].

Разница между пунктирными кривыми позволяет оценить величину теоретической неопределенности.

Одновременно вычислялась скорость излучения фотонов из КГП в случае конечного барионного химического потенциала [321, 322]. Интересно, что в рамках НТЛ подхода в случае конечного μ в Больцмановском приближении сокращение обрезаний мягкой и жесткой части не происходит, требуется учет Ферми-Дираковской статистики. Поэтому приблизительные формулы получить не удастся и приходится использовать численное интегрирование. В случае $|\mu/T| < 1$ численное значение хорошо согласуется с формулой (32), в которой множитель T^2 заменен на $T^2 + \mu^2/\pi^2$ [323].

Следующим шагом стало вычисление скорости излучения в случае отклонения от термодинамического и химического равновесия. В самом начале ядро-ядерного столкновения из-за более сильного взаимодействия глюоны рождаются более обильно чем кварки и быстрее приходят к химическому равновесию. Таким образом, на начальном этапе столкновения можно ввести коэффициенты λ_q и λ_g , определяющие дефицит кварков и глюонов по сравнению с равновесным значением. Их учет приводит к модификации кварковой термальной массы $m_q^2 = (\lambda_g + \frac{\lambda_q}{2}) \frac{g^2 T^2}{6}$, а также модификации функций распределения кварков и глюонов [324]. В связи с развитием гидродинамических моделей, включающих вязкость, также рассматривалось ее влияние на скорость излучения фотонов через отклонение от равновесного распределения партонов в КГП [325, 326]. В этих работах вычислена скорость излучения фотонов из кварк-глюонной плазмы с локально анизотропным распределением партонов по импульсам, вызванным конечным значением тензора поверхностной вязкости. Рассматривались процессы рассеяния $2 \rightarrow 2$ с поправками, описывающими неравновесные распределения. По сравнению с равновесными результатами [327] оказалось, что зависимость относительной поправки скорости излучения от энергии фотона $\tilde{R}_1/\tilde{R}_0$ очень близка к зависимости от энергии неравновесных поправок соответствующих кварковых и глюонных распределений. Поправки, учитывающие вклады более высоких порядков и включающие учет эффекта Померанчука-Мигдала, пока не получены.

Удивительно, что после учета всех вкладов скорость излучения КГП оказалась примерно такой же как и адронного газа. Более того, скорости излучения виртуальных фотонов (дилептонных пар) адронным газом и КГП, как в зависимости от p_T , так и массы пары m_{ee} , также оказались весьма похожими [328].

2.3.3 Фотоны из конверсии струй

Кроме быстрых и термальных фотонов можно рассмотреть еще один класс прямых фотонов – фотоны из конверсии струй. Такие фотоны могут образовываться в результате Комптоновского рассеяния или аннигиляции жесткого лидирующего кварка при прохождении кварковых струй в горячей материи [295, 329, 296]. Первоначальные оценки предсказывали, что такие фотоны из конверсии струй будут доминировать, или, по крайней мере, будут заметны в диапазоне средних поперечных импульсов 4-8 ГэВ/с, см. рис. 82.

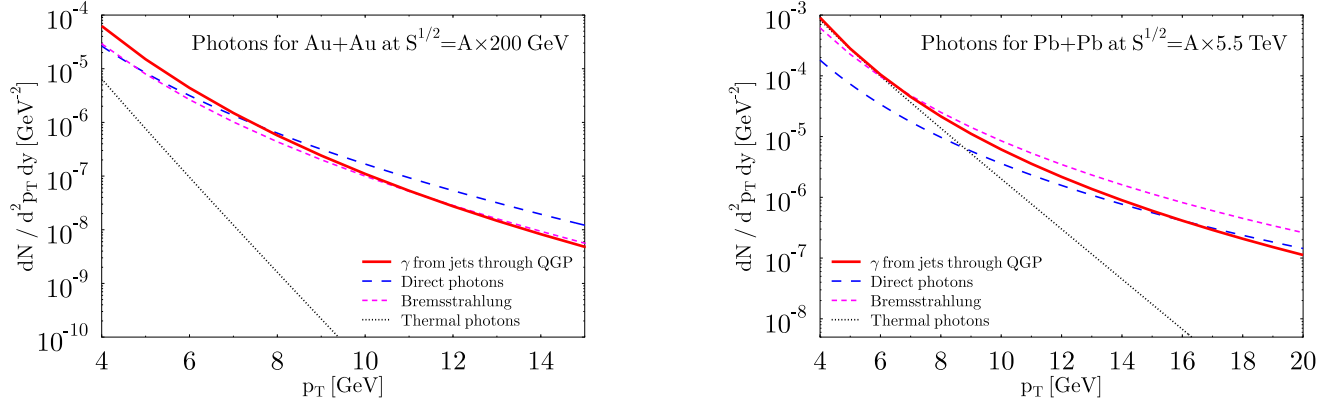


Рис. 82: Различные вклады в спектр прямых фотонов в столкновениях Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ (слева) и Pb–Pb $\sqrt{s_{NN}} = 5.5$ ТэВ (справа). Сплошной кривой показаны фотоны из конверсии струй, быстрые фотоны (штриховые линии) и термальные прямые фотоны (пунктирная линия). Рисунок из работы [295].

Однако ни в столкновениях Au–Au при энергиях RHIC, ни в столкновениях Pb–Pb при энергии LHC не было обнаружено превышения выхода прямых фотонов над ожидаемым вкладом быстрых прямых фотонов в области средних поперечных импульсов. Это может быть связано с несколькими причинами. Потери энергии жестким партоном при прохождении горячей материи заметно уменьшают (на 20-30%) выход прямых фотонов из конверсии струй [330]. Потери энергии партоном также приводят к некоторому уменьшению вклада фрагментационной компоненты быстрых фотонов в АА столкновении [331]. По-видимому, существует некоторая компенсация между всеми этими эффектами, что приводит к тому, что измеренные спектры согласуются с предсказаниями выхода быстрых фотонов. Окончательное заключение о наличии таких прямых фотонов требует весьма точных измерений спектра прямых фотонов в pp, pA и АА столкновениях. Также вклад тормозной компоненты может быть оценен с помощью разделения изолированных и неизолированных быстрых прямых фотонов.

В работе [332] фотоны, рожденные в конверсии струй рассматривались с несколько иной точки зрения. Было предложено искать такие фотоны, используя струи на противоположной стороне в качестве метки. Действительно, в случае наличия такого эффекта выход жестких прямых фотонов существенно возрастает, и, кроме того, форма спектра прямых фотонов зависит от температуры горячей материи, что может быть использовано для ее оценки.

2.4 Модель эволюции горячей материи

Для вычисления спектра термальных прямых фотонов, излученных в АА столкновении, необходимо описать эволюцию горячей материи. Далее, зная приведенные в предыдущем разделе скорость излучения термальных фотонов из единичного объема в единичное время $R(x, p)$, можно получить полный спектр термальных фотонов:

$$E \frac{d^3 N^\gamma}{d^3 p} = \int_{\Omega} d^4 x R(x, p), \quad (35)$$

где интеграл берется по всему четырех-объему Ω , занимаемому горячей материей. При этом необходимо помнить, что скорость излучения вычислена в системе покоя вещества, и нужно учитывать влияние коллективных потоков в каждой точке x . Подавляющее большинство вычислений использует гидродинамическую модель для описания эволюции горячей материи. Однако есть несколько исключений, – например, группа Е. Братковской использует транспортную модель PHSD для описания эволюции [333].

В нашей работе мы будем использовать гидродинамическое описание эволюции горячей материи благодаря ее простоте, наглядности и гибкости.

2.4.1 Гидродинамическое описание эволюции

Гидродинамический подход к описанию рождения частиц в столкновении ультрарелятивистских тяжелых ионов предполагает *локальное* сохранение энергии и импульса в горячей и плотной сильно взаимодействующей материи, рожденной в процессе реакции. Он описывает эволюцию этой материи, используя уравнения релятивистской гидродинамики. Эти уравнения описывают *локальное* сохранение:

- (i) тензора энергии-импульса:

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$$

где $T^{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u^\mu u^\nu - p g^{\mu\nu}$, а ε , p , и $u^\nu = (\gamma, \gamma\mathbf{v})$ соответственно плотность энергии, давление и коллективная 4-скорость и $g^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ – метрический тензор;

- (ii) токов, сохраняющихся в сильных взаимодействиях:

$$\partial_\mu J_i^\mu = 0,$$

где $J_i^\mu = n_i u^\mu$, а n_i – плотность числа барионов, электрический заряд, странность и т.д.

Эти уравнения должны быть дополнены тремя ингредиентами: (i) начальными условиями ($\varepsilon(x, \tau_0)$, $n(x, \tau_0)$ и $u^\nu(x, \tau_0)$ в момент времени τ_0), (ii) уравнением состояния горячей материи, $p(\varepsilon, n)$, связывающим локальные термодинамические переменные, и (iii) условием заморозки (freeze-out), описывающим переход из гидродинамического режима к режиму свободного разлета конечных частиц.

Решение полной системы гидродинамических уравнений является очень сложной задачей, но для наших целей мы можем ограничиться приближенными решениями. Имея в виду применения нашего подхода к предсказаниям для коллайдерных экспериментов, мы используем некоторые упрощения в начальных условиях и уравнениях, применимые в случае высоких энергий: мы предполагаем, что применима Бьеркеновская (скейлинговая) гидродинамика [77]. Упрощения, предложенные Бьеркеном основаны на том факте, что в области максимума распределения по быстроте, все величины не зависят от быстроты². Таким образом постулируется, что гидродинамические уравнения инвариантны по отношению к Лоренцовым

²Экспериментально измеренное быстротное распределение dN/dy для $\pi^\pm$ и $K^\pm$ на RHIC имеют форму функции Гаусса, см. главу 1.3.1, как и ожидается из моделей на основе КХД [334]. Таким образом, хотя Бьеркеновское плато и отсутствует, ширина пика достаточно велика, и в области $|y| \lesssim 2$ отклонения от Бьеркеновского расширения не слишком заметны [334].

сдвигам вдоль оси столкновения. То есть четырех-скорость может быть параметризована в виде

$$u^\mu = \gamma \left(\frac{t}{\tau}, \vec{v}, \frac{z}{\tau} \right),$$

где $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$, $\gamma = (1 - v^2)^{-\frac{1}{2}}$, $\vec{v}$ – поперечная скорость.

Кроме того, существенное упрощение задачи и уменьшение необходимых компьютерных ресурсов можно получить, предположив радиальную симметрию задачи. Понятно, что такие решения будут справедливы только для центральных ядро-ядерных столкновений.

При таких предположениях гидродинамические уравнения в области центральных быстрой ($y = 0$, $z = 0$) могут быть переписаны в виде:

$$\begin{cases} \partial_\tau (\gamma^2 w(r, \tau)) + \partial_r (\gamma^2 v w(r, \tau)) + \frac{\gamma^2 w(r, \tau)}{\tau} + \frac{\gamma^2 v w(r, \tau)}{r} - \partial_\tau p(r, \tau) = 0 \\ \partial_\tau (\gamma^2 v w(r, \tau)) + \partial_r (\gamma^2 v^2 w(r, \tau)) + \frac{\gamma^2 v w(r, \tau)}{\tau} + \frac{\gamma^2 v^2 w(r, \tau)}{r} + \partial_r p(r, \tau) = 0, \end{cases} \quad (36)$$

где $w(r, \tau) = \varepsilon(r, \tau) + p(r, \tau)$ – плотность энтальпии.

Мы решаем уравнения (36) численно используя метод Маккормака [335]. Это явный предиктор-корректорный Эйлеровский алгоритм второго порядка точности по пространственному и временному шагу. Чтобы переписать (36) в виде конечных разностей, удобно ввести следующие переменные:

$$U = \begin{pmatrix} \gamma^2 w - p \\ \gamma^2 v w \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} \gamma^2 v w \\ \gamma^2 v^2 w + p \end{pmatrix}; \quad H = \begin{pmatrix} \gamma^2 w (\tau^{-1} + v r^{-1}) \\ \gamma^2 v w (\tau^{-1} + v r^{-1}) \end{pmatrix}$$

В этих переменных уравнение (36) может быть переписано в дискретной форме (нижний индекс соответствует пространственному номеру ячейки, верхний индекс – слою по времени):

$$\begin{aligned} \bar{U}_i^j &= U_i^j - \Delta\tau \left((F_{i+1}^j - F_i^j) / \Delta r + H_i^j \right) + D_i^j \\ U_i^{j+1} &= \frac{1}{2} \left[(U_i^j + \bar{U}_i^j) - \Delta\tau \left((\bar{F}_i^j - \bar{F}_{i-1}^j) / \Delta r + \bar{H}_i^j \right) \right] + \bar{D}_i^j \end{aligned} \quad (37)$$

где $\bar{F}_i^j, \bar{H}_i^j, \bar{D}_i^j$ вычисляются по $\bar{w}_i^j, \bar{v}_i^j$, взятой из $\bar{U}_i^j$, и $D_i^j, \bar{D}_i^j$ – члены, соответствующие сглаживанию, – предложены Жмакиным и Фурсенко [336]. Эти члены сохраняют полную энергию и импульс и позволяют работать с различными гидродинамическими возмущениями – такими как ударные волны и фазовые переходы. Они могут быть записаны в виде

$$D_i^j = \begin{cases} \varphi_i^j, & (\varphi_{i-1}^j \cdot \varphi_{i-2}^j < 0) \cup (\varphi_i^j \cdot \varphi_{i-1}^j < 0) \\ 0, & (\varphi_{i-1}^j \cdot \varphi_{i-2}^j > 0) \cap (\varphi_i^j \cdot \varphi_{i-1}^j > 0) \end{cases} \quad (38)$$

где $\varphi_i^j = Q \cdot (U_{i+1}^j - U_i^j)$, и Q – параметр сглаживания (лучшие результаты получаются со значениями $Q \approx 0.1 - 0.15$).

Условия на пространственных границах сетки мы выбираем следующим образом: поток энергии и импульса на границе $r = 0$ отсутствует; на границе $r = R_{max}$ поток подбирается таким образом, чтобы не происходило накапливания энергии и импульса в последней ячейке. В наших вычислениях мы выбрали следующий размер решетки: $\delta t = 0.02$ фм/с и $\delta r = 0.1$ фм по времени и радиусу соответственно. Выбор шагов определяется с одной стороны требованием малых изменений параметров материи в соседних ячейках, а с другой – размером доступной компьютерной памяти и компьютерного времени. Кроме того, не рекомендуется выбирать $\delta t \ll 0.2 \cdot \delta r$: большая разница между пространственным и временным шагом может привести к заметному нарушению причинности.

Начальные условия Начальное распределение плотности энергии выбирается в соответствии с геометрической Глауберовской моделью, предложенной Kolb *et al.* [337]. Эта модель предполагает, что в каждом классе центральности, соответствующему величине прицельного параметра b , 75% начальной энтропии $s_0(b)$ рождается в мягких процессах, (пропорционально поперечной плотности нуклонов-участников $N_{\text{part}}(b)$), а оставшиеся 25% – в жестких процессах (пропорционально числу точечных столкновений $N_{\text{coll}}(b)$):

$$s(b) = C \cdot (0.25 \cdot N_{\text{part}}(b) + 0.75 \cdot N_{\text{coll}}(b)), \quad (39)$$

где C – некоторый нормировочный коэффициент, выбранный так, чтобы воспроизвести множественность при $b = 0$ фм. Для каждого значения прицельного параметра мы создаем азимутально симметричные начальные параметры из (азимутально деформированных) Глауберовских распределений плотности энтропии, определяя начало координат в точке посредине между центрами сталкивающихся ядер и усредняя плотность энтропии по всем азимутальным направлениям. Затем плотность энтропии пересчитывается в плотность энергии: $\varepsilon_0(b) \propto s_0(b)^{4/3}$. Этот подход позволяет достаточно хорошо воспроизвести зависимость измеренной псевдобыстротной плотности заряженных адронов $dN_{\text{ch}}/d\eta$ от центральности, измеренной на RHIC, как это видно на рисунке 83. Необходимо отметить, что в нашей реализации этой модели мы в явном виде добавили вклад жестких процессов (то есть адронов с поперечным импульсом $p_T > 1$ ГэВ/с), полученный масштабированием предсказаний КХД и учетом потерь энергии жестким партоном, как описано в главе 1.3.7. Этот “пертурбативный” вклад составляет примерно $\sim 7\%$ от полной адронной множественности и практически не зависит от центральности, см. рис. 83.

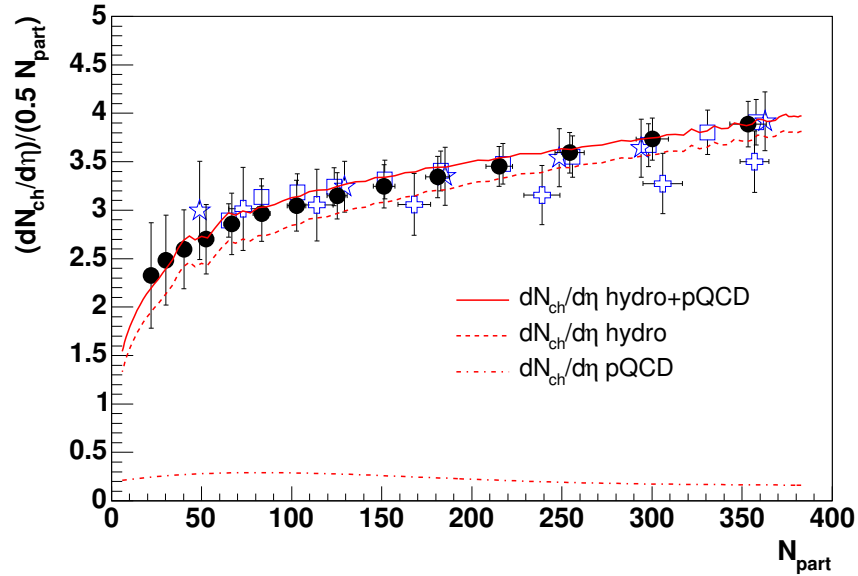


Рис. 83: Нормированная множественность заряженных частиц в зависимости от числа участников, измеренная в столкновениях Au–Au при $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ ГэВ в экспериментах: • PHENIX [338], ★ STAR [339], □ PHOBOS [340] и + BRAHMS [341], в сравнении с вычислениями в рамках нашей гидродинамической модели (пунктирная линия), масштабированный выход в рр, вычисленный в рамках пертурбативной КХД ($p_T > 1$ ГэВ/с) [258] (штрихпунктирная линия), и сумма гидродинамики и КХД вкладов (сплошная линия).

В расчетах столкновений Au–Au при энергии $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ ГэВ в качестве начальных условий для самых центральных столкновений (см. таблицу 1), выбрано значение $\varepsilon_0 = 220$ ГэВ/фм³ (максимальная плотность энергии в центре, $b = 0$ фм, соответствующая средней

Таблица 1: Параметры гидродинамической модели для центральных ($b = 0$ фм) АА столкновений при различных энергиях. Начальные параметры модели – (максимальная) начальная плотность энергии ε_0 (которая соответствует плотности энтропии s_0 и температуре T_0), а также усредненные по объему в области центральных быстрот ($\eta = 0$) средняя плотность энергии $\langle\varepsilon\rangle$, температура $\langle T_0\rangle$ и плотность энтропии $\langle s_0\rangle$ в момент времени τ_0 . Для сравнения приведены средняя (проинтегрированная по объему) начальная плотность энергии $\langle\varepsilon_0\rangle$, плотность энтропии $\langle s_0\rangle$ и температуры $\langle T_0\rangle$.

Система	τ_0 (фм/с)	ε_0 ($\langle\varepsilon_0\rangle$) (ГэВ/фм ³)	s_0 ($\langle s_0\rangle$) (фм ⁻³)	T_0 ($\langle T_0\rangle$) (МэВ)
Pb-Pb, $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ	0.1	650 (196)	1120 (400)	772 (467)
Au-Au, $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ	0.15	220 (72)	498 (190)	590 (378)
Au-Au, $\sqrt{s_{NN}} = 62$ ГэВ	0.45	36.5 (6.8)	394 (141)	123 (27)
Cu-Cu, $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ	0.1	170 (24)	565 (173)	400 (66)
Cu-Cu, $\sqrt{s_{NN}} = 62$ ГэВ	0.30	24.5 (4.1)	359 (126)	90 (18)

плотности энергии во всем объеме файербола в начальный момент $\langle\varepsilon_0\rangle = 72$ ГэВ/фм³) в момент термализации $\tau_0 = 2R/\gamma \approx 0.15$ фм/с, равному времени прохождения сталкивающихся ядер друг сквозь друга при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Выбор этого сравнительно малого значения τ_0 , – по сравнению с типичным значением $\tau_{therm} = 0.6$ фм/с, используемым в гидродинамических вычислениях при энергии RHIC, см. главу 2.5.3, – объясняется желанием учесть таким образом вклад предравновесной каскадной эволюции файербола.

Хотя интерпретация фотонов, излученных на самой ранней стадии столкновения, как термальных может быть не совсем оправдана, очевидно, что их спектр отражает импульсное распределение частиц на стадии термализации³. Кроме того, теоретические расчеты [342, 343], по-видимому, оправдывают использование гидродинамики в этих “пред-термализованных” условиях. Последующая пространственно-временная эволюция в нашей модели приводит к значениям плотности энергии $\varepsilon \approx 30$ ГэВ/фм³ при $\tau_{therm} = 0.6$ фм/с, что согласуется с параметрами других 2D+1 гидродинамических вычислений, не предполагающими азимутальной симметрии [344, 345], а также полной 3D+1 гидродинамической моделью [346]. Таким образом, наша модель хорошо воспроизводит спектры конечных адронов. Фактически, при использовании $\tau_0 = 0.15$ фм/с (в отличие от 0.6 фм/с), система получает дополнительно несколько десятых фм/с для выработки дополнительного поперечного потока, так что не возникает необходимости вводить некоторый изначальный поперечный поток в начальные условия $v_r(\tau_0)$, как это делается в других работах [239, 347], чтобы воспроизвести спектры адронов.

³Это именно те партонные взаимодействия, которые и приводят систему к (локальному) термодинамическому равновесию.

Уравнение состояния Уравнения гидродинамики должны быть дополнены уравнением состояния $p(\varepsilon, n)$. Однако фактически в уравнения входит не абсолютное значение давления, а его производная в виде скорости звука:

$$v_s^2(\varepsilon) = \left(\frac{\partial p}{\partial \varepsilon} \right)_S, \quad (40)$$

где индекс S означает производную при постоянной энтропии.

Сначала рассмотрим несколько простых моделей уравнения и затем построим более или менее реалистичное. Для газа безмассовых частиц значение $p = \frac{1}{3}\varepsilon$, соответствующее максимально “жесткому” уравнению состояния с постоянной скоростью звука $v_s^2 = \frac{1}{3}$, – оно показано красной точечной линией на рис. 84. Для пионного газа в химическом равновесии скорость звука монотонно возрастает с температурой и при $T \sim m_\pi$ становится сравнимой со скоростью звука в газе безмассовых частиц. Аналогично, скорость звука в чисто барионном газе монотонно возрастает с температурой (длинно-штриховая линия на рис. 84), но в случае газа, содержащего смесь пионов и барионов (точечная линия на рис. 84), скорость звука оказывается немонотонной: она увеличивается при $T \ll m_\pi$, несколько уменьшается при $T \sim m_\pi$, когда вклад барионов в давление и плотность энергии становится заметным, и далее увеличивается, стремясь к скорости звука в безмассовом газе при $T \sim m_p$. Включение дополнительных резонансов еще больше уменьшает скорость звука в интересующей нас области температур, см. точечно-пунктирную линию на рис. 84.

В нашей модели эволюции горячей материи мы используем три различные уравнения состояния: (а) газа адронных резонансов без фазового перехода; (b) уравнение состояния с фазовым переходом первого рода; (с) параметризацию решеточных вычислений с кроссовером. В случае (а) используется модель газа примерно 400 невзаимодействующих адронных резонансов с массами ниже 2.5 ГэВ. Во втором случае (b) уравнение состояния газа адронных резонансов дополняется фазовым переходом первого рода в фазу КГП при температуре

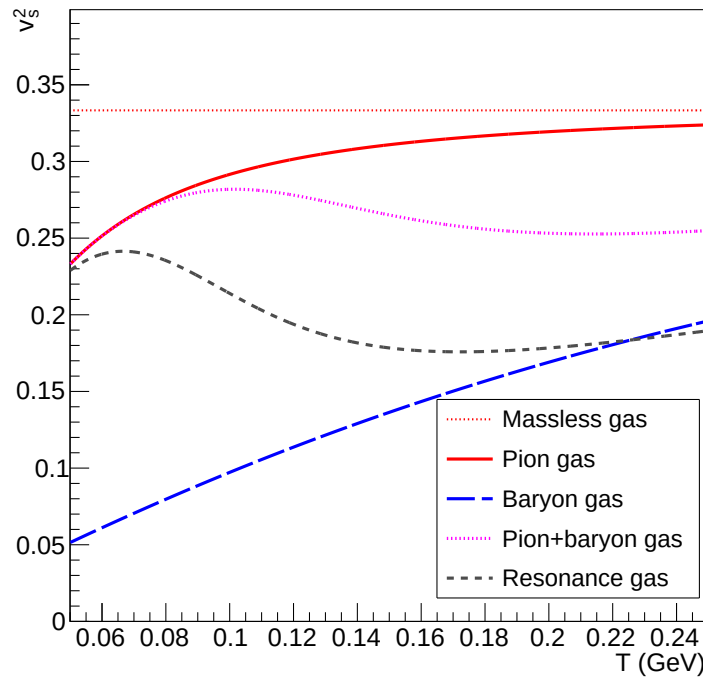


Рис. 84: Квадрат скорости звука в различных моделях адронного газа.

$T_c = 165$ МэВ, которая описывается в рамках модели мешков как газ безмассовых кварков и глюонов со скрытой теплотой⁴ $\Delta\varepsilon \approx 1.4$ ГэВ/фм³. КГП описывается как идеальный газ безмассовых кварков и глюонов с числом ароматов $N_f = 2.5$ с полной вырожденностью $g_{QGP} = (g_{gluons} + 7/8 g_{quarks}) = 42.25$. Ей соответствует уравнение состояния $p = 1/3\varepsilon - 4/3B$, где B – постоянная модели “мешков”. Скорость звука в КГП $c_s^2 = \partial p / \partial \varepsilon = 1/3$. Обе фазы соединяются стандартным Гиббсовским условием равновесия фаз $p_{QGP}(T_c) = p_{HRG}(T_c)$ в смешанной фазе. Внешнее давление в модели мешков подбирается так, чтобы удовлетворить этому условию при температуре перехода T_c : $B \approx 0.38$ ГэВ/фм³. В случае (с) мы получаем уравнение состояния следующим образом. Сначала мы сравниваем зависимость $\varepsilon(T)$ для адронного газа и для решеточных вычислений [62] и находим точку, где

$$\varepsilon_{HRG}(T_{conn}) = \varepsilon_{latt}(T_{conn}, T_c) \quad (41)$$

$$\frac{d\varepsilon_{HRG}}{dT}(T_{conn}) = \frac{d\varepsilon_{latt}}{dT}(T_{conn}, T_c). \quad (42)$$

Здесь мы рассматриваем температуру перехода T_c и точку соединения кривых T_{conn} как свободные параметры. Мы получили $T_c = 168$ МэВ и $T_{conn} = 182$ МэВ. Получив T_c , мы находим точку, где

$$v_s^{HRG}(T_{vs}) = v_s^{Latt}(T_{vs}). \quad (43)$$

Мы получили $T_{vs} = 172$ МэВ. Полученные зависимости $\varepsilon(T)$ и $v_s(T)$ показаны на рис. 85.

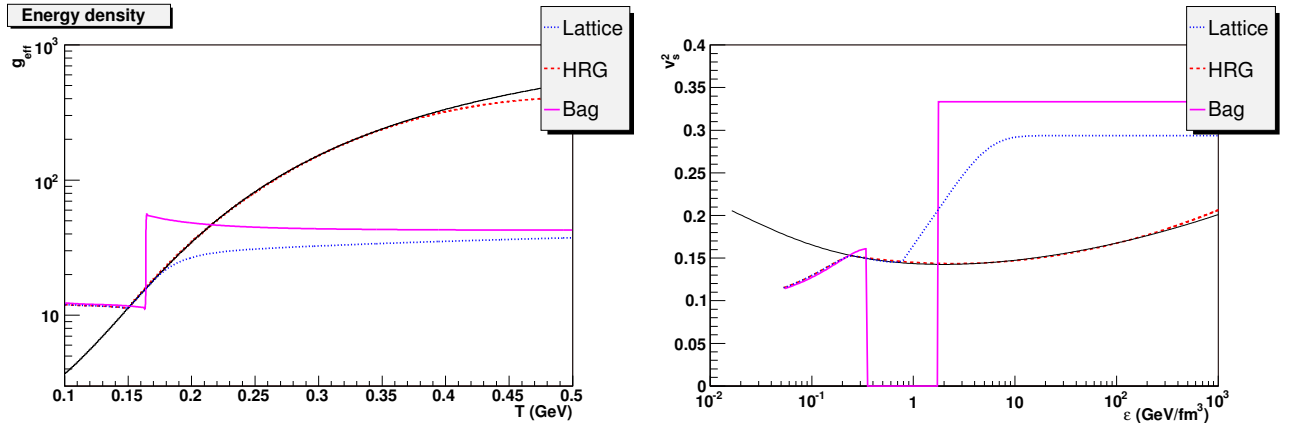


Рис. 85: Плотность энергии, деленная на $\pi^2 T^4/30$ (слева) и скорость звука (справа) для трех рассмотренных уравнений состояния.

Описание замораживания Для справедливости гидродинамического описания необходимо, чтобы длина свободного пробега частиц была мала по сравнению с характерным размером, на котором меняются параметры материи, и, уж во всяком случае, меньше размеров системы. При расширении факерболла плотность частиц падает, длина свободного пробега растет, и на некотором этапе гидродинамическое описание перестает быть применимым. В большинстве моделей применяется резкий переход от гидродинамического описания к разлету свободных частиц “заморозка” (freeze-out). Применяются различные критерии замораживания, от простейшей мгновенной заморозки всего объема факерболла в какой-то момент времени, до довольно реалистичного последовательного замораживания тех элементарных объемов на поверхности факерболла, температура в которых опустилась ниже критической T_{therm} .

⁴Хотя результаты решеточных вычислений указывают на переход типа кроссовера, предсказанное изменение $\Delta\varepsilon \approx 0.8$ ГэВ/фм³ в узком диапазоне температур $\Delta T \approx 20$ МэВ [62] можно рассматривать как скрытую теплоту перехода.

Наконец, еще более реалистичное описание получается, когда гидродинамическое расширение дополняется релятивистской квантовой молекулярной динамикой после замораживания. Окончательные дифференциальные адронные спектры $E d^3N/dp^3$ получаются посредством рецепта Купера-Фрая [348]:

$$E \frac{d^3N}{dp^3} = \int_{\sigma} f(\bar{E}(u(x), x), T(u(x), x)) p^{\mu} d\sigma_{\mu}, \quad (44)$$

где σ_{μ} – элемент гиперповерхности, ограничивающей элементарный объем, в котором происходит замораживание, распределение f – равновесное Бозе-Эйнштейновское или Ферми-Дираковское распределения в системе покоя, а $\bar{E}$ – энергия частицы в системе покоя. Отметим, что этот подход описывает превращение распределения безмассовых частиц в гидродинамике в массивные конечные частицы, поэтому он сохраняет энергию, но не число частиц.

Как было показано в главе 1.3.4, относительные выходы адронов в АА столкновениях хорошо описываются в рамках статистической модели газа адронных резонансов. В этой модели предполагается, что конечные адроны излучаются термализованной системой, достигшей химического равновесия при температуре $T_{\text{chem}} \sim 160$ МэВ, и имеющей некоторые значения барионного, странного и изоспинового химических потенциалов μ_i . С другой стороны, при параметризации спектров конечных адронов моделью взрывной волны (глава 1.3.3 и рис. 16) оказывается, что для описания наклонов спектра требуется заметно более низкие значения температуры динамической заморозки $T_{\text{therm}} = 120$ МэВ. Таким образом, будет иметься область, в которой в адронном газе уже произошла химическая заморозка, зафиксировавшая относительные выходы адронов, но газ все еще расширяется как жидкость, пока не произойдет динамическая заморозка. В соответствии с этими результатами наше гидродинамическое описание предполагает достижение химического фризаута при температуре $T_{\text{chem}} \sim 150$ МэВ с некоторым барионным хим. потенциалом $\mu_B \sim 25$ МэВ, и $\mu_S = \mu_I = 0$. Для температур выше T_{chem} мы сохраняем токи барионов, странности и электрического заряда, но не числа частиц, в то время как для температур ниже T_{chem} мы сохраняем числа частиц, вводя индивидуальные (температурно-зависимые) химические потенциалы для каждой частицы. Нестабильные резонансы затем распадаются в соответствии с их возможными каналами распадов [349].

2.5 Спектры прямых фотонов

В этой главе мы приводим предсказания нашей модели для всех доступных энергий: спектров прямых фотонов для энергий NICA и FAIR (глава 2.5.1), SPS (глава 2.5.2), RHIC (глава 2.5.3) и LHC (глава 2.5.4). Далее мы рассмотрим корреляции между наклонами спектров прямых фотонов и начальной температурой в столкновении, возможность оценить число степеней свободы по корреляции наклона спектра фотонов и множественностью (глава 2.5.6), и, наконец, вычислим интерферометрические радиусы (глава 2.7).

2.5.1 Предсказания для энергий NICA и FAIR

В этой главе мы оцениваем спектры прямых фотонов в столкновениях Au–Au при энергиях $E_{\text{lab}} = 10 - 40$ ГэВ (энергии строящихся ускорителей NICA и FAIR).

Для этого нужно оценить вклады быстрых и термальных прямых фотонов. Для вычисления выхода термальных фотонов нужно зафиксировать гидродинамическое описание эволюции горячей материи. В данном анализе мы рассмотрим три различных описания эволюции: 2+1 Бьеркеновскую гидродинамику, описанную в разделе 2.4.1, трехмерную трех-жидкостную гидродинамику [350], и гидродинамическую модель, используемую в пакете UrQMD в гибридной моде. Далее мы подробнее опишем вторую и третью модели и сравним их предсказания.

Описание в рамках гидродинамической модели включает в себя выбор начальных условий, уравнения состояния и условий заморозки. В случае 2+1 Бьеркеновской гидродинамики форма начальных распределений плотности энергии выбираются так, как описано в главе 2.4.1, а абсолютное значение должно соответствовать ожидаемой множественности заряженных частиц в единицу быстроты. Для этой оценки можно использовать параметризацию, предложенную в работе [351]:

$$dN_{\text{ch}}/d\eta = 312.5 \log_{10}(\sqrt{s}) - 64.8. \quad (45)$$

Мы используем эту параметризацию для оценки плотности заряженных частиц в наших столкновениях. Согласие этой параметризации с экспериментальными данными можно оценить на рис. 86.

Другой важный параметр гидродинамической модели это начальное время. В 2+1 Бьеркеновской гидродинамике мы предполагаем, что гидродинамическая эволюция начинается в тот момент, когда Лоренц-сжатые ядра прошли друг сквозь друга:

$$\tau_0 = \frac{4 \cdot 1.13 \cdot A^{1/3}}{\gamma} = 4 \cdot 1.13 \cdot A^{1/3} \frac{m}{\sqrt{s}} \quad (46)$$

Мы приводим основные параметры нашей модели в таблице 2.

Таблица 2: Параметры Бьеркеновской гидродинамики для Au–Au столкновений при различных энергиях.

$E_{\text{lab}}, \text{ГэВ}$	$\sqrt{s}, \text{ГэВ}$	$\tau_0, \text{фм/с}$	$dN_{\text{ch}}/d\eta$	$E_0, \text{ГэВ/фм}^3$	$T_0, \text{МэВ}$
10	4.53	5.7	140	0.2	137
20	6.27	4.0	185	0.5	157
40	8.77	2.8	230	0.9	178

Основная идея трехжидкостной гидродинамики [350] состоит в описании начального этапа столкновения двух ядер как взаимодействие двух жидкостей, соответствующих сталкивающимся ядрам, и рождении в результате третьей жидкости, соответствующей образовавшейся горячей материи. Таким образом получается плавное образование файерболла и отсутствует модельный параметр – время начала эволюции. Мы сравнили два описания эволюции

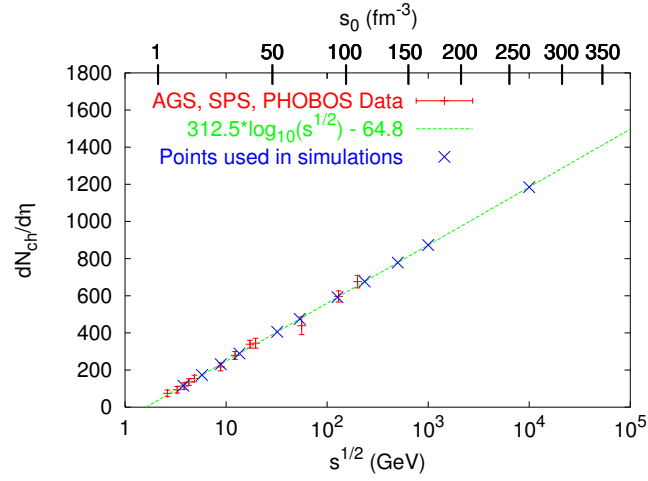


Рис. 86: Средняя плотность заряженных частиц на единицу псевдобыстроты на пару участвующих нуклонов $dN_{ch}/d\eta$ в зависимости от энергии столкновения $\sqrt{s}$ (нижняя горизонтальная ось) и максимальной плотности энтропии s_0 (верхняя горизонтальная ось). Используется компиляция данных, сделанная в работе [352]. Параметризация показана штриховой линией. Рисунок из работы [351].

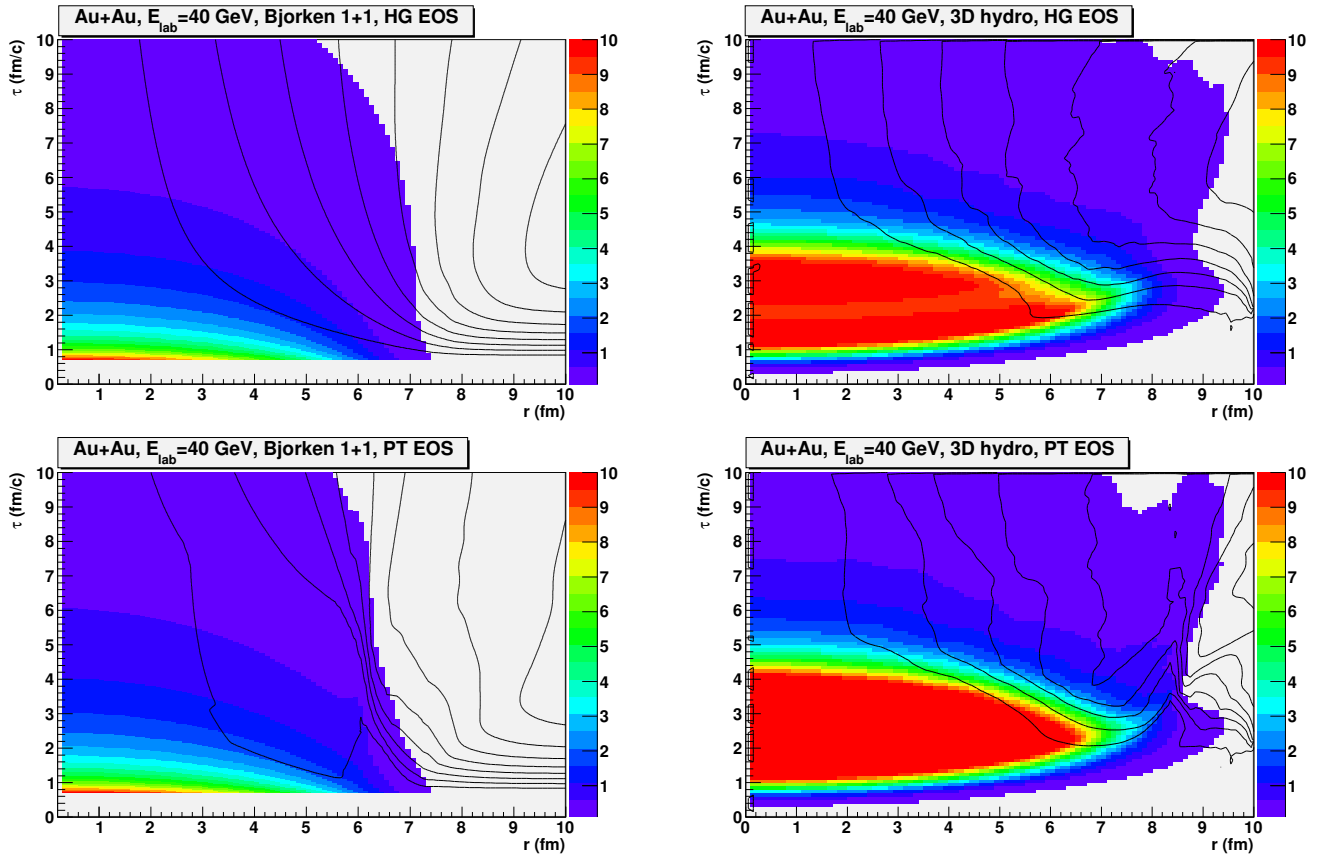


Рис. 87: Плотность энергии (цветные уровни) и профили радиальной скорости (линии) для 2+1 Бьеркеновской (слева) и трехмерной (справа) гидродинамик для двух уравнений состояния. Цвета соответствуют областям одинаковой плотности энергии, линии соответствуют уровням постоянной радиальной скорости (0.1, 0.2, ...).

горячей материи с помощью этих двух моделей на рис. 87. На нем представлены профили плотности энергии и коллективной скорости для центрального столкновения Au–Au при энергии $E_{\text{lab}} = 40$ ГэВ в плоскости радиус–время в области центральных быстрот ($z = 0$). При сравнении нужно иметь в виду, что трехмерная гидродинамика включает в себя стадию прохождения сталкивающихся ядер друг сквозь друга, в то время как Бьеркеновская модель только начинается в момент прохождения ядер друг сквозь друга, то есть $\tau_0 = 0.7$ фм/с в Бьеркеновской модели соответствует $\tau \approx 2.8$ фм/с в трехмерной гидродинамике. Обе модели используют одно и то же уравнение состояния горячей материи и сходные начальные условия, в то время как их основное различие заключается в учете продольного расширения. В Бьеркеновской модели предполагается Хаббловское расширение, приводящее к отсутствию зависимости от быстроты у физических наблюдаемых в области центральных быстрот. Этот подход отлично работает при энергиях SPS, RHIC и LHC, но в то же время неочевидно, что он будет хорошо работать при энергии NICA/FAIR.

Наша Бьеркеновская гидродинамическая модель использует начальные условия, описанные в 2.4.1, приводящие к более гладкому и компактному начальному распределению плотности энергии, чем это вычисляется в рамках трехжидкостной гидродинамики, что видно из сравнения цветного профиля слева на рис. 87 при минимальном времени $\tau = 0.7$ фм/с и справа при $\tau = 2.8$ фм/с. Чтобы отделить влияние начальных условий от отличия в описании продольного расширения, мы рассмотрели также Бьеркеновскую гидродинамику с начальными условиями, взятыми из среза трехмерной гидродинамики при $\tau = 2.8$ фм/с. Отличие в динамике удобно наблюдать в зависимостях плотности энергии и температуры в центре файерболла ($r = 0, z = 0$), см. рис. 88. Как видно, вариация начальных условий слабо влияет на зависимости термодинамических величин от времени, в то время как различие в динамике

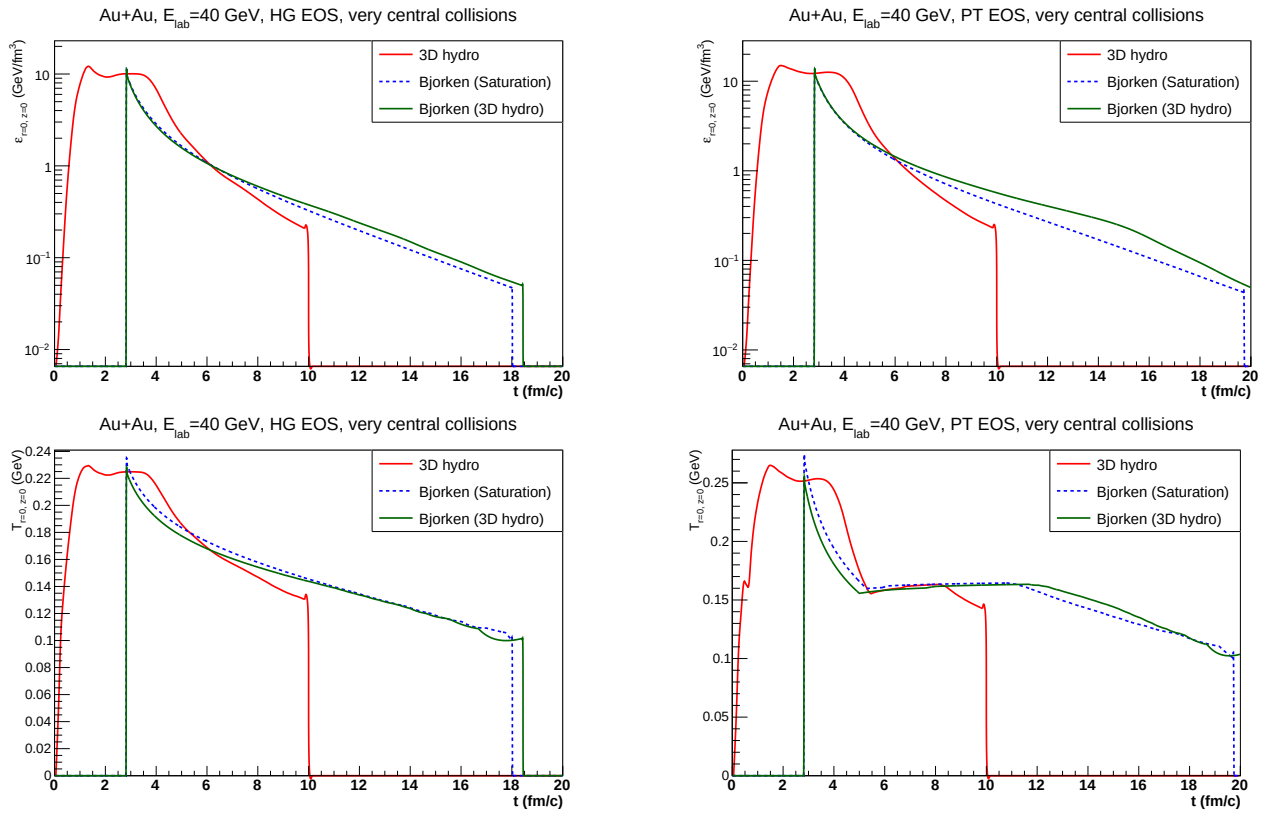


Рис. 88: Плотность энергии и температура в центре файерболла ($r = 0, z = 0$) для уравнения состояния чистого адронного газа (слева) и фазового перехода (справа) и трех гидродинамических вычислений: “3D hydro” – трехмерная гидродинамика, “Bjorken (Saturation)” – Бьеркеновская 1+1 гидродинамика с нашими начальными условиями; “Bjorken (3D hydro)” – 1+1 гидродинамика с начальными условиями, взятыми из трехмерной гидродинамики.

ке продольного расширения (большее время жизни в случае Бьеркеновской гидродинамики) значительно изменяет всю эволюцию. Кроме того, мы использовали два уравнения состояния, описанных в главе 2.4.1: уравнение состояния модели “мешков” с фазовым переходом первого рода между КПП и газом адронных резонансов (РТ) и чисто адронное уравнение состояния (НГ). Для обоих уравнений состояния заключение остается качественно то же: Бьеркеновское продольное расширение значительно увеличивает время жизни горячей материи, особенно в случае уравнения состояния с фазовым переходом.

Мы сравнили спектры конечных адронов, полученные в трех описаниях эволюции, см. рис. 89. Как видно, предсказания трехмерной гидродинамики и Бьеркеновской 2+1 гидродинамики с начальными условиями в рамках модели насыщения очень близки друг к другу, в то время как Бьеркеновская гидродинамика с “3D hydro” начальными условиями дает гораздо более жесткие спектры.

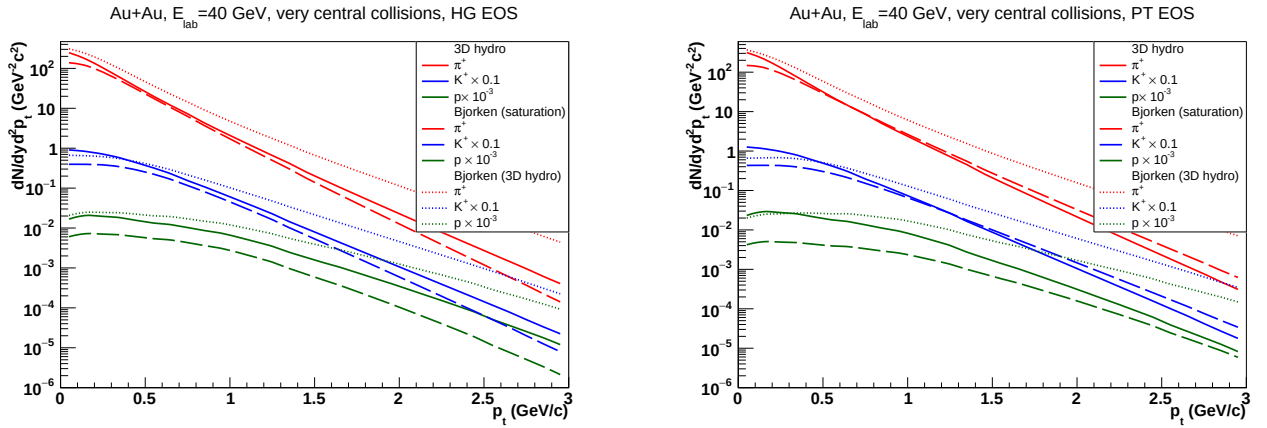


Рис. 89: Спектры конечных адронов в Au–Au столкновении при $E_{\text{lab}} = 40$ GeV, вычисленные в рамках трех гидродинамических подходов для двух уравнений состояния: адронного газа (слева) и с фазовым переходом (справа).

Мы получили описание эволюции горячей материи и можем теперь вычислить выход прямых фотонов. Для этого нужно оценить вклады быстрых и термальных прямых фотонов. Чтобы оценить выход прямых фотонов в pp столкновениях, мы рассмотрели 2 альтернативных подхода: феноменологическую параметризацию имеющихся данных на основе x_T -скейлинга, описанную в главе 2.2.2 и вычисления в рамках пертурбативной КХД с точностью до второго порядка (NLO), описанные в главе 2.2. Для этих вычислений использовались параметризация структурных функций СТЕQ5М и функция фрагментации ККР. Получив спектр прямых фотонов в pp столкновениях, мы сможем, умножив его на число бинарных нуклон-нуклонных столкновений в АА при данной центральности, оценить выход быстрых фотонов в АА столкновении.

Сравнение спектров распадных и прямых фотонов в столкновениях Au–Au при $E_{\text{lab}}=40$ ГэВ показано на рис. 90. Выход термальных прямых фотонов в случае трехмерной гидродинамики заметно больше, что связано с вкладом излучения очень горячей материи в момент прохождения ядер друг сквозь друга. Это подразумевает быструю термализацию, что вряд ли будет достигнуто при сравнительно небольших плотностях энергии. Поэтому эту оценку можно рассматривать как верхний предел. Результаты, полученные с Бьеркеновской гидродинамикой дают более надежные предсказания. Результат слабо зависит от использованного уравнения состояния. Можно ожидать, что доля прямых фотонов в таких столкновениях будет составлять около 5%. Вклад быстрых прямых фотонов оказывается пренебрежимо мал.

Мы также вычислили предсказания для выхода прямых фотонов в АА столкновениях при энергиях строящегося коллайдера NICA. Для сравнения мы использовали третий подход к

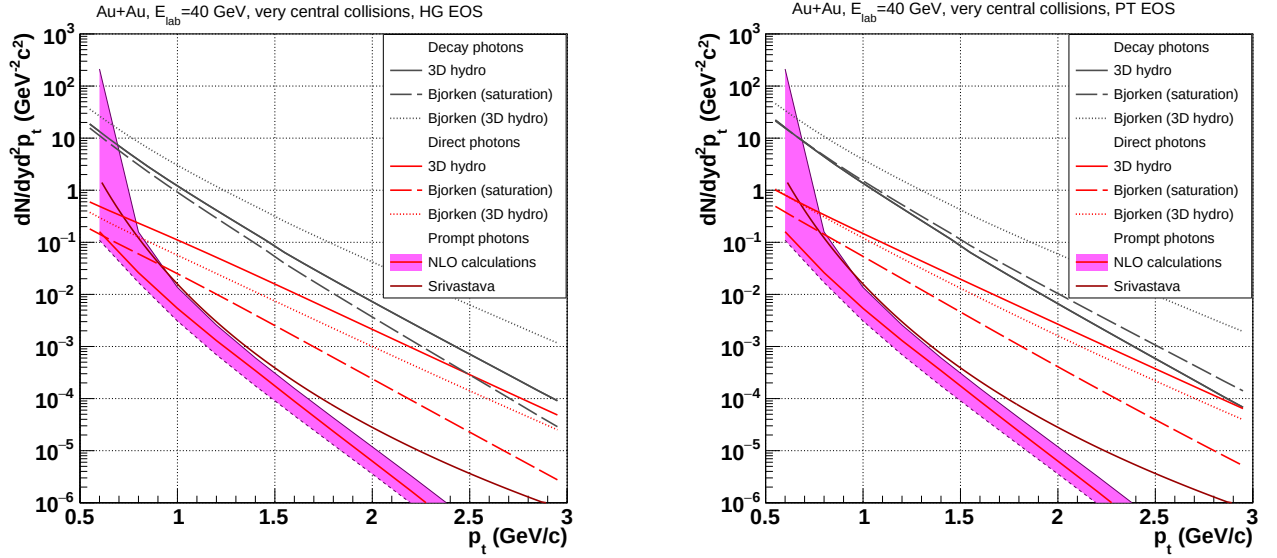


Рис. 90: Слева: Сравнение выхода распадных, термальных прямых и быстрых прямых фотонов в столкновениях Au–Au при $E_{\text{lab}}=40$ ГэВ для чисто адронного уравнения состояния (слева) и уравнения состояния с фазовым переходом (справа).

описанию эволюции горячей материи: описание динамики столкновения тяжелых ионов с помощью модели ультрарелятивистской квантовой молекулярной динамики (UrQMD) [353] версии 3.4. Эта модель использует неравновесную динамику адронных струн в начальном состоянии, за которой следует адронное перерассеяние. В последних версиях модели UrQMD [354] реализована возможность описания термализованной системы с помощью трехмерной идеальной гидродинамики. В наших расчетах использовалось уравнение состояния «модель мешков».

Для оценки выхода тепловых фотонов использовались скорости образования прямых фотонов адронным газом и кварк-глюонной плазмой, описанные в параграфах 2.3.1 и 2.3.2 соответственно. Для оценки выхода быстрых прямых фотонов в этом случае мы также используем вычисления в рамках пертурбативной КХД с точностью до второго порядка (NLO), описанные в главе 2.2, но на этот раз рассмотрим более современные параметризации структурных функций и функций фрагментации. Рождение быстрых фотонов при энергиях NICA будет служить хорошим тестом для структурных функций в области больших значений $x_{\text{Bj}} \sim 1$, где они относительно слабо ограничены современными теоретическими моделями. Для оценки неопределенностей расчетов выхода быстрых фотонов в рамках пертурбативной КХД при энергиях NICA мы использовали все тот же пакет Jetphox [269] с несколькими недавними параметризациями структурных функций протонов или ядер, см. рис. 91. Верхний ряд содержит отношение выхода быстрых фотонов, рассчитанных с использованием структурных функций протонов (CT18 [355], NNPDF3.1 [356] и ABMP16 [357]), деленных на выход, полученный с использованием структурной функции ММНТ14 [358]. Нижний ряд содержит аналогичное отношение, но с ядерными структурными функциями ^{208}Pb nCTEQ15 [359], EPPS16 [360], nNNPDF2.0 [361] и TUJU16 [362]. При низких $p_T < 1$ ГэВ/с разница между предсказаниями невелика и достигает нескольких десятков процентов, но быстро растёт с p_T и может достигать ~ 10 при $p_T \sim 1.5$ ГэВ/с в области, где основной вклад дают значения $x_{\text{Bj}} \sim 1$. При увеличении энергии столкновений область, где предсказания различаются, сдвигается к большим p_T . Таким образом, измерения быстрых фотонов в pp-столкновениях при энергиях NICA дадут жесткие ограничения для структурных функций при высоких x_{Bj} .

Спектры прямых фотонов, π^0 мезонов и распадных фотонов, вычисленные для столкновений Au–Au при энергии $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 11$ и 5 ГэВ, показаны на рис. 92. Прицельный параметр для этого моделирования был распределен в диапазоне $0 < b < 4.5$ фм, что соответству-

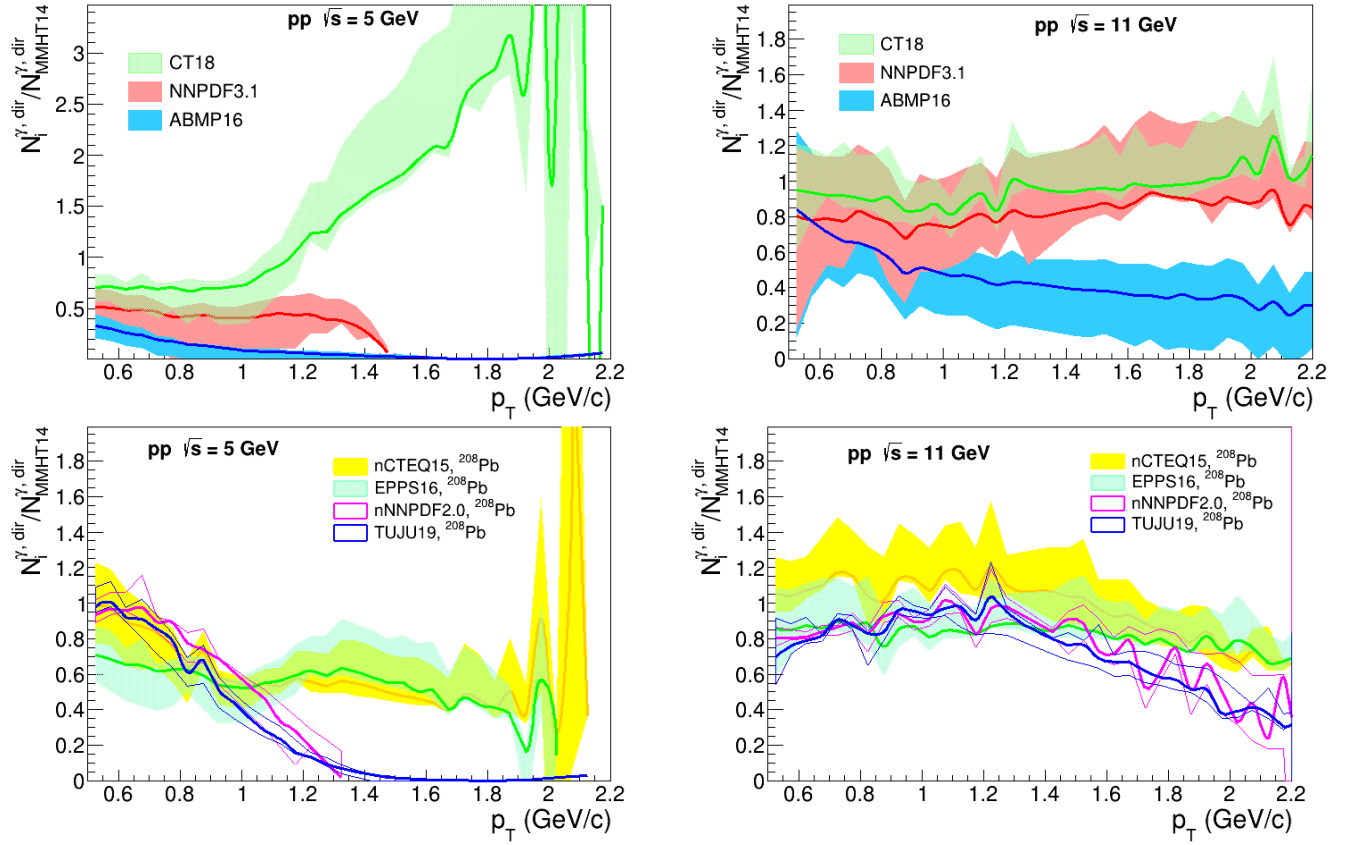


Рис. 91: Отношение спектров быстрых прямых фотонов в pp столкновениях, вычисленных с различными параметризациями структурных функций. Верхний ряд – для нуклонных структурных функций, нижний – для ядерных. Слева – для энергии столкновения $\sqrt{s} = 5$ ГэВ, справа – для $\sqrt{s} = 11$ ГэВ.

ет классу центральности примерно 0–10%. Синяя полоса вокруг спектров прямых фотонов отображает величину среднеквадратических флуктуаций (RMS) выхода прямых фотонов, обусловленных флуктуациями начального состояния столкновения. Доля прямых фотонов составляет 3–5%. Их измерение является сложной, но реалистичной экспериментальной задачей. Заметим, что результаты расчета с помощью модели $UrQMD$ очень близки к результатам, полученным с помощью 2+1 Бьеркеновской и трехжидкостной гидродинамики.

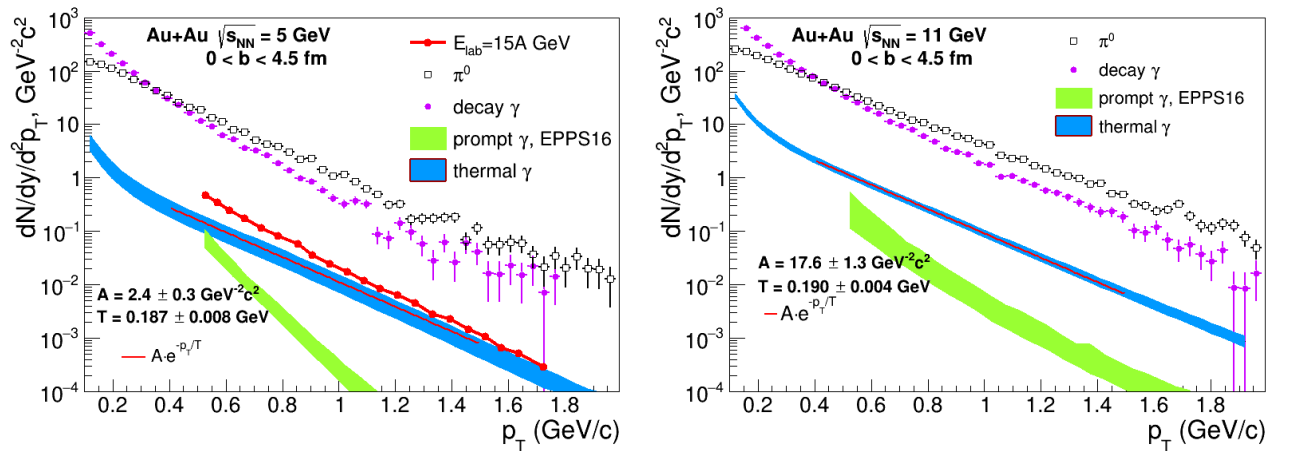


Рис. 92: Спектры прямых фотонов, спектры π^0 -мезонов и спектры их распадных фотонов в столкновениях Au–Au при $\sqrt{s_{NN}} = 11$ ГэВ (слева) и 5 ГэВ (справа). Прицельный параметр моделировался в диапазоне $0 < b < 4.5$ фм. Красные точки соответствуют расчётам для центральных столкновений Au–Au при энергии $E_{lab} = 15A$ ГэВ из работы [363].

2.5.2 Столкновения при энергии SPS

При энергиях SPS спектр прямых фотонов был измерен в столкновениях S–Au при энергии $P_{\text{lab}} = 200$ ГэВ на нуклон (был получен только верхний предел, [364]) и в столкновениях Pb–Pb при энергии $P_{\text{lab}} = 158$ ГэВ на нуклон [193]. В этой главе мы применяем нашу 2+1 Бьеркеновскую гидродинамическую модель для описания спектра прямых фотонов в Pb–Pb столкновениях при энергии $P_{\text{lab}} = 158$ ГэВ на нуклон. Вначале мы подгоняем описание эволюции горячей материи так, чтобы воспроизвести спектры идентифицированных адронов, измеренные в этих столкновениях. Мы выбираем форму начального распределения плотности энергии в виде ядерной плотности (Вудс-Саксона), проинтегрированной вдоль оси столкновения. Эта параметризация близка, но все же в силу исторических причин несколько отличается от принятой нами в остальных случаях и описанной в главе 2.4.1. Кроме того, мы вводим начальную радиальную коллективную скорость. Нам не удалось воспроизвести спектры конечных адронов в нашей модели, используя реалистичное уравнение состояния и разумное начальное время. Если не использовать очень “жесткое” уравнение состояния, соответствующее газу безмассовых частиц, то коллективная скорость, полученная файерболом, оказывается слишком маленькой. Начальная скорость вырабатывается на пред-равновесной стадии столкновения. Ее развитие можно проследить либо с помощью много-жидкостной гидродинамики, либо с помощью каскадной модели, описывающей пред-равновесную стадию столкновения. Здесь мы используем феноменологическую параметризацию: линейную зависимость

$$v(r) = \frac{r}{R} \theta(R - r) \cdot V^{\text{max}}, \quad (47)$$

характеризуемую одним параметром V^{max} – радиальной скорости на поверхности файерболо в конце пред-равновесного периода. Мы обнаружили, что результат слабо зависит от формы этого распределения. Начальные параметры модели для различных вычислений суммированы в таблице 3.

В наших вычислениях мы используем два различных уравнения состояния: с фазовым переходом и чисто адронное, несколько упрощенные по сравнению с описанными в главе 2.4.1. Для КГП мы используем уравнение состояния газа безмассовых кварков и глюонов с вырожденностью $g = 41.5$, что соответствует 2.5 ароматам кварков. Для адронной фазы учитываются вклады адронов с массами до 2 ГэВ. Вклад тяжелых адронов уменьшает скорость звука в адронной фазе до $v_s^2 \approx 0.15$ по сравнению с $v_s^2 \approx 0.33$ в фазе КГП, см. главу 2.4.1.

Как уже отмечалось, нам не удалось воспроизвести измеренные спектры адронов в предположении нулевой начальной скорости. Для набора начальных температур мы вычисляли начальное время так, чтобы воспроизвести измеренную dN/dy для π^0 -мезонов. Затем мы выполнили ряд гидродинамических вычислений, изменяя оставшийся свободный параметр

Таблица 3: Параметры модели, соответствующие различным кривым на рис. 94.

T_{in} , МэВ	τ_{in} , фм/с	V^{max} , с	Кривая на рис. 94
Адронное уравнение состояния			
200	1.4	0.36	сплошная
230	0.6	0.29	штриховая
300	0.12	0.23	пунктирная
Уравнение состояния с фазовым переходом			
180	2.0	0.40	сплошная
200	1.5	0.38	штриховая
230	1.0	0.29	пунктирная
250	0.7	0.26	штрихпунктирная

– температуру заморозки T_f . Для каждого расчета вычислялся параметр χ^2/NDF , характеризующий качество воспроизведения спектра $d^3N/dy d^2p_T$ для π^0 -мезонов. Для любого разумного выбора параметров не удалось уменьшить его менее чем $\chi^2/NDF \sim 10^2$. Поэтому мы ввели начальную радиальную скорость и повторили процедуру. Мы опять выбрали начальную температуру и начальное время так, чтобы воспроизвести выход dN/dy π^0 , зафиксировали температуру химической заморозки $T_{ch} = 168$ МэВ, что позволило воспроизвести относительные выходы адронов, и построили распределение зависимости значений χ^2/NDF в зависимости от температуры заморозки и начальной максимальной радиальной скорости ($T_f - V^{\max}$), см рис. 93. Эта зависимость имеет форму долины с резкими стенками, но все точки на ее дне (толстая линия) соответствуют хорошему описанию спектра π^0 с $\chi^2/NDF \sim 1$. Чтобы выбрать точку на этой линии, мы использовали спектры более тяжелых адронов (K , p , Λ , Ξ). Как видно из рис. 93, справа, нам удалось воспроизвести форму π^0 [365], K и Λ [366], протонов [367], и Ξ [368], хотя абсолютный выход протонов и Λ несколько переоценен. Соответствующая температура заморозки $T_f = 120$ МэВ совпадает с другими анализами.

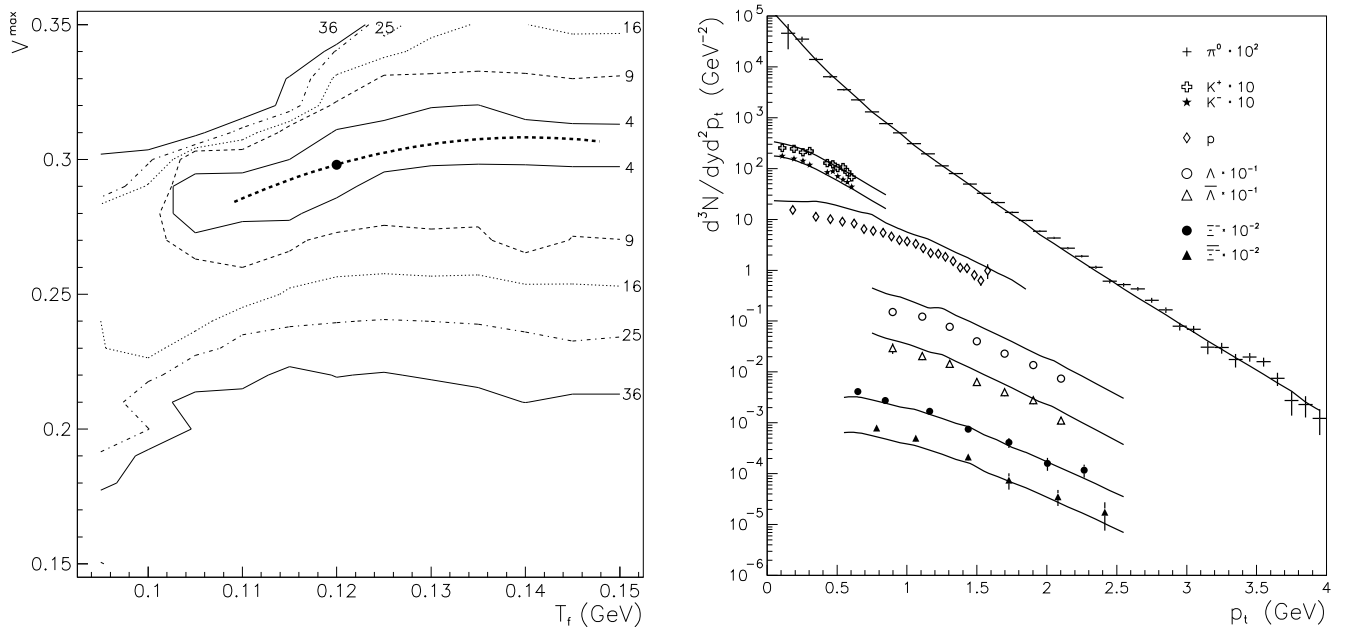


Рис. 93: Уровни постоянных χ^2 параметризации спектра π^0 в зависимости от максимальной начальной скорости $V^{\max}$ и температуры термальной заморозки T_f для уравнения состояния чистого адронного газа и начальной температуры $T_{in} = 230$ МэВ. Справа: сравнение спектров адронов в нашей модели с экспериментальными результатами.

Чтобы оценить значение начальной температуры T_{in} , мы используем спектр прямых фотонов, измеренный коллаборацией WA98 [193]. Мы рассмотрели два альтернативных уравнения состояния горячей материи: уравнение состояния адронного газа, и уравнение состояния с фазовым переходом первого рода. На рис. 94 показано сравнение суммы вкладов быстрых и термальных прямых фотонов для трех значений начальной температуры с экспериментальными данными. Слева – для уравнения состояния адронного газа, справа – для уравнения состояния с фазовым переходом. Для каждого значения начальной температуры мы повторяем процедуру подбора параметров эволюции, воспроизводящих спектры конечных адронов, описанную выше. Соответствующие наборы параметров модели представлены в таблице 3. Мы получили согласие с экспериментальными данными при следующих значениях начальной температуры: $T_{in} = 230^{+60}_{-30}$ МэВ. Значению $T_{in} = 230$ МэВ соответствует $\chi^2_{\pi}/NDF = 3.7$ для качества воспроизведения пионного спектра и $\chi^2_{\gamma}/NDF = 0.67$ для фотонного. Для остальных кривых значения составляют ($\chi^2_{\pi}/NDF = 4.9$, $\chi^2_{\gamma}/NDF = 0.67$) для $T_{in} = 200$ МэВ, и ($\chi^2_{\pi}/NDF = 3.5$, $\chi^2_{\gamma}/NDF = 2.3$) для $T_{in} = 300$ МэВ. Таким образом, мы получили хорошее

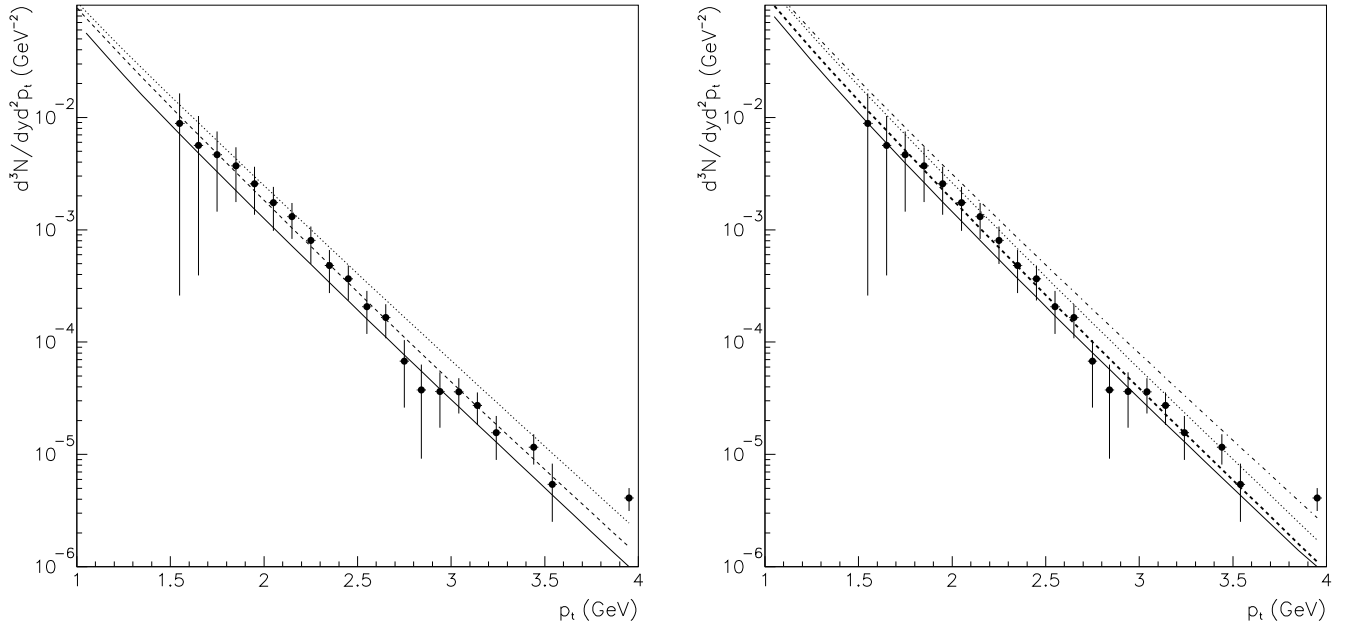


Рис. 94: Спектр прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 17.2$ ГэВ (SPS) в случае уравнения состояния с чисто адронным газом (слева) и фазового перехода (справа). Значения параметров модели, соответствующие различным кривым, перечислены в таб. 3.

описание для спектров конечных адронов и прямых фотонов с чисто адронным уравнением состояния.

В случае фазового перехода первого рода появляется еще один свободный параметр – температура фазового перехода T_c . Из решеточных вычислений можно оценить его в диапазоне 150 – 170 МэВ. С другой стороны, должно быть $T_c \geq T_{ch}$. Мы зафиксировали значение $T_c = T_{ch} = 168$ МэВ, чтобы рассмотреть предельный случай наиболее продолжительной фазы КГП. Как и в случае чисто адронного уравнения состояния, мы обнаружили, при отсутствии начальной радиальной скорости не получается воспроизвести спектр нейтральных пионов. Мы повторили процедуру и нашли оптимальный набор параметров: $T_{in} = 200^{+40}_{-20}$ МэВ ($\chi_\pi^2/NDF = 3.3$, и $\chi_\gamma^2/NDF = 0.8$), что означает короткую фазу чистой КГП и более продолжительную смешанную фазу. Небольшая длительность фазы чистой КГП определяется как низкой начальной температурой, сравнимой с температурой фазового перехода, так и большой начальной радиальной скоростью $V_r \sim 0.3c$, приводящей к быстрому расширению и остыванию горячей фазы.

2.5.3 Столкновения при энергии RHIC

Так же как и в случае предсказаний для энергии SPS, мы начинаем с фиксации описания эволюции горячей материи требованием, чтобы модель воспроизводила спектры конечных адронов. Важно, чтобы одновременно воспроизводились спектры частиц с различными массами, что позволяет разделить термальную и коллективную компоненты. На рис. 95 показаны спектры пионов, каонов и протонов, измеренные коллаборациями PHENIX [369], STAR [370, 371], PHOBOS [372] и BRAHMS [373] в центральных (0–10%, соответствующих прицельному параметру $\langle b \rangle = 2.3$ фм) и периферических (60–70%, соответствующих $\langle b \rangle = 11.9$ фм) Au–Au столкновениях при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Спектры сравниваются с нашими гидродинамическими предсказаниями (пунктирные линии) и вкладом жестких процессов. Для энергий RHIC вклад жестких процессов становится существенным. Поэтому мы используем предсказание выхода жестких адронов в pp столкновениях в рамках второго порядка теории возмущений КХД [258], масштабированного в соответствии с ожидаемым числом нуклон-нуклонных столкновений в АА столкновении в данном классе центральности и умноженному на эмпирический фактор ядерной модификации $R_{AA} = 0.2$ (0.7) для 0-10% центральных и (60-70% периферических) столкновений Au–Au, чтобы учесть подавление выхода жестких адронов в АА столкновениях (см. главу 1.3.7), пунктирные линии. Для правильного сравнения с скорректированными на слабые распады данными PHENIX [369], PHOBOS [372] и BRAHMS [373] протонные спектры STAR [370] были соответственно скорректированы на вклад слабых распадов, составляющий $\sim 40\%$ (в зависимости от p_T) [371]. При малых поперечных импульсах согласие данных с результатами расчетов очень хорошее, начиная от данных PHOBOS с очень малыми импульсами ($p_T < 100$ МэВ/с) до $p_T \approx 1.5$ ГэВ/с. Выше этого значения вклад жестких процессов начинает доминировать над вкладом мягких процессов. Частицы с им-

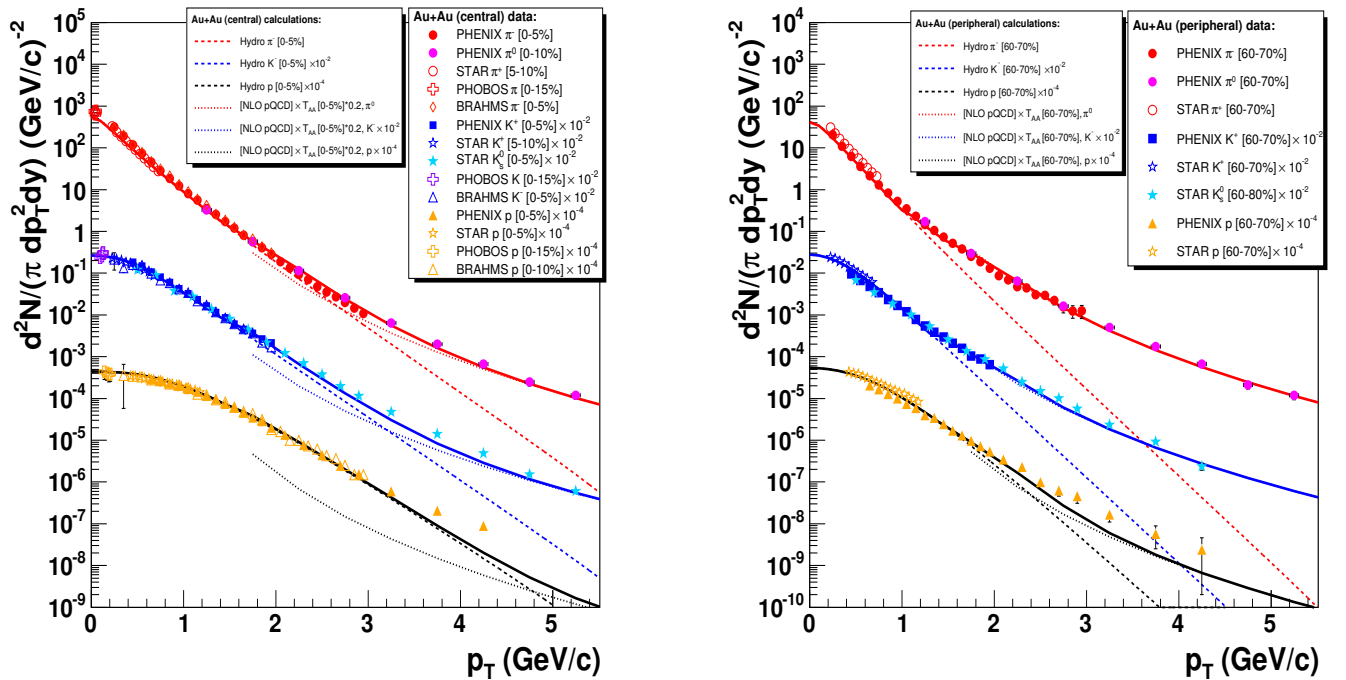


Рис. 95: Спектры $\pi^{\pm,0}$, $K^{\pm,0}$ и протонов, измеренные в диапазоне $p_T = 0 - 5.5$ ГэВ/с в экспериментах PHENIX [369], STAR [370, 371], PHOBOS [372] и BRAHMS [373] в 0-10% центральных (слева) и 60-70% периферических (справа) столкновениях Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в сравнении с результатами расчетов нашей гидродинамической модели (пунктирные линии), масштабированным вкладом жестких процессов (штриховые линии), и суммой всех вкладов (сплошные линии).

пульсами $p_T \gtrsim 2$ ГэВ/с в основном рождаются в столкновениях начальных нуклонов во времена порядка $\tau \sim 1/p_T \lesssim 0.15$ фм/с (т.е. при прохождении ядер друг сквозь друга, до начала любого разумного времени прихождения системы в равновесие), и как таковые они не находятся в термальном равновесии с частицами файерболла. Так что нельзя ожидать того, что гидродинамическое описание будет справедливым при $p_T \gtrsim 2$ ГэВ/с.

Для количественного сравнения экспериментальных данных и модельных расчетов на рис. 96 показано их отношение в линейном масштабе. В области малых p_T , где отношение определяется вкладом гидродинамики, имеется некоторое p_T -зависимое отклонение между данными и моделью. Однако аналогичное отклонение имеется и между независимыми наборами данных, что указывает на величину систематических неопределенностей различных измерений. Рождение адронов при больших p_T , которое определяется жесткими пертурбативными процессами, также согласуется с точностью $\sim 20\%$ со стандартной неопределенностью, связанной с выбором масштаба в КХД вычислениях при таких энергиях. Таким образом, выход адронов во всем диапазоне поперечных импульсов при $y = 0$ описывается моделью в пределах экспериментальных и теоретических неопределенностей, за исключением (анти-)протонов. Хотя благодаря большой массе адроны получают большой буст от коллективного потока вплоть до $p_T \sim 3$ ГэВ/с, при больших значения поперечного импульса комбинация гидродинамики и жестких процессов недооценивает измеренный выход. Это наблюдение означает наличие дополнительного механизма рождения барионов со средними поперечными импульсами $p_T \approx 3 - 5$ ГэВ/с, связанного с рекомбинацией [374]. Однако мы не рассматриваем этот механизм, так как он не влияет на рождение прямых фотонов и на общую картину гидродинамической эволюции.

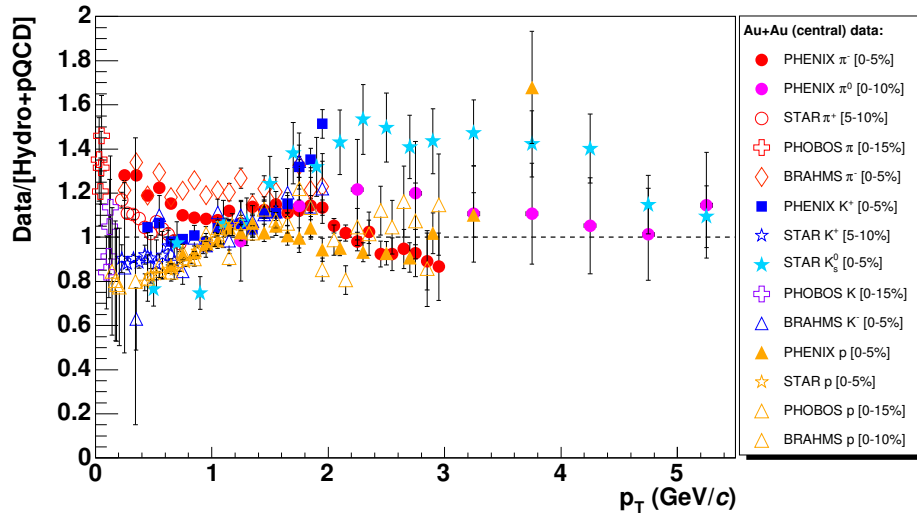


Рис. 96: Отношение спектров $\pi^{\pm,0}$, $K^{\pm,0}$ и протонов, измеренных коллаборациями PHENIX [369], STAR [370, 371], PHOBOS [372] и BRAHMS [373] в центральных Au+Au столкновениях при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ к сумме вкладов гидродинамики и жестких процессов. При $p_T \gtrsim 2$ ГэВ/с неопределенность теоретических вычислений составляет $\pm 20\%$ (не показаны), определяемых в основном неопределенностью в масштабе.

Для оценки выхода быстрых прямых фотонов, см. рис. 97, мы используем спектр быстрых фотонов в pp столкновениях при той же энергии, вычисленный W. Vogelsang [191] во втором порядке пертурбативной КХД, и умножаем его на Глауберовскую функцию перекрытия $T_{AA}(b)$ зависящую от импакт параметра b . При вычислении спектра быстрых фотонов использовались параметризация структурной функции СТЕQ6М [375] и функция фрагментации GRV [376]. Все масштабы приняты равными между собой и импульсу фотона ($\mu = p_T$).

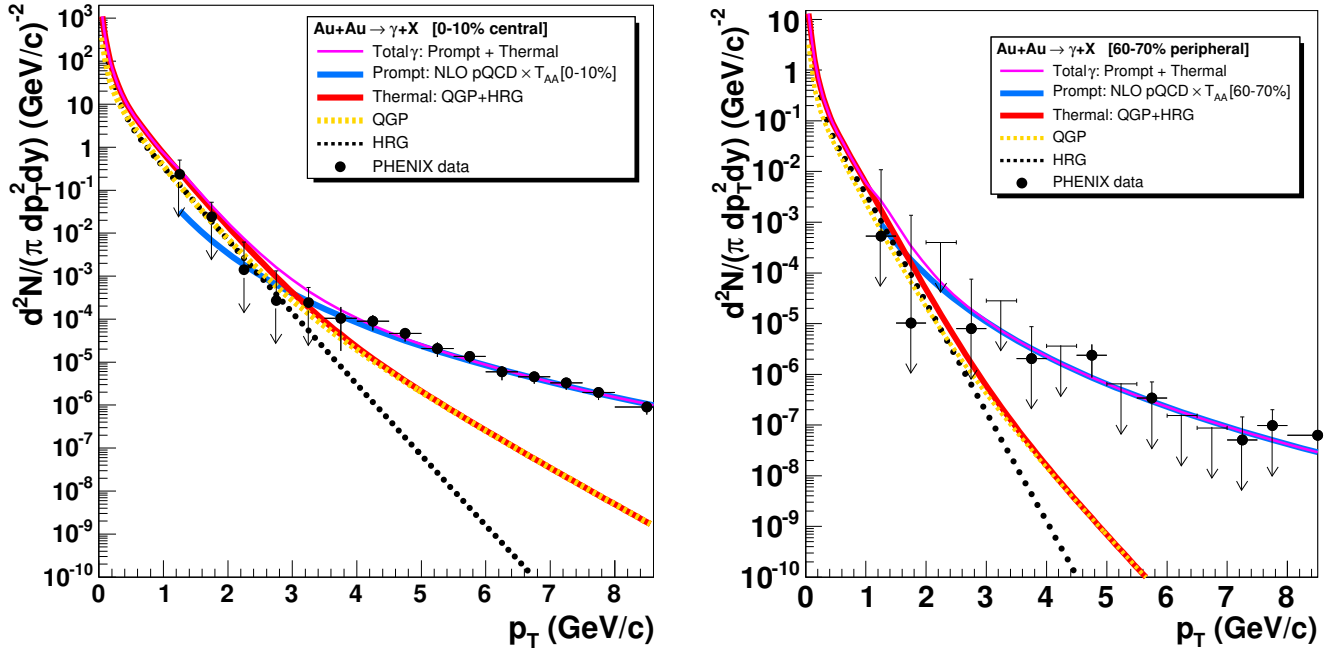


Рис. 97: Спектры прямых фотонов в 0-10% центральных (слева) и 60-70% периферических (справа) столкновениях Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ, вычисленные в рамках нашей модели в сравнении с измеренными экспериментом PHENIX [377]. Отдельно показаны вклады КГП, адронного газа и быстрых прямых фотонов.

Как видно из главы 2.2.1, эти вычисления хорошо воспроизводят экспериментальные данные. Мы не используем модификацию спектра быстрых фотонов в АА столкновениях из-за частично компенсирующих друг друга эффектов: в начальном состоянии (i) модификацию PDF ядра Au (затенение) ($< 20\%$) в интересующем нас диапазоне (x, Q^2) , и (ii) дополнительные ядерное уширение K_T (эффект Кронина), см. главу 2.2. Оба эффекта в начальном состоянии сравнительно малы и действуют в противоположных направлениях, компенсируя друг друга, что подтверждается слабым отклонением от единицы фактора ядерной модификации $R_{dAu} \lesssim 1.1$, как для прямых фотонов, так и для π^0 . Аналогично, мы не учитываем влияние эффектов в конечном состоянии – подавление в результате потерь энергии партонми и возможное уменьшение вклада от конверсии струй.

Спектр термальных прямых фотонов был получен интегрированием скорости излучения фотонов по пространственно-временному объему файерболла, полученному в рамках 2+1 Бьеркеновской гидродинамики. Для скорости излучения термальных фотонов в КГП использовался полный в первом порядке по α_{em} и α_s результат Arnold *et al.* [327], см. главу 2.3.2. Эта скорость излучения предполагает нулевой барионный потенциал. Это приближение достаточно хорошо выполняется при энергиях RHIC: поправки будут порядка $\mathcal{O}[\mu_q^2/(\pi T)^2]$, то есть пренебрежимо малы, учитывая, что для описания выхода адронов требуется $\mu_B = 3\mu_q \sim 25$ МэВ. Аналогично, хотя на начальном этапе столкновения кварки не находятся в химическом равновесии (на начальном этапе преобладают глюоны), два главных эффекта, вызываемых отсутствием химического равновесия – уменьшение числа кварков и увеличение температуры – практически сокращаются в спектре прямых термальных фотонов [378, 379]. Так что мы также их не учитываем. В вычислениях используется зависящая от температуры величина

$$\alpha_s(T) = 2.095 / \left\{ \frac{11}{2\pi} \ln(Q/\Lambda_{\overline{MS}}) + \frac{51}{22\pi} \ln[2 \ln(Q/\Lambda_{\overline{MS}})] \right\},$$

где $Q = 2\pi T$, полученная в решеточных вычислениях [380]. Эта параметризация соответствует $\alpha_s(T) = 0.3 - 0.6$ в интересующем нас диапазоне температур ($T \approx 600 - 150$ МэВ). Для

адронной фазы мы используем параметризацию Turbide *et al.* [330], включающую вклады a_1 резонанса, барионов и странных адронов, см. главу 2.3.1.

Так же как и в случае адронов, инклюзивный спектр прямых фотонов в столкновениях Au–Au с прицельным параметром b получается сложением вклада жестких процессов и термальных прямых фотонов. Можно выделить три источника прямых фотонов: быстрые, термальные из КГП и термальные из адронного газа.

Полученные спектры прямых фотонов в центральных (слева) и периферических (справа) столкновениях Au–Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ показаны на рис. 97. Также отдельно показаны вклады быстрых фотонов и термальных прямых фотонов из КГП и адронного газа. В центральных столкновениях вклад термальных прямых фотонов оказывается больше, чем быстрых прямых фотонов в диапазоне поперечных импульсов $p_T \approx 3$ ГэВ/с. В области $p_T \approx 1 - 4$ ГэВ/с термальные прямые фотоны составляют приблизительно 50% – 90% от выхода инклюзивных прямых фотонов в центральных столкновениях, как это ясно видно в отношении инклюзивного спектра прямых фотонов к быстрым, показанного на рис. 98. В периферических столкновениях в спектре прямых фотонов доминируют быстрые прямые фотоны. В обоих случаях термальное излучение адронного газа превалирует только при малых p_T . На рис. 97 также представлено сравнение полученных спектров с результатами эксперимента PHENIX [377]. Полный выход прямых фотонов оказывается в хорошем согласии с экспериментальными данными, хотя в случае центральных столкновений при $p_T \lesssim 4$ ГэВ/с наши вычисления стремятся к верхней границе данных. Новые данные [381], полученные с помощью метода внутренней конверсии, также оказываются несколько выше этих данных и лучше согласуются с нашими вычислениями.

Чтобы количественно сравнить вклады термальных и быстрых фотонов в теоретических и экспериментальных результатах, мы вычисляем “фактор ядерной модификации”, определенный как отношение инклюзивного спектра прямых фотонов к спектру быстрых прямых

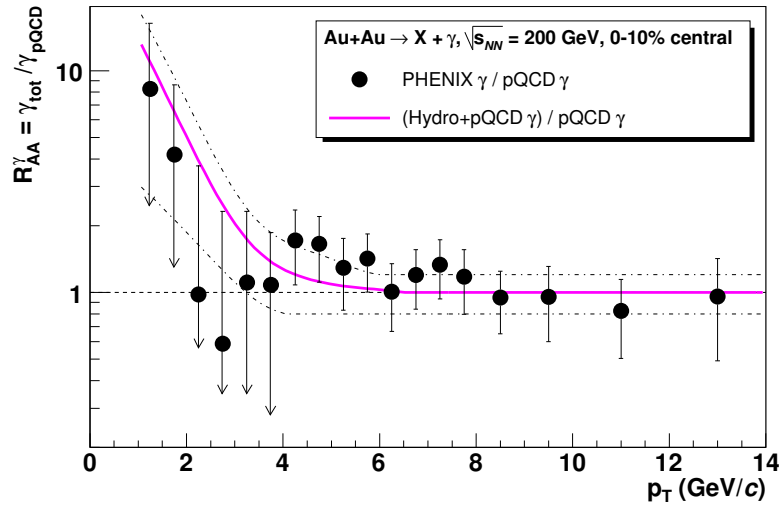


Рис. 98: “Фактор ядерной модификации” прямых фотонов R_{AA}^γ (48), полученный как отношение полного выхода прямых фотонов к выходу быстрых фотонов для 10% самых центральных столкновений Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Сплошная линия показывает результат нашей модели. Точки показывают отношение измеренного спектра прямых фотонов [377] к тому же спектру быстрых прямых фотонов и штрихпунктирная линия показывает теоретические неопределенности в вычислении спектра быстрых прямых фотонов.

фотонов (предсказаний для случая pp столкновений, масштабированных с множителем T_{AA})

$$R_{AA}^{\gamma}(p_T) = \frac{dN_{AuAu}^{total\ \gamma}/dp_T}{T_{AA} \cdot d\sigma_{pp}^{\gamma\ pQCD}/dp_T}. \quad (48)$$

Этот фактор представлен на рис. 98. Значение $R_{AA}^{\gamma} \approx 1$ означает, что выход прямых фотонов описывается только вкладом быстрых прямых фотонов. Благодаря вкладу термальных прямых фотонов мы в нашей модели получаем для центральных Au–Au столкновений $R_{AA}^{\gamma} \approx$ от 1 до 10 в области $p_T \approx 1 - 4$ ГэВ/с, где значителен вклад термальных прямых фотонов. Данные PHENIX показывают ту же зависимость, хотя и с большой неопределенностью. Однако при вычислении R_{γ} для реальных данных нужно иметь в виду, что неизвестно, насколько надежны NLO вычисления при малых поперечных импульсах $p_T \lesssim 2$ ГэВ/с. В этой кинематической области в спектре быстрых фотонов доминирует тормозное излучение и партонная фрагментация, которые не могут быть вычислены и параметризуются в виде фрагментационных функций. Последние в свою очередь довольно плохо известны в этой кинематической области. Стандартные неопределенности, связанные с выбором масштаба, порядка $\pm 20\%$ при $p_T \gtrsim 4$ ГэВ/с, однако мы применяем пессимистичную оценку неопределенности ${}_{+50}^{-200}\%$ этих вычислений в области $p_T \approx 1 - 4$ ГэВ/с (штрихпунктирные линии на рис. 98). Результаты, описанные в этой главе, были опубликованы в работе [382].

2.5.4 Столкновения при энергии ЛНС

Мы вычислили предсказания выхода прямых фотонов и адронов в столкновениях Pb–Pb при энергии ЛНС, $\sqrt{s_{NN}} = 5.5$ ТэВ. Для начала мы оценили спектры пионов, каонов и (анти-) протонов, рожденных в области центральных быстрот в таких столкновениях. Основная часть спектра ($p_T \lesssim 5$ ГэВ/с) в центральных столкновениях Pb–Pb при энергии ЛНС вычисляется в рамках гидродинамической модели, успешно апробированной при энергии RHIC, см. главу 2.5.3, где используются начальные параметры, полученные экстраполяцией множественности адронов, измеренных при энергии RHIC: $dN_{ch}/d\eta/(0.5 \langle N_{part} \rangle) \approx 0.75 \ln(\sqrt{s_{NN}}/1.5)$ [338]. При поперечных импульсах выше $p_T \approx 3$ ГэВ/с мы учитываем вклад дополнительного источника от фрагментации (мини-)струй. Этот вклад вычисляется в рамках коллинеарно факторизованных сечений во втором порядке пертурбативной КХД (NLO) [383]. Мы использовали последние на тот момент функции распределения [270] и функции фрагментации (FF) [384], модифицированные так, чтобы учитывать эффект затенения [288] и потери энергии в конечном состоянии [385].

Использовалась наша стандартная Бьеркеновская цилиндрически симметричная 2+1 гидродинамическая модель. Мы предположили, что время термализации равно $\tau_0 = 1/Q_s \approx 0.1$ фм/с, что соответствует начальной плотности энтропии $s_0 = 1120$ фм⁻³ (соответствует плотности энергии $\varepsilon_0 \propto s_0^{4/3} \approx 650$ ГэВ/фм³) и приводит к ожидаемой плотности конечных адронов $dN/d\eta \approx 1300$ при энергии ЛНС. При решении уравнений гидродинамики использовалось уравнение состояния с фазовым переходом, с кварк-глюонной плазмой при температуре выше температуры перехода $T_c \approx 170$ МэВ и адронным газом при температуре ниже T_c . Уравнение состояния КГП получается параметризацией решеточного уравнения состояния, которое соединяется с уравнением состояния адронного газа с помощью Максвелловского условия, как описано в главе 2.4.1. В адронном газе мы учитываем сохранение барионного и электрического заряда. Мы предполагаем, что материя безбарионная, т.е. $\mu_B \approx 5$ МэВ. Также, как и в случае энергии RHIC мы предполагаем, что происходит химическое замораживание при температуре T_c . Термодинамическая заморозка происходит при температуре $T_f \approx 120$ МэВ, после чего учитываются распады резонансов.

Наша оценка вклада жесткой компоненты получена с помощью кода [383], в котором все масштабы были положены равными $\mu = p_T$. Выходы адронов в столкновениях Pb–Pb получены масштабированием pp сечений с числом независимых нуклон-нуклонных столкновений для каждого класса центральности в соответствии с Глауберовской моделью ($N_{coll} = 1670$ для 0-10% класса наиболее центральных и $N_{coll} = 12,9$ для 60-90% класса периферических столкновений). Мы использовали ядерные поправки (изоспиновые и затенение) для функций распределения CTEQ6.5M [270] в соответствии с nDSg параметризацией [288], см. главу 2.2.3. Потери энергии в конечном состоянии в горячей и плотной материи учитывались путем модификации функций фрагментации АКК [384] с BDMPS весами подавления, как описано в работе [385]. Спектр глюонов в модели BDMPS зависит от одного параметра $\omega_c = \langle \hat{q} \rangle L^2$, связанного с транспортным коэффициентом и протяженностью материи. Мы использовали значение $\omega_c \approx 50$ ГэВ, оценив его из ожидаемой зависимости параметра подавления от энергии столкновения и значения $\omega_c \approx 20$ ГэВ при энергии RHIC [385]. Инклюзивный спектр адронов при этой энергии в центральных (периферических) столкновениях Pb–Pb подавляется примерно в ~ 10 (2) раз, что соответствует $R_{pPb} \approx 0.1$ (0.5), при $p_T = 10$ ГэВ/с.

Наши предсказания спектров идентифицированных адронов в столкновениях Pb–Pb при энергии 5.5 ТэВ показаны на рис. 99. Гидродинамический вклад доминирует над (подавленным) жестким вкладом вплоть до $p_T \approx 4$ (1.5) ГэВ/с в центральных (периферических) столкновениях. Значения p_T , где вклады сравниваются, возрастает с массой адронов. В случае отсутствия эффектов рекомбинации, не рассматриваемых здесь, протоны из гидродинамической стадии заметны вплоть до $p_T \approx 5$ ГэВ/с в центральных столкновениях Pb–Pb при

энергии ЛНС.

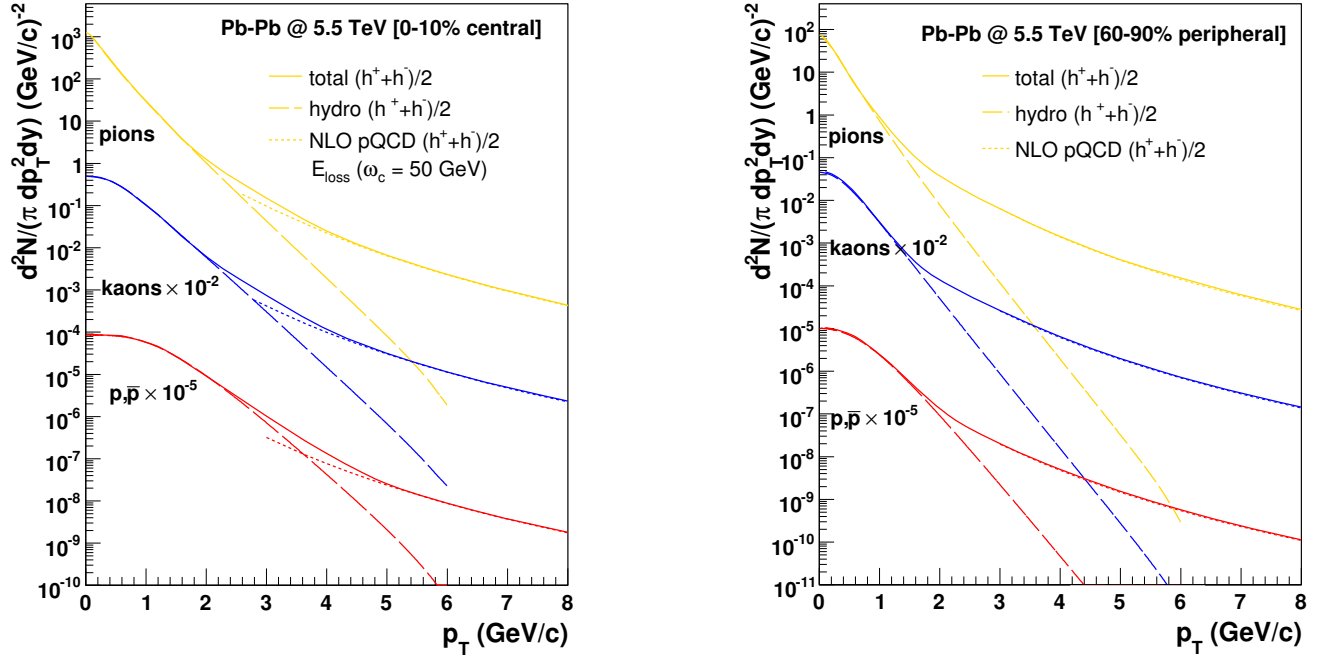


Рис. 99: Спектры $\pi^\pm$, $K^\pm$ и p , $\bar{p}$ в области центральных быстрот в 0-10% центральных (слева) и 60-70% периферических (справа) столкновениях Pb-Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.5$ ТэВ, полученные в нашей модели.

Используя описанную выше модель для моделирования эволюции горячей материи, мы вычисляем спектр прямых фотонов в таких столкновениях. Для вычисления спектра прямых фотонов использовались параметризации скорости излучения из КГП и адронного газа, такие же как и в случае вычислений для энергий RHIC, и описанные в главах 2.3.2 и 2.3.1 соответственно: полные вычисления в приближении лидирующего логарифма с учетом подавления Ландау-Померанчука [316]. Для адронного газа использовалась улучшенная параметризация, полученная Turbide *et al.* [330]. Для оценки вклада быстрых фотонов мы используем пакет JETPHOX [255], в котором полагаем все масштабы равными $\mu = p_T$. Так же как и в случае жестких адронов для вычисления выхода в Pb-Pb столкновениях полученные сечения масштабируются в соответствии с числом бинарных столкновений $N_{coll} = 1670$, 12.9 для 0-10% класса центральных ($\langle b \rangle = 3.2$ фм) и $N_{coll} = 12.9$ для 60-90% класса периферических ($\langle b \rangle = 13$ фм) столкновений соответственно. Учет ядерных эффектов получается так же, как и в адронном случае. При энергиях ЛНС вклад быстрых прямых фотонов при не слишком больших поперечных импульсах p_T определяется в основном фрагментационными процессами. Поэтому подавление выхода жестких партонов в центральных Pb-Pb столкновениях также влияет на выход быстрых прямых фотонов. Мы учитываем влияние материи на фрагментационную компоненту быстрых фотонов, модифицируя функцию фрагментации партон-в-фотон BFG [386] с помощью BDMPS весов подавления. Влияние потери энергии определяется одним параметром $\omega_c = \langle \hat{q} \rangle L^2 \approx 50$ ГэВ, полученным экстраполяцией данных RHIC. Комбинация эффектов начального состояния (затенения) и конечного состояния (потери энергии) приводят к подавлению выхода быстрых прямых фотонов $R_{PbPb} \approx 0.2$ (0.8) при $p_T = 10$ (100) ГэВ/с [385].

Наши предсказания для выхода прямых фотонов в области центральных быстрот в столкновениях Pb-Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.5$ ТэВ показаны на рис. 100. Вклад термальных фотонов доминирует над вкладом (подавленных) быстрых фотонов вплоть до $p_T \approx 4$ (1.5) ГэВ/с в центральных (периферических) Pb-Pb столкновениях. Стоит подчеркнуть два отличия по сравнению со столкновениями при энергии RHIC [382]: (i) поперечный импульс, при котором сравниваются выходы термальных и быстрых фотонов, увеличивается с $p_T \approx 2.5$ ГэВ/с при

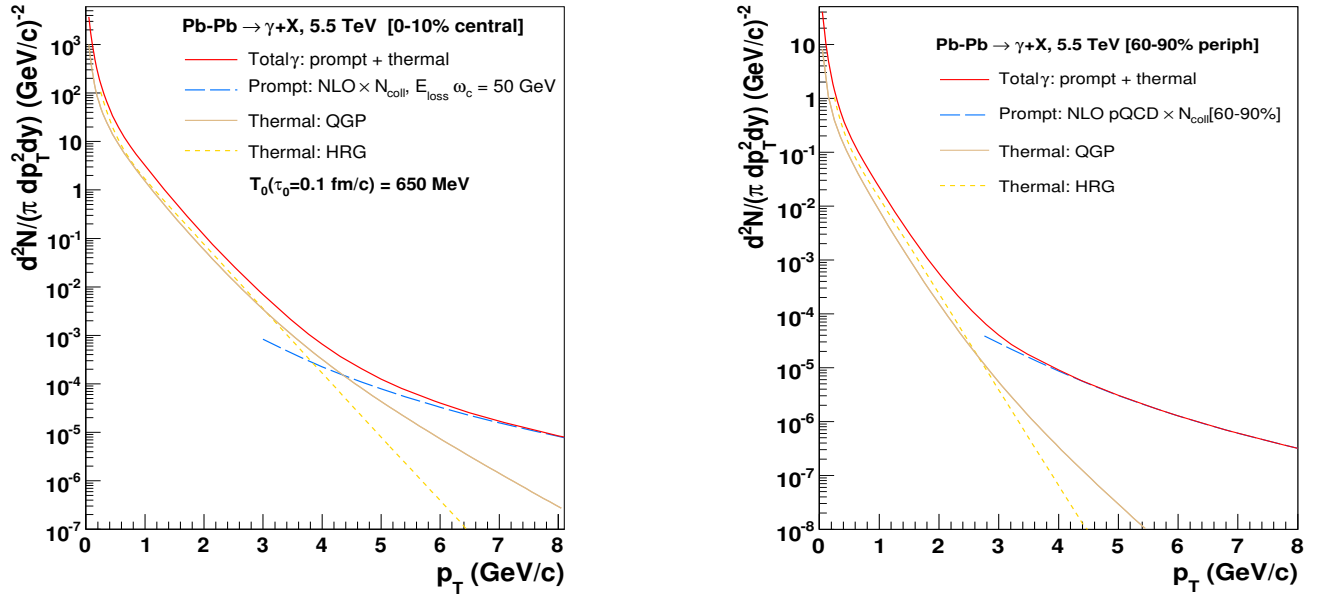


Рис. 100: Спектры прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.5$ ТэВ, в 0-10% центральных (слева) и 60-90% периферических (справа) классах центральности. Отдельно показаны вклады термальных (КГП и адронного газа) и быстрых прямых фотонов.

энергии RHIC до $p_T \approx 4.5$ ГэВ/с при энергии LHC, и (ii) доминирующая часть термальных фотонов получается от излучения фазы КГП. Оба эти наблюдения делают прямые фотоны при средних поперечных импульсах в АА столкновениях при энергии LHC интересными пробами термодинамических свойств горячей материи.

Эти результаты были опубликованы в обзоре [387]. Интересно сравнить измеренные спектры адронов и прямых фотонов в этих столкновениях с нашими предсказаниями, см рис. 101. Спектры сравниваются с данными из [388], спектры прямых фотонов – с данными в Pb–Pb столкновениях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ [389], так как результаты для $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ еще не опубликованы. Как видно, модель хорошо воспроизводит спектры адронов, и, значит, эволюцию файерболла, и заметно переоценивает выход прямых фотонов, что связано с отличием в энергии столкновения.

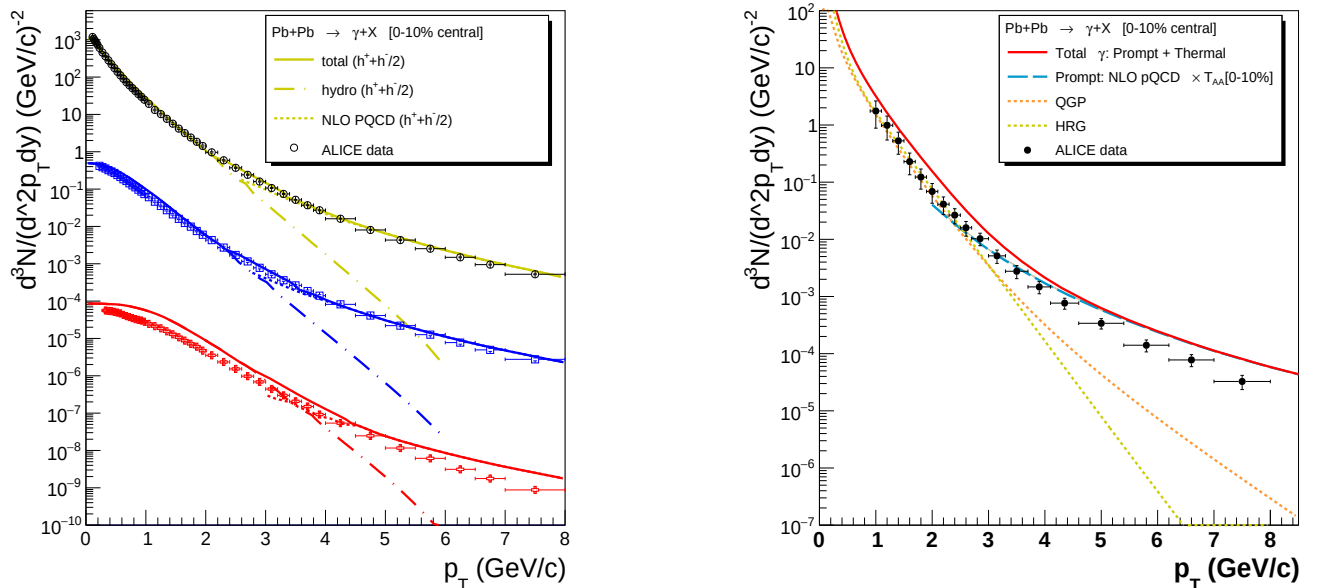


Рис. 101: Сравнение предсказаний с результатами измерений эксперимента ALICE. Слева – сравнение адронных спектров, справа – сравнение спектров прямых фотонов.

2.5.5 Определение начальной температуры столкновения

Благодаря слабому взаимодействию с горячей материей, фотоны, рожденные в горячей материи, свободно вылетают из горячей области без перерассеяния. В результате они не находятся в термодинамическом равновесии с горячей материей, и их спектр отличается от излучения черного тела. Тем не менее оценки скорости излучения прямых фотонов [327, 330] имеют типичную функциональную форму ⁵

$$E_\gamma dR_\gamma/d^3p \propto T^2 \cdot \exp(-E_\gamma/T),$$

можно ожидать, что конечный спектр будет приблизительно экспоненциальный с обратным параметром наклона, сильно скоррелированным с локальной температурой T излучающей материи. Очевидно, эти соображения усложняются рядом факторов: с одной стороны, конечный спектр прямых фотонов – это сумма экспоненциальных спектров с различными температурами в результате излучения элементарных объемов быстро эволюционирующего файербола, к тому же имеющего большой градиент температур. С другой стороны, влияние коллективного потока (более значительного в центральных столкновениях) накладывается на экспоненциальный спектр, приводя эффективно к большему значению обратного наклона [390]:

$$T_{eff} \approx \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} T, \quad (49)$$

где β – коллективная скорость элементарного объема.

Мы показали, используя нашу гидродинамическую модель, что перечисленные эффекты не полностью уничтожают корреляцию между максимальной начальной температурой столкновения и наклоном спектра прямых фотонов. Как мы покажем, такая корреляция все-таки остается, и обратный наклон спектра прямых фотонов, измеренный при достаточно высоких p_T , действительно дает оценку начальной температуры столкновения.

Чтобы определить, до какой степени термальные наклоны могут служить оценкой начальной температуры системы, мы параметризовали термальные спектры, полученные в наших гидродинамических вычислениях для различных центральностей столкновений Au–Au, экспонентой в различных диапазонах p_T . Так как, в соответствии с нашим описанием начальных условий, различные центральности соответствуют различным начальным плотностям энергии, мы можем таким образом исследовать зависимость эффективной температуры спектров от максимальной начальной температуры T_0 (в центре) системы. Верхний рисунок на рис. 102 показывает зависимость полученного обратного локального наклона T_{eff} в зависимости от максимальной начальной температуры T_0 для вариант эволюции по умолчанию, включающей фазовый переход. Мы обнаружили, что хотя упомянутые эффекты и размывают корреляцию между видимой и начальной температурами, они не полностью ее разрушают. Наклоны фотонного спектра действительно пропорциональны начальной температуре материи T_0 . Имеется также очевидная антикорреляция между средним импульсом излученного фотона и временем его излучения. При достаточно больших p_T наиболее жесткие фотоны, излученные из самой горячей области, полностью поглощают все остальные вклады как из более поздних стадий столкновения, так и из более периферических холодных участков. Таким образом, чем более высокие p_T мы исследуем, тем ближе оказывается T_{eff} к начальной температуре T_0 . Как показывают наши вычисления, эмпирические наклоны, полученные с $p_T \approx 4$ ГэВ/с и выше в центральных столкновениях Au–Au оказываются больше ~ 400 МэВ, то есть только на $\sim 30\%$ ниже, чем реальная максимальная температура кварк-глюонной фазы. С другой стороны, локальные наклоны спектров фотонов при $p_T \approx 1$ ГэВ/с и ниже имеют

⁵множитель T^2 представляет собой в этом случае только нормировочный множитель (так как скорость изменения мала по сравнению с коротким временем излучения), который слабо изменяет экспоненциальный спектр.

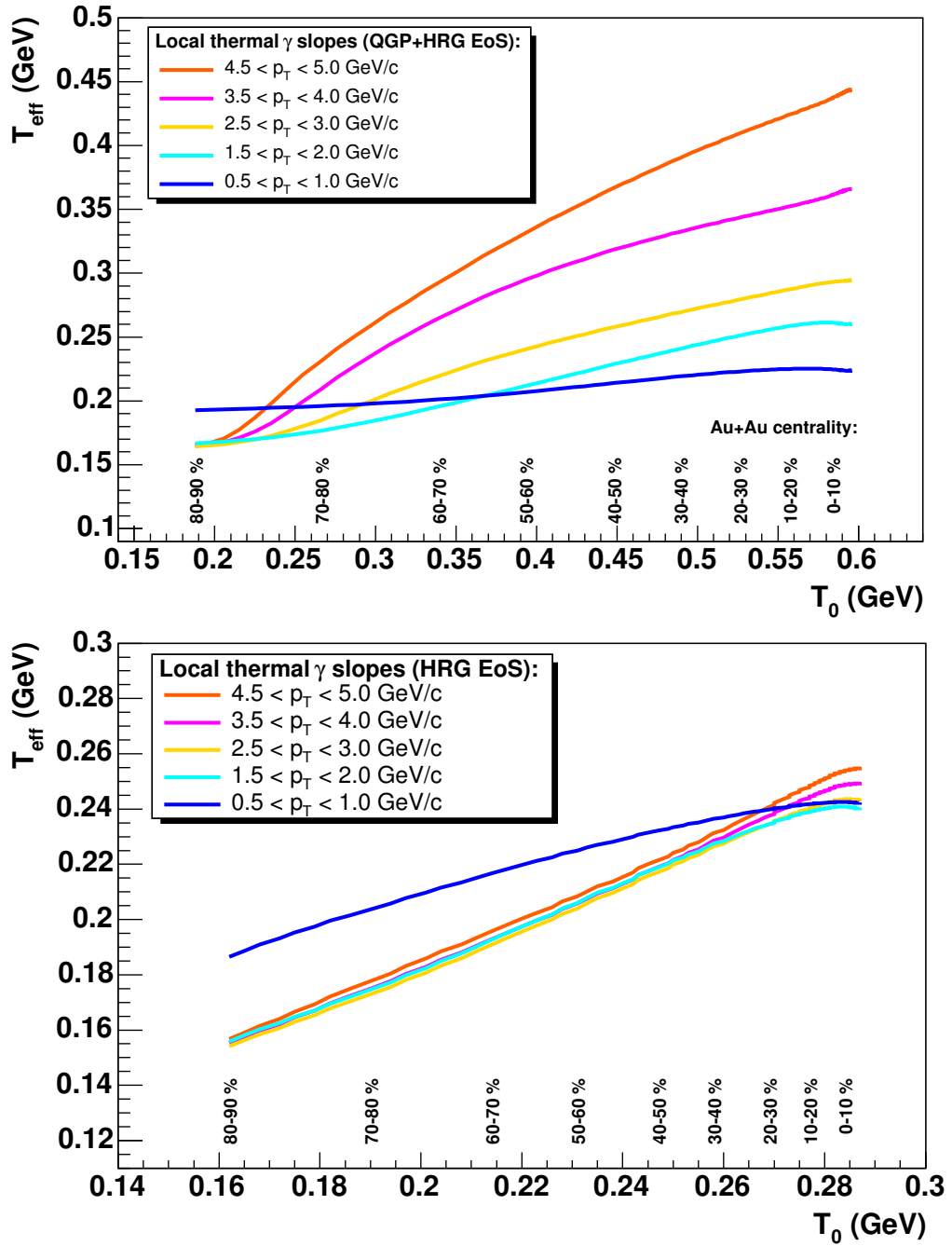


Рис. 102: Локальный обратный наклон спектра прямых фотонов T_{eff} , полученный параметризацией экспонентой спектра термальных прямых фотонов в различных областях p_T , в зависимости от начальной (максимальной) температуры T_0 файерболла, образующегося в различных классах центральности столкновений Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Верхний рисунок соответствует гидродинамическим вычислениям с уравнением состояния, включающем в себя фазовый переход (см. таблицу 1), нижний рисунок – чисто адронному уравнению состояния (с начальными условиями $\varepsilon_0 = 30$ ГэВ/фм³ при $\tau_0 = 0.6$ фм/с).

почти постоянные значения $T_{eff} \sim 200$ МэВ (численно близкие к температуре фазового перехода T_{crit}) для всех центральностей, практически не зависят от начальной температуры системы и определяются пред-экспоненциальными множителями в адронных скоростях излучения и коллективной скоростью.

Мы исследовали справедливость наших наблюдений в случае чисто адронного уравнения состояния. Зависимость обратных локальных наклонов от начальной максимальной темпера-

туры для чисто адронного уравнения состояния показана на рис. 102, снизу. В этом случае эффективные температуры оказываются ниже, $T_{eff}^{max} \approx 220$ МэВ, чем в случае уравнения состояния с фазовым переходом. Это происходит не только из-за того, что начальная плотность энергии ε_0 меньше (гидродинамическая эволюция начинается позже), но, в основном, потому, что при той же плотности энергии ε_0 эффективное число степеней свободы в чисто адронном газе выше, чем в случае КГП и, следовательно, температура ниже. Заметим, что для чисто адронного уравнения состояния $g(T) \propto \varepsilon/T^4$ экспоненциально растет с T и при достаточно больших температурах, очевидно, превысит постоянное число степеней свободы в КГП. Второе отличие заключается в том, что во всех диапазонах p_T мы обнаружили схожую сильную корреляцию между локальным обратным наклоном и T_0 , означающую наличие одного (адронного) механизма излучения фотонов, доминирующего во всем диапазоне p_T .

Исследуя корреляции эффективных наклонов с начальной температурой, мы пришли к следующим результатам. Во-первых, обнаружение в данных в соответствии с формулой (49) избытка прямых фотонов с импульсами, выше $p_T \approx 2.5$ ГэВ/с с экспоненциальным наклоном $T_{eff} \gtrsim 250$ МэВ является однозначным доказательством образования системы с максимальной температурой выше T_{crit} , так как не существует разумных механизмов развития коллективного потока, которые могли бы привести к такому большому бусту фотонных наклонов, одновременно воспроизводя измеренные спектры адронов. Во-вторых, заметная зависимость локальных обратных наклонов от p_T , по-видимому, является уникальной чертой пространственно-временной эволюции системы, включающей в себя излучающую фазу КГП. Результаты, описанные в этой главе, были опубликованы в работе [382].

2.5.6 Определение уравнения состояния горячей материи

Как мы показали в главе 2.5.5, видимая температура T_{eff} приблизительно пропорциональна максимальной температуре, достигнутой в ядро-ядерном столкновении. Можно продвинуться еще дальше и попытаться непосредственно измерить уравнение состояния горячей материи, рассматривая корреляции T_{eff} с экспериментальными наблюдаемыми, связанными с плотностью энергии или плотностью энтропии системы. Например, предполагая изоэнтропическое расширение горячей материи (что подразумевается в нашей гидродинамической модели с нулевой вязкостью), можно оценить *начальную* плотность энтропии s в момент излучения термальных фотонов по полной *конечной* множественности частиц dN/dy , измеренной в столкновении. Изменяя центральность столкновения, можно исследовать форму зависимости $s = s(T)$ в первые мгновения столкновения, извлечь соответствующее уравнение состояния горячей материи и, возможно, обнаружить сигнал фазового перехода. В самом деле, как известно из решеточных вычислений, два наиболее ярких свидетельства образования КПП – (1) резкий рост $\varepsilon(T)/T^4$, или, что то же самое, $s(T)/T^3$, при температурах около T_{crit} , и (2) наличие плато в той же зависимости при температурах, выше T_{crit} . Резкий рост связан, очевидно, с внезапным высвобождением большого количества (партонных) степеней свободы при T_{crit} . Последующее плато связано с образованием полноценной КПП с *фиксированным* (постоянным) числом степеней свободы.

Мы предлагаем использовать T_{eff} как оценку начальной температуры системы и непосредственно исследовать зависимость числа эффективных степеней свободы от T_{eff} . Мы определяем число эффективных степеней свободы как ⁶

$$g(s, T) = \frac{\pi^2}{4 \zeta(4)} \frac{s}{T^3} (\hbar c)^3 = \frac{45}{2\pi^2} \frac{s}{T^3} (\hbar c)^3, \quad (50)$$

что совпадает с вырожденностью идеального газа безмассовых частиц. Аналогичная идея была предложена В. Muller и К. Rajagopal в работе [391]: рассматривался метод оценки числа термодинамических степеней свободы как $g_{eff} \propto s^4/\epsilon^3$, где s также оценивается по множественности конечных адронов. Штриховая линия на рис. 103 (сверху) показывает эволюцию *реального* числа эффективных степеней свободы $g_{hydro}(s_0, T_0)$, вычисленных с помощью (50), в зависимости от максимальной температуры и энтропии, полученной непосредственно из наших начальных условий в различных классах центральности Au–Au столкновений. Во-первых, стоит отметить, что $g(s, T)$ остается постоянной на уровне ожидаемой вырожденности $g_{hydro} = 42.25$, что соответствует идеальному газу с $N_f = 2.5$ ароматами безмассовых кварков и глюонами практически для всех максимальных температур, достижимых в различных классах центральности столкновений Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Это указывает на то, что при максимальных энергиях RHIC для большинства прицельных параметров T_0 оказывается (значительно) выше критической температуры T_{crit} и наиболее горячая часть файерболла находится в фазе КПП. Ожидаемый спад в g_{hydro} , связанный с фазовым переходом в адронную фазу, появляется (возможно) только в наиболее периферических столкновениях (с $T_0 \approx T_c$). В этом смысле, прямое свидетельство о наличии фазового перехода будет, возможно, получено в столкновениях при меньшей энергии.

Как уже отмечалось, можно эмпирически исследовать уравнение состояния КХД, показанное на рис. 103 (и в конце концов определить зависимость числа эффективных степеней свободы от температуры в рожденной материи), используя оценку начальной температуры с помощью обратного наклона спектра прямых фотонов T_{eff} и второй наблюдаемой, связанной с начальной плотностью энтропии, такой как множественность адронов dN/dy . Можно было бы также рассмотреть оценку g_{eff} с помощью $\varepsilon/T^4 \propto (dE_T/dy)/T_{eff}^4$, используя поперечную энергию в единицу быстроты dE_T/dy . Однако мы предпочитаем оценку (50), содержащую плотность энтропии, а не плотность энергии по двум причинам:

⁶Мы используем здесь единицы ГэВ и фм. $\zeta(4) = \pi^4/90$, где $\zeta(n)$ – зета-функция Римана.

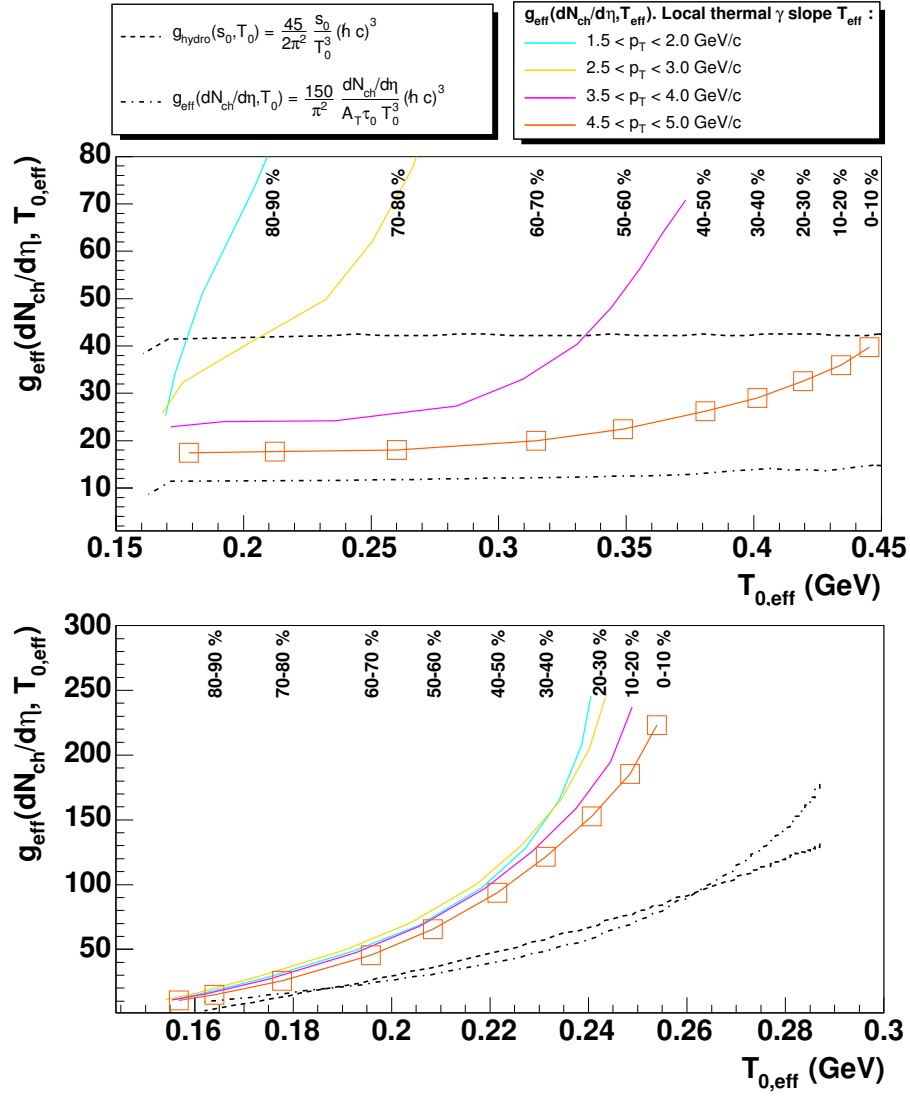


Рис. 103: Число эффективных степеней свободы, оцененное в нашей модели с уравнением состояния, включающем в себя фазовый переход (сверху), и с чисто адронным уравнением состояния (снизу), в зависимости от начальной температуры (T_0) или эффективного наклона термальных фотонов (T_{eff}) для различных классов центральности столкновений Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Число степеней свободы вычисляется с помощью (52) соответственно (i) по начальным термодинамическим условиям (s_0, T_0) с помощью (50) (штриховая линия), (ii) по вычисленной множественности заряженных адронов $dN_{ch}/d\eta$ и *реальной* начальной температуре T_0 (штрихпунктирная линия); и (iii) из $dN_{ch}/d\eta$ и эффективной температуры спектров прямых фотонов T_{eff} , измеренной в различных диапазонах (сплошные линии). Для иллюстрации, на кривой $p_T = 4$ ГэВ/с мы показали пустыми квадратами примерное положение различных классов центральности столкновений Au–Au.

- (i) экспериментально измеримые переменные dN/dy сохраняются при изоэнтропическом расширении (т. е. $dN/dy \propto s_0$) в то время как из-за работы на продольное расширение измеримая поперечная энергия dE_T/dy дает только *нижний предел* на начальную плотность энергии ε ($dE_T/dy \lesssim \varepsilon_0$);
- (ii) $g_{eff} \propto s/T_{eff}^3$ менее чувствительно к экспериментальным неопределенностям, связанным с измерением T_{eff} , по сравнению с $g_{eff} \propto \varepsilon/T_{eff}^4$.

В отсутствие диссипативных эффектов пространственно-временное расширение горячей материи происходит изоэнтропийно, и плотность энтропии (в единицу быстроты) в момент термализации τ_0 может быть связана (как $s \approx 4\rho$) с псевдо-быстротной плотностью конечных адронов⁷:

$$s \approx 4 \cdot \frac{dN}{dV} \approx \frac{7.2}{\langle A_{\perp} \rangle \cdot \tau_0} \cdot \frac{dN_{ch}}{d\eta} \quad (51)$$

где мы записали объем системы $dV = \langle A_{\perp} \rangle \tau_0 d\eta$, как произведение (чисто геометрическое) средней площади перекрытия ядер для каждого класса центральности на начальное время нашей гидродинамической эволюции ($\tau_0 = 0.15$ фм/с), и где $dN_{ch}/d\eta$ – множественность *заряженных* адронов в области средних быстрот, измеряемая, как правило, в таких событиях⁸. Используя выражения (50) и (51), мы получим оценку числа эффективных степеней свободы в системе, рожденной в АА столкновении с импакт-параметром b :

$$g_{eff} \left(\frac{dN_{ch}(b)}{d\eta}, T_{eff}(b) \right) \approx \frac{150}{\pi^2} \cdot \frac{(\hbar c)^3}{\langle A_{\perp}(b) \rangle \cdot \tau_0 \cdot T_{eff}^3(b)} \cdot \frac{dN_{ch}(b)}{d\eta}, \quad (52)$$

которое полностью определяется двумя наблюдаемыми: $dN_{ch}/d\eta$ и T_{eff} .

Оценим, насколько оценка (52) чувствительна к приближению, что (51) дает экспериментальную оценку начальной плотности энтропии s . Штрихпунктирная линия на рис. 103 получена с помощью выражения (52), используя значения $(dN_{ch}/d\eta)/\langle A_{\perp} \rangle$, вычисленные в нашей гидродинамической модели, и *истинную* начальную температуру системы T_0 , и таким образом чувствительную только к тому, как мы оцениваем плотность энтропии. Соответствующая кривая идет примерно в два раза ниже чем “истинная” g_{hydro} , т. е. $g_{eff}(dN_{ch}/d\eta, T_0) \approx 3 \cdot g_{hydro}(s_0, T_0)$, указывая на то, что уравнение (52) недооценивает величину плотности энтропии в начальном состоянии в горячей материи. Это происходит потому, что в нашей оценке $(dN_{ch}/d\eta)/\langle A_{\perp} \rangle$ задает плотность энтропии, усредненную по всему поперечному сечению $\langle A_{\perp} \rangle$, в то время как максимальная энтропия в центральной части файерболла (откуда излучаются наиболее жесткие термальные прямые фотоны) примерно в три раза больше. Хотя и можно придумать метод коррекции этой разницы, он введет дополнительную модельную зависимость, чего мы хотели бы пока избежать. Мы предпочитаем использовать в выражении (52) простое выражение (геометрическое перекрытие) для поперечной области $\langle A_{\perp}(b) \rangle$ и воспользоваться тем, что, хотя оно и не воспроизводит истинное абсолютное значение числа эффективных степеней свободы, форма его зависимости от температуры воспроизводится правильно, и, следовательно, по нему можно оценить уравнение состояния.

Рассмотрим, наконец, случай, когда мы используем выражение (52) со значением $dN_{ch}/d\eta$ и T_{eff} , то есть то, что может быть действительно измерено на эксперименте. Различные сплошные линии на верхней части рис. 103 показывают числа эффективных степеней свободы g_{eff} , вычисленные с помощью выражения (52) и локальных наклонов спектров прямых фотонов T_{eff} , полученных в различных диапазонах p_T для уравнения состояния, включающего в себя фазовый переход. Как можно было бы ожидать из рис. 102, лучшая аппроксимация формы соответствующего уравнения состояния (штрихпунктирной линии) получается, когда используются наклоны, полученные в самом высоком диапазоне поперечных импульсов. Для T_{eff} , полученных в этом диапазоне, вычисленные g_{eff} показывают относительно постоянные значения в широком диапазоне центральностей, как и ожидается в нашем уравнении состояния. Отклонения от постоянного значения появляются в наиболее центральных столкновениях

⁷Эта формула использует $N_{tot}/N_{ch} = 3/2$, и Якобиан $|d\eta/dy| = E/p \approx 1.2$, оценка, справедливая для энергий RHIC.

⁸Снова заметим, что, как наклоны спектра прямых фотонов, так и множественность заряженных адронов в единицу псевдобыстроты дают приблизительную оценку термодинамических условий в системе *в одно и то же время* τ_0 .

вследствие увеличения отличия (максимальной) начальной температуры T_0 , и видимой температуры, даваемой фотонными наклонами (см. рис. 102). Эти отклонения не уменьшают пользу нашего рассмотрения, так как в случае чисто адронного уравнения состояния зависимость g_{eff} от центральности будет существенно другой. На нижней части рисунка 103 мы представляем такой же набор кривых, но посчитанный с чисто адронным уравнением состояния. Ясно видно⁹, что адронное уравнение состояния, как и любое другое с экспоненциально растущим числом эффективных степеней свободы, приведет к гораздо более выраженному росту g_{eff} с T_{eff} .

Таким образом, оценка (52) действительно позволяет непосредственно оценить *форму* уравнения состояния сильно взаимодействующей материи, рожденной в первые мгновения столкновения ультрарелятивистских ядер. Пока остался неисследованным вопрос, как изменится вид зависимости $g_{eff}(T_{eff})$ в случае решеточного уравнения состояния с плавным кроссовером, в случае расчетов в полной 3+1-мерной гидродинамике и т. д. Однако мы уверены, что построив корреляцию экспериментально измеренных g_{eff} для различных классов центральности, будет обнаружено плато, соответствующее образованию КГП при температурах выше критической. Результаты, описанные в этой главе, были опубликованы в работе [382].

⁹Оказалось, что $g_{eff} \gtrsim g_{hydro}$ в случае адронного уравнения состояния, что связано с недооценкой начальной температуры видимой температурой (в третьей степени), которая компенсирует упомянутое выше усреднение энтропии.

2.6 Коллективные потоки прямых фотонов

Простая азимутально-симметричная гидродинамическая модель не позволяет исследовать направленные коллективные потоки, поэтому мы использовали трехмерную гидродинамическую модель, использованную в генераторе UrQMD.

Зависимость направленного и эллиптического коллективного потока прямых фотонов v_1 и v_2 от быстроты показана на рис. 104 и 105 для столкновений Au–Au при $\sqrt{s_{NN}} = 11$ и 5 ГэВ. Обнаружено, что направленный поток v_1 имеет похожую зависимость от быстроты на предсказания для заряженных адронов (например, протонов) при тех же энергиях центра масс [392]. Синие полосы представляют собой среднеквадратичное отклонение вариаций потока от события к событию из-за флуктуаций начального состояния. Обнаружено, что вариации больше в столкновениях с $\sqrt{s_{NN}} = 5$ ГэВ, чем для $\sqrt{s_{NN}} = 11$ ГэВ. Одним из интересных измерений на NICA было бы исследование корреляций между прямыми фотонами и адронным направленным и эллиптическим потоком, чтобы проследить, как флуктуации начального состояния влияют на коллективный поток адронов.

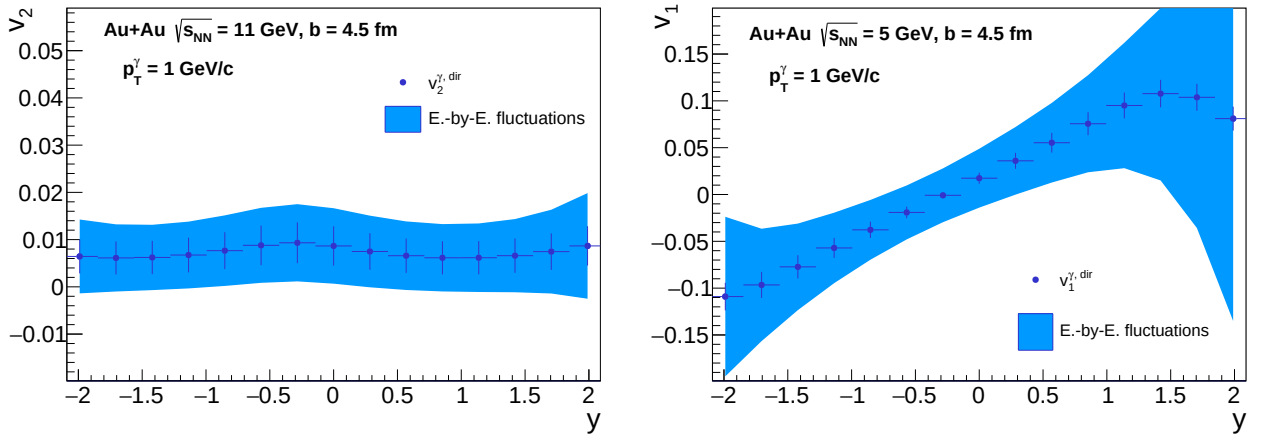


Рис. 104: Направленный поток $v_1(y)$ прямых фотонов при $p_T = 1$ ГэВ/с для столкновений Au–Au при $\sqrt{s_{NN}} = 11$ (слева) и 5 ГэВ (справа). Синие полосы показывают среднеквадратичное отклонение флуктуаций от события к событию, обусловленных вариацией начальных условий.

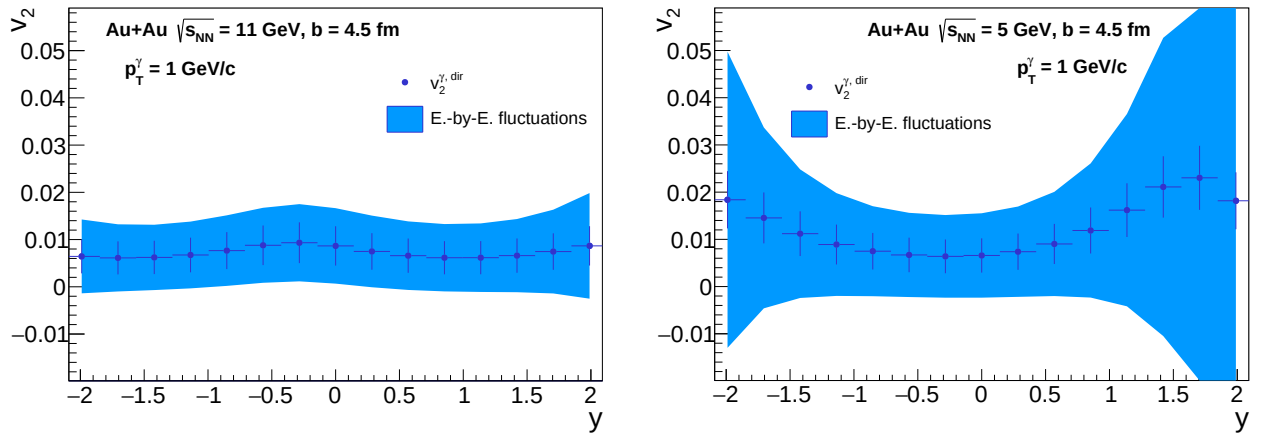


Рис. 105: Эллиптический поток $v_2(y)$ прямых фотонов при $p_T = 1$ ГэВ/с для столкновений Au–Au при $\sqrt{s_{NN}} = 11$ (слева) и 5 ГэВ (справа). Синие полосы показывают среднеквадратичное отклонение флуктуаций от события к событию, обусловленных вариацией начальных условий.

2.7 Бозе-Эйнштейновские корреляции прямых фотонов

Интенсивностная интерферометрия показала себя мощным инструментом исследования пространственно-временных размеров фейербола, см. обзор в главе 1.3.5. В основном эти измерения включали адронные корреляции, чувствительные к размерам фейербола в момент его распада на конечные адроны. Корреляции прямых фотонов содержат принципиально другую информацию: в отличие от адронов, прямые фотоны излучаются на всех стадиях столкновения и отражают размеры горячей зоны столкновения.

С другой стороны, фотонная интерферометрия встречается со значительными трудностями по сравнению с адронной, связанными с малым выходом прямых фотонов и большим фоном распадных фотонов. Возможно, это объясняет, почему до сих пор опубликовано только два экспериментальных результата фотонной интерферометрии, [393] и [394]. Несмотря на высокий теоретический интерес к интерферометрии фотонов, неочевидно, как измерить их экспериментально. В случае высокой множественности ядро-ядерных столкновений невозможно отделить прямые и распадные фотоны в каждом событии и построить корреляции только прямых фотонов. Ниже мы покажем, как отделить корреляции прямых фотонов от распадных фотонов, рассматривая корреляции *всех* фотонов в событии. Один из важных результатов [241] заключается в том, что мы показали, что только корреляции прямых фотонов появляются при малых относительных импульсах.

В этой главе мы сначала приводим выражение для фотонной корреляционной функции, учитывающей спин фотона в параграфе 2.7.1, затем анализируем возможные фоновые корреляции распадных фотонов в параграфе 2.7.2, и, наконец, представляем результаты для энергий RHIC и LHC в параграфе 2.7.4 и сравниваем наши результаты с предсказаниями других моделей в параграфе 2.7.6.

2.7.1 Корреляционная функция прямых фотонов

Корреляционная функция для скалярных адронов хорошо известна (см., например, [395]):

$$C_2(q, K) = 1 + \lambda \frac{|\int d^4x S(x, K) e^{iqx}|^2}{|\int d^4x S(x, K)|^2}, \quad (53)$$

где $q = k_1 - k_2$ – относительный импульс пары, $K = (k_1 + k_2)/2$ – половина полного импульса пары, $S(x, K)$ – Вигнеровская плотность источника и λ – “сила корреляции”, равная единице для полностью некоррелированного источника и нулю для когерентного источника. Предлагалось несколько способов учета спина фотона. В работах [396, 397], утверждалось, что в случае фотонов λ должна содержать член, зависящий от импульса:

$$\lambda = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2}{|\vec{k}_1| |\vec{k}_2|} \right), \quad (54)$$

где $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$ – 3-импульсы фотонов. Позднее, в работе [398] было показано, что последовательный учет сохранения тока приводит к другому выражению для силы корреляции:

$$\lambda = \frac{1}{2} \quad (55)$$

Позднее этот подход критиковался в [399] и было использовано старое выражение (54). Для разрешения этого спора достаточно вспомнить, что $C_2(q, K)$ – это Лоренцовский скаляр. Также скаляром должна быть λ и отношение в правой части выражения (53). По определению λ зависит не от размеров источника, а только от его хаотичности. Таким образом, она может зависеть только от импульсов фотонов. Однако невозможно составить безразмерный

Лоренцовский скаляр из двух безмассовых Лоренц-векторов. Следовательно, λ может быть только константой [241]. Рассматривая уравнение (23) из работы [398] с точки зрения Лоренц-инвариантности, мы обнаружим, что тензоры $S_{\mu\nu}(\mathbf{q}, \mathbf{K})$ могут быть только $g_{\mu\nu}S(\mathbf{q}, \mathbf{K})$, что дает дополнительные аргументы их рассуждениям, приводя к правильному выражению для λ (55) и убирая возражения [399].

В дальнейшем мы будем использовать стандартную “Out-Side-Long” параметризацию корреляционной функции, см. 1.3.5. Однако из-за малой доли прямых фотонов в общем фотонном выходе сила корреляции оказывается очень мала, и, вынужденно, трехмерная функция сводится к одномерной корреляционной функции. Ввиду безмассовой природы фотона, эта процедура имеет несколько особенностей. Самый простой способ построить одномерную корреляционную функцию — это рассмотреть модуль разности 4-импульсов $Q_{\text{inv}} = -|k_1 - k_2|$, который для фотонов совпадает с инвариантной массой пары. Эта переменная имеет ясную физическую интерпретацию, но также имеет существенный недостаток, связанный с уменьшением силы корреляций. Чтобы проиллюстрировать это, рассмотрим пары с $Q_{\text{inv}} = 0$: эта область в одномерной корреляционной функции содержит не только пары с нулевым относительным импульсом, но и все пары с коллинеарными импульсами. В терминах параметризации Out-Side-Long это означает, что область $Q_{\text{inv}} = 0$ населяется всеми парами с $q_{\text{side}} = q_{\text{long}} = 0$ и *любыми* q_{out} компонентами относительного импульса. Это приводит к усреднению по q_{out} компоненте и, следовательно, к сильному уменьшению силы корреляции λ_{inv} по отношению к полной трёхмерной силе корреляции λ . Ниже мы приводим аналитические и численные оценки этого уменьшения и выявляем его зависимость от параметров R_{out} и K_T . Альтернативной переменной для построения одномерной корреляционной функции взаимодействия является модуль трёхмерного относительного импульса в продольно сопутствующей системе $q_{\text{LCMS}} = |k_1 - k_2|$. Он свободен от усреднения по коллинеарным фотонам, но эта переменная не является Лоренц-инвариантом. Корреляционная функция, зависящая от Q_{inv} , может быть записана как:

$$C_2(Q_{\text{inv}}, K) = \frac{P_2^c(Q_{\text{inv}}, K)}{P_2^{nc}(Q_{\text{inv}}, K)}, \quad (56)$$

где P_2^c и P_2^{nc} — скоррелированные и нескоррелированные двухфотонные распределения соответственно. В приближении гладкости ($P_1(K + q/2)P_1(K - q/2) \approx P_1^2(K)$) и нахождения на массовой поверхности ($K_0 = |\vec{K}|$) можно записать:

$$P_2^c(Q_{\text{inv}}, K) = K_0 \frac{dN}{dQ_{\text{inv}} d^3K} = 8 Q_{\text{inv}} K_0 P_1^2(K) \int d^3q \frac{\delta(Q_{\text{inv}}^2 + q^2)}{4 K_0^2 - q_0^2} C_2(q, K)$$

$$P_2^{nc}(Q_{\text{inv}}, K) = K_0 \frac{dN}{dQ_{\text{inv}} d^3K} = 8 Q_{\text{inv}} K_0 P_1^2(K) \int d^3q \frac{\delta(Q_{\text{inv}}^2 + q^2)}{4 K_0^2 - q_0^2}$$

где $P_1(K)$ — однофотонное распределение. Из этих выражений можно увидеть, что корреляционная функция, зависящая от Q_{inv} , представляет собой трехмерную, усредненную по некоторой области $\vec{q}$, и, более того, сила корреляции λ_{inv} , измеренная таким образом, сложным образом связана с трехмерной силой корреляции λ и зависит также от формы корреляционной функции: λ_{inv} быстро уменьшается с увеличением K , даже если λ остается постоянной. Чтобы показать это, рассмотрим цилиндрически симметричную корреляционную функцию $C_2(q_o, q_s, q_l) = C_2(q)$. В таком случае

$$P_2^c(Q_{\text{inv}}, K) = 64 \pi K K_0 \sqrt{Q_{\text{inv}}^2 + 4K^2} Q_{\text{inv}} P_1^2(K) \times$$

$$\int_{Q_{\text{inv}}}^{\sqrt{Q_{\text{inv}}^2 + 4K^2}} \frac{dq q^3 \sqrt{q^2 - Q_{\text{inv}}^2}}{(q^2 + 4K^2)^2 - 4(q^2 - Q_{\text{inv}}^2)(Q_{\text{inv}}^2 + 4K^2)} C_2(q),$$

то есть корреляционная функция есть усреднение по области $\{Q_{\text{inv}}, \sqrt{Q_{\text{inv}}^2 + 4K^2}\}$, и быстро приближается к единице при больших значениях K . Чтобы выполнить вычисления аналитически, предположим, что фотоны излучаются симметричным Гауссовым источником с радиусами $R_x = R_y = R_z = R$ и временем излучения τ , так что полная корреляционная функция может быть записана как

$$C_2(q, K) = 1 + \lambda \exp(-q_x^2 R^2 - q_y^2 R^2 - q_z^2 R^2 - q_e^2 \tau^2),$$

где q и K – относительный и средний импульсы пары соответственно, а λ – сила корреляции. Чтобы перейти к одномерной корреляционной функции, необходимо проинтегрировать по компонентам относительного импульса с условием $\delta(Q_{\text{inv}}^2 + q^2)$.

В результате получим:

$$\begin{aligned} C_2(Q_{\text{inv}}, K) &= \frac{1}{4\pi} \int C_2(\hat{q}, \hat{K}) d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int [1 + \lambda \exp(-Q_{\text{inv}}^2 R^2 - 4K_T^2 \cos^2 \theta (R^2 + \tau^2))] d\Omega \\ &= 1 + \lambda_{\text{inv}} \exp(-Q_{\text{inv}}^2 R^2), \end{aligned}$$

где $\hat{q}$ и $\hat{K}$ – относительный и средний импульсы пары в системе ЦМ пары соответственно, интеграл по $d\Omega$ выполняется по направлениям относительного импульса и K_T – средний поперечный импульс пары. Мы получили, что сила корреляции одномерной корреляционной функции значительно уменьшается:

$$\lambda_{\text{inv}} = \frac{\lambda}{2} \int d\cos\theta \exp(-4K_T^2 \cos^2 \theta (R^2 + \tau^2)) = \frac{\lambda \sqrt{\pi} \operatorname{erf}(2K_T \sqrt{R^2 + \tau^2})}{2K_T \sqrt{R^2 + \tau^2}}.$$

Вычисления с более реалистичными параметрами источника показывают, что инвариантный корреляционный радиус в случае безмассовых частиц – это усреднение только R_s и R_l корреляционных радиусов в “Out-Side-Long” параметризации, в то время как R_o определяет инвариантную силу корреляции, в которую входит в виде произведения $(K_T R_o)$. Качественно это можно понять следующим образом: для безмассовых частиц Q_{inv} зависит в основном от угла между частицами, т. е. q_{side} и q_{long} , и очень слабо зависит от q_o при условии заданного K_T : мы усредняем в диапазоне $K_T - q_o \leq E \leq K_T + q_o$.

Для иллюстрации этих эффектов мы приведем две двумерные корреляционные функции, построенные на одном и том же наборе данных, но в различных переменных, см. рис. 106. Как видно из рисунка, для фотонов $(Q_{\text{inv}}, q_{\text{out}})$ является набором независимых переменных.

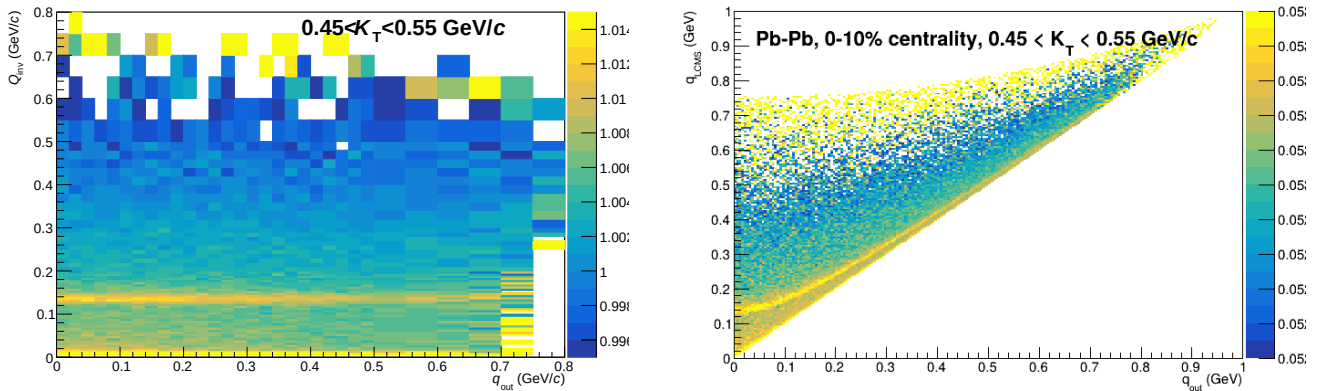


Рис. 106: Двумерные корреляционные функции, построенные на одном и том же наборе данных, в переменных $(Q_{\text{inv}}, q_{\text{out}})$ (слева) и $(q_{\text{LCMS}}, q_{\text{out}})$ (справа).

Например, положение пионного пика, видимого как желтая полоса на левом графике на рис. 106, не зависит от q_{out} , в то время как на правом графике видно, что q_{LCMS} совпадает с

Q_{inv} при малых q_{out} , но при больших q_{out} совпадает с ним. Левый рисунок также объясняет, почему построение одномерной корреляционной функции $C_2(Q_{\text{inv}})$ приводит к уменьшению силы корреляции.

2.7.2 Фотонные корреляции в столкновениях с высокой множественностью

В столкновениях ультрарелятивистских тяжелых ионов невозможно отделить прямые и распадные фотоны в каждом событии. Например, в спектре инвариантных масс в районе π^0 пика при $p_T \sim 1$ ГэВ/с соотношение сигнал/шум составляет процент или меньше, что означает, что на одну реальную пару приходится сотня фальшивых. В таких столкновениях двухфотонная корреляционная функция, составленная из всех фотонов столкновения, будет иметь вид:

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{P_2^{dd}(k_1, k_2) + P_2^{df}(k_1, k_2) + P_2^{ff}(k_1, k_2)}{(P_1^d(k_1) + P_1^f(k_1))(P_1^d(k_2) + P_1^f(k_2))},$$

где $P_2^{dd}(k_1, k_2)$ – двухфотонное распределение, в котором оба фотона прямые, $P_2^{df}(k_1, k_2)$ – двухфотонное распределение, в котором один фотон прямой, а другой – результат распада конечного адрона, $P_2^{ff}(k_1, k_2)$ – двухфотонное распределение, в котором оба фотона распадные и $P_1^d(k)$ and $P_1^f(k)$ – вклады прямых и распадных фотонов соответственно в одночастичные распределения. Первый член в числителе $P_2^{dd}(k_1, k_2)$ – наиболее интересная часть корреляции, то, что мы хотели бы извлечь. Второй член представляет собой просто произведение одночастичных распределений прямых и распадных фотонов:

$$P_2^{df}(k_1, k_2) = P_1^d(k_1)P_1^f(k_2) + P_1^d(k_2)P_1^f(k_1).$$

В самом деле, точки излучения двух фотонов разделены по крайней мере временем жизни конечного адрона, что приводит к отсутствию интенсивных корреляций. Точнее говоря, такие корреляции должны присутствовать, но их ширина будет десятки эВ, что недоступно для измерения. С другой стороны, динамические корреляции между прямыми и распадными фотонами в результате, например, коллективных потоков могут быть только крупномасштабными. В отличие от второго, третий член может содержать остаточные корреляции от распадов скоррелированных адронов. Так как число распадных фотонов намного больше числа прямых, даже малые остаточные корреляции могут привести к невозможности наблюдения корреляций прямых фотонов. В следующей главе мы рассмотрим этот вклад и покажем, что он пренебрежимо мал при малых относительных импульсах $Q_{\text{inv}} \lesssim 50$ МэВ/с. Что касается знаменателя, он не приводит к измерению корреляционной функции, и смешивание прямых и распадных фотонов приводит только к уменьшению силы корреляции.

2.7.3 Остаточные корреляции фотонов

Рассмотрим влияние адронных корреляций на корреляции распадных фотонов. Это могут быть НВТ-корреляции конечных адронов, кинематические корреляции между продуктами распада резонансов типа $K_s^0 \rightarrow 2\pi^0 \rightarrow 4\gamma$. В случае $\pi^0 - \pi^0$ корреляций предположим, что пионы с импульсами p_1 и p_2 распадаются на 4 фотона с импульсами k_1, k_2 and k_3, k_4 . Мы можем написать формулу для распределения пары конечных фотонов по инвариантному относительному импульсу $q = \sqrt{-(k_1 - k_3)^2}$:

$$\begin{aligned} \frac{dN^{\gamma\gamma}}{dq} = & 2q \int \frac{d^3k_1}{2\omega_1(2\pi)^3} \frac{d^3k_2}{2\omega_2(2\pi)^3} \frac{d^3k_3}{2\omega_3(2\pi)^3} \frac{d^3k_4}{2\omega_4(2\pi)^3} \delta(q^2 + (k_1 - k_3)^2) (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - k_1 - k_2) \\ & (2\pi)^4 \delta^4(p_2 - k_3 - k_4) \frac{d^3p_1}{2\varepsilon_1(2\pi)^3} \frac{d^3p_2}{2\varepsilon_2(2\pi)^3} f(p_1) f(p_2) C_2(p_1, p_2), \end{aligned} \quad (57)$$

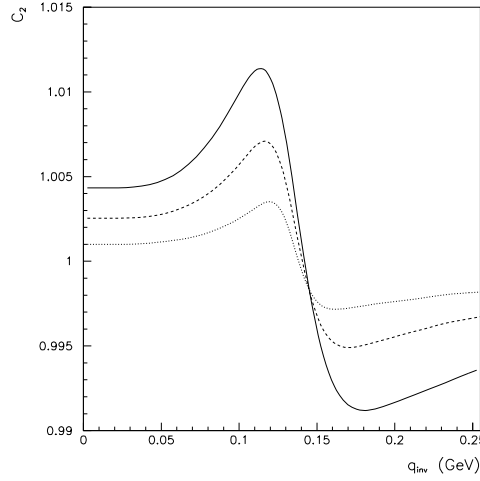


Рис. 107: Функция корреляции фотонов, рожденных в распадах пионов, в случае трех значений пионной корреляционной функции: 50 МэВ (сплошная линия), 40 МэВ (штриховая линия) и 30 МэВ (пунктирная линия).

где $f(p)$ – функции распределения пионов и $C_2(p_1, p_2)$ – их корреляционная функция. Отметим, что мы не рассматриваем здесь тривиальные корреляции фотонов, родившихся в распаде одного пиона. Выполнив необходимые вычисления, получим

$$\frac{dN^{\gamma\gamma}}{dq} = \frac{q}{2^7 \pi^2} \int dQ \frac{dN^{\pi\pi}}{dQ} \frac{\theta(\varepsilon + p - q)}{p \varepsilon} \left\{ \ln \left[\frac{\varepsilon + p}{\varepsilon - p} \right] + \min \left(0, \ln \left[\frac{\varepsilon - p}{q} \right] \right) \right\}, \quad (58)$$

где $p = Q/2$ и $\varepsilon = \sqrt{Q^2 + 4m^2}/2$. Разобьем область q на два диапазона, первый $0 < q \leq m$:

$$\begin{aligned} \frac{dN^{\gamma\gamma}}{dq} &= \frac{q}{2^7 \pi^2} \int_0^\infty dQ \frac{dN^{\pi\pi}}{dQ} \frac{1}{p \varepsilon} \ln \left[\frac{\varepsilon + p}{\varepsilon - p} \right] \\ &+ \frac{q}{2^7 \pi^2} \int_{\frac{m^2 - q^2}{q}}^\infty dQ \frac{dN^{\pi\pi}}{dQ} \frac{1}{p \varepsilon} \ln \left[\frac{\varepsilon - p}{q} \right] \end{aligned} \quad (59)$$

и второй, $q > m$:

$$\frac{dN^{\gamma\gamma}}{dq} = \frac{q}{2^7 \pi^2} \int_{q - \frac{m^2}{q}}^\infty dQ \frac{dN^{\pi\pi}}{dQ} \frac{1}{p \varepsilon} \ln \left[\frac{\varepsilon + p}{q} \right]. \quad (60)$$

Нас интересует поведение остаточных корреляций при малых относительных импульсах q . Как видно, при $q < m$ корреляционная функция распадных фотонов (58) содержит два вклада. Первый не зависит от q , а второй зависит от q через пределы интегрирования и $\log(q)$. Заметим, что уменьшение значения q увеличивает нижний предел интегрирования, так что его вклад уменьшается. Для иллюстрации мы вычисляем корреляцию фотонов от распада скоррелированных пионов. Для пионов мы используем простую параметризацию:

$$C_2(Q_{\text{inv}}) = \exp \left(-\frac{Q_{\text{inv}}^2}{w^2} \right),$$

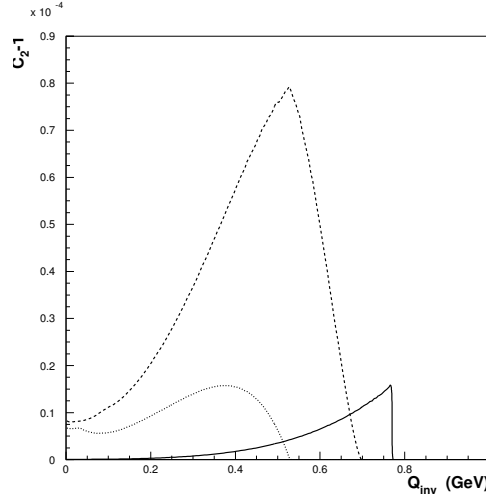


Рис. 108: Корреляционная функция фотонов, рожденных в распадах $K_S^0 \rightarrow 2\pi^0 \rightarrow 4\gamma$ (пунктирная линия), $\eta \rightarrow 3\pi^0 \rightarrow 6\gamma$ (штриховая линия) и $\omega \rightarrow \gamma\pi^0 \rightarrow 3\gamma$ (сплошная линия).

а также Хагедорновское p_T -распределение и Гауссовское быстрое распределение. Результат показан на рис. 107. Стоит отметить две важные черты этих распределений: для малых относительных импульсов $Q_{inv} \lesssim 50$ МэВ корреляционная функция остается постоянной, приводя к волно-подобной форме, радикально отличающейся от исходной пионной корреляционной функции. Это может быть объяснено следующим образом: рассмотрим два пиона с нулевым относительным импульсом. При распаде на фотоны в силу геометрических причин распределение по относительному импульсу фотонов будет иметь вид:

$$\frac{dN^{\gamma\gamma}}{dq} = \frac{const}{\sqrt{m^2 - q^2}},$$

и средний относительный импульс будет равен $\langle Q_{inv} \rangle = 2/3 m$. Чтобы получить вклад при малых относительных импульсах, необходимо использовать *большие* значения относительного импульса пионов. В этом случае Доплеровский эффект может привести к меньшим значениям Q_{inv} . Это объясняет, почему фотонная корреляционная функция сильнее всего отличается от единицы при $Q_{inv} = 2/3 m$.

Отметим, что наш результат отличается от полученного в [400], где утверждается, что корреляционная функция фотонов воспроизводит корреляционную функцию родительских пионов, хотя и с меньшей силой корреляции. Причина отличия заключается в условии на средний импульс фотонов K_T , использованный в [400]: отбирая фотоны с практически тем же импульсом, что и родительские пионы, выбираются фотоны, сохраняющие направление движения и корреляции родительских пионов. В нашем же случае, мы рассматриваем K_T -усредненные корреляции. Таким образом, можно ожидать, что фотонные корреляции будут описываться формулой (58) при $K_T \lesssim m$ и повторять форму родительских корреляций при $K_T \gg m$. Детальное Монте-Карло моделирование показывает, что плоское распределение таких фотонов сохраняется при $K_T \sim 2$ ГэВ/с.

Другой возможный источник остаточных корреляций – это распады резонансов на несколько нейтральных пионов: $X \rightarrow 2\pi^0 + X'$ или фотон и нейтральный пион $X \rightarrow \gamma\pi^0 + X'$. Мы рассмотрим реакции $K_S^0 \rightarrow 2\pi^0 \rightarrow 4\gamma$, $\eta \rightarrow 3\pi^0 \rightarrow 6\gamma$ и $\omega \rightarrow \gamma\pi^0 \rightarrow 3\gamma$. Это основные источники распадных фотонов. Для вычисления остаточных корреляций в распаде K_S^0 мы подставим $dN/dQ = Br_{K_S^0 \rightarrow 2\pi^0} \delta(Q - M_{K_S^0})$ в уравнение (58). В случае распада η для корреляций дочер-

них фотонов получим

$$\frac{dN}{dQ} = \frac{\pi^2}{4 M_\eta} Br_{\eta \rightarrow 3\pi^0} \sqrt{Q^2 - 4 m_\pi^2} \sqrt{Q^4 - 2 Q^2 (M_\eta^2 + m_\pi^2) + (M_\eta^2 - m_\pi^2)^2}, \quad (61)$$

где M_η – масса η -мезона, и m_π – масса π^0 .

Наконец, для распада $\omega \rightarrow \gamma \pi^0 \rightarrow 3\gamma$ получим

$$\frac{dN}{dq} = \frac{4q}{M_\omega^2 - m_\pi^2} Br_{\omega \rightarrow \pi^0 \gamma} \theta(\sqrt{M_\omega^2 - m_\pi^2} - q) \quad (62)$$

Чтобы построить корреляционную функцию из распределений (61-62), необходимо вычислить знаменатель (комбинаторный фон). Для иллюстрации мы используем комбинаторный фон тот же, что и при вычислении корреляций в распадах Бозе-скоррелированных π^0 . Результирующие корреляционные функции, нормированные на один родительский адрон (K_S^0 , η , ω) на событие, содержащее 200 нейтральных пионов, представлены на рис. 108. Как видно, ни один из вкладов не возрастает при малых Q_{inv} . Кроме того, сила соответствующей корреляции оказывается весьма малой, и окажется еще меньше в случае большей множественности, так как она пропорциональна N , а число пар – N^2 .

Обсудим, наконец, что произойдет, если мы перейдем от $C_2(Q_{\text{inv}})$ обратно к трехмерной корреляционной функции $C_2(q_o, q_s, q_l)$. Используя условие $q \cdot K = 0$, можно выразить

$$q_{\text{inv}}^2 = \vec{q}^2 - q_\tau^2 = \vec{q}^2 \left(1 - \frac{K^2 \cos^2 \theta_{Kq}}{K_0^2} \right).$$

В случае “Out-Side-Long” параметризации в LCMS получим

$$q_{\text{inv}}^2 = q_o^2 \left(1 - \frac{K^2}{K_0^2} \right) + q_s^2 + q_l^2,$$

что означает, что трехмерная корреляционная функция будет невозмущенной в некотором эллипсоиде с радиусом $Q_{\text{inv}} \sim 50$ МэВ, в то время как для q_o эта область будет значительно больше.

2.7.4 Корреляционные параметры при энергии SPS

Для оценки корреляционных параметров прямых фотонов в АА столкновениях мы учитываем вклад быстрых и термальных прямых фотонов, а вкладом пред-термальной стадии мы пренебрегаем. Для оценки вклада быстрых прямых фотонов мы предполагаем, что их точки рождения распределены в поперечном направлении в соответствии с Вудс-Саксоновским распределением, интегрированным вдоль оси столкновения и постоянным в продольном (вдоль оси пучка) направлении. Продольный размер источника быстрых фотонов линейно растет со временем. Мы предполагаем, что скорость излучения быстрых фотонов из единичного объема постоянна и не зависит от времени. Нормировка выбрана так, чтобы воспроизвести полный выход быстрых фотонов.

Для описания эволюции мы используем нашу гидродинамическую модель, описанную ранее. В качестве начальных условий и других параметров модели мы используем тот же набор, что в описании спектров при энергии SPS, см. главу 2.5.2. Так же как и в случае описания спектров мы рассматриваем два альтернативных уравнения состояния: чисто адронное с большим числом резонансов и с фазовым переходом первого рода в идеальную КГП с 2.5 ароматами кварков. При вычислении спектров конечных адронов мы учитываем распады резонансов. В этих расчетах мы выбрали температуру перехода $T_c = 170$ МэВ и температуру заморозки $T_{fr} = 120$ МэВ.

Мы используем параметризацию скорости излучения фотонов из КГП, выполненную Aurenche et al. в работе [315], учитывающую лидирующие процессы и тормозное излучение, которая оказалась достаточно близкой к результату, полученному значительно позднее в полном первом порядке, см. главу 2.3.2. Для скорости излучения термальных прямых фотонов из адронного газа мы использовали параметризацию, включающую вклад a_1 мезона в s-канале [299]. Эта оценка тоже достаточно близка к современной лучшей оценке, см. главу 2.3.1. Время жизни a_1 мезона довольно мало, $\tau = 0.3 - 1$ фм/с, поэтому мы не учитываем его при вычислении точки излучения фотонов.

В этой главе мы оценим возможность наблюдения корреляций прямых фотонов, оценим корреляционные параметры и сделаем предсказания для АА столкновений при энергиях SPS и RHIC. Мы используем современные параметризации скорости излучения термальных фотонов и учитываем вклад быстрых прямых фотонов в корреляционную функцию. Как и в главе 2.5.2, мы фиксируем параметры модели так, чтобы воспроизвести спектр нейтральных пионов [365] и спектр прямых фотонов [193], измеренный в столкновениях Pb-Pb при энергии 158 ГэВ. Аналогично, для столкновений Au-Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ мы требуем воспроизведения спектров $\pi^\pm$ и π^0 [401].

Для описания эволюции горячей материи, рожденной в столкновениях Pb-Pb при энергии 158 ГэВ/нуклон, мы используем гидродинамическую модель с двумя уравнениями состояния, чисто адронным и включающее фазовый переход первого рода. Фиксирование начальных условий дает $T_{in} = 250$ МэВ и $\tau_{in} = 0.5$ фм/с для чисто адронного уравнения состояния и $T_{in} = 360$ МэВ и $\tau_{in} = 0.3$ фм/с для уравнения состояния с фазовым переходом. Отметим, что использование меньших начальных времен τ_0 приводит к некоторому увеличению начальной температуры по сравнению с вычислениями в параграфе 2.5.2. Зная эволюцию горячей материи, мы вычислили корреляционную функцию прямых фотонов и конечных пионов. Далее, учитывая корреляции между нейтральными пионами, мы вычислили остаточные корреляции распадных фотонов. Результирующая двухфотонная корреляционная функция, полученная в варианте уравнения состояния с фазовым переходом, представлена на рис. 109. В этих вычислениях мы положили силу корреляции конечных пионов равной единице. Это дает нам оценку верхнего предела их вклада, но даже в этом случае оказывается возможно разделить корреляции прямых фотонов и остаточные фотонные корреляции. Наши вычисления показывают, что только 15% пионов рождаются непосредственно в горячей области, в то время как основная часть получается в распадах длинно- и короткоживущих резонансов.

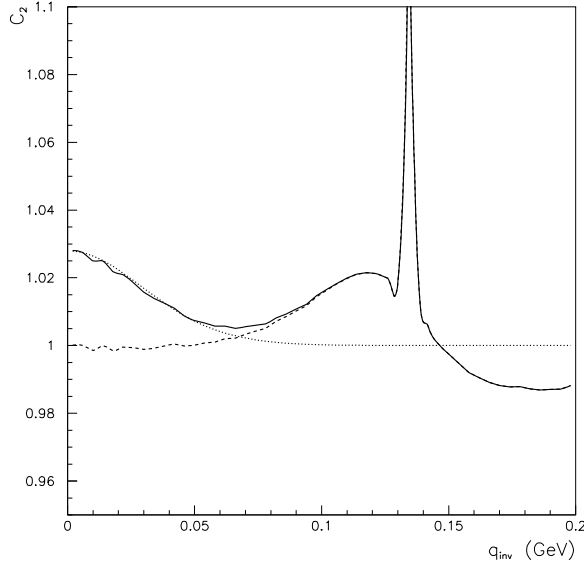


Рис. 109: Фотонная корреляционная функция. Пунктирная линия – корреляции прямых фотонов. Штриховая линия – остаточные корреляции вследствие пионных Бозе-Эйнштейнских корреляций. Сплошная линия – суммарная корреляция.

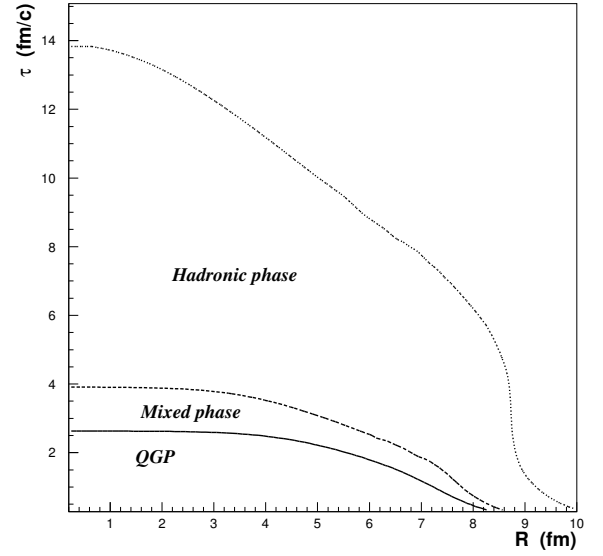


Рис. 110: Уровни постоянной плотности энергии в Pb-Pb столкновении при энергии SPS.

Это качественно согласуется с экспериментальными измерениями, где сила корреляции пионов оказывается на уровне 30-40%. Таким образом, можно ожидать, что вклад остаточных корреляций будет еще меньше.

В дальнейшем мы будем рассматривать корреляционную функцию при малых относительных импульсах, т. е. корреляции прямых фотонов. Мы вычисляем корреляционную функцию в системе LCMS как функцию 4 переменных: $C_2(q_o, q_s, q_l, K_T)$. Для каждого значения K_T мы фитируем срезы этой функции: $C_2(q_o, 0, 0, K_T)$, $C_2(0, q_s, 0, K_T)$ и $C_2(0, 0, q_l, K_T)$ параметризацией $1 + \lambda \cdot \exp(-q_i^2 R_i^2)$ и получаем зависимость радиусов $R_i(K_T)$ и силу корреляции $\lambda(K_T)$, показанные на рис. 111 и 2.7.4 соответственно. Мы также вычисляем корреляционную функцию, зависящую от инвариантного относительного импульса, параметризуем той же зависимостью и получаем инвариантный радиус и λ_{inv} .

Сравнивая корреляционные радиусы, вычисленные в случае двух различных уравнений состояния (рис. 111), мы обнаружили, что они оказываются весьма схожими. Это противоречит идее, что в случае фазового перехода первого рода система расширяется медленнее и живет дольше, что увеличивает корреляционные радиусы. Благодаря учету вкладов тяжелых резонансов вырожденность адронного газа при температуре фазового перехода $g_{hadr} \approx 25$, что сравнимо с вырожденностью КГП $g_{QGP} = 42$. В результате смешанная фаза оказывается короткой и ее влияние на полное время эволюции весьма ограниченным, см. рис. 110. Так, время жизни горячей материи в случае чисто адронного уравнения состояния оказывается $\tau_{hadr} = 15$ фм/с, что даже несколько выше времени жизни горячей материи в случае уравнения состояния с фазовым переходом $\tau_{QGP} = 14$ фм/с.

Уменьшение корреляционного радиуса R_o и возрастание R_s с K_T приводит к невозможности интерпретации их разницы как времени жизни источника: $\tau = \sqrt{R_o^2 - R_s^2}$, что является известным эффектом в случае расширяющегося источника. Однако сравнивая результаты, полученные для двух уравнений состояния для $K_T \lesssim 2$ ГэВ/с, мы получим несколько боль-

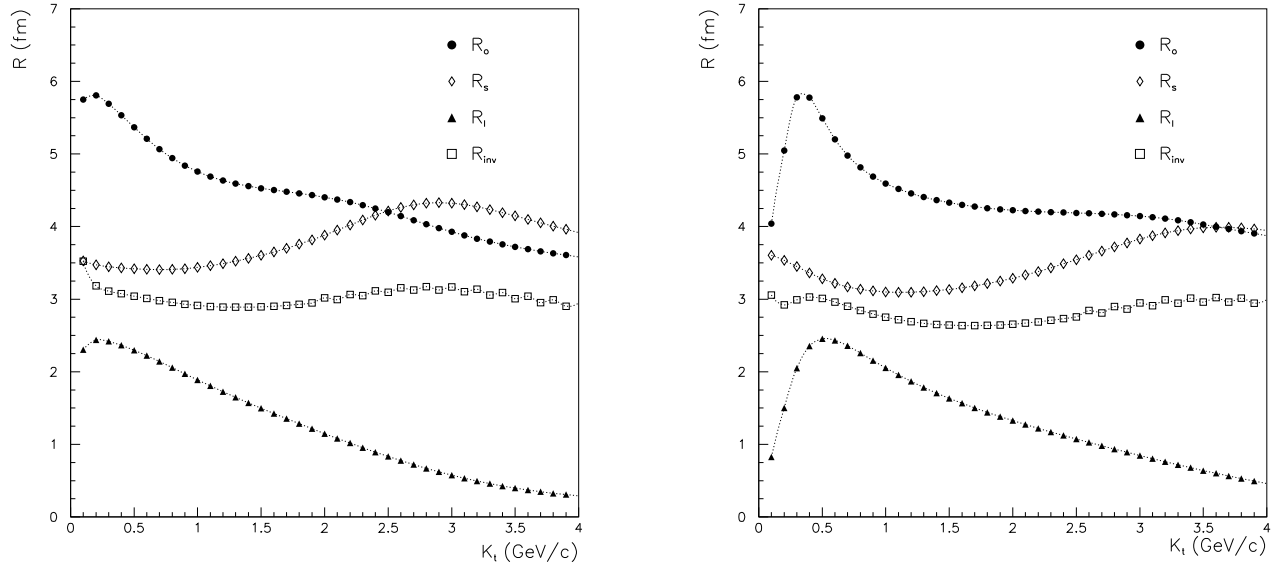


Рис. 111: Корреляционные радиусы R_{out} (круги), R_{side} (ромбы), R_{long} (треугольники) и R_{inv} (квадраты) в зависимости от среднего поперечного импульса пары, вычисленные в центральных столкновениях Pb–Pb при энергии 158 ГэВ/нуклон (SPS). Слева – для уравнения состояния с фазовым переходом, справа – для чисто адронного уравнения состояния.

шее время жизни τ для чисто адронного уравнения состояния, что соответствует нашей эволюции. Это происходит из-за более быстрого остывания КГП от начальной температуры T_{in} до T_c благодаря более жесткому уравнению состояния КГП. С другой стороны, корреляционные радиусы показывают намного более сильную зависимость от начальных условий: в области больших K_T продольный радиус оказывается меньше в случае меньшего начального времени. Как мы уже упоминали, инвариантный радиус R_{inv} дает только усредненную информацию о R_o , R_s and R_l . Как видно из рисунков, он практически не чувствителен к изменению уравнения состояния и начальных условий.

Сравнивая параметры силы корреляции, полученные из 3-мерной корреляционной функции, с усредненными, полученными из корреляционной функции, зависящей от Q_{inv} , мы обнаружили (см рис. 2.7.4), что λ_{inv} оказывается примерно в 40 раз меньше, чем λ для $K_T > 0.5$ ГэВ/с. Что касается абсолютной величины параметра силы корреляции, точность ее вычисления оказывается сравнительно невысокой, особенно при $K_T \lesssim 2$ ГэВ/с, так как и выход быстрых прямых фотонов и скорости излучения термальных прямых фотонов известны в этом диапазоне недостаточно хорошо. Тем не менее мы используем наши вычисления скорее как иллюстрацию отличия между λ и λ_{inv} при малых K_T . Для $K_T \sim 2$ ГэВ/с, где предсказания скоростей излучения более или менее надежны, мы получили величину для силы корреляции на уровне $5 \cdot 10^{-3}$, и такие корреляции действительно были измерены в работе [394]:

$$\begin{aligned}\lambda_{inv}^I &= 0.0028 \pm 0.0004(\text{stat.}) \pm 0.0006(\text{syst.}), \\ R_{inv}^I &= 5.4 \pm 0.8(\text{stat.}) \pm 0.9(\text{syst.}), \\ \lambda_{inv}^{II} &= 0.0029 \pm 0.0007(\text{stat.}) \pm 0.0016(\text{syst.}), \\ R_{inv}^{II} &= 5.8 \pm 0.8(\text{stat.}) \pm 1.2(\text{syst.})\end{aligned}$$

для $100 < K_T < 200$ МэВ/с (I) и $200 < K_T < 300$ МэВ/с (II) соответственно. Как видно, измеренные радиусы корреляции примерно в два раза больше чем предсказанные. Измеренные инвариантные силы корреляции оказались примерно в 4 раза больше, чем предсказывалось.

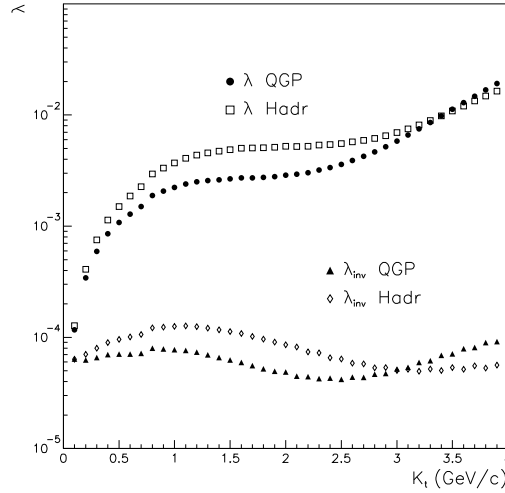


Рис. 112: Трехмерные и инвариантные параметры силы корреляции в центральных столкновениях Pb-Pb при энергии 158 ГэВ/нуклон, вычисленные для уравнения состояния с фазовым переходом (QGP) и без него (Hadr).

Оба эти результата одновременно согласуются с предположением, что скорость излучения фотонов из адронного газа сильно недооценена, а вклад КПП, возможно, переоценен.

2.7.5 Корреляционные параметры при энергии RHIC

Рассмотрим предсказания для столкновений Au-Au при энергии RHIC. Так же как и в случае SPS, мы выбираем начальные условия нашей модели таким образом, чтобы воспроизвести спектры пионов. Так как экспериментально измеренные спектры нейтральных и заряженных пионов отличаются, [401], мы используем усредненный спектр. Для этих энергий мы рассматриваем только одно уравнение состояния с фазовым переходом. Для этого уравнения состояния мы выбираем начальные условия: максимальная начальная температура $T_{in} = 400$ МэВ и время термализации $\tau_{in} = 0.45$ фм/с. Повторяя ту же процедуру, что и в случае энергии SPS, мы получаем корреляционные параметры в зависимости от K_T , см. рис. 113. Сравнивая этот результат с предсказаниями для энергии SPS, мы видим, что параметры R_o и R_s примерно совпадают, но в случае RHIC R_s быстрее возрастает с K_T в связи с большей радиальной скоростью. Кроме того, R_l при малых K_T превышает соответствующий радиус для энергии SPS, что является следствием более долгой эволюции и, в конце концов, большего продольного размера источника. Качественно наш результат согласуется с более ранними оценками [402, 403], хотя при $K_T \sim 1$ ГэВ наши радиусы оказываются на 20% больше. Что касается силы корреляции, мы получили, что в случае энергии RHIC она оказывается примерно на том же уровне, что и при энергии SPS.

Таким образом, мы проанализировали возможность измерения Бозе-Эйнштейновских корреляций в условиях высокой множественности ядро-ядерных столкновений. Мы показали, что корреляции прямых фотонов могут быть отделены от остаточных корреляций распадных фотонов, которые не дают вклад в область малых относительных импульсов $Q_{inv} \lesssim 50$ МэВ/с. Более того, остаточные корреляции фотонов, рожденных в распадах Бозе-Эйнштейновски скоррелированных пионов имеют специфическую форму, отличную от корреляций прямых фотонов, что облегчает их разделение. Другие корреляции, связанные с распадами резонансов, также имеют собственную форму, и, более того, их относительный вклад уменьшается с ростом множественности. Полученные корреляционные радиусы слабо зави-

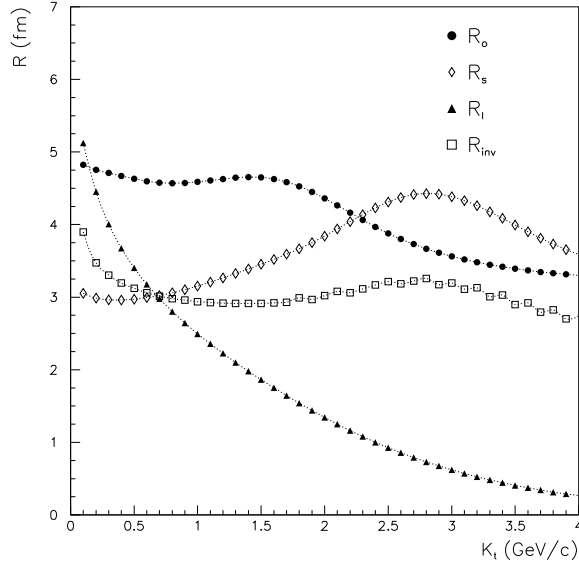


Рис. 113: Радиусы НВТ R_{out} (круги), R_{side} (ромбы), R_{long} (треугольники) и R_{inv} (квадраты) в зависимости от среднего поперечного импульса в центральном столкновении Au–Au при энергии RHIC, полученные для уравнения состояния, включающего фазовый переход.

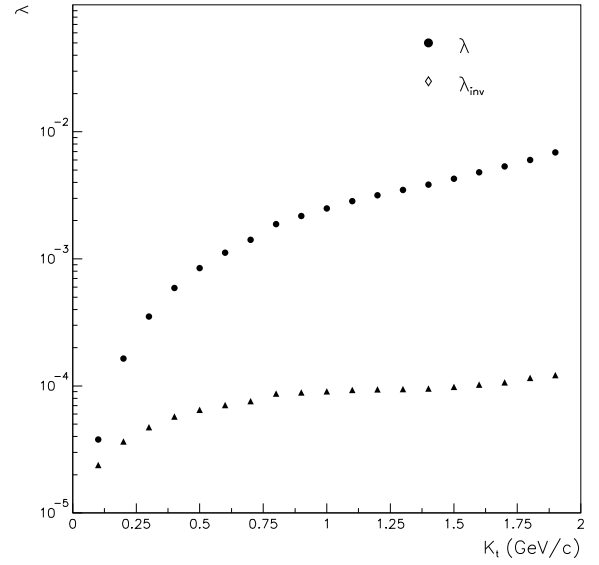


Рис. 114: Параметры силы корреляции в центральном столкновении Au–Au при энергии RHIC, рассчитанные с помощью уравнения состояния, включающего фазовый переход.

сят от использованного уравнения состояния, но оказываются чувствительны к начальным условиям (времени термализации) системы.

2.7.6 Сравнение с другими моделями

Важность фотонной интерферометрии для исследования эволюции ядро-ядерных столкновений подчеркивалась несколько раз [402, 403]. В этих работах корреляции прямых фотонов рассматривались в рамках одномерной Бьеркеновской и полной трехмерной гидродинамической модели соответственно. В обеих работах было показано, что поперечные интерференционные радиусы R_s и R_o , получаемые из фотонной корреляционной функции, чувствительны к эволюции столкновения, а продольный радиус R_l почти на порядок меньше, чем $R_s \sim R_o$, – в отличие от адронных корреляций, где все радиусы одного порядка. Это отличие радиусов было связано с тем, что термальные фотоны в основном излучаются на раннем этапе столкновения, когда температура максимальна и продольный размер источника мал.

В работе [404], так же как и в нашей модели, использовалась Бьеркеновская гидродинамика. Одной из задач было оценить, насколько хорошо гауссовская параметризация описывает корреляционную функцию прямых фотонов. Как было показано, из-за того, что корреляционная функция фотонов содержит вклады источника, излученного на разных этапах столкновения, и имеющего различные радиусу, его форма гораздо сложнее простой параметризации. Тем не менее, такая параметризация отражает в первом приближении параметры источника. Рис. 115 показывает полученные корреляционные радиусы отдельно для фазы КГП (QGP), адронного газа (HG) и полный радиус термального источника. Качественно полученные радиусы совпадают с нашими оценками, но количественно отличаются из-за отличия в уравнении состояния горячей материи – более выраженного фазового перехода в нашем случае. Кроме того, широкий пик в зависимостях R_o и R_s отсутствует в результа-

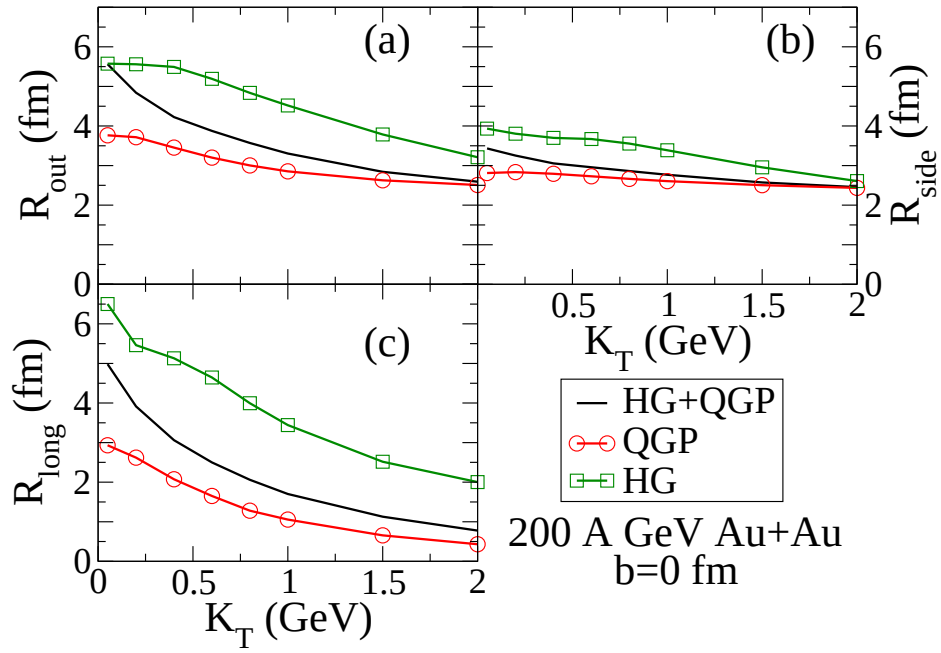


Рис. 115: 3D HBT радиусы в зависимости от среднего поперечного импульса пары для излучение из кварк-глюонной плазмы (QGP), из стадии адронного газа (HG) и полное излучение. Рисунок из работы [404].

тах [404], что, по-видимому, связано с отсутствием вклада быстрых прямых фотонов в этой работе.

В работе [405] исследовались корреляционные радиусы в рамках 3D гидродинамической модели. Также исследовалось влияние возможных дополнительных источников прямых фотонов на предравновесной стадии и вблизи критической точки. Результаты представлены на рисунке 116. Черные точки – стандартный расчет, оранжевые точки – увеличенный выход прямых фотонов на предравновесной стадии столкновения, зеленые точки – увеличенный выход фотонов вблизи фазового перехода, имитирующий критическую опалесценцию. Только R_l оказался чувствителен к добавочным источникам фотонов. В целом, оцененные радиусы оказались близки нашему предсказанию для энергии RHIC, но все-таки отличными из-за различия между Бьеркеновской и полной 3D гидродинамикой, а также из-за уравнения состояния, использованного в [405] и отсутствием вклада быстрых прямых фотонов в последней работе.

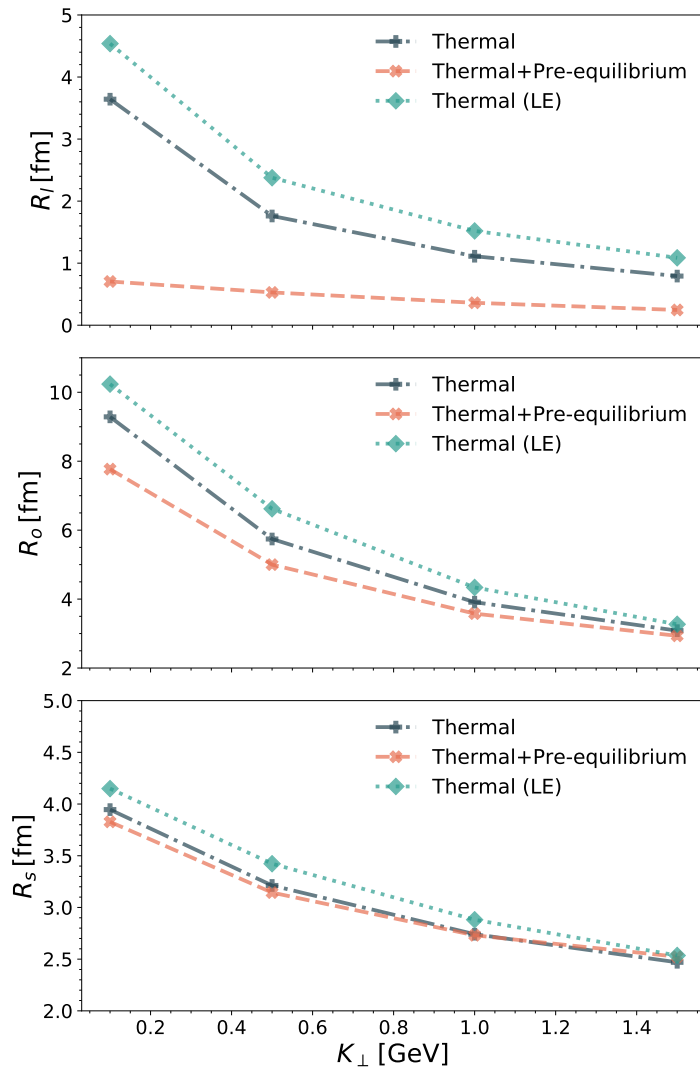


Рис. 116: 3D НВТ радиусы прямых фотонов в столкновении Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ в зависимости от среднего импульса пары, рассчитанные с использованием метода моментов. Рисунок из работы [405].

3 Экспериментальное измерение выхода прямых фотонов

По определению, прямые фотоны – это фотоны, образовавшиеся не в результате распада конечных адронов, а в результате каких-либо электромагнитных процессов в процессе столкновения. Исходя из определения, напрашивается *статистический* метод измерения их спектра: измеряется спектр инклюзивных фотонов, измеряются спектры конечных адронов, дающих основной вклад в выход фотонов, по ним вычисляется спектр распадных фотонов, и искомый спектр получается как разность инклюзивного и распадного. Этот метод будет рассмотрен на примере измерения спектра прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ в эксперименте ALICE, см. раздел 3.1. Этот метод очень наглядный, но включает в себя вычитание двух близких больших чисел (инклюзивного и распадного спектров), что приводит к сравнительно большим неопределенностям.

Для улучшения точности измерения были предложены метод меченых фотонов [406] и метод внутренней конверсии. Метод внутренней конверсии использует тот факт, что любая система, излучающая реальные фотоны, также излучает виртуальные, и их выход связан формулой Kroll-Wada [407]. Имея дополнительную переменную (массу e^+e^- пары), можно выбрать область, где вклад распадов мезонов подавлен, и улучшить таким образом отношение сигнал/шум. Мы рассмотрим метод внутренней конверсии на примере измерения выхода прямых фотонов в столкновениях d–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в эксперименте PHENIX, см. раздел 3.3.

Наконец, мы рассмотрим измерение величины коллективного потока прямых фотонов в столкновении Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ в эксперименте ALICE, см. раздел 3.4.

3.1 Статистический метод (эксперимент ALICE)

Мы рассмотрим применение статистического метода измерения спектра прямых фотонов на примере анализа столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ в эксперименте ALICE. Другой вариант статистического метода, основанного на анализе фотонов, конвертировавшихся на материале детектора и реконструированных как e^+e^- пара, рассмотрен в разделе 3.2.

Эксперимент ALICE (ALICE – A Large Ion Collider Experiment) [408, 409, 410] это установка на Большом Адронном Коллайдере в ЦЕРНе, предназначенная для всестороннего исследования свойств сильно взаимодействующей материи и кварк-глюонной плазмы при экстремальных значениях плотности энергии и температуры, которые достигаются в ядроядерных столкновениях. Она позволяет регистрировать и идентифицировать адроны, электроны, мюоны и фотоны, рожденные в столкновениях тяжелых ядер, даже в условиях высокой множественности столкновений при энергиях БАК. Кроме того, ее физическая программа включает исследование pp и pA столкновений. Особенности конструкции – возможность регистрации частиц с очень малыми поперечными импульсами и различные методы идентификации частиц – позволяют получать результаты, дополняющие результаты других экспериментов на БАК: ATLAS [411, 412], CMS [413, 414] и LHCb [415].

Установка ALICE состоит (см. рис. 117) из центральной части, способной регистрировать адроны, электроны и фотоны, и переднего мюонного плеча. Центральная часть покрывает диапазон полярных углов $45^\circ < \theta < 135^\circ$ и находится внутри большого соленоидального магнита, унаследованного от эксперимента L3. Если идти из центра наружу, центральная часть содержит внутреннюю трековую систему (Inner Tracking System, ITS), состоящую из шести слоев кремниевых детекторов с высоким разрешением: пиксельные (Silicon Pixel Detector, SPD), дрейфовые (Silicon Drift Detector, SDD) и стриповые (Silicon Strip Detector, SSD), цилиндрическую время-проеекционную камеру (Time-Projection Chamber, TPC) и три массива детекторов для идентификации частиц: времяпролетный (Time-of-Flight, TOF) и че-

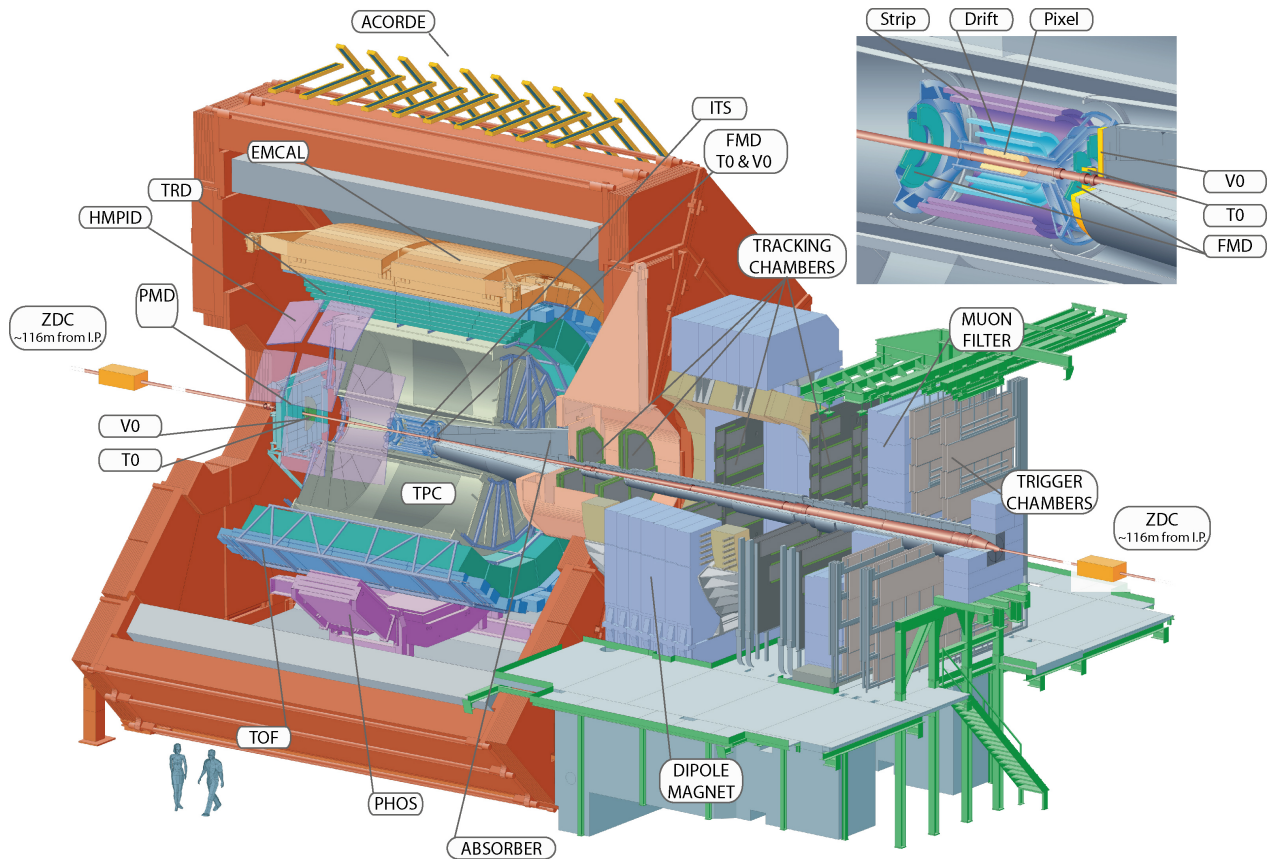


Рис. 117: Эксперимент ALICE.

ренковский детекторы (Ring Imaging Cherenkov, HMPID) и детектор переходного излучения (Transition Radiation Detector, TRD). Также имеется два электромагнитных калориметра, PHOS и EMCAL. Все детекторы, кроме HMPID, PHOS и EMCAL, покрывают полный азимутальный угол. Мюонное плечо находится в диапазоне полярных углов 2° – 9° и состоит из набора абсорберов, большого дипольного магнита и четырнадцати слоев трековых и триггерных камер. Имеется также ряд меньших детекторов ZDC, PMD, FMD, T0, V0, установленных в области малых полярных углов, предназначенных для описания событий и выработки триггера.

Выбранный дизайн эксперимента ALICE определяется в первую очередь возможность работать в событиях с множественностью до $dN/d\eta = 8000$. Это было достигнуто использованием 3-мерных координат кластеров и большим количеством кластеров на трек (до 150) в трековой камере, а также небольшой величиной магнитного поля 0.5 Тл. Большой диапазон измеримых импульсов адронов, от десятков МэВ до 100 ГэВ, достигается как малым количеством материала (13% X_0 до внешней поверхности TPC), что важно при малых p_T , так и большим трековым плечом, достигающим 3.5 м, что позволяет измерять импульс жестких частиц в небольшом магнитном поле. Для идентификации частиц ALICE использует практически все известные методы: удельные потери энергии dE/dx , время пролета, переходное и черенковское излучение, электромагнитные калориметры, мюонные фильтры и реконструкцию распадов долгоживущих адронов по вторичным трекам. Ниже мы подробнее остановимся на основных детекторах эксперимента ALICE.

Трековые детекторы. Восстановление треков в центральной части происходит во внутренней трековой системе ITS [410] и времяпроекционной камере TPC [416]. Детектор TRD также может быть использован для улучшения импульсного разрешения при больших p_T . Основная задача ITS – это (i) реконструкция вторичных вершин распадов тяжелых арома-

тов и странных частиц; (ii) идентификация частиц и трекинг мягких частиц; (iii) уточнение вершины трека и улучшение импульсного разрешения. Из-за высокой множественности внутренние слои должны быть действительно двумерными устройствами, поэтому в них используется пиксельный и дрейфовый детекторы. Внешние слои оборудованы двусторонними микростриповыми кремниевыми детекторами. Эти слои имеют возможность чтения аналогового сигнала для идентификации частиц по удельной потере энергии dE/dx в нерелятивистской области, что делает ITS самостоятельным спектрометром частиц с малым p_T . Необходимость эффективного и надежного трекинга частиц привело к выбору ТРС как основного трекового устройства ALICE. Несмотря на значительные недостатки, такие как скорость и объем данных, большой объем дополнительной информации позволил получить надежную работу при загрузке более 10 000 частиц в аксептансе. Внутренний радиус ТРС определяется максимально допустимой плотностью треков, а внешний, 2.5 м, – необходимостью получить достаточную длину трека для разрешения по потере энергии dE/dx на уровне не хуже 5-7%. С таким разрешением ТРС может использоваться для идентификации треков в области релятивистского роста с импульсами до 50 ГэВ/с.

Идентификация частиц. При разработке установки ALICE было уделено большое внимание возможности идентификации частиц в большой области фазового пространства. Времяпролетный детектор **TOF** [417] покрывает большой диапазон быстрот $|\eta| < 0.9$ и обеспечивает идентификацию частиц при средних поперечных импульсах. Модули TOF установлены на расстоянии около 4 м от точки столкновения, имеют полную площадь 140 м² и содержат всего 160 000 каналов. Такое количество каналов следует из требования иметь загрузку менее 10%. Временное разрешение TOF достигнуто на уровне 100 пс.

Черенковский детектор **HMPID** [418] имеет полную площадь 10 м² и покрывает диапазон псевдобыстрот $|\eta| < 0.6$ и азимутальных углов $\Delta\phi = 57.6^\circ$. В HMPID используются RICH-детекторы с квазифокусировкой. В качестве радиатора используется жидкий перхлоргексан (C_6F_{14}) с показателем преломления $n = 1.2988$. Черенковское излучение детектируется многопроволочными пропорциональными камерами, заполненными метаном. В каждой камере имеется 6 независимых фотокатодов-падов, покрытых тонким слоем CsI. HMPID улучшает идентификацию частиц при больших p_T примерно в 10% аксептанса центральной части детектора ALICE.

Детектор переходного излучения **TRD** [419] позволяет идентифицировать электроны с импульсами больше 1 ГэВ/с. Он состоит из шести слоев-камер. Каждая камера TRD состоит из радиатора и дрейфовой области, заполненной газовой смесью Xe/CO₂ (85%/15%). Заряженные частицы, пролетая дрейфовую область, производят свободные электроны. Кроме того, если энергия частиц превышает порог генерации переходного излучения, в радиаторе образуются фотоны переходного излучения с энергиями от 1 до 30 кэВ. В самом начале дрейфовой области из-за большого заряда Z газовой смеси происходит конвертация фотонов в электроны. Электроны ионизации и от конверсии переходного излучения дрейфуют к анодным проволокам. После газового усиления в области анодных проволок сигнал индуцируется на прямоугольных считывающих падах. Последовательное во времени считывание позволяет реконструировать трек. TRD позволяет получить подавление адронов до 100 раз. TRD также используется для получения быстрых триггерных сигналов для заряженных частиц с большими импульсами.

Детектор множественности фотонов **PMD** (Photon Multiplicity Detector) [420] служит для измерения множественности и пространственного распределения фотонов в диапазоне псевдобыстрот $2.3 > \eta > 3.5$. Он расположен на расстоянии 3.64 м от точки взаимодействия. PMD – предливневый детектор. Толщина конвертера $3X_0$ (1.5 см свинца и 0.5 см нержавеющей стали). Он находится между двумя плоскостями высоко гранулированных пропорциональных газовых счетчиков с сотовой структурой. Газовые счетчики в передней части PMD используются как ВЕТО-детектор заряженных частиц, вторая плоскость пропорциональных

счетчиков служит для идентификации фотонов. Каждая плоскость пропорциональных счетчиков состоит из 24 модулей, в каждом модуле 4608 сотовых ячеек.

Детектор множественности **FMD** (Forward Multiplicity Detector). Основная задача детектора FMD [421] – измерение множественности частиц, вылетающих под небольшими углами (от 0.75° до 21°) к оси столкновения. Кроме того, он позволяет определять общее количество частиц, рожденных в pp и Pb–Pb столкновениях, и флуктуации множественности. FMD – полосковый кремниевый детектор. Он состоит из 5 колец полосковых детекторов (в общей сложности 51 200 стрипов). Кольца двух типов: внутренние, которые состоят из 10 пластин, разделенных на 20 секторов с 1024 стрипами, и внешние с 40 секторами и 512 стрипами. В FMD 3 группы детекторов: FMD1 ($3.62 < \eta < 5.03$), FMD2 ($1.7 < \eta < 3.68$) и FMD3 ($-3.4 < \eta < -1.7$). В FMD1 имеется только внутреннее кольцо. FMD2 и FMD3 состоят из внутреннего и внешнего колец. Перекрытие по быстротам между FMD и внутренним слоем (SPD) трековой системой (ITS) обеспечивает непрерывное покрытие для распределения вершин вдоль оси z. Кроме того, высокая радиальная сегментация детектора позволяет измерять множественность в каждом событии, а азимутальная сегментация – определять плоскость реакции. В центральных столкновениях двух ядер свинца в каждом событии заряженные частицы попадают на все стрипы (в среднем от 0.5 до 3 заряженных частиц на стрип). Число частиц, попавших на каждый стрип, может быть определено путем измерения полной энергии, оставленной частицами в стрипе в каждом событии, и сравнения его с энергией, оставляемой одной частицей. В периферических ядро-ядерных или протон-протонных столкновениях общее число заряженных частиц значительно меньше (примерно в 200 раз) и многие стрипы будут “пустыми”, так что число заряженных частиц может быть определено подсчетом стрипов, в которые попали частицы.

Электромагнитные калориметры. Эксперимент ALICE включает в себя два электромагнитных калориметра: PHOS, детальное описание которого приведено ниже в разделе 3.1.1, и калориметр EMCAL. Кроме того, после апгрейда в 2014–2015 годах был установлен электромагнитный калориметр DCAL. Калориметр EMCAL выполнен по технологии “шашлык”. Он расположен на расстоянии ~ 4.3 м от точки столкновения, покрывает диапазон псевдобыстрот $|\eta| < 0.7$ и азимутальных углов $\Delta\phi = 107^\circ$ и находится приблизительно напротив PHOS. EMCAL состоит из 3168 модулей, объединенных в 5 супермодулей. Каждый модуль состоит из 4 оптически изолированных башен, состоящих из сэндвичей 1.44 мм свинца/1.76 мм сцинтиллятора. Электромагнитный калориметр DCAL расширяет возможности PHOS и EMCAL, позволяя проводить корреляционные измерения, которые невозможны с PHOS и EMCAL. В DCAL модули такие же, как и в EMCAL, но супермодули DCAL короче, в них 16 модулей, вместо 24 в EMCAL. Модули DCAL находятся по обеим сторонам от PHOS. DCAL+PHOS может рассматриваться как один интегрированный детектор, предназначенный для исследования струй. DCAL покрывает диапазон по псевдобыстроте $|\eta| < 0.7$ и азимутальному углу $\Delta\phi = 60^\circ$.

Мюонный спектрометр. Передний мюонный спектрометр (мюонное плечо) [422] предназначен для регистрации резонансов с тяжелыми кварками (J/ψ , ψ' , Υ , Υ' , Υ'') с разрешением по массе, достаточным для разделения всех состояний. Он расположен при малых углах $2^\circ < \theta < 9^\circ$, что соответствует псевдобыстротам $-4 < \eta < -2.4$. Мюонный спектрометр состоит из композитного абсорбера ($10\lambda_{\text{int}}$), сделанного из материалов с большим и малым Z, и начинающегося в 90 см от вершины, большого дипольного магнита с полем 3 Тл·м, находящегося вне основного магнита L3, и десяти панелей высокогранулярных стриповых трековых станций. После них идет второй мюонный фильтр, который состоит из железа с толщиной $7\lambda_{\text{int}}$, и четыре панели резистивных камер, используемых для идентификации мюонов и мюонного триггера. Спектрометр защищен плотным коническим абсорбером, внешним диаметром около 60 см, защищающим мюонный спектрометр от вторичных частиц, рожденных в пучковой трубе.

Детекторы для характеристики события и триггера.

Детектор **T0** [421] используется для измерения момента времени, в который произошло столкновение, с разрешением меньше 50 пс. Детектор T0 состоит из двух наборов ФЭУ с кварцевыми черенковскими радиаторами по 12 счетчиков в каждом. Один из наборов, T0C, находится на расстоянии 72.7 см от точки взаимодействия и покрывает диапазон псевдобыстрот $-3.28 < \eta < -2.97$. На противоположной стороне от точки взаимодействия, на расстоянии 375 см, находится T0A, который сгруппирован вместе с другими детекторами (FMD, V0 и PMD) и покрывает диапазон псевдобыстрот $4.61 < \eta < 4.92$. В радиальном направлении детекторы T0 расположены как можно ближе к пучку, для того чтобы максимизировать эффективность триггера. Сумма времен, измеренных T0A и T0C, дает время столкновения и не зависит от положения точки взаимодействия. Разность времен позволяет оценить координату z в столкновениях с точностью до 1.5 см. T0 позволяет грубо оценить множественность события и генерирует один из трех возможных сигналов, соответствующих малой множественности (периферическое взаимодействие), средней множественности (получентральное взаимодействие) и большой множественности (центральное взаимодействие).

Детектор **VZERO** [421] предназначен для выработки быстрого триггерного сигнала в pp и тяжелоионных столкновениях; быстрого вето-сигнала при взаимодействии пучка с остаточным газом в экспериментах с протонными пучками; предварительного сигнала о центральности взаимодействия тяжелых ионов; быстрой оценки светимости; сигнала быстрой активизации TRD. Кроме того, V0C позволяет отклонить большую часть ложных срабатываний мюонных триггеров. В установке ALICE присутствуют два триггерных быстрых сцинтилляционных детектора: V0A и V0C. Детектор V0A находится в 340 см от точки взаимодействия, перед входом в димюонный спектрометр; V0C – в 90 см от точки взаимодействия в противоположной стороне. Они охватывают диапазоны псевдобыстрот $2.8 < \eta < 5.1$ (V0A) и $-3.7 < \eta < -1.7$ (V0C). Каждый детектор состоит из 4 колец сцинтиллятора, излучение которого считывается и преобразуется спектросмещающими волокнами (WLS). Каждое кольцо разделено на восемь секторов. Каждый сектор состоит из 4 изолированных сегментов. Толщина колец сцинтиллятора у V0A – 2.5 см, у V0C – 2 см. Излучение транспортируется к ФЭУ спектросмещающими волокнами (в V0C также с помощью оптических волокон). В детекторе V0A спектросмещающие волокна внедрены в два поперечных торца сегментов. Всего в V0A 32 счетчика. В детекторе V0C волокна приклеены к двум радиальным поверхностям сегментов. В двух внешних кольцах V0C по 16 попарно соединенных счетчиков. Всего в V0C 48 счетчиков.

В установке ALICE имеется также два адронных калориметра нулевого угла **ZDC** (Zero Degree Calorimeters) [423], расположенных на расстоянии ~ 116 м по обе стороны от точки взаимодействия. Кроме того, на расстоянии 7 м по обе стороны от точки взаимодействия размещены два небольших электромагнитных калориметра (EM ZDC). Пучок отклоняется двумя дипольными сепараторами. Эти магниты отклоняют также спектаторные протоны, отделяя их от спектаторных нейтронов, которые летят под 0° . Таким образом, между дипольными сепараторами с двух сторон от точки взаимодействия оказалось возможным установить набор из двух детекторов, один из которых (ZN) расположен между двумя пучками и служит для регистрации спектаторных нейтронов, а другой (ZP), внешний по отношению к исходящему пучку, служит для регистрации спектаторных протонов. Калориметры ZDC – “спагетти-калориметры”. Они представляют собой стек металлических пластин с желобами, в которых размещены кварцевые волокна, ориентированные примерно вдоль направления прилета частиц. Частицы адронного ливня, возникающего при взаимодействии высокоэнергичных протонов и нейтронов с материалом пластин, генерируют в кварцевых волокнах черенковское излучение, которое благодаря полному внутреннему отражению распространяется до конца световода и регистрируется ФЭУ. В детекторах ZN в качестве пассивного материала используется вольфрамовый сплав, в детекторах ZP – латунь. В столкновении

ях тяжелых ионов детекторы ZN регистрируют все спектаторные нейтроны, детекторы ZP – 70% спектаторных протонов. В очень периферических соударениях значительное число спектаторных нуклонов образуют фрагменты, имеющие отношение заряда к массе близкое к таковому у Pb. Эти фрагменты не могут быть идентифицированы в ZDC. Как следствие, небольшое энергосодержание в ZDC может наблюдаться как для центральных событий, где число спектаторов мало, так и для очень периферических событий. Чтобы различить эти события, кроме адронных калориметров (ZDC) установлены два электромагнитных калориметра (ZEM). Они пособытийно измеряют энергию частиц (в основном фотонов от распадов π^0). Так как эта энергия монотонно возрастает с центральностью соударений, ее значение может помочь разделения между центральными и периферическими столкновениями. Центральные события могут быть идентифицированы по небольшому энергосодержанию в адронном калориметре, сопровождаемому значительным энергосодержанием в электромагнитном. Поглотитель ZEM выполнен из 40 свинцовых пластин, каждая толщиной 3 мм. Кварцевые волокна находятся в слоях между пластинами. Чтобы максимизировать отклик детектора, волокна и пластины установлены под углом 45° по отношению к оси LHC, т.к. черенковское излучение при этом угле максимально. Длина поглотителя составляет $35.4 X_0$. Таким образом, ливни, образованные падающей частицей, полностью поглощаются в калориметре, покрывающем диапазон псевдобыстрот $4.8 < \eta < 5.7$.

3.1.1 Фотонный спектрометр PHOS

Фотонный спектрометр PHOS (PHOton Spectrometer) [424] – это высокогранулярный электромагнитный калориметр на основе скинтилляционных кристаллов вольфрамата свинца PbWO_4 (PWO). Размер кристаллов $2.2 \times 2.2 \times 18 \text{ см}^3$, в качестве светочувствительного элемента используется лавинный фотодиод. PHOS располагается внизу экспериментальной установки ALICE и покрывает диапазон быстрот $-0.12 < \eta < 0.12$ и 100° азимутального угла. Полная площадь детектора составляет $\sim 8 \text{ м}^2$, а полный объем кристаллов $\sim 1.5 \text{ м}^3$. Поперечный размер кристалла выбран порядка Мольеровского радиуса, что обеспечивает хорошее пространственное разрешение и малую вероятность перекрытия ливней. Кристаллы располагаются на расстоянии $R = 4.6 \text{ м}$ от точки взаимодействия, что позволяет получить размер ячейки достаточно малый для достижения низкой загрузки даже в центральных Pb–Pb столкновениях.

Вольфрамат свинца (PWO) – это быстрый скинтилляционный кристалл с довольно сложным спектром излучения, состоящим из двух компонент: голубой с максимумом при 420 нм (2.9 эВ) и зеленой, с максимумом при 480–520 нм (2.5 эВ). Световыход этих кристаллов при комнатной температуре сравнительно низкий, однако он сильно зависит от температуры, возрастая на 2% при понижении температуры на один $^\circ\text{C}$ в широком диапазоне температур. При температуре -25°C , световыход возрастает примерно в 3 раза по сравнению с комнатной температурой (20°C). Кроме того, шум электроники также уменьшается, что приводит к значительному улучшению энергетического разрешения. Исходя из этих соображений была выбрана рабочая температура -25°C как минимальная, которая может быть достигнута без дорогостоящего специализированного холодильного оборудования.

Таблица 4: Свойства кристаллов PbWO_4 .

Плотность	8.28 г/см ³
Радиационная длина	0.89 см
Ядерная длина	19.5 см
Мольеровский радиус	2.0 см
Температура плавления	1123 $^\circ\text{C}$
Твердость	4 Moh
Коэффициент преломления	
вдоль оси ζ ($\lambda = 632 \text{ нм}$)	2.16
Гигроскопичность	нет
Химическая активность	инертный

PHOS был спроектирован как одноплечевой калориметр. Он разделяется на четыре независимых модуля. Каждый модуль содержит 3584 ячейки, организованных в матрицу 64×56 ячеек поперек и вдоль оси столкновения соответственно. Каждый детектирующий канал состоит из кристалла PWO, к которому оптическим клеем приклеен лавинный фотодиод размером $5 \times 5 \text{ мм}^2$, см. рис. 118, слева сверху. Лавинный фотодиод находится на плате, поддерживающей низкошумящий предусилитель, см. рис. 118, слева внизу. Кристаллы собираются в стрип, см. рис. 118, справа, имеющий размер 8×2 ячейки и служащий основной сборочной единицей. 16 аналоговых сигналов подаются на Т-карту, которая соединяется далее с фронт-энд электроникой. Из-за необходимости охлаждать кристаллы и для получения однородной температуры в них, каждый модуль PHOS разделен на две секции см. рис. 119, слева: холодный объем, в котором содержатся кристаллы, упакованные в стрипы, помещенные в термоизоляцию и охлаждаемые холодильной машиной, и теплый объем, находящийся ниже холодного, в котором находится фронт-энд электроника. Для предотвращения появления конденсата в теплом объеме и его замерзания на границе объемов каждый модуль PHOS

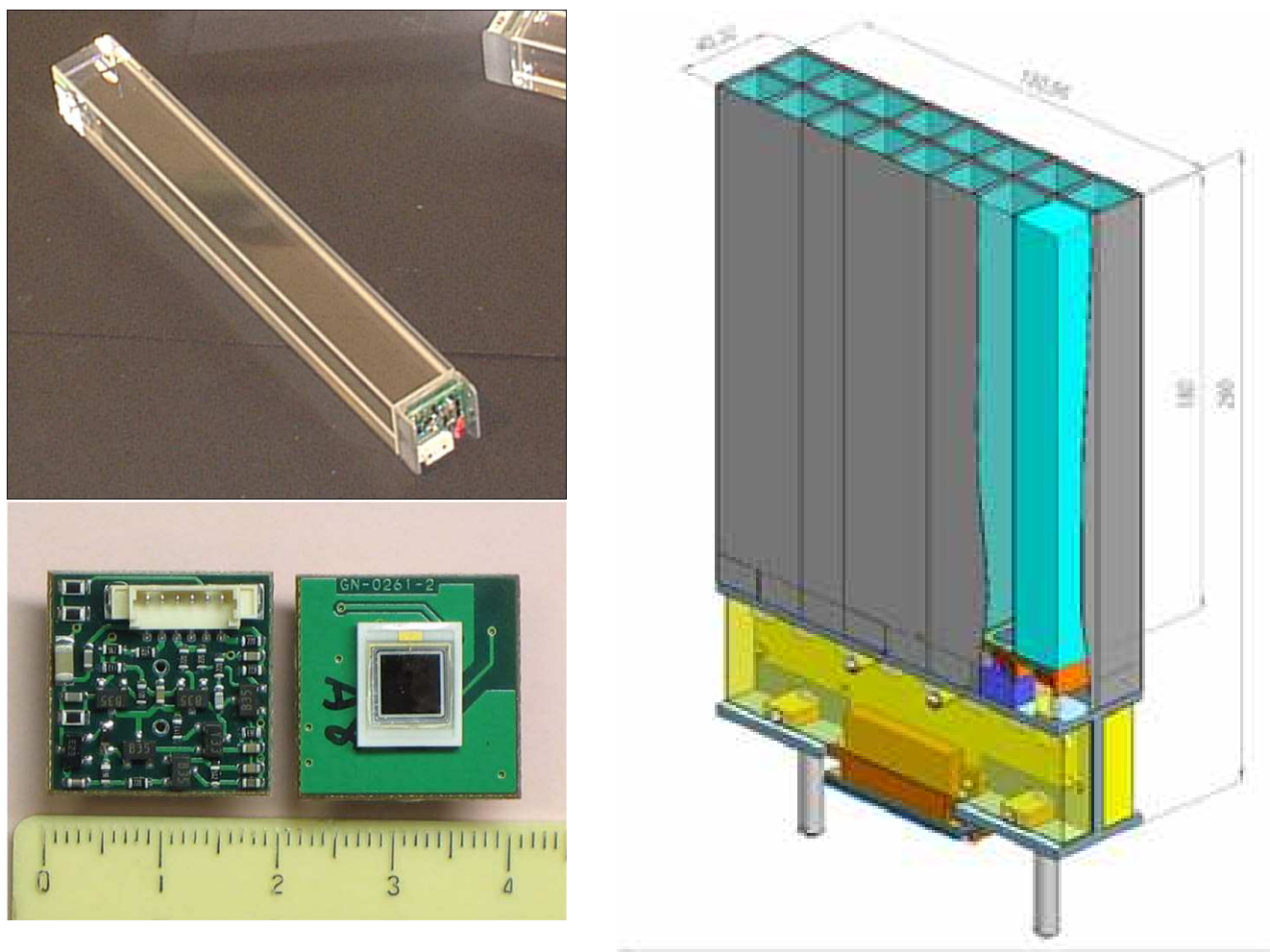


Рис. 118: Слева сверху: детектирующая ячейка, состоящая из кристалла PWO с приклеенным к нему лавинным фотодиодом и предусилителем. Слева внизу: фотодетектор, лавинный фотодиод, установленный на плату предусилителя. Справа: основная сборочная единица – стрип, содержащий 8×2 детекторных ячеек.

находится в герметичном контейнере, продуваемом азотом. Специальные поддерживающие рельсы, см. рис. 119, справа, поддерживают модули PHOS и, кроме того, позволяют устанавливать их на место в процессе сборки установки ALICE. В сеансе 2010-2013 годов было установлено 3 модуля PHOS, во время перерыва 2014-2015 годов был установлен еще один модуль. Рабочая температура PHOS, составляющая -25°C , стабилизируется специальной термостабилизирующей системой на уровне $\sim 0.3\text{--}0.4^\circ\text{C}$ для того, чтобы поддерживать на одном уровне световыход и полный коэффициент усиления каналов с точностью 0.5%. Для обеспечения равномерности распределения температуры по объему кристаллов на уровне $\sim 1^\circ\text{C}$ со всех шести сторон холодного объема установлены охлаждающие панели и тепло отводится жидким охладителем, прокачиваемым по каналам в этих панелях. В качестве охлаждающей жидкости выбран флюорокарбон C_6F_{14} как жидкость, которая имеет очень низкую вязкость при отрицательных температурах. Охлаждающая система, находящаяся вне магнита L3, прокачивает охлаждающую жидкость на расстояние несколько десятков метров. Мониторинг температуры производится с помощью резистивных датчиков проволоочного или пленочного типа толщиной 30-50 мкм, вставленных в промежутки между кристаллами. Для оценки неравномерности температуры в модуле достаточно одного сенсора на 64 кристалла. Измеренная нестабильность температуры детектора во времени и пространстве может

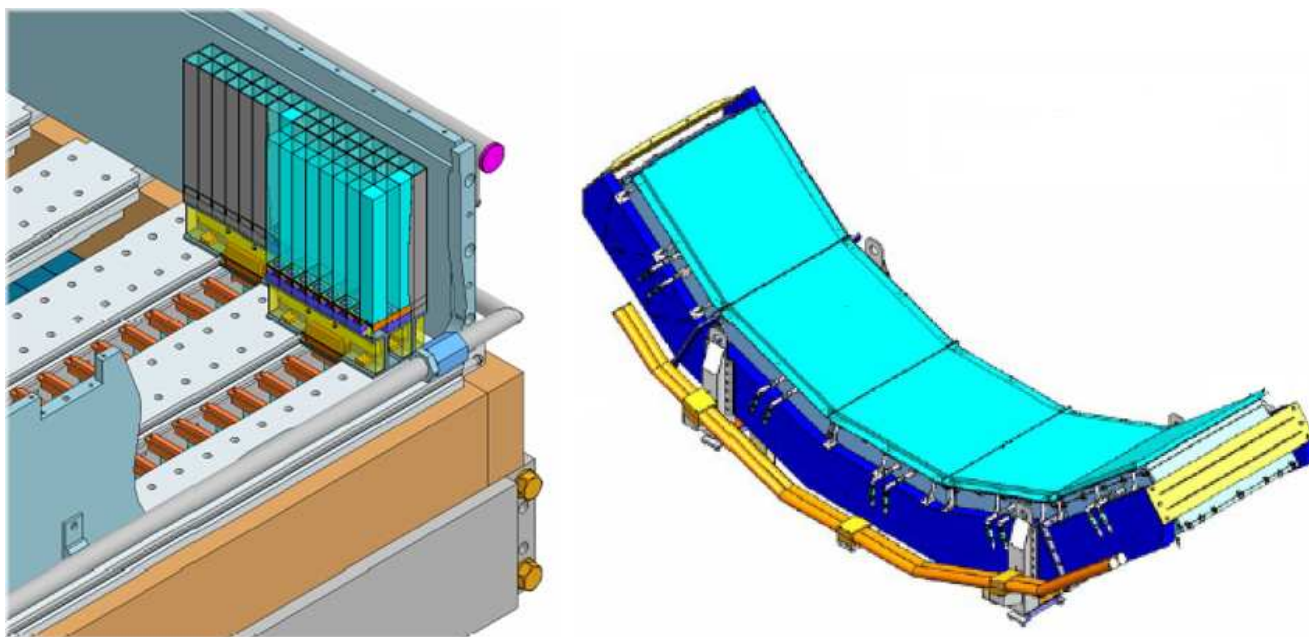


Рис. 119: Слева: модуль PHOS со сборочными единицами, установленными на охлаждающие панели; Справа: 5 модулей PHOS.

быть скомпенсирована на стадии анализа данных. Необходимость в этом возникла один раз в сеансе 2011 года: из-за недостаточной термоизоляции трубопроводов и нарастания льда на них мощности холодильной установки стало недостаточно для поддержания стабильной температуры кристаллов. В следующих сеансах эти проблемы были решены.

Фронт-энд электроника PHOS обеспечивает оцифровку энергии и работу программируемого триггера, выдающего сигнал нулевого или первого уровня. В каждом канале сигнал после предусилителя поступает на шейпер, на выходе которого имеются сигналы с низким и высоким коэффициентами усиления. Эти сигналы затем оцифровываются в независимых АЦП. Система контроля смещающего напряжения позволяет настроить коэффициенты усиления лавинных фотодиодов так, чтобы выровнять отклик каждого канала. Информация о времени прилета частицы может быть получена из анализа формы оцифрованного сигнала. На каждую ячейку приходится 4 электронных канала: для измерения энергии с высоким и низким коэффициентом усиления, быстрый триггерный сигнал и канал контроля напряжения смещения на фотодиоде. Основные параметры предусилителя [425]: чувствительность 1 В/пКл, максимальный входной заряд 8 пКл, величина ENC около 400 е для $C_{APD} = 100$ пФ, рассеиваемая мощность 62 мВт. Постоянная времени шейпера составляет 1.6 мкс. Шум электроники соответствует сигналу на уровне 5 МэВ. Фронт-энд электроника каждого модуля PHOS содержит 112 карт, каждая из которых обрабатывает сигнал от 32 ячеек, 8 триггерных карт (TRU), каждая из которых суммирует сигналы каналов матрицы 28×16 каналов, и 4 карты контроллера считывания (RCU), обслуживающих два раздела по 14 фронт-энд карт в каждом.

Триггерный алгоритм PHOS, в зависимости от конфигурации, вычисляет параллельно все суммы энерговыделений в 2×2 или 4×4 соседних каналах. Этот алгоритм реализован в FPGA процессорах на картах фронт-энд электроники, и может быть перепрограммирован с помощью JTAG кабеля. Для получения узкой кривой включения триггера напряжения смещения фотодиодов подстраиваются так, чтобы примерно выравнять усиления во всех каналах.

Энергетическое разрешение может быть параметризовано в виде

$$\frac{\sigma_E}{E} = \sqrt{\frac{a^2}{E^2} + \frac{b^2}{E} + c^2}, \quad (63)$$

где a определяется шумом электроники, b – стохастический член, а постоянный член c определяется неравномерностью детектора и ошибками калибровки. В пучковых испытаниях были получены следующие значения этих параметров (E в ГэВ):

$$a = 0.03, \quad b = 0.03, \quad c = 0.01 \quad .$$

Что касается пространственного разрешения:

$$\sigma_{x,y} = \frac{A}{\sqrt{E}} + B. \quad (64)$$

Анализ данных пучковых испытаний дает значения (E в ГэВ) $A = 3.26$ мм и $B = 0.44$ мм. Анализ реальных данных – ширина пионного пика и ее зависимость от p_T – подтвердил эту параметризацию.

3.1.2 Проверка стабильности работы детектора

Представленный ниже анализ использовал данные, набранные экспериментом ALICE в течение ноября – декабря 2010 года в сеансе Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV (период LHC10h по классификации ALICE). Онлайн триггер требовал совпадение сигналов от детекторов V0A и V0C. Дальнейший отбор событий выполнялся офлайн: требовалась корреляция сигналов в VZERO и SPD детекторах, отбирались события, соответствующие пересечению пучков и отбрасывались события, вызванные взаимодействием с остатками газа в вакуумной трубе. Было отобрано 122 рана¹⁰ таких, что детекторы, использованные в нашем анализе, работали штатно. Для удобства далее используется их последовательная нумерация, которая отличается от шестизначного абсолютного номера.

Для проверки качества данных и стабильности работы PHOS мы исследовали зависимость среднего числа зажженных ячеек на событие (N_{cell}) в каждом модуле PHOS, как показано на рис. 120. Также можно было бы использовать число кластеров в событии, среднюю энергию ячеек или кластеров и т. д. Однако оказалось, что именно N_{cell} наиболее чувствительно к состоянию PHOS. Мы выделили 4 периода стабильной работы детектора, разделенных вертикальными линиями на рис. 120. В первом периоде карту считывающей электроники RCU0 модуля 2 не удалось правильно инициализировать. Мы включили область, в которой электроника работала нештатно, в карту плохих каналов для этого периода. Периоды 2, 3, 4 отличаются поведением шумящих каналов в модуле 4. Однако, в конце концов, мы включили их в карту плохих каналов, так что отличие между периодами 2, 3 и 4 исчезло, так что в дальнейшем мы рассматриваем отдельно периоды с разными аксептансами (1 и 2+3+4) и требуем, чтобы и при вычислении эффективности и аксептанса сохранялось соотношение числа событий между периодами 1 и (2+3+4). Для окончательной проверки стабильности PHOS во всех 4 периодах, мы сравнили спектры кластеров, поправленные на аксептанс и эффективность, как описывается далее, для каждого периода отдельно, см. рис. 121. Как для центральных, так и для периферических столкновений спектры совпадают с точностью до 1%: параметризации отношения к среднему константой совпадают в пределах ошибок за исключением периода 4, для которого параметризация дает 0.99 ± 0.001 . Это отличие

¹⁰ран (run) – минимальный период приема данных эксперимента ALICE, в оптимальных условиях составляющий до 90 минут.

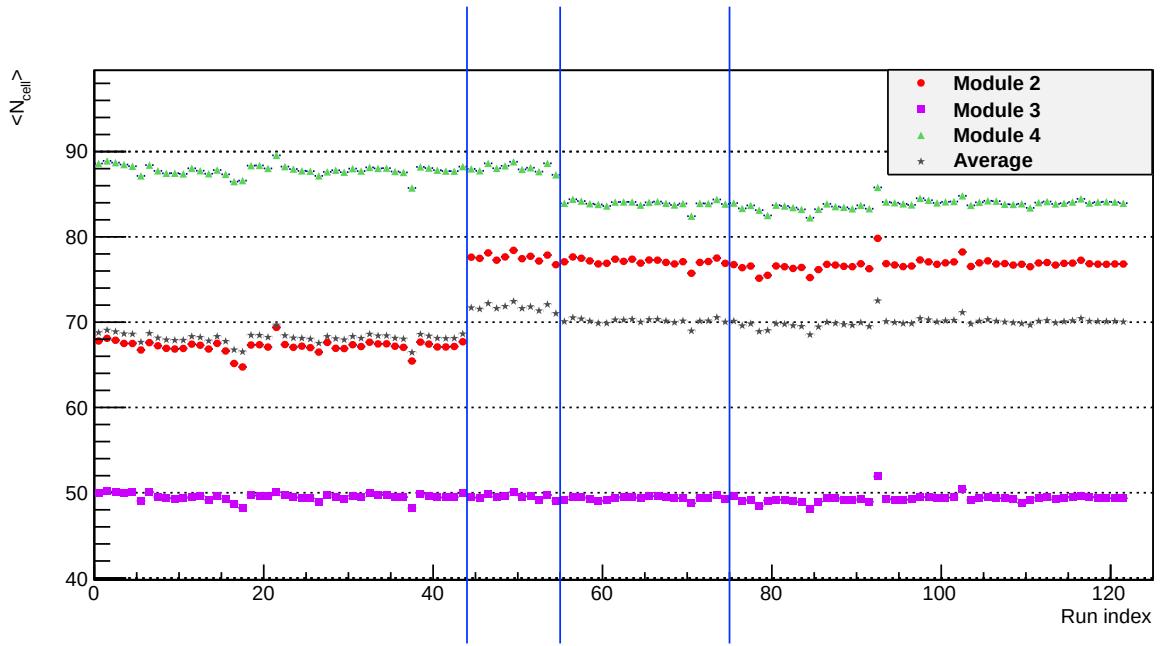


Рис. 120: Среднее число ячеек, зажженных в событии в зависимости, от номера рана для периода Pb–Pb столкновений. Вертикальные линии разделяют периоды стабильной работы PHOS.

возникает из-за слабого изменения температуры кристаллов в результате деградации термоизоляции труб холодильной установки. Это изменение позже было учтено в виде поправок калибровочных коэффициентов в периоде 4.

Полное число событий, прошедших первичный офлайн контроль качества, составляет 22.95 миллиона событий, из которых 15.85 проходят отбор на положение вершины взаимодействия и центральность столкновения в диапазоне 0-80%. В некоторых ранах (см. рис. 120) наблюдается скоррелированное отклонение среднего числа ячеек на событие для всех трех модулей. Это связано с неравномерным распределением по центральности в данных ранах. Так как отклонение от плоского распределения по центральности в этих ранах невелико и не влияет на конечное распределение по центральности, которое оказалось плоским с хорошей точностью, мы не исключаем такие раны.

3.1.3 Построение карты плохих каналов

Мы построили карту хороших каналов, используя два критерия: число кластеров с центром в данной ячейке с $E_{clu} > 500$ МэВ (“мягкие”) для идентификации мертвых и недокалиброванных каналов и $E_{clu} > 2$ ГэВ (“жесткие”) для локализации шумящих каналов. На рис. 122 показаны характерные распределения на примере модуля 1. Чтобы получить численный критерий качества канала, мы параметризовали распределение по среднему числу кластеров с центром в ячейке для каждого модуля функцией Гаусса и по результатам наложили ограничение: $\langle N_{clu} \rangle \pm 3\sigma$ для мягкой части и $\pm 5\sigma$ для жесткой, показанные вертикальными линиями на рис. 122. Каналы отмечаются как плохие, если они отбрасываются хотя бы одним из вышеперечисленных критериев. Результирующая карта плохих каналов для модуля 1 показана внизу рис. 122. Как видно, мы применяем достаточно жесткий отбор плохих каналов, что необходимо в случае прецизионных измерений спектров.

Размер фотонного кластера составляет несколько ячеек, поэтому близость центра кластера к плохому каналу может привести к изменению энергии кластера. Частично мы уже учли этот эффект, рассматривая распределение числа *кластеров* выше порога при построении

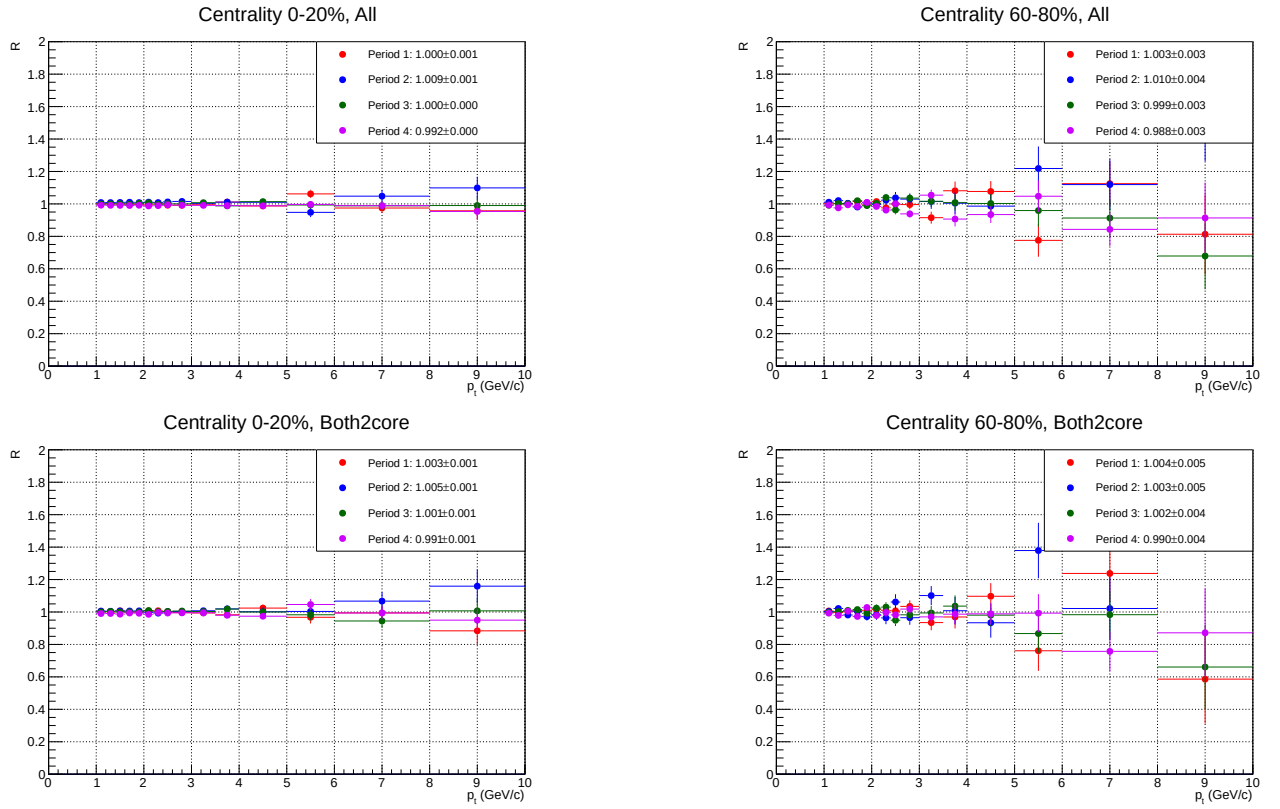


Рис. 121: Сравнение спектров, измеренных в различных периодах и скорректированных на соответствующий аксептанс и эффективность. Числа после названия периодов – результаты параметризации отношения констант.

карты плохих каналов. Более детально оценить влияние этого эффекта на спектр фотонных кластеров можно, сравнив спектры кластеров, полученные с разными условиями на расстояние до плохого канала R и поправленные на аксептанс. Для начала мы построили отношение спектров, полученных с условиями $R > 3$ см и $R > 4$ см к спектру, полученному с условием $R > 6$ см, не учитывая разницы в аксептансе, см. рис. 123, слева. Увеличение расстояния до плохого канала с $R > 3$ см до $R > 6$ см уменьшает аксептанс на $\sim 45\%$. На правом рисунке показано то же отношение, но скорректированное на разницу в аксептансе, вычисленную в Монте-Карло моделировании. Согласие в скорректированных спектрах означает, что (а) мы достаточно полно описали карту плохих каналов в Монте-Карло моделировании; (б) расстояние $R > 3$ см достаточно для уменьшения влияния плохих ячеек до значений $\sim 0.7\%$, значительно меньших статистических неопределенностей. Это сравнение дает приблизительную оценку систематических неопределенностей, связанных с вычислением аксептанса. Наконец, мы сравнили спектры фотонов, измеренные в каждом модуле PHOS, деленные на соответствующий аксептанс, см. рис. 124. Для количественного сравнения построены отношения к среднему и параметризованы константами в диапазоне 1-12 ГэВ/с. Все спектры согласуются с точностью до 1 %, что дает независимую оценку неопределенности в вычислении поправки на аксептанс PHOS.

3.1.4 Пространственное выравнивание

Положение пионного пика, измеренное в калориметре, зависит не только от калибровки, но и от наклона спектра и разрешения детектора. Поэтому при калибровке сравнивают положение пика в реальных данных и в моделировании. Помимо воспроизведения разрешения

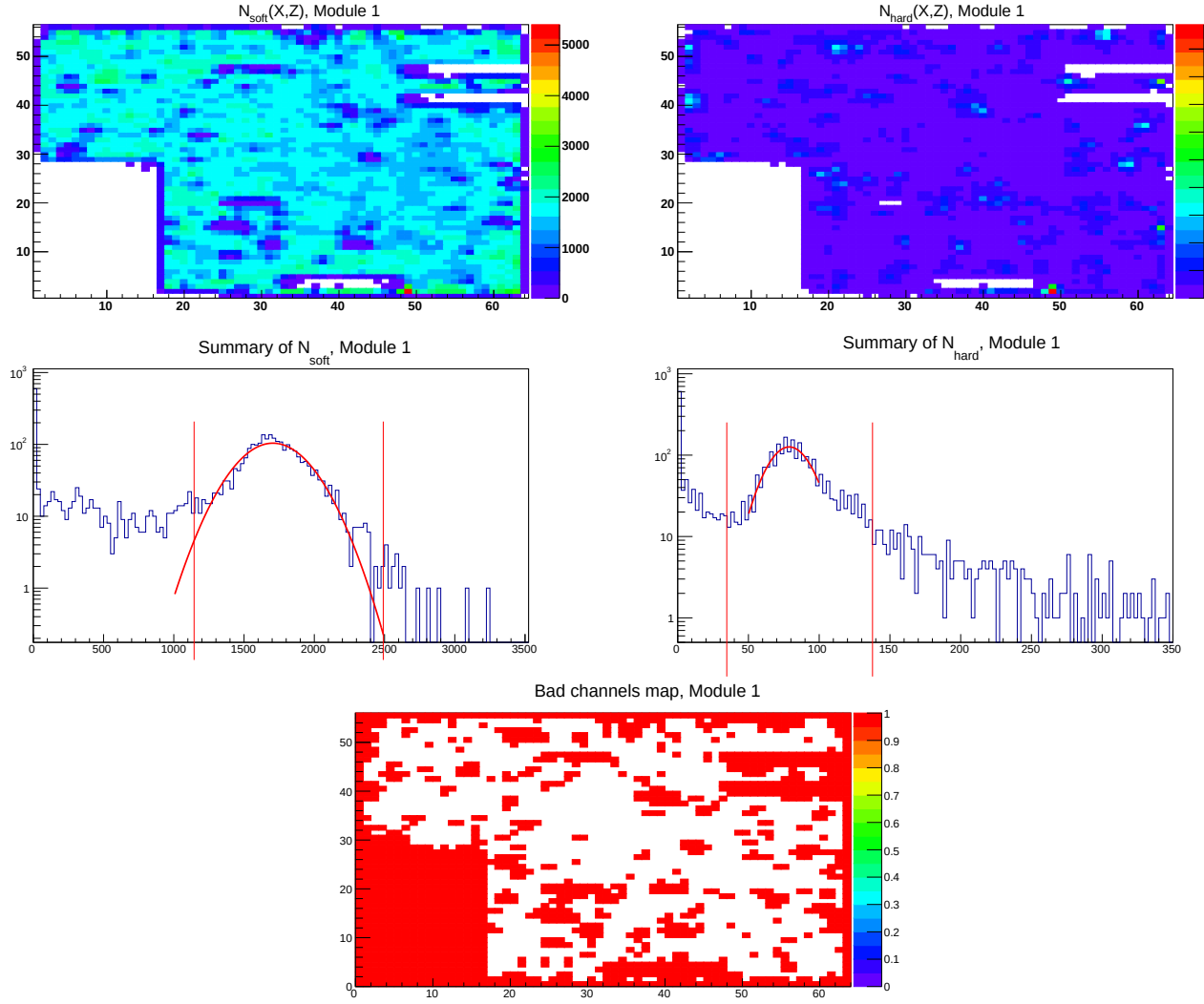


Рис. 122: Сверху – число мягких (слева) и жестких (справа) кластеров с центром в ячейке. Средняя строка – одномерные проекции распределения числа мягких (слева) и жестких (справа) кластеров на ячейку. Показаны Гауссовы параметризации и диапазон хороших ячеек, ограниченный вертикальными линиями. Снизу – окончательная карта.

детектора Монте-Карло моделирование должно воспроизводить пространственное положение детектора. Особенно важно правильно воспроизвести расстояние от точки взаимодействия до детектора. Положение PHOS было измерено с помощью фотограмметрии, однако как оказалось после начала работы детектора, по непонятным причинам этот метод дает неопределенность ~ 1 см вместо заявленной точности ~ 1 мм. После установки PHOS в конце длительной остановки в 2015 году ситуация с точностью фотограмметрии повторилась, причем сдвиги были уже другими.

Окончательное измерение положения PHOS было выполнено с помощью трековой системы ALICE. Сравним положение кластера в повернутом PHOS и реконструированное программой реконструкции, предполагающей неправильное положение PHOS, см. рис. 125. Рассмотрим разницу координат δz между положением реконструированного кластера и экстраполяцией трека из трековой системы:

$$\delta z = z_{\text{PHOS}} - z_{\text{track}}. \quad (65)$$

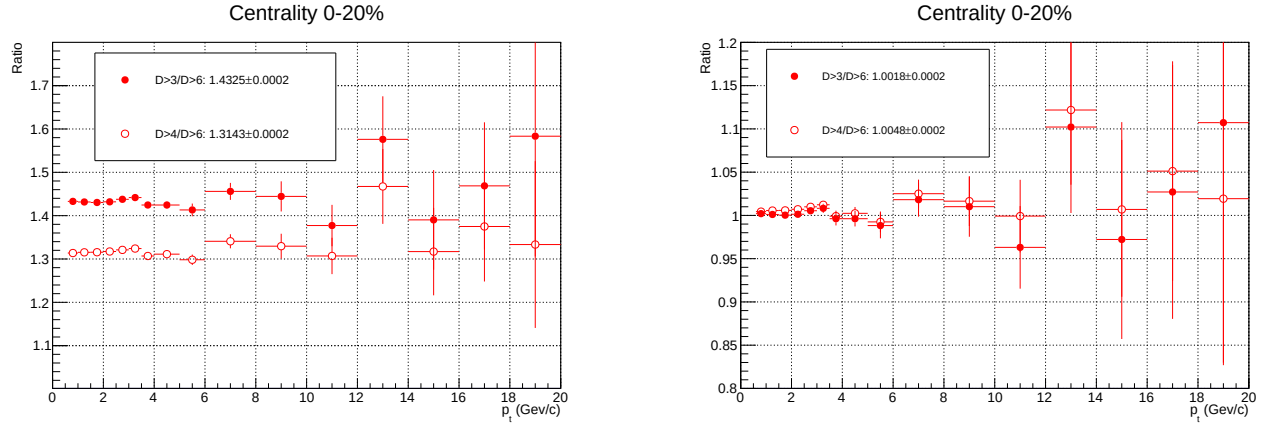


Рис. 123: Отношение спектров кластеров, полученных с различными условиями на расстояние до плохого канала. Слева – без поправки на аксептанс, справа – с учетом разницы в аксептансе.

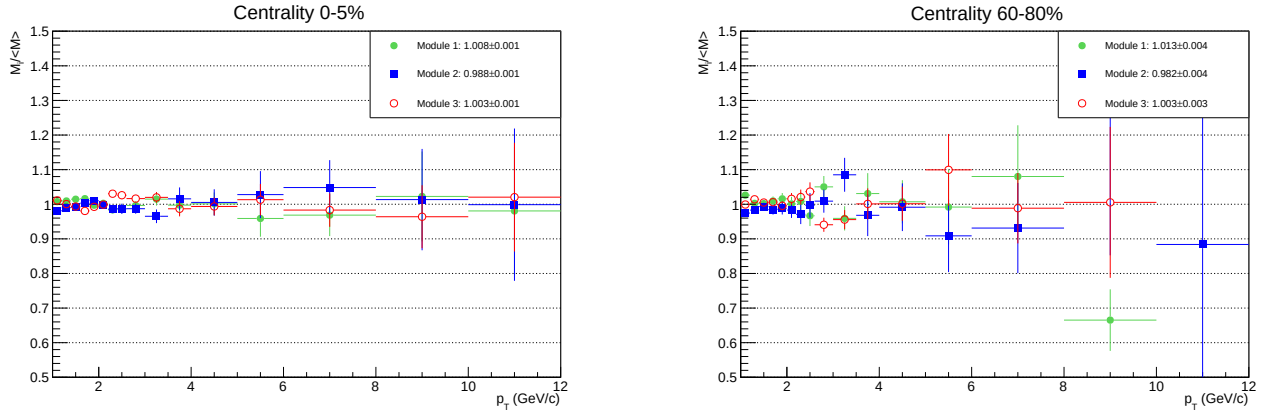


Рис. 124: Отношение спектров фотонов, измеренных в каждом модуле PHOS, с поправкой на соответствующий аксептанс. Отношения к среднему параметризованы константами в диапазоне 1-12 ГэВ/с, результаты перечислены в описании.

Можно выразить z_{track} как (см. рис. 125 для определения переменных):

$$z_{\text{track}} = R \tan \phi = R \frac{z_{\text{PHOS}} \cos \theta + \Delta z}{R_{\text{true}} + z_{\text{PHOS}} \sin \theta}. \quad (66)$$

Предполагая малость углов θ , можно выразить зависимость сдвигов от положения кластера

$$\begin{aligned} \delta z &= A + B z_{\text{PHOS}} + C z_{\text{PHOS}}^2 \\ A &= -\Delta z \frac{R}{R_{\text{true}}} \\ B &= 1 - \frac{R \cos \theta}{R_{\text{true}}} + \frac{R \Delta z \sin \theta}{R_{\text{true}}^2} \approx 1 - \frac{R \cos \theta}{R_{\text{true}}} \\ C &= \frac{R \cos \theta \sin \theta}{R_{\text{true}}^2}. \end{aligned} \quad (67)$$

Для малых углов поворота PHOS $\theta < 5^\circ$ можно пренебречь C и переписать вклад B с точностью $\sim 10^{-3}$ как

$$B = 1 - \frac{R}{R_{\text{true}}}. \quad (68)$$

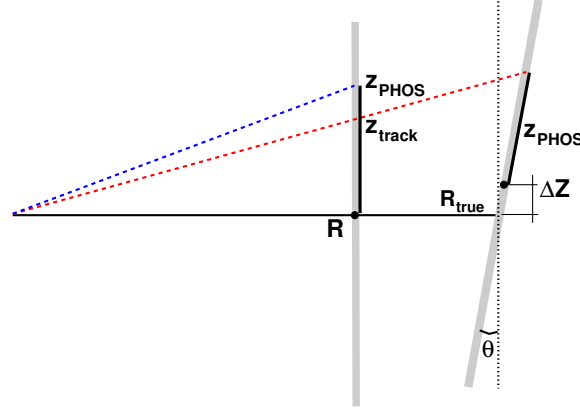


Рис. 125: Иллюстрация появления зависимости систематических сдвигов $dz(z)$ в случае калориметра, сдвинутого по радиусу, вдоль оси z и повернутого. Слева – идеально выровненный PHOS, справа – сдвинутый и развернутый. Красная пунктирная линия – реальный трек, синяя пунктирная линия – тот же трек, восстановленный в (неверном) предположении об идеально выровненном PHOS.

Различие в глубине максимума фотонного, электронного и адронного ливня также приводит к появлению некоторого наклона в зависимости $\delta z(z)$. К сожалению, моделирование в Geant не очень хорошо воспроизводит отклик детектора на адроны, что может привести к различным наклонам в МК и в данных. Поэтому в проведенном анализе используются электронные треки. Электронный ливень начинается на $1 X_0$ раньше, чем фотонный ливень. Поэтому для электронных треков требуется поправка

$$\delta z_e = -X_0 \sin \left(\arctan \frac{z_{\text{PHOS}}}{R_{\text{true}}} \right). \quad (69)$$

$X_0 = 0.9$ см для кристаллов PbWO_4 . Это соответствует наклону $B_e = -1.9 \cdot 10^{-3}$. На рис. 126 показаны примеры таких распределений. Верхние рисунки показывают зависимости сдвигов $\delta z(z)$ для реальных данных, полученных в периодах LHC13b,c,d. Нижние – в соответствующем Монте-Карло моделировании. На всех рисунках при переходе через $z = 0$ имеется излом, связанный с переходом от стороны А ТРС к стороне С. Это независимые части проекционной камеры, в которых могут несколько отличаться калибровки, что приводит к излому. Видно, что для электронов и заряженных частиц наклоны несколько отличаются – как и предполагалось. Однако в Монте-Карло моделировании отличие значительно меньше. Анализируя наклоны и сравнивая их значения в данных и Монте-Карло, мы получили поправки на радиальное положение модулей PHOS на уровне 0.5 – 1 см и использовали их в дальнейшем анализе.

3.1.5 Калибровка

При калибровке калориметра удобно отличать калибровку каналов друг относительно друга (относительную) и абсолютную калибровку энергии. Ниже мы рассмотрим различные варианты относительной калибровки. Что касается абсолютной калибровки электромагнитного калориметра, удобнее всего делать ее с помощью пика нейтральных пионов.

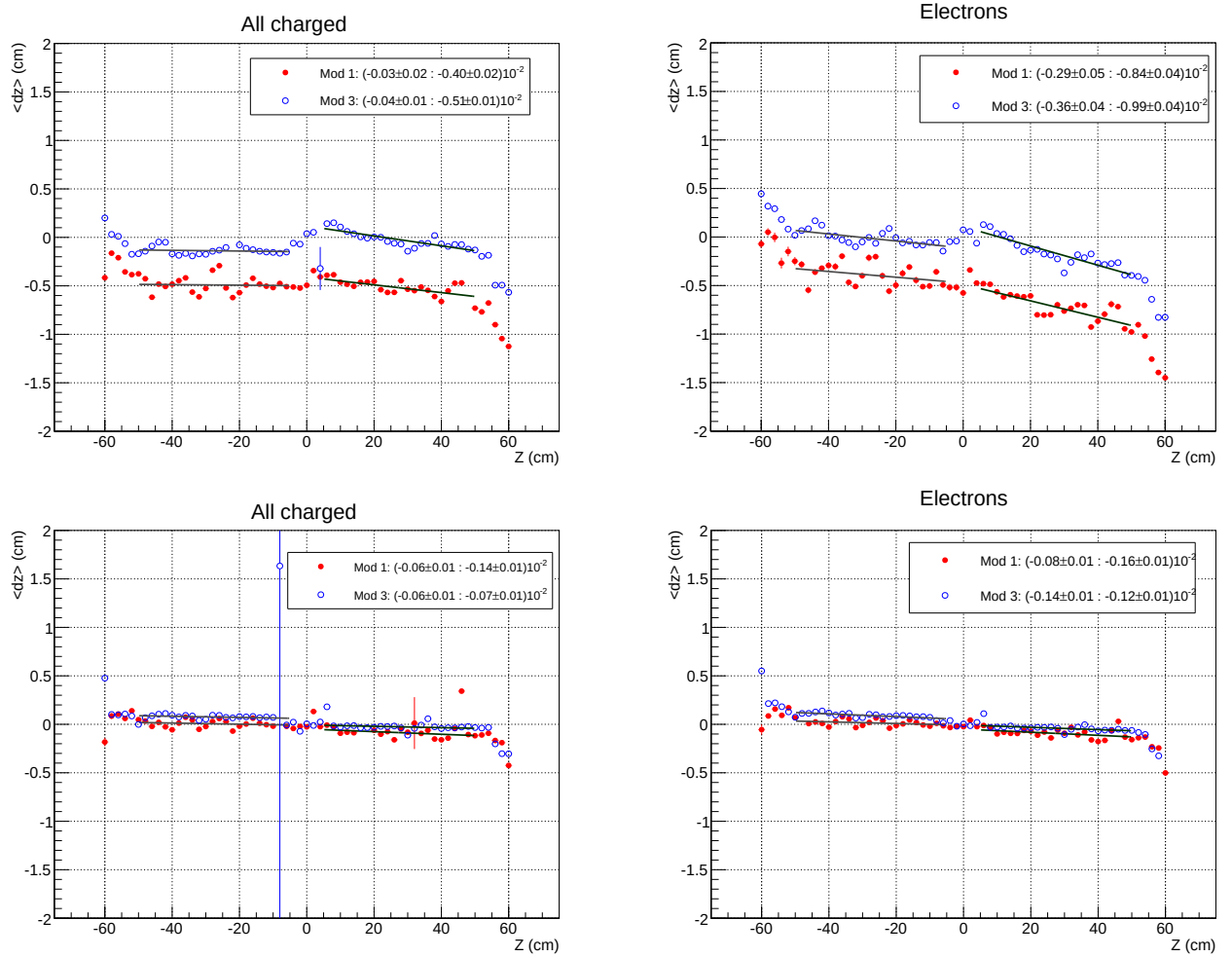


Рис. 126: Зависимость среднего сдвига экстраполяции трека относительно кластера PHOS в зависимости от координаты z кластера для реальных данных (вверху) и Монте-Карло моделирования (внизу), для всех заряженных кластеров (слева) и электронных (справа).

При запуске PHOS калибровка выполнялась в несколько этапов. Из-за недостатка времени и технических сложностей, перед установкой PHOS в шахту не была выполнена стандартная для калориметров калибровка на пучке электронов. Поэтому начальная калибровка основывалась на таблице световых выходов кристаллов и паспортных характеристиках лавинных фотодиодов. Она позволила получить точность относительной калибровки каналов на уровне 50%. Однако по непонятной причине абсолютная калибровка оказалась примерно в 3 раза больше правильной. Следующим шагом была калибровка выравниванием наклонов спектров кластеров с центрами в каждом канале. Она уже проводилась по реальным данным, но потребовало сравнительно небольшой статистики. Этот метод калибровки весьма чувствителен к предположению о форме спектра, но позволил улучшить калибровку до 10-20%. Такое улучшение уже позволило увидеть пик π^0 в спектре инвариантных масс и перейти к окончательной калибровке по положению пионного пика. Также нами был опробован метод калибровки по положению пика минимально ионизирующих частиц, основанный на космических данных, набранных до запуска ЛНС. Однако его точность оказалась сравнима с методом наклона спектров, но требовала значительно большего времени для сбора данных для калибровки.

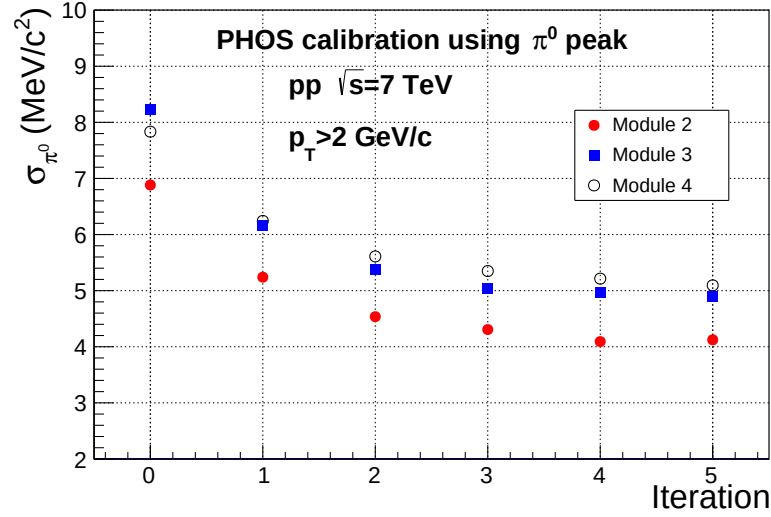


Рис. 127: Зависимость ширины пионного пика в различных модулях PHOS от номера итерации при калибровке по пионному пику. После 5-6 итерации улучшения больше не наступает.

Калибровка по пионному пику Процедура калибровки по пионному пику в спектре инвариантных масс заключается в следующем. Для каждого канала калориметра строится спектр инвариантных масс кластеров, один из которых имеет центр в данном канале, а другой – в произвольном месте (однако в том же модуле, чтобы избежать проблем с относительным выравниванием модулей). Затем находится положение пионного пика в данном распределении m_i вычисляется поправочный коэффициент для следующей итерации C_i по формуле:

$$C_i = C_{i-1} \left(\frac{136}{m_i} \right)^n, \quad (70)$$

где C_{i-1} – поправочный коэффициент для этого канала, полученный на предыдущей итерации. Далее проводится новая реконструкция данных PHOS с новыми калибровочными коэффициентами и итерации повторяются. Значение показателя n , на первый взгляд, должно быть $n = 2$ – из формулы для инвариантной массы пары. Однако сходимость итерационной процедуру значительно улучшается при меньших значениях $n \sim 1.6$ [426]. На рис. 127 показаны зависимости ширин пионного пика в зависимости от номера итерации. Как видно, после примерно 5 итерации улучшения уже не возникает, а начинаются флуктуации, связанные с конечной статистикой. Видно, что разрешение в модуле 2 достигает ожидаемого предела, оцененного по энергетическому разрешению, измеренному в пучковых испытаниях. Другие модули показывают немного худший результат, связанный с более шумной электроникой в некоторых фронт-энд картах.

Для получения точности калибровки порядка 1%, что соответствует согласию ширины пионного пика с теоретическими ожиданиями, необходимо набрать статистику ~ 100 пионов в каждом канале. В случае PHOS это соответствует примерно 10^9 pp событий с триггером минимального взаимодействия. Поэтому, желательно набирать данные с включенным триггером PHOS, что и делалось в дальнейшем. В процессе калибровки возникает еще несколько тонких моментов – накладывать или нет условие на минимальный импульс фотонов или пионов. С одной стороны, меньшие p_T увеличивают статистику, а с другой – резко увеличивается комбинаторный фон. В нашем анализе мы отбираем пионы с $p_T > 2$ ГэВ/с, что служит компромиссом между этими двумя условиями. Кроме того, применение идентификационных критериев (дисперсионного, нейтральность кластера) значительно снижает комбинаторный фон и улучшает точность параметризации пика. Наконец, выбирая конечное положение пи-

онного пика в формуле (70) (136 МэВ в данном случае) нужно иметь в виду, что положение пика зависит не только от массы частицы, но и от наклона спектра и разрешения детектора. Так что оно должно быть выбрано в соответствии с результатами Монте-Карло моделирования, а не реальной массой π^0 .

Проверка калибровки по E/p пику электронов. Калибровка по положению пика в отношении энергии к импульсу E/p распределении для электронов дает возможность проверить калибровку по совершенно независимому методу. Преимущество этого метода заключается в том, что он очень слабо зависит от положения калориметра и позволяет измерять только энергию, а не комбинацию энергии и координат, как в случае с калибровкой по π^0 пику. Положение пика в E/p распределении зависит только от калибровок PHOS и TPC и от количества материала в детекторе и правильности его описания в Монте-Карло моделировании. Основная проблема в такой калибровке – сравнительно малый выход электронов. Для построения распределения мы отбираем электронные треки, идентифицированные в TPC и ITS по удельной потере энергии и создавшие кластеры в PHOS, такие что расстояние от кластера до экстраполяции трека составляет не более 2.5 стандартных отклонения (см. параграф 3.1.7). Полученные распределения для нескольких диапазонов энергий кластеров показаны на рис. 128. Распределения параметризованы суммой функции Гаусса и полинома третьей степени для описания фона. Фон связан с загрязнением электронного спектра пионами, и при малых энергиях кластера демонстрирует пик, связанный с минимально ионизирующими частицами.

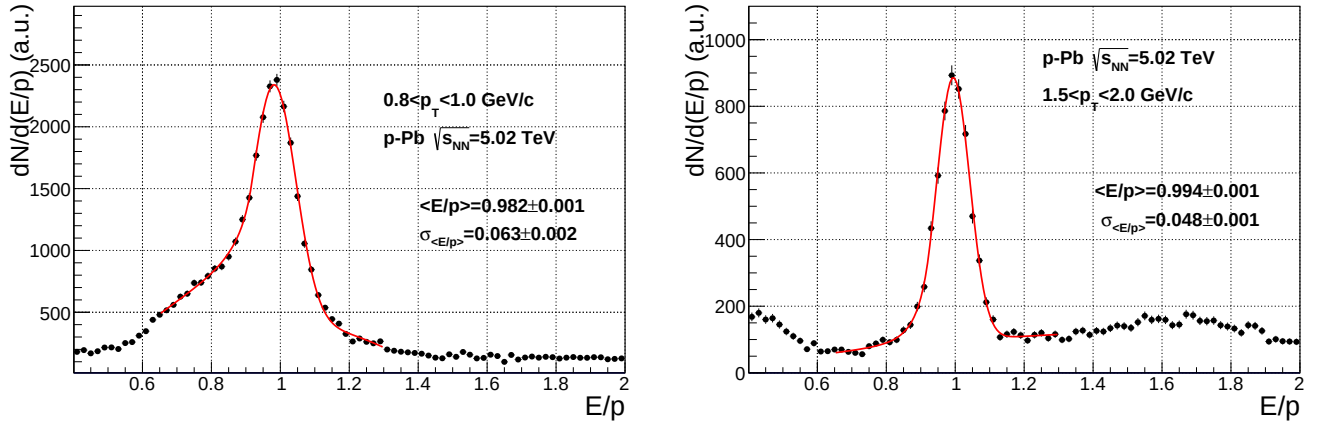


Рис. 128: Параметризация распределения по E/p для электронных треков и связанных с ними кластеров в реальных данных столкновений p-Pb. Для параметризации используется сумма функции Гаусса и полинома третьей степени.

Эта процедура повторялась для смоделированных данных. Отношение положения E/p пика в данных и Монте-Карло моделировании показано на рис. 129. При этом использовались результаты Монте-Карло моделирования с двумя различными генераторами DPMJET и HIJING. В основном, отношения согласуются с единицей за исключением области малых p_T , где имеется отличие в $\sim 1 - 2\%$. Это отличие возникает из-за различий в описании количества материала перед PHOS в Монте-Карло моделирования и реальности. Так как электроны теряют энергию в релятивистском режиме, потеря энергии не зависит от полной энергии электронов. Поэтому мы параметризуем отношение функций

$$r = c \left(1 + \frac{a}{p_T} \right), \quad (71)$$

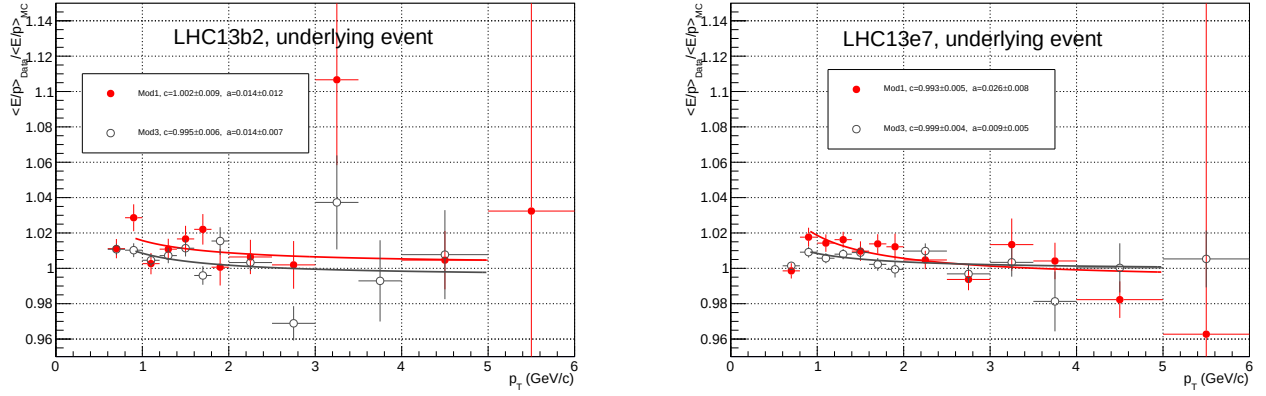


Рис. 129: Отношение положения пиков E/p в электронных кластерах в данных и Монте-Карло моделировании. Слева – Монте-Карло моделирование с помощью генератора DPMJET, справа – с помощью генератора HIJING. Отношение параметризована функцией (71).

где параметр c соответствует возможной ошибке в калибровке PHOS, а параметр a соответствует ошибке в количестве материала перед PHOS ($a \approx \delta X/X_0$). Отметим, что в данном анализе важно, чтобы генератор событий правильно воспроизводил соотношение между выходами π^0 , η и более высоких резонансов: избыток пионов приводит к тому, что появится больше фотонов, конвертировавшихся на материале детектора, и больше электронов, прошедших только через часть установки, по сравнению с электронами, рожденными в вершине взаимодействия, и потерявшими меньшую часть своей энергии. В частности, невозможно в данном анализе использовать Монте-Карло моделирование с искусственно добавленными сигналами π^0 : мы проверили, что в таком случае положение пика сдвигается и зависимость от p_T становится совершенно другой. Поэтому на рис. 129 мы сравниваем результаты моделирования с двумя различными генераторами событий. Оба результата моделирования дают похожие результаты: абсолютная калибровка PHOS правильная с точностью $\sim 0.5\%$ и имеется дополнительный материал с толщиной $\sim 1 - 2\%$ X_0 перед PHOS, не учтенный в Монте-Карло моделировании. Отметим, что полученная оценка неопределенности в абсолютной калибровке PHOS примерно такая же, как и полученная при вычислении неопределенности в пространственном положении PHOS.

3.1.6 Оценка нелинейности детектора

Положение пионного пика как функция p_T зависит не только от формы спектра и разрешения детектора, но и от нелинейности отклика PHOS. Мы используем этот факт для ограничения величины возможной энергетической нелинейности PHOS. Существует два подхода к коррекции нелинейности: можно поправлять реальные данные при реконструкции или вносить нелинейность в Монте-Карло моделирование. Первый подход не очень удобен в случае, когда, как в эксперименте ALICE, реконструкция данных потребляет большое количество ресурсов, и реконструкция проводится только единожды или дважды, что не дает возможности подобрать нелинейность. Поэтому мы вносим дополнительную нелинейность в результаты Монте-Карло моделирования.

Величина нелинейности, как мы увидим, весьма невелика, поэтому функциональная форма коррекции не очень важна. В нашем анализе мы добавляем нелинейность отклика детектора в форме

$$E_{\text{corr}} = E \cdot f(E), \quad f(E) = 1 + \frac{a}{1 + E^2/b^2}, \quad (72)$$

где E – измеренная энергия кластера, а E_{corr} – истинная энергия.

Кроме нелинейности в Монте-Карло моделировании мы вводим случайную де-калибровку каждого канала детектора с шириной на уровне 0.5-4% в зависимости от точности калибровки, использованной при реконструкции данных в данном периоде. Остаточная де-калибровка определяет ширину пионного пика при средних $p_T \sim 5$ ГэВ/с, так что сравнение зависимости ширины пионного пика от p_T позволяет достаточно точно ее зафиксировать.

После этого мы вводим вес в спектр смоделированных пионов так, чтобы он воспроизводил конечный измеренный спектр. И проводим ряд моделирований, варьируя параметры a , b нелинейности и сравнивая зависимости положения пика от p_T в данных и моделированиях, см. рис. 130.

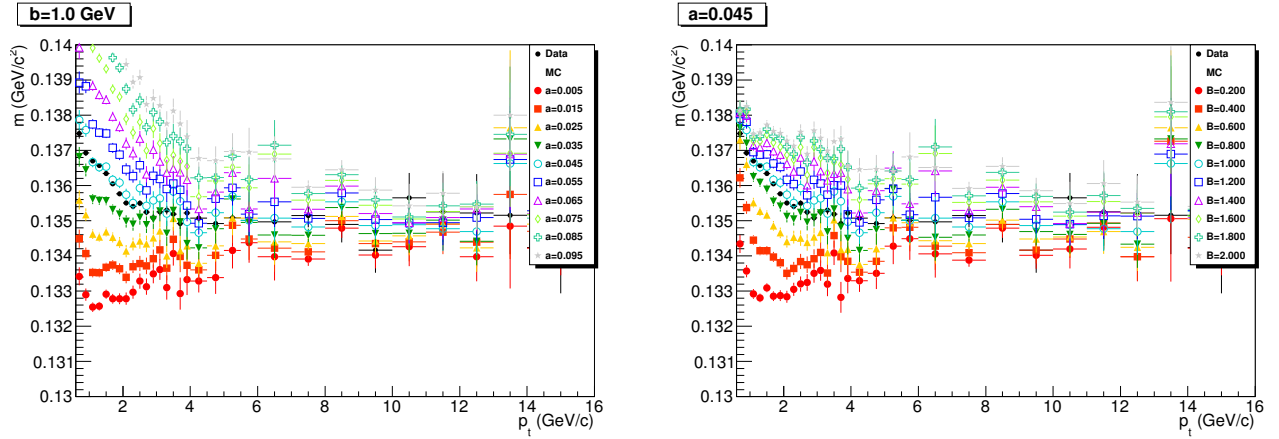


Рис. 130: Сравнение зависимости положения π^0 пика от p_T в данных (черные точки) и Монте-Карло моделировании (цветные точки) с различными параметрами нелинейности. Слева – вариация параметра a , справа – параметра b .

Для количественного описания согласия положения пика от p_T в зависимости от параметров (a, b) мы вычисляем χ^2 отличия в форме зависимости в данных и Монте-Карло моделировании. Так как нас пока не интересует абсолютная нормировка, мы вычисляем отношение в положении пика R_m и вычисляем среднее этого отношения:

$$\langle R_m \rangle = \sum \frac{R_i}{\sigma_i} / \sum \frac{1}{\sigma_i}$$

где σ_i – (статистическая) неопределенность в бине i . Значение χ^2 мы вычисляем как отклонение от среднего:

$$\chi^2 = \sum \left(\frac{R_i - \langle R_m \rangle}{\sigma_i} \right)^2. \quad (73)$$

Зависимость полученного χ^2 от параметров a и b показана на рис. 131. Мы нашли минимум при

$$a = 0.045 \pm 0.010, \quad b = 1.06 \pm 0.45$$

где неопределенности, как обычно, соответствуют отклонению от минимума, вызывающего возрастание χ^2 не единицу.

Как мы уже отмечали, величина энергетической нелинейности калориметра сравнительно невелика, поэтому точную форму функции нелинейности установить весьма затруднительно. Мы рассмотрели несколько вариантов таких функций (экспонента, Гауссиан, Брейт-Вигнер) и обнаружили, что положение пионного пика в зависимости от p_T не позволяет отдать предпочтение какой-либо из них. Поэтому мы произвольно выбрали (72).

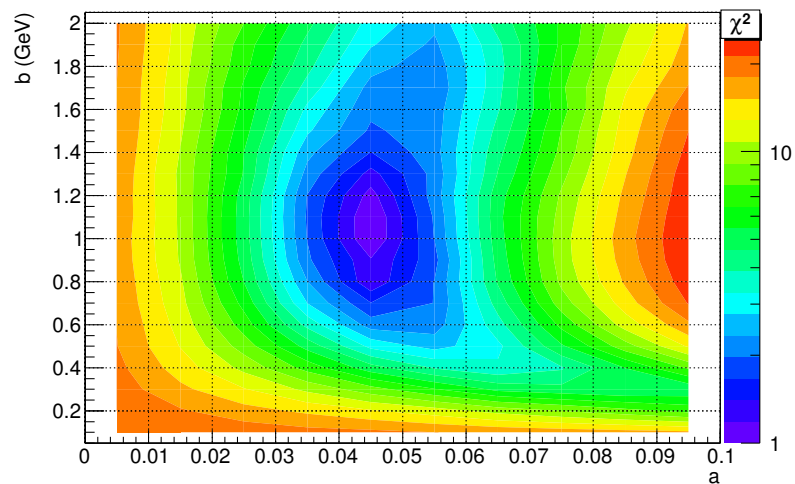


Рис. 131: Зависимость χ^2 разницы в форме зависимости положения π^0 пика от p_T в Монте-Карло и данных в зависимости от параметров нелинейности a и b (см. параметризацию (72)), используемых в Монте-Карло моделировании.

Для оценки систематических неопределенностей в спектре фотонов или нейтральных пионов, связанных с нелинейностью, мы вычисляем эффективности с различными наборами параметров $(a \pm \sigma_a, b \pm \sigma_b)$ и сравниваем конечные спектры.

3.1.7 Идентификация фотонов

Мы используем два типа идентификационных критериев, по умолчанию и опциональные. Критерии, используемые по умолчанию, включают в себя (детальное описание переменных ниже):

- Условие на минимальную энергию кластера $E_{clu} > 0.3$ ГэВ;
- Условие на число ячеек в кластере $N_{cells} > 2$;
- Условие на минимальную дисперсию кластера $M_{02} > 0.2$ см²;
- Слабое условие на время пролета $-250 < \tau_{clu} < 150$ нс;
- Условие на энергию в центральном кресте кластера (см. определение ниже).

Выбор условий по умолчанию объясняется на рис. 132, где сравниваются результаты измерений и Монте-Карло моделирования. На верхних рисунках показаны зависимости числа ячеек в кластере от его энергии. Видна полоса фотонов, в которой число ячеек логарифмически растет в зависимости от энергии, доходя до ~ 15 ячеек при $E = 5$ ГэВ. В данных имеется также полоска с малым числом ячеек $N \sim 1$, вызванная экзотическими кластерами, т.е. кластерами, в одной из ячеек которой произошел отклик, непропорциональный выделенной энергии. Такое происходит в редких случаях ядерного взаимодействия непосредственно в фотодиоде. Из-за того, что в этом случае отклик не связан с энергией частицы, такие процессы составляют серьезный фон при больших энергиях. Как видно, условие на число ячеек в кластере, показанное красной линией, не полностью очищает фотонный спектр, поэтому используется также другое условие – на дисперсию кластера M_{02} , см. нижние рисунки. Это условие использует параметры M_{02}, M_{20} – собственные значения двумерной матрицы дисперсии кластера, определенной как

$$D^{ij} = \frac{\sum_k w_k (x_k^i - \bar{x}^i)(x_k^j - \bar{x}^j)}{\sum_k w_k}, \quad (74)$$

где суммирование происходит по ячейкам кластера, $i, j = x, z$; x_k^i – координаты ячеек на плоскости PHOS, и вес логарифмически зависит от энергии: $w_k = 0.45 + \log(E_k/E_{clu})$. Параметр обрезания 0.45 подбирается так, чтобы при имеющемся шуме электроники получить наилучшее разрешение в интересующем нас диапазоне энергий 1-5 ГэВ. Для отделения экзотических кластеров используется довольно мягкое условие на M_{02} , такое, чтобы убрать вклад экзотических кластеров, но при этом сохранить 100% эффективность по отношению к фотонам, см. рис. 132. Очень мягкое условие на время пролета позволяет убрать вклады загрязнения спектра последующими столкновениями (расстояние между которыми в данном периоде было 500 нс) и сохранить эффективность на уровне 100 %.

Необходимо проверить эффективность выбранных критериев отбора по умолчанию для фотонных кластеров. Для этого мы используем данные и метим фотонные кластеры с помощью пар от распада π^0 : мы сравниваем число реконструированных нейтральных пионов в случае, когда не применяются условия отбора по умолчанию, и когда они применяются к одному из фотонов, входящих в пару. Так как нас интересует эффективность по отношению к фотонам, мы строим отношение числа нейтральных пионов в спектре инвариантных масс в случае использования условия и без него в зависимости от энергии фотона, к которому применялся отбор, см. рис. 133. Как видно, эффективность наших критериев согласуется с 100 % с точностью $\sim 1\%$ при малых p_T . При $p_T \gtrsim 3 - 4$ ГэВ/с статистика уже недостаточна, но, с точки зрения физики, эффективность этих критериев не должна уменьшаться с ростом энергии, так как размер фотонного кластера растет с ростом энергии.

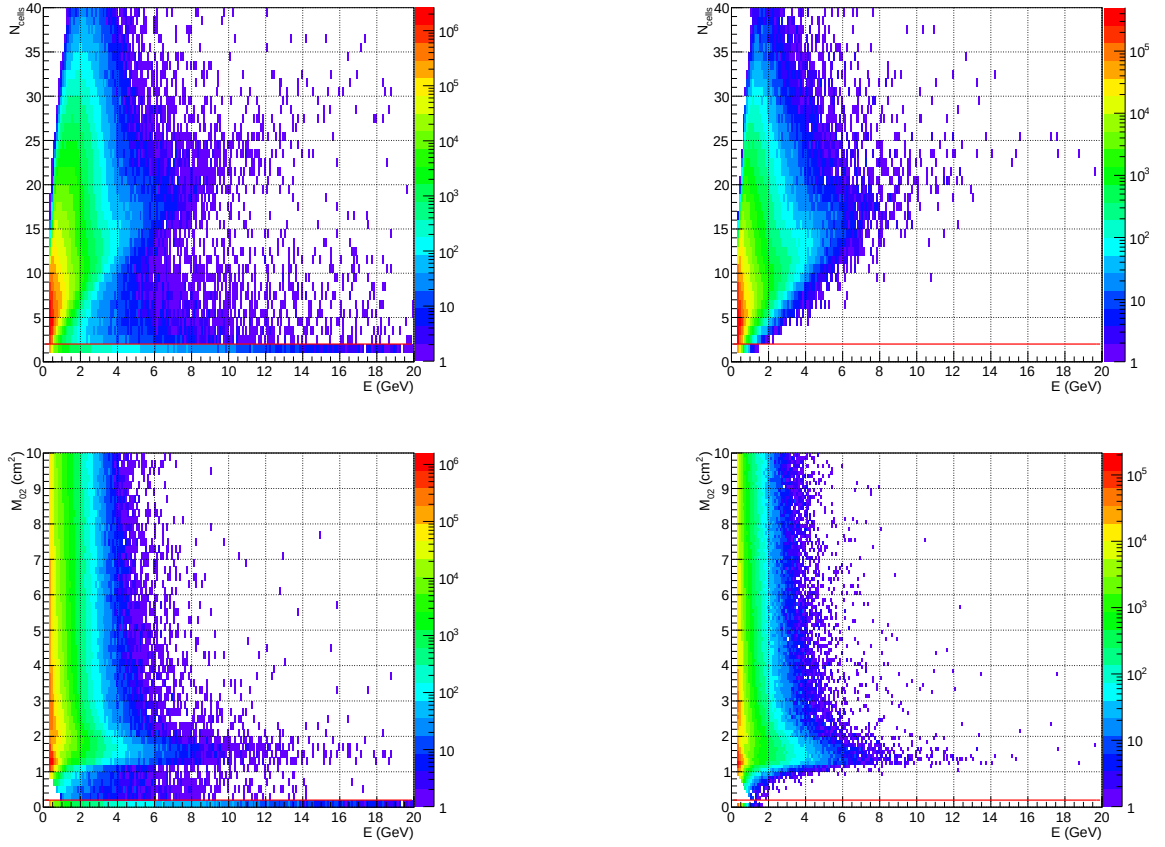


Рис. 132: Условия, используемые по умолчанию (красные линии) на число ячеек в кластере (вверху) и дисперсию M_{02} (снизу). Слева – реальные данные, справа – Монте-Карло моделирование. Во всех случаях диапазон центральностей 0-80%.

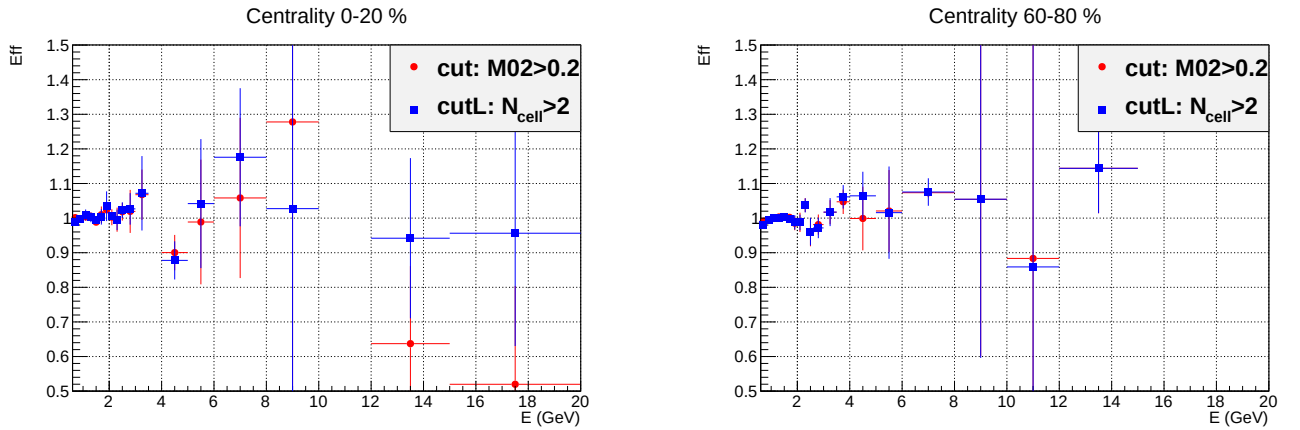


Рис. 133: Эффективность критериев отбора кластеров по умолчанию, вычисленная с использованием π^0 пика.

Экспериментом CMS был предложен [427] еще один критерий, позволяющий отбросить экзотические кластеры с аномально большим энерговыделением в одной ячейке. В нем сравнивается энергия в ячейке с максимальным энерговыделением $E_{\max}$ и сумма энергий в четырех ячейках, имеющих с ней общие грани, E_{cross} . Для этого вычисляется переменная

$$F_{\text{cross}} = 1 - E_{\text{cross}}/E_{\max} \quad (75)$$

и накладывается условие $F_{\text{cross}} < 0.98$. На рис. 134 показана зависимость распределения числа кластеров с различными значениями F_{cross} от их энергии в случае применения различных критериев отбора. Видна область больших значений $F_{\text{cross}} \sim 1$ и больших энергий, заполненная экзотическими кластерами. Критерии отбора по умолчанию несколько уменьшают число экзотических кластеров, но не убирают их полностью. Условие на форму ливня, описанное ниже, позволяет отбросить все экзотические кластеры. Это естественно, так как условие на F_{cross} – это тоже своего рода грубое условие на размер ливня.

Кроме критериев отбора кластеров по умолчанию мы можем использовать дополнительные критерии: дисперсионный отбор кластеров по форме ливня (критерий “Disp”), нейтральность кластера (критерий “CPV”) и оба (критерий “Both”).

Дисперсионный критерий получается комбинацией условий на собственные значения дисперсионной матрицы (74). В случае столкновений с высокой множественностью становятся весьма вероятными случаи перекрытия фотонного кластера с мягким адронным кластером. Чтобы уменьшить влияние этого эффекта, мы вычисляем дисперсионную матрицу не по всему кластеру, а только по ячейкам, находящимся на расстоянии не больше

$$R_{\text{core}}^{\text{Disp}} < 4.5 \text{ cm} \quad (76)$$

от центра тяжести кластера. Это значение подобрано так, чтобы, с одной стороны, уменьшить влияние перекрытий, а с другой – все еще сохранить различие между электромагнитным и адронным кластерами. Для параметризации фотонного кластера использовались реальные данные. Отбирались кластеры, дающие вклад в пик π^0 в спектре инвариантных масс и прохо-

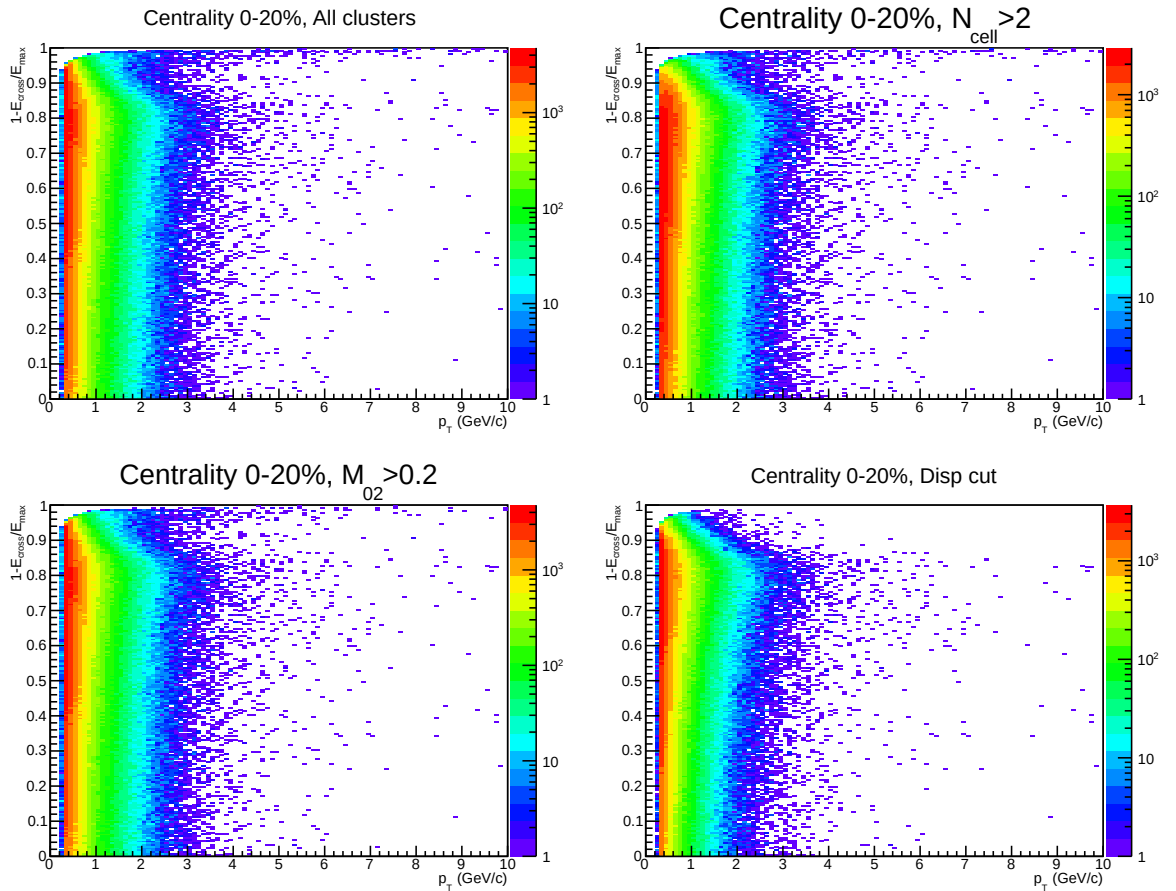


Рис. 134: Распределение по числу кластеров с данным E_{cross} и энергией кластера для различных критериев отбора кластера.

дающие критерий нейтральности. Примеры распределения по моментам M_{02} и M_{20} показаны на рисунке 135. Хорошо видны пики фотонных кластеров и подложка адронных, случайно образовавших правильную инвариантную массу, видная в логарифмическом масштабе.

Мы параметризуем пик фотонных кластеров в области $M_{20} > M_{02}$ распределением

$$A \exp \left(-\frac{(M_{02} - \langle M_{02} \rangle)^2}{\sigma_{02}^2} - \frac{(M_{20} - \langle M_{20} \rangle)^2}{\sigma_{20}^2} - C \frac{(M_{02} - \langle M_{02} \rangle)(M_{20} - \langle M_{20} \rangle)}{\sigma_{02}\sigma_{20}} \right), \quad (77)$$

форма которого зависит от 5 свободных параметров: средних значений $\langle M_{20} \rangle$, $\langle M_{02} \rangle$, их дисперсий σ_{02} , σ_{20} и ориентации эллипса C . Далее мы параметризуем зависимость этих параметров от энергии кластера, как показано на рис. 136. Начиная примерно с $E_\gamma \approx 5$ ГэВ разница в ширинах параметров M_{02} и M_{20} исчезает, и ориентация эллипса (параметр C) становится неопределенной. Наконец, для определения условия на дисперсию данного кластера, мы вычисляем расстояние от точки, определяемой его параметрами (M_{02}, M_{20}) , до центра эллипса в единицах дисперсии. Именно это расстояние r_M (в квадрате) входит в показатель экспоненты в формуле (77). Как правило, мы используем условие

$$r_M < 2.5 \sigma,$$

что дает нам эффективность критерия Disp на уровне 95-98%. Отметим, что описанная выше параметризация была получена для pp столкновений с малой множественностью. В случае с высокой множественностью и заметной вероятностью перекрытия кластеров параметризация может несколько измениться. Однако мы не используем зависимость параметризации от центральности и всегда используем одну фиксированную параметризацию. Отчасти это, а в основном – перекрытие с мягкими кластерами приводит к уменьшению эффективности критерия Disp в центральных АА столкновениях, см. главу 3.1.8.

Условие на нейтральность кластера (критерий Charged Particles Veto, CPV) получается из требования отсутствия трека заряженной частицы вблизи кластера. Близость трека определяется сравнением расстояния от кластера до экстраполяции трека ТРС до поверхности PHOS с характерной шириной. Параметры распределения расстояний от кластера до экстраполяции треков были параметризованы в анализе реальных pp столкновений. Так как

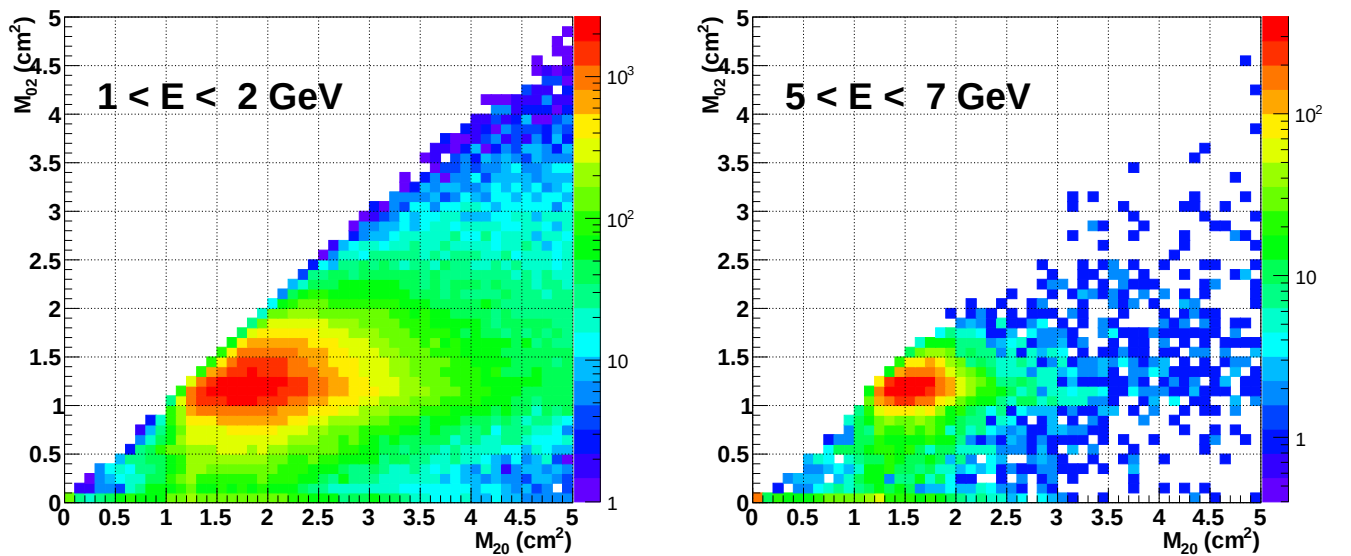


Рис. 135: Распределение по моментам дисперсии M_{02} и M_{20} для фотонных кластеров для двух значений энергии.

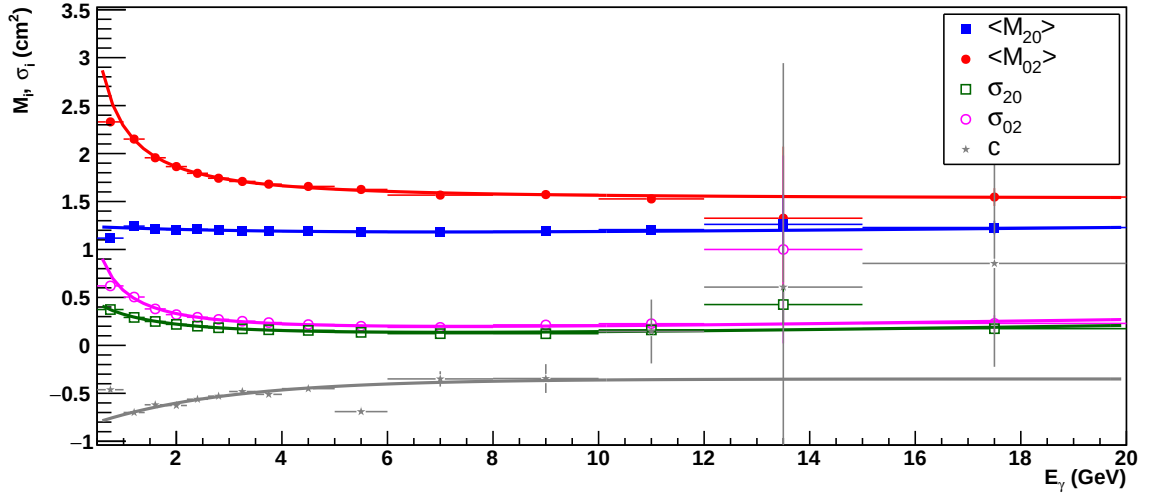


Рис. 136: Параметризация зависимости параметров фотонного кластера от его энергии.

среднее и ширина этого распределения зависит только от величины и направления магнитного поля и количества материала перед PHOS, то эти параметризации использовались и в АА столкновениях. Для каждого значения импульса трека p_T^{track} вычислялось среднее и ширина гауссова распределения независимо для направления z и ϕ (x в системе отсчета PHOS). Так как магнитное поле изгибает трек, то заряженные частицы, особенно мягкие, входят в переднюю поверхность PHOS под значительными углами (противоположными по знаку у положительно и отрицательно заряженных адронов). Падение адронов под углом и равномерное распределение глубины максимума ливня в калориметре, в отличие от электромагнитных ливней, приводит к смещению среднего значения расстояния между кластером в PHOS и экстраполяцией трека до его поверхности в направлении, перпендикулярном магнитному полю, причем смещение имеет разный знак в зависимости от заряда, см. рис. 137. Этот же эффект приводит к увеличению ширины распределения. Так как в калориметре выделяется лишь часть энергии адрона, мы строим эту параметризацию как функцию импульса частицы, измеренного трековой системы. Получив параметризацию среднего и ширины распределения, для каждого трека мы вычисляем расстояние в единицах стандартного отклонения, учитывая как смещение в x , так и z направлениях. В анализе, как правило, используется условие

$$R_{\text{CPV}} > 2,$$

отбрасывающее примерно 95 % заряженных кластеров. Примеры распределений по нормированному расстоянию R_{CPV} для всех кластеров с поперечным импульсом $1 < p_T < 1.5$ ГэВ/с в центральных и периферических столкновениях Pb–Pb показаны на рис. 138. Желтым цветом показан вклад случайных ассоциаций, полученный методом смешанных событий, когда кластер брался из одного события, а трек – из другого, того же класса центральности. Как видно, увеличение величины обрезания R_{CPV} выше 2 приводит к появлению значительного вклада случайных ассоциаций и уменьшению эффективности условия на нейтральность кластера. Уменьшение этого параметра ухудшает чистоту этого критерия.

Наконец, мы проверили однородность наших критериев отбора в плоскости модуля PHOS. Для этого мы построили отношение числа нейтральных кластеров к полному числу кластеров, рис. 139, слева, и долю кластеров, прошедших отбор по критерию Disp, справа. Мы получили в основном плоское распределение с некоторым $\sim 5\%$ возрастанием доли нейтральных кластеров на краях PHOS. Мы объясняем это условием поиска возможных партнерских треков: программа реконструкции отбирает треки, пересекающие плоскость PHOS не да-

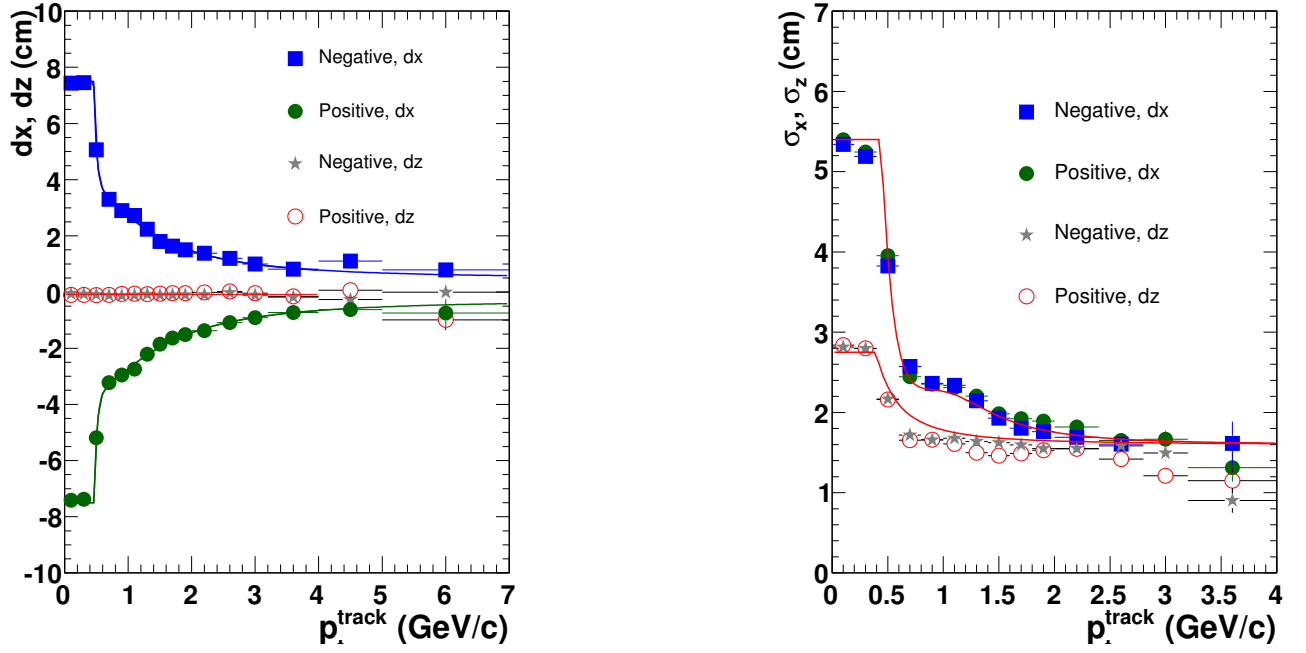


Рис. 137: Слева – зависимость среднего значения расстояния между кластером в PHOS и экстраполяцией трека до его поверхности в направлении, перпендикулярном магнитному полю (dx) и вдоль поля (dz) для положительно и отрицательно заряженных частиц. Справа – то же для ширины распределения.

лее чем в 10 см от границы PHOS. Это условие безопасно для энергетичных кластеров с $E \gtrsim 1$ ГэВ, но уменьшает число возможных партнеров для мягких кластеров. Также можно заметить слабое уменьшение доли заряженных треков в области $z = 28$. Это связано с понижением эффективности реконструкции треков, пересекающих центральный электрод ТРС. Доля кластеров, прошедших дисперсионный критерий, показывает плоское распределение за исключением краев модуля, где заметен вклад каналов вдоль границ модулей.

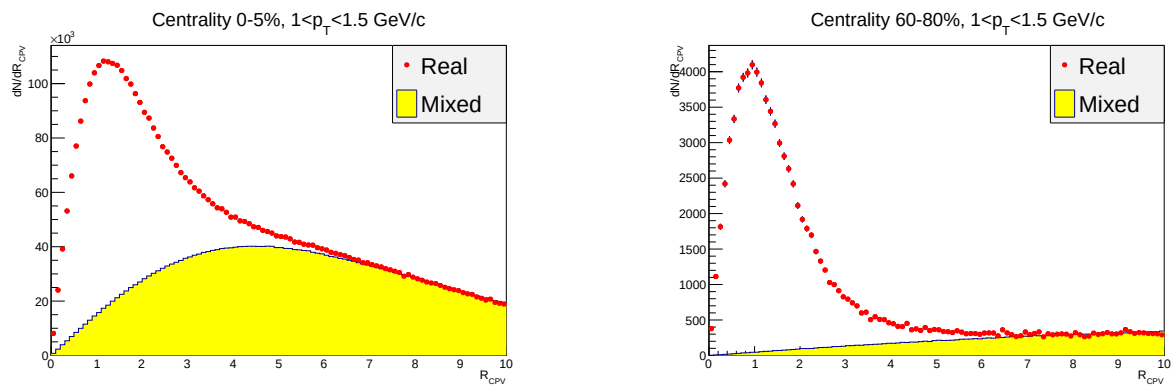


Рис. 138: Распределения по нормированному расстоянию R_{CPV} для всех кластеров с энергией $1 < p_T < 1.5$ ГэВ/с в центральных (слева) и периферических (справа) Pb–Pb столкновениях. Распределение “Real” – между кластерами и треками в одном событии, “Mixed” – между кластерами и треками в разных событиях одного класса центральности, имитирующее вклад случайных ассоциаций трека и кластера.

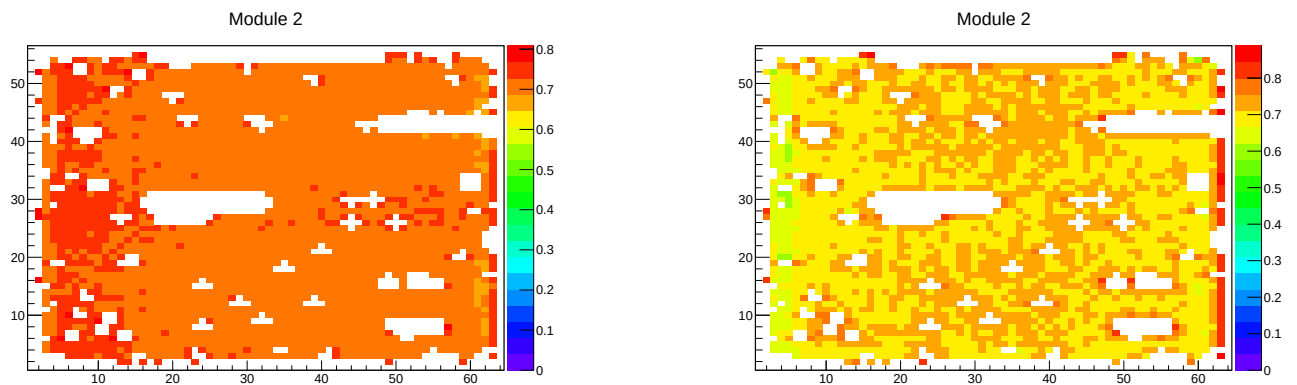


Рис. 139: Доля нейтральных (слева) и прошедших дисперсионный критерий (справа) кластеров в PHOS.

3.1.8 Вычисление эффективности реконструкции фотонов

Спектр кластеров, измеренный калориметром, совпадает с истинным только в случае идеального разрешения, идеальной калибровки, отсутствия материала перед детектором и т. п. В случае реального детектора можно связать измеренный и истинный спектр как

$$\frac{dN^{\text{meas}}}{dp_T}(p_T^{\text{meas}}) = \int G(p_T^{\text{true}}, p_T^{\text{meas}}) \frac{dN^{\text{true}}}{dp_T}(p_T^{\text{true}}) dp_T^{\text{true}}, \quad (78)$$

где $dN^{\text{true}}(p_T)/dp_T$ – истинный и $dN^{\text{meas}}(p_T^{\text{meas}})/dp_T$ – измеренный спектры, а $G(p_T^{\text{true}}, p_T^{\text{meas}})$ – ядро, описывающее отклик детектора: его разрешение, вероятность регистрации частицы и т. д. Есть несколько подходов к решению этого уравнения:

- (a) В методе анфолдинга, описанном в главе 3.1.8, вычисляется матрица отклика детектора $G(x, x')$ и решается уравнение (78). Однако этот метод довольно затратен: матрица отклика должна быть вычислена с хорошей точностью в широком диапазоне p_T .
- (b) В основе другого метода, наиболее распространенного в настоящее время, лежит наблюдение, что нет необходимости решать уравнение (78) в общем виде: необходимо решение только для одной, измеренной формы спектра. Поэтому вводится эффективность, определенная как отношение реконструированного спектра к истинному при условии, что форма реконструированного спектра близка к измеренной:

$$\varepsilon = \frac{N^{\text{rec}}(p_T^{\text{rec}})}{N^{\text{true}}(p_T^{\text{true}})}. \quad (79)$$

Этот подход оказывается итеративным, эффективность, вычисленная в результате данной итерации может несколько отличаться от результата предыдущей итерации и изменить в свою очередь форму предполагаемого истинного спектра. Однако, как правило, эффективность слабо зависит от формы истинного спектра и итеративная процедура быстро сходится. Эта процедура также используется в параграфе 3.1.8.

В дополнение к этой классификации можно рассмотреть также различные варианты вычисления эффективности или матрицы отклика детектора: они могут вычисляться в полном Монте-Карло моделировании, когда используется какой-либо реалистичный генератор событий, вычисляется отклик детектора и по ним – эффективность реконструкции. К сожалению, имеющиеся инструменты для вычисления отклика, а именно пакеты GEANT3 [428] и GEANT4 [429] довольно приблизительно описывают отклик калориметра на адроны, и плохо подходят для прецизионных измерений. Альтернативный подход – метод наложения (embedding). Он заключается в том, что смоделированный отклик калориметра на фотон, который достаточно точно описывается пакетами GEANT, накладывается на реальное событие на уровне энерговыделений в каждом канале. Затем применяется стандартная программа реконструкции и оценивается эффективность реконструкции фотона. Мы рассматриваем оба этих подхода в последующих параграфах.

Метод наложения. В этом параграфе мы используем подход (b) для решения уравнения (78) и используем наложение моделированных фотонных ливней на реальное событие. Мы определяем эффективность реконструкции фотонов как

$$\varepsilon_\gamma = \frac{N_{\text{clu}}^{\text{rec}}(p_T^{\text{rec}})}{N_{\gamma}^{\text{Generated}}(p_T^{\text{true}})}, \quad (80)$$

где $N_{\text{clu}}^{\text{rec}}(p_T^{\text{rec}})$ – спектр реконструированных кластеров в зависимости от реконструированного импульса p_T^{rec} и $N_{\gamma}^{\text{Generated}}(p_T^{\text{true}})$ – спектр истинных (сгенерированных в случае Монте-Карло моделирования) фотонов в зависимости от истинного импульса p_T^{true} . Строго говоря, так

определенная величина включает в себя произведение аксептанса и вероятности регистрации фотона. Но для краткости далее мы будем называть ее эффективностью.

Формула (80) предполагает, что при моделировании и реконструкции генерируется полное событие. Однако в методе наложения мы накладываем смоделированный отклик на реальное событие, реконструируем его и строим отношение разницы спектров в PHOS до и после наложения к спектру сгенерированных фотонов:

$$\varepsilon_{\gamma} = \frac{N_{\text{clu}}^{\text{AfterEmb}} - N_{\text{clu}}^{\text{BeforeEmb}}}{N_{\gamma}^{\text{Generated}}} \quad (81)$$

Эта формула отличается от (80) так как она подразумевает добавление частиц в имеющееся событие.

В случае перекрывания нескольких кластеров возникает проблема двойного счета. Например, имея два перекрывающихся кластера с энергиями 0.5 и 1 ГэВ и объединенный кластер с энергией 1.5 ГэВ, мы обнаружим, что объединенный кластер входит в выражение (81) дважды. Чтобы избежать двойного счета, мы добавляем кластер в конечное выражение только в том случае, если добавляемая частица дает основной вклад в конечный кластер. Из этого следует, что когда мы вычисляем эффективность регистрации фотонов по формуле (79), нужно учитывать только фотонные кластеры, то есть те, в которые основной вклад дали фотоны, все остальные кластеры должны рассматриваться как загрязнение. Это определение учитывает не только появление новых кластеров, но и исчезновение старых, по большей части мягких, кластеров в результате наложения с добавленными кластерами.

В процедуре наложения при моделировании отклика детектора на фотоны или π^0 важно использовать ту же калибровку, энергетическое и позиционное разрешение и де-калибровку, что и в реальных данных. Мы проверили это, сравнив положение и ширину π^0 пика и их зависимости от p_T и центральности столкновения [430]. Также важно, чтобы спектр моделированных фотонов совпадал со спектром фотонов, измеренным в данном классе центральности. Для уменьшения объема вычислений при этой итеративной процедуре, мы смоделировали

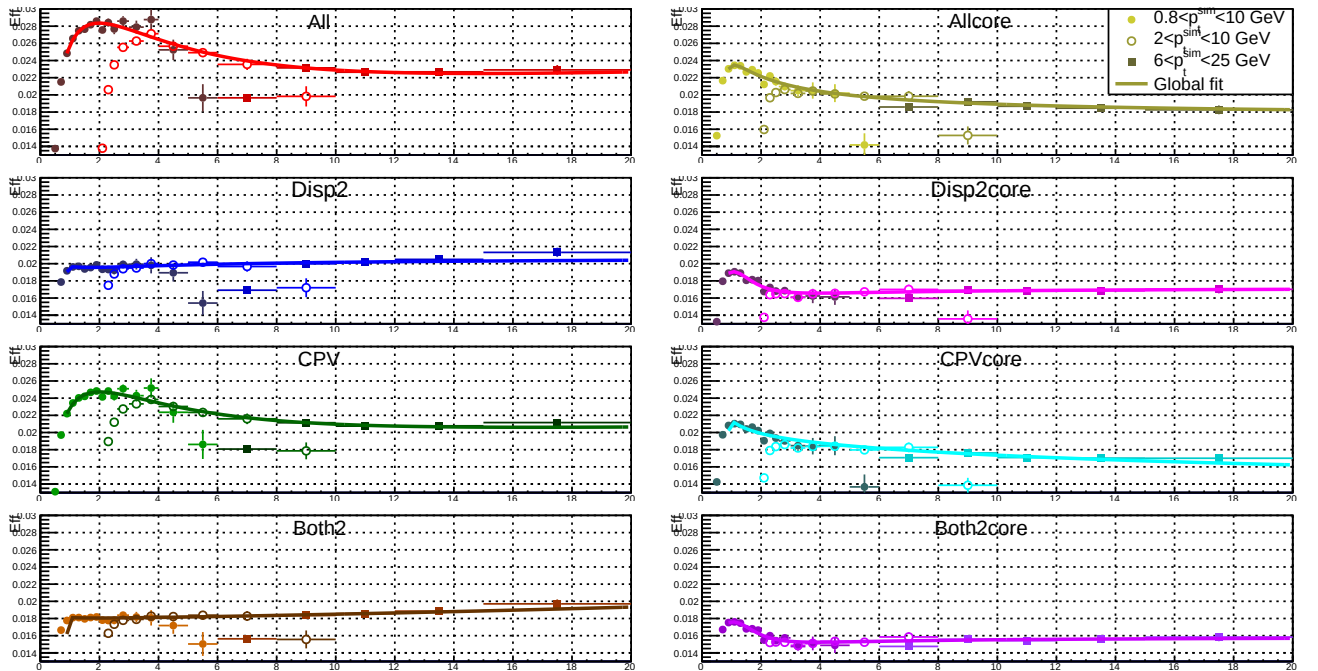


Рис. 140: Эффективность регистрации фотонов (включая аксептанс) в центральных столкновениях Pb–Pb для разных критериев идентификации.

спектр фотонов с формой, близкой к окончательной, и затем вводили вес, зависящий от энергии фотона. После нескольких итераций были подобраны веса, правильно воспроизводящие спектры инклюзивных фотонов во всех классах центральности.

Чтобы получить достаточно малую статистическую неопределенность во всем диапазоне поперечных импульсов, мы моделируем фотоны в нескольких диапазонах p_T : $0.4 < p_T < 10$, $2 < p_T < 10$, $6 < p_T < 25$ ГэВ/с и получаем общую кривую, используя результаты этих моделирований в диапазонах $0.4 < p_T < 3$, $3 \leq p_T < 8$, $8 \leq p_T < 25$ ГэВ/с соответственно. Эффективность регистрации фотонов (включая аксептанс) в центральных 0-20% столкновениях Pb-Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ для различных идентификационных критериев показана на рис. 140. Для периферических столкновений – на рис. 141. Левые колонки показывают эффективности, полученные с полной энергией кластеров, правые колонки – с энергией центральной части кластера (Core Energy), находящейся в радиусе

$$R_{E,core} < 3.5 \text{ cm} \quad (82)$$

от центра кластера. Core Energy гораздо менее чувствительна к перекрытию кластеров в центральных столкновениях. Мы проверили, сравнив положение пионных пиков и их зависимости от энергии, что то, какую долю фотонной энергии содержит Core Energy, хорошо описывается в Монте-Карло моделировании. Core Energy для фотонного кластера оказывается несколько (2-4%) меньше полной энергии кластера, особенно при больших энергиях кластера, что приводит к некоторому уменьшению эффективности по сравнению с левой колонкой и некоторой зависимости от p_T . Отметим, что в центральных столкновениях имеется увеличение эффективности регистрации фотонов $p_T \sim 1 - 2$ ГэВ/с в случае критериев по умолчанию (All) и нейтральных кластеров (CPV), и не наблюдается такого эффекта в случае критериев, включающих условие на форму кластера (Disp, Both). Это происходит из-за перекрытия фотонных кластеров с мягкими кластерами, которые изменяют форму конечного кластера и приводят к тому, что они отбрасываются дисперсионным критерием. В периферических столкновениях такой эффект отсутствует.

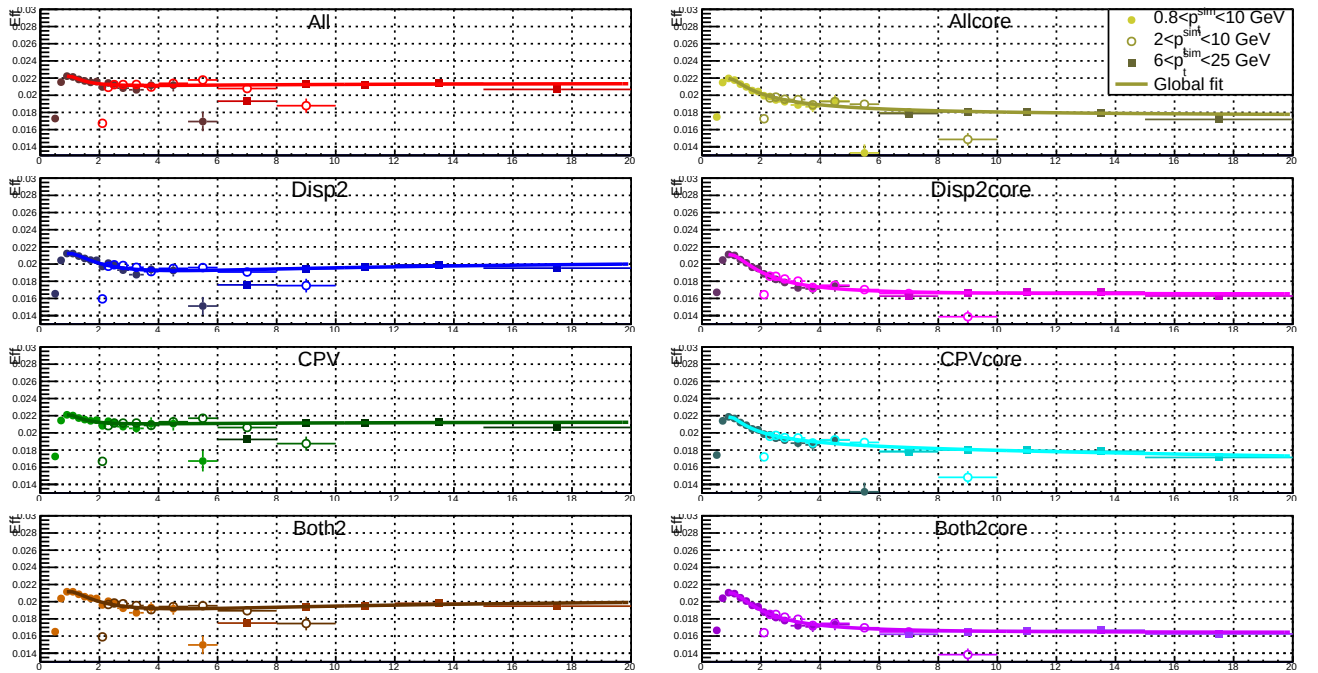


Рис. 141: Эффективность регистрации фотонов (включая аксептанс) в периферических столкновениях Pb-Pb для разных критериев идентификации.

Полное Монте-Карло моделирование. Мы также вычислили эффективность регистрации фотонов в Pb–Pb столкновениях с помощью полного Монте-Карло моделирования. Для генерации использовался генератор HIJING. Кроме того, в каждое событие добавлялся один жесткий π^0 в аксептансе PHOS и с плоским распределением по p_T . Генератор HIJING не воспроизводит измеренные спектры адронов и предсказывает в среднем большую множественность частиц. Для того чтобы воспроизвести измеренные спектры конечных адронов π^0 , $\pi^\pm$, $K^\pm$, p , n и $\bar{n}$ в зависимости от центральности, вводились дополнительные веса. Эти веса приписывались кластерам в PHOS в зависимости от типа частицы, породившей кластер. Отклик PHOS (калибровка, де-калибровка) был подобран так, чтобы воспроизводить измеренные положения пика нейтральных пионов и их зависимости от p_T .

Генератор событий Nijing предсказывает несколько большую множественность конечных адронов, чем было измерено в столкновениях Pb–Pb, и не воспроизводит ее зависимость от центральности. Более того, добавленные сигналы тоже несколько ее увеличивают. Поэтому мы провели переклассификацию моделированных событий по центральности так, чтобы воспроизвести экспериментально измеренное распределение по числу кластеров в PHOS в каждом классе центральности.

Для сравнения с результатами, полученными с помощью метода наложения, мы вычислили произведение эффективности и аксептанса в соответствии с формулой (79), где в числителе находится спектр реконструированных кластеров (в зависимости от реконструированного p_T), порожденных фотонами, рожденными в вершине столкновения, а в знаменателе – число сгенерированных фотонов (в зависимости от истинного p_T), рожденных в вершине взаимодействия.

Для детального сравнения эффективности регистрации фотонов, вычисленных разными методами, мы строим их отношение, см. рис. 142. На этом рисунке показано отношение эффективностей регистрации фотонов, вычисленной методом наложения к эффективности в полном Монте-Карло моделировании двух для наиболее отличающихся центральностей и двух идентификационных критериев. Оба подхода совпадают в пределах ошибок.

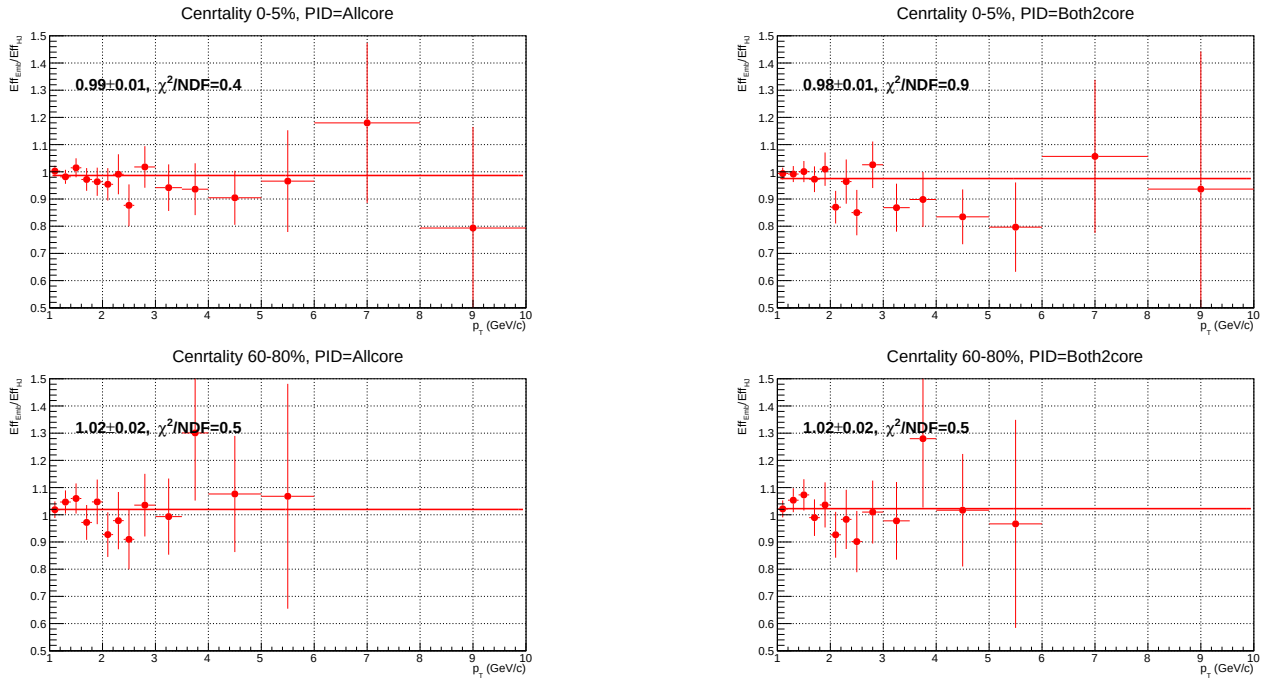


Рис. 142: Сравнение эффективностей фотонной регистрации, вычисленной в полном Монте-Карло моделировании и методом наложения для наиболее отличающихся центральностей и идентификационных критериев.

Метод анфолдинга. Альтернативный метод решения уравнения (78) заключается в нахождении матрицы, обратной $G(x, x')$. Математически это плохо определенная задача, и небольшие флуктуации в матрице отклика могут привести к очень большим флуктуациям в конечном спектре. Существует ряд стандартных подходов к этой проблеме регуляризации матрицы отклика. Мы использовали пакет RooUnfold-1.1.1 [431]. В этом подходе сначала вычисляется матрица $G(x, x')$. Мы вычислили ее с помощью метода наложения моделированных фотонов на реальные события. Примеры этой матрицы для нескольких предельных случаев показаны на рис. 143, сверху. На рисунках видны полосы выше истинных энергий фотона 2 и 6 ГэВ, что связано с несколькими порогами моделирования. Результаты моделирования с различными порогами энергии начальных фотонов усредняются следующим образом: сначала вычисляется вес такой, чтобы получился непрерывный спектр начальных фотонов. Затем в области перекрытия различных моделирований их результаты усредняются с весами $w = 1/\sigma_{stat}^2$, учитывающими различные набранные статистики. Второе свойство матрицы от-

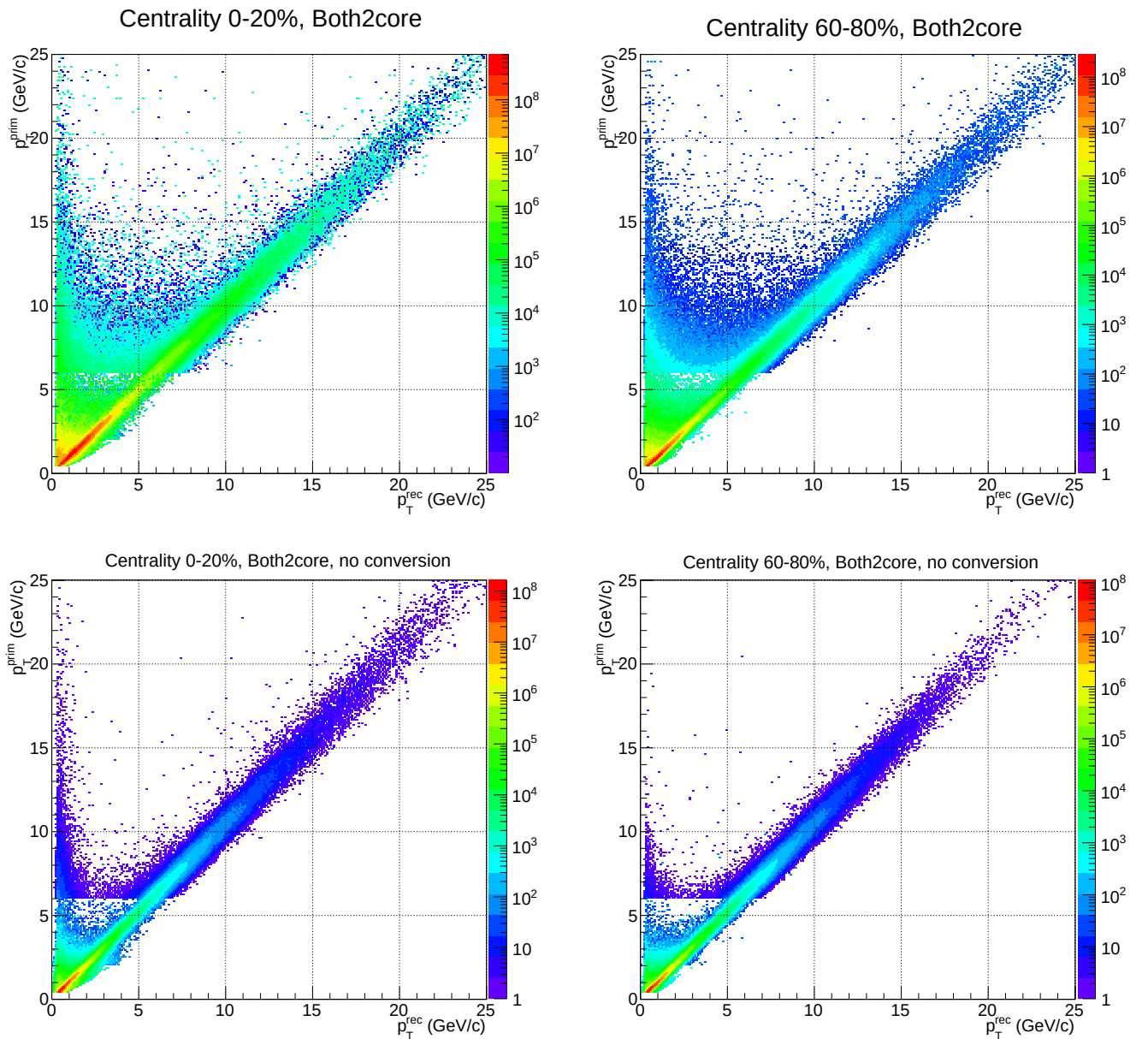


Рис. 143: Матрицы отклика фотонов в PHOS, вычисленные с помощью метода наложения, для центральных (слева) и периферических (справа) столкновений Pb–Pb. Сверху – для всех сгенерированных фотонов, снизу – для неконвертировавших фотонов.

клика – сравнительно большая вероятность зарегистрировать кластер с малой энергией вместо высокоэнергичного фотона (область рядом с осью y). Эта область заселяется продуктами конверсии фотона, когда только малая часть энергии фотона регистрируется в PHOS. В случае конечной статистики наличие такой области приводит к большим флуктуациям при обращении матрицы отклика. Чтобы избежать этого, мы выбрасываем вклад конвертировавшихся фотонов из матрицы отклика и рассматриваем их как потерянные. Матрицы отклика в этом случае показаны в нижней части рисунка 143. Вероятность получить малое энергосодержание в этом случае значительно меньше.

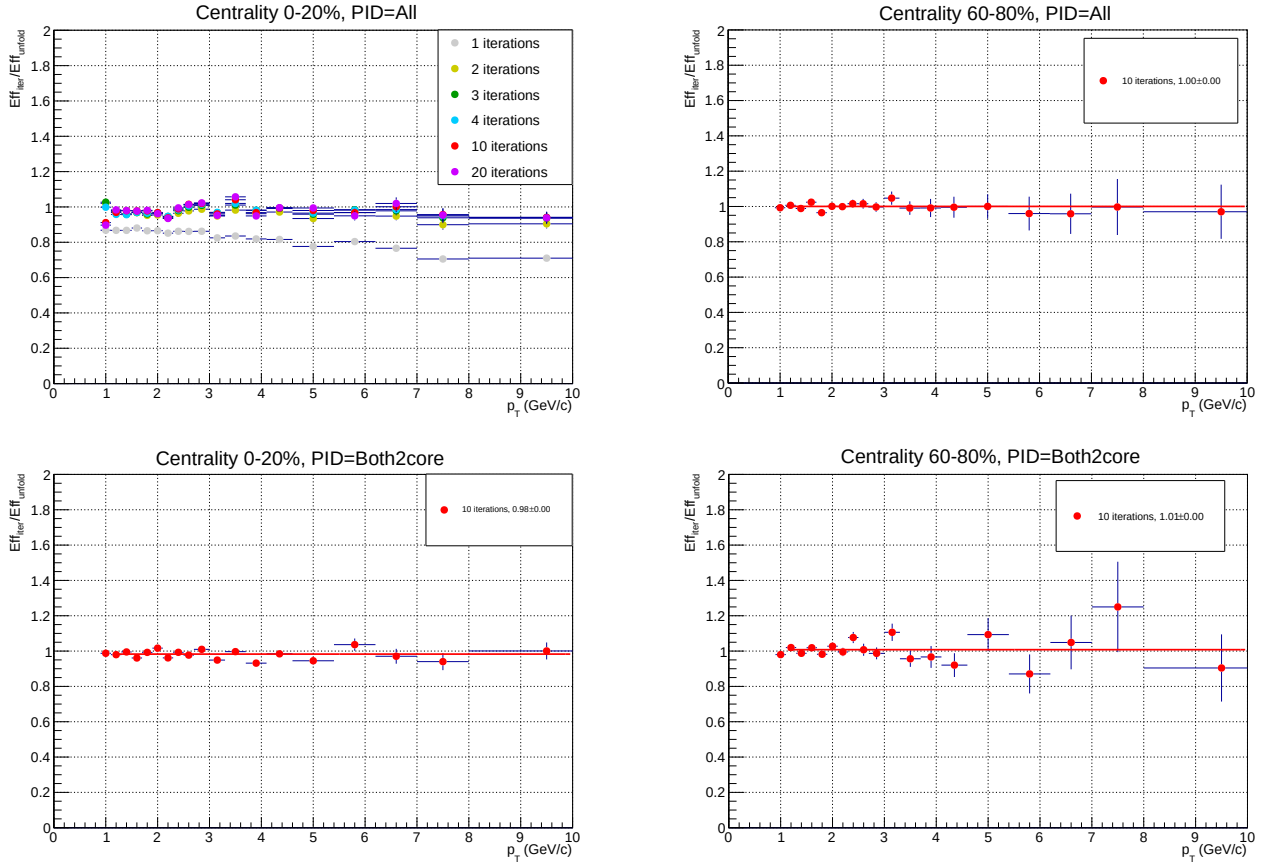


Рис. 144: Отношение спектров инклюзивных фотонов, поправленных на эффективность, вычисленную методом наложения (обозначен “iter”) и методом анфолдинга (обозначен “unfold”). Сравнение показано для двух предельных значений центральности и двух наиболее отличающихся критериев идентификации. Верхний левый рисунок показывает зависимость от числа итераций в Байесовском методе анфолдинга.

Мы выполняем анфолдинг с помощью пакета RooUnfold-1.1.1 [431], в котором мы выбираем Байесовский (итеративный) метод решения уравнения. Для детального сравнения результатов двух методов мы строим отношение скорректированных спектров инклюзивных фотонов, вычисленных с помощью метода наложения и метода анфолдинга, см. рис. 144. На верхнем левом рисунке показано отношение для нескольких значений параметра k , определяющего число итераций, использованных в методе анфолдинга. Как видно, начиная с $k \sim 2$ кривые показывают малую зависимость от числа итераций. Однако, по-видимому, высокочастотные осцилляции увеличиваются с ростом k . Мы остановились на значении $k = 10$ для параметра числа итераций. Остальные рисунки показывают сравнение инклюзивных спектров для наиболее отличающихся центральностей и идентификационных критериев. Отличие находится в пределах $\sim 1 - 1.5\%$, что согласуется с неопределенностью в параметризации эффективности в методе наложения.

Проверка эффективности идентификационных критериев по данным. Определим “эффективность критерия” как вероятность фотону пройти данный критерий. Тогда эффективность идентификационного критерия можно вычислить как отношение эффективности реконструкции с этим критерием к эффективности, используемой по умолчанию, соответственно “All” или “Allcore”. Мы проверили точность нашего моделирования, сравнивая эффективности идентификационных критериев, вычисленных методом наложения и по реальным данным. Чтобы непосредственно оценить ε_{PID} , мы использовали пик π^0 мезона. Мы заполняем двумерные распределения: число пар в зависимости от массы пары и p_T каждого фотона (каждая пара входит дважды). Тогда интеграл под пиком π^0 может быть интерпретирован как число фотонов, давших вклад в пионный пик. Повторив процедуру, наложив интересующий нас идентификационный критерий на фотон, импульс которого откладывается в гистограмме (но не на его партнера!), и построив отношение числа пар в пионном пике с и без критерия, мы получим его эффективность. Однако нужно учитывать, что в таком подходе присутствует корреляция между вероятностью правильно реконструировать энергию фотона и его формой: налагая дисперсионный критерий, то есть, требуя “фотонную” форму кластера, мы неявно требуем его целостность. Таким образом мы увеличиваем вероятность того, что энергия кластера вычислена правильно, и что он даст правильную массу π^0 со своим партнером. Для оценки этого эффекта мы выполнили наложение смоделированных π^0 на реальные события и вычислили эффективность критериев для таких фотонов так же, как и для случая реальных данных. Сравнение результатов трех подходов для дисперсионного критерия показано на рисунках 145-146. Видно, что одночастичная эффективность дисперсионного критерия оказывается ниже оцененной с помощью π^0 пика, а последняя, вычисленная по данным и с помощью метода наложения, согласуются в пределах ошибок. Абсолютное значение эффективности дисперсионного критерия составляет 90-95% в перифе-

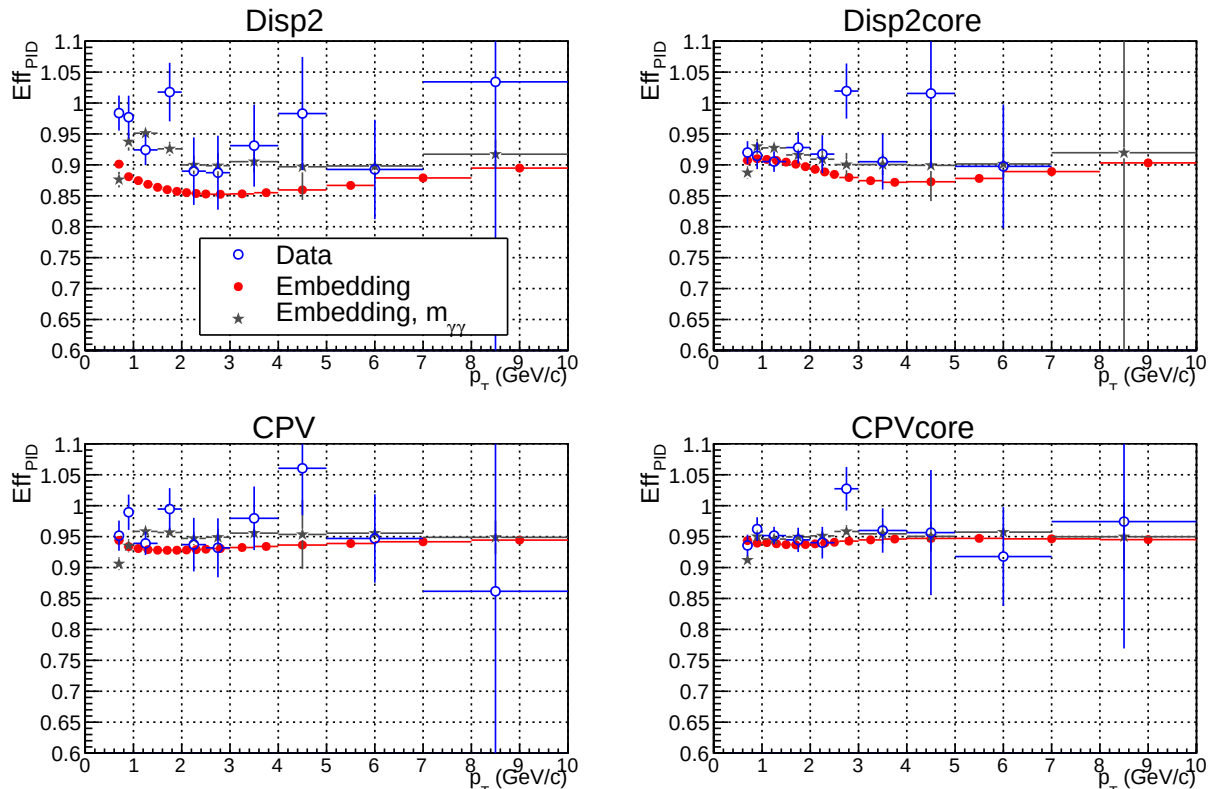


Рис. 145: Эффективность фотонных идентификационных критериев, оцененных в реальных данных (Data), вычисленных как отношение однофотонных эффективностей (Embedding) и полученных методом наложения π^0 тем же методом, что и в реальных данных (Embedding $m_{\gamma\gamma}$), в столкновениях Pb-Pb в классе центральности 20-40%.

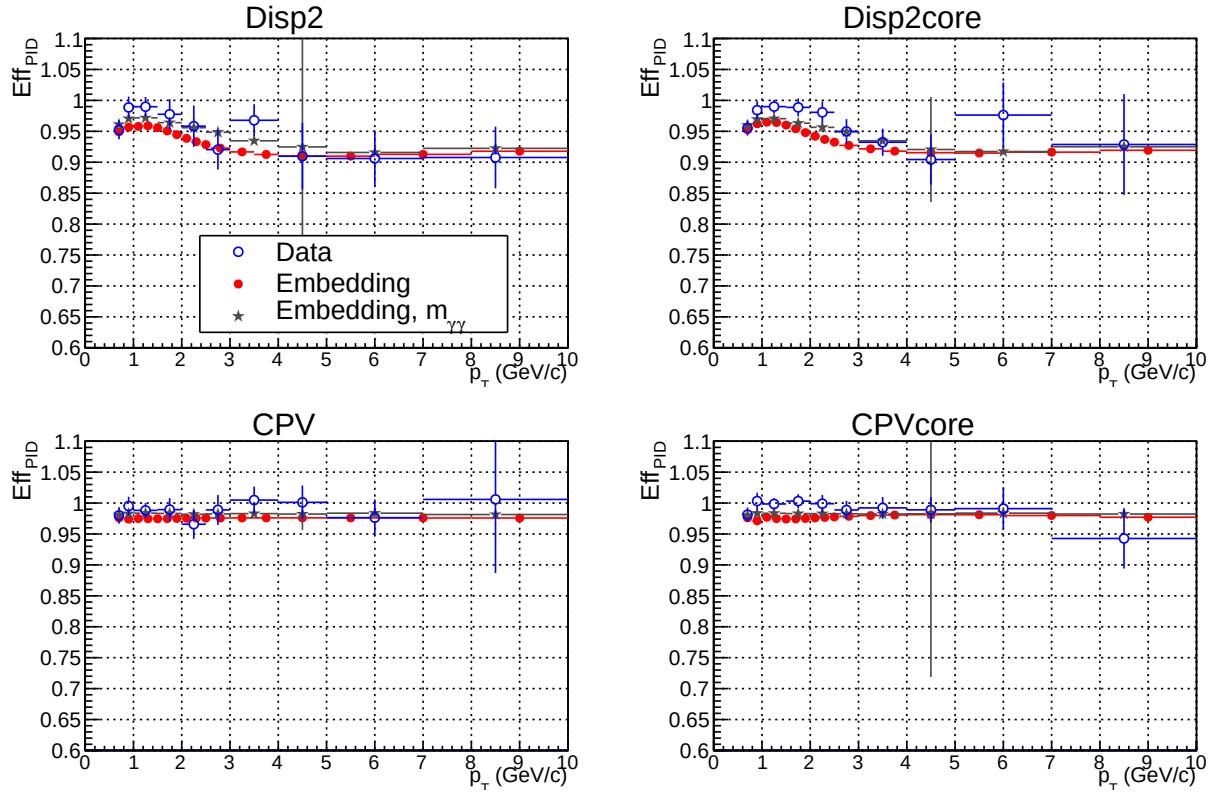


Рис. 146: То же, что и рис. 145, но для класса центральности 60-80%.

рических столкновениях, что примерно согласуется с ожидаемым в случае условия 2.5σ . В более центральных столкновениях наложения портят форму кластеров и эффективность дисперсионного критерия снижается. Для численного сравнения эффективностей мы получили отношение эффективностей, вычисленной в методе наложения к эффективности, оцененной по данными, и параметризовали это отношение константой в диапазоне $1 < p_T < 10$ ГэВ/с, см. табл. 5.

Таблица 5: Результаты параметризации отношения эффективности, вычисленной в методе наложения к эффективности, оцененной по данными, константой в диапазоне $1 < p_T < 10$ ГэВ/с.

	0-20%	20-40%	40-60%	60-80%
Disp	1.01 ± 0.02	0.99 ± 0.02	0.996 ± 0.015	0.988 ± 0.010
Disp, coreE	1.008 ± 0.014	0.993 ± 0.013	1.009 ± 0.011	0.981 ± 0.007
CPV	1.000 ± 0.016	1.000 ± 0.014	0.995 ± 0.012	0.995 ± 0.008
CPV, coreE	1.001 ± 0.010	0.993 ± 0.010	1.012 ± 0.009	0.985 ± 0.005

В случае метода наложения оценка критерия нейтральности кластера (CPV) должна быть несколько модифицирована. При реконструкции данных, полученных при наложении смоделированного фотона на PHOS, мы не проводили полную повторную реконструкцию, включающую реконструкцию треков, а ограничились только PHOS. В результате в тех случаях, когда фотон конвертирует и заряженные треки достигают PHOS, наша оценка эффективности критерия CPV должна быть уточнена: мы уменьшаем эффективность на величину $\delta\epsilon_{CPV} \approx 0.015$, оцененную с помощью моделирования в Hijing. Так же как и в случае дисперсии мы вычисляем отношение эффективностей, параметризуем и представляем результат в табл. 5. Для всех критериев и всех центральностей получается хорошее согласие между модельным результатом и реальными данными.

3.1.9 Оценка загрязнения фотонного спектра

Конечная цель нашего измерения – получить выход фотонов в точке взаимодействия. Такие первичные фотоны могут конвертировать и быть зарегистрированы в PHOS в виде электронов или даже адронов. Эти эффекты были учтены в эффективности регистрации фотонов. С другой стороны, некоторые адроны могут взаимодействовать с материалом детекторов перед PHOS, например, $\pi^+ + n \rightarrow \pi^0 + p \rightarrow 2\gamma + X$ и достигать PHOS в виде фотонов. Однако такие случаи должны рассматриваться как загрязнение. Мы определяем загрязнение как не-фотонную частицу, излученную в точке взаимодействия, и образовавшую кластер в PHOS (самостоятельно или через дочерние частицы). Применяя различные идентификационные критерии, мы уменьшаем загрязнение. Ниже в этом параграфе мы оценим загрязнение фотонного спектра с помощью Монте-Карло моделирования с генератором Hijing. Это же моделирование использовалось для вычисления эффективности в параграфе 3.1.8.

Загрязнения, вычисленные для различных идентификационных критериев в случае центральных и периферических столкновений, показаны на рис. 147 и 148 соответственно. Загрязнения, полученные для центральных и периферических столкновений, примерно похожи, но не идентичны, что связано с различием в выходах и формах спектров различных адронов в центральных и периферических столкновениях. Основное загрязнение дают заряженные пионы из-за высокой множественности и антипротоны и антинейтроны из-за выделения значительной энергии при аннигиляции в калориметре. Другие адроны в интересующей нас области $p_T > 1$ ГэВ/с дают вклады на уровне нескольких процентов в случае отсутствия идентификации и значительно меньше процента при применении самого строгого идентификационного критерия.

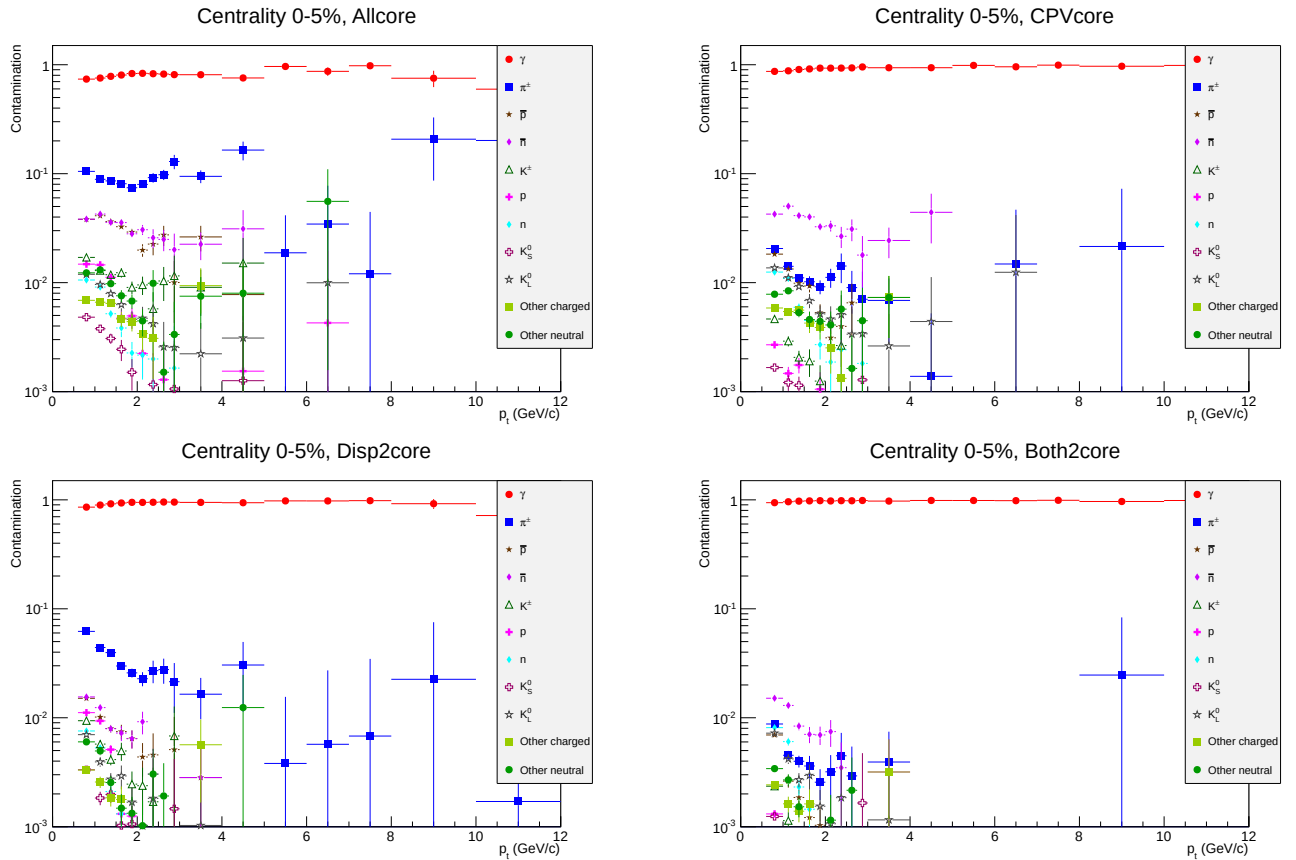


Рис. 147: Чистота спектра фотонов и загрязнения различными адронами для некоторых идентификационных критериев в Монте-Карло моделировании центральных (центральность 0-5%) столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ.

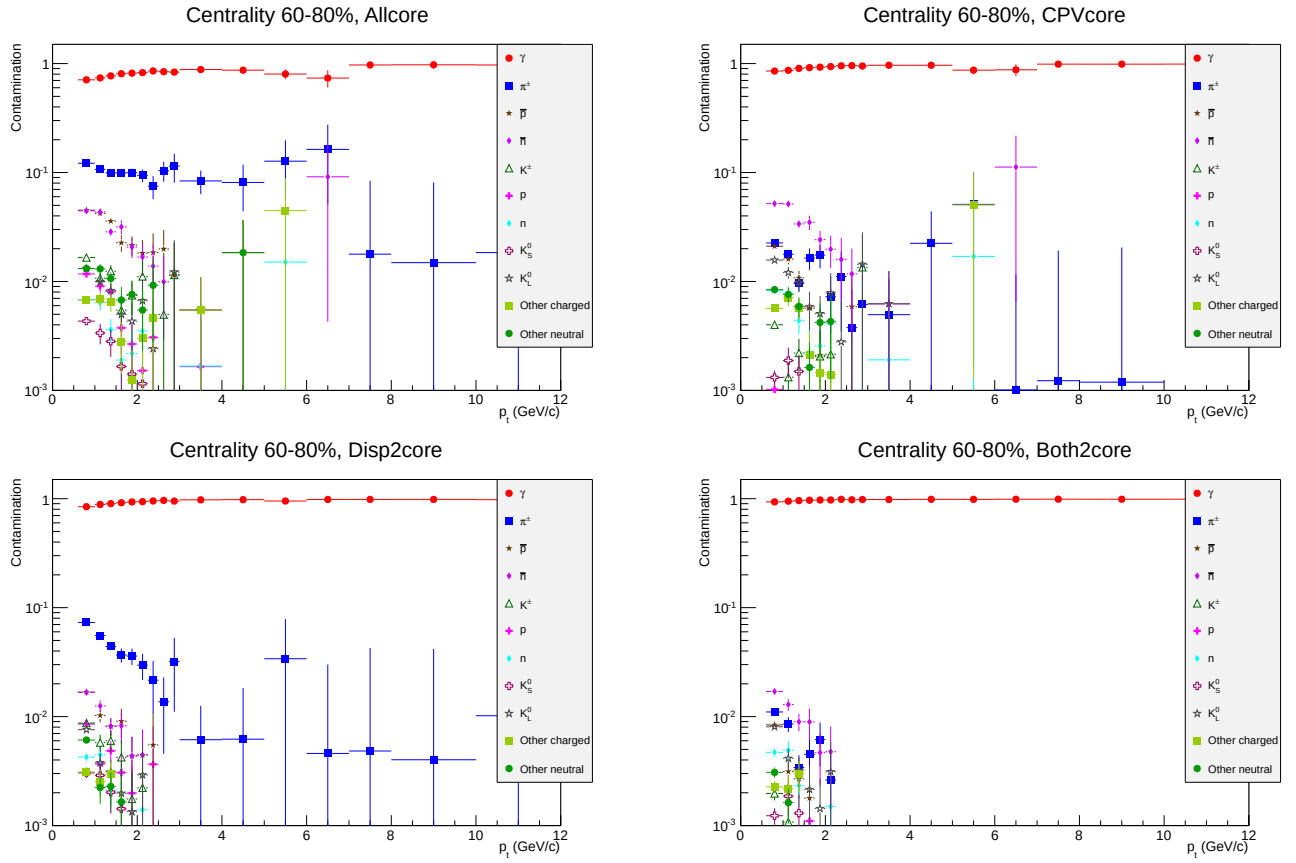


Рис. 148: Чистота спектра фотонов и загрязнения различными адронами для некоторых идентификационных критериев в Монте-Карло моделировании периферических (центральность 60-80%) столкновений Pb-Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ.

Учитывать загрязнение фотонного спектра удобнее всего, вводя чистоту фотонного спектра, определенную как

$$P_{PID} = \frac{N_{\gamma}}{N_{clu}}, \quad (83)$$

где чистота зависит от идентификационных критериев PID. Она меняется от примерно 85% в случае без идентификации (Allcore) до 90% в случае самого строгого идентификационного критерия (Bothcore).

В качестве проверки нашей процедуры мы сравнили полностью скорректированные спектры фотонов, вычисленные независимо с различными критериями идентификации, см. рис. 149. На этом рисунке мы представляем отношение спектров, полученных с различными критериями, к случаю наиболее строгого критерия Both2core. Отношения разбиваются на две группы: одна группа для критериев, не содержащих дисперсионный критерий, и другая, включающая его. Стоит отметить два свойства кривых: во-первых, включение критерия CPV практически не изменяет скорректированный спектр фотонов, особенно, если кроме того используется дисперсионный критерий. Это означает, что эффективность критерия CPV правильно вычисляется в моделировании (см. параграф 3.1.8) и загрязнение заряженными частицами правильно описывается моделированием Nijing. Второе свойство спектров, полученных без дисперсионного критерия, – это широкие подъемы при $p_T \sim 1 - 2$ ГэВ/с и подъемы при больших p_T , появляющиеся в центральных и полуцентральных столкновениях и отсутствующие в периферических столкновениях. Как мы убедились ранее, Монте-Карло моделирование правильно воспроизводит эффективность дисперсионного критерия. Это значит, что наблюдаемые превышения происходят из-за загрязнения, не имеющегося в ге-

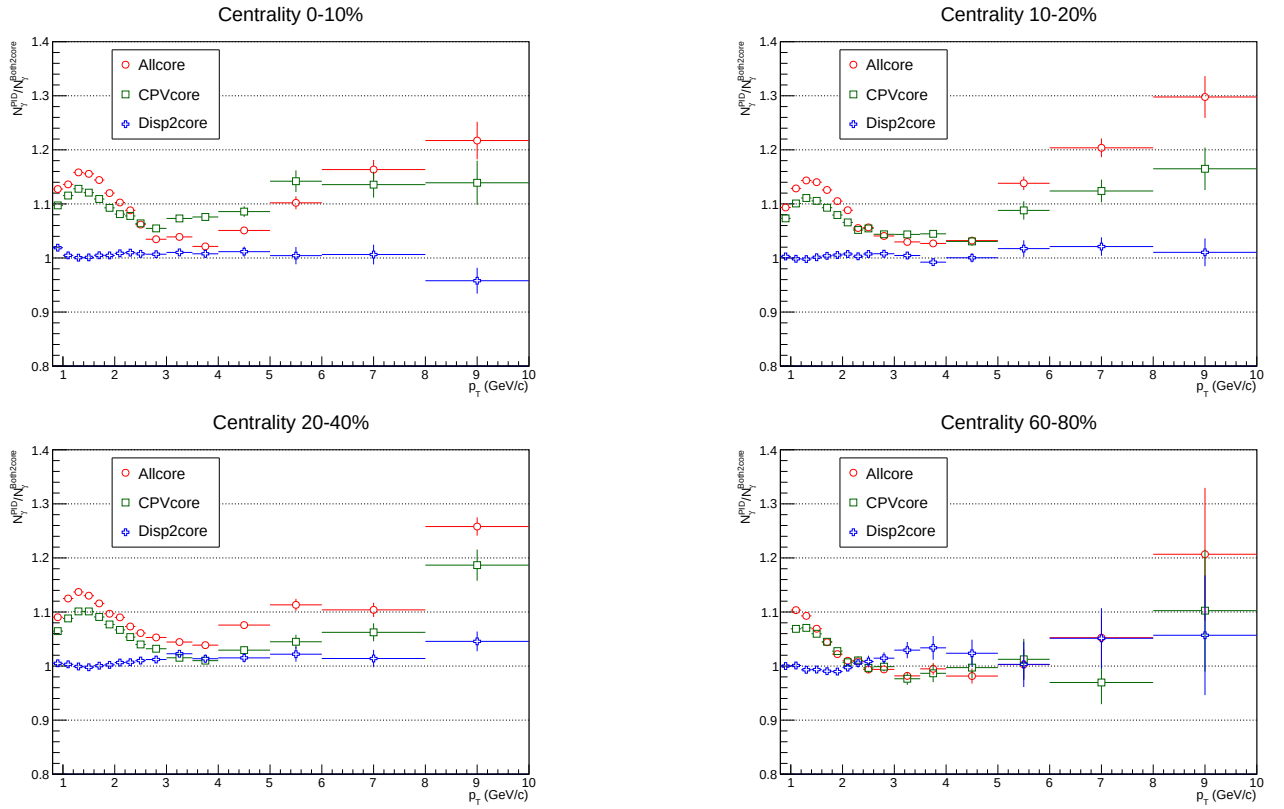


Рис. 149: Сравнение полностью скорректированных фотонных спектров, вычисленных с различными идентификационными критериями в столкновениях различных классов центральности.

нераторе Nijing. Мы считаем, что это – вклад экзотических кластеров. В случае высокой загрузки экзотические кластеры могут перекрываться с мягкими кластерами и проходить наши анти-экзотические критерии ($N_{\text{cell}} > 2$, $M_{02} > 0.2$, $E_{\text{cross}} < 0.98$). Однако форма таких перекрывающихся кластеров все же заметно отличается от формы электромагнитного кластера, и они отбрасываются дисперсионным критерием. Так как моделирование экзотических кластеров требует множества предположений и сводится к параметризации имеющихся данных, мы не будем использовать идентификационные критерии, не содержащие условия на дисперсию кластера.

Оценка загрязнения по данным. В этом разделе мы оценим загрязнение фотонного спектра, пользуясь исключительно реальными данными, без моделирования. Полный спектр кластеров, измеренный PHOS, может быть представлен как

$$N^{All} = N_\gamma + N_{\pi^\pm} + N_{K^\pm} + N_p + N_n + N_{\bar{p}} + N_{\bar{n}} + \dots, \quad (84)$$

где N_γ – фотонные кластеры, а $N_{\pi^\pm}$, $N_{K^\pm}$, N_p , N_n , $N_{\bar{p}}$, $N_{\bar{n}}$ – кластеры, образованные заряженными пионами, каонами, нейтронами, антипротонами и антинейтронами соответственно. Вспоминая результаты Монте-Карло моделирования, мы оставим только вклады N_γ , $N_{\pi^\pm}$ и $N_{\bar{p}} = N_{\bar{n}}$ с точностью $\lesssim 1\%$ при $p_T > 1$ ГэВ/с. Варьируя наши идентификационные критерии, можно построить 4 уравнения. Поэтому мы добавляем еще один свободный параметр N_X , учитывающий вклад других частицы (“экзотических” кластеров, результатов конверсии фотонов, другие адронные загрязнения, отличающиеся от перечисленных выше). Мы рассмотрим несколько предположений о свойствах этого вклада и оценим стабильность оценки чистоты фотонного спектра. Если мы последовательно применим условия на форму ливня (Disp), нейтральность (CPV) и оба (Both), получится система

$$\begin{cases} N^{All} &= N_\gamma &+ N_{\pi^\pm} &+ 2 N_{\bar{n}} &+ N_X \\ N^{Disp} &= \varepsilon_\gamma^{Disp} N_\gamma &+ \varepsilon_\pi^{Disp} N_{\pi^\pm} &+ 2 \varepsilon_{\bar{p}}^{Disp} N_{\bar{n}} &+ \varepsilon_X^{Disp} N_X \\ N^{CPV} &= \varepsilon_\gamma^{CPV} N_\gamma &+ \varepsilon_\pi^{CPV} N_{\pi^\pm} &+ (\varepsilon_\pi^{CPV} + \varepsilon_\gamma^{CPV}) N_{\bar{n}} &+ \varepsilon_X^{CPV} N_X \\ N^{Both} &= \varepsilon_\gamma^{Disp} \varepsilon_\gamma^{CPV} N_\gamma &+ \varepsilon_\pi^{Disp} \varepsilon_\pi^{CPV} N_{\pi^\pm} &+ \varepsilon_{\bar{p}}^{Disp} (\varepsilon_\pi^{CPV} + \varepsilon_\gamma^{CPV}) N_{\bar{n}} &+ \varepsilon_X^{Disp} \varepsilon_X^{CPV} N_X \end{cases} \quad (85)$$

где $\varepsilon_i^j(p_T)$ – вероятность пройти идентификационный критерий j частицей типа i . При этом мы предполагаем одинаковую вероятность пройти критерий нейтральности CPV для фотонов и (анти-)нейтронов, что связано со случайной ассоциацией нейтрального кластера с треком, и одинаковую вероятность пройти критерий нейтральности для $\pi^\pm$ и $\bar{p}$, связанную с ошибками в экстраполяции и согласовании треков и кластеров. Кроме того, мы предполагаем одинаковую вероятность пройти дисперсионный критерий для антипротонов и антинейтронов в области $p_T \sim 1.5$ ГэВ/с, где их вклад становится заметным в результате аннигиляции в детекторе. Отметим, что ожидаемое загрязнение адронами фотонного спектра составляет порядка нескольких процентов, так что в наших вычислениях мы можем использовать сравнительно грубые оценки.

Для оценки вероятностей $\varepsilon_i^j(p_T)$ мы вычисляем отношение спектров кластеров, совпавших с треками заряженных пионов, каонов, протонов и антипротонов, идентифицированных в центральной трековой системе, полученные с и без наложения различных идентификационных критериев в PHOS. Совпадение кластера с треком здесь означает, что расстояние между кластером и экстраполяцией трека не превышало одного стандартного отклонения. Вероятности пройти дисперсионный критерий $\varepsilon_i^{Disp}(p_T)$, вычисленные таким образом, для центральных и периферических столкновений, показаны на рис. 150. Здесь p_T означает поперечный импульс, вычисленный по энергии кластера, а не по импульсу трека. Также для сравнения на этом же рисунке приведены результаты Монте-Карло моделирования с генератором событий Nijing, как было описано в предыдущем разделе 3.1.9. В этом случае тип трека извлекался из Монте-Карло информации. Мы видим, что Монте-Карло моделирование воспроизводит данные для всех типов частиц, центральностей и p_T с требуемой точностью.

Для оценки вероятности пройти критерий нейтральности кластера ε_i^{CPV} мы строили распределения по нормированному расстоянию от кластера до ближайшего трека (см. рис. 138). Эти распределения содержат вклад случайных ассоциаций, показанный желтым, и превышение над ним от правильных соответствий. Для оценки фона использовался метод смешанных событий. Фон нормирован так, чтобы совпадать с полным распределением при больших радиусах. Вычитая “Real” из “Mixed” и вычисляя долю кластеров в стандартном критерии

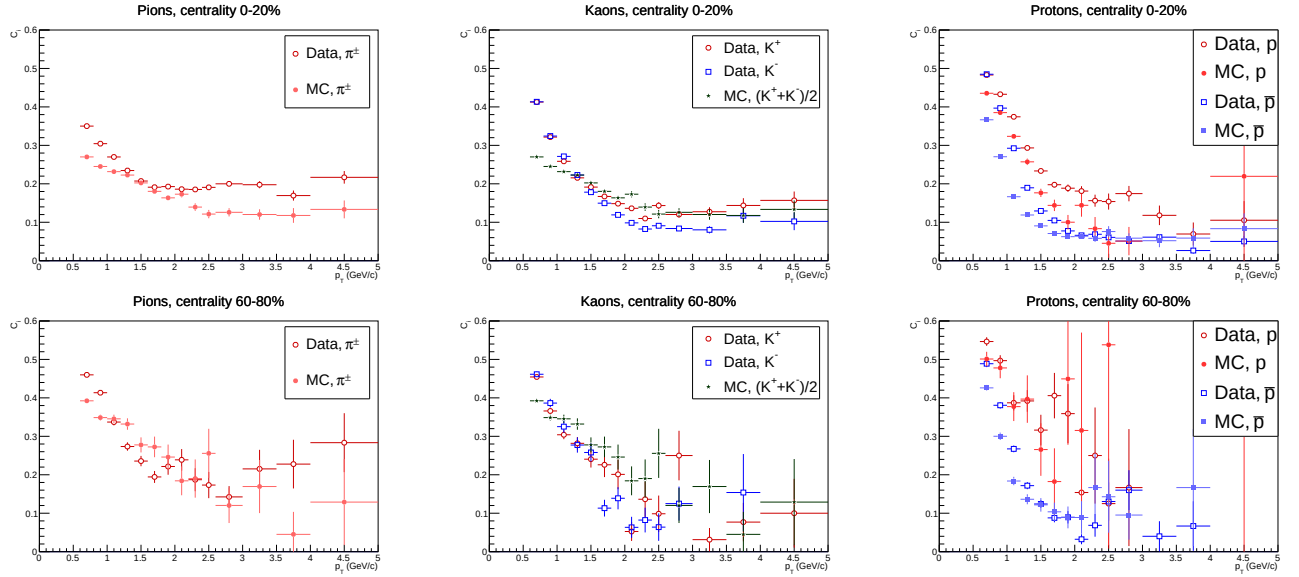


Рис. 150: Эффективность дисперсионного критерия для кластеров, образованных идентифицированными адронами для центральностей 0-20% (сверху) и 60-80% (снизу).

$R_{\text{CPV}} > 2\sigma$, мы оценили вероятность пройти CPV критерий для заряженных частиц. Затем необходимо поправить эту эффективность на вероятность случайной ассоциации. Наконец, мы проверили, что распределения по расстоянию до ближайшего трека слабо зависят от типа частицы. Как показано на рис. 151, эти распределения весьма похожи для кластеров, порожденных заряженными пионами, протонами и антипротонами, так что наше предположение о равенстве для всех адронов $\varepsilon_i^{\text{CPV}}$ оправдано.

Мы получили все ингредиенты для решения системы (85). Предположим, что загрязнение X – электроны. Тогда мы полагаем $\varepsilon_X^{\text{Disp}} = \varepsilon_\gamma^{\text{Disp}}$ и $\varepsilon_X^{\text{CPV}} = \varepsilon_\pi^{\text{CPV}}$. Пример разложения спектра кластеров по вкладам и сравнение с оценками загрязнения, полученными в Монте-Карло моделировании, показаны на рис. 152, сверху. Мы получили разумное согласие с оценками, полученными в Монте-Карло моделировании для всех классов центральности: разница в загрязнении анти-барионами или пионами в разных подходах составляет около 1-2%. Когда мы сравнивали полностью скорректированные спектры фотонов, полученные с разными идентификационными критериями (см. рис. 149), мы обнаружили, что вклады “экзотических” кластеров нейтральны. Поэтому для проверки мы предположили, что вклад X представляет собой нейтральный ($\varepsilon_X^{\text{CPV}} = \varepsilon_\gamma^{\text{CPV}}$) кластер с дисперсией, похожей на таковую у заряженных пионов ($\varepsilon_X^{\text{Disp}} = \varepsilon_\pi^{\text{Disp}}$). Эта кривая обозначена как “neutral hadrons” на рис. 152). Сравнение чистоты фотонного спектра, полученного с различными предположениями относительно X

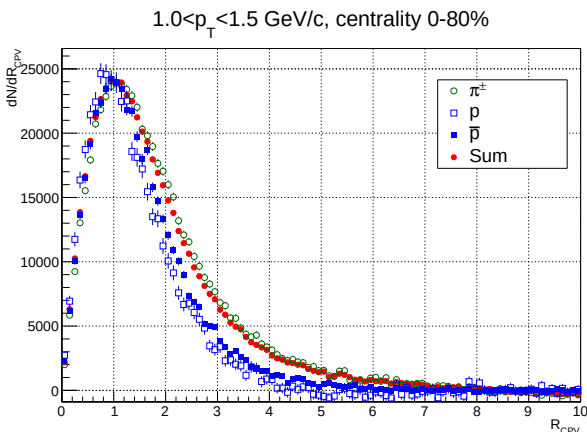


Рис. 151: Распределение по нормированному расстоянию от кластера до экстраполяции трека для различных идентифицированных адронов. Фон случайных совпадений вычтен.

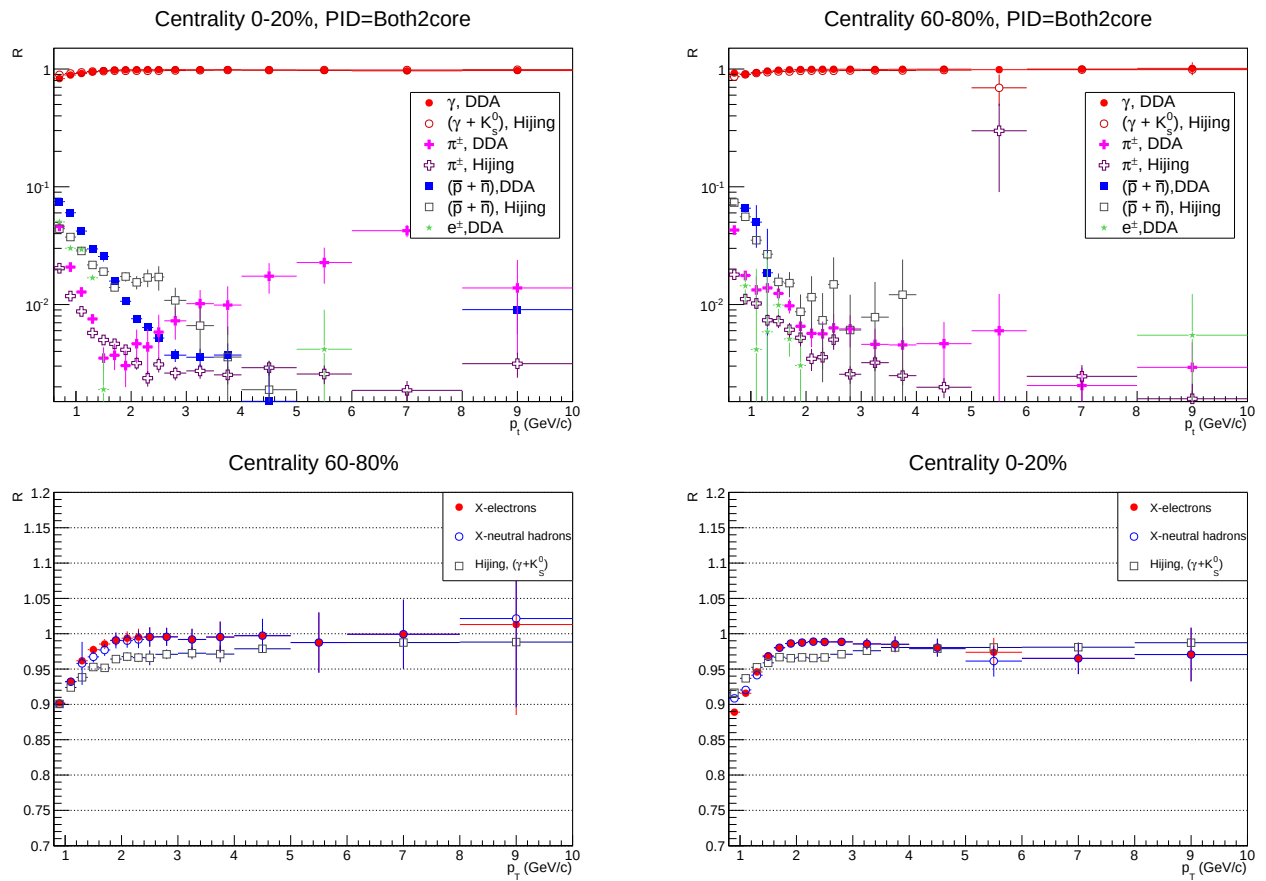


Рис. 152: Вверху: чистота фотонного спектра и загрязнение различными адронами в случае идентификационного критерия Both для двух классов центральности. Внизу: сравнение оценок чистоты фотонного спектра, сделанных только по данным (DDA) с различными предположениями о типе загрязнения X и с помощью моделирования.

и с помощью Монте-Карло моделирования (рис. 152, снизу), показывает хорошее согласие в пределах 1-2%. Далее мы используем результаты, полученные таким способом, как основные, а разницу между оценками как систематическую неопределенность.

3.1.10 Оценка вероятности конверсии фотонов

Эксперимент ALICE был спроектирован так, чтобы иметь как можно меньшее количество материала во внутренних детекторах. Более того, были предприняты специальные усилия для того, чтобы уменьшить количество материала перед PHOS: были сделаны окна в детекторах TRD и TOF. Тем не менее какое-то количество материала перед PHOS имеется и оно приводит к потере фотонов в результате конверсии. В этой главе мы оценим вероятность конверсии фотонов с помощью реальных данных и сравним с предсказаниями Монте-Карло моделирования. Отличие между ними дает оценку систематической неопределенности, связанной с вероятностью конверсии.

Для оценки вероятности конверсии фотонов по реальным данным мы сравниваем число реконструированных π^0 в ранах с и без магнитного поля. В случае конверсии фотона в e^+e^- пару электрон и позитрон будут загибаться магнитным полем и либо не попадут в PHOS вообще, либо попадут в разных местах, отклонившись от направления фотона, и выделив только часть его энергии. Таким образом, если конверсия произошла достаточно далеко от PHOS, результирующие кластеры не дадут вклад в пик нейтральных пионов и полный выход π^0 уменьшится. В случае отсутствия магнитного поля с большой вероятностью электрон и позитрон будут лететь далее примерно в том же направлении, что и родительский фотон, и образуют общий кластер. Сравнивая число пар в π^0 пике в событиях с и без магнитного поля в реальных данных и в Монте-Карло моделировании, можно оценить согласие между реальным распределением материала перед PHOS и его описанием в моделировании. С помощью сравнения данных и Монте-Карло в зависимости от p_T можно оценить радиальную зависимость отличия в количестве материала.

Сначала было выполнено моделирование отклика детектора ALICE на одиночные нейтральные пионы с импульсами в диапазоне $p_T = 0 - 10$ ГэВ/с. На рис. 153 показано отношение эффективностей реконструкции π^0 в случае включенного и выключенного магнитного поля. Подъем этого отношения до единицы при малых $p_T \sim 1$ ГэВ/с объясняется большим углом открытия распадных фотонов, на фоне которого отклонение движения электронов от направления родительского фотона становится менее заметным. Мы параметризовали это отношение константой в области $p_T > 2$ ГэВ/с и получили значение $83.1 \pm 0.16\%$. Далее

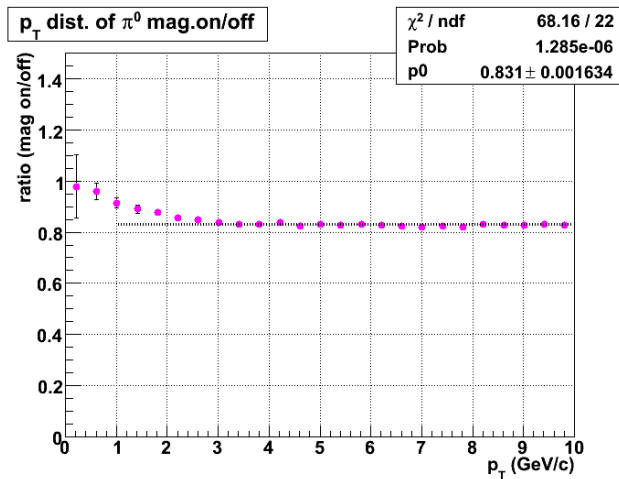


Рис. 153: Отношение эффективностей регистрации π^0 в случае включенного и выключенного магнитного поля. Параметризация константой при $p_T > 2$ ГэВ/с дает $83.1 \pm 0.16\%$.

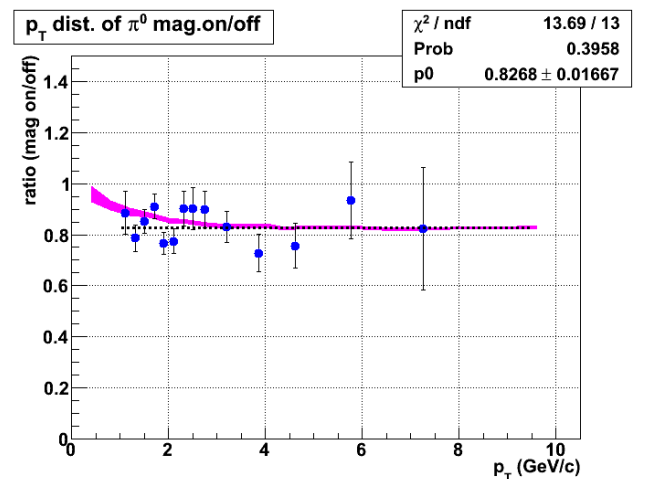


Рис. 154: Отношение нескорректированных выходов π^0 на событие в случае включенного магнитного поля к выключенному. Сиреневая полоса показывает результат моделирования из рис. 153. Параметризация константой показано пунктирной прямой.

было получено отношение выходов нейтральных пионов на событие в pp столкновениях при энергии $\sqrt{s} = 7$ ТэВ для случая с и без магнитного поля, см. рис. 154. Для сравнения там же сиреневой полосой показано аналогичное отношение, полученное в Монте-Карло моделировании. В пределах статистических неопределенностей оба распределения согласуются. Параметризация константой, показанная пунктирной линией, дает значение $82.7 \pm 1.7\%$, что согласуется с результатами Монте-Карло моделирования.

Наконец, мы рассмотрели аналогичные отношения для всех комбинаций фотонов, попавших в модули PHOS, см. 155. Все отношения, включая и выходы пионов в отдельных модулях, согласуются друг с другом в пределах неопределенностей.

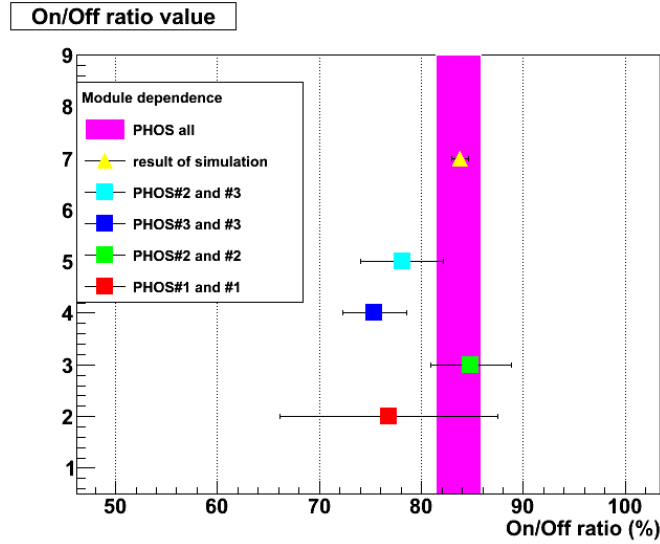


Рис. 155: Отношение выходов π^0 в столкновениях pp при энергии $\sqrt{s} = 7$ ТэВ с и без магнитного поля для различных комбинаций модулей PHOS в сравнении с результатами Монте-Карло моделирования.

Конечные статистические неопределенности (2.2%), возникающие при параметризации отношения числа реконструированных пионов в событиях с и без магнитного поля, не позволяют сделать более точное сравнение этого отношения с результатами Монте-Карло моделирования. Поэтому мы взяли их в качестве оценки возможных неопределенностей в описании количества материала перед PHOS. Как показывает анализ результатов Монте-Карло моделирования, наш метод чувствителен только к материалу, достаточно близкому к PHOS, находящемуся примерно после детектора ТРС. При конверсии ближе к точке взаимодействия электроны отклоняются настолько сильно, что не образуют π^0 пик даже в отсутствии магнитного поля. Поэтому для оценки количества вещества во внутренних детекторах ITS и ТРС, мы использовали результат электронной томографии: сравнивались распределения по вершинам конверсии фотонов, восстановленным по дочерним трекам. Этим способом была получена оценка количества материала от точки взаимодействия до середины ТРС ($R < 180$ см), которая составила $11.4 \pm 0.5 X_0$, что соответствует вероятности конверсии фотона 8.5%. Мы добавили эту неопределенность к нашей оценке возможной неточности описания количества материи после ТРС и получили окончательную систематическую погрешность, равную 3.1%.

3.1.11 Вычисление спектра распадных фотонов

Для вычисления спектра распадных фотонов мы использовали измеренный спектр адронов и вычислили спектр фотонов, рожденных в их распадах. Технически, мы конструировали коктейль конечных адронов и смоделировали их распады в стандартном пакете Jetset, входящем в Pythia [432]. Чтобы иметь возможность оценивать неопределенности, связанные с неопределенностями в выходах адронов, мы вычислили вклады каждого адрона по отдельности и суммировали их только на последнем этапе. Для того чтобы избежать влияния краевых эффектов, все адроны, особенно π^0 и η мезоны должны генерироваться в большем диапазоне поперечных импульсов и быстрот, чем диапазон измерения инклюзивных фотонов, то есть акцептанс PHOS. Чтобы оценить насколько большим должен быть этот диапазон, мы протестировали моделирование и построили распределение по числу π^0 , имеющих по крайней мере один фотон в PHOS, в зависимости от быстроты и p_T , см. рис. 156. Видно, что в интересующем нас диапазоне p_T достаточно генерировать адроны в диапазоне $|y| < 0.5$, что заметно больше диапазона, покрываемого PHOS $|\eta| < 0.135$.

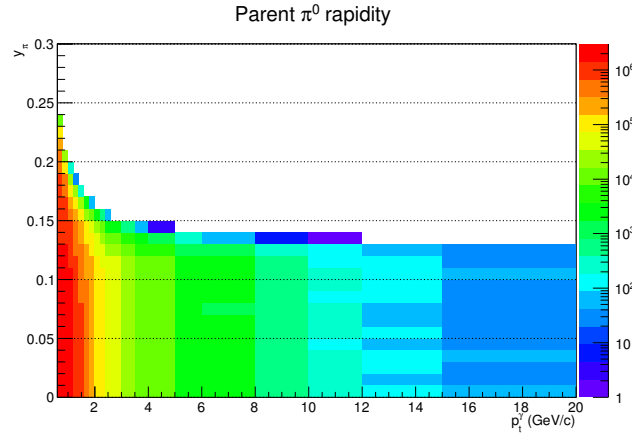


Рис. 156: Распределение по быстройте и p_T нейтральных пионов, чьи дочерние фотоны образуют кластеры в PHOS.

При вычислении спектра распадных фотонов существенно, чтобы использовались спектры адронов, измеренные в том же эксперименте и тем же детектором, для сокращения систематических неопределенностей. В нашей работе мы использовали спектры нейтральных пионов, измеренные PHOS [430]. Мы параметризуем спектры с помощью модифицированной функции Хагедорна:

$$\frac{d^3N}{dydp_T dp_T d\phi} = A \left(1 + \frac{m_T - m}{p_0} \right)^n \left(\frac{a + bp_T + p_T^2}{c + dp_T + p_T^2} \right), \quad (86)$$

где второй множитель позволяет воспроизвести отклонения от степенной функции, связанные с потерями энергии жестким партоном, коллективным потоком и т.п. Качество параметризации показано на рис. 157. Так как спектр нейтральных пионов, измеренный PHOS, имеет сравнительно большие неопределенности, а спектр распадных фотонов чувствителен к спектру нейтральных пионов при $p_T^\pi \sim p_T^\gamma + (2 - 4)$ ГэВ/с, мы используем данные ALICE по спектру заряженных пионов [433], чтобы ограничить нашу параметризацию при больших p_T . А именно, мы добавляем в параметризацию точки при $p_T = 15$ и 18 ГэВ/с. В нашем диапазоне быстрот можно использовать плоское быстрое распределение. Для других мезонов, используемых для вычисления спектра распадных фотонов, η , K_s^0 и ω , используется либо измеренный спектр [433] (в случае K_s^0 мезонов), либо m_T -скейлинг, обнаруженный в pp

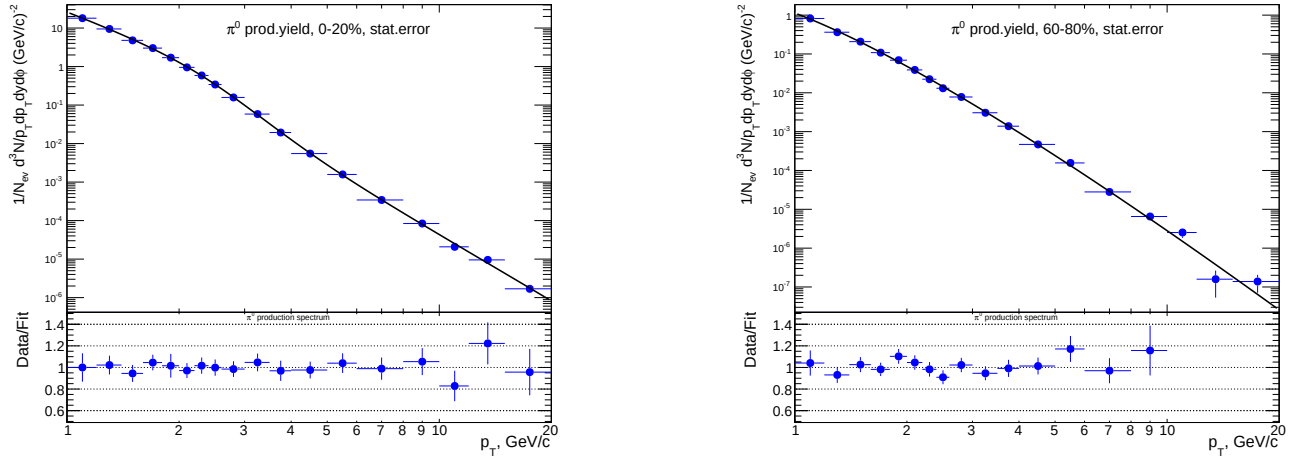


Рис. 157: Параметризация спектров нейтральных пионов, измеренных в нескольких классах центральности в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ/с, с помощью формулы (86).

столкновениях [434]:

$$\frac{1}{m_T} \frac{dN^{\text{meson}}}{dm_T} = C_i \frac{1}{m_T} \frac{dN^{\pi^0}}{dm_T}. \quad (87)$$

Так как вклад распадов η -мезона оказывается заметным, в этом случае мы используем также второй подход. В случае значительного радиального потока форма спектра η -мезонов должна быть близка к форме спектра K_s^0 , имеющих близкую массу, по крайней мере при $p_T \lesssim 2 - 3$ ГэВ. Максимальное отличие между этими двумя формами спектра возникает при $p_T \approx 2.5$ ГэВ/с, см. рис. 158. Абсолютный выход η мезонов фиксируется тем, что при $p_T > 5$ ГэВ/с отношение η/π^0 должно воспроизводить отношение, измеренное при меньших энергиях, см. [435]. В столкновениях Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ измеренное отношение выходов η/π^0 при больших p_T составляет 0.46 ± 0.05 [435]. К сожалению, точность измерения выхода η мезонов в столкновениях Pb–Pb при энергиях БАК оказывается сравнимой или хуже этой. При вычислении спектра распадных фотонов используется среднее между двумя параметризациями спектра η мезона, а разница между ними дает оценку соответствующей систематической неопределенности. Вклад ω мезона составляет менее 3% (см. рис. 159), поэтому не имеет смысла детально исследовать его зависимость от формы спектра. Поэтому мы используем в случае ω мезона m_T -скейлинг и нормируем его выход так, чтобы отношение

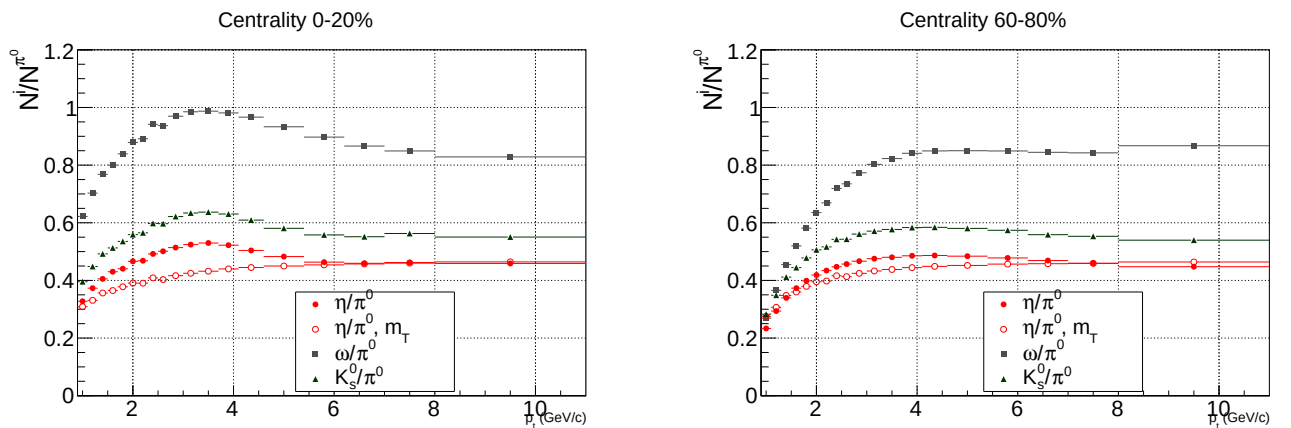


Рис. 158: Отношение спектров различных мезонов ω/π^0 , K_s^0/π^0 и η/π^0 в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ, использованные в коктейле.

ω/π^0 оказалось равным 0.9 [436]. Относительные вклады распадов различных резонансов в спектр распадных фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ показаны на рис. 159.

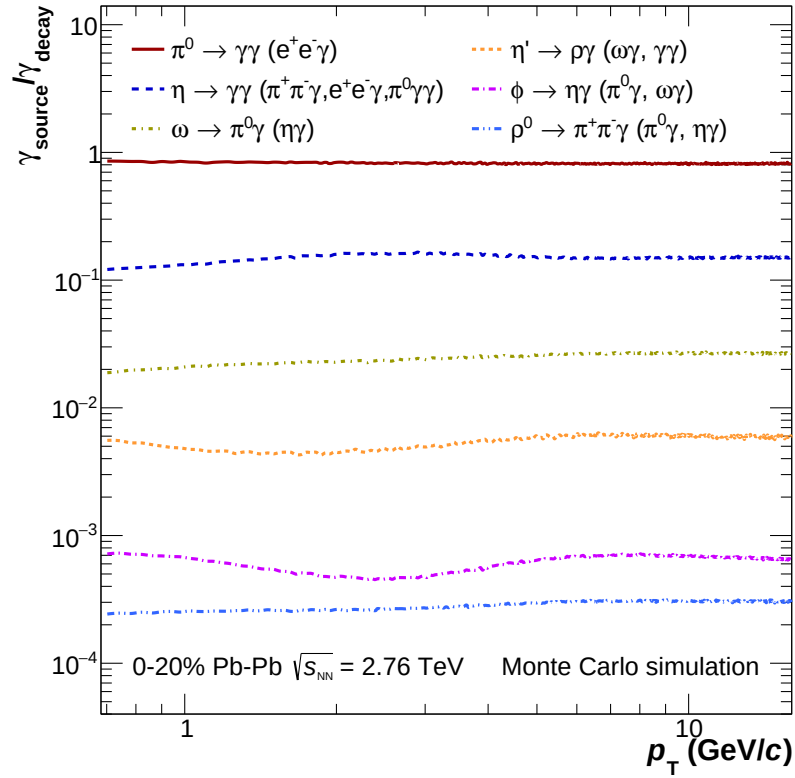


Рис. 159: Относительные вклады распадов резонансов в полный спектр распадных фотонов в 20% самых центральных столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ.

Основной вклад в спектр распадных фотонов дают распады π^0 – на уровне 80-90%. Поэтому важно измерить как выход фотонов, так и нейтральных пионов с помощью одного и того же детектора. Вклад η и ω мезонов значительно меньше, $\sim 15\%$ и $\sim 3\%$ соответственно. Распады других адронов пренебрежимо малы в интересующем нас диапазоне поперечных импульсов.

3.1.12 Оценка систематических неопределенностей

В этом разделе мы вычисляем систематические неопределенности в измерении спектров инклюзивных, распадных и прямых фотонов, а также отношения γ/π^0 и двойного отношения R_γ . Мы классифицируем неопределенности в соответствии со степенью скоррелированности различных p_T бинов. Тип А: полностью p_T -нескоррелированные ошибки, например статистические неопределенности. Тип В: неопределенности с известной зависимостью от p_T , например, неопределенность, связанная с определением абсолютной калибровки. Тип С: неопределенности, не зависящие от p_T , например, вероятность конверсии фотонов. Иногда классификация не очевидна. Например, неизвестна p_T зависимость неопределенности вычисления эффективности. В таком случае, мы рассматриваем их как неопределенность типа А.

Основные вклады в систематическую неопределенность спектра **инклюзивных** фотонов показаны на рис. 160 и перечислены в таблице 6. Неопределенность в вычислении *эффективности* включает в себя свободу в параметризации результатов моделирования и согласие между различными оценками эффективности идентификационных критериев в данных и моделировании. Неопределенность в параметризации в каждом бине p_T оценивается как разница в интеграле различных параметризаций, согласующихся с результатами моделирования. Неопределенность в идентификационных критериях оценивается по разнице эффективности, полученной с помощью наложения и в реальных данных, см. рис. 146. Неопределенность в вычислении *загрязнения* оценивалась путем сравнения оценок загрязнения фотонного спектра в Монте-Карло моделировании и в оценке по реальным данным, см. рис. 152. Неопределен-

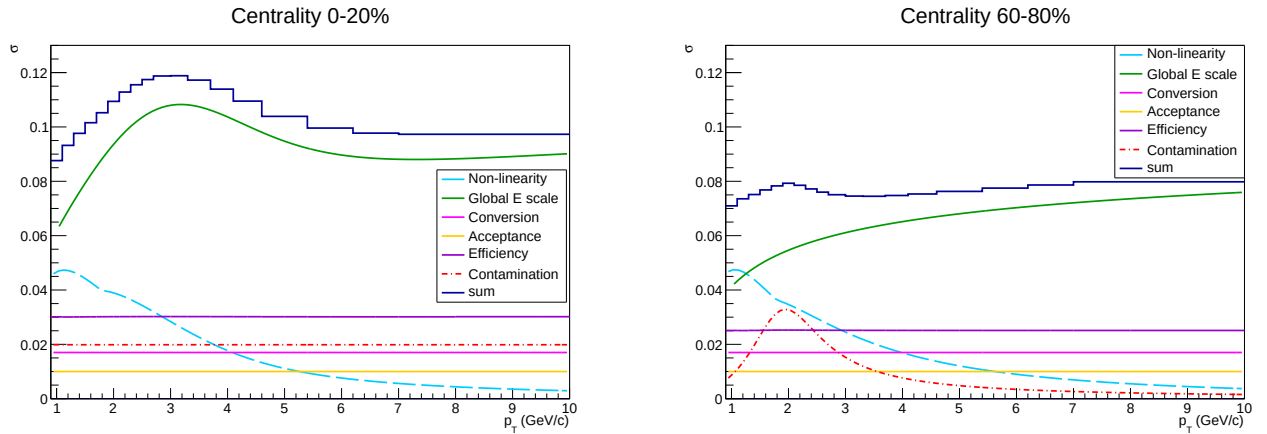


Рис. 160: Систематические неопределенности в спектре инклюзивных фотонов.

Таблица 6: Основные вклады в систематическую неопределенность спектра инклюзивных фотонов (в %) для нескольких классов центральности и диапазонов p_T .

Центральность	0-20%		20-40%		40-80%	
p_T (ГэВ/с)	2	10	2	10	2	10
Эффективность (А)	3.0	3.0	0.7	0.7	2.5	2.5
Загрязнение (В)	2.0	2.0	1.3	1.3	2.9	0.5
Абсолютная нормировка (В)	9.6	9.0	6.1	5.9	5.8	6.3
Нелинейность (В)	3.8	0.3	3.7	0.3	3.5	0.3
Конверсия (С)	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7
Акцептанс (С)	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Всего	11.3	9.9	7.6	6.4	8.0	7.1

ность в выборе *абсолютной энергетической калибровки* оценивалась путем сравнения положения пионного пика и пика в распределении E/p для электронов в данных и в Монте-Карло моделировании, см. раздел 3.1.5. Такая оценка дает неопределенность 1% (1.5% в наиболее центральных столкновениях 0-5%, 0-10%, 0-20%) в определении энергии фотонов. Используя параметризацию спектра фотонов, мы пересчитываем эту неопределенность в неопределенность в выходе фотонов. Неопределенность в оценке *нелинейности* детектора была оценена в разделе 3.1.6 с помощью сравнения положения пика π^0 в моделировании с различными нелинейностями и реальных данных. Неопределенность в оценке вероятности *конверсии* фотонов была оценена в разделе 3.1.10 путем сравнения выхода нейтральных пионов в ранах с и без магнитного поля. Неопределенность в оценке величины *аксептанса* была получена сравнением скорректированных выходов фотонов в различных периодах 3.1.2 и разных модулях PHOS и условиями на минимальное расстояние до плохого канала, см. раздел 3.1.3.

Неопределенности, возникающие при оценке спектра **распадных** фотонов и вычислении отношения γ^{dec}/π^0 , показаны на рис. 161 и представлены в таблице 7.

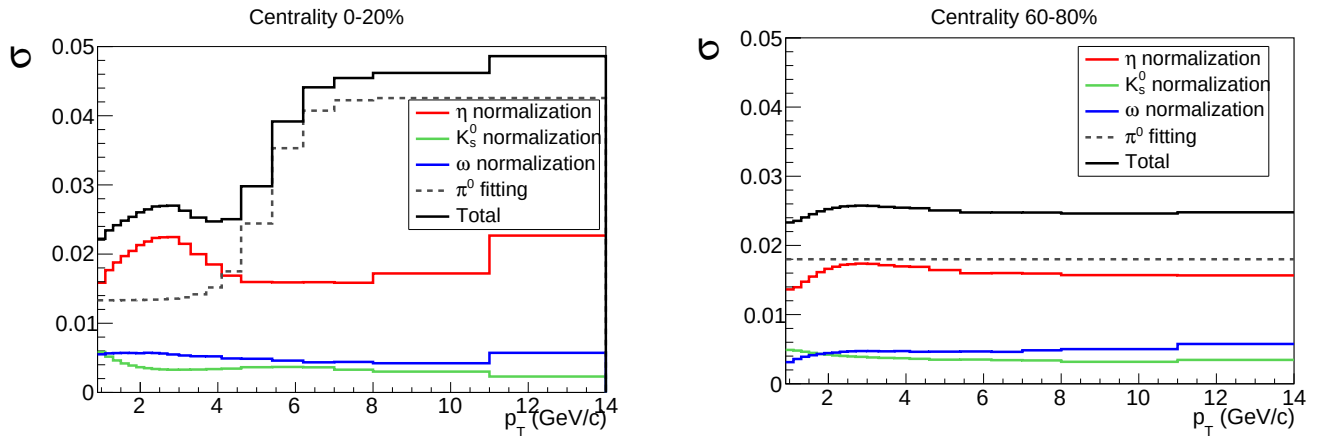


Рис. 161: Систематические неопределенности в спектре распадных фотонов.

Таблица 7: Обзор неопределенностей, возникающих при вычислении отношения γ^{dec}/π^0 .

Центральность	0-20%		20-40%		40-80%	
p_T (ГэВ/с)	2	10	2	10	2	10
Форма спектра π^0 (В)	1.3	4.3	1.8	1.8	1.8	1.8
Относительный выход η/π^0 (В)	2.2	1.7	2.2	1.6	2.1	1.6
Относительный выход K_s^0/π^0 (В)	0.3	0.3	0.4	0.3	0.4	0.4
Относительный выход ω/π^0 (В)	0.6	0.6	0.5	0.5	0.5	0.5
Всего	2.7	4.6	2.9	2.5	2.8	2.5

Для оценки неопределенности, связанной с *формой спектра π^0* , мы сравниваем отношения γ/π^0 , вычисленные с разными параметризациями спектров нейтральных пионов: измеренных PHOS и методом внешней конверсии. Для оценки неопределенности, связанной с *формой спектра η* при малых p_T , мы рассматриваем два наиболее отличающихся подхода, m_T -скейлинг спектра π^0 (этот подход справедлив, когда радиальный поток мал, например, в pp столкновениях) и спектр K_s^0 мезонов, измеренный ALICE. Благодаря близким массам спектры K_s^0 и η должны быть похожи при малых p_T в случае значительного радиального потока. В качестве значения мы берем среднее между двумя спектрами, а разница отражает систематическую неопределенность. Наконец, мы варьируем *относительный выход η/π^0* в

пределах 0.46 ± 0.05 и $\omega/\pi^0 = 0.85 \pm 0.15$ и $K_s^0/\pi^0 = 0.55 \pm 0.05$. Соответствующие неопределенности показаны на рис. 161. Некоторые систематические неопределенности сокращаются в отношении γ/π^0 . Ошибки в абсолютной калибровке сокращаются практически полностью в этом отношении из-за близости наклонов спектров π^0 и γ . В значительной степени сокращаются и ошибки, связанные с нелинейностью. Неопределенности в вычислении аксептанса частично сокращаются при $p_T > 3$ ГэВ/с. Наконец, неопределенности, связанные с вероятностью конверсии фотонов, уменьшаются в 2 раза по сравнению со спектром π^0 .

Таблица 8: Обзор систематических неопределенностей в двойном отношении R_γ и спектре прямых фотонов.

Центральность	0–20%		20–40%		40–80%	
p_T (ГэВ/с)	2	10	2	10	2	10
Спектр γ_{incl}						
Эффективность (В)	3.0	3.0	0.7	0.7	2.5	2.5
Загрязнение (В)	2.0	2.0	1.3	1.3	2.9	0.5
Конверсия (С)	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7
Аксептанс (С)	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
*Абсолютная нормировка (В)	9.6	9.0	6.1	5.9	5.8	6.3
*Нелинейность (В)	2.2	0.1	2.1	0.1	2.0	0.1
Спектр π^0						
Сырой спектр (А)	2.7	4.0	3.1	5.2	1.8	2.9
Эффективность (В)	1.8	1.8	2.7	2.2	2.5	2.5
Аксептанс (С)	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Паразитные столкновения (С)	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Распады резонансов (В)	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
$\gamma_{\text{decay}}/\pi^0$						
Спектр π^0 (В)	1.3	4.3	1.8	1.8	1.8	1.8
Вклад η (В)	2.2	1.7	2.2	1.6	2.1	1.6
Всего R_γ	6.8	7.9	5.9	6.5	6.1	6.0
Всего γ_{incl}	12.4	12.7	9.7	10.0	9.8	9.6

3.1.13 Спектр прямых фотонов

Измерив спектр инклюзивных фотонов и спектр распадных фотонов, можно получить спектр прямых фотонов, вычтя один из другого. Однако технически удобнее составить отношение спектров инклюзивных фотонов к измеренному спектру пионов $((\gamma/\pi^0)_{measured})$ и отношение спектра распадных фотонов к спектру моделированных пионов $(\gamma/\pi^0)_{decay}$. Из этих одиночных отношений можно составить двойное отношение

$$R_\gamma = \left(\frac{\gamma}{\pi^0} \right)_{Measured} / \left(\frac{\gamma}{\pi^0} \right)_{Decay} \quad (88)$$

И уже из R_γ получить спектр прямых фотонов как

$$\frac{dN^{\gamma dir}}{dy p_T dp_T d\phi} = \frac{dN^{\gamma incl}}{dy p_T dp_T d\phi} \frac{R_\gamma - 1}{R_\gamma}. \quad (89)$$

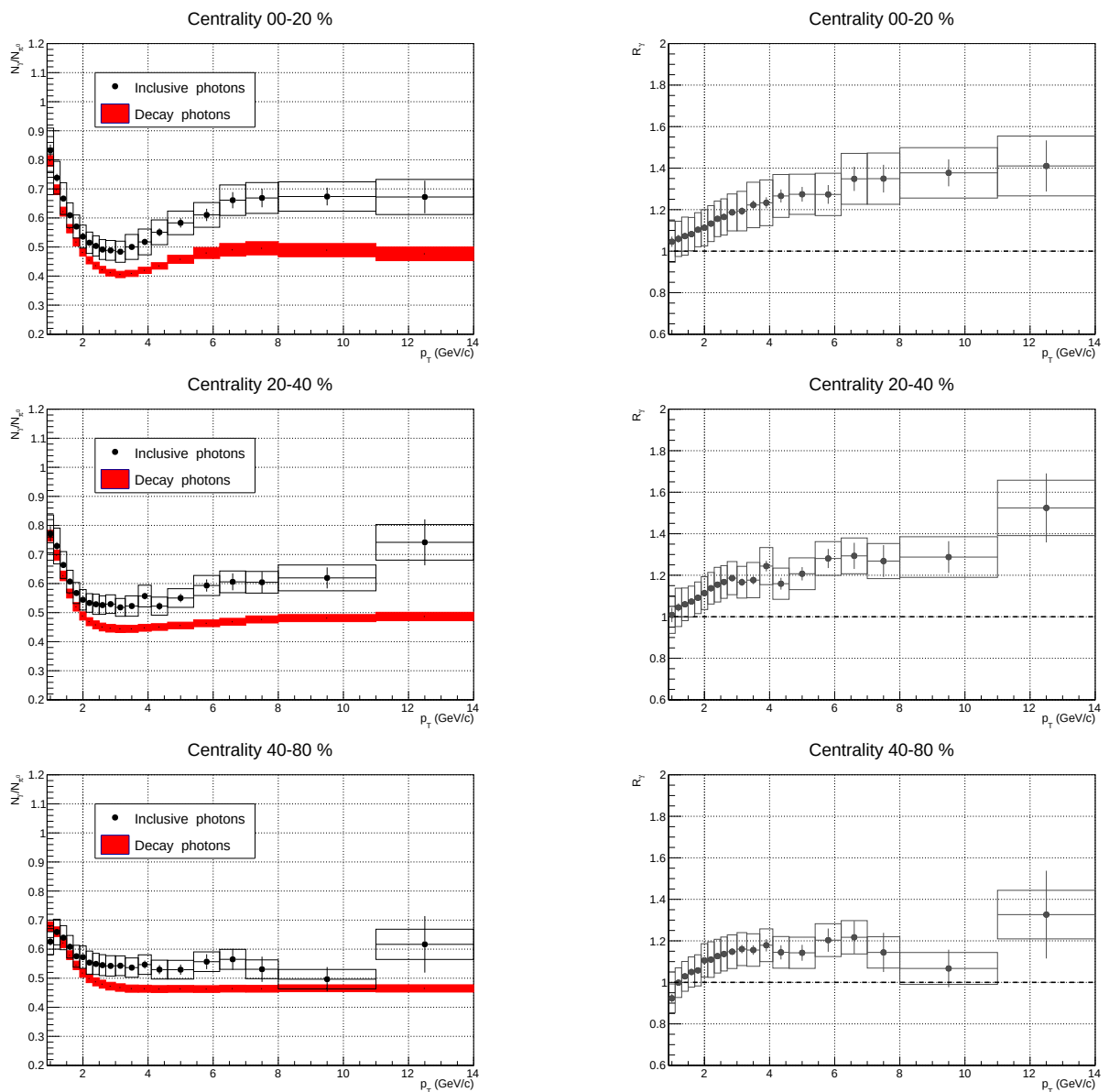


Рис. 162: Слева: отношения γ/π^0 для различных центральностей. Справа: двойные отношения для тех же центральностей.

Одно из преимуществ такого подхода состоит в том, что так несколько легче вычислять все необходимые нормировки. А главное достоинство его состоит в том, что в двойном отношении самые большие систематические неопределенности сокращаются. Так, в нем сокращаются неопределенности, связанные с абсолютной калибровкой, нелинейностью, и частично – вероятностью конверсии и эффективностью. Одиночные и двойные отношения для различных классов центральности показаны на рис. 162. Форма отношения (γ/π^0) зависит от формы спектра нейтральных пионов, поэтому они несколько отличаются в различных классах центральности. Превышение двойного отношения R_γ над единицей означает наличие прямых фотонов в спектре инклюзивных фотонов. Мы обнаружили такое превышение во всех центральностях при больших поперечных импульсах. Конечный спектр прямых фотонов представлен в следующем разделе, где он сравнивается с результатами, полученными методом внешней конверсии, и вычисляются усредненное двойное отношение и спектр прямых фотонов.

3.2 Метод внешней конверсии (эксперимент ALICE)

Параллельно с измерением спектра прямых фотонов в PHOS, спектр прямых фотонов анализировался методом внешней конверсии группой Гейдельбергского университета. В этом параграфе кратко описаны их результаты и метод усреднения нашего и их результата.

Метод внешней конверсии использует конверсию фотонов на материале детектора и восстанавливает фотоны по e^+e^- паре. У этого метода есть ряд достоинств и недостатков. Реконструкция треков в трековой системе позволяет получить отличное энергетическое разрешение при малых энергиях. Его зависимость от энергии противоположна таковой у калориметров: в трековой системе относительное импульсное разрешение ухудшается с ростом энергии, оставаясь менее 2% при $p_T < 4$ ГэВ/с, так что для фотонов с энергией $E \sim 5$ ГэВ разрешения трековой системы и PHOS сравниваются. Использование конверсии позволяет получить спектр фотонов без примеси адронов, но, с другой стороны, в методе конверсии есть свои специфические загрязнения: комбинаторный фон от случайных пар e^+e^- , неправильной идентификации пионов как электронов и т. д. Малая вероятность конверсии компенсируется большим аксептансом трековой системы. Однако в случае распадов легких резонансов с большими p_T из-за малого угла открытия большой аксептанс уже не играет заметной роли. Наконец, в методе внешней конверсии достаточно трудно организовать триггер на жесткие фотоны.

В методе внешней конверсии фотоны реконструировались с помощью специального алгоритма, который находил смещенные относительно точки взаимодействия вершины, имеющие два разнозаряженных дочерних трека. Дочерние треки должны иметь кластеры в ТРС. Рассматривались только треки с импульсом больше 50 МэВ/с и отношением реконструированных кластеров в ТРС к потенциально возможному числу кластеров (зависящему от длины трека, его положения и импульса) не меньше 0.6. Для идентификации электронов и позитронов использовалось условие на удельные потери энергии в ТРС [437]: они должны быть в полосе $[-3\sigma, 5\sigma]$ вокруг средней потери энергии электроном dE/dx , а также лежать на 3σ выше средней потери энергии пионом dE/dx (последнее условие накладывается только на треки с $p_T > 0.4$ ГэВ/с). Треки, имеющие сигнал в детекторе TOF, принимались, только если они удовлетворяли электронной гипотезе в полосе $\pm 5\sigma$. Алгоритм нахождения вторичной вершины использует Калмановский фильтр для восстановления вершины распада или конверсии и определения 4-импульса родителя [438]. Такие родители (V^0) могут получаться из конверсии фотонов γ , а также от распадов странных частиц (K_s^0 , Λ или $\bar{\Lambda}$). Дальнейший отбор проводился на уровне реконструированных V^0 . Отбирались V^0 с вершиной не ближе 5 см от точки взаимодействия для отбрасывания Далиц-распадов π^0 и η . Компонента $q_T = p_e \sin \theta_{V^0, e}$ [439] поперечного импульса электрона p_e по отношению к импульсу родительского V^0 была ограничена $q_T < 0.05$ ГэВ/с. Основываясь на массе e^+e^- пары и направлении импульса родительского V^0 , алгоритм поиска вторичных вершин вычислял переменную $\chi^2(\gamma)$, чье значение отражает уровень согласия гипотезы, что V^0 – это фотон, пришедший из точки взаимодействия. Условие на значение $\chi^2(\gamma)$ позволяет еще уменьшить загрязнение фотонного спектра. Вклад случайных пар уменьшается условием на угол открытия e^+e^- пары в точке конверсии.

Сырой спектр фотонов затем корректировался с помощью эффективности, аксептанса и загрязнения. Отклик детектора моделировался с помощью генератора событий HIJING [440] и транспортной программы GEANT 3.21 [428]. Полученная эффективность в основном определяется вероятностью конверсии фотонов на материале детектора. Полное количество материала в пучковой трубе, ITS и ТРС до радиуса $r < 1.8$ м составляет $(11.4 \pm 0.5)\%$ радиационной длины X_0 , что соответствует вероятности конверсии фотонов $\sim 8.5\%$ для $p_T \gtrsim 2$ ГэВ/с [438, 437]. Эффективность реконструкции конвертировавшего фотона составляет 50–65% в интересующем нас диапазон p_T для всех центральных столкновений. Чистота фотонного спектра для $p_T < 3$ ГэВ/с, полученная в моделировании, составляет 98–99% в периферических и 91–97% в самых центральных столкновениях. Вторичные фотоны, в основном от

распадов $K_s^0 \rightarrow 2\pi^0 \rightarrow 4\gamma$, не отброшенные условием $\chi^2(\gamma)$, вычитались статистически, на основании измеренного спектра K_s^0 [441]. Поправка менее 2% для фотонов от паразитных столкновений применялась для периферических столкновений 40–80% для $p_T < 2$ ГэВ/с. При больших p_T и более центральных столкновений эта поправка пренебрежимо мала.

Основные источники систематических неопределенностей в спектре инклюзивных фотонов и двойного отношения R_γ в методе внешней конверсии перечислены в таблице 9. Два наибольших источника связаны с оценкой количества материала в детекторе и с вычислением эффективности спектра инклюзивных фотонов и π^0 . Количество материала вычислялось с помощью сравнения числа конвертировавшихся фотонов в зависимости от радиуса в данных и моделировании. Неопределенности в эффективности оценивались вариацией критериев отбора, проводимых одновременно в данных и моделировании. Неопределенности, связанные с неправильно реконструированными электронными парами от Далицовских распадов как конверсионными парами, оценивались вариацией условия на минимальный радиус рождения пары с $R_{\min} = 5$ см до $R_{\min} = 10$ см. Оценка неопределенности в идентификации электронов оценивалась вариацией параметров отбора по удельной потере энергии dE/dx .

Сравнение инклюзивных спектров фотонов, измеренных PHOS и методом внешней конверсии, нормированных на усредненный спектр, показано на рис. 163. Сумма статистических и некоррелированных систематических (типа А) неопределенностей показаны линиями, а p_T -скоррелированные (типа В) – прямоугольниками. Общие неопределенности в общем множителе (тип С) показаны прямоугольниками около единицы. Как видно, в неопределенностях доминируют p_T -скоррелированные ошибки.

Степень согласия между индивидуальными измерениями спектра инклюзивных фотонов и двойного отношения R_γ , показанного на рис. 164, оценивалась, учитывая p_T -коррелированность ошибок, а также зависимость от центральности. Для этого были построены псевдоданные отношения PHOS и метода внешней конверсии для всех трех классов центральности.

Таблица 9: Обзор систематических неопределенностей в случае метода внешней конверсии. Неопределенности классифицированы по степени коррелированности: некоррелированные от точки к точке (А), коррелированные, с величиной, зависящей от p_T (В) и постоянная, не зависящая от p_T величина (С). Все неопределенности указаны в процентах.

Центральность	0–20%		20–40%		40–80%	
p_T (ГэВ/с)	1.2	5.0	1.2	5.0	1.2	5.0
γ_{incl} спектр						
Качество трека (А)	0.6	0.6	0.2	0.2	0.2	0.7
Идентификация электронов (А,В)	1.5	6.9	0.9	4.8	0.7	4.0
Отбор фотонов (А,В)	4.0	1.8	2.4	2.1	1.5	1.3
Материал (С)	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5
$\gamma_{\text{incl}}/\pi^0$						
Качество трека (А)	0.7	1.7	0.8	0.4	0.6	1.3
Идентификация электронов (А,В)	1.2	4.8	0.9	3.8	0.9	4.0
Отбор фотонов (А,В)	3.2	3.2	3.0	1.5	2.5	2.4
Выход π^0 (А)	1.6	2.9	1.7	2.7	0.5	3.0
Материал (С)	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5
$\gamma_{\text{decay}}/\pi^0$						
Спектр π^0 (В)	0.5	1.2	0.8	1.8	0.5	3.2
Выход η (С)	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4
Форма спектра η (В)	1.6	0.5	1.2	0.2	1.0	0.2
Полная R_γ	6.2	8.1	5.7	7.0	5.7	8.3
Полная γ_{incl}	6.2	8.5	5.2	6.9	4.8	6.2

Нулевая гипотеза предполагала отношение, равное единице для всех точек, т.е. совпадение измерений. Неопределенности типа В и С приводят к сдвигу уровня отношения, вокруг которого точки распределены в соответствии с Гауссовым распределением с шириной, задаваемой статистическими ошибками, а также систематическими типа А. Статистика t была определена как сумма квадратов расстояний от данных до кривой нулевой гипотезы, нормированных в единицах суммы квадратов статистической ошибки и систематической типа А. Р-значение было получено как доля псевдоэкспериментов, дающих значения t , больших чем в реальном эксперименте [442]. Значимость, выраженная в единицах стандартного отклонения в одномерном нормальном распределении, была оценена на основании двухстороннего распределения. Мы получили, что спектры инклюзивных фотонов, измеренные PHOS и методом внешней конверсии, согласуются с точностью 1.2σ , а двойные отношения согласуются с точностью 0.4σ .

Мы усреднили инклюзивные спектры фотонов и двойные отношения, полученные PHOS и методом внешней конверсии, рассматривая их как независимые измерения, и вводя веса,

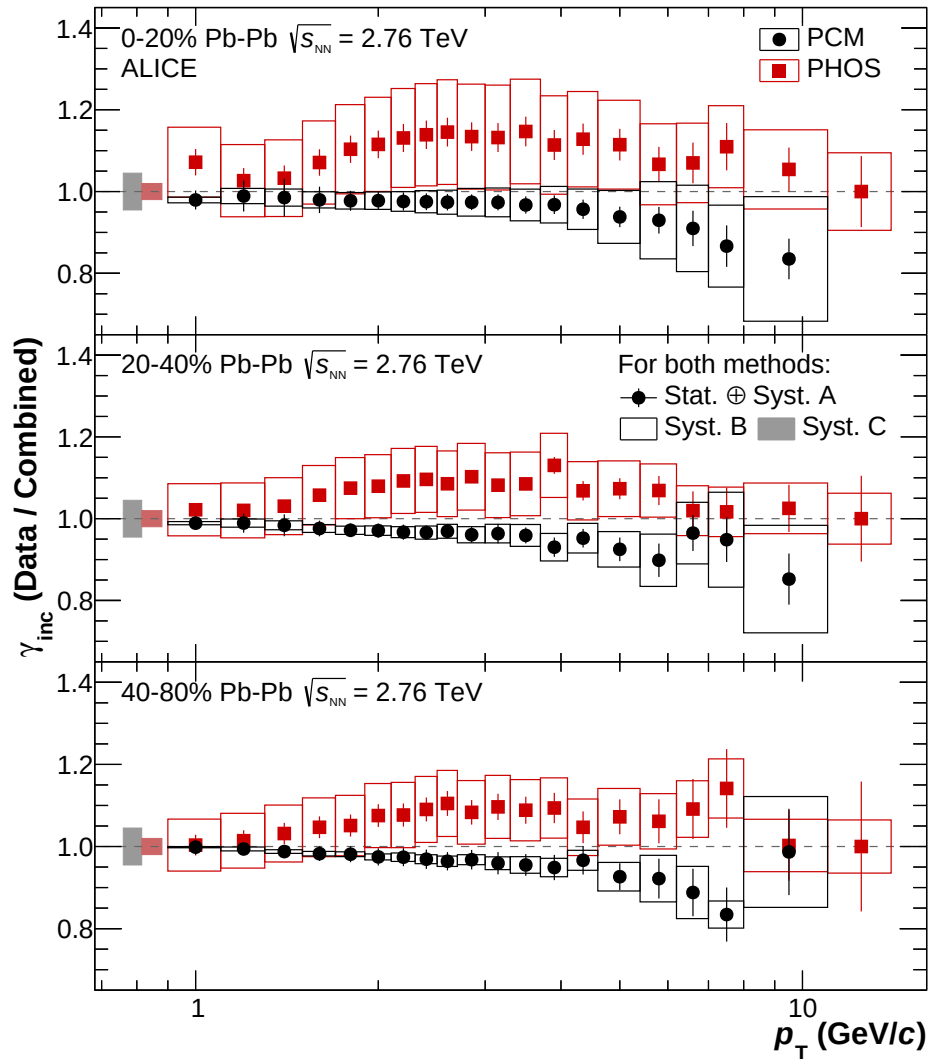


Рис. 163: Сравнение инклюзивных спектров фотонов, измеренных PHOS и методом внешней конверсии в столкновениях Pb-Pb в классах центральности 0–20%, 20–40%, и 40–80%. Индивидуальные спектры разделены на суммарный. Показанные ошибки отражают p_T -нескоррелированные (линии) и p_T -скоррелированные (прямоугольники) неопределенности индивидуальных измерений. Прямоугольники у единицы соответствуют неопределенностям типа С.

обратно пропорциональные полным ошибкам. Неопределенности, общие для обоих анализов, (эффективность триггера, определения центральности и т. д.) пренебрежимо малы по сравнению с независимыми ошибками в каждом из анализов. Для каждого класса центральности мы усредняли двойные отношения R_γ (см. рис. 165) и инклюзивные спектры фотонов и по формуле (89) получали спектры прямых фотонов (см. рис. 166).

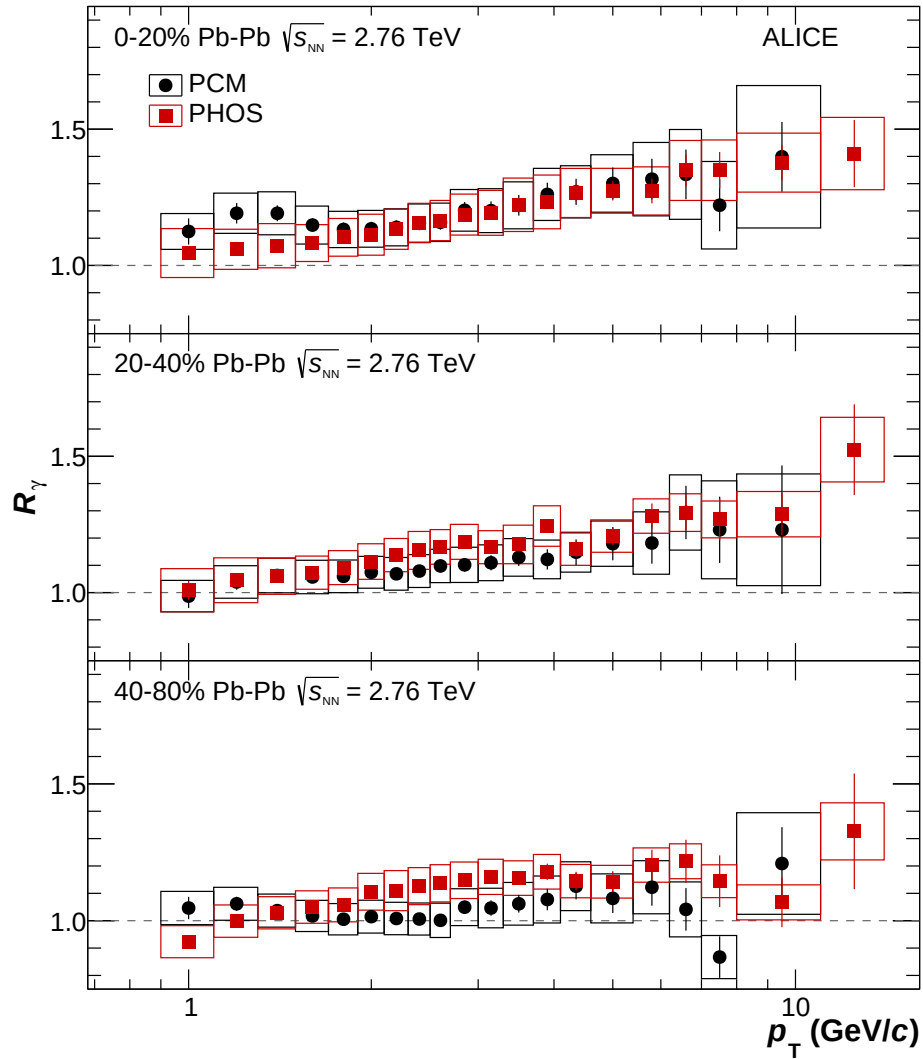


Рис. 164: Сравнение двойных отношений R_γ , измеренных независимо методом внешней конверсии и PHOS в классах центральности 0–20%, 20–40%, и 40–80% в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ. Сумма статистических и нескоррелированных систематических (типа А) неопределенностей показаны линиями, а p_T -скоррелированные (типа В и С) – прямоугольниками. Показанные неопределенности учитывают сокращение систематических неопределенностей (абсолютная калибровка, количество материала, ...) в двойном отношении R_γ .

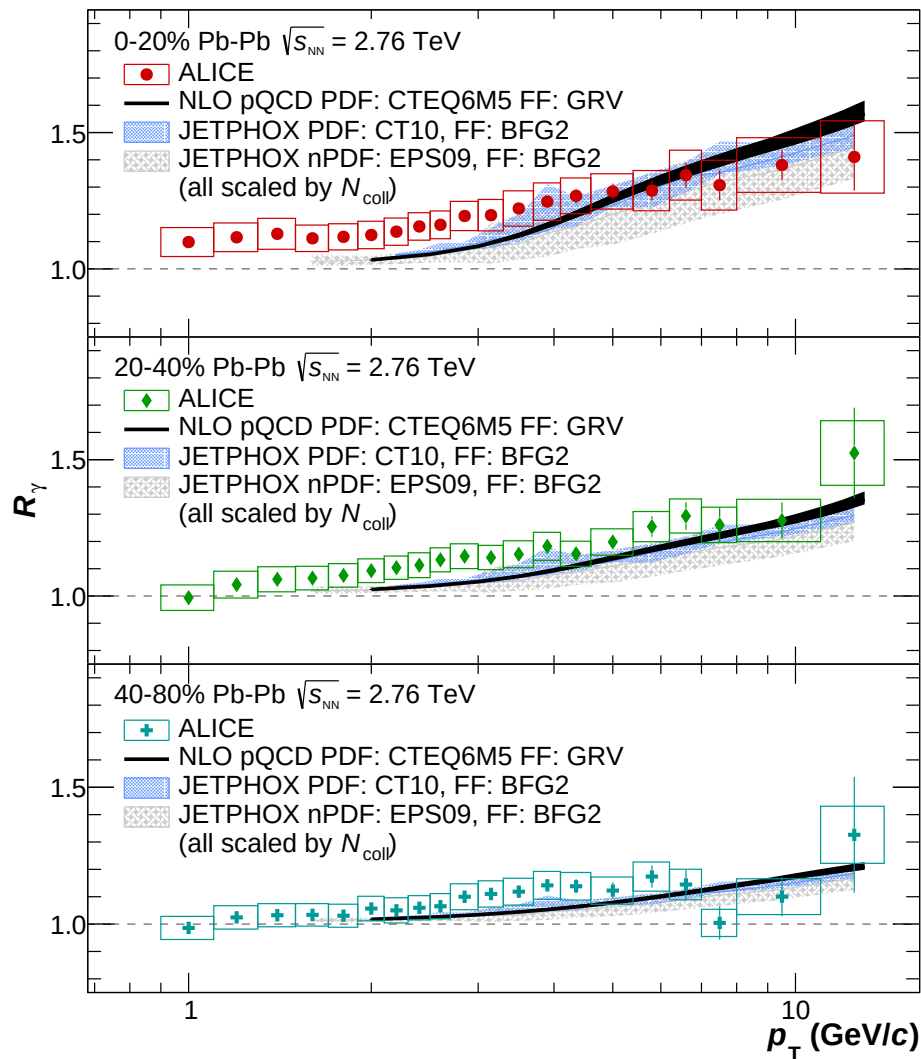


Рис. 165: Усредненное по данным PHOS и метода внешней конверсии значение двойного отношения R_γ классах центральности 0–20%, 20–40% и 40–80% в сравнении с предсказаниями КХД для pp столкновения, масштабированного в соответствии с числом бинарных столкновений в данном классе центральности. Синяя кривая – вычисления работы [191, 443], использующей GRV функцию фрагментации фотона [376]. Вычисления в пакете JETPHOX [444] были выполнены с двумя вариантами PDF: CT10 [445] и EPS09 [291], и фрагментационной функцией фотона BFG II [271].

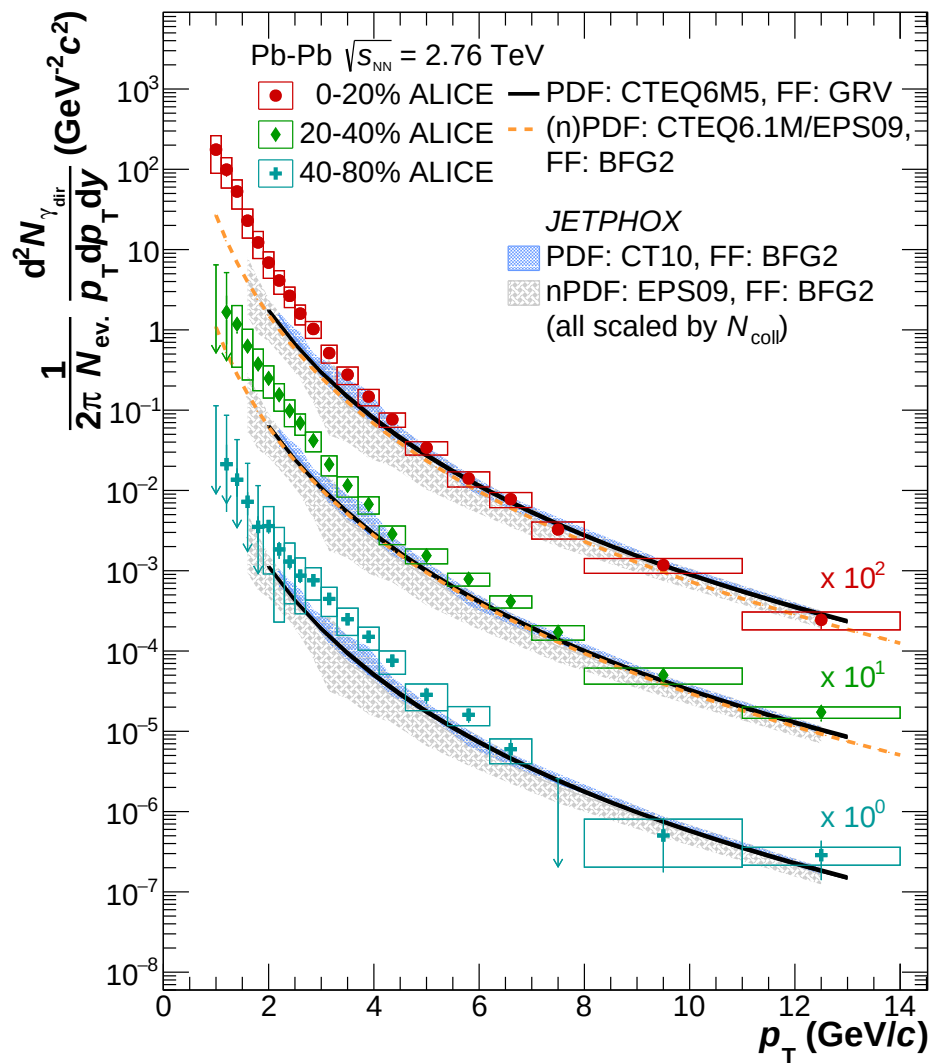


Рис. 166: Спектры прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ при центральных 0-20% (умножено на 100), 20-40% (умножено на 10) и 40-80%. Для сравнения показаны предсказания КХД спектра быстрых прямых фотонов, полученные масштабированием спектров в pp столкновениях при той же энергии в соответствии с числом бинарных столкновений.

3.3 Метод внутренней конверсии (эксперимент PHENIX)

Основная проблема рассмотренного выше статистического метода вычисления спектров прямых фотонов – вычитание двух близких чисел, инклюзивного спектра фотонов и распадных фотонов. В методе внутренней конверсии этого удастся избежать с помощью введения еще одной переменной – массы виртуального фотона. В результате удастся выбрать область масс, где вклад от распада π^0 мал, и затем экстраполировать результат к нулевой массе виртуального фотона.

Идея измерения спектра прямых фотонов методом внутренней конверсии заключается в разложении распределения по массе диэлектронных пар e^+e^- на вклады Далиц-распадов адронов и прямых (виртуальных) фотонов. Формула Крола-Вады [407] задает форму распределения по массе диэлектронных пар и даже связывает их выход с выходом реальных фотонов, излученных тем же источником:

$$\frac{1}{N_\gamma} \frac{dN}{dM_{ee}} = \frac{2\alpha}{3\pi} \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{M_{ee}^2}} \left(1 + \frac{2m_e^2}{M_{ee}^2}\right) \frac{1}{M_{ee}} \left(1 - \frac{M_{ee}^2}{M^2}\right)^3 |F(M_{ee}^2)|^2, \quad (90)$$

где N_γ – число реальных фотонов, излученных источником, M_{ee} – инвариантная масса e^+e^- пары, m_e – масса электрона, M – полная масса ($\sqrt{s}$) распадающейся или излучающей системы, $F(M_{ee}^2)$ – формфактор. Таким образом, выбирая подходящую область инвариантных масс диэлектронных пар, можно значительно уменьшить или даже полностью убрать вклад от распадов какого-либо адрона. Например, рассматривая диапазон масс $M_{ee} \gtrsim 110$ МэВ мы избавляемся от вклада распадов π^0 , что увеличивает отношение сигнал/фон примерно в десять раз. Однако этот метод имеет свои недостатки. Во-первых, экстраполяция спектра диэлектронных пар к реальным фотонам требует предположения о значении массе ($\sqrt{s}$) излучающей системы. Во-вторых, необходим тщательный анализ и разделение внутренней и внешней конверсии. Наконец, этот метод очень чувствителен к вычислению, нормировке и вычитанию комбинаторного и скоррелированного фона в спектре инвариантных масс дилептонов. Последняя причина делает использование этого метода в АА столкновениях очень затруднительным.

Мы иллюстрируем применение этого метода на примере анализа выхода прямых фотонов в d-Au столкновениях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ, выполненного в рамках коллаборации PHENIX [245].

3.3.1 Установка эксперимента PHENIX

Эксперимент PHENIX (аббревиатура от "The Pioneering High Energy Nuclear Interaction eXperiment"), расположенный в Брукхейвенской лаборатории, США, использует пучки коллайдера RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider). Этот коллайдер способен разгонять пучки ионов вплоть до ионов ^{237}U с энергией до 100 ГэВ на нуклон.

Эксперимент PHENIX ориентирован на измерение самых разнообразных наблюдаемых и изучение всевозможных характеристик столкновения тяжелых ионов. Поэтому эксперимент PHENIX способен регистрировать как электромагнитные сигналы – фотоны и электроны –, так и заряженные адроны и мюоны в большом диапазоне быстрот. Детектор PHENIX включает в себя четыре спектрометра или плеча и три глобальных детектора. Основные подсистемы детектора показаны на рис. 167. Подробное описание подсистем приведено ниже. Центры восточного и западного центральных плечей расположены при нулевой быстрой. Эти плечи сконструированы так, чтобы регистрировать фотоны, электроны и заряженные адроны. Северное и южное плечо покрывают полный диапазон азимутальных углов и предназначены для регистрации мюонов. Глобальные детекторы измеряют время начала, положение вершины и множественность столкновения.

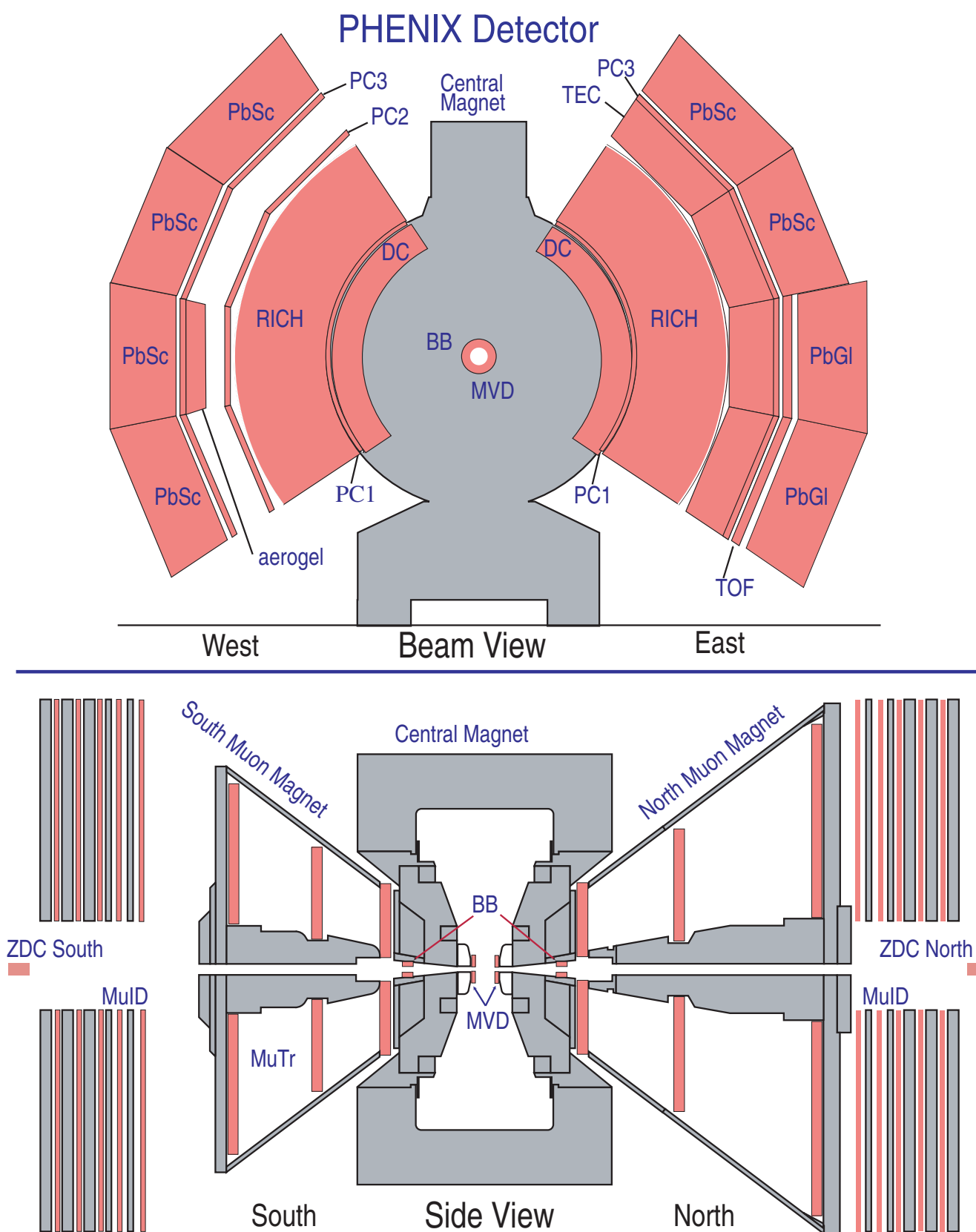


Рис. 167: Схема эксперимента PHENIX.

Для общей характеристики столкновения тяжелых ионов в эксперименте PHENIX используются следующие глобальные детекторы: калориметр нулевого угла (Zero-Degree Calorimeters – ZDC) [446], пучковый счетчик (Beam-Beam Counters – BBC) [447] и детектор вершины и множественности (Multiplicity-Vertex Detector – MVD) [447]. Пара калориметров нулевого угла (ZDC) регистрирует нейтроны от касательного столкновения и формирует триггер для самых периферических столкновений. Данные ZDC используются при анализе всеми детекторами. Пара пучковых счетчиков (BBC) производит измерение времени пролета частиц, летящих вперед, для определения времени столкновения, выработки триггера более центральных столкновений, а также для определения положения вершины взаимодействия вдоль оси столкновения. Детектор MVD используется для более точного определения положения события и измерения его множественности, а также для измерения флуктуаций распределения числа заряженных частиц.

Магнитное поле для центрального спектрометра создается центральным магнитом [448]. Это поле направлено вдоль оси столкновения и максимально в области внутри дрейфовой камеры (DC), а затем быстро спадает с удалением от вершины.

Центральные плечи состоят из трековой системы для заряженных частиц и электромагнитного калориметра. Электромагнитный калориметр [449], находящийся дальше всех от оси столкновения, регистрирует как фотоны, так и энергетичные электроны. Свинцовый сцинтиллятор (PbSc) имеет лучшее временное разрешение, в то время как калориметр на основе свинцового стекла (PbGl) имеет лучшее энергетическое и пространственное разрешение. Трековая система использует три набора падовых камер (Pad Chambers – PC) [450], использующихся для получения точного 3-мерного положения сегментов трека, необходимых для восстановления треков заряженных частиц. Точный проективный трекинг в дрейфовой камере (Drift Chambers – DC) [450] служит основой для отличного импульсного разрешения.

Камера ТЕС (Time Expansion Chamber) [450], находящаяся в восточном плече, улучшает трекинг и идентификацию частиц. Времяпролетная камера (Time-of-Flight – TOF) и черенковский детектор (Ring-Imaging CHerenkov – RICH) также улучшают идентификацию частиц [451]. Временное разрешение детектора TOF в 85 пс позволяет отделить пионы и каоны вплоть до $p_T \sim 2.5$ ГэВ/с и идентифицировать протоны вплоть до импульсов 5 ГэВ/с. Детектор RICH позволяет выделить электронные треки среди множества пионных. Комбинируя информацию от RICH и электромагнитного калориметра, можно получить сигнал электронов с чистотой 10^{-4} вплоть до поперечных импульсов $p_T \lesssim 4.7$ ГэВ/с.

Два передних мюонных спектрометра [452] позволяют регистрировать J/ψ , распадающиеся в димюоны при быстротах $-2.25 \leq y \leq -1.15$ для южного плеча и $1.15 \leq y \leq 2.44$ для северного плеча. Каждый из спектрометров включает в себя мюонный трекер в радиальном магнитном поле, после которого установлен мюонный идентификатор, оба с полным покрытием по азимутальному углу. Мюонный трекер состоит из трех станций дрейфовых камер, дающих точный трекинг. Мюонный идентификатор состоит из перемежающихся слоев стального абсорбера и трековых слоев с низким разрешением. С такой комбинацией пионное загрязнение идентифицированных мюонов составляет около $3 \cdot 10^{-3}$.

3.3.2 Отбор электронных треков

Анализ, представленный далее, основан на данных по столкновениям d-Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ, полученных экспериментом PHENIX в сеансе 2003 года. Всего было получено около $3 \cdot 10^9$ событий. Для анализа использовались события с триггером минимального взаимодействия, но основная часть событий была набрана с электронным триггером, выдаваемым RICH и калориметром. Для получения равномерного аксептанса отбирались события с продольной координатой вершины не далее ± 25 см от номинальной вершины.

Для идентификации электронных треков использовались следующие критерии: трек дол-

жен пересечь все слои дрейфовой камеры и иметь поперечный импульс в диапазоне $0.15 < p_T < 20$ ГэВ/с. Минимальное значение определяется радиусом кривизны, позволяющем достичь идентифицирующих детекторов. Условие на максимальный импульс позволяет отбросить артефакты дрейфовой камеры. Для идентификации электронов использовался Черенковский детектор и электромагнитные калориметры. Кольцо в Черенковском детекторе должно иметь не менее 3 сигналов $n_0 \geq 3$, иметь разумную форму $\chi^2/n_0 < 10$ и направление на центр кольца не должно значительно отличаться от направления трека после выхода и дрейфовой камеры $\text{RICH}_{\text{displ}} < 5$. Дальнейшее улучшение идентификации электронов производилось с помощью электромагнитного калориметра. Координата кластера должна соответствовать экстраполяции трека до поверхности калориметра ($dR_{\text{EMCAL}} < 3\sigma$), а отношение $E/p > 0.4$ позволяет отбросить пионные треки.

В небольшом проценте ($\lesssim 0.2\%$) событий рядом с одним из треков в DC возникает артефакт (“дух”), соответствующий второму близко идущему треку. Так как невозможно восстановить правильный трек, в случае двух близких треков: $|\phi_{\text{DC1}} - \phi_{\text{DC2}}| < 0.1$ и $|z_{\text{DC1}} - z_{\text{DC2}}| < 1$ событие отбрасывается целиком. Так же мы поступаем в примерно 0.07% случаев, когда кольца близких треков в Черенковском детекторе сливались в одно. Это происходит, если $\cos(\theta_{\text{PFOA}}) > 0.988$, где θ_{PFOA} – угол между треками после выхода из дрейфовой камеры (в этой области магнитное поле практически отсутствует). Так как в таком случае невозможно идентифицировать оба трека, а средняя множественность электронов в d-Au событиях меньше единицы, такие события также отбрасывались целиком.

Устройство дрейфовой камеры PHENIX не позволяет полноценно восстанавливать вершину конверсии диэлектронной пары и отделять внутреннюю от внешней конверсии. Поэтому для отделения внешней конверсии на материале детектора мы используем условие на ориентацию пары: в случае конверсии угол открытия пары мал, и при экстраполяции треков к вершине столкновения увеличится разница в азимутальных углах, но не в полярных. То есть, если пара имеет относительный импульс вдоль магнитного поля, это признак неконверсионного происхождения. Мы определяем угол ориентации пары ϕ_V как:

$$\begin{aligned} \vec{K} &= \vec{k}_1 + \vec{k}_2, & \vec{v} &= \vec{k}_1 \times \vec{k}_2, & \vec{w} &= \vec{K} \times \vec{v} \\ \vec{z} &= (0, 0, 1), & \vec{K}_z &= \vec{K} \times \vec{z}, & \phi_V &= \angle(\vec{w}, \vec{K}_z), \end{aligned}$$

где импульсы электрона и позитрона обозначены как k_1 и k_2 соответственно.

Для определения условия на угол ориентации пары, мы составляем распределения по этому углу между частицами в одном событии (Real) и разных (Mixed). Форма распределений сильно зависит от аксептанса, но эта зависимость исчезает в отношении. Как видно из рис. 168, отношение Real/Mixed плоское при больших значениях ϕ_V , но при малых углах виден рост. Лучше всего он виден в случае малых масс, где статистика достаточно хорошая. Мы параметризовали пик функцией Гаусса и получили зависимость ширины пика от массы пары, показанную на рис. 168, справа. Зависимость от импульса пары пренебрежимо мала. Мы использовали условие $\phi_V(m_{ee}) > 3\sigma_V(m_{ee})$ для исключения конверсионных пар. Для иллюстрации работы этого условия мы показываем сравнение распределения по массе пары с и без условия на ориентацию пары для двух значений p_T , см. рис. 169.

Если мы не применяли условие на ориентацию пары, мы обнаружили паразитные пики при $m_{ee} \sim 20$ МэВ (пучковая труба, $R = 5$ см), $m_{ee} \sim 70$ МэВ (внешний корпус MVD, $R = 30$ см), $m_{ee} \sim 150$ МэВ (конструкционные стойки, кабели, $R = 70$ см) и $m_{ee} \sim 300$ МэВ (внутренний корпус DC, $R = 200$ см). С условием на ориентацию пары пики стали значительно менее заметны. Однако в дальнейшем мы исключаем области $10 \leq m_{ee} \leq 20$ МэВ и $60 \leq m_{ee} \leq 100$ МэВ из рассмотрения.

3.3.3 Вычисление и нормировка комбинаторного фона

Наиболее сложная часть анализа в методе внутренней конверсии заключается в вычислении и вычитании комбинаторного и коррелированного фона. В нашем анализе из-за невысокой множественности эти сложности не слишком серьезные, но в ядро-ядерных столкновениях они становятся основной трудностью. В нашем анализе мы построили распределение по инвариантной массе пар диэлектронов с противоположными зарядами. Для оценки вклада комбинаторного фона мы использовали метод смешанных событий, в котором берутся пары электрон-позитрон из различных событий. Для нормировки комбинаторного фона использовались пары с одним и тем же зарядом.

Дополнительная сложность возникает из-за того, что мы использовали триггерные данные для построения Real и Mixed распределений. В некоторых случаях Mixed будет содержать невозможные события: события без частицы, зажегшей триггер. Есть две возможности улучшить ситуацию: из набора событий с триггером минимального взаимодействия составлять смешанные события в соответствии с распределением по множественности электронов, отбирая все частицы из разных событий и оставляя только те составленные Mixed события, в которых имеется по крайней мере одна частица, зажегшая триггер. К сожалению, число Minimum Bias событий очень ограничено. Альтернативно, можно брать частицы из Minimum Bias и триггерных событий, содержащих только одну частицу, зажегшую триггер. Эти два подхода дают приблизительно одинаковый результат.

На каждую e^+e^- пару в реальном событии мы составляем в точности $T = 500$ пар в смешанных событиях и затем нормируем смешанные события на множитель $1/T = 0.01$. Отношение Real/Mixed спектра масс дилептонов с одним зарядом, нормированное таким образом, показано на рис. 170. Это отношение близко к единице, но несколько отличается из-за влияния аксептанса и наличия корреляций в Real распределениях – связанных с двойной конверсией, двойными Далиц-распадами, струями и т. д., – хорошо видимыми в отношениях при массах, меньших $m_{ee} < 150$ МэВ. Для нормировки комбинаторного фона в распределении по массе разнозаряженных пар мы параметризуем отношения Real/Mixed одинаково заряженных пар в диапазоне $m_{ee} > 150$ МэВ константой, получая

$$A_{--} = 0.96 \pm 0.05$$

$$A_{++} = 1.06 \pm 0.05.$$

Используя эти значения, мы нормируем комбинаторный фон как

$$N_{+-} = 2\sqrt{A_{++}N_{++}A_{--}N_{--}}, \quad (91)$$

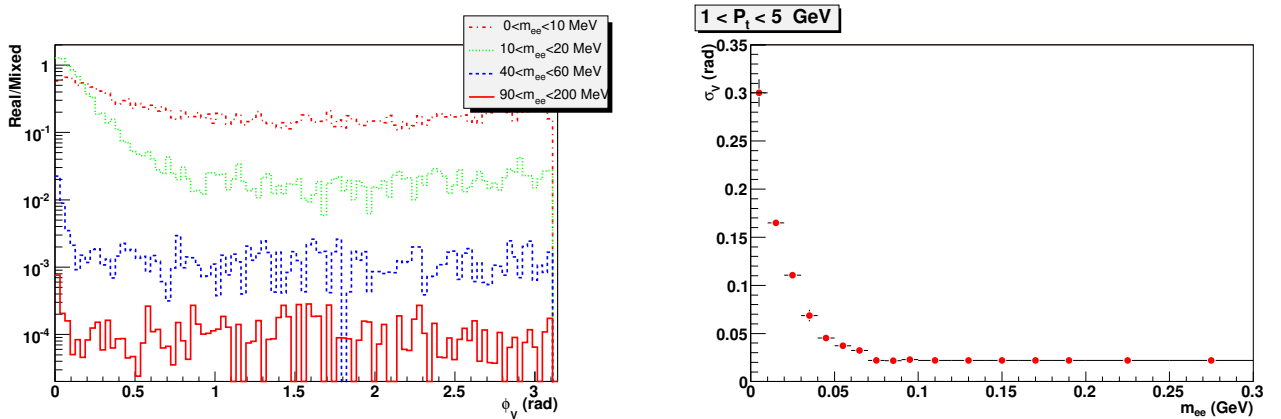


Рис. 168: Слева: отношение распределения по ориентации e^+e^- пары ϕ_V в том же (Real) и разных (Mixed) событиях для разных диапазонов масс пары m_{ee} . Пик при малых углах соответствует конверсии. Справа: Зависимость ширины пика от массы пары.

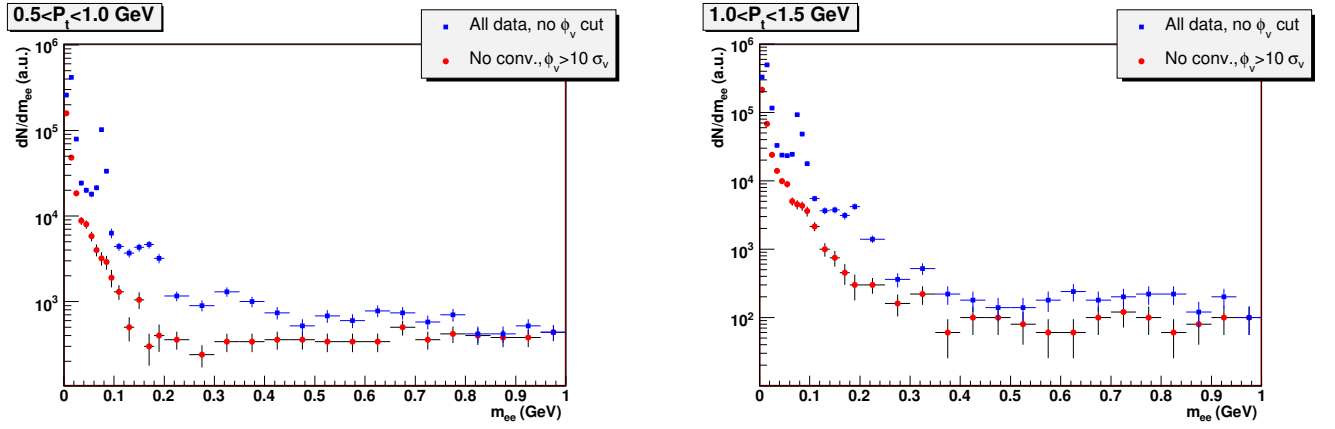


Рис. 169: Сравнение распределений по массе пар m_{ee} , полученных без и с условием на ориентацию пары, для двух диапазонов импульса пар.

где N_{++} и N_{--} – число пар с одним знаком заряда в том же наборе событий. Из-за ограниченной статистики невозможно обнаружить зависимость нормировки от p_T , так что мы используем одну нормировку для всего диапазона p_T .

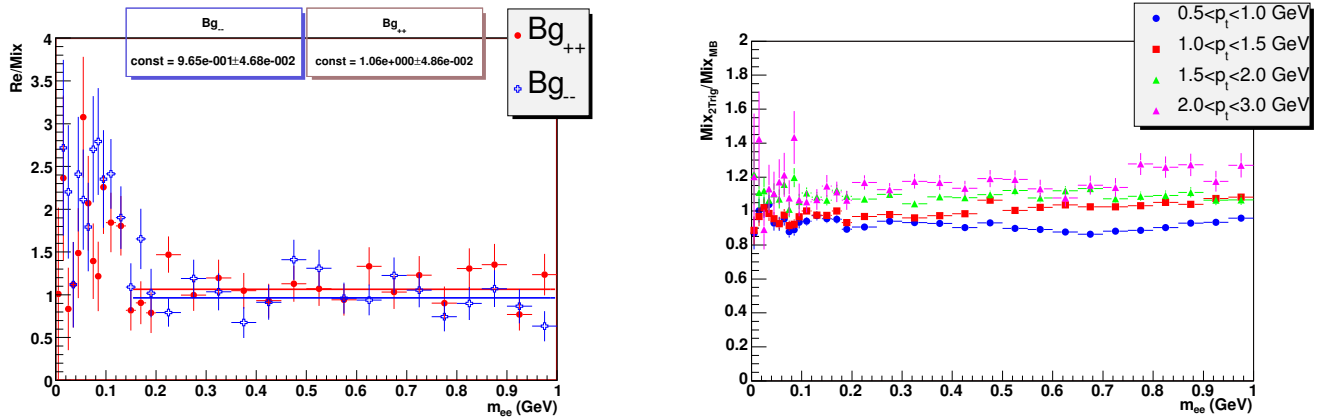


Рис. 170: Слева: нормировка комбинаторного фона по парам с одинаковым зарядом. Справа: сравнение нормированных оценок комбинаторного фона, полученных различными методами, смешиванием MB и ERT событий mix_{2Trig} и только MB событий mix_{MB} .

Мы сравниваем нормированный комбинаторный фон, вычисленный различными методами, на рис. 170. Отличие между вычислениями можно рассматривать как оценку соответствующей систематической неопределенности.

3.3.4 Монте-Карло моделирование распадов мезонов

Для оценки вкладов от распадов нейтральных мезонов $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$ и $\eta \rightarrow \gamma e^+ e^-$ и т. д., мы используем Монте-Карло моделирование. Мы смоделировали распады пионов и η -мезонов с помощью генератора PYTHIA 6.2. Однако из-за того, что в нем используется слишком упрощенный матричный элемент для Далиц-распадов с массивной третьей частицей, для распадов $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ мы используем специальный код EXODUS, разработанный в PHENIX.

В нашем моделировании мы использовали описание акцептанса для электронов и позитронов, полученное в анализе реальных данных. Для этого мы сначала вычислили распределения электронов и позитронов в реальных данных: $N_{el}(\theta^*, \phi, 1/p_T)$, где $\theta^* = \theta - 0.00416 \cdot z_{vert}$ – полярный угол, учитывающий положение вершины столкновения, а ϕ и p_T – азимутальный

угол и поперечный импульс соответственно. Примеры двумерных проекций этих распределений показаны на рис. 171. Мы определили активный аксептанс, несколько меньший, чем реально измеренный, и применили его как в реальных данных, так и в Монте-Карло моделировании.

Чтобы учесть разрешение детекторов, мы размывали импульс электронов и позитронов, предполагая импульсное разрешение детектора

$$\sigma_p = p\sqrt{0.003^2 \cdot p^2 + 0.009^2}.$$

Размывание по полярному или азимутальному углам оказалось пренебрежимо малым и не повлияло ни на один из параметров.

Для проверки адекватности нашего Монте-Карло моделирования мы сравниваем распределения по углу ориентации пары ϕ_V с таковыми в смешанных событиях, чтобы избежать вклада внешней конверсии, которая не моделируется в нашем подходе. Эти распределения очень чувствительны к правильности описания аксептанса и импульсному разрешению. В тех диапазонах инвариантных масс, где вклад внешней конверсии мал ($100 < m_{ee} < 400$ МэВ), наше Монте-Карло моделирование отлично воспроизвело распределение как в Real, так и Mixed распределениях. Для количественной оценки согласия между Монте-Карло моделированием и данными мы сравнили долю пар, проходящих условие на ориентацию пар, в данных и моделировании. Различие рассматривается как систематическая неопределенность, связанная с аксептансом и моделированием.

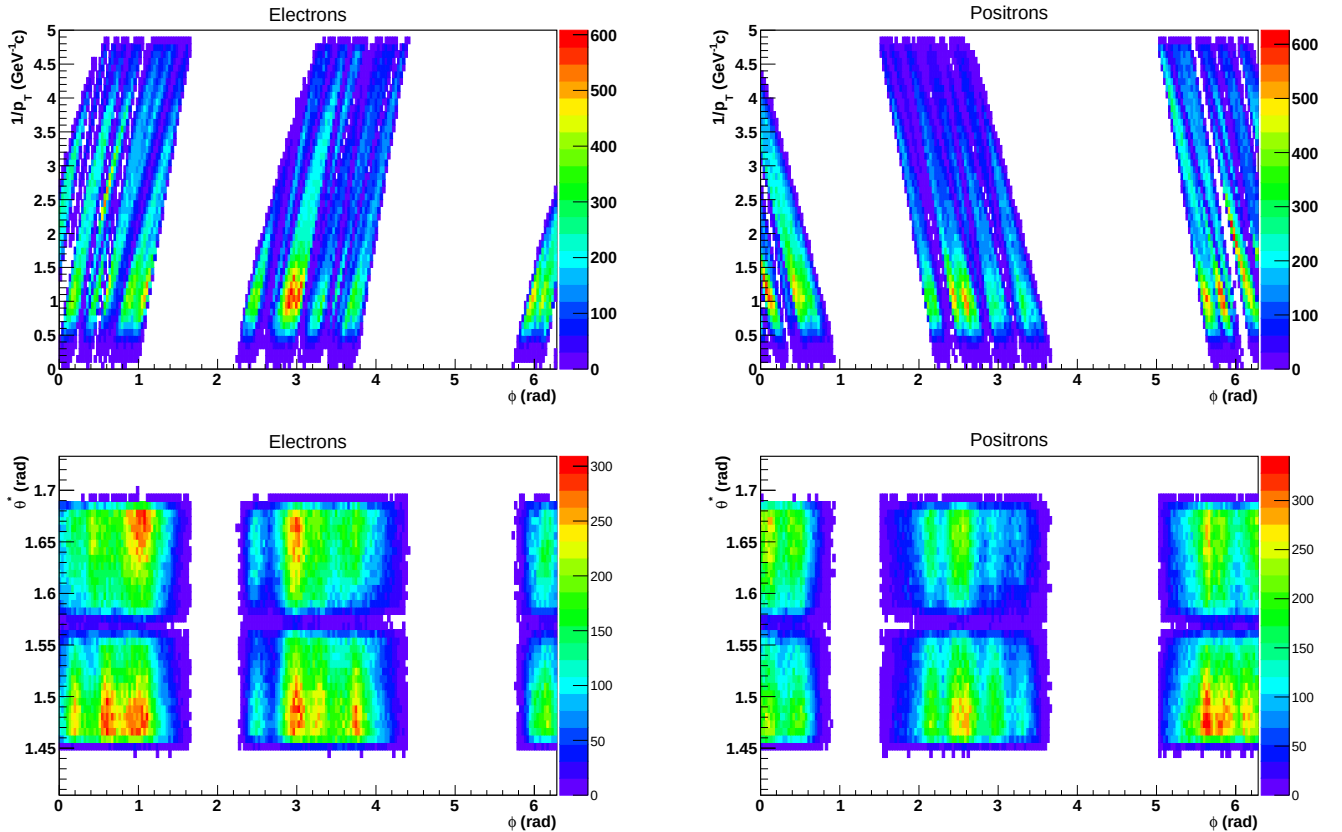


Рис. 171: Аксептанс установки PHENIX для электронов (слева) и позитронов (справа).

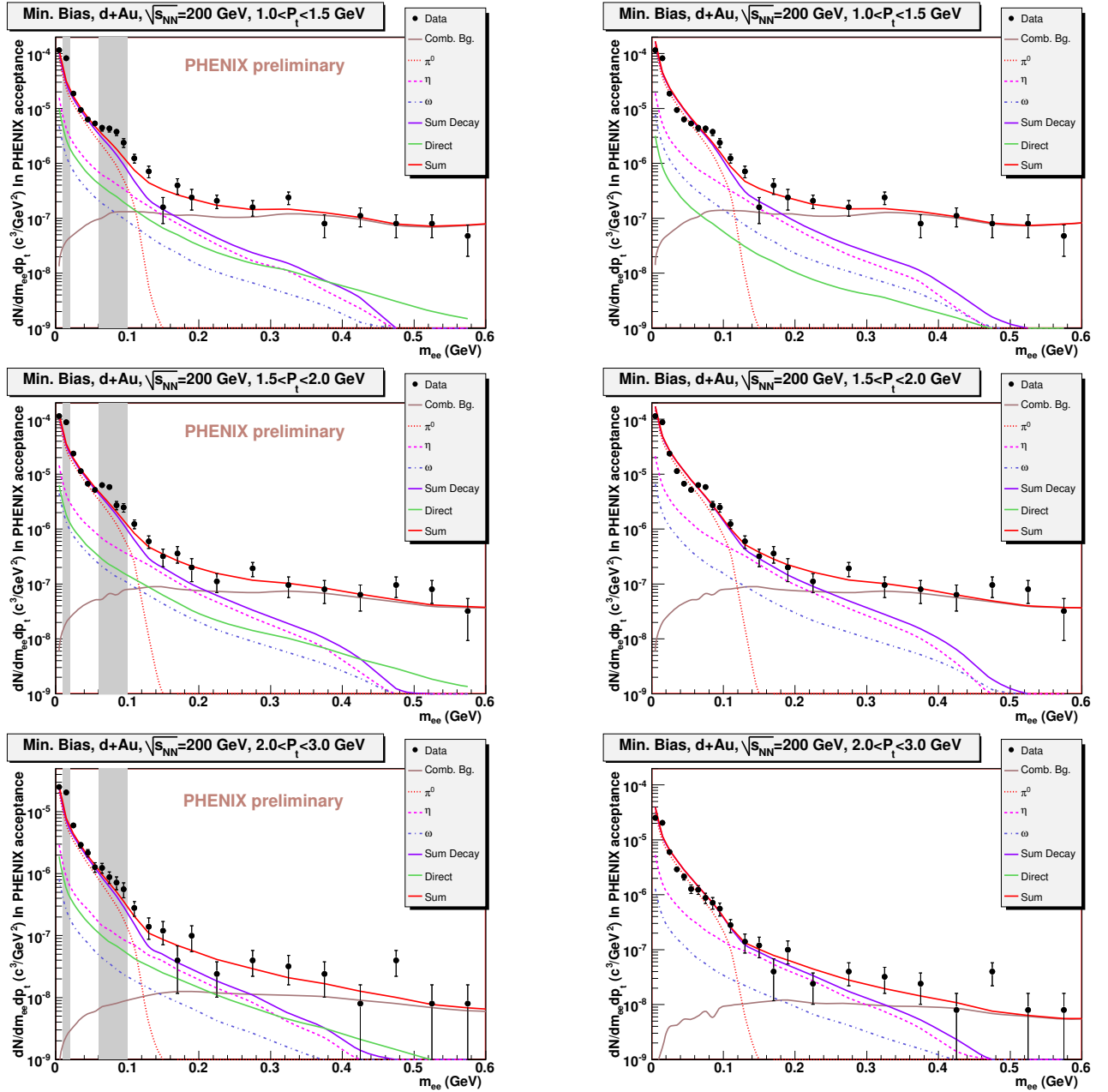


Рис. 172: Разложение измеренного спектра инвариантных масс пар диэлектронов на вклады распадов мезонов, виртуальных прямых фотонов и комбинаторный фон. Слева: параметризация в диапазоне 0-300 МэВ с исключением диапазонов, в которых доминирует вклад внешней конверсии (серый). Справа: параметризация без исключения загрязненных областей.

3.3.5 Оценка вклада прямых фотонов

Мы вычисляем долю (виртуальных) прямых фотонов в спектре инвариантных диэлектронных масс, раскладывая измеренный спектр dN/dm_{ee} на вклады:

$$\frac{dN}{dm_{ee}} = a \left(\frac{dN^\pi}{dm_{ee}} + \frac{dN^\eta}{dm_{ee}} + \frac{dN^\omega}{dm_{ee}} + b \frac{dN^{dir}}{dm_{ee}} \right) + \frac{dN^{BG}}{dm_{ee}}, \quad (92)$$

где dN^π , dN^η и dN^ω – числа e^+e^- пар с данной массой m_{ee} , происходящих от распадов π^0 , η и ω соответственно, N^{dir} – вклад виртуальных прямых фотонов, N^{BG} – комбинаторный фон, a и b – свободные параметры фитирования. Распределения dN^π , dN^η , dN^ω и N^{dir} вычисляются с помощью Монте-Карло моделирования, оценка вклада комбинаторного фона N^{BG}

получается из данных, как описывается выше. В соответствии с формулой (90) число пар с малыми массами ($m_{ee} \ll M$) может быть связано с числом реальных фотонов, независимо от источника. Мы воспользуемся этим для того, чтобы получить относительную нормировку выходов диэлектронных пар от распадов π^0 , η и ω мезонов, используя известные выходы этих мезонов [171, 453, 436] и нормируя распределения следующим образом:

$$\int_0^{30 \text{ MeV}} \frac{dN^{dir}}{dm_{ee}} dm_{ee} = \int_0^{30 \text{ MeV}} \left(\frac{dN^\pi}{dm_{ee}} + \frac{dN^\eta}{dm_{ee}} + \frac{dN^\omega}{dm_{ee}} \right) dm_{ee}. \quad (93)$$

В таком случае параметр b будет иметь смысл отношения выхода прямых фотонов к выходу распадных фотонов. Результаты параметризации измеренного спектра инвариантных масс пар дилептонов функцией (92) с нормировкой относительных выходов мезонов и прямых фотонов (93) показаны на рис. 172. Для сравнения мы приводим параметризации, исключаяющие области со значительным загрязнением от вклада внешней конверсии (слева) и включающие эти области в параметризацию (справа). Вклад загрязнения заметно изменяет результат параметризации. Для конечного результата мы исключили загрязненные области из фита.

Для сравнения с результатами анализа, основанного на статистическом вычитании [245], мы вычислили аналог двойного отношения

$$R_\gamma = \frac{N_\gamma^{all}}{N_\gamma^{dec}} = \frac{1}{1 - N_\gamma^{dir}/N_\gamma^{all}} = \frac{1}{1 - b}. \quad (94)$$

Результаты показаны на рис. 173. Мы получили отличное согласие между результатами двух различных методов: статистического вычитания, использующего реальные фотоны, и метода внутренней конверсии, использующего виртуальные фотоны. Систематические ошибки, полученные в рамках метода внутренней конверсии примерно в 1.5-2 раза меньше, чем в случае статистического вычитания. Спектры прямых фотонов, полученные различными методами: статистического вычитания, меченных фотонов, внутренней конверсии показаны на рис. 173, справа. Видно согласие между всеми тремя методами и согласие с теоретическими предсказаниями.

3.3.6 Оценка систематических неопределенностей

Систематическая неопределенность полученного отношения спектра прямых фотонов к распадным (двойного отношения) складывается (см. таблицу 10) из неопределенностей, связанных с описанием отклика детектора и аксептанса в Монте-Карло моделировании, оценкой

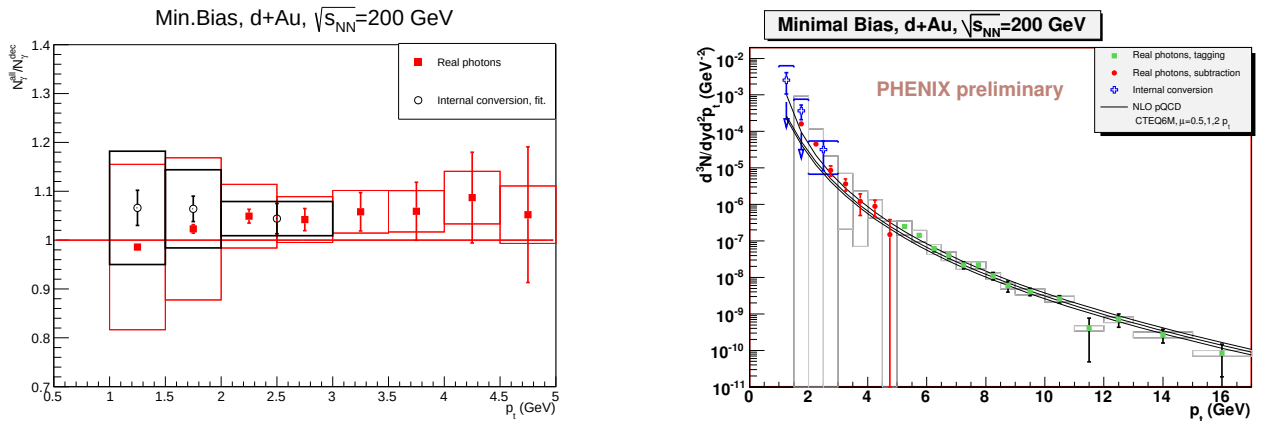


Рис. 173: Слева: сравнение двойных отношений $R_\gamma = \gamma^{all}/\gamma^{dec}$, полученных методов вычитания и внутренней конверсии [245]. Справа: спектр прямых фотонов, измеренный различными методами.

вклада внешней конверсии, оценкой вклада комбинаторного фона, неопределенностью процедуры параметризации спектра инвариантных масс, относительного выхода η/π^0 и ω/π^0 , и предположениями о форме вклада прямых (виртуальных) фотонов. Все эти вклады считаются независимыми и складываются в квадратурах.

Форма вклада прямых фотонов. В нашем анализе вклад прямых фотонов вычисляется как Далиц-распад “мезона” с очень большой массой. Мы оцениваем соответствующую неопределенность, сравнивая результаты, полученные с массами “мезона” 1, 2 и 5 ГэВ.

Описание отклика детектора и аксептанса в Монте-Карло моделировании оцениваются следующим образом. Такого рода ошибки влияют на форму распределения по массам пары и углам ее ориентации. Мы оценили неопределенность, сравнивая долю пар, прошедших условие на ориентацию пары в данных и моделировании.

Вклад внешней конверсии оценивается путем сравнения результатов, полученных варьированием условия на угол ориентации пары со стандартного $\phi_v > 3\sigma$ до максимального, не зависящего от массы пары $\phi_v > 0.5$ рад.

Ошибка, связанная со вкладом комбинаторного фона, оценивается, сравнивая результаты, полученные двумя методами вычисления комбинаторного фона, по событиям триггера минимального взаимодействия и по событиям с электронным триггером.

Зависимость от диапазона фитирования получается его варьированием от 0-30 до 300-500 МэВ.

Неопределенности в спектре η и ω мезонов и относительном выходе η/π^0 и ω/π^0 оцениваются, сравнивая вычисления, полученные с различными параметризациями спектров этих мезонов, с данными.

Таблица 10: Обзор систематических ошибок (в процентах) в отношении $\gamma^{dir}/\gamma^{all}$, полученных методом внутренней конверсии.

Диапазон (ГэВ/с)	$1 < p_T < 1.5$	$1.5 < p_T < 2$	$2 < p_T < 3$
Вклад прямых фотонов	17	12	5
Аксептанс	30	30	30
Внешняя конверсия	50	40	4
Комбинаторный фон	5	5	20
Диапазон фитирования	40	35	25
Спектр η	25	40	50
Спектр ω	3	5	4
Всего	77	75	67

3.4 Измерение потока прямых фотонов (эксперимент ALICE)

Коллективный поток прямых фотонов может быть построен, если измерен коллективный поток инклюзивных фотонов v_n^{incl} , вычислен коллективный поток распадных фотонов v_n^{decay} и известно двойное отношение $R_\gamma = N_\gamma^{\text{incl}}/N_\gamma^{\text{decay}}$. С помощью этих переменных поток прямых фотонов вычисляется как

$$v_n^{\text{dir}} = \frac{v_n^{\text{incl}} R - v_n^{\text{decay}}}{R - 1}. \quad (95)$$

Двойное отношение было вычислено в главе 3.1.13. В этой главе на примере эксперимента ALICE мы расскажем, как вычислить оставшиеся компоненты, v_n^{incl} и v_n^{decay} .

3.4.1 Метод плоскости событий

Величина коллективного потока инклюзивных фотонов может быть измерена несколькими методами. Мы использовали два наиболее интуитивно понятных, метод плоскости событий и метод скалярного произведения. В этом параграфе мы рассмотрим метод плоскости событий (Event Plane, EP). Идея метода заключается в вычислении ориентации плоскости события по одному детектору и измерение выхода интересующих нас частиц относительно этой плоскости. В нашем анализе плоскость событий рассчитывается с помощью детекторов V0A, V0C или TPC. В случае TPC используются треки с $0.15 < p_T < 20$ ГэВ/с и в пределах псевдобыстроты $0.5 < |\eta| < 0.8$, чтобы увеличить промежуток между PHOS и областью вычисления плоскости события и исключить струе-подобные корреляции. Для метода скалярного произведения (SP) использовались только детекторы V0A и V0C.

На первом этапе мы добились того, чтобы плоскость реакции, вычисленная с помощью детекторов V0A, V0C и TPC, имела плоское распределение по азимутальному углу. Это очень важно в данном анализе, так как ограниченный аксептанс PHOS по азимутальному углу приводит к значительным паразитным корреляциям в противном случае. Сначала группой, поддерживающей детекторы V0A и V0C, была применена стандартная калибровка каждого канала и их центрирование. Однако оказалось, что эти поправки недостаточны для нашего анализа, и нами были получены и применены небольшие дополнительные веса для каждого события, зависящие от ориентации плоскости события и центральности. Таким образом, мы сглаживаем 2-ю и 4-ю гармоники в случае извлечения v_2 и 3-ю и 6-ю гармоники в случае извлечения v_3 . Результирующие распределения в плоскости событий представлены на рис. 174 для случаев v_2 и v_3 . Верхний ряд – двумерные распределения для детекторов V0A и V0C. Как видно, интересующие нас гармоники сглаживаются, хотя наблюдаются осцилляции более высокого порядка, особенно в периферических центральностях, где множественность частиц невысока. Параметризовав проекции на ось x , мы проверили, что остаточная асимметрия распределений в плоскости событий 2-й и 3-й гармоник, которая, будучи свёрнутой со средним аксептансом PHOS, привела бы к систематическим искажениям, согласуется с нулем в пределах статистических ошибок.

Мы рассчитываем **разрешение плоскости событий** для гармоники n для детекторов V0A, V0C или TPC с использованием метода 3 подсобытий [454]:

$$R_a = \langle \cos(n(\Psi_a - \Psi_r)) \rangle = \sqrt{\frac{\langle \cos(n(\Psi_a - \Psi_b)) \rangle \langle \cos(n(\Psi_a - \Psi_c)) \rangle}{\langle \cos(n(\Psi_b - \Psi_c)) \rangle}}, \quad (96)$$

где R_a — разрешение плоскости событий для детектора a , Ψ_r — ориентация плоскости реакции, а $\Psi_{a/b/c}$ — ориентация плоскости событий, измеренная с помощью детекторов a , b или c . $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по событиям, принадлежащих заданному интервалу центральности с единичным весом.

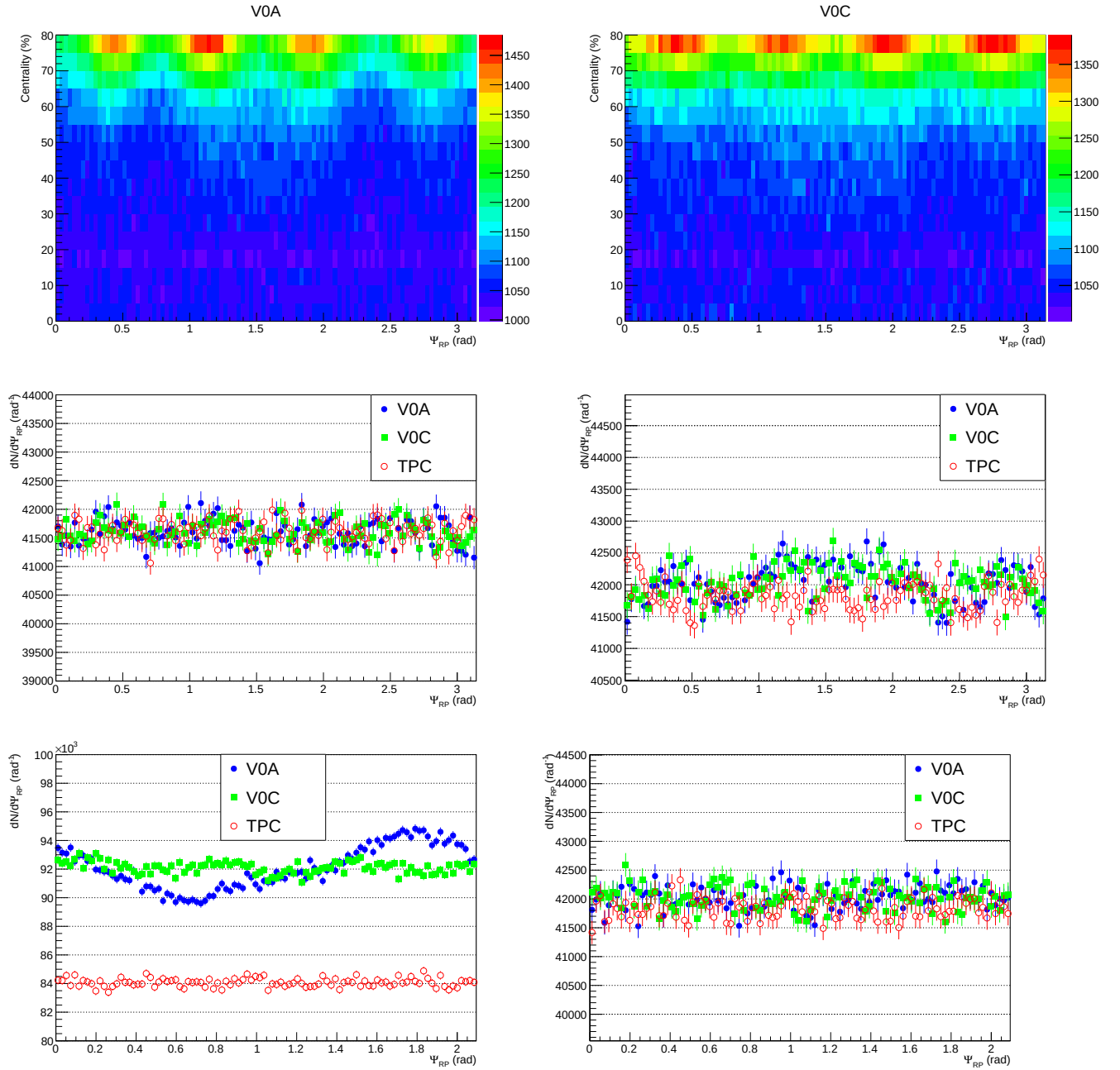


Рис. 174: Верхний ряд: Распределения плоскости событий v_2 в зависимости от центральности в детекторах V0A и V0C. Второй ряд: Распределения плоскости событий для центральной (0-20% – слева) и периферийной (40-80% – справа) для детекторов V0A, V0C и TPC. Третий ряд: распределения в плоскости событий v_3 для центральной (0-20% – слева) и периферийной (40-80% – справа) частей детекторов V0A, V0C и TPC.

Из-за того, что мы измеряем величину коллективного потока фотонов в достаточно широком интервале быстрот, на котором разрешение плоскости события меняется заметно, становится важно, как именно мы вносим коррекцию на разрешение плоскости реакции [455]. Мы рассмотрели три метода. В первом мы параметризуем извлечённые разрешения рациональной функцией, как показано линиями на рис. 175, и используем разрешения, зависящие от центральности, в качестве весов при расчёте потока фотонов:

$$\frac{dN^{\text{clu}}(\Delta\phi, p_T, c)}{d(\Delta\phi)} \frac{1}{R_{\text{det}}(c)} \quad (97)$$

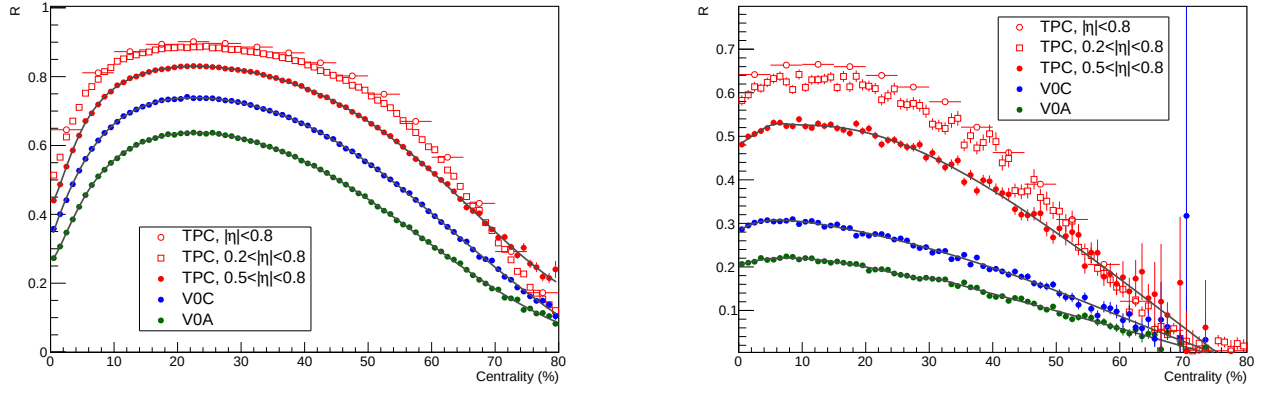


Рис. 175: Параметризация зависимости разрешения плоскости событий от центральности для детекторов V0A, V0C и TPC. Левый график: эллиптический поток, правый график — треугольный поток.

где $\Delta\phi = \phi^{\text{clu}} - \Psi^{\text{det}}$ и ϕ^{clu} — угол реконструированного кластера, Ψ^{det} — плоскость событий, оцененная одним из детекторов: V0A, V0C и TPC, а $R_{\text{det}}(c)$ — параметризация разрешения плоскости событий для заданного детектора как функции центральности c . Для каждого интервала p_T мы подгоняем распределение с помощью функций:

$$dN^{\text{raw}}/d\Delta\phi = A(1 + 2v_n^{\text{obs}} \cos(n\Delta\phi)) \quad (98)$$

или

$$dN^{\text{raw}}/d\Delta\phi = A(1 + 2v_n^{\text{obs}} \cos(n\Delta\phi) + 2v_{2n}^{\text{obs}} \cos(2n\Delta\phi)) \quad (99)$$

где $n = 2$ или 3 . Мы проверили, что распределения $dN/d\phi$ симметричны относительно $\pi/2$ (компонента $\sin(n\phi)$ согласуется с нулем, что подтверждает хорошее выравнивание) и хорошо описывается параметризациями v_2 или v_3 .

В качестве второго подхода мы оцениваем v_n^{raw} как

$$v_n(p_T) = \int_{c_{\min}}^{c_{\max}} dc \int d\phi N^{\text{clu}}(p_T, c, \Delta\phi) \frac{\cos(n\Delta\phi)}{R_{\text{det},n}(c)} \bigg/ \int_{c_{\min}}^{c_{\max}} dc N^{\text{clu}}(p_T, c) \quad (100)$$

В третьем подходе, чтобы оценить важность усреднения с весом $1/R$, мы сравниваем v_2 , вычисленный предположительно слишком упрощенным методом: строим распределение (97) без веса $1/R$ и находим v_n^{obs} . Извлеченное значение v_n^{obs} корректируется с учетом разрешения плоскости события $\langle 1/R_{\text{det},n}(c) \rangle$, усредненного по тому же интервалу центральности:

$$\langle 1/R_{\text{det},n}(c) \rangle = \int_{c_{\min}}^{c_{\max}} dc N^{\text{clu}}(c) \frac{1}{R_{\text{det},n}(c)} \bigg/ \int_{c_{\min}}^{c_{\max}} dc N^{\text{clu}}(c). \quad (101)$$

Сравнение этих результатов для трёх детекторов-эстиматоров EP и трёх классов центральности показано на рис. 176. Мы обнаружили соответствие в пределах статистических неопределённостей (хотя они в значительной степени коррелируют в разных методах) между первым методом пособытийного веса $1/R$ и вторым методом $\langle \cos \rangle$. Использование усреднённой по центральности поправки $\langle 1/R \rangle$ приводит к некоторым отклонениям на уровне $\sim 1-2\%$ в центральных и полуцентральных столкновениях и к значительному отличию $\sim 10-20\%$ в периферийных столкновениях. Очевидно, в случае наших довольно широких диапазонов по центральности неправильно использовать усредненное по центральности разрешение, так что далее мы используем формулу (100) для расчёта $v_2\{EP\}$.

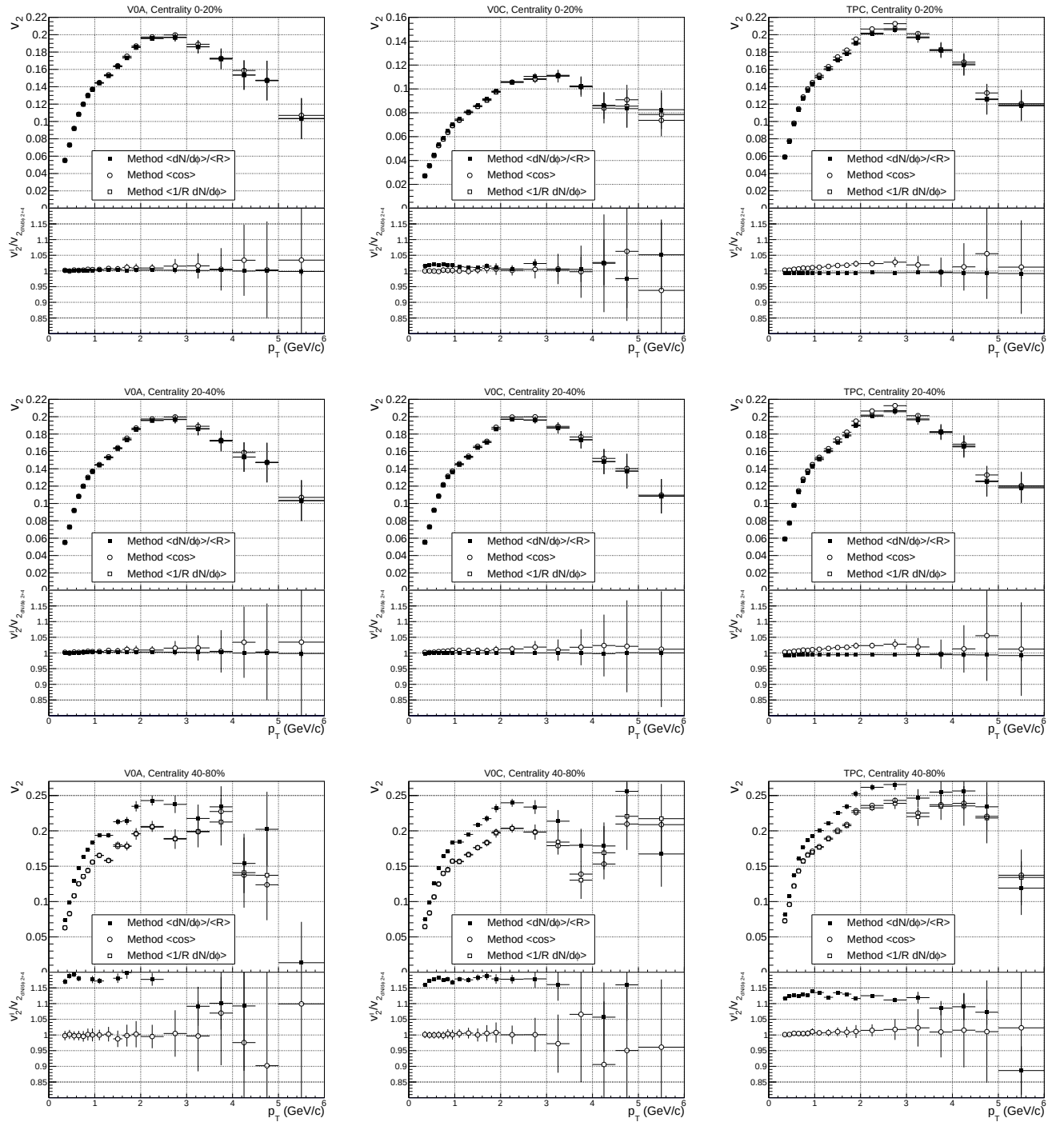


Рис. 176: Сравнение методов поправки на разрешение плоскости реакции: одновременное усреднение $1/R dN/d\phi$ (формула (97)), вычисление $\langle \cos / R \rangle$ (формула (100), используемая по умолчанию в анализе) и независимое усреднение $\langle dN/d\phi \rangle$ и $\langle R \rangle$ для различных детекторов-эстиматоров EP (разные столбцы) в трёх классах центральности (разные строки).

Наконец, мы сравниваем коллективные потоки, полученные с помощью различных детекторов-эстиматоров плоскостей событий, см. рис. 177 для эллиптического потока и рис. 178 для треугольного. Для этого сравнения мы применили небольшие поправки к эффективности реконструкции и идентификации, которые представлены в следующем разделе. Мы обнаружили идеальное соответствие между v_2 , измеренными с помощью плоскостей событий, оцененных в детекторах V0A и V0C, в то время как в случае ТРС величина коллективного потока несколько больше, особенно в центральных и периферических классах центральности. Расхождение увеличивается, когда при оценке EP используется больше треков, близких

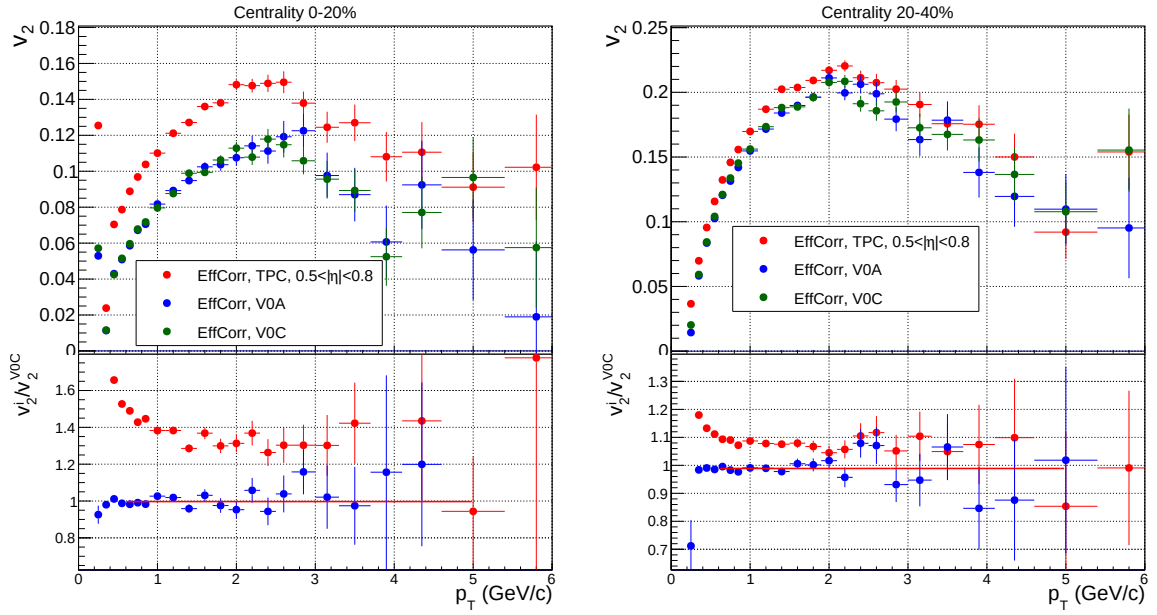


Рис. 177: Сравнение величины коллективного потока v_2 , скорректированного на разрешение плоскости реакции, посчитанного с вычислением плоскости реакции в разных детекторах, в двух классах центральности. Применена поправка на эффективность, своя для каждой плоскости ЕР. Фит отношения $V0A/V0C$ константой даёт для центральности 0-20% 0.997 ± 0.007 , для 20-40% 0.988 ± 0.004 .

к аксептансу PHOS. Это связано с вкладом струй. Мы не используем результат ТРС в окончательном расчете потока фотонов. Сравнение треугольного потока, измеренного относительно различных плоскостей событий, показано на рис. 178. Подобно эллиптическому потоку, измерения относительно V0A и V0C показывают согласованные результаты, в то время как ТРС дает несколько большее значение потока.

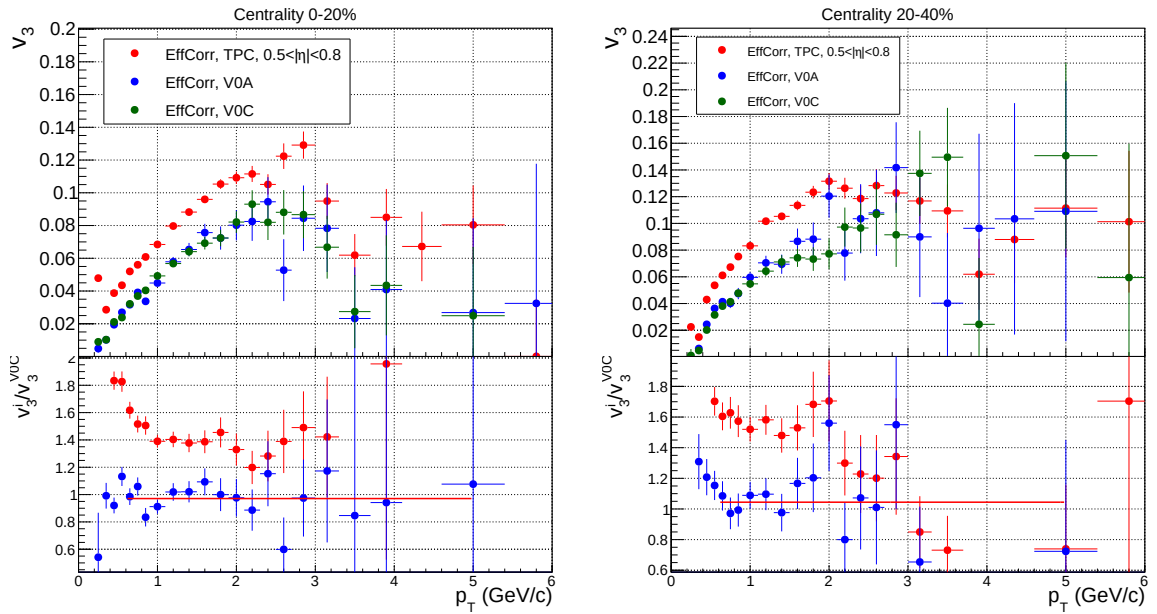


Рис. 178: То же, что и 177, но для треугольного потока. Фит отношения $V0A/V0C$ константой даёт для центральности 0-20% 0.97 ± 0.02 , для 20-40% 1.04 ± 0.04 .

3.4.2 Метод скалярного произведения

Мы вычислили коллективный поток методом скалярного произведения (SP) [456, 457] следующим образом:

$$v_n\{SP\} = \left\langle \frac{\frac{Q}{M} \cos(n(\Psi - \phi))}{R_Q(c)} \right\rangle, \quad (102)$$

где «разрешение» R_Q определяется как

$$R_{Q_A}(c) = \sqrt{\frac{\langle \frac{Q_A}{M_A} \frac{Q_B}{M_B} \cos(n(\Psi_A - \Psi_B)) \rangle \langle \frac{Q_A}{M_A} \frac{Q_C}{M_C} \cos(n(\Psi_A - \Psi_C)) \rangle}{\langle \frac{Q_B}{M_B} \frac{Q_C}{M_C} \cos(n(\Psi_B - \Psi_C)) \rangle}}, \quad (103)$$

где Q_i и Ψ_i — модули Q -вектора и угла RP соответственно, измеренные детекторами V0A, V0C и TPC. Вычисляя Q -векторы в детекторах V0A и V0C, мы нормируем их на среднюю множественность. Зависимости «разрешений» R_Q от центральности, показаны на рис. 179. Зависимости параметризуются, и эти зависящие от центральности параметризации вставляются в формулу (102). Преимущество этого подхода заключается в том, что мы измеряем поток независимо относительно V0A и V0C, и их сравнение позволит оценить отклонение распределений Q -вектора от константы и качество поправок.

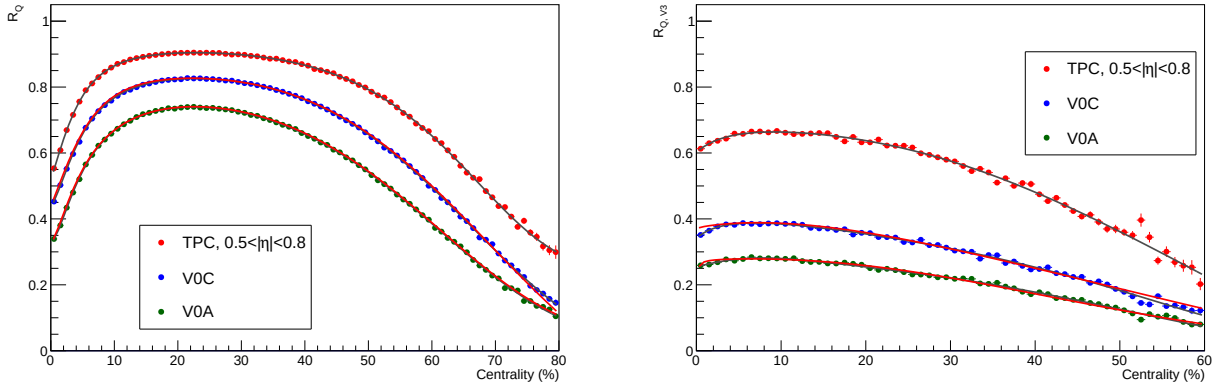


Рис. 179: Поправка R_Q для метода SP для эллиптического (слева) и треугольного (справа) потоков для разных детекторов.

В качестве альтернативы мы объединим вклады V0A и V0C:

$$v_n\{SP\} = \sqrt{\frac{\langle \sum u_i \cdot \frac{Q_A}{M_A} \rangle \langle \sum u_i \cdot \frac{Q_C}{M_C} \rangle}{\langle \frac{Q_A}{M_A} \cdot \frac{Q_C}{M_C} \rangle}} \quad (104)$$

где $\sum u_i$ представляет сумму по векторам кандидатов в фотоны.

Равномерность распределения Q -вектора. Метод скалярного произведения представляет собой разновидность метода плоскости событий, где каждому событию присваивается вес, пропорциональный длине Q -вектора. Поэтому при анализе с помощью детектора с ограниченным аксептансом, такого как PHOS, важно убедиться, что ориентация Q -вектора является плоской для *каждого* значения его длины $|Q|$, так что выполняется не только $\langle \cos(n\Psi) \rangle = 0$, но и $\langle |Q| \cos(n\Psi) \rangle = 0$. Для выполнения этого условия мы ввели дополнительную коррекцию, зависящую от центральности и длины векторов Q_{V0A} или Q_{V0C} для ориентации векторов Q_{V0A} или Q_{V0C} соответственно. Из-за ограниченной статистики мы вынуждены использовать сравнительно широкие интервалы по центральности. Оценка отклонения распределений плоскости событий SP от константы показана на рис. 180. Видно,

что конечная ширина интервала центральности, использованная в этой коррекции, привела к пилообразной структуре с амплитудой $\sim 0.5\%$ в полуженальных столкновениях в случае V0A. Это можно рассматривать как оценку систематических неопределенностей процедуры выравнивания в методе SP.

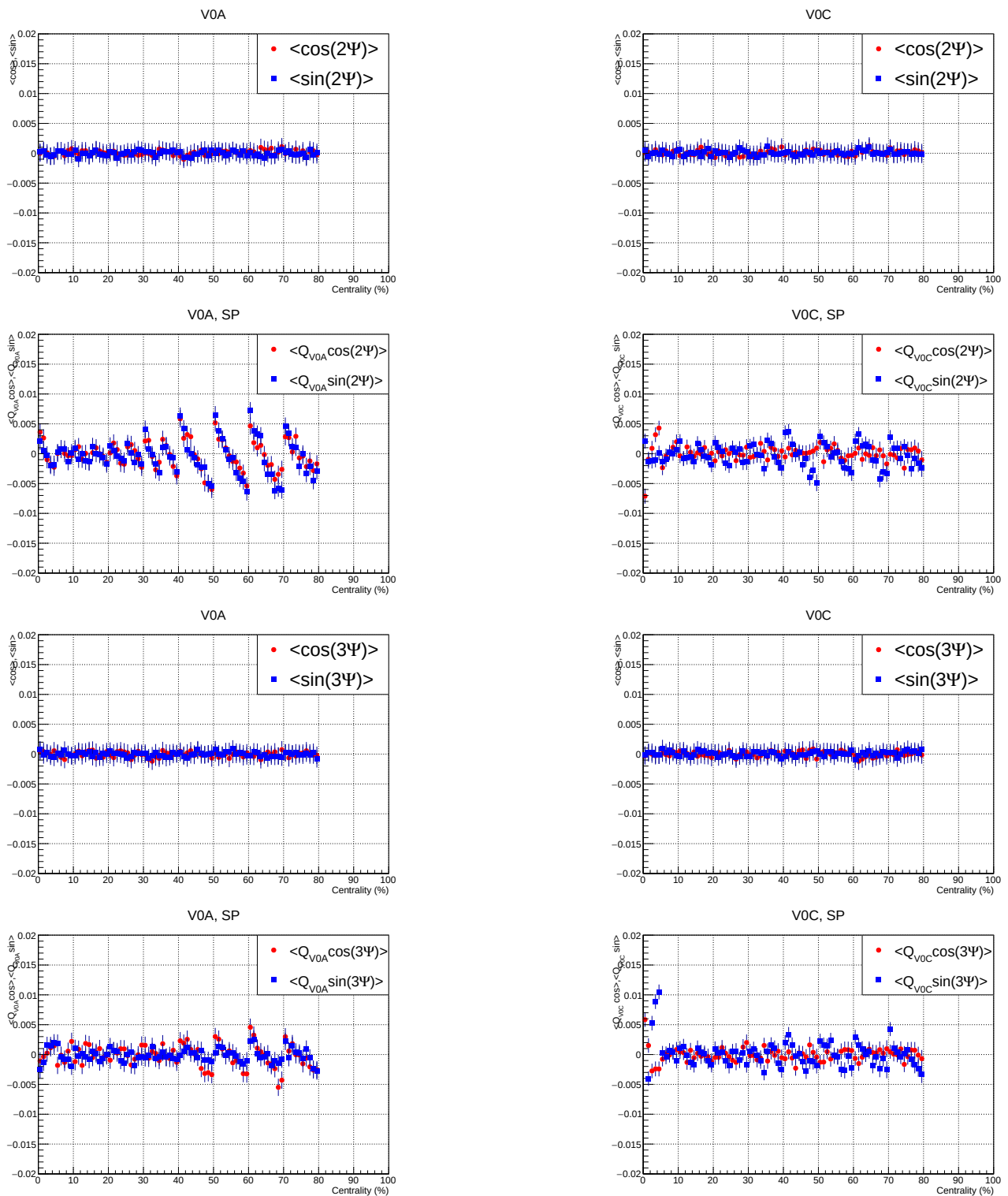


Рис. 180: Верхний ряд: средние значения $\cos(2\Psi_{RP})$ и $\sin(2\Psi_{RP})$ для распределений плоскостей событий V0A (слева) и V0C (справа) в зависимости от центральности. Вторая строка: то же самое для метода скалярного произведения, каждое событие имеет вес Q_i . Третья и четвёртая строки — то же самое для треугольного потока.

3.4.3 Сравнение результатов методов EP и SP

Мы сравнили величину коллективного потока инклюзивных фотонов, полученную разными методами, и не поправленную на эффективность и загрязнение, на рис. 181. Мы не обнаружили систематических различий между методами EP и SP в пределах неопределенностей. Параметризация отношений константой дает значения, согласующиеся с единицей везде, кроме диапазона центральности 20-40%, где как $v_2\{EP\}$, так и $v_2\{SP\}$ демонстрируют значительную разницу между детекторами V0A и V0C, но согласуются между методами. Мы проверили, что эта разница является статистической флуктуацией: мы сравнили v_2 , вычисленные для нескольких отдельных периодов, и обнаружили более сильные флуктуации, но не такое расщепление между V0A и V0C.

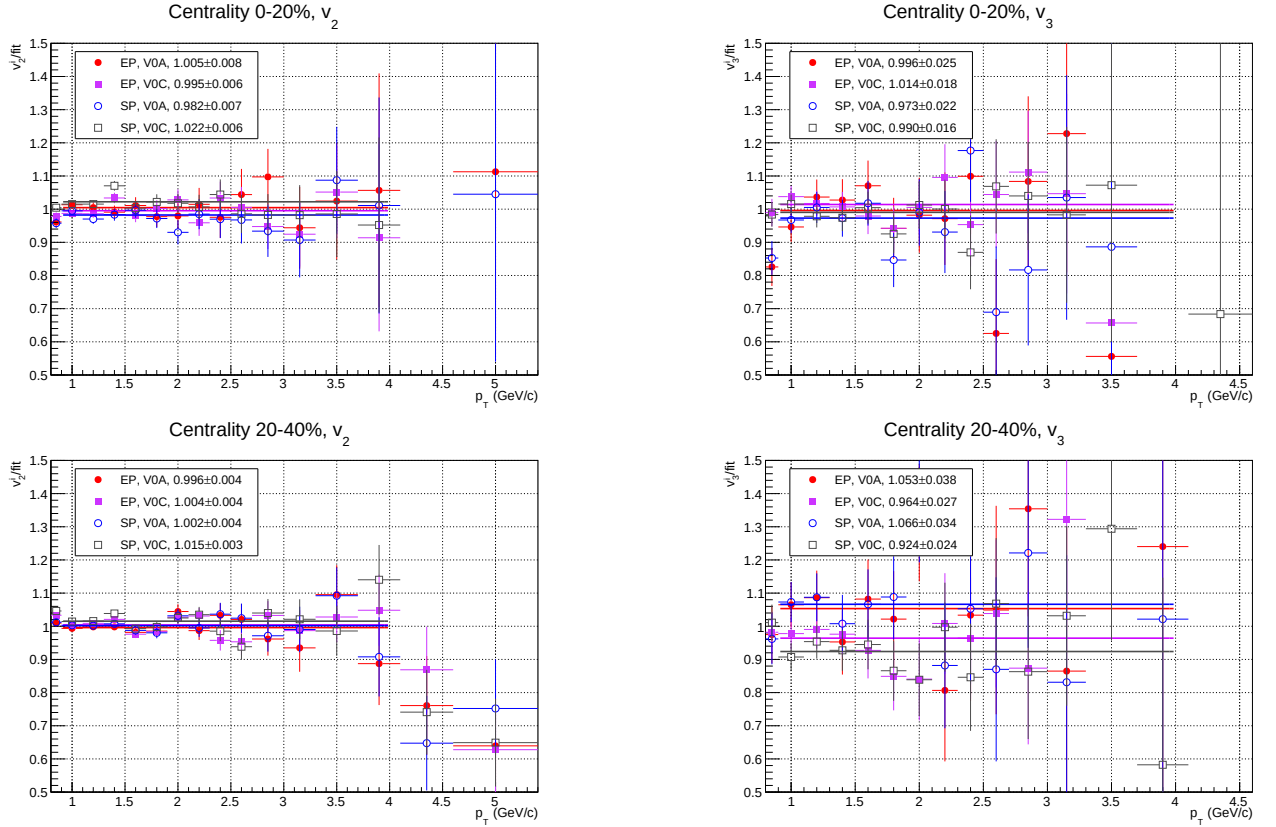


Рис. 181: Сравнение $v_2\{EP\}$ и $v_2\{SP\}$ (левый столбец) и $v_3\{EP\}$ и $v_3\{SP\}$ (правый столбец) в различных классах центральности.

3.4.4 Поправки на эффективность и загрязнение

Мы рассчитали эффективность реконструкции фотонов с использованием техники наложения, используя ту же процедуру, что подробно описана в главе 3.1.8, с единственным отличием — здесь мы рассматриваем зависимость от угла до плоскости события. В частности, мы смоделировали отклик PHOS на одиночный фотон или π^0 (здесь мы можем полагаться на моделирование в GEANT3, поскольку оно хорошо воспроизводит электромагнитные ливни), добавляя смоделированный отклик в каждой ячейке к реальному событию, а также реконструировали и вычислили отношение разницы числа кластеров PHOS до и после наложения к числу смоделированных частиц:

$$\varepsilon_\gamma = \frac{N_{\text{clu}}^{\text{afteremb.}} - N_{\text{clu}}^{\text{beforeemb.}}}{N_\gamma^{\text{generated}}}. \quad (105)$$

Здесь мы сосредоточимся на эффективности реконструкции, влияние конечного энергетического разрешения (эффективности размытия) будет рассмотрено позже.

Как было показано в 3.1.8, эффективность реконструкции фотонов демонстрирует некоторую зависимость от центральности, что связано с влиянием перекрытий кластеров. Кроме того, некоторые идентификационные критерии, такие как вето заряженных частиц (CPV) и дисперсия, могут быть чувствительны к изменению множественности. Для расчета поправки на эффективность мы рассчитываем зависимость эффективности от угла до плоскости событий $\varepsilon(\phi - \Psi_a)$ и извлекаем из этой зависимости вторые гармоники v_2^{eff} как функцию p_T в различных центральностях, см. рис.182. Зависимость от p_T не обнаруживается в пределах статистических неопределенностей, поэтому для каждого идентификационного критерия мы аппроксимируем эту зависимость постоянной функцией и корректируем измеренный выход следующим образом:

$$v_n^{\text{corr}}(p_T, c) = v_n^{\text{meas}}(p_T, c) - v_n^{\text{eff}}(c). \quad (106)$$

Во всех случаях поправка на эффективность реконструкции невелика, на уровне 10^{-3} .

Второй эффект, который следует учитывать и корректировать, — это размывание энергии фотонов. Из-за конечного энергетического разрешения PHOS и экспоненциально спадающего спектра измеренные $v_2(p_T^{\text{rec}})$ и $v_3(p_T^{\text{rec}})$ соответствуют истинному потоку при несколько

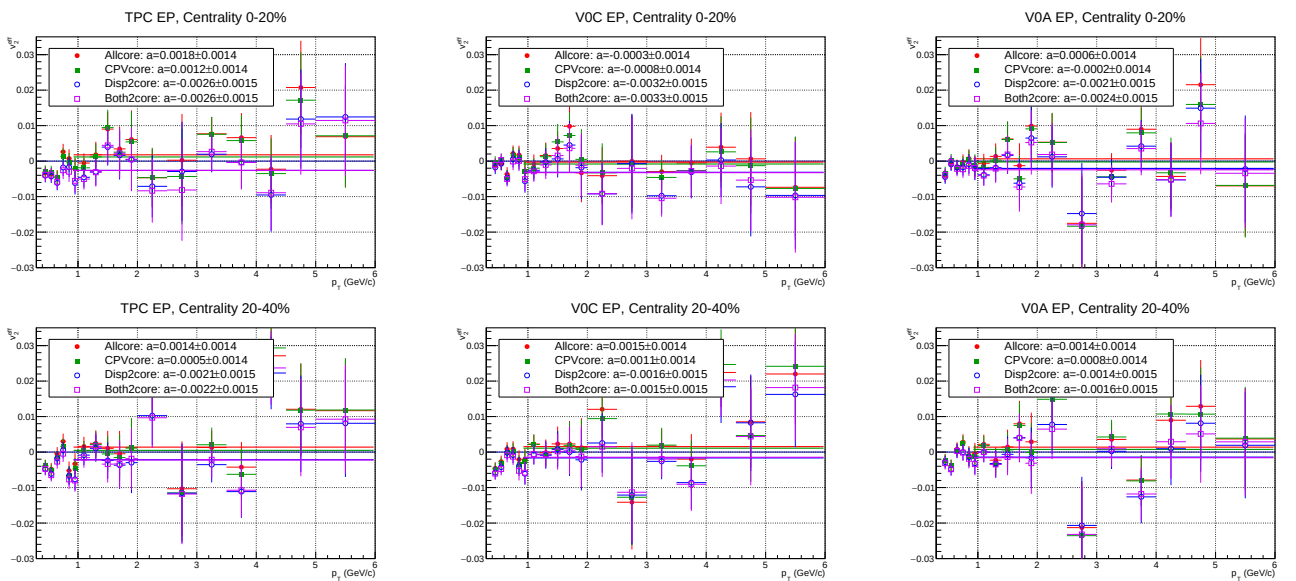


Рис. 182: Зависимость эффективности от угла до плоскости события для различных эstimаторов EP и двух классов центральности. Символы соответствуют различным PID критериям.

меньшем $p_T^{\text{true}} < p_T^{\text{rec}}$. Использование E_{core} улучшает энергетическое разрешение в центральных столкновениях, но вносит систематическое смещение, которое также следует корректировать. Для оценки поправки мы параметризовали измеренные величины коллективных потоков инклюзивных фотоны v_2 и v_3 и проанализировали распределения, полученные после наложения тестовых фотонов на реальное событие, получая распределения $v_n(p_T^{\text{true}})$ и $v_n(p_T^{\text{rec}})$, $v_n(p_T^{\text{rec}, E_{\text{core}}})$, где p_T^{true} — истинный импульс фотона, p_T^{rec} — реконструированный импульс фотона при использовании полной энергии кластера, $p_T^{\text{rec}, E_{\text{core}}}$ — импульс реконструированного фотона при использовании энергии кластера E_{core} . Важно, чтобы форма спектра фотонов, энергетическое разрешение и $v_2(p_T)$ были подобраны таким образом, чтобы воспроизводить измеренные значения. Полученные поправки показаны на рис. 183. Левый столбец соответствует полной энергии, правый — E_{core} . Разные цвета соответствуют разным идентификационным критериям. Дисперсионный критерий в основном удаляет перекрывающиеся кластеры с большими изменениями энергии фотона, поэтому в случае критериев, включающих дисперсию, поправка меньше. В случае использования E_{core} зависимость от критериев значительно меньше, хотя наблюдается аналогичное смещение для всех центральностей, связанное с разницей между полной энергией и E_{core} . Мы аппроксимируем зависимость p_T гладкими функциями и используем их для применения поправок:

$$v_n^{\text{corr}}(p_T, c) = \frac{v_n^{\text{meas}}(p_T, c) - v_n^{\text{eff}}(c)}{\varepsilon^{\text{smear}}(p_T, c)}. \quad (107)$$

Загрязнение спектра фотонов зависит от применяемого идентификационного критерия. На рис. 184 мы показываем чистоту фотонного спектра и его загрязнение различными адронами для некоторых критериев в центральных столкновениях. Это загрязнение было оценено в разделе 3.1.9 с использованием генератора событий HIJING, а затем сравнено с результатами метода, основанного на данных. Там же представлены графики для других

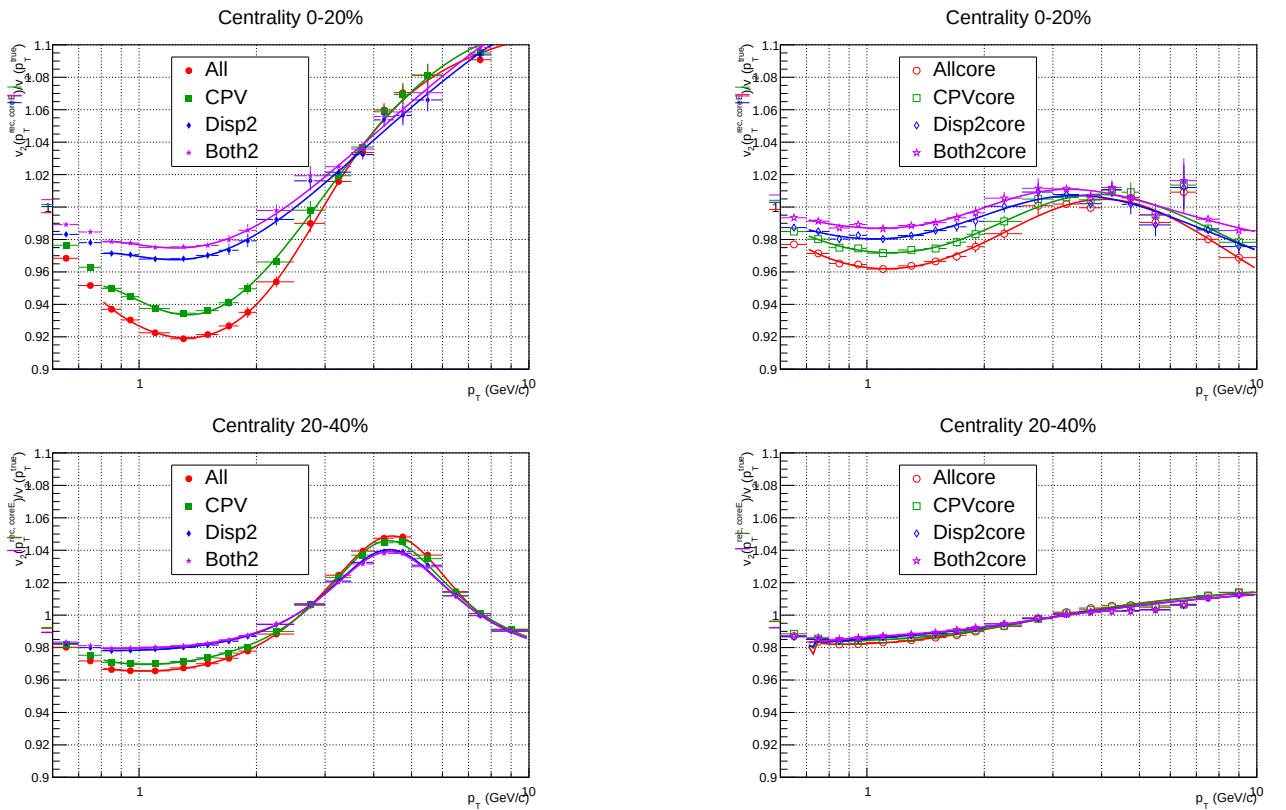


Рис. 183: Поправка к измеренному значению v_2 , обусловленная конечным энергетическим разрешением. Линии представляют собой параметризации, использованные для поправок.

центральностей, которые, однако, очень похожи на представленный. Видно, что наибольшее загрязнение исходит от заряженных адронов и антибарионов и варьируется от 10-15% в случае отсутствия критериев CPV и Disr до нескольких процентов в случае самого строгого критерия. Поскольку потоки заряженных пионов и фотонов схожи, мы ожидаем, что поправки на загрязнение к коллективному потоку фотонов будут небольшими.

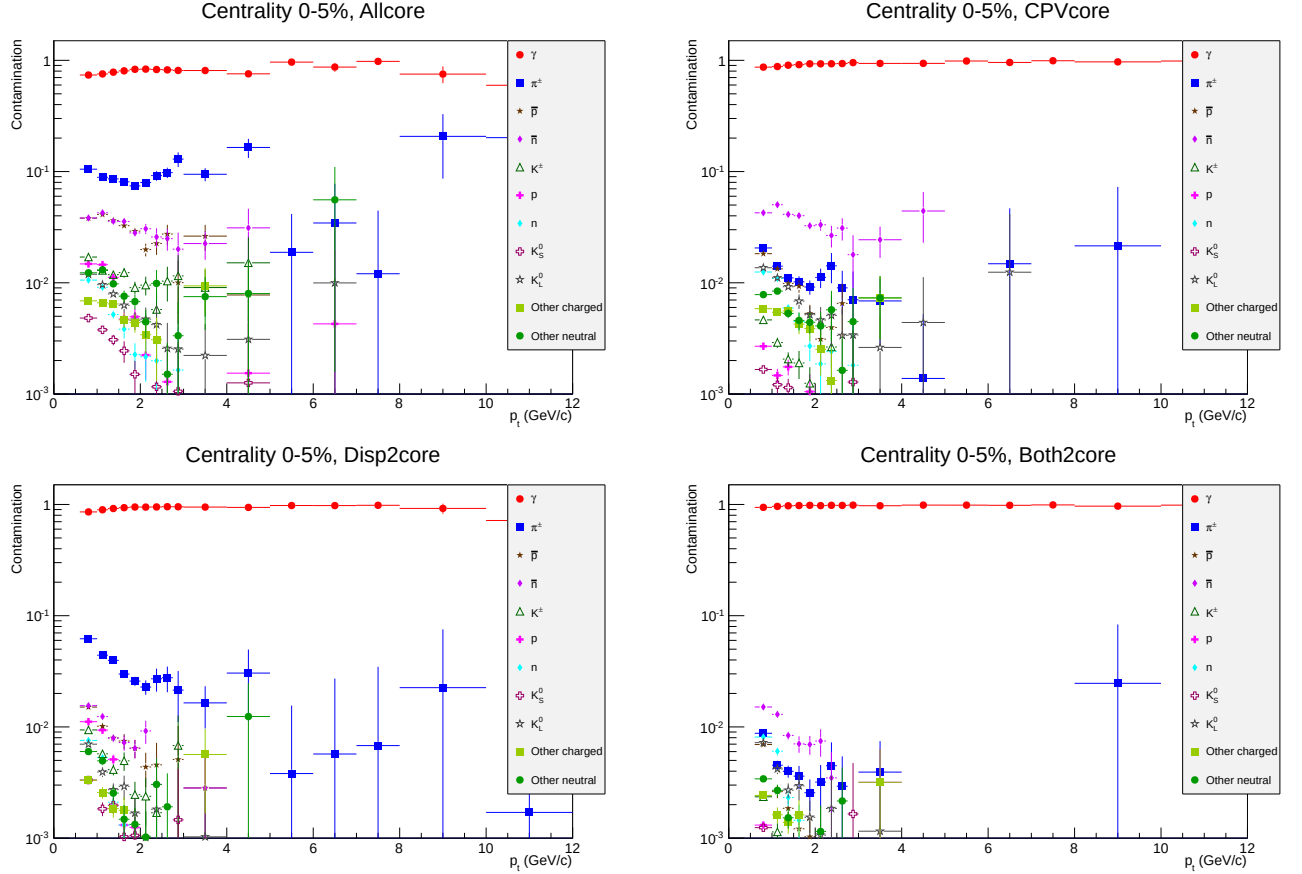


Рис. 184: Чистота фотонного спектра и его загрязнение различными адронами для некоторых критериев в 0-5% центральных столкновениях.

Чтобы оценить вклад потока адронов, мы параметризовали измеренные v_n пионов, каонов и протонов [458] для всех классов центральности. Затем мы использовали генератор HIJING и заполнили распределение,

$$v_n^{\text{cont}}(E_{\text{clu}}) = \sum_h c_h(E_{\text{clu}}) v_n^h(E_{\text{clu}}) = \sum_h c_h(E_{\text{clu}}) \frac{\int N_{\text{PID}}^h(E_{\text{clu}}, p_T) v_n^h(p_T) dp_T}{\int N_{\text{PID}}^h(E_{\text{clu}}, p_T) dp_T}, \quad (108)$$

где $c_h(E_{\text{clu}})$ – загрязнение адроном типа h , $N_{\text{PID}}^h(E_{\text{clu}}, p_T)$ – число адронов типа h с импульсом p_T , E_{clu} – выделенная энергия в калориметре для кластеров, прошедших PID-критерий, $v_n^h(p_T)$ – это параметризованный поток для адрона типа h . Мы иллюстрируем разницу между истинным (параметризованным) потоком адронов и потоком реконструированных кластеров в калориметре на рис. 185. В большинстве случаев заряженные адроны взаимодействуют с калориметром как минимально ионизирующие частицы и отбрасываются нашими критериями. Но в некоторых случаях происходит ядерное взаимодействие, и значительная часть энергии адронов выделяется в калориметре. Для этих случаев мы обнаруживаем v_2 загрязняющих кластеров, подобную v_2 материнской частицы, но смещенную в сторону меньших энергий, за исключением антибарионов, которые заполняют область 1-2 ГэВ мягкими частицами из-за

аннигиляции. После суммирования всех вкладов мы обнаруживаем, что поток загрязняющих кластеров не отличается от потока фотонов более чем на 10–20% в интересующем нас диапазоне $0.6 < p_T < 6$ ГэВ/с.

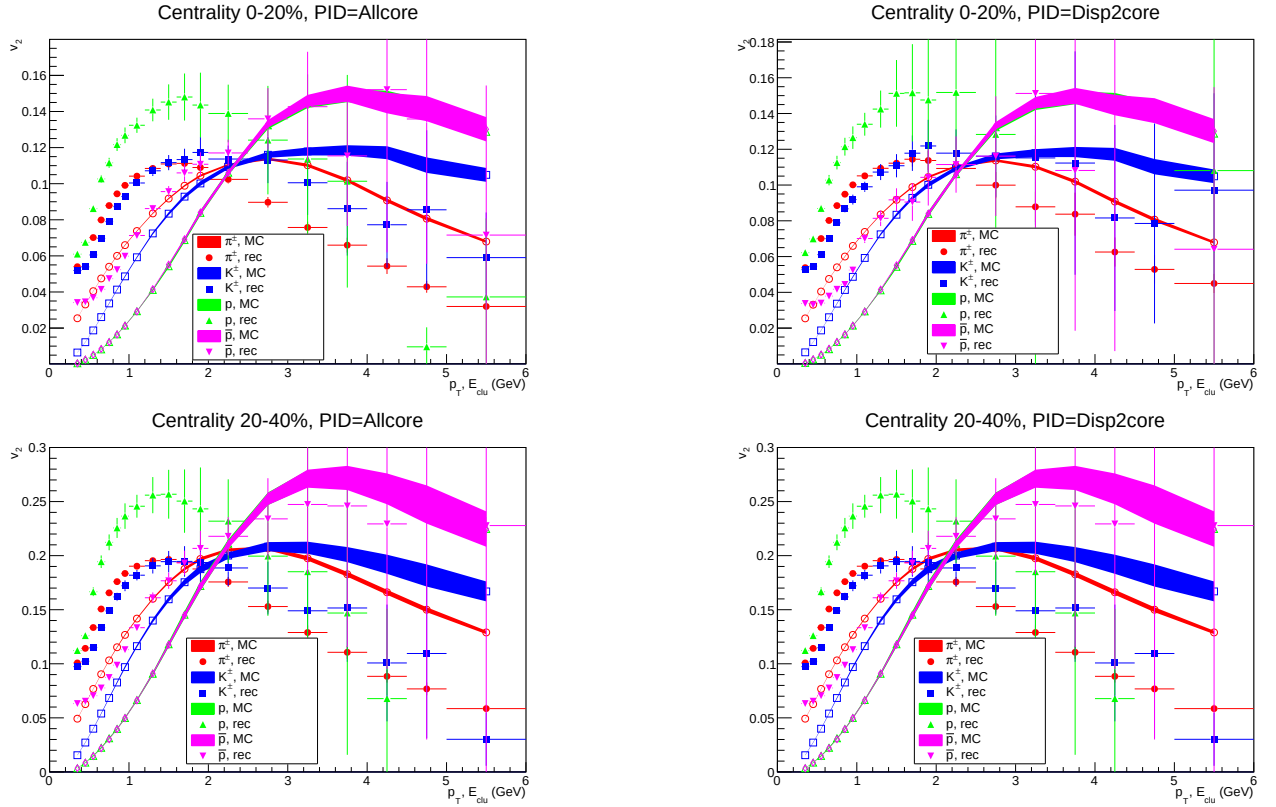


Рис. 185: Истинный и реконструированный эллиптический поток основных типов адронных загрязнений для двух критериев PID в классе центральности 0-20% (верхний ряд) и 20-40% (нижний ряд).

На рис. 186 показано, как последовательное применение поправок на разрешение плоскости реакции, коррекции на эффективность реконструкции и размывание и, наконец, загрязнение изменяет измеренную величину коллективного потока инклюзивных фотонов, и как улучшается согласие между результатами, полученными с различными PID критериями. На каждом графике мы сравниваем потоки, рассчитанные с различными критериями PID. Числа в легенде представляют собой результаты аппроксимации константой в диапазоне $0.9 < p_T < 6$ ГэВ/с отношения к наиболее жесткому критерию $v_2^i/v_2^{Both2core}$, показанного в нижней части каждого рисунка. Мы обнаружили, что критерии «All» (без дополнительных PID критериев) и «CPV» (обеспечивающий нейтральность кластера, см. главу 3.1.7) демонстрируют значительные отклонения от других. Это связано с вкладом «экзотических» кластеров. Такой вклад был обнаружен при анализе спектра прямых фотонов как отклонения полностью скорректированных спектров, рассчитанных с использованием тех же PID критериев в той же области p_T . По этой причине мы не показываем вклады All, CPV и не используем All, Allcore, CPV, CPVcore при расчете окончательного потока. Разница между потоками, рассчитанными с использованием различных критериев PID, невелика и несколько уменьшается при применении поправок на загрязнение и эффективность. Это подтверждает наше предположение, что разница между потоком фотонов и потоком загрязнений невелика, и удаление загрязнений не приводит к существенному изменению результата. Сравнение потоков, рассчитанных с использованием различных критериев PID, включая дисперсионное сокращение, показывает согласие в пределах 1–2%.

Для треугольного потока поправки вычисляются аналогично. Поправка, связанная с

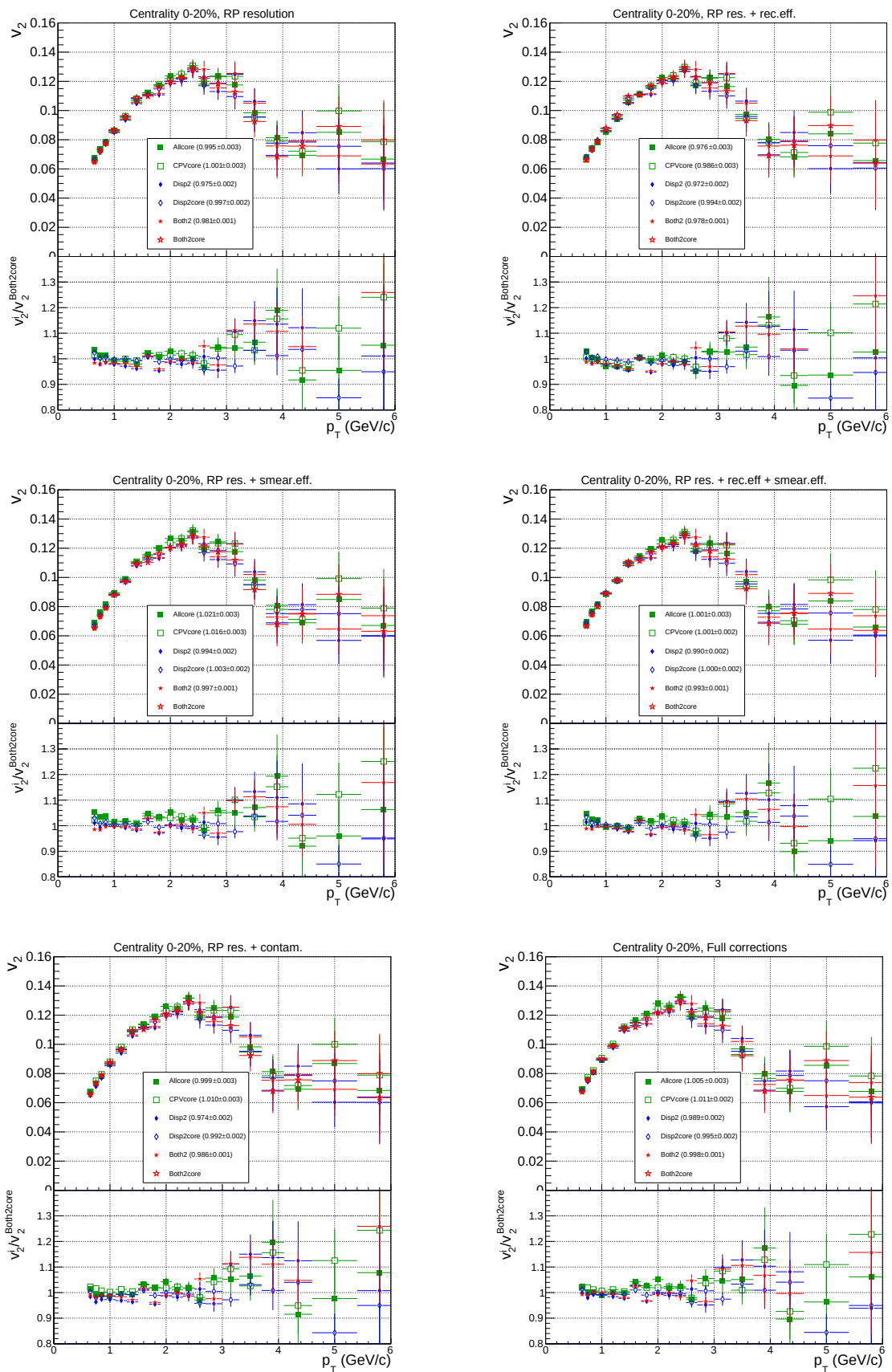


Рис. 186: Сравнение величин коллективного потока инклюзивных фотонов $v_2\{SP\}$ в классе центральности 0-20% для разных PID критериев, полученных после последовательного применения различных поправок.

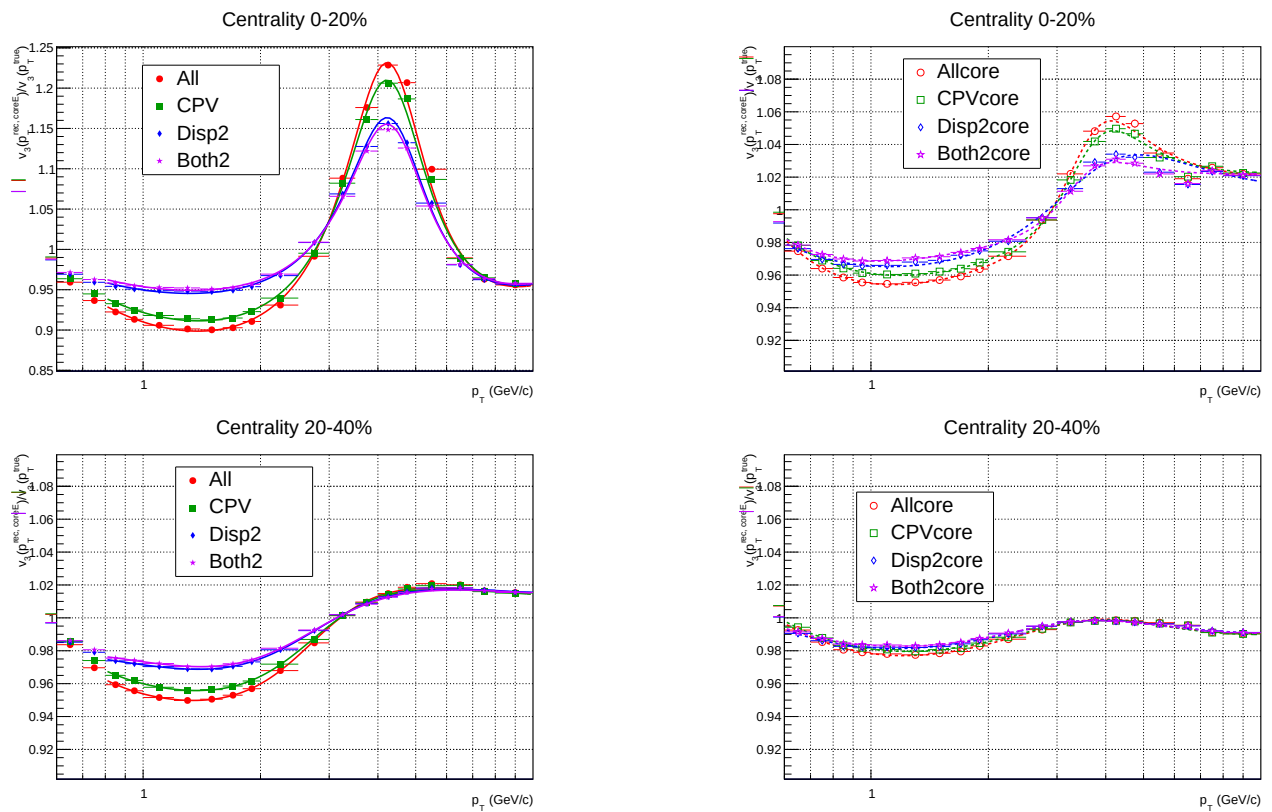


Рис. 187: Поправки к измеренным величинам v_2 для учета конечной величины энергетического разрешения. Линии отображают аппроксимации полученных результатов.

размыванием энергии показана на рис. 187. Распределения параметризованы в диапазоне $0.6 < p_T < 6$ ГэВ/ и полученные функции использовались в качестве поправок.

Итоговые эллиптический и треугольный потоки инклюзивных фотонов показаны на рис. 188. Для их получения мы усреднили полностью скорректированные потоки, измеренные с использованием критериев Disp2, Disp2core, Both2 и Both2core, затем усреднили измерения, полученные с разными оценками плоскости реакции V0A и V0C, предполагая, что они статистически независимы, но систематические ошибки полностью скоррелированы.

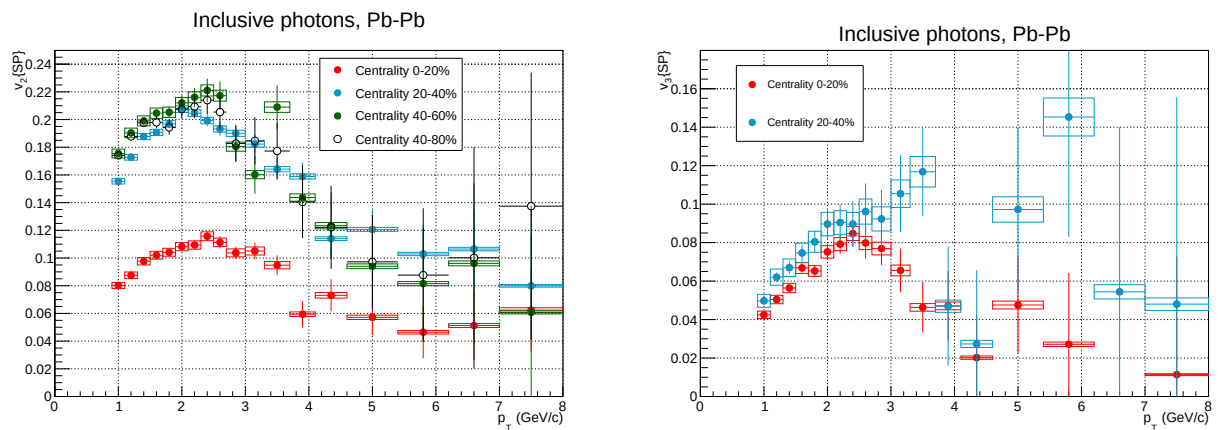


Рис. 188: Эллиптический (слева) и треугольный (справа) коллективные потоки инклюзивных фотонов для нескольких классов центральности.

3.4.5 Оценка потока распадных фотонов

Для оценки потока распадных фотонов используется коктейль. Учитываются адроны, распады которых дают вклад более 1% от общего выхода распадных фотонов: $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, $\eta \rightarrow 2\gamma$, $\omega \rightarrow \gamma\pi^0$, $K_s^0 \rightarrow 2\pi^0 \rightarrow 4\gamma$. Последний канал включен, потому что он был вычтен из измеренного спектра π^0 . Учет вклада более тяжелых резонансов не имеет смысла, поскольку, как будет показано ниже, он оказывается намного меньше систематической неопределенности, связанной с параметризацией формы потока пионов. Чтобы оценить неопределенности, связанные с относительным выходом адронов, вклад каждого адрона смоделирован отдельно, а затем все вклады просуммированы в соответствии с относительным выходом адронов. Таким образом, здесь используется тот же подход, что и при анализе спектра прямых фотонов, но на этот раз с добавлением в моделирование эллиптического и треугольного потоков. Все подробности, касающиеся формы спектров адронов и их относительного выхода, можно найти в главе 3.1.11, описывающей вычисление спектра распадных фотонов.

Для параметризации зависимости эллиптического и треугольного потоков от p_T используется рациональная функция:

$$v_2(p_T) = a_0 \frac{a_1 + a_2 p_T + a_3 p_T^2 + p_T^3}{a_4 + a_5 p_T + a_6 p_T^2 + p_T^3} \quad (109)$$

которая обеспечивает приемлемую асимптотику при высоких p_T . Для оценки эллиптического потока нейтральных пионов использовалась параметризация потока заряженных пионов, измеренного для того же интервала быстрот (TPC+V0) в работе [458]. Коллаборацией ALICE показано (не опубликовано), что поток нейтральных пионов согласуется с потоком заряженных пионов, но погрешности измерения потока нейтральных пионов значительно больше. Эллиптический поток заряженных пионов был опубликован в узких интервалах центральности (0-5%, 5-10%, 10-20%,...), которые должны быть объединены в большие интервалы центральности для воспроизведения нашего. Эта процедура не может быть выполнена с весами $w_i = 1/\sigma^2$, что соответствует рассмотрению различных интервалов как независимых измерений, поскольку это противоречит определению v_2 в итоговом интервале центральности. Вместо этого используется вес, пропорциональный спектру пионов:

$$v_2^{\text{wide}} = \sum w_i \cdot v_2, \quad w_i = \frac{N_{\text{ev}} \cdot dN/dp_T}{\sum N_{\text{ev}} \cdot dN/dp_T}, \quad (110)$$

где суммирование производится по узким интервалам центральности, множитель N_{ev} учитывает различную ширину интервалов центральности, а dN/dp_T — измеренный спектр заряженных пионов в тех же классах центральности [459].

Для получения устойчивой асимптотики при больших p_T , начиная с $p_T > 6$ ГэВ/с, также используются данные из работы [460]. Эти измерения хорошо согласуются между собой, см. рис.189. Для оценки неопределенностей параметризации потока пионов предполагается, что систематические неопределенности в соседних бинах p_T сильно скоррелированы, поэтому, как и при оценке неопределенности формы π^0 , все точки смещались вверх и вниз на величину этих систематических неопределенностей, сохраняя статистические неопределенности, после чего фитировались с помощью параметризации (109). Эти параметризации соответствуют трём красным линиям на рис. 189. Разница между потоками распадных фотонов, вычисленных со стандартными параметризациями и отклонением вверх и вниз, использовалась в качестве оценки неопределенности, связанной с формой потока пионов.

Аналогичным образом параметризуется величина потока каонов, см. рис. 189, нижний ряд. Точки данных взяты из работы [458]. Это измерение содержит результаты для потоков $K^\pm$ и K_s^0 . Для параметризации используется их комбинация. Также для сравнения показан поток заряженных пионов. Для оценки неопределенности, аналогично пионам, точки

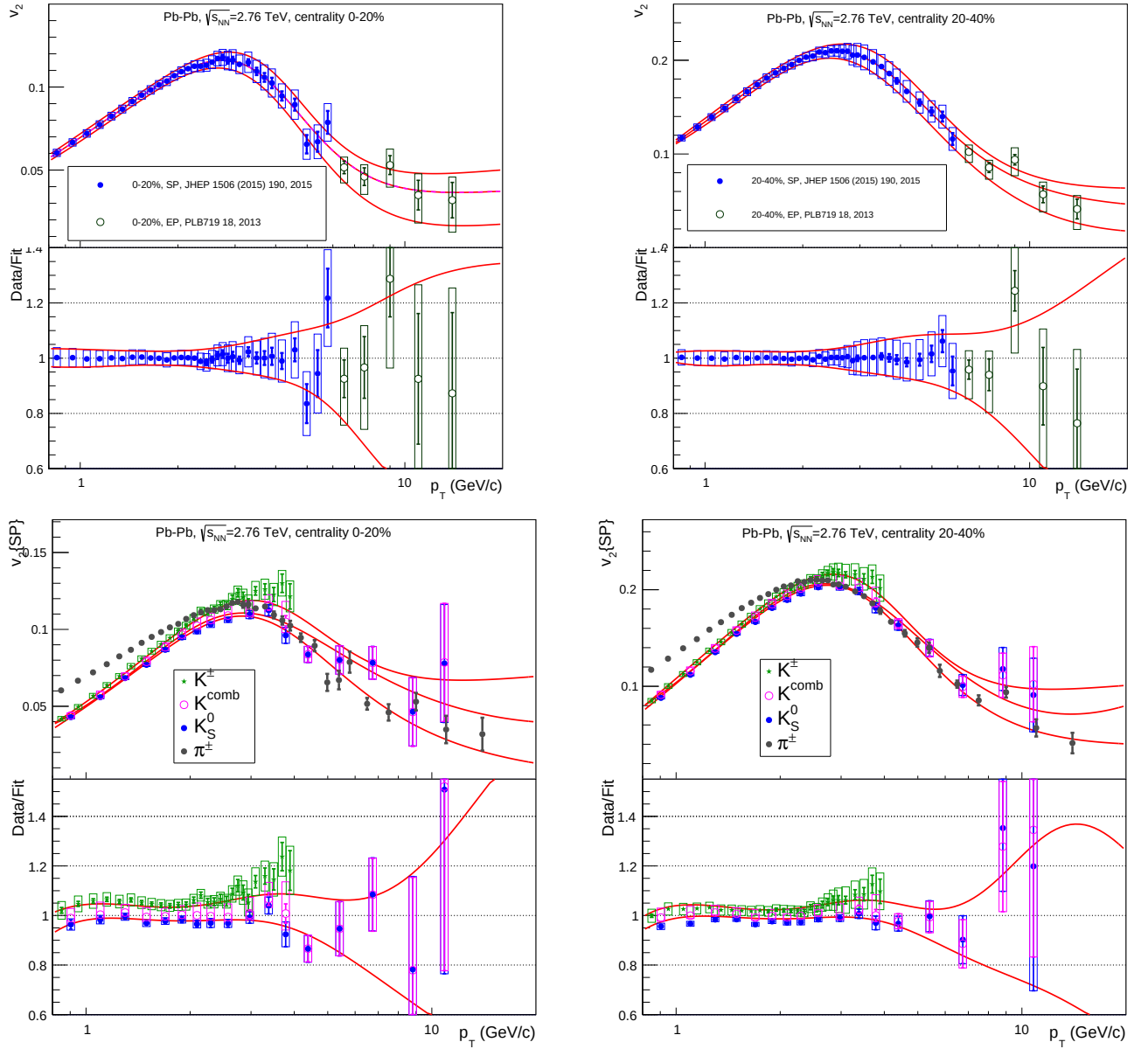


Рис. 189: Параметризация коллективного потока v_2 пионов (верхний ряд) и каонов (нижний ряд) в классе центральности 0-20% (левая колонка) и 20-40% (правая колонка). Сплошные линии представляют собой параметризацию по умолчанию, линии выше и ниже получаются, когда все точки смещаются вверх или вниз на величину оцененной скоррелированной систематической неопределенности.

перемещаются вверх и вниз на величину систематической неопределённости и снова параметризуются.

Параметризация потока каонов, показанная на рис. 189, используется также для моделирования вкладов η , K_s^0 и ω -мезонов. Предполагается масштабирование с кинетической энергией $KE_T = m_T - m$:

$$v_2^{\eta,\omega}(KE_T) = v_2^K(KE_T). \quad (111)$$

Сравнение различных вкладов и общего потока распадных фотонов представлено на рис. 190. Ширина цветных полос отражает систематическую неопределённость каждого из вкладов коктейля. В основном поток распадных фотонов определяется потоком π^0 , в то время как другие вклады вносят относительно небольшие поправки, например, вклады η и ω немно-

го уменьшают эллиптический поток распадных фотонов при $p_T < 2$ ГэВ/с по сравнению с вкладом π^0 .

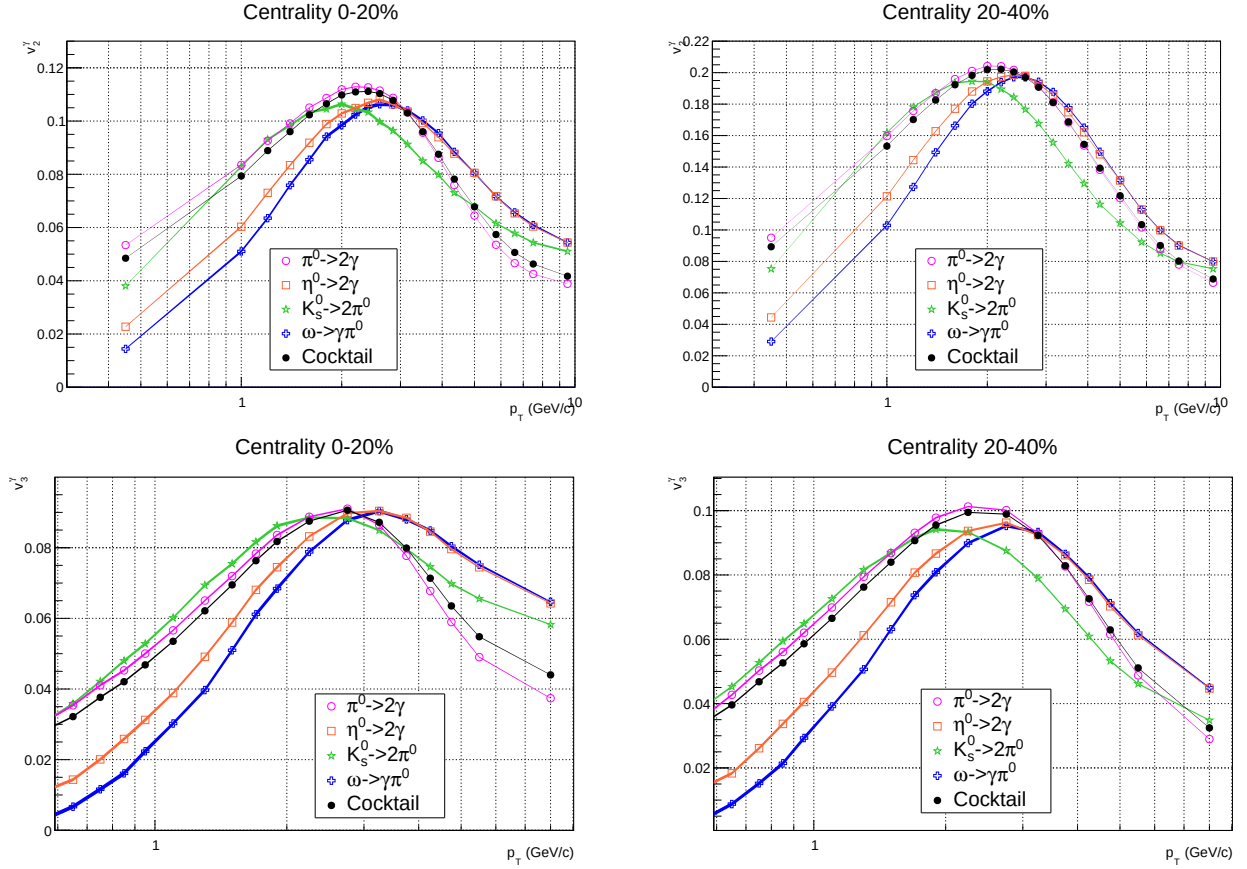


Рис. 190: Вклады фотонов от распадов различных мезонов в коллективные потоки v_2 (верхний ряд) и v_3 (нижний ряд) для двух классов центральности.

Для оценки систематической неопределенности вычисляется разница между коллективным потоком, вычисленным с помощью коктейля по умолчанию, и коктейлями, в которых меняется параметризация эллиптического потока каждого из адронов, как обсуждалось выше. Сравнение (относительная разность) полных потоков распадных фотонов, рассчитанных таким образом, показано на рис. 191. Оказалось, что неопределенности потока коктейля в основном определяются неопределенностями параметризации потока нейтральных пионов. Они сопоставимы со вторым вкладом – нормировкой относительного выхода η -мезонов, в то время как неопределенности параметризации потока η -мезонов значительно меньше. Кроме того, исследовалась зависимость величины потока распадных фотонов от формы спектра π^0 . Оказалось, что изменение формы спектра π^0 , например, от формы измеренной PHOS до формы, полученной с помощью метода фотонной конверсии приводит к пренебрежимо малой неопределенности v_2 при $p_T > 1$ ГэВ/с.

Общая систематическая неопределенность величины потока распадных фотонов получается суммированием всех вкладов в квадратурах.

При расчёте треугольного потока распадных фотонов используется точно такая же процедура, как и для эллиптического потока, за исключением того, что параметризуются треугольные потоки заряженных пионов и каонов, опубликованные в работе [461].

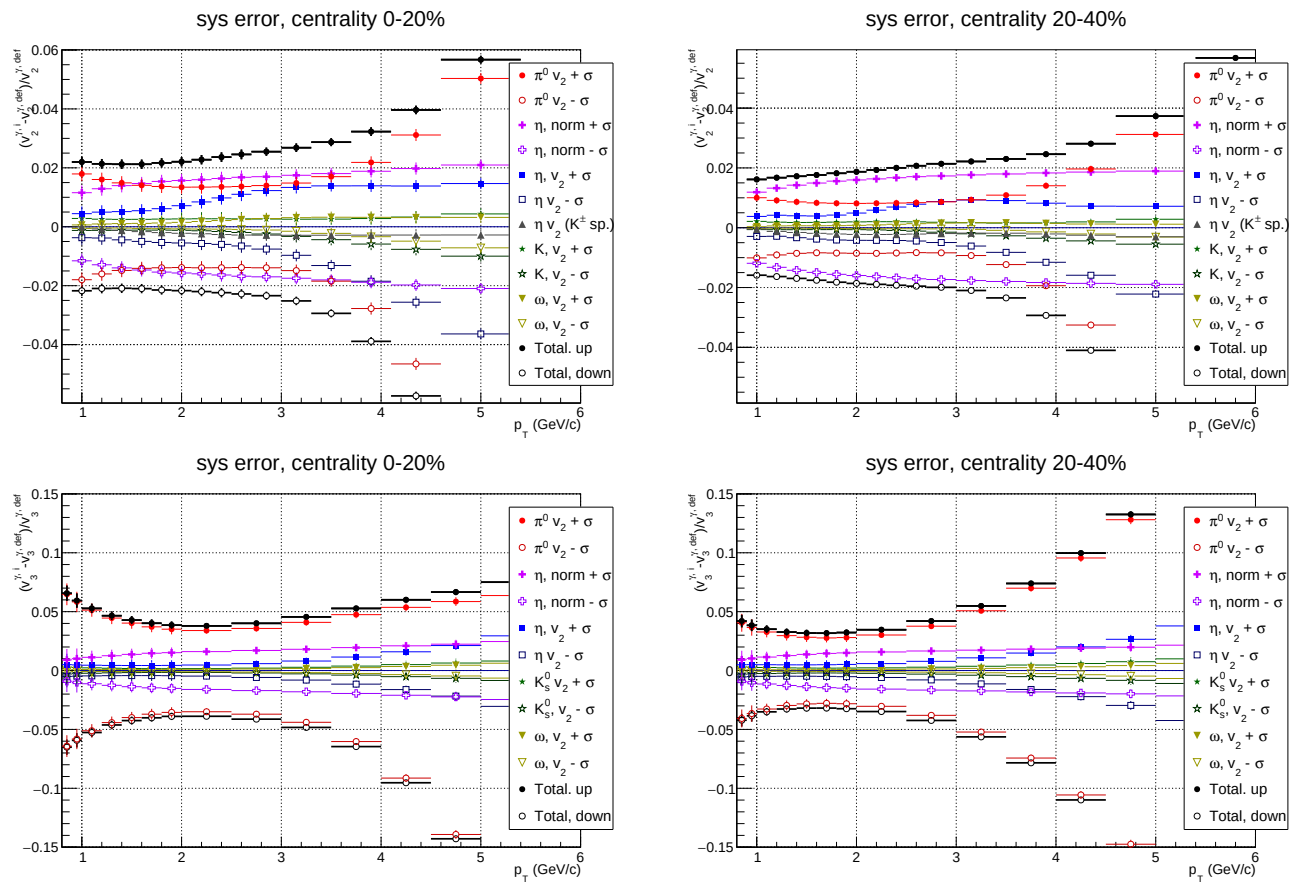


Рис. 191: Вклад различных компонент в относительную вариацию коллективного потока распадных фотонов для эллиптического (верхний ряд) и треугольного (нижний ряд) потоков и двух классов центральности.

3.4.6 Оценка систематических неопределенностей

Сравнение измеренных потоков инклюзивных фотонов $v_2\{SP\}$ и $v_3\{SP\}$ с потоком распадных фотонов представлено на рисунке 192. Величина потока инклюзивных фотонов близка к величине потока распадных фотонов для обеих гармоник и для обоих классов центральности. Систематические неопределенности потока инклюзивных фотонов и потока распадных фотонов сопоставимы. Основные вклады в систематические неопределенности потока инклюзивных фотонов следующие:

1. Неопределенности процедуры выравнивания, неравномерность распределения ориентации Q -вектора для всех значений его длины.
2. Неопределенности вычисления разрешения плоскости реакции.
3. Адронное загрязнение спектра фотонов.
4. Зависимость эффективности реконструкции фотонов от множественности.
5. Зависимость эффективности идентификации фотонов от множественности.
6. Размывание энергии фотонов.

Вклады 1 и 2 оцениваются как разность между полностью скорректированными потоками, измеренными с помощью детекторов-эстиматоров плоскости события V0A и V0C, см. рис. 181. Поскольку заметной зависимости от p_T не обнаружено, предполагается, что эта неопределенность не зависит от p_T , и она аппроксимируется как параметризация среднеквадратичного отклонения константой. В результате получаются относительные неопределенности $\sigma_{\text{flat}} = 0.0025, 0.01, 0.015$ и 0.012 для центральностей 0-20%, 20-40%, 40-60% и 40-80% соответственно для эллиптического потока и $\sigma_{\text{flat}} = 0.03$ и 0.05 для центральностей 0-20% и 20-40% для треугольного потока.

Сумма вкладов 3–6 оценивается путем сравнения величин коллективного потока, полностью скорректированных на загрязнение и эффективность реконструкции фотона, полученных с различными идентификационными критериями. В качестве неопределенности берется среднеквадратичное отклонение между величинами потока, измеренными с помощью Disp2, Disp2core, Both2, Both2core (см. рис. 186), и величиной потока, усредненной по идентификационному критерию. Ожидается, что относительные неопределенности, связанные с загрязнением, уменьшаются с p_T по мере уменьшения относительного загрязнения фотонного спектра. Среднеквадратичное отклонение параметризуется функцией $a + b \cdot \exp(-p_T/c)$, что дает для эллиптического потока: $\sigma_{\text{cont}} = 0.012 + 0.31 \cdot \exp(-p_T \cdot 6.0)$ для класса центральности 0–20%, $\sigma_{\text{cont}} = 0.007 + 0.04 \cdot \exp(-p_T \cdot 3.3)$ для класса центральности 20–40%, $\sigma_{\text{cont}} = 0.011 + 0.58 \cdot \exp(-p_T \cdot 10.0)$ для класса центральности 40–60%. Для величины треугольного потока параметризация дает: $\sigma_{\text{cont}} = 0.03 + 10.7 \cdot \exp(-p_T \cdot 9.5)$ для класса центральности 0–20% и $\sigma_{\text{cont}} = 0.04 + 3.1 \cdot \exp(-p_T \cdot 8.4)$ для класса центральности 20–40%.

Систематические неопределенности вычисления величин коллективного потока распадных фотонов с помощью коктейля представлены на рис. 191. Основной вклад вносят погрешности величины потока заряженных пионов и относительного выхода η -мезонов и нейтральных пионов. В дальнейшем потребовалось оценить также степень коррелированности неопределенности в разных p_T бинах. Вклады 1, 2 не зависят от p_T и проявляются как общий множитель для всех p_T бинов (тип C). Остальные факторы, 3, 4, 5, 6 и коктейль, могут быть скоррелированы с некоторой зависимостью от p_T (тип B).

Сравнение величины коллективного потока инклюзивных и распадных фотонов представлено на рис. 192. Во всех классах центральности инклюзивные и распадные потоки фотонов близки, но поток инклюзивных фотонов обычно меньше.

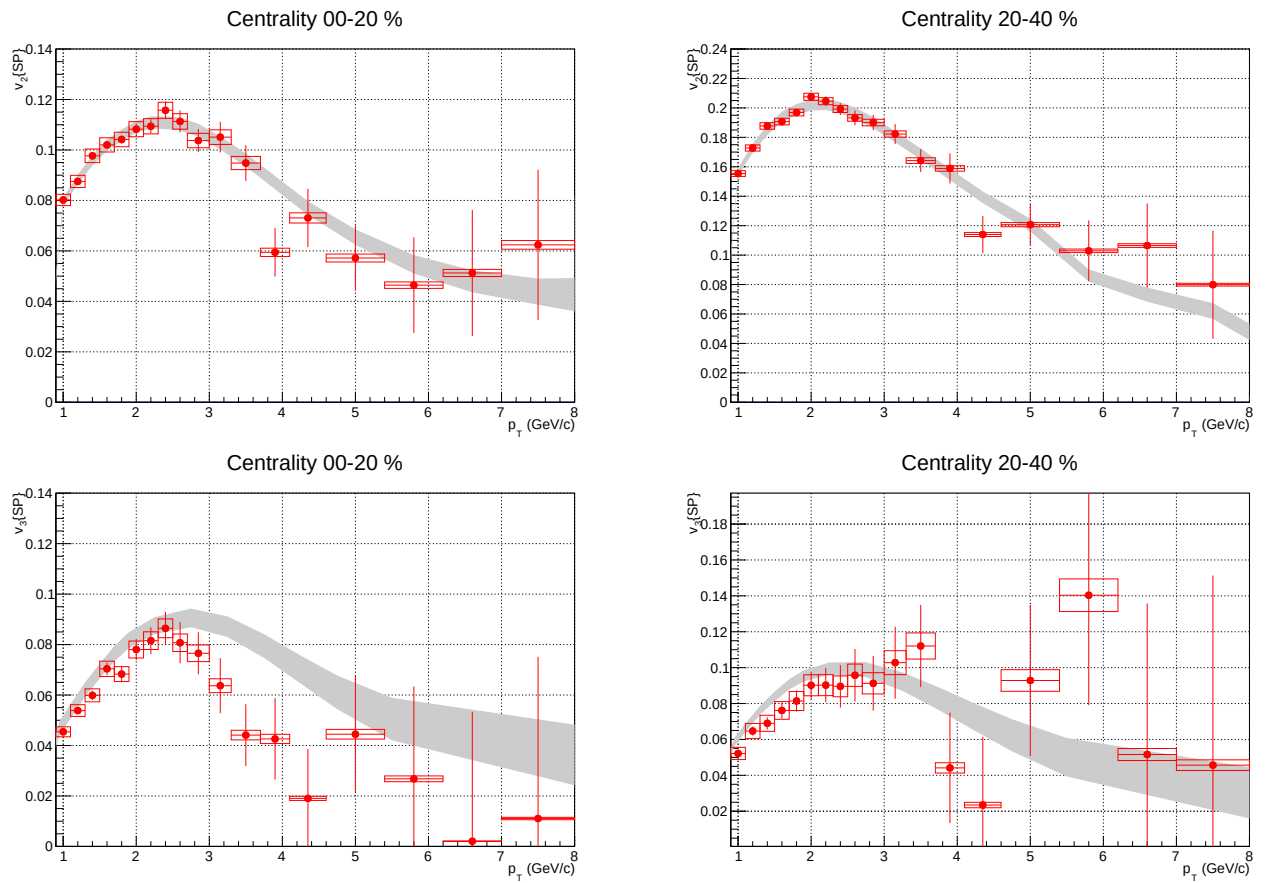


Рис. 192: Эллиптический $v_2\{SP\}$ (верхний ряд) и треугольный $v_3\{SP\}$ (нижний ряд) коллективные потоки инклюзивных и распадных фотонов для двух классов центральности.

3.5 Комбинация результатов PHOS и конверсионного метода

Так же как и в случае измерения спектров прямых фотонов 3.2, величина коллективного потока инклюзивных фотонов была параллельно измерена методом внешней конверсии (PCM) группой Гейдельбергского университета. В этом параграфе описывается, как именно усреднялись результаты двух измерений, и как вычислялся поток прямых фотонов.

При усреднении результатов измерений инклюзивных фотонов v_2 , полученных с помощью PCM и PHOS, оба измерения рассматривались как независимые. Возможные корреляции, обусловленные использованием одних и тех же векторов плоскости событий V0A и V0C, оказываются пренебрежимо малыми. Чтобы учесть корреляции отдельных измерений между различными бинами поперечного импульса, измеренные потоки инклюзивных фотонов описывались как векторы $\vec{v}_2^{\gamma, \text{inc, PCM}}$, $\vec{v}_2^{\gamma, \text{inc, PHOS}}$, где компоненты вектора соответствовали измеренным бинам p_T , а корреляции общих неопределенностей описывались ковариационными матрицами $V_{v_2, \text{PCM}}$ и $V_{v_2, \text{PHOS}}$ соответственно. Элементы ковариационной матрицы рассчитывались с учетом нескоррелированных статистических неопределенностей и полностью скоррелированных ($\rho = 1$) систематических неопределенностей; $V_{ij} = V_{\text{stat}, ij} + V_{\text{syst}, ij}$, где $V_{\text{syst}, ij} = \rho \sigma_{\text{syst}, i} \sigma_{\text{syst}, j}$, для p_T интервала i и j . Тогда объединенный инклюзивный поток фотонов — это вектор

$$\vec{v}_2^{\gamma, \text{inc}} = (V_{v_2, \text{PCM}}^{-1} + V_{v_2, \text{PHOS}}^{-1})^{-1} (V_{v_2, \text{PCM}}^{-1} \vec{v}_2^{\gamma, \text{inc, PCM}} + V_{v_2, \text{PHOS}}^{-1} \vec{v}_2^{\gamma, \text{inc, PHOS}}), \quad (112)$$

где $V_{\text{stat}, ij} = \sigma_{\text{stat}, i} \sigma_{\text{stat}, j}$ $V_{\text{stat}, ij}$ — диагональная матрица.

Отношение отдельных значений величин потока инклюзивных фотонов v_2 , измеренные с помощью PCM и PHOS, к среднему показано на рис. 193. Была оценена вероятность того, что два набора согласуются друг с другом (p-value): $p = 0.93$ и $p = 0.43$ для классов центральности 0–20% и 20–40% соответственно.

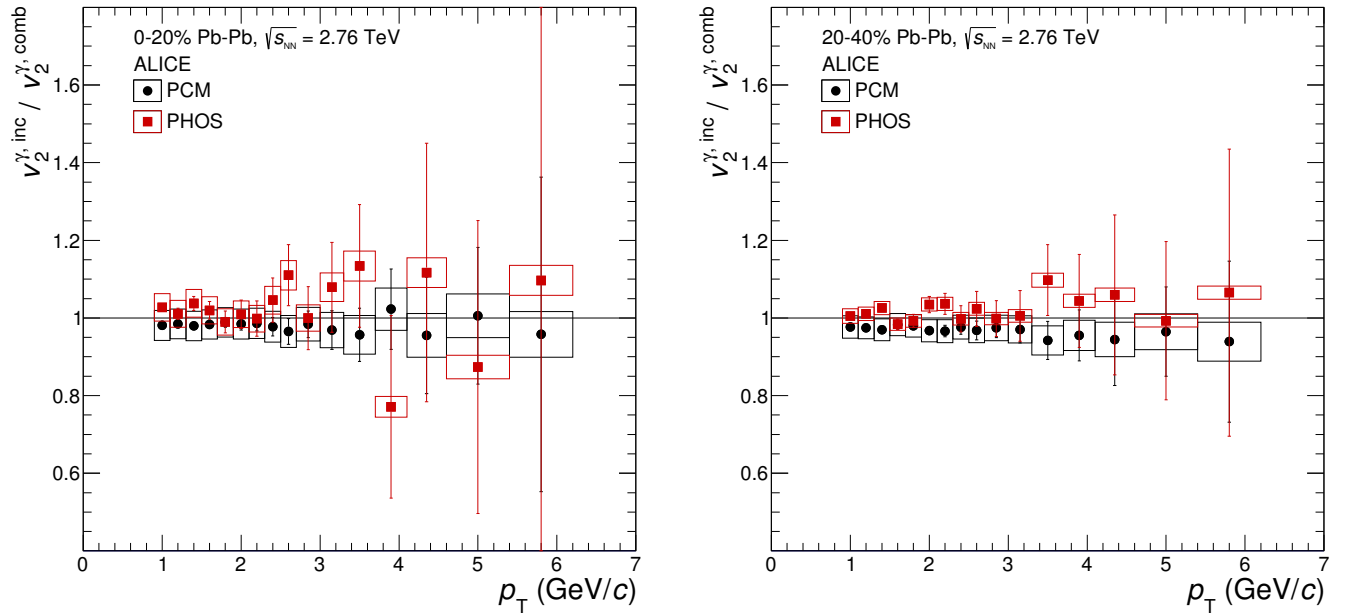


Рис. 193: Сравнение потоков инклюзивных фотонов, измеренных методами PHOS и PCM ($(v_2^{\gamma, \text{ind}})$), с усредненным $v_2^{\gamma, \text{inc}}$ в классе центральности 0–20% (слева) и 20–40% (справа). Результаты измерения каждым методом делятся на усредненное значение v_2^{γ} . Вертикальные линии в каждой точке данных показывают статистическую неопределённость, а прямоугольники — систематическую.

Усредненные величины коллективного потока инклюзивных фотонов $v_2^{\gamma, \text{inc}}$, измеренные в двух классах центральности, показаны на рис. 194. Величины коллективных эллиптиче-

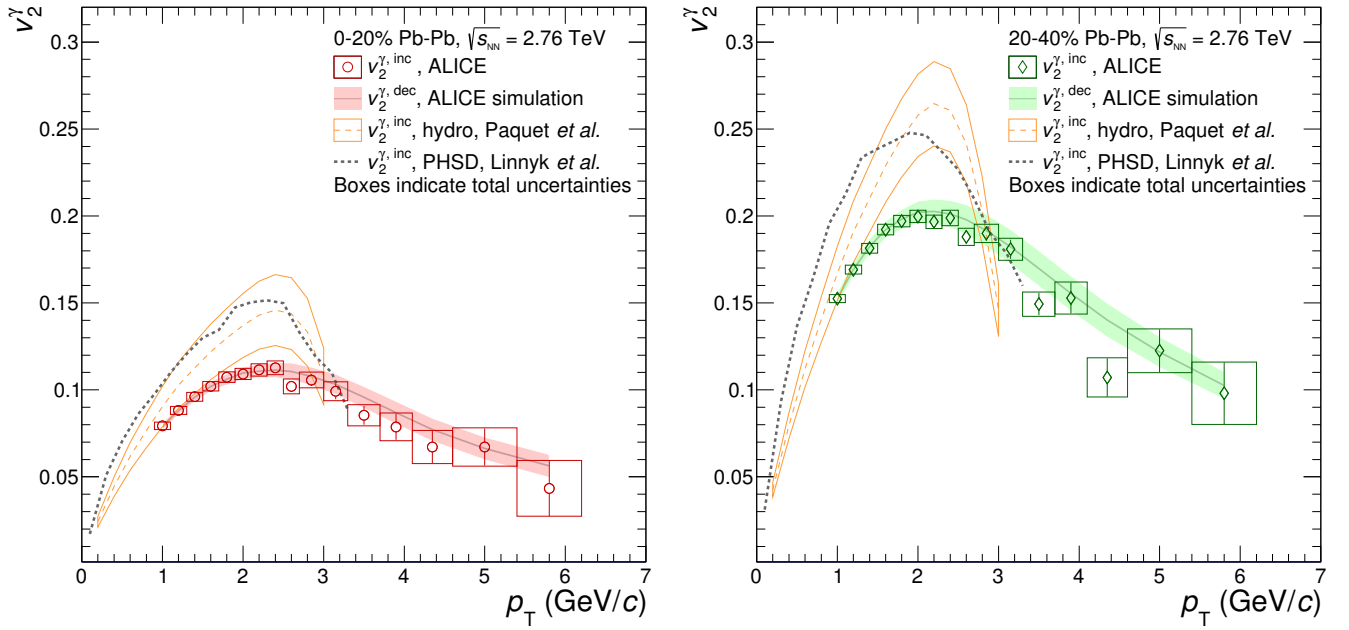


Рис. 194: Величина эллиптических потоков инклюзивных фотонов и распадных фотонов в сравнении с предсказаниями гидродинамической модели [326] и транспортной модели PHSD [464] в классах центральности 0–20% (слева) и 20–40% (справа).

ских потоков инклюзивных фотонов и распадных фотонов очень похожи во всем диапазоне $0.9 < p_T < 6.2$ ГэВ/с. Поскольку доля прямых фотонов по сравнению с выходом инклюзивных фотонов мала, $\sim 10\%$ в нашем диапазоне p_T [389], коллективный поток инклюзивных фотонов в основном определяется потоком распадных фотонов. Для сравнения на этом же рисунке представлены величины коллективного потока инклюзивных фотонов, полученные в гидродинамической модели [326] и транспортной модели PHSD [462]. Гидродинамическая модель предсказывает величину коллективного потока инклюзивных фотонов v_2 примерно на 40% больше, чем в данных при $1 < p_T < 3$ ГэВ/с, хотя воспроизводит величину эллиптического потока неидентифицированных адронов с точностью 10–20% в этом диапазоне p_T [463]. Модель PHSD [462] также предсказывает на $\sim 40\%$ большую величину потока инклюзивных фотонов, хотя воспроизводит величину потока неидентифицированных адронов.

Коллективный поток прямых фотонов получается статистически путем вычитания коллективного потока распадных фотонов из коллективного потока инклюзивных фотонов. Если предположить, что поток инклюзивных фотонов может быть разложен следующим образом:

$$v_2^{\gamma,\text{inc}} = \frac{N_{\gamma,\text{dir}}}{N_{\gamma,\text{inc}}} v_2^{\gamma,\text{dir}} + \frac{N_{\gamma,\text{dec}}}{N_{\gamma,\text{inc}}} v_2^{\gamma,\text{dec}}, \quad (113)$$

где $N_{\gamma,\text{inc}} = N_{\gamma,\text{dir}} + N_{\gamma,\text{dec}}$ — выход инклюзивных фотонов, который можно разложить на вклады прямых ($N_{\gamma,\text{dir}}$) и распадных ($N_{\gamma,\text{dec}}$) фотонов. $v_2^{\gamma,\text{inc}}$, $v_2^{\gamma,\text{dir}}$ и $v_2^{\gamma,\text{dec}}$ — соответствующие коллективные потоки фотонов. Поток прямых фотонов удобно выразить через отношение $R_\gamma = N_{\gamma,\text{inc}}/N_{\gamma,\text{dec}}$, поток инклюзивных фотонов $v_2^{\gamma,\text{inc}}$ и поток распадных фотонов $v_2^{\gamma,\text{dec}}$:

$$v_2^{\gamma,\text{dir}} = \frac{v_2^{\gamma,\text{inc}} R_\gamma - v_2^{\gamma,\text{dec}}}{R_\gamma - 1}. \quad (114)$$

Величина потока прямых фотонов рассчитывается, используя усредненное между методами PCM и PHOS отношение R_γ (см. главу 3.1.13) [389], усредненного потока инклюзивных фотонов и потока распадных фотонов. При вычислении неопределённостей возникает сложность, связанная с относительно небольшим значением избытка фотонов R_γ , составляющего

около 1–3 стандартных отклонений (в зависимости от класса центральности и интервала p_T). Эта проблема показана на примере одного интервала p_T на левом графике рис. 195, где приведено полученное значение $v_2^{\gamma, \text{dir}}$ и его неопределённость как функция отношения R_γ . Синяя Гауссова кривая на этом же графике представляет собой вероятность истинного значения R_γ в данном интервале p_T , измеренное значение обозначено пунктирной линией, а его полная неопределённость 1σ показана заштрихованной синей областью.

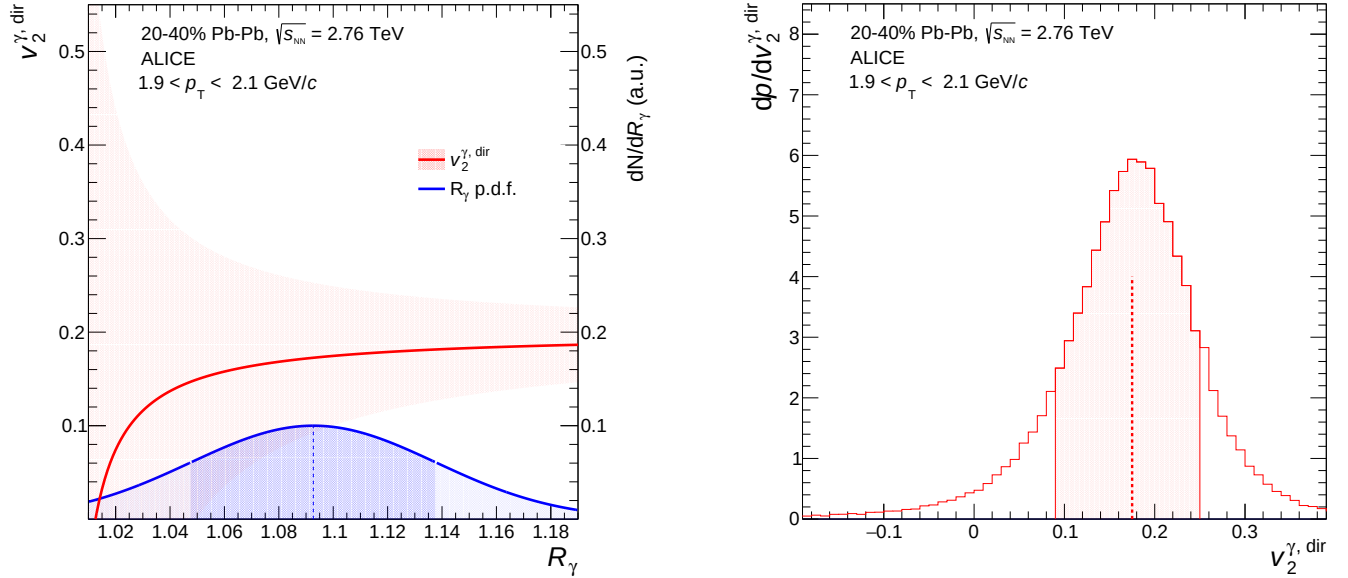


Рис. 195: Слева: Центральное значение (сплошная красная линия) и неопределённость величины потока прямых фотонов v_2 для данного интервала p_T . Верхний и нижний края заштрихованной красным области соответствуют полной неопределённости $v_2^{\gamma, \text{dir}}$, полученной из линейного гауссовского расчета неопределённостей $\sigma(v_2^{\gamma, \text{inc}})$ и $\sigma(v_2^{\gamma, \text{dec}})$. Синее Гауссово распределение (с произвольной нормировкой) отражает вероятность истинного значения R_γ в этом интервале p_T , синяя пунктирная линия – измеренное значение, синий заштрихованный интервал – его неопределённость $\pm 1\sigma$. Справа: Апостериорное распределение истинного значения $v_2^{\gamma, \text{dir}}$ для того же интервала в байесовском подходе. Распределение имеет негауссову форму, что означает, что интервал $\pm 2\sigma$ обычно соответствует вероятности менее 95.45%, как и в случае гауссова распределения.

При $R_\gamma \lesssim 1.05$ чувствительность к $v_2^{\gamma, \text{dir}}$ теряется, поскольку неопределённости, обозначенные красной затенённой полосой, резко возрастают. При текущих неопределённостях R_γ мы не можем полностью исключить, что $R_\gamma \lesssim 1.05$. Мы решаем проблему ограниченной значимости избытка прямых фотонов, используя байесовский подход. Параметры $R_{\gamma, t}$, $v_2^{\gamma, \text{inc}, t}$, $v_2^{\gamma, \text{dec}, t}$, обозначающие истинные значения, имеют индекс “t”, а измеренные величины $R_{\gamma, m}$, $v_2^{\gamma, \text{inc}, m}$, $v_2^{\gamma, \text{dec}, m}$ — индекс “m”. $R_{\gamma, t}$ ограничено по своему физическому смыслу диапазоном ($R_{\gamma, t} \geq 1$). В то же время измеренное значение $R_{\gamma, m}$ может принимать значения ниже единицы. Апостериорное распределение истинных параметров можно записать как

$$P(\vec{v}|\vec{m}) \propto P(\vec{m}|\vec{v})\pi(\vec{v}), \quad \pi(\vec{v}) \equiv \pi(\vec{R}_{\gamma, t}) = \Theta(R_{\gamma, t, 1} - 1, \dots, R_{\gamma, t, n} - 1), \quad (115)$$

где $\vec{m} = (\vec{R}_{\gamma, m}, \vec{v}_2^{\gamma, \text{inc}, m}, \vec{v}_2^{\gamma, \text{dec}, m})$ – набор измеренных значений, а $\vec{v} = (\vec{R}_{\gamma, t}, \vec{v}_2^{\gamma, \text{inc}, t}, \vec{v}_2^{\gamma, \text{dec}, t})$ – набор истинных значений. Здесь мы используем обозначения, введенные в уравнении (112): векторы представляют собой наборы измерений в различных бинах p_T , а n — количество этих бинов. Функция $\pi(\vec{R}_{\gamma, t})$ содержит априорные знания о R_γ . Мы используем многомерную функцию Хевисайда Θ , что соответствует постоянному априорному распределению для $R_{\gamma, t} \geq 1$. Вероятность наблюдения определённого набора измеренных значений при наличии

истинных значений моделируется с помощью многомерных Гауссовских функций $G(\vec{x}; \vec{\mu}, V)$ (где $\vec{\mu}$ — вектор средних значений, а V — ковариационная матрица):

$$P(\vec{m}|\vec{v}) = \prod_{x=R_\gamma, v_2^{\gamma, \text{inc}}, v_2^{\gamma, \text{dec}}} G(\vec{x}_m; \vec{x}_t, V_x). \quad (116)$$

Выбирая апостериорное распределение $P(\vec{v}|\vec{m})$, мы получаем триплеты $(R_\gamma, v_2^{\gamma, \text{inc}}, v_2^{\gamma, \text{dec}})$ для каждого интервала p_T , из которых мы вычисляем $v_2^{\gamma, \text{dir}}$ согласно уравнению (114). Пример полученного распределения для $v_2^{\gamma, \text{dir}}$ показан на рис. 195 (правая панель). Медианы распределений $v_2^{\gamma, \text{dir}}$ приняты за центральные значения. Нижняя и верхняя границы погрешностей соответствуют значениям $v_2^{\gamma, \text{dir}}$, при которых интеграл распределения v_2 составляет 15.87% и 84.13% от общего интеграла. В случае Гауссовского распределения это соответствует неопределённости 1σ .

Результаты для эллиптического потока прямых фотонов для двух классов центральности, 0–20% и 20–40%, показаны на рис. 196. Суммарные неопределённости, отражающие байесовское апостериорное распределение, показаны в виде прямоугольников, а вертикальные черточки показывают статистические неопределённости.

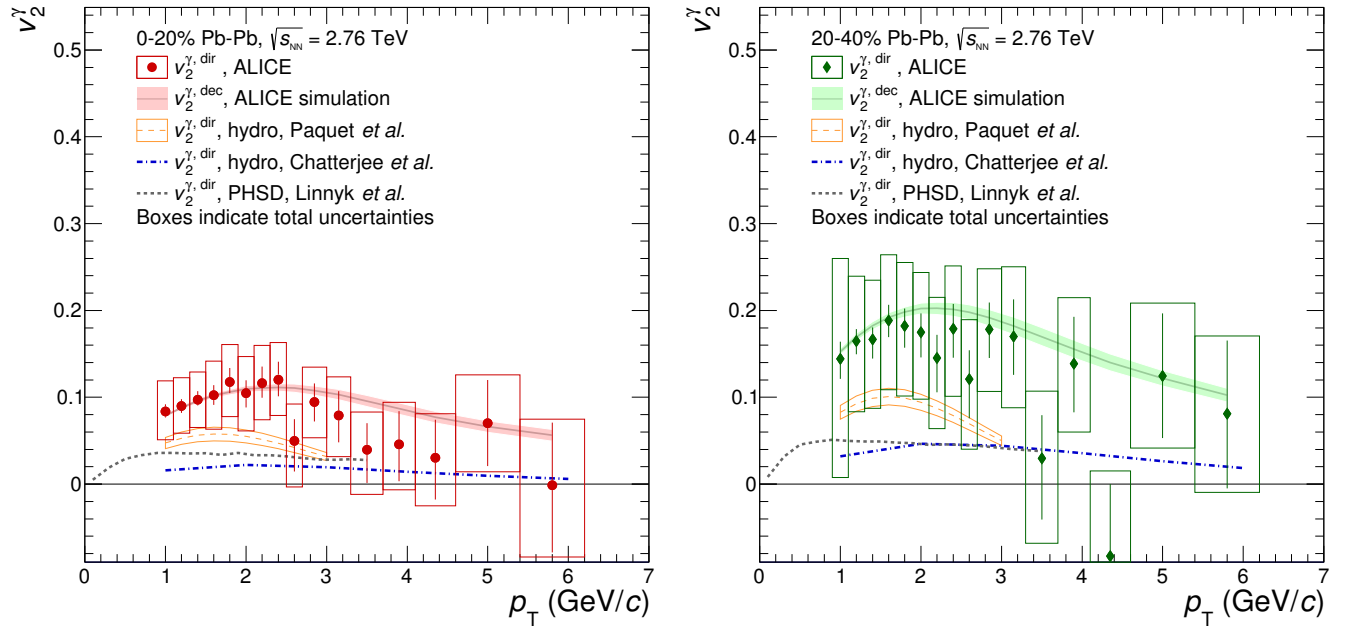


Рис. 196: Эллиптический поток прямых фотонов в сравнении с модельными расчётами в классах центральности 0–20% (слева) и 20–40% (справа).

Для сравнения на рис. 196 показаны предсказания нескольких гидродинамических моделей [465, 466] и транспортной модели PHSD [462]. Измеренная величина эллиптического потока прямых фотонов систематически превышает теоретические предсказания, но всё-таки статистически согласуется с ними. При проведении этого сравнения следует учитывать разницу примерно в 40% в описании инклюзивного потока фотонов, см. рис. 194.

Эти результаты были опубликованы в работе [252].

4 Сравнение теоретических предсказаний и экспериментальных результатов

4.1 Столкновения Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 17.2$ ГэВ (SPS)

При интерпретации экспериментальных данных WA98 по рождению прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 17.2$ ГэВ [195] возникает несколько неопределенностей. Первая – оценка вклада быстрых фотонов. Здесь имеется большая неопределенность, связанная с отсутствием данных по рождению прямых фотонов в pp столкновениях при той же энергии, а также с учетом ядерных эффектов, в первую очередь, – Крониновского рассеяния в начальном состоянии. Второй тип неопределенностей связан с описанием эволюции горячей системы: справедливо ли гидродинамическое описание? Если справедливо – как фиксировать параметры эволюции, и, в частности, как оценить время термализации горячей материи – параметр, от которого наиболее сильно зависит выход термальных фотонов. В этом параграфе мы рассмотрим, как эти проблемы решались в различных работах.

Самая первая оценка вклада быстрых фотонов была получена коллаборацией WA98 и опубликована в той же статье, что и данные по прямым фотонам. Для этого использовались данные по pp и p-C столкновениям при $\sqrt{s_{NN}} = 19.4$ ГэВ, масштабированные в соответствии с числом нуклон-нуклонных столкновений в Глауберовской модели ($N_{coll} = 660$). Различие в энергиях столкновения учитывалось с помощью масштабирования по $x_T = 2p_T/\sqrt{s_{NN}}$. Такая оценка вклада быстрых фотонов дает в области малых $p_T \sim 1$ ГэВ/с значения в 2-3 раза меньшие, чем измеренный спектр, что оставляет пространство для вклада термальных прямых фотонов.

В работе [467] (см. рис 197, слева) была предпринята попытка систематически исследовать вклад быстрых прямых фотонов. В этой работе не использовались ресуммирования, предложенные в [191], поэтому для того, чтобы воспроизвести данные по рождению прямых фотонов в pp столкновениях, авторам пришлось ввести размывание по начальному поперечному импульсу партонов в протоне с $\langle k_T^2 \rangle \sim 1$ ГэВ²/c². Для столкновений Pb–Pb было получено, что жесткая часть спектра прямых фотонов приблизительно воспроизводится

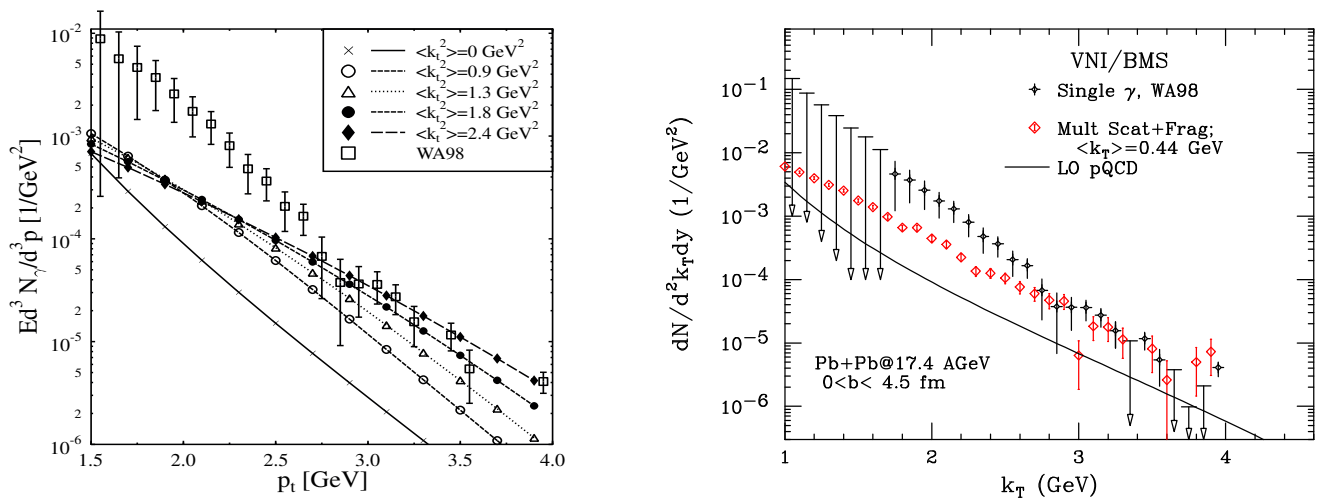


Рис. 197: Описание спектров прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 17.2$ ГэВ в различных моделях. Слева – с помощью быстрых фотонов [467], справа – в каскадной модели [468].

вкладом быстрых фотонов с $\langle k_T^2 \rangle = 2.4 \text{ ГэВ}^2/c^2$, но область $p_T \lesssim 2.5 \text{ ГэВ}/c$ не может быть описана в данном подходе ни при каких значениях $\langle k_T^2 \rangle$, см. рис. 197, слева. Это заключение подтверждается и всеми более поздними работами [469, 470, 330, 471], а также нашим исследованием [390]. К сожалению, все работы, включая сравнительно недавнюю работу [471], используют упрощенный метод вычисления спектра быстрых фотонов без учета ресуммированных вкладов отдачи и пороговых эффектов, поэтому такие описания требуют введения k_T -размывания для описания pp данных. Строгая оценка вклада Крониновского рассеяния также до сих пор не выполнена. Приблизительно величина Крониновского рассеяния может быть оценена сравнением жесткой части спектров нейтральных пионов в pp и $Pb-Pb$ столкновениях – фактора ядерной модификации, см., например, [430]. Для энергий SPS и диапазона импульсов $2 - 4 \text{ ГэВ}/c$ фактор ядерной модификации находится в диапазоне $1 - 1.5$, что значительно меньше множителя $k = 2.7 - 5.9$, необходимого для описания конечного спектра прямых фотонов в работе [471]. Таким образом, все расчеты указывают на то, что вклад быстрых фотонов в интересующих нас диапазонах энергий сравнительно мал. Однако для окончательного заключения необходимы реальные данные по рождению прямых фотонов в pp и pA столкновениях при той же энергии.

Большинство моделей, которые мы рассмотрим далее, используют гидродинамическое описание эволюции горячей материи. Такое описание предполагает наличие локального равновесия в системе. При этом остается открытым вопрос о вкладе предравновесной стадии столкновения. Некоторое представление о нем можно получить с помощью каскадной модели. В работе [468] исследовалось излучение фотонов на предравновесной стадии столкновения в рамках партонной каскадной модели (версия VNI/BMS). В качестве начального состояния бралось распределение партонов в сталкивающихся ядрах. Было показано, что вклад первых столкновений партонов совпадает с расчетами в первом порядке КХД, как и должно быть, но неожиданно оказалось, что вклад последующих перерассеяний заметно меньше. Это объясняется тем, что при энергиях SPS в этой модели образуется очень разреженная партонная материя. Полученные спектры прямых фотонов приблизительно согласуются с измеренными при $p_T > 3 \text{ ГэВ}/c$, см. 197, справа, а при меньших импульсах имеется заметное отличие, которое авторы приписывают вкладу последующей эволюции горячей материи, отсутствующему в модели. Также стоит иметь в виду, что согласие с данными при больших поперечных импульсах получается в значительной степени благодаря введению k_T -размывания начального распределения $\sim \exp(-k_T/p_0)$ со специально подобранным параметром $p_0 = 0.44 \text{ ГэВ}/c$. В этом случае спектр прямых фотонов оказывается очень похожим на спектр быстрых фотонов на этом же рисунке слева. Таким образом, основной результат этой работы заключается в том, что вклад предравновесной стадии столкновения сравнительно мал: заметно меньше вклада быстрых фотонов.

Следующие две работы используют схожие подходы: вычисляется скорость излучения термальных фотонов из единичного объема при заданной температуре и сворачивается со смоделированной эволюцией горячей материи. Torsten Renk [470] использовал полное выражение в первом порядке по α_s для скорости излучения термальных фотонов из КГП и упрощенное для скорости излучения (a-la Kapusta) адронного газа так как предполагал его вклад малым. Для описания эволюции файерболла использовалась простая параметризация, предполагающая пространственную однородность всех термодинамических параметров в каждый момент времени. Параметризация включала в себя продольное и поперечное расширение по линейному закону, причем его параметры подбирались так, чтобы воспроизвести спектр и множественность конечных адронов. Начальное время эволюции выбиралось в диапазоне $\tau_0 = 0.2, \dots, 1 \text{ фм}/c$. Результат расчетов показан на рис. 198, слева. В этом расчете не учитывается вклад быстрых прямых фотонов, которые, как мы показали, не доминируют ни в одном диапазоне p_T . Вклад КГП значительно больше вклада адронного газа. Удивительно хорошее совпадение с измеренным спектром является, по-видимому, случайным. Упрощенность

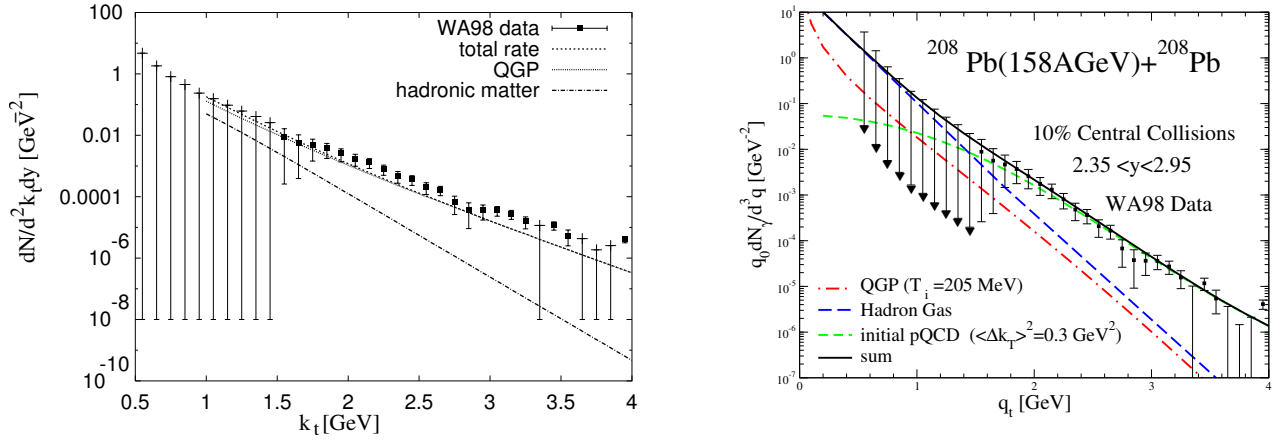


Рис. 198: Описание спектров прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 17.2 \text{ ГэВ}$ в различных моделях. Слева – линейная параметризация расширения КГП [470], справа – параметризации “шарового” файерболла [330].

модели, в первую очередь, отсутствие пространственного градиента плотности, существенно влияет на результат, приводя к противоположному по сравнению с другими моделями заключению об относительной важности вкладов КГП и адронного газа.

В работе [330] напротив, большое внимание уделялось оценке вклада адронного газа. Была вычислена скорость излучения термальных фотонов из адронного газа, учитывающая вклад a_1 резонанса, а также странных частиц и барионов. Для скорости излучения КГП использовалось полное в первом порядке по α_s выражение, учитывающее подавление Померанчука-Мигдала. Для описания расширения файерболла использовалась параметризация, описывающая расширение цилиндра с постоянными радиальным и продольным ускорениями, такими, чтобы получить скорости в момент замораживания порядка тех, что были оценены по спектрам конечных адронов. Так же как и предыдущей модели предполагалась пространственная однородность термодинамических величин в каждый момент времени. Начальная температура $T_{\text{in}} = 205 \text{ МэВ}$ была подобрана так, чтобы воспроизвести множественность конечных адронов. Для оценки вклада быстрых фотонов использовалась параметризация данных по pp столкновениям с дополнительным k_T -уширением, связанным с Крониновским рассеянием. Вычисленный спектр прямых фотонов воспроизводит измеренный во всем диапазоне поперечных импульсов, см. рис. 198, справа. При больших поперечных импульсах основной вклад дают быстрые фотоны, при малых – адронный газ. Вклад КГП оказывается пренебрежимо мал. Такое радикальное изменение интерпретации данных объясняется тем, что в работе [470] изначально предполагалось, что вклад адронного газа мал, и поэтому пришлось подбирать параметры модели так, чтобы воспроизвести спектр прямых фотонов только с помощью вклада КГП.

В нашей работе [390] мы применили 2+1 Бьеркеровскую гидродинамическую модель для описания эволюции горячей материи и вычисления спектра термальных фотонов, см. рис. 199. Как подробно описано в главе 2.5.2, мы подбирали параметры модели так, чтобы воспроизвести спектры конечных адронов: π , K , p , Λ , Ξ и минимизировать χ^2 разницы между вычисленными и измеренными спектрами этих адронов. Нам не удалось воспроизвести измеренные спектры адронов в предположении нулевой начальной скорости и потребовалось ввести начальную радиальную скорость, которую горячая материя приобрела на предравновесной стадии. Чтобы оценить значение начальной температуры T_{in} , мы использовали спектр прямых фотонов. На рис. 199 показано сравнение суммы вкладов быстрых и термальных прямых фотонов для нескольких значений начальной температуры с экспериментальными данными для чисто адронного уравнения состояния (слева) и для уравнения состояния с

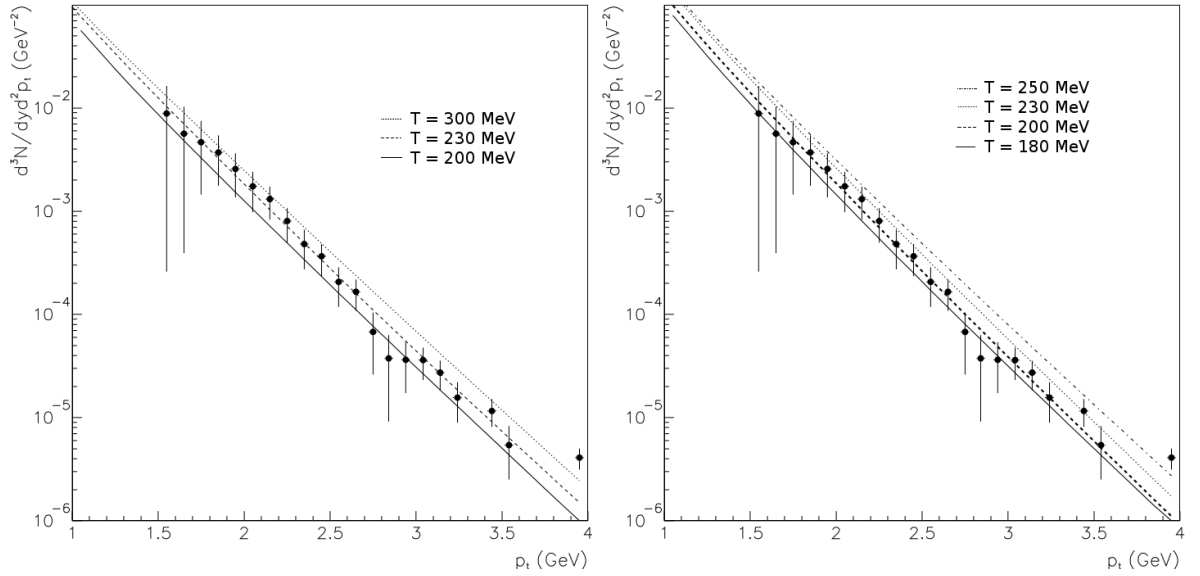


Рис. 199: Спектр прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 17$ ГэВ в случае уравнения состояния адронного газа (слева) и с фазовым переходом (справа). Значения параметров модели, соответствующие различным кривым, перечислены в Таблице 3.

фазовым переходом (справа). Мы варьировали начальную температуру, подбирая остальные параметры модели так, чтобы воспроизвести спектры конечных адронов. Мы численно оценили согласие наших спектров прямых фотонов с экспериментальными данными и нашли, что они согласуются друг с другом при следующих значениях начальной температуры: $T_{in} = 230^{+60}_{-30}$ МэВ (полный набор соответствующих параметров модели представлен в таблице 3). Значению $T_{in} = 230$ МэВ соответствует параметру качества $\chi^2_{\pi}/NDF = 3.7$ для воспроизведения пионного спектра и $\chi^2_{\gamma}/NDF = 0.67$ для фотонного. Для уравнения состояния с фазовым переходом первого рода мы также получили, что при отсутствии начальной радиальной скорости не удастся воспроизвести спектр нейтральных пионов. Мы повторили процедуру и нашли оптимальный набор параметров: $T_{in} = 200^{+40}_{-20}$ МэВ, что соответствует $\chi^2_{\pi}/NDF = 3.3$ для пионного спектра, и $\chi^2_{\gamma}/NDF = 0.8$ для фотонного (полный набор соответствующих параметров модели представлен в таблице 3). Таким образом, мы получили хорошее описание спектров конечных адронов и прямых фотонов как с чисто адронным уравнением состоянием, так и в случае уравнения состояния с фазовым переходом.

Две работы, представленные на рис. 200, используют полноценное гидродинамическое описание эволюции горячей материи. В работе [469] (слева) рассматривалось несколько сценариев, включающих в себя уравнения состояния с и без фазового перехода и различные начальные условия. Основной сценарий использовал уравнение состояния с фазовым переходом в модели мешков с температурой перехода $T_c = 165$ МэВ (EoS A), а также уравнение состояния без фазового перехода (EoS H). Рассматривалось несколько вариантов начального состояния и эволюции системы, IS1, IS2 с Гауссовым продольным распределением энергии и различным начальным распределением продольных скоростей в случае 3-мерной гидродинамики, и ВІ – буст-инвариантное расширение. Начальные параметры гидродинамической эволюции подбирались так, чтобы воспроизводить быстротные распределения конечных адронов и их распределения по поперечному импульсу. Для уравнения состояния с фазовым переходом спектры адронов воспроизводятся с начальным состоянием с максимальной начальной температурой $T_{in}^{max} = 325$ МэВ в центре фэйрбола и средней начальной температурой $T(z=0) = 255$ МэВ в начальный момент времени. В случае чисто адронного газа получаются $T_{in}^{max} = 275$ МэВ в центре фэйрбола и средняя начальная температура $T(z=0) = 234$ МэВ. Для скорости излучения термальных фотонов из КГП использовались выражения,

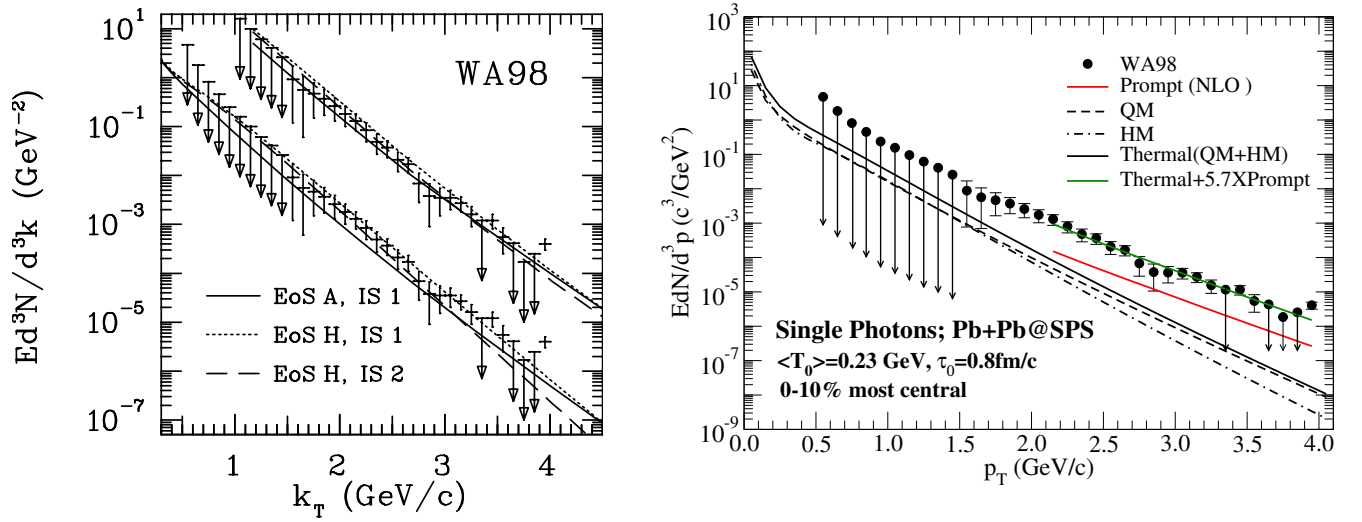


Рис. 200: Описание спектров прямых фотонов в Pb–Pb столкновениях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 17.2$ ГэВ в различных моделях. Слева – вариации различных уравнений состояния [469], верхний набор кривых – с учетом вклада быстрых фотонов, нижний набор – без вклада быстрых фотонов. Справа – расчет с наиболее современными параметризациями скорости излучения [471].

полные в первом порядке по α_s , но без учета эффекта Ландау-Померанчука, а для скорости излучения из адронного газа – учитывающие вклад a_1 резонанса только в s-канале [299]. Как видно на рис. 200, в такой модели удастся воспроизвести экспериментальные данные как в случае уравнения состояния с фазовым переходом, так и в случае чисто адронного газа.

В [471] работе были применены наиболее полные выражения для скорости излучения фотонов из КГП и адронного газа, а также решеточные уравнения состояния горячей материи с кроссовером вместо фазового перехода 1-го рода. Оценка вклада быстрых фотонов также использовала все последние достижения: расчет во втором порядке теории возмущений с учетом ресуммирования, который описывает данные по pp столкновениям (см. главу 2.2.1), и, кроме того, учитывались изоспиновые эффекты в АА столкновениях и затенение в структурных функциях. Эволюция горячей материи описывалась 2D+1 буст-инвариантной гидродинамикой. Форма распределения начальной плотности энергии и барионной плотности выбиралась пропорциональной числу участников в Глауберовской модели. Параметры модели подбираются так, чтобы воспроизвести спектры конечных адронов и распределение по поперечной энергии, что для основного выбранного времени термализации $\tau_0 = 0.8$ фм/с дает максимальную температуру в центре фэйрбола $T_0(x=0, y=0, b=0) = 257$ МэВ. Для исследования зависимости от выбора τ_0 рассматривались также наборы, сохраняющие полную энтропию и выход адронов: $\tau_0 = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ и 1.0 фм/с и $T_0(x=0, y=0, b=0) = 420, 330, 284, 257$ и 238 МэВ соответственно, что соответствует усредненным по поперечному сечению начальным температурам 380, 295, 257, 233 и 215 МэВ. Как видно из рисунка 200, вклады КГП (QM) и адронного газа (HM) примерно совпадают при $p_T < 2$ ГэВ/с, а при больших поперечных импульсах вклад КГП оказывается несколько больше. Интересно, что суммарный выход быстрых и термальных фотонов оказывается значительно меньше измеренного спектра. Для того чтобы воспроизвести его количественно, авторы предлагают ввести множитель κ перед вкладом быстрых фотонов. Множитель меняется в зависимости от начального времени от 2.7 при $\tau = 0.2$ до 5.9 при $\tau = 1$ фс/с. Авторы предполагают, что он учитывает эффект Крониновского рассеяния и вклад предравновесной фазы. Однако, как мы видели ранее, вклад Крониновского рассеяния в спектр нейтральных пионов составляет порядка десятка процентов, а вклад предравновесной стадии также меньше вклада быстрых фотонов, так что

вопрос о причинах расхождения остается открытым.

Среднее значение температуры $T_{\text{in}} = 230^{+60}_{-30}$ МэВ, полученное в нашей работе [390], оказывается меньше оценки в работе [469] или [471] $T_{\text{in}} \approx 260 - 350$ МэВ. Это объясняется значительно большим временем термализации в нашем случае. Кроме того, уравнение состояния с кроссовером, используемое в работе [471], существенно отличается от более ранних вариантов и приводит к заметно отличающейся модели эволюции горячей материи.

Кроме прямого измерения спектра прямых фотонов коллаборация WA98 также измерила их выход при малых p_T корреляционным методом [394]. На рис. 201 показано сравнение спектров прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 17.2$ ГэВ в области малых поперечных импульсов с расчетами в рамках гидродинамической модели. На левом рисунке, взятом из работы [473], показаны скорости излучения из КГП, адронного газа (HG) и их сумма. Штриховая линия учитывает также вклад тормозного излучения при $\pi\pi$ рассеяниях в приближении мягких фотонов (SPA) и без учета Бозе-Эйнштейновского усиления в конечном состоянии. Суммарный выход достаточно хорошо согласуется со спектром прямых фотонов при $p_T \geq 1.5$ ГэВ/с, но значительно недооценивает выход при малых поперечных импульсах $p_T = 0.1 - 0.3$ ГэВ/с. Учет тормозного излучения пионов в адронном газе несколько улучшает ситуацию, но все еще недооценивает выход прямых фотонов. Кривые на правом рисунке, взятом из [472], соответствуют таковым на левом за исключением того, что штриховая линия справа включает в себя улучшенное выражение для скорости излучения тормозных фотонов в упругих столкновениях $\pi\pi$ и πK (без приближения мягких фотонов, с учетом Бозе-увеличения в конечном состоянии). Более точный учет вклада тормозного излучения улучшает согласие с данными, см. правый рис. 201. Эти расчеты, по-видимому, дают верхний предел спектра прямых фотонов, так как не учитывают эффект Померанчука-Мигдала. Интересно, что вклад барионов, проявляющийся как модификация спектральной функции ρ -мезона [211], появляется и в спектре реальных фотонов и составляет 30-60% от вклада адронного газа (см. рис. 201) в области $0.1 < p_T < 0.3$ ГэВ/с. Кроме распадов резонансов ($\Delta, N(1520) \rightarrow N\gamma$, и т. д.) этот вклад включает в себя тормозное излучение в рассеяниях $\pi-N$, $N-N$ и $N-\Delta$, оценки на сечение которых были получены с помощью реакций фотоабсорбции на нуклонах и ядрах [474].

Подавляющее большинство работ по рождению прямых фотонов в АА столкновениях

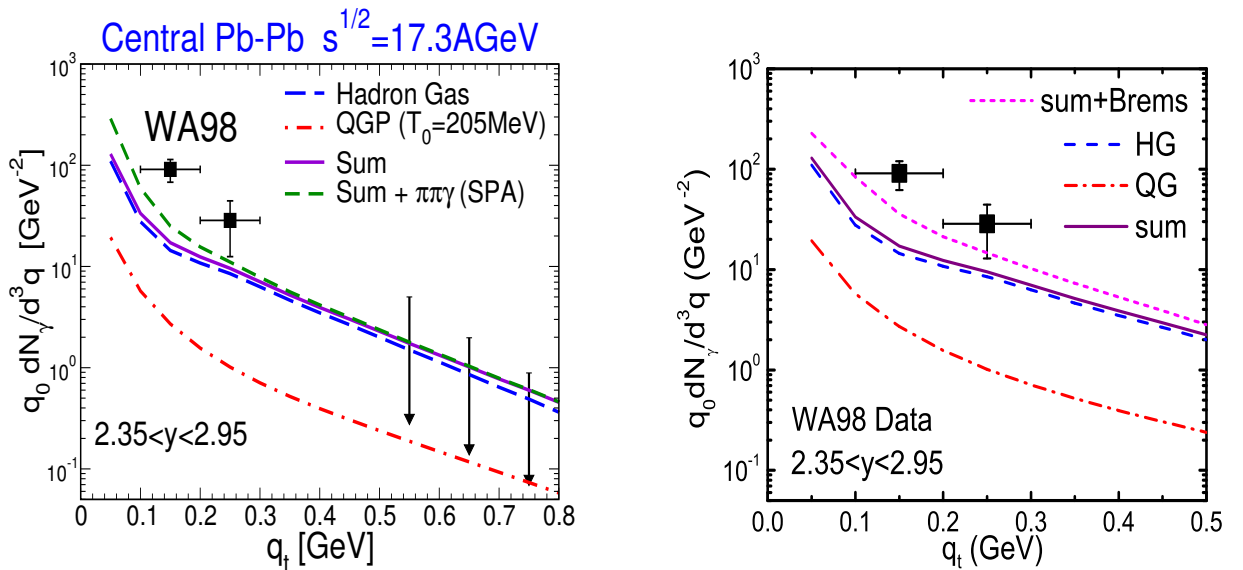


Рис. 201: Сравнение спектра прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 17.2$ ГэВ, измеренного корреляционным методом [394], с предсказаниями расширяющегося термального файерболла с КГП и адронной фазами [330]. Справа – аналогичный расчет с улучшенной оценкой вклада тормозного излучения [472].

используют гидродинамику (или ее параметризацию) для описания эволюции горячей материи. Одно из немногих исключений – работа [462], в которой используется транспортная модель Parton Hadron String Dynamics (PHSD) для описания эволюции горячей материи. Особенностью модели PHSD является то, что партоны и адроны необязательно находятся на массовой поверхности, учитывается уширение и сдвиг спектральной функции ρ -мезона, играющего важную роль в излучении реальных и виртуальных фотонов, и других мезонов. Сравнение результатов расчетов в рамках модели HSD с данными WA98 показаны на рис. 202. Как видно, удается довольно хорошо воспроизвести экспериментальные данные. Спектр прямых фотонов при малых p_T определяется вкладом тормозного излучения, причем мезонное и мезон-барионное тормозное излучения дают сравнимый вклад. Кроме того, оказывается, что результат транспортной модели довольно слабо отличается от гидродинамического описания эволюции системы.

Величина коллективного потока прямых фотонов при энергии SPS до сих пор не измерена. Однако коллаборация WA98 опубликовала данные по величине потока инклюзивных фотонов [475]. Основной результат этой работы заключается в сравнении величины потока нейтральных пионов, найденного в предположении, что именно он определяет поток инклюзивных фотонов. Оказалось, что оцененный поток нейтральных пионов совпадает с величиной потока заряженных пионов. Это в свою очередь означает, что поток инклюзивных фотонов совпадает с потоком распадных фотонов. Это может быть либо в случае отсутствия вклада прямых фотонов, либо если величина потока прямых фотонов примерно совпадает с величиной потока распадных фотонов. Как мы видели выше, доля прямых фотонов составляет около 20% от общего выхода, так что первый вариант невозможен. То есть мы получили, что прямые фотоны несут коллективный поток, сравнимый с величиной потока распадных фотонов – ситуация, аналогичная АА столкновениям при больших энергиях. Однако хотелось бы, чтобы коллаборация WA98 в явном виде оценила величину потока прямых фотонов, благо все данные для этого имеются.

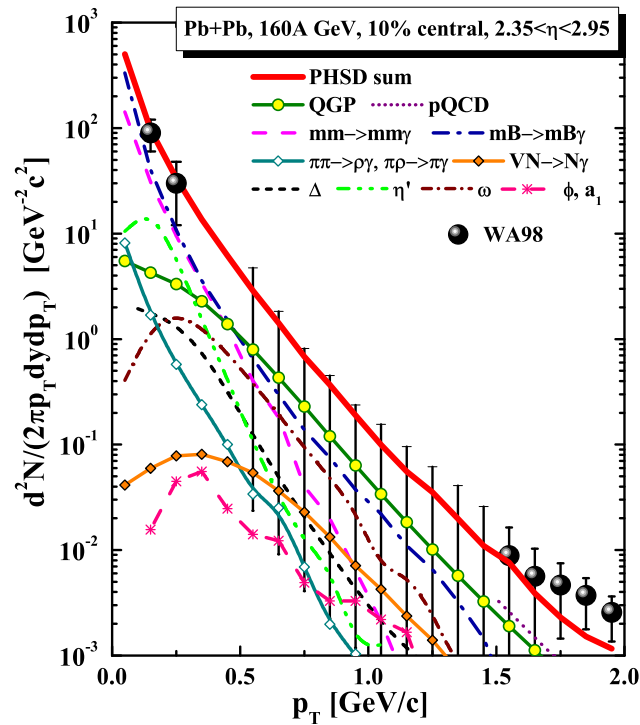


Рис. 202: Сравнения спектра прямых фотонов в столкновении Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 17.2$ ГэВ с предсказаниями транспортной модели PHSD. При малых p_T в спектре прямых фотонов доминирует тормозное излучение в адронном газе, при больших p_T – вклад КГП.

4.2 Столкновения Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ (RHIC)

Первые данные по рождению прямых фотонов в столкновениях Au–Au при энергии RHIC вызвали большой интерес со стороны теоретиков. Сразу после публикации появился ряд работ с описанием измеренных спектров прямых фотонов. Наша модель, использованная для описания рождения прямых фотонов в этих столкновениях, описана в главе 2.5.3. Здесь мы сравниваем наши предсказания с другими моделями, см. рис. 203. Это 2+1 гидродинамические расчеты Srivastava *et al.* [476] (с начальными условиями $\tau_0 \approx 0.2$ фм/с и $T_0 \approx 450 - 660$ МэВ), Jan-e Alam *et al.* (с $\tau_0 = 0.5$ фм/с и $T_0 = 300$ МэВ), Steffen и Thoma [477] ($\tau_0 = 0.5$ фм/с и $T_0 = 300$ МэВ), Hammon *et al.* [478] ($\tau_0 = 0.12$ фм/с и $T_0 = 533$ МэВ), полноценный 3-D гидродинамический расчет Rasanen *et al.* [479] ($\tau_0 = 0.17$ фм/с и $T_0 = 580$ МэВ), а также псевдо-гидродинамическая параметризация Turbide *et al.* [330] ($\tau_0 = 0.33$ фм/с и $T_0 = 370$ МэВ). Расчеты с близкими начальными условиями предсказывают сравнимые спектры прямых фотонов, отличающиеся менее чем в 2 раза от нашего предсказания. Как правило, выход прямых фотонов в нашей модели оказывается выше других предсказаний, что связано с малым времени термализации и соответственно большей начальной температурой, используемыми в нашей модели. Хорошее согласие получается с предсказаниями финской группы [479], которая использовала те же наиболее полные скорости излучения термальных фотонов из КГП и адронного газа, что и мы.

Детальное сравнение предсказаний нашей и финской моделей показывает, что спектры термальных фотонов из КГП согласуются очень хорошо, что связано с выбором близких начальных условий, совпадающих скоростей излучения и близких уравнений состояния горячей материи. Однако в модели Rasanen *et al.* спектр термальных фотонов из адронного газа оказывается значительно мягче. Это отличие, по-видимому, связано с различием в описании эволюции горячей материи на заключительных этапах столкновения, когда отличие между гидродинамикой с буст-инвариантным приближением и полной 3-D гидродинамикой стано-

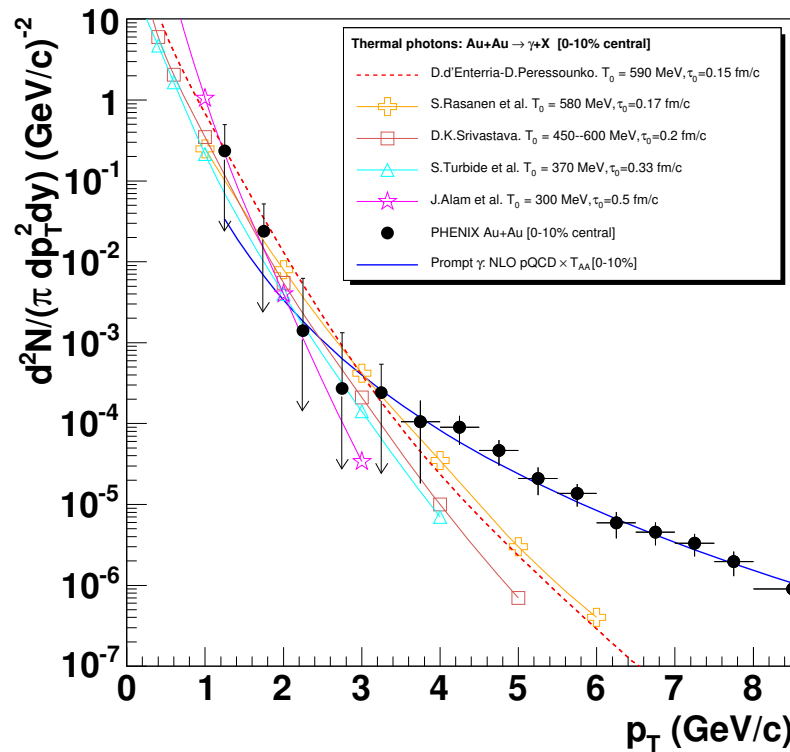


Рис. 203: Сравнение предсказаний некоторых моделей со спектром прямых фотонов, измеренным в PHENIX, в классе 20% самых центральных столкновений Au–Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ.

вится заметным. Сравнивая все предсказания, мы видим, что в области $p_T > 3$ ГэВ спектр термальных фотонов слабо зависит от описания динамики столкновения и даже используемых скоростей излучения, а в основном определяется значением начальной температуры, выбранной в модели. Можно выделить три группы: одна, состоящая из предсказаний нашей модели и группы Rasanen et al., использующих начальные температуры порядка 600 МэВ, вторая, включающая в себя предсказания Srivastava и Gale, которая использует $T_0 \sim 400$ МэВ, и оставшаяся Alam et al., с $T_0 = 300$ МэВ. В мягкой области $p_T < 3$ ГэВ/с, напротив, имеется сильная зависимость от того, как именно описана эволюция горячей материи в модели и какие именно скорости излучения использовались.

Неопределенности в экспериментальных данных довольно велики, так что невозможно сказать, что какая-то модель описывает данные значительно лучше остальных. Позднее были опубликованы результаты, полученные методом внутренней конверсии в столкновениях pp и Au–Au [196], что позволило оценить вклад быстрых фотонов, и полученные методом внешней конверсии [381], что улучшило неопределенности. Теоретический анализ рождения прямых фотонов также эволюционировал. Хотя за это время не произошло существенных сдвигов в вычислении скорости излучения термальных фотонов из КГП или адронного газа, зато появилось понимание того, что гидродинамическое описание эволюции горячей материи должно воспроизводить все мягкие наблюдаемые: быстротные распределения, спектры различных адронов, коллективные азимутальные потоки и Бозе-Эйнштейновские корреляции адронов. Все это налагает жесткие ограничения на модель, вплоть до величины флуктуаций на начальном этапе столкновения. Такая гидродинамическая модель была использована в работе [480] для описания рождения адронов: спектров и величины коллективного потока и их зависимости от центральности столкновения. В этой модели начальные условия задаются с помощью модели IP-Glasma [481], описывающей эволюцию глюонных полей с помощью классических уравнений Янга-Милса от начала столкновения до времени термализации $\tau_0 = 0.4$

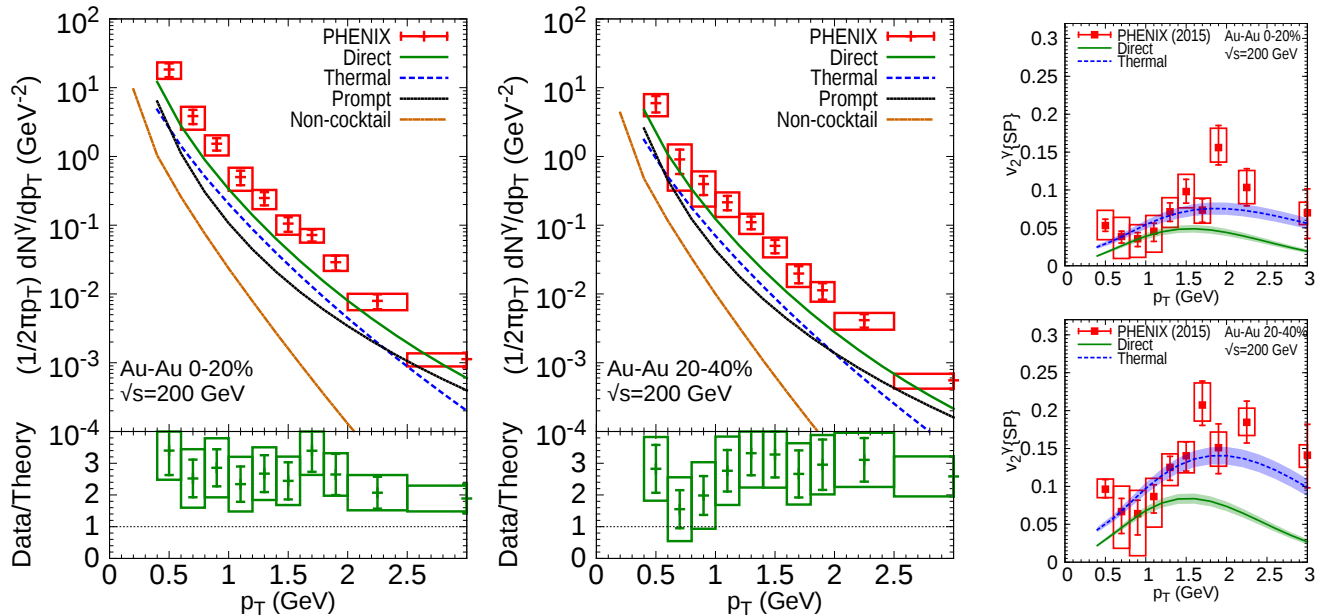


Рис. 204: Сравнение предсказаний гидродинамической модели [326] с данными для двух классов центральности столкновений Au–Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Слева и в центре – сравнение спектров прямых фотонов в центральных и полуцентральных столкновениях соответственно. Справа сверху и снизу – сравнение предсказаний и измеренной величины коллективного потока прямых фотонов для центральных и полуцентральных столкновений соответственно.

фм/с, начиная с которого используется 2D+1 Бьеркеновская гидродинамика с вязкостью. В конце эволюции, после локальной заморозки элементарных объемов, частицы в них продолжают эволюцию с помощью транспортной модели UrQMD. Используются наиболее полные выражения для скорости излучения прямых фотонов с учетом того, что в вязкой гидродинамике распределения частиц несколько отличаются от равновесных. Сравнение предсказаний гидродинамической модели [326] с данными представлено на рис. 204. Показаны вклады быстрых (prompt), термальных (thermal) прямых фотонов, вклада распадов адронов, не учтенных при экспериментальном вычитании распадных фотонов (non-cocktail) и сумма этих вкладов. В нижней части рисунков показана количественная оценка разницы предсказаний и данных. Модель недооценивает выход прямых фотонов примерно в два-три раза, как в центральных, так и в полуцентральных столкновениях. Что касается коллективного потока прямых фотонов, сравнение предсказаний и данных показано на рисунках справа. Если учитывать только вклад термальных фотонов, то получается хорошее согласие с данными. Однако добавление вклада быстрых фотонов, не несущих азимутальной асимметрии, приводит к уменьшению суммарного потока и расхождению с данными. Таким образом, не удастся одновременно описать адронные наблюдаемые, спектр и величину коллективного потока прямых фотонов в рамках гидродинамической модели.

Сравнение предсказаний модели PHSD [462] с измеренными спектрами прямых фотонов [196] и [381] показано на рис. 205. В работе [482] было показано, что эта модель приблизительно воспроизводит быстротные распределения, спектры различных адронов и их коллективные потоки в столкновениях Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Для описания рождения прямых фотонов в модели PHSD включены реакции мезонного и мезон-барионного тормоз-

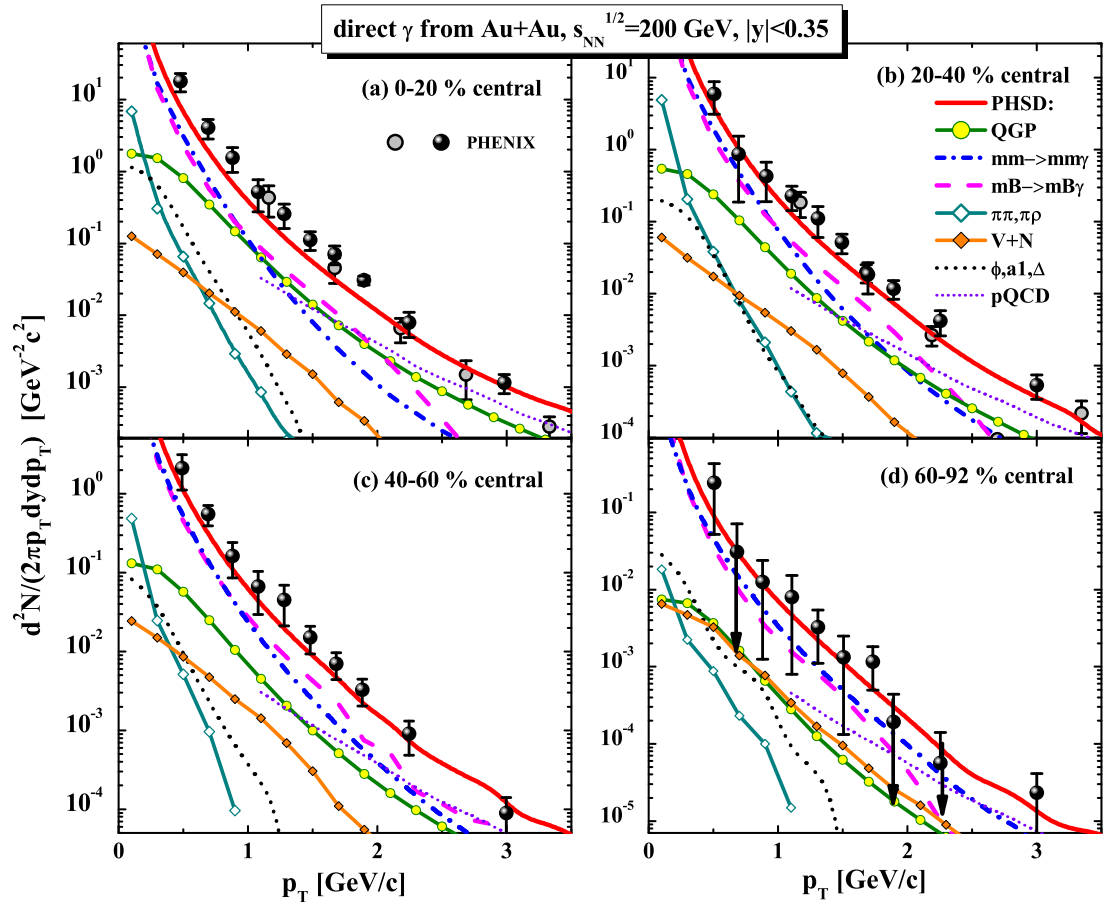


Рис. 205: Сравнение предсказаний модели PHSD [462] с данными PHENIX для четырех классов центральности столкновений Au–Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ.

ного излучения; двухчастичные $\pi + \rho \rightarrow \pi + \gamma$ и $\pi + \pi \rightarrow \rho + \gamma$, а также мезон-барионные реакции $V + N \rightarrow N + \gamma$; распады короткоживущих резонансов; и вклад КГП $q + \bar{q} \rightarrow g + \gamma$, и $q(\bar{q}) + g \rightarrow q(\bar{q}) + \gamma$. Также учтен вклад быстрых фотонов, масштабированный в соответствии с числом парных столкновений N_{coll} . При малых p_T спектр определяется тормозным излучением, а при больших p_T – излучением КГП. Предсказания модели PHSD согласуются с измеренными спектрами прямых фотонов, хотя в среднем ниже данных примерно в два раза.

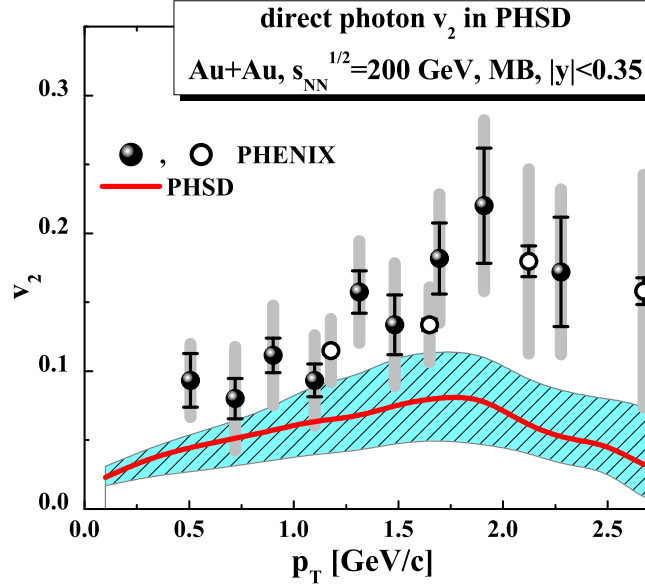


Рис. 206: Сравнение предсказаний величины эллиптического потока прямых фотонов в модели PHSD [462] с данными для класса центральности 0-92% Au-Au столкновений при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ [483].

В рамках модели PHSD также была вычислена величина эллиптического коллективного потока прямых фотонов для столкновений Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ, см. рис. 206. Как уже упоминалось, эта модель сравнительно хорошо воспроизводит данные по величине эллиптического потока конечных адронов. Однако в случае прямых фотонов предсказания идут примерно в два раза ниже, чем данные. Это объясняется тем, что в рамках модели PHSD в диапазоне средних $p_T \sim 1.5$ ГэВ/с примерно половина прямых фотонов рождается на ранней стадии эволюции в столкновениях партонов. Однако величина коллективного потока на ранних стадиях мала, что приводит к уменьшению суммарного потока, несмотря на то, что вклад адронного газа приводит к величине потока, сравнимой с потоком конечных пионов.

Таким образом, модели, существенно отличающиеся в деталях эволюции горячей материи приводят к примерно одинаковым результатам: предсказываемый спектр прямых фотонов в 2-3 раза ниже измеренного, и предсказанная величина коллективного потока прямых фотонов оказывается заметно меньше измеренной. Это открытие, обычно называемое «загадкой прямых фотонов», широко обсуждается в литературе [484]. Для объяснения этой загадки было предложено несколько идей. Одна из наиболее интересных моделей [485] предсказывает, что наличие сильного магнитного поля в самом начале столкновения АА приводит к созданию уровней Ландау для кварков и характерной зависимости эллиптического потока прямых фотонов, обусловленной переходами между этими уровнями: при достаточно малых $p_T \lesssim |eB|$ эллиптический поток тепловых фотонов становится отрицательным. Это предсказание отличается от предсказания любых гидродинамических или транспортных расчётов, которые предсказывают положительное значение v_2 для любых p_T . Чтобы различить эти сценарии, требуется расширение измерений до довольно малых $p_T \sim 100$ МэВ/с.

Другое возможное объяснение связано с тем, как именно вычисляется величина потока прямых фотонов: формула (114) может быть переписана как

$$v_n^{\text{dir}} = v_n^{\text{incl}} - \frac{v_n^{\text{decay}} - v_n^{\text{incl}}}{R - 1}. \quad (117)$$

Видно, что в случае $v_n^{\text{decay}} > v_n^{\text{incl}}$ увеличение избытка фотонов R приводит к увеличению потока прямых фотонов. То есть увеличенный поток прямых фотонов и повышенный выход прямых фотонов, измеренный PHENIX, непосредственно связаны.

4.3 Столкновения при энергии LHC

После обработки дополнительного набора данных эксперименту ALICE удалось уменьшить неопределенности в спектре прямых фотонов, измеренном в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ, см. рис. 207. Для сравнения показаны ожидаемые спектры быстрых фотонов, вычисленные во втором приближении пертурбативной КХД и масштабированные в соответствии с числом жестких столкновений. Хорошо видно, что при малых p_T имеется значительное превышение измеренного спектра над ожидаемым вкладом быстрых фотонов, что означает заметный вклад термальных прямых фотонов. На рис. 207 показаны также оценки выхода прямых фотонов, полученные в трех гидродинамических моделях [486, 487, 488], а также транспортной модели PHSD [462]. На правом графике рис. 207 показаны предварительные результаты измерения спектра прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ [489]. Измеренный спектр прямых фотонов несколько выше модельных предсказаний, но, тем не менее, согласуется с погрешностями измерений.

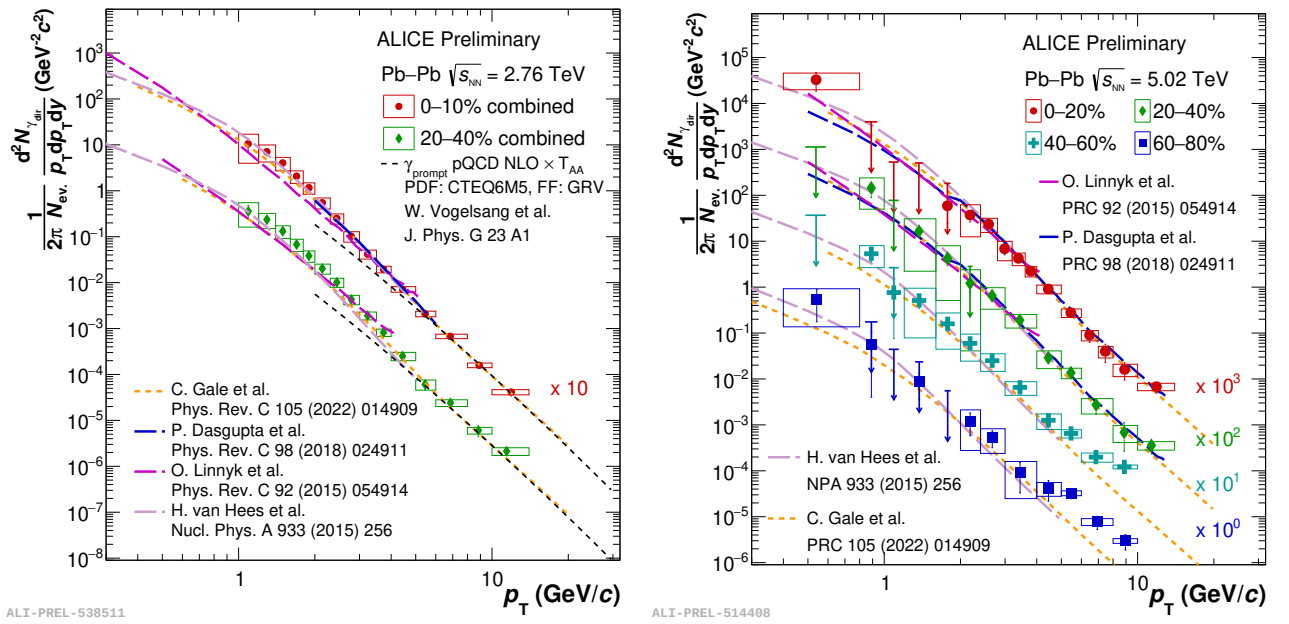


Рис. 207: Слева: спектры прямых фотонов, измеренные в столкновениях Pb–Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ, для двух классов центральности: 0-10% (умноженные на 10) и 20-40% в сравнении с ожидаемым выходом быстрых прямых фотонов. Справа: то же в столкновениях Pb–Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ, для четырех классов центральности.

Систематическое сравнение спектров прямых фотонов, измеренных в столкновениях Au–Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ коллаборациями PHENIX [490] и STAR [491], и предварительных результатов ALICE для столкновений Pb–Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ с предсказаниями той же гидродинамической модели представлено на рисунке 208. Хотя результаты STAR и предварительных результатов ALICE согласуются с предсказаниями модели в пределах погрешностей, измерения PHENIX показывают в мягкой области выход в 2–4 раза выше, как по сравнению с измерениями STAR при той же энергии, так и по сравнению с предсказаниями гидродинамической модели. Причина этого противоречия между двумя экспериментами пока неясна. В эксперименте PHENIX использовалось несколько методов: внешней конверсии, метод меченых фотонов, метод внутренней конверсии [492]. Все они дают согласующиеся друг с другом результаты. Эксперимент STAR использовал метод внутренней конверсии [491].

Спектр прямых фотонов определяется не только распределением температур в горячей области, но и развитием в ней коллективных потоков и соответствующими Доплеровскими сдвигами. Для разделения этих эффектов необходима дополнительная наблюдаемая, напри-

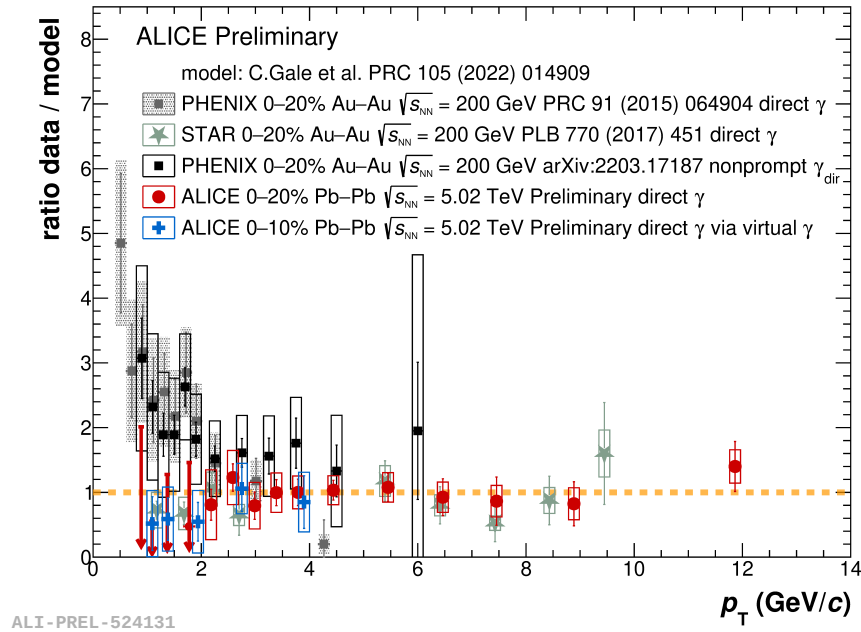


Рис. 208: Отношение спектров прямых фотонов, измеренных в столкновениях Au–Au и Pb–Pb, и предсказаний гидродинамической модели [486].

мер, величина азимутальных коллективных потоков прямых фотонов. Эллиптический поток прямых фотонов был впервые измерен в столкновениях Au–Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ коллаборацией PHENIX [499] и оказался схожим по величине с эллиптическим потоком адронов. Такая большая величина коллективного потока не может быть объяснена ни гидро-

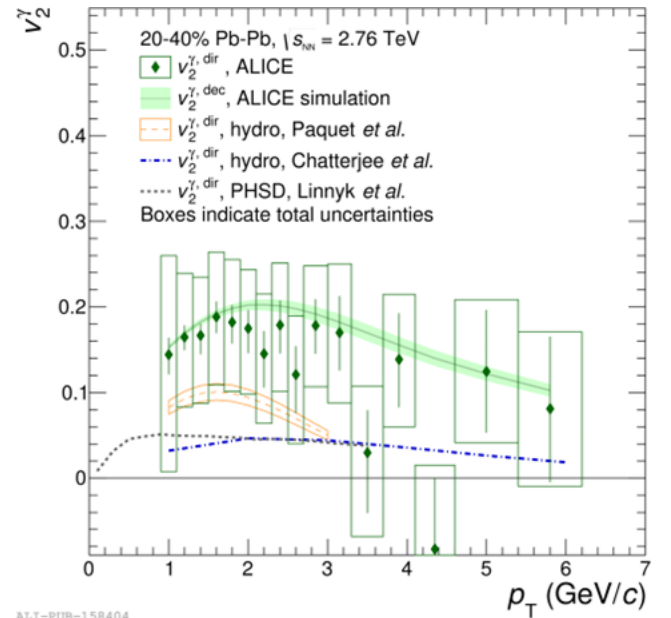
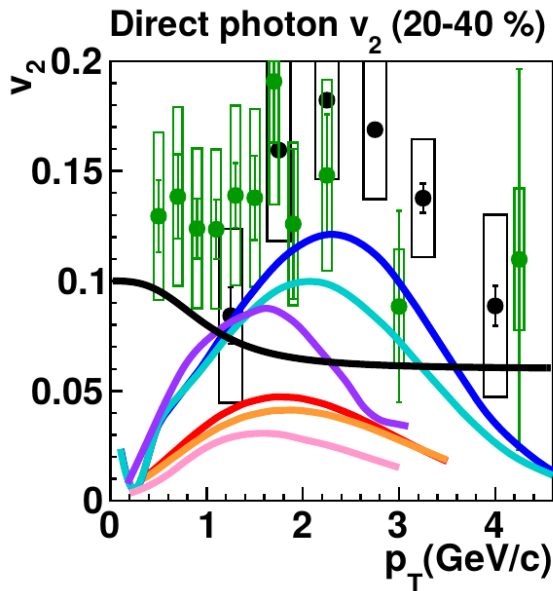


Рис. 209: Слева: Поток прямых фотонов v_2 , измеренный в столкновениях Au–Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ [493] с помощью калориметра (черные точки) и конверсионного метода (зеленые точки), в сравнении с феноменологической параметризацией (фиолетовая и голубая кривые) [494], транспортной моделью PHSD (сиреневый) [464], моделью, учитывающей вклад магнитного поля (черная кривая) [495], и гидродинамическими расчетами (красный, оранжевый и розовый) [496, 326]. Справа: эллиптический поток прямых фотонов, измеренный в столкновениях Pb–Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ [252] в сравнении с расчётами, выполненными с использованием гидродинамической модели [326, 497] и транспортной модели PHSD [498].

динамическими, ни транспортными моделями, которые обычно предсказывают значительно более низкие значения v_2 для прямых фотонов, см. рис. 209, слева. Это связано с тем, что значительную часть тепловых фотонов испускаются на ранних этапах, когда коллективный поток ещё формируется, что приводит к величине коллективного потока прямых фотонов значительно меньшей, чем адронов в любой гидродинамической или транспортной модели. Коллаборация ALICE также измерила эллиптический поток прямых фотонов в столкновениях Pb–Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ в двух классах центральности: 0-20% и 20-40% [252]; см. рисунок 209, справа. В этой работе также было обнаружено, что эллиптический поток прямых фотонов по величине аналогичен эллиптическому потоку распадных фотонов и систематически превышает предсказания гидродинамических или транспортных моделей, хотя превышение над предсказаниями меньше, чем в случае PHENIX, и имеются большие систематические неопределённости, не позволяющие делать однозначное заключение.

4.4 Масштабирование выходов прямых фотонов с множественностью заряженных частиц

Поскольку выход тепловых фотонов наблюдался в АА столкновениях при различных энергиях, можно получить зависимость интегрального выхода прямых фотонов от множественности заряженных частиц. Первой такую зависимость построила коллаборация PHENIX для столкновений Au–Au и Cu–Cu при энергиях $\sqrt{s_{NN}} = 39, 64, 200$ ГэВ. Зависимость интегрального выхода прямых фотонов ($dN_{\gamma,dir}/dy$) от множественности заряженных частиц ($dN_{ch}/d\eta$) представлена на рисунке 210. Данные согласуются со степенным масштабированием $dN_{\gamma,dir}/dy \propto (dN_{ch}/d\eta)^\alpha$ с показателем $\alpha = 1.11 \pm 0.02$ (стат) $^{+0.09}_{-0.08}$ (сист) [490]. Пунктирная линия соответствует ранее опубликованным данным, параметризация которых давала $\alpha = 1.23 \pm 0.06$ (стат) ± 0.18 (сист) [500], а сиреневая полоса соответствует выходу прямых фотонов в pp столкновениях, масштабированному в соответствии с числом нуклон-нуклонных столкновений N_{coll} .

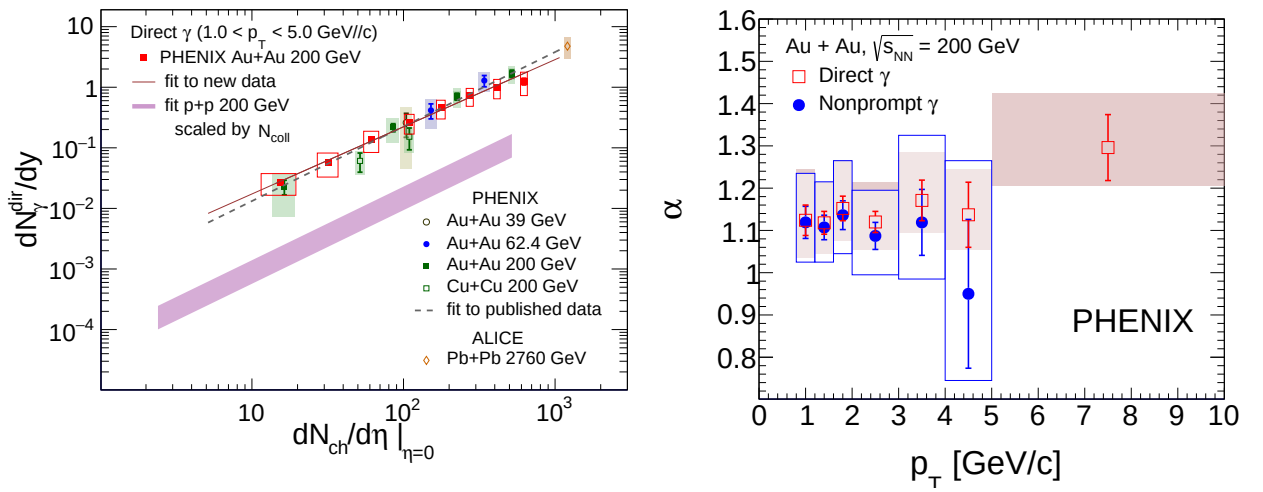


Рис. 210: Слева: интегральный выход прямых фотонов в АА столкновениях при различных энергиях как функция множественности заряженных частиц [490]. Справа: параметр масштабирования α как функция минимального p_T , используемого при расчёте интегрального выхода прямых или тепловых фотонов в столкновениях Au–Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ [490].

Поскольку разные стадии эволюции горячего вещества могут вносить вклад в различные диапазоны p_T , интересно изучить зависимость интегрального выхода прямых фотонов, начиная с нескольких минимальных $p_T^{\min}$, от множественности заряженных частиц. Гидродинамические расчёты [496] показали, что тепловое излучение адронного газа и КГП масштабируется как $\alpha_{HG} \approx 1.23$ и $\alpha_{QGP} \approx 1.83$ соответственно, в то время как вклад быстрых фотонов (жёстких процессов) масштабируется как $\alpha_{pQCD} \approx 1.25$. Таким образом, можно ожидать сильной зависимости показателя от $p_T^{\min}$. Однако PHENIX обнаружил, что показатель $\alpha(p_T)$ не зависит от p_T и равен $\alpha \approx 1.1$, см. рисунок 210, справа. Это значение меньше ожидаемого для показателя термальных прямых фотонов, включающего в себя вклады HG и QGP, $\alpha \approx 1.6$, см. рисунок 6 в [496]. Таким образом, низкое значение α может быть связано с дополнительным источником прямых фотонов в этих столкновениях, но неопределённости всё ещё слишком велики, чтобы сделать однозначный вывод.

Позднее эксперименты ALICE и STAR дополнили зависимость, полученную экспериментом PHENIX, см. рисунок 211. Качественно два других эксперимента подтверждают зависимость интегрального выхода от множественности. Однако детальное рассмотрение показывает, что эксперимент STAR измерил выход прямых фотонов в 2–3 раза меньший, чем PHENIX при тех же энергиях, и результаты эксперимента STAR согласуются с плавным ро-

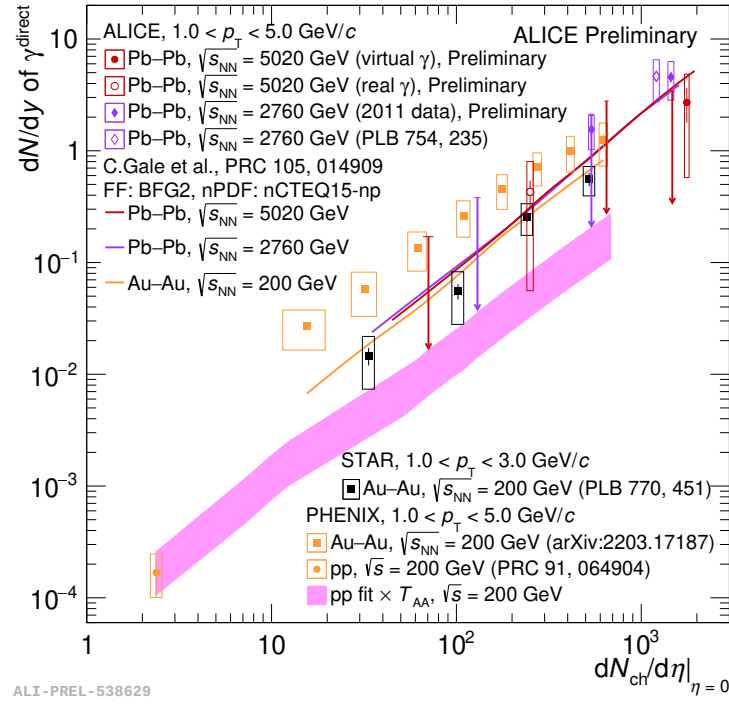


Рис. 211: Интегральный выход прямых фотонов в диапазоне $1 < p_T < 5$ ГэВ/с в АА столкновениях при различных энергиях как функция множественности заряженных частиц по результатам экспериментов PHENIX, STAR и ALICE [490].

стом выхода прямых фотонов от рр до АА столкновений, в то время как данные PHENIX намекают на существование двух почти параллельных кривых. Несмотря на организацию совместной группы экспериментов STAR и PHENIX и ее многолетнюю работу, до сих пор не удалось найти причину расхождения в результатах этих экспериментов. Результаты эксперимента ALICE находятся между результатами STAR и PHENIX и имеют сравнительно большие неопределенности. Так что они не позволяют подтвердить результаты одного эксперимента и исключить другой.

5 Заключение

Излучение прямых фотонов горячей материей, образующейся в АА столкновениях, позволяет получить уникальную информацию о ее свойствах. Теоретическое описание рождения прямых фотонов включает в себя вклады из нескольких смежных областей физики: описание эволюции горячей материи, родившейся в ядро-ядерном столкновении, особенно предравновесную стадию столкновения, вычисление вероятности излучения фотонов горячей материей (кварк-глюонной плазмой) или адронным газом. Поэтому интерес к этой области не ослабевает, и ежегодно появляются десятки теоретических работ в этой области.

Попытки оценить по спектрам прямых фотонов температуру горячей области, достигнутой в столкновении, как наши, так и других групп, привели к пониманию, что результат сильно зависит от деталей эволюции. Поэтому для ограничения параметров модели необходимо использовать все доступные наблюдаемые – спектры и коллективные потоки идентифицированных адронов, а также их Бозе-Эйнштейновские или Ферми-Дираковские корреляции. В то же время, мы показали, что корреляция между наклоном спектра прямых фотонов и начальной температурой не полностью размывается в процессе эволюции горячей материи, и ее можно использовать для поиска изменения числа степеней свободы в горячей материи, коррелируя наклон и множественность заряженных частиц. Предсказания для энергий коллайдера NICA использовались для формирования физической программы эксперимента MPD. Наконец, мы показали, что Бозе-Эйнштейновские корреляции могут быть измерены в условиях высокой множественности ядро-ядерных столкновений, что было использовано в эксперименте WA98.

Измерение спектров и корреляций прямых фотонов требует прецизионного измерения малых сигналов, что является экспериментальным вызовом. Тем не менее физические программы всех крупных экспериментов по столкновениям тяжелых ионов включают в себя задачу измерения спектров и корреляций прямых фотонов. Действующие эксперименты регулярно публикуют новые данные по этой теме. В настоящее время эксперименты WA98, PHENIX, STAR и ALICE подтвердили избыток теплового излучения в ядро-ядерных столкновениях. Эксперименты PHENIX и ALICE измерили величину коллективного потока прямых фотонов, который оказался сравнимым с величиной потока конечных адронов, что не воспроизводится ни гидродинамическими, ни транспортными моделями. Наконец, эксперименты WA98 и ALICE измерили Бозе-Эйнштейновские корреляции прямых фотонов. В третьей главе приводятся описания некоторых из этих измерений.

Диссертация представляет интерес также с точки зрения методических исследований. В третьей главе подробно описываются подходы, используемые для прецизионных измерений фотонов в электромагнитном калориметре, включая определение идентификационных критериев, вычисление эффективности и загрязнения фотонного спектра с использованием реальных данных.

В заключение приведем основные результаты, полученные в диссертации:

1. Получена оценка максимальной температуры ($T_{\text{in}} \sim 200 - 230$ МэВ), достигнутой в центральных столкновениях Pb–Pb при энергии SPS ($\sqrt{s_{\text{NN}}} = 17.3$ ГэВ).
2. Получена оценка максимальной температуры ($T_{\text{in}} \sim 600$ МэВ), достигнутой в центральных столкновениях Au–Au при энергии RHIC ($\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ ГэВ).
3. Предложен метод оценки числа эффективных степеней свободы в уравнении состояния горячей материи с помощью корреляции множественности конечных адронов и максимальной температуры файербола, оцененной с помощью прямых фотонов.
4. Установлено, что максимальный параметр хаотичности в случае Бозе-Эйнштейновских корреляций фотонов равен $1/2$ и не зависит от их импульсов.

5. Показано, что Бозе-Эйнштейновские корреляции прямых фотонов могут быть разделены с остаточными корреляциями распадных фотонов и Бозе-Эйнштейновские корреляции могут быть измерены в столкновениях ультрарелятивистских ионов.
6. Обнаружен уникальный для фотонов эффект уменьшения силы корреляции при усреднении многомерной Бозе-Эйнштейновской корреляционной функции до одномерной и установлено соотношение между параметрами этих корреляционных функций.
7. Сделаны предсказания параметров Бозе-Эйнштейновской корреляционной функции прямых фотонов в столкновениях Pb-Pb при энергии SPS и Au+Au при энергии RHIC.
8. Измерены спектры прямых фотонов в столкновениях Pb-Pb при энергии БАК ($\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ).
9. Измерена величина коллективных потоков прямых фотонов в столкновениях Pb-Pb при энергии БАК ($\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ).

Благодарности

Работы, представленные в диссертации, были выполнены в составе больших коллективов сотрудников НИЦ “Курчатовский институт” и международных коллабораций ALICE и PHENIX, поэтому результаты не могли быть получены без совместной работы с большим количеством научных сотрудников и инженеров. Автор выражает благодарность коллективу эксперимента ALICE, в частности, В.И. Манько, С.А. Садовскому, Ю.В. Харлову, М.С. Ипполитову, Ю.Г. Сибиряку, Д.С. Блау, Y. Schutz, G. Conese Balbastro, K. Reygers, A. Marin, F. Bock за совместные работы по фотонному спектрометру PHOS эксперимента ALICE и по анализу данных для измерений спектров и потоков прямых фотонов, Y. Akiba и T. Awes за поддержку в анализе данных эксперименте PHENIX.

Работы, результаты которых вошли в диссертацию, были поддержаны грантом РФФИ 15-52-50053, а также грантом РНФ 17-72-20234.

Список литературы

- [1] D. Ivanenko and D. F. Kurdgelaidze. Lett. Nuovo Cim. **IIS1** (1969) 13–16. [Lett. Nuovo Cim.II,13(1969)].
- [2] D. D. Ivanenko and D. F. Kurdgelaidze. Sov. Phys. J. **13** (1970) 1015–1019. [Izv. Vuz. Fiz.13,39(1970)].
- [3] N. Itoh. Prog. Theor. Phys. **44** (1970) 291.
- [4] G. Baym and S. A. Chin. Phys. Lett. **B62** (1976) 241–244.
- [5] D. J. Gross and F. Wilczek. Phys. Rev. **D8** (1973) 3633–3652.
- [6] H. D. Politzer. Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1346–1349.
- [7] J. C. Collins and M. Perry. Phys.Rev.Lett. **34** (1975) 1353.
- [8] N. Cabibbo and G. Parisi. Phys. Lett. **B59** (1975) 67–69.
- [9] E. V. Shuryak. Sov.Phys.JETP **47** (1978) 212–219.
- [10] B. A. Freedman and L. D. McLerran. Phys.Rev. **D16** (1977) 1169.
- [11] F. Karsch and E. Laermann. arXiv:hep-lat/0305025 [hep-lat].
- [12] D. J. Schwarz. Annalen Phys. **12** (2003) 220–270, arXiv:astro-ph/0303574 [astro-ph].
- [13] C. Adloff *et al.* Eur.Phys.J. **C21** (2001) 33–61, arXiv:hep-ex/0012053 [hep-ex].
- [14] J. Breitweg *et al.* Eur.Phys.J. **C7** (1999) 609–630, arXiv:hep-ex/9809005 [hep-ex].
- [15] V. N. Gribov and L. N. Lipatov. Sov. J. Nucl. Phys. **15** (1972) 438–450. [Yad. Fiz.15,781(1972)].
- [16] G. Altarelli and G. Parisi. Nucl.Phys. **B126** (1977) 298.
- [17] Y. L. Dokshitzer. Sov. Phys. JETP **46** (1977) 641–653. [Zh. Eksp. Teor. Fiz.73,1216(1977)].
- [18] L. N. Lipatov. Sov. J. Nucl. Phys. **23** (1976) 338–345. [Yad. Fiz.23,642(1976)].
- [19] E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, and V. S. Fadin. Sov. Phys. JETP **45** (1977) 199–204. [Zh. Eksp. Teor. Fiz.72,377(1977)].
- [20] I. I. Balitsky and L. N. Lipatov. Sov. J. Nucl. Phys. **28** (1978) 822–829. [Yad. Fiz.28,1597(1978)].
- [21] E. Iancu and R. Venugopalan. arXiv:hep-ph/0303204 [hep-ph].
- [22] J. Jalilian-Marian, A. Kovner, A. Leonidov, and H. Weigert. Nucl.Phys. **B504** (1997) 415–431, arXiv:hep-ph/9701284 [hep-ph].
- [23] J. Jalilian-Marian, A. Kovner, A. Leonidov, and H. Weigert. Phys.Rev. **D59** (1999) 034007, arXiv:hep-ph/9807462 [hep-ph].
- [24] E. Iancu, A. Leonidov, and L. D. McLerran. Nucl.Phys. **A692** (2001) 583–645, arXiv:hep-ph/0011241 [hep-ph].

- [25] K. Rajagopal and F. Wilczek. [arXiv:hep-ph/0011333](#) [hep-ph].
- [26] M. G. Alford, K. Rajagopal, and F. Wilczek. *Phys.Lett.* **B422** (1998) 247–256, [arXiv:hep-ph/9711395](#) [hep-ph].
- [27] G. Baym. *Nucl. Phys.* **A698** (2002) XXIII–XXXII, [arXiv:hep-ph/0104138](#) [hep-ph].
- [28] K. Fukushima. *J. Phys.* **G35** (2008) 104020, [arXiv:0806.0292](#) [hep-ph].
- [29] R. Hagedorn. *Nuovo Cim. Suppl.* **3** (1965) 147–186.
- [30] R. Hagedorn. *Lect. Notes Phys.* **221** (1985) 53–76.
- [31] K. Fukushima and T. Hatsuda. *Rept. Prog. Phys.* **74** (2011) 014001, [arXiv:1005.4814](#) [hep-ph].
- [32] M. Fukugita, M. Okawa, and A. Ukawa. *Nucl. Phys.* **B337** (1990) 181.
- [33] Y. Aoki, G. Endrodi, Z. Fodor, S. Katz, and K. Szabo. *Nature* **443** (2006) 675–678, [arXiv:hep-lat/0611014](#) [hep-lat].
- [34] C. DeTar and U. M. Heller. *Eur. Phys. J.* **A41** (2009) 405–437, [arXiv:0905.2949](#) [hep-lat].
- [35] T. Hatsuda and T. Kunihiro. *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 158–161.
- [36] C. E. Detar. *Phys. Rev.* **D32** (1985) 276.
- [37] M. Kitazawa, T. Koide, T. Kunihiro, and Y. Nemoto. *Phys. Rev.* **D65** (2002) 091504, [arXiv:nucl-th/0111022](#) [nucl-th].
- [38] H. Abuki, T. Hatsuda, and K. Itakura. *Phys. Rev.* **D65** (2002) 074014, [arXiv:hep-ph/0109013](#) [hep-ph].
- [39] Y. Nishida and H. Abuki. *Phys. Rev.* **D72** (2005) 096004, [arXiv:hep-ph/0504083](#) [hep-ph].
- [40] Q. Chen, J. Stajic, S. Tan, and K. Levin. *Physics Reports* **412** no. 1, (2005) 1 – 88. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157305001067>.
- [41] M. Asakawa and K. Yazaki. *Nucl. Phys.* **A504** (1989) 668–684.
- [42] A. Barducci, R. Casalbuoni, S. De Curtis, R. Gatto, and G. Pettini. *Phys. Lett.* **B231** (1989) 463.
- [43] F. Wilczek. *Int. J. Mod. Phys.* **A7** (1992) 3911–3925. [Erratum: *Int. J. Mod. Phys.* **A7**, 6951(1992)].
- [44] J. Berges and K. Rajagopal. *Nucl. Phys.* **B538** (1999) 215–232, [arXiv:hep-ph/9804233](#) [hep-ph].
- [45] P. Chomaz. *AIP Conf. Proc.* **610** no. 1, (2002) 167, [arXiv:nucl-ex/0410024](#).
- [46] J. Cleymans, H. Oeschler, and K. Redlich. *Phys. Rev.* **C59** (1999) 1663, [arXiv:nucl-th/9809027](#) [nucl-th].
- [47] F. Becattini, J. Manninen, and M. Gazdzicki. *Phys. Rev.* **C73** (2006) 044905, [arXiv:hep-ph/0511092](#) [hep-ph].

- [48] A. Andronic, P. Braun-Munzinger, and J. Stachel. Phys. Lett. **B673** (2009) 142–145, [arXiv:0812.1186 \[nucl-th\]](#). [Erratum: Phys. Lett.B678,516(2009)].
- [49] P. Braun-Munzinger, J. Stachel, and C. Wetterich. Phys. Lett. **B596** (2004) 61–69, [arXiv:nucl-th/0311005 \[nucl-th\]](#).
- [50] G. 't Hooft. Nucl. Phys. **B72** (1974) 461.
- [51] E. Witten. Nucl. Phys. **B160** (1979) 57.
- [52] L. McLerran and R. D. Pisarski. Nucl. Phys. **A796** (2007) 83–100, [arXiv:0706.2191 \[hep-ph\]](#).
- [53] A. Andronic *et al.* Nucl. Phys. **A837** (2010) 65–86, [arXiv:0911.4806 \[hep-ph\]](#).
- [54] M. G. Alford, A. Schmitt, K. Rajagopal, and T. Schafer. Rev. Mod. Phys. **80** (2008) 1455–1515, [arXiv:0709.4635 \[hep-ph\]](#).
- [55] M. Huang. [arXiv:1001.3216 \[hep-ph\]](#).
- [56] A. Schmitt. Lect. Notes Phys. **811** (2010) 1–111, [arXiv:1001.3294 \[astro-ph.SR\]](#).
- [57] B. C. Barrois. Nucl. Phys. **B129** (1977) 390.
- [58] D. Bailin and A. Love. Phys. Rept. **107** (1984) 325.
- [59] M. G. Alford, J. A. Bowers, and K. Rajagopal. Phys. Rev. **D63** (2001) 074016, [arXiv:hep-ph/0008208 \[hep-ph\]](#).
- [60] M. Creutz. Phys.Rev. **D15** (1977) 1128.
- [61] K. G. Wilson. Phys.Rev. **D10** (1974) 2445–2459.
- [62] F. Karsch. Lect.Notes Phys. **583** (2002) 209–249, [arXiv:hep-lat/0106019 \[hep-lat\]](#).
- [63] E. Laermann and O. Philipsen. Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. **53** (2003) 163–198, [arXiv:hep-ph/0303042 \[hep-ph\]](#).
- [64] J. O. Andersen, L. E. Leganger, M. Strickland, and N. Su. JHEP **08** (2011) 053, [arXiv:1103.2528 \[hep-ph\]](#).
- [65] S. Borsanyi, Z. Fodor, C. Hoelbling, S. D. Katz, S. Krieg, and K. K. Szabo. Phys. Lett. **B730** (2014) 99–104, [arXiv:1309.5258 \[hep-lat\]](#).
- [66] J. Cleymans. Acta Phys. Polon. B **43** (2012) 563–570, [arXiv:1203.5640 \[hep-ph\]](#).
- [67] A. Bazavov *et al.* Phys. Rev. **D90** no. 9, (2014) 094503, [arXiv:1407.6387 \[hep-lat\]](#).
- [68] K. Kajantie, M. Laine, K. Rummukainen, and Y. Schroder. Phys.Rev. **D67** (2003) 105008, [arXiv:hep-ph/0211321 \[hep-ph\]](#).
- [69] S. Datta, F. Karsch, P. Petreczky, and I. Wetzorke. Nucl.Phys.Proc.Suppl. **119** (2003) 487–489, [arXiv:hep-lat/0208012 \[hep-lat\]](#).
- [70] M. Asakawa, T. Hatsuda, and Y. Nakahara. Prog.Part.Nucl.Phys. **46** (2001) 459–508, [arXiv:hep-lat/0011040 \[hep-lat\]](#).

- [71] S. Datta, F. Karsch, P. Petreczky, and I. Wetzorke. Phys.Rev. **D69** (2004) 094507, arXiv:hep-lat/0312037 [hep-lat].
- [72] H. Dalsgaard. Ph.D. thesis, Niels Bohr Institute, University of Copenhagen (2011) 197.
- [73] B. Alver, B. Back, M. Baker, M. Ballintijn, D. Barton, *et al.* Phys.Rev.Lett. **102** (2009) 142301, arXiv:0709.4008 [nucl-ex].
- [74] B. B. Back *et al.* Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 052303, arXiv:nucl-ex/0210015 [nucl-ex].
- [75] E. Abbas *et al.* Phys. Lett. **B726** (2013) 610–622, arXiv:1304.0347 [nucl-ex].
- [76] J. Benecke, T. T. Chou, C.-N. Yang, and E. Yen. Phys. Rev. **188** (1969) 2159–2169.
- [77] J. Bjorken. Phys.Rev. **D27** (1983) 140–151.
- [78] K. Adcox *et al.* Nucl.Phys. **A757** (2005) 184–283, arXiv:nucl-ex/0410003 [nucl-ex].
- [79] I. G. Bearden *et al.* Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 162301, arXiv:nucl-ex/0403050 [nucl-ex].
- [80] I. Arsene *et al.* Nucl. Phys. **A757** (2005) 1–27, arXiv:nucl-ex/0410020 [nucl-ex].
- [81] M. Aggarwal *et al.* Phys.Rev. **C83** (2011) 034910, arXiv:1008.3133 [nucl-ex].
- [82] J. Adam *et al.* Phys. Rev. C **93** no. 2, (2016) 024917, arXiv:1506.08951 [nucl-ex].
- [83] A. Iordanova, O. Barannikova, and R. Hollis. Int.J.Mod.Phys. **E16** (2007) 1800–1805, arXiv:0705.0691 [nucl-ex].
- [84] C. Andrei. Nucl. Phys. **A931** (2014) 888–892, arXiv:1408.0093 [hep-ex].
- [85] E. Schnedermann, J. Sollfrank, and U. W. Heinz. Phys. Rev. **C48** (1993) 2462–2475, arXiv:nucl-th/9307020 [nucl-th].
- [86] J. Barrette *et al.* Phys.Rev.Lett. **73** (1994) 2532–2535, arXiv:hep-ex/9405003 [hep-ex].
- [87] J. Barrette *et al.* Phys.Rev. **C55** (1997) 1420–1430, arXiv:nucl-ex/9610006 [nucl-ex].
- [88] C. Alt *et al.* Phys.Rev. **C68** (2003) 034903, arXiv:nucl-ex/0303001 [nucl-ex].
- [89] K. Ackermann *et al.* Phys.Rev.Lett. **86** (2001) 402–407, arXiv:nucl-ex/0009011 [nucl-ex].
- [90] K. Aamodt *et al.* Phys.Rev.Lett. **105** (2010) 252302, arXiv:1011.3914 [nucl-ex].
- [91] K. Aamodt *et al.* Phys.Rev.Lett. **107** (2011) 032301, arXiv:1105.3865 [nucl-ex].
- [92] N. Herrmann, J. Wessels, and T. Wienold. Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. **49** (1999) 581–632.
- [93] B. Abelev *et al.* Phys.Rev.Lett. **101** (2008) 252301, arXiv:0807.1518 [nucl-ex].
- [94] J.-Y. Ollitrault. Nucl.Phys. **A590** (1995) 561C–564C.
- [95] J.-Y. Ollitrault. Phys.Rev. **D46** (1992) 229–245.
- [96] R. Snellings. PoS **CPOD2006** (2006) 028.
- [97] G. Stephans *et al.* Nucl.Phys. **A774** (2006) 639–642, arXiv:nucl-ex/0510066 [nucl-ex].

- [98] S. A. Voloshin, “Toward the energy and the system size dependence of elliptic flow: Working on flow fluctuations”, in *22nd Winter Workshop on Nuclear Dynamics*. 6, 2006.
arXiv:nucl-th/0606022.
- [99] R. S. Bhalerao and J.-Y. Ollitrault. Phys.Lett. **B641** (2006) 260–264,
arXiv:nucl-th/0607009 [nucl-th].
- [100] H. Heiselberg and A.-M. Levy. Phys.Rev. **C59** (1999) 2716–2727,
arXiv:nucl-th/9812034 [nucl-th].
- [101] S. Voloshin and A. M. Poskanzer. Phys.Lett. **B474** (2000) 27–32,
arXiv:nucl-th/9906075 [nucl-th].
- [102] R. Bhalerao, J.-P. Blaizot, N. Borghini, and J.-Y. Ollitrault. Phys.Lett. **B627** (2005) 49–54, arXiv:nucl-th/0508009 [nucl-th].
- [103] A. Adare *et al.* Phys.Rev.Lett. **98** (2007) 162301, arXiv:nucl-ex/0608033 [nucl-ex].
- [104] B. Schenke and R. Venugopalan. Phys. Rev. Lett. **113** (2014) 102301, arXiv:1405.3605 [nucl-th].
- [105] P. Braun-Munzinger, D. Magestro, K. Redlich, and J. Stachel. Phys.Lett. **B518** (2001) 41–46, arXiv:hep-ph/0105229 [hep-ph].
- [106] A. Andronic, P. Braun-Munzinger, and J. Stachel. Nucl. Phys. **A834** (2010) 237C–240C, arXiv:0911.4931 [nucl-th].
- [107] M. Kaneta and N. Xu. arXiv:nucl-th/0405068 [nucl-th].
- [108] F. Becattini, M. Bleicher, T. Kollegger, T. Schuster, J. Steinheimer, and R. Stock. Phys. Rev. Lett. **111** (2013) 082302, arXiv:1212.2431 [nucl-th].
- [109] S. Das. EPJ Web Conf. **90** (2015) 10003, arXiv:1412.0350 [nucl-ex].
- [110] J. Rafelski and B. Muller. Phys.Rev.Lett. **48** (1982) 1066.
- [111] J. Rafelski. Nucl.Phys. **A418** (1984) 215C–235C.
- [112] M. Gazdzicki and M. I. Gorenstein. Acta Phys.Polon. **B30** (1999) 2705,
arXiv:hep-ph/9803462 [hep-ph].
- [113] F. Antinori *et al.* J.Phys.G **G32** (2006) 427–442, arXiv:nucl-ex/0601021 [nucl-ex].
- [114] A. R. Timmins. J.Phys.G **G36** (2009) 064006, arXiv:0812.4080 [nucl-ex].
- [115] K. Werner. Phys.Rev.Lett. **98** (2007) 152301, arXiv:0704.1270 [nucl-th].
- [116] Z.-W. Lin, C. M. Ko, B.-A. Li, B. Zhang, and S. Pal. Phys.Rev. **C72** (2005) 064901,
arXiv:nucl-th/0411110 [nucl-th].
- [117] E. Andersen *et al.* Phys.Lett. **B449** (1999) 401–406.
- [118] M. Gazdzicki *et al.* J.Phys.G **G30** (2004) S701–S708, arXiv:nucl-ex/0403023 [nucl-ex].
- [119] C. Alt *et al.* Phys.Rev. **C77** (2008) 024903, arXiv:0710.0118 [nucl-ex].

- [120] R. Hanbury Brown and R. Twiss. *Phil.Mag.* **45** (1954) 663–682.
- [121] G. Goldhaber, S. Goldhaber, W.-Y. Lee, and A. Pais. *Phys.Rev.* **120** (1960) 300–312.
- [122] G. I. Kopylov and M. I. Podgoretsky. *Sov. J. Nucl. Phys.* **15** (1972) 219–223.
- [123] E. V. Shuryak. *Phys. Lett. B* **44** (1973) 387–389.
- [124] G. Cocconi. *Phys. Lett. B* **49** (1974) 459–461.
- [125] КОПЫЛОВ, Г. И. and ПОДГОРЕЦКИЙ М. И. *Ядерная физика* **15** (1972) .
- [126] Гришин В.Г. and КОПЫЛОВ, Г. И. and ПОДГОРЕЦКИЙ М. И. *Ядерная физика* **13** (1971) 638.
- [127] G. I. Kopylov. *Phys. Lett. B* **50** (1974) 472–474.
- [128] U. W. Heinz and B. V. Jacak. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **49** (1999) 529–579, [arXiv:nucl-th/9902020](#).
- [129] S. Akkelin and Y. Sinyukov. *Phys.Lett.* **B356** (1995) 525–530.
- [130] S. Pratt, T. Csorgo, and J. Zimanyi. *Phys.Rev.* **C42** (1990) 2646–2652.
- [131] M. A. Lisa, S. Pratt, R. Soltz, and U. Wiedemann. *Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.* **55** (2005) 357–402, [arXiv:nucl-ex/0505014](#) [[nucl-ex](#)].
- [132] B. I. Abelev *et al.* *Phys. Rev. C* **80** (2009) 024905, [arXiv:0903.1296](#) [[nucl-ex](#)].
- [133] J. Adams *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 012301, [arXiv:nucl-ex/0312009](#).
- [134] A. N. Makhlin and Y. M. Sinyukov. *Z. Phys. C* **39** (1988) 69.
- [135] J. Adam *et al.* *Phys. Rev. C* **92** no. 5, (2015) 054908, [arXiv:1506.07884](#) [[nucl-ex](#)].
- [136] S. Pratt. *Nucl. Phys. A* **830** (2009) 51C–57C, [arXiv:0907.1094](#) [[nucl-th](#)].
- [137] N. Armesto and E. Scapparini. *Eur. Phys. J. Plus* **131** no. 3, (2016) 52, [arXiv:1511.02151](#) [[nucl-ex](#)].
- [138] M. Gazdzicki *et al.* *PoS CPOD2006* (2006) 016, [arXiv:nucl-ex/0612007](#) [[nucl-ex](#)].
- [139] C. Alt *et al.* *Phys.Rev.* **C75** (2007) 064904, [arXiv:nucl-ex/0612010](#) [[nucl-ex](#)].
- [140] C. Alt *et al.* *Phys.Rev.* **C78** (2008) 034914, [arXiv:0712.3216](#) [[nucl-ex](#)].
- [141] T. Anticic *et al.* *Phys.Rev.* **C79** (2009) 044904, [arXiv:0810.5580](#) [[nucl-ex](#)].
- [142] A. Adare *et al.* *Phys.Rev.* **C78** (2008) 044902, [arXiv:0805.1521](#) [[nucl-ex](#)].
- [143] W. Broniowski, P. Bozek, and M. Rybczynski. *Phys.Rev.* **C76** (2007) 054905, [arXiv:0706.4266](#) [[nucl-th](#)].
- [144] M. Gazdzicki and M. I. Gorenstein. *Phys.Lett.* **B640** (2006) 155–161, [arXiv:hep-ph/0511058](#) [[hep-ph](#)].
- [145] V. Konchakovski, S. Haussler, M. I. Gorenstein, E. Bratkovskaya, M. Bleicher, *et al.* *Phys.Rev.* **C73** (2006) 034902, [arXiv:nucl-th/0511083](#) [[nucl-th](#)].

- [146] M. A. Stephanov, K. Rajagopal, and E. V. Shuryak. Phys.Rev. **D60** (1999) 114028, arXiv:hep-ph/9903292 [hep-ph].
- [147] A. Bzdak, V. Koch, and V. Skokov. Phys. Rev. C **87** no. 1, (2013) 014901, arXiv:1203.4529 [hep-ph].
- [148] S. Jeon and V. Koch. Phys.Rev.Lett. **85** (2000) 2076–2079, arXiv:hep-ph/0003168 [hep-ph].
- [149] M. Asakawa, U. W. Heinz, and B. Muller. Phys.Rev.Lett. **85** (2000) 2072–2075, arXiv:hep-ph/0003169 [hep-ph].
- [150] M. Bleicher, S. Jeon, and V. Koch. Phys.Rev. **C62** (2000) 061902, arXiv:hep-ph/0006201 [hep-ph].
- [151] S. Jeon and V. Koch. arXiv:hep-ph/0304012 [hep-ph].
- [152] S. Jeon and V. Koch. Phys.Rev.Lett. **83** (1999) 5435–5438, arXiv:nucl-th/9906074 [nucl-th].
- [153] E. V. Shuryak and M. A. Stephanov. Phys.Rev. **C63** (2001) 064903, arXiv:hep-ph/0010100 [hep-ph].
- [154] M. A. Aziz and S. Gavin. Phys.Rev. **C70** (2004) 034905, arXiv:nucl-th/0404058 [nucl-th].
- [155] S. Jena. PoS **WPCF2011** (2011) 046, arXiv:1203.0542 [nucl-ex].
- [156] S. Jena. Prog.Theor.Phys.Suppl. **193** (2012) 301–305, arXiv:1201.0130 [hep-ex].
- [157] S. A. Voloshin. Phys.Lett. **B632** (2006) 490–494, arXiv:nucl-th/0312065 [nucl-th].
- [158] B. Abelev *et al.* Phys.Rev. **C79** (2009) 024906, arXiv:0807.3269 [nucl-ex].
- [159] J. Adams *et al.* Phys.Rev. **C68** (2003) 044905, arXiv:nucl-ex/0307007 [nucl-ex].
- [160] H. Sako and H. Appelshaeuser. J.Phys.G **G30** (2004) S1371–S1376, arXiv:nucl-ex/0403037 [nucl-ex].
- [161] C. Alt *et al.* Phys.Rev. **C70** (2004) 064903, arXiv:nucl-ex/0406013 [nucl-ex].
- [162] K. Adcox *et al.* Phys.Rev.Lett. **89** (2002) 082301, arXiv:nucl-ex/0203014 [nucl-ex].
- [163] C. Pruneau, S. Gavin, and S. Voloshin. Phys.Rev. **C66** (2002) 044904, arXiv:nucl-ex/0204011 [nucl-ex].
- [164] P. Christiansen, E. Haslum, and E. Stenlund. Phys.Rev. **C80** (2009) 034903.
- [165] J. Nystrand, E. Stenlund, and H. Tydesjo. Phys.Rev. **C68** (2003) 034902.
- [166] M. A. Stephanov. Phys. Rev. Lett. **102** (2009) 032301, arXiv:0809.3450 [hep-ph].
- [167] L. Adamczyk *et al.* Phys. Rev. Lett. **112** (2014) 032302, arXiv:1309.5681 [nucl-ex].
- [168] B. B. Abelev *et al.* Eur. Phys. J. C **74** no. 10, (2014) 3077, arXiv:1407.5530 [nucl-ex].
- [169] J. Adams *et al.* Phys. Rev. C **72** (2005) 044902, arXiv:nucl-ex/0504031.

- [170] T. Anticic *et al.* Phys. Rev. C **92** no. 4, (2015) 044905, [arXiv:1509.04633 \[nucl-ex\]](#).
- [171] S. Adler *et al.* Phys.Rev.Lett. **91** (2003) 072303, [arXiv:nucl-ex/0306021 \[nucl-ex\]](#).
- [172] S. Adler *et al.* Phys.Rev. **C69** (2004) 034910, [arXiv:nucl-ex/0308006 \[nucl-ex\]](#).
- [173] A. Adare *et al.* Phys. Rev. Lett. **101** (2008) 232301, [arXiv:0801.4020 \[nucl-ex\]](#).
- [174] H. Appelshauser. J.Phys.G **G38** (2011) 124014, [arXiv:1110.0638 \[nucl-ex\]](#).
- [175] S. Chatrchyan *et al.* Phys. Rev. Lett. **109** (2012) 222301, [arXiv:1208.2826 \[nucl-ex\]](#).
[Erratum: Phys.Rev.Lett. 120, 199903 (2018)].
- [176] R. Baier, Y. L. Dokshitzer, A. H. Mueller, S. Peigne, and D. Schiff. Nucl. Phys. B **484** (1997) 265–282, [arXiv:hep-ph/9608322](#).
- [177] B. G. Zakharov. JETP Lett. **65** (1997) 615–620, [arXiv:hep-ph/9704255](#).
- [178] M. Gyulassy, P. Levai, and I. Vitev. Nucl. Phys. B **594** (2001) 371–419,
[arXiv:nucl-th/0006010](#).
- [179] U. A. Wiedemann. Nucl. Phys. B **588** (2000) 303–344, [arXiv:hep-ph/0005129](#).
- [180] P. B. Arnold, G. D. Moore, and L. G. Yaffe. JHEP **11** (2000) 001, [arXiv:hep-ph/0010177](#).
- [181] X.-N. Wang and X.-f. Guo. Nucl. Phys. A **696** (2001) 788–832, [arXiv:hep-ph/0102230](#).
- [182] A. Majumder. [arXiv:0901.4516 \[nucl-th\]](#).
- [183] B. Abelev *et al.* Phys. Lett. B **720** (2013) 52–62, [arXiv:1208.2711 \[hep-ex\]](#).
- [184] N. Armesto *et al.* Phys. Rev. C **86** (2012) 064904, [arXiv:1106.1106 \[hep-ph\]](#).
- [185] C. Silvestre. J.Phys.G **G38** (2011) 124033, [arXiv:1108.5077 \[hep-ex\]](#).
- [186] B. Abelev *et al.* Phys.Rev.Lett. **109** (2012) 072301, [arXiv:1202.1383 \[hep-ex\]](#).
- [187] S. Chatrchyan *et al.* Phys. Rev. C **84** (2011) 024906, [arXiv:1102.1957 \[nucl-ex\]](#).
- [188] G. Aad *et al.* Phys. Rev. Lett. **105** (2010) 252303, [arXiv:1011.6182 \[hep-ex\]](#).
- [189] G. Aad *et al.* Phys. Lett. B **739** (2014) 320–342, [arXiv:1406.2979 \[hep-ex\]](#).
- [190] P. Aurenche, M. Fontamaz, J.-P. Guillet, E. Pilon, and M. Werlen. Phys.Rev. **D73** (2006) 094007, [arXiv:hep-ph/0602133 \[hep-ph\]](#).
- [191] L. Gordon and W. Vogelsang. Phys.Rev. **D48** (1993) 3136–3159.
- [192] L. Gordon and W. Vogelsang. Phys.Rev. **D50** (1994) 1901–1916.
- [193] M. Aggarwal *et al.* Phys.Rev.Lett. **85** (2000) 3595–3599, [arXiv:nucl-ex/0006008 \[nucl-ex\]](#).
- [194] S. Afanasiev *et al.* Phys. Rev. Lett. **109** (2012) 152302, [arXiv:1205.5759 \[nucl-ex\]](#).
- [195] M. Aggarwal *et al.* Phys.Rev.C (2000) , [arXiv:nucl-ex/0006007 \[nucl-ex\]](#).
- [196] A. Adare *et al.* Phys.Rev.Lett. **104** (2010) 132301, [arXiv:0804.4168 \[nucl-ex\]](#).

- [197] P. Lichard. Phys.Rev. **D51** (1995) 6017–6035, [arXiv:hep-ph/9812211](#) [hep-ph].
- [198] R. Porter *et al.* Phys.Rev.Lett. **79** (1997) 1229–1232, [arXiv:nucl-ex/9703001](#) [nucl-ex].
- [199] Y. Pachmayer *et al.* J.Phys.G **G35** (2008) 104159, [arXiv:0804.3993](#) [hep-ex].
- [200] G. Agakishiev, M. Appenheimer, R. Averbeck, F. Ballester, R. Baur, *et al.* Eur.Phys.J. **C4** (1998) 231–247.
- [201] C. Ernst, S. Bass, M. Belkacem, H. Stoecker, and W. Greiner. Phys.Rev. **C58** (1998) 447–456, [arXiv:nucl-th/9712069](#) [nucl-th].
- [202] W. Cassing and E. Bratkovskaya. Phys.Rept. **308** (1999) 65–233.
- [203] K. Shekhter, C. Fuchs, A. Faessler, M. Krivoruchenko, and B. Martemyanov. Phys.Rev. **C68** (2003) 014904, [arXiv:nucl-th/0305015](#) [nucl-th].
- [204] G. Agakichiev *et al.* Eur.Phys.J. **C41** (2005) 475–513, [arXiv:nucl-ex/0506002](#) [nucl-ex].
- [205] D. Adamova *et al.* Phys.Rev.Lett. **91** (2003) 042301, [arXiv:nucl-ex/0209024](#) [nucl-ex].
- [206] I. Tserruya. [arXiv:0903.0415](#) [nucl-ex].
- [207] G. Agakichiev *et al.* Phys.Rev.Lett. **75** (1995) 1272–1275.
- [208] D. Adamova, G. Agakichiev, D. Antonczyk, H. Appelshauser, V. Belaga, *et al.* Phys.Lett. **B666** (2008) 425–429, [arXiv:nucl-ex/0611022](#) [nucl-ex].
- [209] F. Prino *et al.* Eur.Phys.J. **C61** (2009) 853–858, [arXiv:0906.5376](#) [nucl-ex].
- [210] G.-Q. Li, C. Ko, and G. Brown. Phys.Rev.Lett. **75** (1995) 4007–4010, [arXiv:nucl-th/9504025](#) [nucl-th].
- [211] R. Rapp and J. Wambach. Eur.Phys.J. **A6** (1999) 415–420, [arXiv:hep-ph/9907502](#) [hep-ph].
- [212] R. Rapp, G. Chanfray, and J. Wambach. Phys.Rev.Lett. **76** (1996) 368–371, [arXiv:hep-ph/9508353](#) [hep-ph].
- [213] R. Rapp, G. Chanfray, and J. Wambach. Nucl.Phys. **A617** (1997) 472–495, [arXiv:hep-ph/9702210](#) [hep-ph].
- [214] G. Brown and M. Rho. Phys.Rept. **269** (1996) 333–380, [arXiv:hep-ph/9504250](#) [hep-ph].
- [215] J. Ruppert, C. Gale, T. Renk, P. Lichard, and J. I. Kapusta. Phys.Rev.Lett. **100** (2008) 162301, [arXiv:0706.1934](#) [hep-ph].
- [216] H. van Hees and R. Rapp. Nucl.Phys. **A806** (2008) 339–387, [arXiv:0711.3444](#) [hep-ph].
- [217] H. van Hees and R. Rapp. Phys.Rev.Lett. **97** (2006) 102301, [arXiv:hep-ph/0603084](#) [hep-ph].
- [218] K. Dusling, D. Teaney, and I. Zahed. Phys.Rev. **C75** (2007) 024908, [arXiv:nucl-th/0604071](#) [nucl-th].

- [219] R. Seto. J.Phys.G **G35** (2008) 104043, arXiv:0807.1955 [nucl-ex].
- [220] E. Bratkovskaya, W. Cassing, and O. Linnyk. Phys.Lett. **B670** (2009) 428–433, arXiv:0805.3177 [nucl-th].
- [221] K. Dusling and I. Zahed. Nucl.Phys. **A825** (2009) 212–221, arXiv:0712.1982 [nucl-th].
- [222] T. Matsui and H. Satz. Phys.Lett. **B178** (1986) 416.
- [223] J. Milana. Phys.Rev.Lett. **62** (1989) 2921.
- [224] B. Alessandro *et al.* Eur.Phys.J. **C39** (2005) 335–345, arXiv:hep-ex/0412036 [hep-ex].
- [225] R. Arnaldi *et al.* Phys.Rev.Lett. **99** (2007) 132302.
- [226] E. Scomparin. J. Phys. G **34** (2007) S463–470, arXiv:nucl-ex/0703030.
- [227] R. Granier de Cassagnac. J.Phys.G **G35** (2008) 104023, arXiv:0806.0046 [hep-ph].
- [228] S. Adler *et al.* Phys.Rev.Lett. **94** (2005) 082301, arXiv:nucl-ex/0409028 [nucl-ex].
- [229] B. Abelev *et al.* Phys.Rev.Lett. **98** (2007) 192301, arXiv:nucl-ex/0607012 [nucl-ex].
- [230] A. Andronic, P. Braun-Munzinger, K. Redlich, and J. Stachel. J.Phys.G **G35** (2008) 104155, arXiv:0805.4781 [nucl-th].
- [231] R. Thews. Eur.Phys.J. **C43** (2005) 97–102, arXiv:hep-ph/0504226 [hep-ph].
- [232] K. Tywoniuk, L. Bravina, A. Capella, E. Ferreira, A. Kaidalov, *et al.* J.Phys.G **G35** (2008) 104156, arXiv:0804.4320 [hep-ph].
- [233] E. T. Atomssa. Nucl.Phys. **A830** (2009) 331C–334C, arXiv:0907.4787 [nucl-ex].
- [234] Z. Tang. J.Phys.G **G38** (2011) 124107, arXiv:1107.0532 [hep-ex].
- [235] A. Adare *et al.* Phys.Rev.Lett. **98** (2007) 172301, arXiv:nucl-ex/0611018 [nucl-ex].
- [236] C. Quintans *et al.* J.Phys.Conf.Ser. **50** (2006) 353–356.
- [237] V. Khachatryan *et al.* Phys. Rev. Lett. **113** no. 26, (2014) 262301, arXiv:1410.1804 [nucl-ex].
- [238] D. Yu. Peresunko, Yu. E. Pokrovsky, and T. V. Mukhanova. Phys. Atom. Nucl. **58** (1995) 1450–1452. [Yad. Fiz.58,1534(1995)].
- [239] D. Y. Peressounko and Y. E. Pokrovsky. Nucl. Phys. A **624** (1997) 738–754, arXiv:hep-ph/9704386.
- [240] D. Y. Peressounko and Y. Pokrovsky. Nucl.Phys. **A669** (2000) 196–218, arXiv:hep-ph/9906325 [hep-ph].
- [241] D. Peressounko. Phys. Rev. C **67** (2003) 014905.
- [242] M. M. Aggarwal, ..., D. Peresunko, *et al.* Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 022301, arXiv:nucl-ex/0310022 [nucl-ex].
- [243] D. G. d’Enterria and D. Peressounko. Eur.Phys.J. **C46** (2006) 451–464, arXiv:nucl-th/0503054 [nucl-th].

- [244] D. Peressounko. Nucl. Phys. **A783** (2007) 577–582, [arXiv:hep-ex/0609037](#) [hep-ex].
- [245] D. Peressounko. J. Phys. G **34** (2007) S869–872, [arXiv:nucl-ex/0702025](#).
- [246] G. Conesa, D. Peresunko, M. Ippolitov, Yu. Kharlov, V. Manko, S. Sadovsky, and Y. Schutz. Nucl. Phys. **A782** (2007) 356–361.
- [247] D. Peressounko. Int. J. Mod. Phys. **E16** (2007) 2235–2240, [arXiv:0704.0852](#) [nucl-ex].
- [248] e. Armesto, N., e. Borghini, N., e. Jeon, S., e. Wiedemann, U.A., S. Abreu, *et al.* J.Phys.G **G35** (2008) 054001, [arXiv:0711.0974](#) [hep-ph].
- [249] F. Arleo, D. G. d’Enterria, and D. Peressounko. J. Phys. G **35** no. 5, (2008) 054001.146, [arXiv:0707.2357](#) [nucl-th].
- [250] F. Arleo, D. G. d’Enterria, and D. Peressounko. J. Phys. G **35** no. 5, (2008) 054001.11, [arXiv:0707.2356](#) [nucl-th].
- [251] J. Adam, ..., D. Peresunko, *et al.* Phys. Lett. **B754** (2016) 235–248, [arXiv:1509.07324](#) [nucl-ex].
- [252] S. Acharya *et al.* Phys. Lett. B **789** (2019) 308–322, [arXiv:1805.04403](#) [nucl-ex].
- [253] D. Blau and D. Peresunko. Phys. Part. Nucl. **52** no. 4, (2021) 681–685.
- [254] D. Blau and D. Peresunko. Particles **6** no. 1, (2023) 173–187.
- [255] P. Aurenche, M. Fontannaz, J. P. Guillet, B. A. Kniehl, E. Pilon, *et al.* Eur.Phys.J. **C9** (1999) 107–119, [arXiv:hep-ph/9811382](#) [hep-ph].
- [256] P. Aurenche, A. Douiri, R. Baier, M. Fontannaz, and D. Schiff. Phys.Lett. **B140** (1984) 87.
- [257] P. Aurenche, R. Baier, M. Fontannaz, and D. Schiff. Nucl.Phys. **B297** (1988) 661.
- [258] F. Aversa, P. Chiappetta, M. Greco, and J. Guillet. Nucl.Phys. **B327** (1989) 105.
- [259] P. Aurenche, P. Chiappetta, M. Fontannaz, J. Guillet, and E. Pilon. Nucl.Phys. **B399** (1993) 34–62.
- [260] H. Baer, J. Ohnemus, and J. Owens. Phys.Lett. **B234** (1990) 127.
- [261] P. Aurenche, T. Binoth, M. Fontannaz, J.-P. Guillet, G. Heinrich, E. Pilon, and M. Werlen. <http://lappweb.in2p3.fr/lapth/PHOXFAMILY/main.html>, <http://lappweb.in2p3.fr/lapth/PHOXFAMILY/jetphox.html>.
- [262] E. Laenen, G. Oderda, and G. F. Sterman. Phys.Lett. **B438** (1998) 173–183, [arXiv:hep-ph/9806467](#) [hep-ph].
- [263] S. Catani, M. L. Mangano, and P. Nason. JHEP **9807** (1998) 024, [arXiv:hep-ph/9806484](#) [hep-ph].
- [264] S. Catani, M. L. Mangano, P. Nason, C. Oleari, and W. Vogelsang. JHEP **9903** (1999) 025, [arXiv:hep-ph/9903436](#) [hep-ph].
- [265] N. Kidonakis and J. Owens. Phys.Rev. **D61** (2000) 094004, [arXiv:hep-ph/9912388](#) [hep-ph].

- [266] G. F. Sterman and W. Vogelsang. JHEP **0102** (2001) 016, [arXiv:hep-ph/0011289](#) [hep-ph].
- [267] D. de Florian and W. Vogelsang. Phys.Rev. **D72** (2005) 014014, [arXiv:hep-ph/0506150](#) [hep-ph].
- [268] G. F. Sterman and W. Vogelsang. Phys.Rev. **D71** (2005) 014013, [arXiv:hep-ph/0409234](#) [hep-ph].
- [269] S. Catani, M. Fontannaz, J. Guillet, and E. Pilon. JHEP **0205** (2002) 028, [arXiv:hep-ph/0204023](#) [hep-ph].
- [270] J. Pumplin, D. Stump, J. Huston, H. Lai, P. M. Nadolsky, *et al.* JHEP **0207** (2002) 012, [arXiv:hep-ph/0201195](#) [hep-ph].
- [271] L. Bourhis, M. Fontannaz, and J. Guillet. Eur.Phys.J. **C2** (1998) 529–537, [arXiv:hep-ph/9704447](#) [hep-ph].
- [272] M. Bonesini *et al.* Z.Phys. **C37** (1988) 535.
- [273] G. Ballocci *et al.* Phys.Lett. **B436** (1998) 222–230.
- [274] L. Apanasevich *et al.* Phys.Rev. **D70** (2004) 092009, [arXiv:hep-ex/0407011](#) [hep-ex].
- [275] A. Angelis *et al.* Nucl.Phys. **B327** (1989) 541.
- [276] E. Anassontzis, A. Karabarounis, C. Kourkoumelis, L. Resvanis, R. Palmer, *et al.* Z.Phys. **C13** (1982) 277–289.
- [277] T. Akesson *et al.* Sov.J.Nucl.Phys. **51** (1990) 836–845.
- [278] D. Acosta *et al.* Phys.Rev. **D65** (2002) 112003, [arXiv:hep-ex/0201004](#) [hep-ex].
- [279] D. Acosta *et al.* Phys.Rev. **D70** (2004) 074008, [arXiv:hep-ex/0404022](#) [hep-ex].
- [280] D. K. Srivastava. Eur. Phys. J. C **22** (2001) 129–132, [arXiv:nucl-th/0102005](#).
- [281] A. Adare *et al.* Phys. Rev. D **86** (2012) 072008, [arXiv:1205.5533](#) [hep-ex].
- [282] I. Zborovsky, Y. A. Panebratsev, M. V. Tokarev, and G. P. Skoro. Phys. Rev. D **54** (1996) 5548–5557.
- [283] M. Tokarev and G. Efimov, “ Z scaling, high p_T direct photon and π^0 meson production at RHIC and LHC”, in *2nd Workshop on Hard Probes in Heavy Ion Collisions at the LHC: 2nd Plenary Meeting*. 9, 2002. [arXiv:hep-ph/0209013](#).
- [284] I. Zborovsky, M. V. Tokarev, Y. A. Panebratsev, and G. P. Skoro. Phys. Rev. C **59** (1999) 2227–2240.
- [285] K. Eskola, V. Kolhinen, and C. Salgado. Eur.Phys.J. **C9** (1999) 61–68, [arXiv:hep-ph/9807297](#) [hep-ph].
- [286] M. Hirai, S. Kumano, and T.-H. Nagai. Phys.Rev. **C70** (2004) 044905, [arXiv:hep-ph/0404093](#) [hep-ph].
- [287] M. Hirai, S. Kumano, and M. Miyama. Phys.Rev. **D64** (2001) 034003, [arXiv:hep-ph/0103208](#) [hep-ph].

- [288] D. de Florian and R. Sassot. Phys.Rev. **D69** (2004) 074028, [arXiv:hep-ph/0311227 \[hep-ph\]](#).
- [289] M. Hirai, S. Kumano, and T.-H. Nagai. Phys.Rev. **C76** (2007) 065207, [arXiv:0709.3038 \[hep-ph\]](#).
- [290] K. J. Eskola, H. Paukkunen, and C. A. Salgado. JHEP **0807** (2008) 102, [arXiv:0802.0139 \[hep-ph\]](#).
- [291] K. Eskola, H. Paukkunen, and C. Salgado. JHEP **0904** (2009) 065, [arXiv:0902.4154 \[hep-ph\]](#).
- [292] I. Schienbein, J. Yu, K. Kovarik, C. Keppel, J. Morfin, *et al.* Phys.Rev. **D80** (2009) 094004, [arXiv:0907.2357 \[hep-ph\]](#).
- [293] F. Arleo, K. J. Eskola, H. Paukkunen, and C. A. Salgado. JHEP **1104** (2011) 055, [arXiv:1103.1471 \[hep-ph\]](#).
- [294] F. Arleo. JHEP **0609** (2006) 015, [arXiv:hep-ph/0601075 \[hep-ph\]](#).
- [295] R. J. Fries, B. Muller, and D. K. Srivastava. Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 132301, [arXiv:nucl-th/0208001](#).
- [296] B. G. Zakharov. JETP Lett. **80** (2004) 1–6, [arXiv:hep-ph/0405101](#).
- [297] J. I. Kapusta, P. Lichard, and D. Seibert. Phys.Rev. **D44** (1991) 2774–2788.
- [298] H. Nadeau, J. I. Kapusta, and P. Lichard. Phys.Rev. **C45** (1992) 3034–3036.
- [299] L. Xiong, E. V. Shuryak, and G. Brown. Phys.Rev. **D46** (1992) 3798–3801, [arXiv:hep-ph/9208206 \[hep-ph\]](#).
- [300] C. Song. Phys.Rev. **C47** (1993) 2861–2874.
- [301] K. Haglin. Phys.Rev. **C50** (1994) 1688–1694, [arXiv:nucl-th/9406026 \[nucl-th\]](#).
- [302] S. Sarkar, J.-e. Alam, P. Roy, A. K. Dutt-Mazumder, B. Dutta-Roy, *et al.* Nucl.Phys. **A634** (1998) 206–230, [arXiv:nucl-th/9712007 \[nucl-th\]](#).
- [303] C.-s. Song and G. I. Fai. Phys.Rev. **C58** (1998) 1689–1697, [arXiv:nucl-th/9802068 \[nucl-th\]](#).
- [304] J.-e. Alam, S. Sarkar, P. Roy, and B. Sinha. Nucl.Phys. **A653** (1999) 277–300, [arXiv:nucl-th/9904047 \[nucl-th\]](#).
- [305] A. M. Halasz, J. V. Steele, G.-Q. Li, and G. E. Brown. Phys.Rev. **C58** (1998) 365–375, [arXiv:nucl-th/9712006 \[nucl-th\]](#).
- [306] M. Heffernan, P. Hohler, and R. Rapp. Phys.Rev. **C91** no. 2, (2015) 027902, [arXiv:1411.7012 \[hep-ph\]](#).
- [307] J. V. Steele, H. Yamagishi, and I. Zahed. Phys.Lett. **B384** (1996) 255–262, [arXiv:hep-ph/9603290 \[hep-ph\]](#).
- [308] J. V. Steele, H. Yamagishi, and I. Zahed. Phys.Rev. **D56** (1997) 5605–5617, [arXiv:hep-ph/9704414 \[hep-ph\]](#).

- [309] E. V. Shuryak. Phys.Lett. **B78** (1978) 150.
- [310] K. Kajantie and H. I. Miettinen. Z. Phys. C **9** (1981) 341.
- [311] R. C. Hwa and K. Kajantie. Phys. Rev. D **32** (1985) 1109.
- [312] R. Baier, H. Nakkagawa, A. Niegawa, and K. Redlich. Z. Phys. **C53** (1992) 433–438.
- [313] R. D. Pisarski. Nucl. Phys. B **309** (1988) 476–492.
- [314] E. Braaten and R. D. Pisarski. Nucl. Phys. B **337** (1990) 569–634.
- [315] P. Aurenche, F. Gelis, R. Kobes, and H. Zaraket. Phys. Rev. D **58** (1998) 085003, [arXiv:hep-ph/9804224](#).
- [316] P. B. Arnold, G. D. Moore, and L. G. Yaffe. JHEP **06** (2002) 030, [arXiv:hep-ph/0204343](#).
- [317] P. Aurenche, F. Gelis, and H. Zaraket. Phys. Rev. D **61** (2000) 116001, [arXiv:hep-ph/9911367](#).
- [318] P. Aurenche, F. Gelis, and H. Zaraket. Phys. Rev. D **62** (2000) 096012, [arXiv:hep-ph/0003326](#).
- [319] C. Gale and K. L. Haglin. [arXiv:hep-ph/0306098](#).
- [320] J. Ghiglieri, J. Hong, A. Kurkela, E. Lu, G. D. Moore, and D. Teaney. JHEP **05** (2013) 010, [arXiv:1302.5970 \[hep-ph\]](#).
- [321] A. Dumitru, D. H. Rischke, T. Schonfeld, L. Winckelmann, H. Stoecker, and W. Greiner. Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 2860–2863.
- [322] H. Vija and M. H. Thoma. Phys. Lett. B **342** (1995) 212–218, [arXiv:hep-ph/9409246](#).
- [323] C. T. Traxler, H. Vija, and M. H. Thoma. Phys. Lett. B **346** (1995) 329–334, [arXiv:hep-ph/9410309](#).
- [324] T. S. Biro, E. van Doorn, B. Muller, M. H. Thoma, and X. N. Wang. Phys. Rev. C **48** (1993) 1275–1284, [arXiv:nucl-th/9303004](#).
- [325] C. Shen, U. W. Heinz, J.-F. Paquet, I. Kozlov, and C. Gale. Phys.Rev. **C91** no. 2, (2015) 024908, [arXiv:1308.2111 \[nucl-th\]](#).
- [326] J.-F. Paquet, C. Shen, G. S. Denicol, M. Luzum, B. Schenke, S. Jeon, and C. Gale. Phys. Rev. C **93** no. 4, (2016) 044906, [arXiv:1509.06738 \[hep-ph\]](#).
- [327] P. B. Arnold, G. D. Moore, and L. G. Yaffe. JHEP **0112** (2001) 009, [arXiv:hep-ph/0111107 \[hep-ph\]](#).
- [328] R. Rapp and J. Wambach. Adv. Nucl. Phys. **25** (2000) 1, [arXiv:hep-ph/9909229](#).
- [329] R. J. Fries, B. Muller, and D. K. Srivastava. Phys. Rev. C **72** (2005) 041902, [arXiv:nucl-th/0507018](#).
- [330] S. Turbide, R. Rapp, and C. Gale. Phys.Rev. **C69** (2004) 014903, [arXiv:hep-ph/0308085 \[hep-ph\]](#).

- [331] F. Arleo, “Prompt photon production in nuclear collisions”, in *39th Rencontres de Moriond on QCD and High-Energy Hadronic Interactions*, pp. 367–370. 6, 2004.
[arXiv:hep-ph/0406291](#).
- [332] S. De, R. J. Fries, and D. K. Srivastava. *Proc. Indian Natl. Sci. Acad.* **81** no. 1, (2015) 217–222.
- [333] L. Oliva, M. Ruggieri, S. Plumari, F. Scardina, G. X. Peng, and V. Greco. *Phys. Rev. C* **96** no. 1, (2017) 014914, [arXiv:1703.00116 \[nucl-th\]](#).
- [334] K. J. Eskola, K. Kajantie, and P. V. Ruuskanen. *Eur. Phys. J. C* **1** (1998) 627–632, [arXiv:nucl-th/9705015](#).
- [335] R. W. MacCormack and A. J. Paullay. *Computers and Fluids* **2** (1974) 339–361.
- [336] Жмакин, А. И. and Фурсенко, А. А. *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* **20** (1980) 1021–1031.
- [337] P. F. Kolb, U. W. Heinz, P. Huovinen, K. J. Eskola, and K. Tuominen. *Nucl. Phys. A* **696** (2001) 197–215, [arXiv:hep-ph/0103234](#).
- [338] S. Adler *et al.* *Phys. Rev.* **C71** (2005) 034908, [arXiv:nucl-ex/0409015 \[nucl-ex\]](#).
- [339] T. S. Ullrich. *Acta Phys. Hung. A* **21** (2004) 143–150, [arXiv:nucl-ex/0305018](#).
- [340] M. D. Baker *et al.* *Nucl. Phys. A* **715** (2003) 65–74, [arXiv:nucl-ex/0212009](#).
- [341] I. G. Bearden *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **88** (2002) 202301, [arXiv:nucl-ex/0112001](#).
- [342] J. Berges, S. Borsanyi, and C. Wetterich. *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 142002, [arXiv:hep-ph/0403234](#).
- [343] P. B. Arnold, J. Lenaghan, G. D. Moore, and L. G. Yaffe. *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005) 072302, [arXiv:nucl-th/0409068](#).
- [344] P. F. Kolb and U. W. Heinz. [arXiv:nucl-th/0305084 \[nucl-th\]](#).
- [345] D. Teaney, J. Lauret, and E. V. Shuryak. [arXiv:nucl-th/0110037](#).
- [346] T. Hirano and K. Tsuda. *Phys. Rev. C* **66** (2002) 054905, [arXiv:nucl-th/0205043](#).
- [347] P. F. Kolb and R. Rapp. *Phys. Rev. C* **67** (2003) 044903, [arXiv:hep-ph/0210222](#).
- [348] F. Cooper and G. Frye. *Phys. Rev. D* **10** (1974) 186.
- [349] K. A. Olive *et al.* *Chin. Phys. C* **38** (2014) 090001.
- [350] A. V. Merdeev, L. M. Satarov, and I. N. Mishustin. *Phys. Rev. C* **84** (2011) 014907, [arXiv:1103.3988 \[hep-ph\]](#).
- [351] G. Kestin and U. W. Heinz. *Eur. Phys. J. C* **61** (2009) 545–552, [arXiv:0806.4539 \[nucl-th\]](#).
- [352] B. B. Back *et al.* *Nucl. Phys. A* **757** (2005) 28–101, [arXiv:nucl-ex/0410022](#).
- [353] S. A. Bass *et al.* *Prog. Part. Nucl. Phys.* **41** (1998) 255–369, [arXiv:nucl-th/9803035](#).

- [354] H. Petersen, J. Steinheimer, G. Burau, M. Bleicher, and H. Stöcker. Phys. Rev. C **78** (2008) 044901, [arXiv:0806.1695 \[nucl-th\]](#).
- [355] T.-J. Hou *et al.* Phys. Rev. D **103** no. 1, (2021) 014013, [arXiv:1912.10053 \[hep-ph\]](#).
- [356] R. D. Ball *et al.* Eur. Phys. J. C **77** no. 10, (2017) 663, [arXiv:1706.00428 \[hep-ph\]](#).
- [357] S. Alekhin, J. Blümlein, S. Moch, and R. Placakyte. Phys. Rev. D **96** no. 1, (2017) 014011, [arXiv:1701.05838 \[hep-ph\]](#).
- [358] L. A. Harland-Lang, A. D. Martin, P. Motylinski, and R. S. Thorne. Eur. Phys. J. C **75** no. 5, (2015) 204, [arXiv:1412.3989 \[hep-ph\]](#).
- [359] K. Kovarik *et al.* Phys. Rev. D **93** no. 8, (2016) 085037, [arXiv:1509.00792 \[hep-ph\]](#).
- [360] K. J. Eskola, P. Paakkinen, H. Paukkunen, and C. A. Salgado. Eur. Phys. J. C **77** no. 3, (2017) 163, [arXiv:1612.05741 \[hep-ph\]](#).
- [361] R. Abdul Khalek, J. J. Ethier, and J. Rojo. Eur. Phys. J. C **79** no. 6, (2019) 471, [arXiv:1904.00018 \[hep-ph\]](#).
- [362] S. Alekhin, J. Blümlein, and S. Moch. Eur. Phys. J. C **78** no. 6, (2018) 477, [arXiv:1803.07537 \[hep-ph\]](#).
- [363] S. Endres, H. van Hees, and M. Bleicher. Phys. Rev. C **93** no. 5, (2016) 054901, [arXiv:1512.06549 \[nucl-th\]](#).
- [364] R. Albrecht *et al.* Phys. Rev. Lett. **76** (1996) 3506–3509.
- [365] T. Peitzmann *et al.* Nucl. Phys. A **610** (1996) 200C–212C.
- [366] C. Bormann *et al.* J. Phys. G **23** (1997) 1817–1825.
- [367] I. G. Bearden *et al.* Phys. Lett. B **388** (1996) 431–436.
- [368] F. Gabler *et al.* J. Phys. G **25** (1999) 199–207.
- [369] S. Adler *et al.* Phys.Rev. **C69** (2004) 034909, [arXiv:nucl-ex/0307022 \[nucl-ex\]](#).
- [370] J. Adams *et al.* Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 112301, [arXiv:nucl-ex/0310004](#).
- [371] H. Caines. J. Phys. G **31** (2005) S101–S118, [arXiv:nucl-ex/0412016](#).
- [372] B. Back *et al.* Phys.Rev. **C71** (2005) 021901, [arXiv:nucl-ex/0409003 \[nucl-ex\]](#).
- [373] I. Bearden *et al.* Phys.Lett. **B607** (2005) 42–50, [arXiv:nucl-ex/0409002 \[nucl-ex\]](#).
- [374] R. J. Fries. J. Phys. G **30** no. 8, (2004) S853–S860, [arXiv:nucl-th/0403036](#).
- [375] S. Kretzer, H. L. Lai, F. I. Olness, and W. K. Tung. Phys. Rev. D **69** (2004) 114005, [arXiv:hep-ph/0307022](#).
- [376] M. Gluck, E. Reya, and A. Vogt. Phys. Rev. D **48** (1993) 116. [Erratum: Phys.Rev.D 51, 1427 (1995)].
- [377] S. S. Adler *et al.* Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 232301, [arXiv:nucl-ex/0503003](#).
- [378] F. Arleo *et al.* CERN Report (10, 2004) , [arXiv:hep-ph/0311131](#).

- [379] F. Gelis, H. Niemi, P. V. Ruuskanen, and S. S. Rasanen. J. Phys. G **30** (2004) S1031–S1036, [arXiv:nucl-th/0403040](#).
- [380] O. Kaczmarek, F. Karsch, F. Zantow, and P. Petreczky. Phys. Rev. D **70** (2004) 074505, [arXiv:hep-lat/0406036](#). [Erratum: Phys.Rev.D 72, 059903 (2005)].
- [381] A. Adare *et al.* Phys. Rev. C **91** no. 6, (2015) 064904, [arXiv:1405.3940](#) [nucl-ex].
- [382] D. G. d’Enterria and D. Peressounko. Eur. Phys. J. C **46** (2006) 451–464, [arXiv:nucl-th/0503054](#).
- [383] P. Aurenche, M. Fontannaz, J. P. Guillet, B. A. Kniehl, and M. Werlen. Eur. Phys. J. C **13** (2000) 347–355, [arXiv:hep-ph/9910252](#).
- [384] S. Albino, B. A. Kniehl, and G. Kramer. Nucl. Phys. B **725** (2005) 181–206, [arXiv:hep-ph/0502188](#).
- [385] F. Arleo. JHEP **07** (2007) 032, [arXiv:0706.1848](#) [hep-ph].
- [386] L. Bourhis, M. Fontannaz, J. P. Guillet, and M. Werlen. Eur. Phys. J. C **19** (2001) 89–98, [arXiv:hep-ph/0009101](#).
- [387] Z. Citron *et al.* CERN Yellow Rep. Monogr. **7** (2019) 1159–1410, [arXiv:1812.06772](#) [hep-ph].
- [388] S. Acharya *et al.* Phys. Rev. C **101** no. 4, (2020) 044907, [arXiv:1910.07678](#) [nucl-ex].
- [389] J. Adam *et al.* Phys. Lett. B **754** (2016) 235–248, [arXiv:1509.07324](#) [nucl-ex].
- [390] D. Y. Peressounko and Y. E. Pokrovsky. [arXiv:hep-ph/0009025](#).
- [391] B. Muller and K. Rajagopal. Eur. Phys. J. C **43** (2005) 15–21, [arXiv:hep-ph/0502174](#).
- [392] P. Parfenov, A. Taranenko, I. Selyuzhenkov, and P. Senger. EPJ Web Conf. **204** (2019) 07010, [arXiv:1901.03125](#) [hep-ex].
- [393] F. M. Marques, G. Martinez, T. Matulewicz, R. W. Ostendorf, and Y. Schutz. Phys. Rept. **284** (1997) 91–136.
- [394] M. M. Aggarwal *et al.* Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 022301, [arXiv:nucl-ex/0310022](#).
- [395] U. A. Wiedemann and U. W. Heinz. Phys. Rept. **319** (1999) 145–230, [arXiv:nucl-th/9901094](#).
- [396] D. Neuhauser. Phys. Lett. B **182** no. 3-4, (1986) 289–292.
- [397] L. V. Razumov and H. Feldmeier. Phys. Lett. B **377** (1996) 129–134, [arXiv:hep-ph/9508318](#).
- [398] C. Slotta and U. W. Heinz. Phys. Lett. B **391** (1997) 469–473, [arXiv:nucl-th/9610016](#).
- [399] R. M. Weiner, “Photon versus hadron interferometry”, in *2nd Catania Relativistic Ion Studies: Measuring the Size of Things in the Universe: HBT Interferometry and Heavy Ion Physics (CRIS 98)*, pp. 178–188. 6, 1998. [arXiv:hep-ph/9809202](#).
- [400] A. Deloff and T. Siemiarczuk. Nucl. Instrum. Meth. A **427** (1999) 607–613.

- [401] K. Adcox *et al.* Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 022301, [arXiv:nucl-ex/0109003](#).
- [402] D. K. Srivastava and J. I. Kapusta. Phys. Rev. C **48** (1993) 1335–1345.
- [403] A. Timmermann, M. Plumer, L. Razumov, and R. M. Weiner. Phys. Rev. C **50** (1994) 3060–3063, [arXiv:hep-ph/9405232](#).
- [404] E. Frodermann and U. Heinz. Phys. Rev. C **80** (2009) 044903, [arXiv:0907.1292 \[nucl-th\]](#).
- [405] O. Garcia-Montero, N. Löhner, A. Mazeliauskas, J. Berges, and K. Reygers. Phys. Rev. C **102** no. 2, (2020) 024915, [arXiv:1909.12246 \[hep-ph\]](#).
- [406] A. Adare *et al.* Phys. Rev. C **87** (2013) 054907, [arXiv:1208.1234 \[nucl-ex\]](#).
- [407] N. M. Kroll and W. Wada. Phys. Rev. **98** (1955) 1355–1359.
- [408] P. Cortese *et al.* J. Phys. G **30** (2004) 1517–1763.
- [409] C. W. Fabjan *et al.* J. Phys. G **32** (2006) 1295–2040.
- [410] K. Aamodt *et al.* JINST **3** (2008) S08002.
- [411] A. Airapetian *et al.* CERN Report (5, 1999) .
- [412] A. Airapetian *et al.* CERN Report (5, 1999) .
- [413] G. L. Bayatian *et al.* CERN Report (2006) .
- [414] G. L. Bayatian *et al.* J. Phys. G **34** no. 6, (2007) 995–1579.
- [415] CERN Report (9, 2003) .
- [416] J. Alme *et al.* Nucl. Instrum. Meth. A **622** (2010) 316–367, [arXiv:1001.1950 \[physics.ins-det\]](#).
- [417] A. Akindinov *et al.* Nuovo Cim. B **124** (2009) 235–253.
- [418] S. Beole *et al.* CERN Report (8, 1998) .
- [419] Y. Pachmayer. Nucl. Instrum. Meth. A **766** (2014) 292–295, [arXiv:1402.3508 \[physics.ins-det\]](#).
- [420] G. Dellacasa *et al.* CERN Report (9, 1999) .
- [421] P. Cortese *et al.* CERN Report (9, 2004) .
- [422] CERN Report (8, 1999) .
- [423] G. Dellacasa *et al.* CERN Report (3, 1999) .
- [424] G. Dellacasa *et al.* CERN Report (3, 1999) .
- [425] D. V. Aleksandrov *et al.* Nucl. Instrum. Meth. A **550** (2005) 169–184.
- [426] S. Acharya *et al.* JINST **14** no. 05, (2019) P05025, [arXiv:1902.06145 \[physics.ins-det\]](#).

- [427] CMS Collaboration, K. Theofilatos, “Mitigation of anomalous APD signals in the CMS electromagnetic calorimeter”, in *2012 IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference and 19th Workshop on Room-Temperature Semiconductor X-ray and Gamma-ray Detectors*, pp. 2065–2067. 2012.
- [428] R. Brun, F. Bruyant, M. Maire, A. C. McPherson, and P. Zancarini. CERN Report (9, 1987) .
- [429] J. Allison *et al.* Nucl. Instrum. Meth. A **835** (2016) 186–225.
- [430] B. B. Abelev *et al.* Eur. Phys. J. C **74** no. 10, (2014) 3108, [arXiv:1405.3794 \[nucl-ex\]](#).
- [431] T. Adye, “Unfolding algorithms and tests using RooUnfold”, in *PHYSTAT 2011*, pp. 313–318. CERN, Geneva, 2011. [arXiv:1105.1160 \[physics.data-an\]](#).
- [432] C. Bierlich *et al.* SciPost Phys. Codeb. **2022** (2022) 8, [arXiv:2203.11601 \[hep-ph\]](#).
- [433] B. Abelev *et al.* Phys. Rev. Lett. **109** (2012) 252301, [arXiv:1208.1974 \[hep-ex\]](#).
- [434] S. Acharya *et al.* JHEP **08** (2025) 035, [arXiv:2411.09560 \[hep-ex\]](#).
- [435] A. Adare *et al.* Phys. Rev. C **87** no. 3, (2013) 034911, [arXiv:1208.2254 \[nucl-ex\]](#).
- [436] A. Adare *et al.* Phys. Rev. C **84** (2011) 044902, [arXiv:1105.3467 \[nucl-ex\]](#).
- [437] B. B. Abelev *et al.* Int. J. Mod. Phys. A **29** (2014) 1430044, [arXiv:1402.4476 \[nucl-ex\]](#).
- [438] B. Abelev *et al.* Phys. Lett. B **717** (2012) 162–172, [arXiv:1205.5724 \[hep-ex\]](#).
- [439] J. Podolanski and R. Armenteros. Phil. Mag. **45** no. 360, (1954) 13–30.
- [440] X.-N. Wang and M. Gyulassy. Phys. Rev. D **44** (1991) 3501–3516.
- [441] B. B. Abelev *et al.* Phys. Rev. Lett. **111** (2013) 222301, [arXiv:1307.5530 \[nucl-ex\]](#).
- [442] P. K. Sinervo, “Signal significance in particle physics”, in *Conference on Advanced Statistical Techniques in Particle Physics*, pp. 64–76. 6, 2002. [arXiv:hep-ex/0208005](#).
- [443] W. Vogelsang and M. R. Whalley. J. Phys. **G23** (1997) A1–A69.
- [444] M. Klasen, C. Klein-Bösing, F. König, and J. P. Wessels. JHEP **10** (2013) 119, [arXiv:1307.7034 \[hep-ph\]](#).
- [445] H.-L. Lai, M. Guzzi, J. Huston, Z. Li, P. M. Nadolsky, J. Pumplin, and C. P. Yuan. Phys. Rev. D **82** (2010) 074024, [arXiv:1007.2241 \[hep-ph\]](#).
- [446] C. Adler, A. Denisov, E. Garcia, M. J. Murray, H. Strobele, and S. N. White. Nucl. Instrum. Meth. A **470** (2001) 488–499, [arXiv:nucl-ex/0008005](#).
- [447] M. Allen *et al.* Nucl. Instrum. Meth. A **499** (2003) 549–559.
- [448] S. H. Aronson *et al.* Nucl. Instrum. Meth. A **499** (2003) 480–488.
- [449] L. Aphecetche *et al.* Nucl. Instrum. Meth. A **499** (2003) 521–536.
- [450] K. Adcox *et al.* Nucl. Instrum. Meth. A **499** (2003) 489–507.
- [451] M. Aizawa *et al.* Nucl. Instrum. Meth. A **499** (2003) 508–520.

- [452] H. Akikawa *et al.* Nucl. Instrum. Meth. A **499** (2003) 537–548.
- [453] S. S. Adler *et al.* Phys. Rev. Lett. **98** (2007) 172302, [arXiv:nucl-ex/0610036](#).
- [454] A. M. Poskanzer and S. A. Voloshin. Phys. Rev. C **58** (1998) 1671–1678, [arXiv:nucl-ex/9805001](#).
- [455] H. Masui, A. Schmah, and A. M. Poskanzer. Nucl. Instrum. Meth. A **833** (2016) 181–185, [arXiv:1212.3650 \[physics.data-an\]](#).
- [456] C. Adler *et al.* Phys. Rev. C **66** (2002) 034904, [arXiv:nucl-ex/0206001](#).
- [457] S. A. Voloshin, A. M. Poskanzer, and R. Snellings. Landolt-Bornstein **23** (2010) 293–333, [arXiv:0809.2949 \[nucl-ex\]](#).
- [458] B. B. Abelev *et al.* JHEP **06** (2015) 190, [arXiv:1405.4632 \[nucl-ex\]](#).
- [459] B. Abelev *et al.* Phys. Rev. C **88** (2013) 044910, [arXiv:1303.0737 \[hep-ex\]](#).
- [460] B. Abelev *et al.* Phys. Lett. B **719** (2013) 18–28, [arXiv:1205.5761 \[nucl-ex\]](#).
- [461] J. Adam *et al.* JHEP **09** (2016) 164, [arXiv:1606.06057 \[nucl-ex\]](#).
- [462] O. Linnyk, V. Konchakovski, T. Steinert, W. Cassing, and E. L. Bratkovskaya. Phys. Rev. C **92** no. 5, (2015) 054914, [arXiv:1504.05699 \[nucl-th\]](#).
- [463] S. Ryu, J.-F. Paquet, C. Shen, G. Denicol, B. Schenke, S. Jeon, and C. Gale. Phys. Rev. C **97** no. 3, (2018) 034910, [arXiv:1704.04216 \[nucl-th\]](#).
- [464] O. Linnyk, W. Cassing, and E. L. Bratkovskaya. Phys. Rev. C **89** no. 3, (2014) 034908, [arXiv:1311.0279 \[nucl-th\]](#).
- [465] C. Gale, Y. Hidaka, S. Jeon, S. Lin, J.-F. Paquet, R. D. Pisarski, D. Satow, V. V. Skokov, and G. Vujanovic. Phys. Rev. Lett. **114** (2015) 072301, [arXiv:1409.4778 \[hep-ph\]](#).
- [466] R. Chatterjee, P. Dasgupta, and D. K. Srivastava. Phys. Rev. C **96** no. 1, (2017) 014911, [arXiv:1702.02378 \[nucl-th\]](#).
- [467] A. Dumitru, L. Frankfurt, L. Gerland, H. Stoecker, and M. Strikman. Phys. Rev. C **64** (2001) 054909, [arXiv:hep-ph/0103203](#).
- [468] S. A. Bass, B. Muller, and D. K. Srivastava. Phys. Rev. C **66** (2002) 061902, [arXiv:nucl-th/0210042](#).
- [469] P. Huovinen, P. V. Ruuskanen, and S. S. Rasanen. Phys. Lett. B **535** (2002) 109–116, [arXiv:nucl-th/0111052](#).
- [470] T. Renk. Phys. Rev. C **67** (2003) 064901, [arXiv:hep-ph/0301133](#).
- [471] R. Chatterjee, D. K. Srivastava, and S. Jeon. Phys. Rev. C **79** (2009) 034906, [arXiv:0902.1036 \[nucl-th\]](#).
- [472] W. Liu and R. Rapp. Nucl. Phys. A **796** (2007) 101–121, [arXiv:nucl-th/0604031 \[nucl-th\]](#).
- [473] R. Rapp, “Electromagnetic radiation and in-medium effects”, in *33rd International Workshop on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations: Probing QCD with High Energy Nuclear Collisions (Hirschegg 2005)*. 2, 2005. [arXiv:nucl-th/0502020](#).

- [474] R. Rapp, M. Urban, M. Buballa, and J. Wambach. Phys. Lett. B **417** (1998) 1–6, [arXiv:nucl-th/9709008](#).
- [475] M. M. Aggarwal *et al.* Nucl. Phys. A **762** (2005) 129–146, [arXiv:nucl-ex/0410045](#).
- [476] D. K. Srivastava and B. Sinha. Phys. Rev. C **64** (2001) 034902, [arXiv:nucl-th/0006018](#).
- [477] F. D. Steffen and M. H. Thoma. Phys. Lett. B **510** (2001) 98–106, [arXiv:hep-ph/0103044](#). [Erratum: Phys.Lett.B 660, 604–606 (2008)].
- [478] N. Hammon, A. Dumitru, H. Stoecker, and W. Greiner. Phys. Rev. C **57** (1998) 3292–3298, [arXiv:hep-ph/9801292](#).
- [479] S. S. Rasanen. Nucl. Phys. A **715** (2003) 717–725, [arXiv:nucl-th/0210007](#).
- [480] S. Ryu, J. F. Paquet, C. Shen, G. S. Denicol, B. Schenke, S. Jeon, and C. Gale. Phys. Rev. Lett. **115** no. 13, (2015) 132301, [arXiv:1502.01675 \[nucl-th\]](#).
- [481] B. Schenke, P. Tribedy, and R. Venugopalan. Phys. Rev. Lett. **108** (2012) 252301, [arXiv:1202.6646 \[nucl-th\]](#).
- [482] E. L. Bratkovskaya, W. Cassing, V. P. Konchakovski, and O. Linnyk. Nucl. Phys. A **856** (2011) 162–182, [arXiv:1101.5793 \[nucl-th\]](#).
- [483] A. Adare *et al.* Phys. Rev. C **94** no. 6, (2016) 064901, [arXiv:1509.07758 \[nucl-ex\]](#).
- [484] G. David. Rept. Prog. Phys. **83** no. 4, (2020) 046301, [arXiv:1907.08893 \[nucl-ex\]](#).
- [485] X. Wang, I. A. Shovkovy, L. Yu, and M. Huang. Phys. Rev. D **102** no. 7, (2020) 076010, [arXiv:2006.16254 \[hep-ph\]](#).
- [486] C. Gale, J.-F. Paquet, B. Schenke, and C. Shen. Phys. Rev. C **105** no. 1, (2022) 014909, [arXiv:2106.11216 \[nucl-th\]](#).
- [487] P. Dasgupta, S. De, R. Chatterjee, and D. K. Srivastava. Phys. Rev. C **98** no. 2, (2018) 024911, [arXiv:1804.02828 \[nucl-th\]](#).
- [488] H. van Hees, M. He, and R. Rapp. Nucl. Phys. A **933** (2015) 256–271, [arXiv:1404.2846 \[nucl-th\]](#).
- [489] A. Marin. PoS **HardProbes2023** (2024) 061, [arXiv:2308.02401 \[nucl-ex\]](#).
- [490] N. J. Abdulameer *et al.* Phys. Rev. C **109** no. 4, (2024) 044912, [arXiv:2203.17187 \[nucl-ex\]](#).
- [491] L. Adamczyk *et al.* Phys. Lett. B **770** (2017) 451–458, [arXiv:1607.01447 \[nucl-ex\]](#).
- [492] A. Adare *et al.* Phys. Rev. C **81** (2010) 034911, [arXiv:0912.0244 \[nucl-ex\]](#).
- [493] S. Mizuno. Nucl. Phys. A **931** (2014) 686–690.
- [494] H. van Hees, C. Gale, and R. Rapp. Phys. Rev. C **84** (2011) 054906, [arXiv:1108.2131 \[hep-ph\]](#).
- [495] B. Muller, S.-Y. Wu, and D.-L. Yang. Phys. Rev. D **89** no. 2, (2014) 026013, [arXiv:1308.6568 \[hep-th\]](#).

- [496] C. Shen, U. W. Heinz, J.-F. Paquet, and C. Gale. Phys. Rev. C **89** no. 4, (2014) 044910, [arXiv:1308.2440](#) [nucl-th].
- [497] R. Chatterjee and D. K. Srivastava. Phys. Rev. C **79** (2009) 021901, [arXiv:0809.0548](#) [nucl-th].
- [498] O. Linnyk, E. L. Bratkovskaya, and W. Cassing. Prog. Part. Nucl. Phys. **87** (2016) 50–115, [arXiv:1512.08126](#) [nucl-th].
- [499] A. Adare *et al.* Phys. Rev. Lett. **109** (2012) 122302, [arXiv:1105.4126](#) [nucl-ex].
- [500] A. Adare *et al.* Phys. Rev. Lett. **123** no. 2, (2019) 022301, [arXiv:1805.04084](#) [hep-ex].