

621.039.5

В74

Калушин А.К.

ISSN 0321-2149

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ
ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ СССР

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

СЕРИЯ:
Физика
ядерных реакторов

ВЫПУСК

3

1989

Государственный комитет
по использованию атомной энергии СССР

Институт атомной энергии им. И.В. Курчатова

621.059.5

B74

41723 кеп

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК

СЕРИЯ

Федеральное
бюро
"Национальный центр
"Курчатова"
Центральная научная
библиотека

ФИЗИКА ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

ИЗДАЕТСЯ С 1989 Г.

ВЫПУСК 3

**ДИНАМИКА ЯДЕРНЫХ
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК**

МОСКВА — 1989

Выпуски "Динамика ядерных энергетических установок"
подготавливаются НИИ механики при Горьковском университете.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ СЕРИИ:

А.Ю. Гагаринский (гл. редактор), В.Д. Горяченко, С.М. Зарицкий (зам. гл. редактора),
В.Ф. Колесов, Т.П. Федосеева (отв. секретарь), Я.В. Шевелев

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ВЫПУСКА:

В.Д. Горяченко, А.Е. Крошилилин, Б.И. Моторов, В.М. Новиков, Е.Ф. Сабаев,
Б.З. Тюрин, Я.В. Шевелев, С.Б. Шихов

В выпусках "Динамика ядерных энергетических установок" публикуются материалы по следующим вопросам:
– математическое моделирование динамических процессов в ЯЭУ и их элементах;
– результаты экспериментов по устойчивости стационарных процессов и обоснованию математических моделей динамики ЯЭУ;
– расчетные исследования переходных и аварийных процессов;
– расчетные исследования устойчивости стационарных режимов ЯЭУ;
– диагностика ЯЭУ;
– описания и аннотации программ расчетов динамики и экспериментальных исследований.

Issues of "Dynamics of nuclear power plants" contain the following information:
– mathematical simulation of dynamic processes in NPP and their components;
– experimental results on the stability of stationary processes and the definition of mathematical models of the NPP dynamics;
– design analysis of transient and emergency operation;
– design analysis of the stationary mode stability;
– NPP diagnostics;
– code descriptions and summaries for the dynamics designs and experimental studies.

УДК 621.039.514

О ПРИЛОЖЕНИЯХ ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ К ДИНАМИКЕ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ*)

В.Д. Горяченко

Дается краткий обзор исследований упрощенных нелинейных математических моделей динамики реакторов методами теории колебаний.

ON APPLICATIONS OF THE THEORY OF NONLINEAR OSCILLATIONS TO NUCLEAR REACTOR DYNAMICS. V.D. GORYATCHENKO. A short review of the investigations in the field of simplified nonlinear mathematical models of reactor dynamics using the methods of the theory of oscillations.

Основой ядерной установки служит активная зона (АЗ) реактора, заполненная тепловыделяющими элементами (ТВЭлами). Важнейшая составная часть ТВЭлов — делящееся вещество (например, уран). Именно здесь, в АЗ, идет самоподдерживающаяся реакция деления ядер урана. Кинетическая энергия осколков деления представляет основную часть ($\approx 80\%$) тепловой энергии, которая отводится теплоносителем (рис. 1, горизонтальные стрелки). Через соединительный трубопровод нагретый теплоноситель поступает в первый контур парогенератора, где

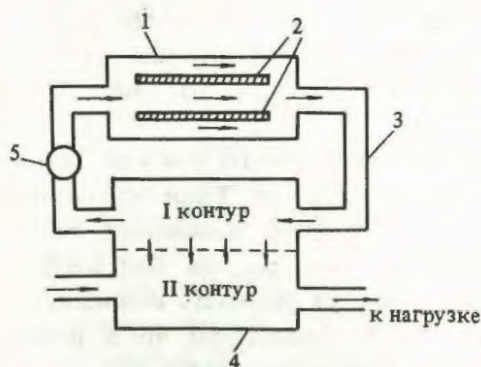


Рис. 1. Упрощенная схема ядерной энергетической установки: 1 — активная зона реактора; 2 — ТВЭлы; 3 — соединительный трубопровод; 4 — теплообменник (парогенератор); 5 — насос

*) Настоящая статья представляет часть пленарного доклада на Всесоюзной конференции по нелинейным колебаниям механических систем [1]. Рассматривается динамика реакторов с учетом нейтронно-физических процессов, хотя чисто механические явления также весьма существенны и интересны. Это, в основном, вибрации элементов конструкций ядерных энергетических установок (ЯЭУ) в потоке теплоносителя. Анализ таких вибраций посвящены доклады [2, 3].

отдает свое тепло холодной среде (как правило, воде) второго контура (см. рис. 1, вертикальные стрелки). В результате теплоноситель второго контура нагревается, превращается в пар и подается к нагрузке (например, на турбину).

Перечислим некоторые обозначения и названия **).

Пусть N — плотность нейтронов в АЗ, а Q — тепловая мощность реактора. Доказано, что эти величины пропорциональны: $Q = AN$; $A = \text{const}$. Если в данный момент плотность нейтронов равна N , то через время, равное среднему времени жизни одного поколения нейтронов, она равна kN , где по определению k — коэффициент размножения нейтронов. Величину $k - 1$ называют избыточным коэффициентом размножения, а отношение $\delta k = (k - 1)/k$ — реактивностью. Будем пользоваться последним термином.

Для специалистов по теории колебаний ядерный реактор (и ЯЭУ в целом) представляет большой интерес, поскольку реактор — это нелинейный объект с многообразными обратными связями. В самом деле, размножающие свойства реактора, а следовательно, и плотность нейтронов N не могут не зависеть от физического состояния (т.е. температур и плотностей) различных сред реактора. С другой стороны, это состояние зависит от тепловыделения Q , а следовательно, и от плотности нейтронов N . В итоге получается схема, представленная на рис. 2. Добавим, что кроме упомянутых обратных связей (их называют внутренними), существуют и другие, внешние обратные связи, обусловленные различными органами регулирования и управления.

***) Здесь и далее используется терминология, характерная для "точной" идеализации АЗ.

Долгое время центральным вопросом динамики реакторов был вопрос об устойчивости стационарного рабочего режима, ибо устойчивость стационарного режи-

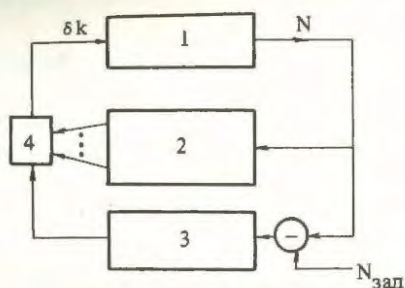


Рис. 2. Схема ядерного реактора как динамической системы с обратными связями: 1 – нелинейный блок, отображающий уравнения кинетики реактора; 2 – блок внутренних обратных связей; 3 – блок внешней обратной связи (один из вариантов); 4 – алгебраическое звено, формирующее реактивность

ма в значительной мере определяет работоспособность ядерной установки. Появилось (и продолжает появляться) большое количество работ, в том числе монографий [4 – 6], посвященных углубленному изучению этого вопроса. Однако в настоящее время к ЯЭУ предъявляются различные и весьма жесткие требования технико-экономического характера. Их выполнение делает иногда нецелесообразным, а порой невозможным обеспечение устойчивости стационарного режима. Часто оказывается достаточным, чтобы в процессе эксплуатации отклонения от стационарного режима не были слишком большими. При таком подходе нельзя ограничиваться только анализом устойчивости рабочих режимов, необходимо проводить подробное исследование динамики ЯЭУ всеми средствами теории колебаний. Применительно к моделям на фазовой плоскости ставилась задача полного качественного исследования динамики. Исследование более сложных моделей, в частности моделей с запаздываниями, проводилось по следующей схеме: 1) определялись состояния равновесия (стационарные режимы); 2) в пространстве параметров установки выделялась область асимптотической устойчивости выбранного стационарного режима; 3) определялись опасные и безопасные (по Н.Н. Баутину) участки границ области устойчивости; 4) для значительных параметров из области неустойчивости вблизи безопасных участков проводился приближенный аналитический расчет автоколебательных режимов; 5) для точек, лежащих глубоко в области неустойчивости, а также для точек вблизи опасных участков проводились численные расчеты автоколебательных (или иных) процессов.

Этапы 1) – 4) часто допускают аналитическое решение, но конкретные выкладки бывают весьма громоздкими (например, для систем с запаздываниями). Оказалось возможным создать пакет программ, который перекладывает на ЭВМ работу по всем этим этапам. Такая численная реализация особенно ценна в тех случаях, когда уже на первом этапе встают большие и непреодо-

лимые препятствия к получению аналитического решения (например, при анализе нелинейных распределенных моделей, когда кинетика нейтронного поля отображается уравнениями типа диффузии или более сложными уравнениями). Численные аспекты здесь обсуждать не будем; им посвящены работы [7, 8].

Исследование моделей динамики на фазовой плоскости. Основная цель такого исследования – выявление качественного характера влияния некоторых основных параметров реактора на его динамику.

Начнем с моделей

$$\dot{x} = (ax + by)(1 + x); \quad \dot{y} = x - y, \quad (1)$$

$$\dot{x} = (ax + by + cy^2)(1 + x); \quad \dot{y} = x - y, \quad (2)$$

$$\dot{x} = (ax + cx^2 + by)(1 + x); \quad \dot{y} = x - y, \quad (3)$$

в которых $x = (N - N_0)/N_0$ – относительное изменение плотности нейтронов; N_0 – стационарное значение; переменная y пропорциональна изменению температуры реактора (подробную связь с первоначальными переменными – N , δk и др. см. в [9]).

Первое уравнение в (1) – (3) отображает кинетику нейтронного поля без учета так называемых запаздывающих нейтронов*). Первый множитель представляет реактивность (с точностью до положительной постоянной), а второй – плотность нейтронов. Коэффициенты a , b , c – постоянные числа. Знак их может быть различным. Принято говорить, что a и b характеризуют соответственно мощностной и температурный коэффициенты реактивности. При составлении моделей (1) – (3) предполагалось, что реактивность реактора зависит от мощности и температуры только одной среды реактора. Второе уравнение систем (1) – (3) представляет баланс тепла этой среды. Точкой, как обычно, обозначено дифференцирование по времени, но в системах (1) – (3) (и в последующих уравнениях (4) – (6)) масштаб по времени изменен.

В системе (1) принята линейная зависимость реактивности от температуры. Такое допущение справедливо при довольно больших изменениях температуры – в несколько десятков градусов. При более глубоких изменениях требуется учитывать нелинейную зависимость реактивности от температуры, что и делается в модели (2). Для качественного анализа динамики дополнительного слагаемого cy^2 , по-видимому, достаточно, так как реальная зависимость реактивности от температуры имеет вид, представленный на рис. 3 (начало отсчета температуры чисто условное).

Возможны случаи, когда необходимо учитывать нелинейную зависимость реактивности от мощности реак-

*) Имеются в виду нейтроны, испускаемые не в момент деления ядра урана (это – мгновенные нейтроны), а несколько позже, при β -распаде некоторых осколков деления, каковыми являются, в основном, изотопы йода и брома.

тора; простейший такой учет осуществлен в системе (3).

Отметим, что плотность нейтронов — величина неотрицательная ($N \geq 0$; $N_0 > 0$), поэтому в соответствии с физикой все исследование систем (1) — (3) ограничилось областью $1 + x \geq 0$.

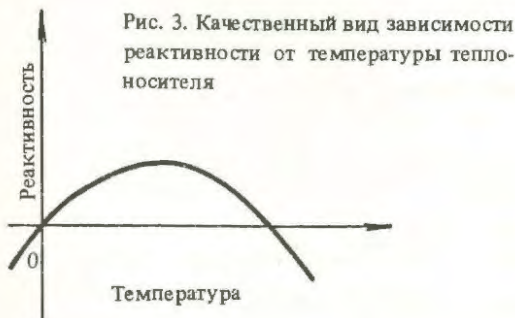


Рис. 3. Качественный вид зависимости реактивности от температуры теплоносителя

Проведено исчерпывающее качественное исследование системы (1). Она имеет два положения равновесия: $P_1(0, 0)$ — стационарный рабочий режим и $P_2(-1, -1)$ — погашенный реактор. Основные выводы: 1) каковы бы ни были коэффициенты реактивности a и b , автоколебания в системе (1) невозможны (предельные циклы не существуют); 2) в зависимости от начальных условий и конкретных значений a и b либо устанавливается стационарный режим, либо реактор гасится, либо его мощность неограниченно растет (последнее происходит, в частности, при $b < 0$ и достаточно большом положительном значении a).

Переход от системы (1) к системе (2) (добавление члена cy^2) вносит новые качественные особенности в динамику реактора:

1. Существует не один, а два стационарных режима работы; второй режим отображается точкой $P_3(-a + b)/c, -(a + b)/c$ на плоскости x, y . Любой из этих режимов может быть устойчивым или неустойчивым в зависимости от параметров. Возможны случаи, когда оба режима неустойчивы, но исключен тот случай, когда оба режима одновременно устойчивы.

2. Появляется возможность автоколебаний. Эта возможность реализуется при $c < 0$ и достаточно большом значении параметра a ($a > 1$). Автоколебания могут совершаться как вокруг первого состояния равновесия (P_1), так и вокруг второго (P_3) — в зависимости от конкретных значений a, b, c (рис. 4). Детали исследования систем (1), (2) содержатся в монографии [9].

Относительно системы (3) многие выводы остаются такими же, как и для системы (2), но есть интересные отличия: 1) возможность существования неустойчивого предельного цикла, окружающего точку P_3 и определяющего область ее притяжения; 2) невозможность существования устойчивых предельных циклов (и, следовательно, автоколебаний) при положительном температурном коэффициенте реактивности (при $b > 0$). Подробный анализ этой системы дан в статье [10].

Помимо систем (1) — (3) изучены также системы

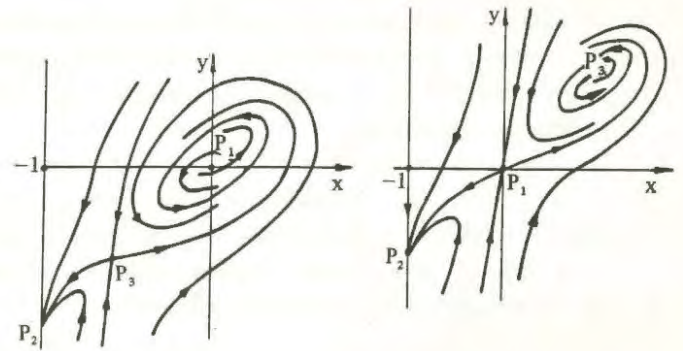


Рис. 4. Характерные портреты системы (2) при значениях параметров a, b, c , допускающих существование устойчивых предельных циклов: а — предельный цикл окружает точку P_1 ; б — предельный цикл окружает точку P_3

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= [\varphi(x) + \psi(y)](1 + x); \\ \dot{y} &= x - y; \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= (gy - y - qx)(1 + x); \\ \dot{y} &= ay(1 + x) + (y - 1)(qx + y); \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= ax_1(1 + x_1) + \sigma_{12}(x_2 - x_1); \\ \dot{x}_2 &= bx_2(1 + x_2) + \sigma_{21}(x_1 - x_2). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Функции φ и ψ в системе (4) — полиномы, причем в конкретном анализе это полиномы не выше третьей степени. Анализ системы (4) проведен в работе [11]. С помощью разработанной ранее методики получены достаточные условия существования и отсутствия предельных циклов, которые выражаются в виде системы рациональных неравенств относительно коэффициентов полиномов φ и ψ .

Много сил потрачено на анализ системы (5), в которой x — по-прежнему относительное изменение мощности, но переменная y определяет не изменение температуры, а реактивность. Система (5) составлена при учете излучателей запаздывающих нейтронов, но в пренебрежении временем жизни мгновенных нейтронов и пригодна для анализа динамики медленных процессов с характерным временем порядка 10с и более. Детали исследования и полученные результаты см. в статьях [12]. Отметим только, что в системе (5) устойчивые предельные циклы не существуют и, следовательно, автоколебательные режимы невозможны. При некоторых значениях параметров a, q и g существует неустойчивый предельный цикл, охватывающий устойчивую точку $(0, 0)$ и определяющий область притяжения стационарного режима реактора.

Система (6) представляет простейшую модель динамики двух связанных (обменивающихся нейтронами) реакторов. Здесь x_1 и x_2 — относительные изменения плотности нейтронов в первом и втором реакторе соответственно; σ_{12} и σ_{21} — положительные коэффициенты связи; a и b — мощностные коэффициенты реактивности. Доказано, что периодические режимы в системе (6)

невозможны. Любое решение идет к одному из устойчивых положений равновесия либо уходит в бесконечность — в зависимости от начальных данных и конкретных значений параметров.

Модели третьего порядка. Очевидное обобщение рассмотренных моделей получается в том случае, когда учитываются температурные изменения не одной, а двух сред реактора. В простейших случаях приходим к следующим нелинейным моделям третьего порядка:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (a_1 y_1 + a_2 y_2)(1+x); \quad \dot{y}_1 = r(x - y_1); \quad \dot{y}_2 = x - y_2; \quad (7) \\ \dot{z} &= y(1+z)/(1-y); \quad y = au + bv; \quad \mu \dot{u} = (z+y)/(1-y) - u + \gamma v; \\ \dot{v} &= u - (1+\gamma)v. \quad (8) \end{aligned}$$

В уравнениях (7) $r > 0$, а параметры a_1 и a_2 могут быть как положительными, так и отрицательными. В системе (8) y — изменение реактивности; z , u и v — относительные изменения концентрации излучателей запаздывающих нейтронов, температуры топлива и теплоносителя соответственно. Параметры μ , γ и r положительны; a и b — некоторые постоянные любого знака по физическому смыслу $y < 1$. В обеих системах стационарный рабочий режим реактора отображается нулевым положением равновесия.

Для системы (7) доказано [13], что при переходе через границу области устойчивости в область неустойчивости возбуждаются автоколебания (рождается устойчивый предельный цикл). Для системы (8) получен [14] иной результат: граница области устойчивости стационарного режима в пространстве параметров реактора является опасной, причем переход через границу в область неустойчивости приводит к неограниченному* нарастанию мощности.

Модели динамики реакторов как объектов с запаздыванием. В общем случае ядерную установку следует рассматривать как объект с распределенными параметрами. Однако часто ее удается идеализировать как систему с одним или несколькими запаздываниями во времени. Физические причины запаздываний самые разнообразные: транспортные запаздывания, обусловленные конечным временем прохода теплоносителем по различным элементам контура циркуляции; конечные времена прогрева различных сред реактора; конечное время срабатывания системы регулирования и т.д.

С точки зрения анализа устойчивости стационарных состояний и расчетов возможных автоколебательных режимов изучались различные модели с запаздываниями. Значительная часть их представлена следующими системами:

$$\dot{x} = (ax + by(t - \tau))(1+x); \quad \dot{y} = x - y; \quad (9)$$

$$\dot{x} = [\varphi(x(t - \tau_1)) + \psi(y(t - \tau_2))](1+x); \quad \dot{y} = x - y; \quad (10)$$

$$\rho(1+x) + z - x = 0; \quad \rho = \varphi(x(t - \tau_1)) + \psi(y(t - \tau_2)); \quad (11)$$

$$\dot{y} = x - y; \quad \dot{z} = \alpha(x - z); \quad \alpha > 0;$$

$$\dot{x} = \alpha(1+x) \int_0^1 T(\eta, t) \sin^2 \pi \eta d\eta; \quad (12)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial \eta} = x(t) \sin \pi \eta; \quad T(0, t) = 0; \quad 0 \leq \eta \leq 1;$$

$$c\dot{x} = (\alpha_3 \theta_3 + \alpha_T \theta_T)(1+x) - \beta \xi(x - y);$$

$$\dot{y} = \frac{\sigma}{\xi}(x - y) = \exp(-\mu\sigma)(y - y(t - \mu));$$

$$v\dot{\theta}_3 = (1 - a)x - b(\theta_3 - \theta_T);$$

$$\dot{\theta}_T = \alpha\theta_T(t - \mu) - \theta_T + ax + b(\theta_3 - \theta_T);$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} + q[1 - \varphi(\eta, t - \tau)]\varphi;$$

$$q = \text{const}; \quad 0 \leq \eta \leq 1; \quad \varphi(0, t) = \varphi(1, t) = 0. \quad (14)$$

Системы (9) и (10) служат непосредственным обобщением моделей (1) и (4) соответственно. Член $\varphi(x(t - \tau_1))$ можно рассматривать как вклад в реактивность нелинейной системы регулирования мощности, а τ_1 — запаздывание в ее срабатывании. Запаздывание τ_2 обусловлено конечным временем прогрева среды, либо τ_2 — транспортное запаздывание. В системе (11) учтены излучатели запаздывающих нейтронов (переменная z), но не учитывалось малое время жизни мгновенных нейтронов; ρ — реактивность реактора; остальные обозначения те же, что и в системе (10). Система (12) — одна из простейших моделей динамики гомогенного ядерного реактора с циркулирующим несжимаемым топливом (например, расплавами солей урана). Форма нейтронного потока принята синусоидальной, а изменение температуры (T) на входе в АЗ отсутствует. Запаздывающие нейтроны не учтены. Более содержательной представляется модель [13]. Она отображает температурные изменения двух сред — циркулирующего топлива (θ_T) и замедлителя (θ_3). Учтены также запаздывающие нейтроны. Запаздывание μ — время (в безразмерных единицах) прохода жидкого топлива по контуру циркуляции; α_T и α_3 — коэффициенты реактивности по температуре топлива и замедлителя соответственно. Они могут быть как одного, так и другого знака. Все остальные коэффициенты положительны, причем $\alpha < 1$; $\xi < 1$; $a < 1$. В системе (13) β — для запаздывающих нейтронов; ξ — их ценность ($0 \leq \xi \leq 1$). Наконец, система (14) представляет одну из простых моделей ядерного реактора как объекта с распределенными параметрами. Это — диффузионная модель, в которой искомая переменная φ пропорциональна потоку нейтронов, выражение в квадратных скобках вместе с множителем q характеризует коэффициент размножения нейтронов.

Устойчивость состояний равновесия анализировалась,

* В рамках справедливости модели (8).

как правило, по методу \mathcal{D} -разбиения [15], и при этом выделялась область устойчивости в пространстве основных параметров реактора. Расчет автоколебаний проводился по методике, предложенной и обоснованной для систем с последствием в монографии [16].

Все модели (9) – (14) исследованы на основе этой методики. Исследование предварялось подробными расчетами устойчивости стационарного режима и дополнялось непосредственными численными расчетами автоколебаний с помощью ЭВМ. Результаты анализа системы (9) изложены в [9]. Модели (10) и (11) подробно изучены в статье [17], правда, функция $\psi(y)$ предполагалась линейной, а функция $\varphi(x)$ аппроксимировалась полиномом не выше третьей степени. Система (12) рассмотрена в [18] как частный случай более общего интегро-дифференциального уравнения с бесконечным последствием. Модель (13) исследована в [19] с привлечением численной методики [8]. Краевая задача (14), представляющая также интерес и для математической биофизики, решена приближенно в работах [20, 21] – как второе приближение по методу Галеркина.

Нет возможности перечислить все конкретные результаты этих работ, поэтому приведем только один достаточно характерный результат, относящийся к исследованию системы [12]. На рис. 5 дана граница области устойчивости

Рис. 5. Граница \mathcal{D} -разбиения плоскости



в плоскости коэффициентов реактивности по топливу (α_T) и замедлителю (α_3). Кривая \mathcal{D} -разбиения имеет опасные (изображены пунктиром) и безопасные (изображены сплошной линией) участки. На рис. 6 представлена бифуркационная диаграмма мягкого режима возбуждения автоколебаний, когда граничное значение параметра α_T принадлежит безопасному участку. Амплитуда автоколебаний монотонно растет с ростом α_T . Сплошная линия – расчет по аналитической методике, пунктирная линия – результат непосредственного решения на ЭВМ уравнений (12). По мере удаления от границы расхождение между этими решениями возрастает, ибо форма автоколебаний оказывается достаточно далекой от той, что дает приближенное аналитическое решение. Численные расчеты для параметров вблизи опасных участков по-



Рис. 6. Бифуркационная диаграмма для системы (13) в случае мягкого режима возбуждения автоколебаний

казали, что при таких параметрах также устанавливаются автоколебания, но режим установления жесткий.

Список литературы

1. Горяченко В.Д., Сабаев Е.Ф. О нелинейных колебаниях в динамике ядерных реакторов//Нелинейные колебания механических систем: Тезисы докладов Всесоюзной конференции, сентябрь 1987/Горьк. обл. правл. НТО Машпром, 1987. Ч. 1. С. 5 – 7.
2. Николаев Н.Я., Смирнов Л.В. Гидроупругое возбуждение колебаний теплообменных пучков трубок поперечным потоком//Там же. Ч. 2. С. 112 – 114.
3. Смирнов Л.В. и др. Исследования динамики гидравлических процессов и гидроупругих колебаний конструкций в энергетических установках//Там же. Ч. 2. С. 119 – 120.
4. Морозов И.И., Герлига В.А., Устойчивость кипящих аппаратов. М.: Атомиздат, 1969.
5. Горяченко В.Д. Методы исследования устойчивости ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1977.
6. Митенков Ф.М., Моторов Б.И. Механизмы неустойчивых процессов в тепловой и ядерной энергетике. М.: Энергоатомиздат, 1981.
7. Золотарев С.Л. Программный комплекс для исследования бифуркации рождения цикла в динамических системах с последствием//Нелинейные колебания механических систем: Тезисы докладов Всесоюзной конференции, сентябрь 1987/Горьк. обл. правл. НТО Машпром, 1987. Ч. 1. С. 78 – 80.
8. Золотарев С.Л. Алгоритм численного исследования бифуркационных явлений в динамических системах с последствием//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1984. Вып. 2 (39). С. 75 – 80.
9. Горяченко В.Д. Качественные методы в динамике ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1983.
10. Шилов Б.Н. Исследование на фазовой плоскости нелинейной модели динамики реактора//См. наст. сб. С. 8 – 10.
11. Авдонин Н.И. Об одной модели динамики размножающихся сред//Дифференциальные и интегральные уравнения: Межвуз.сб./Горьк. ун-т. 1984. С. 3 – 7.

12. Горяченко В.Д., Колтунова Е.С. Исследование упрощенной модели динамики гетерогенного ядерного реактора//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1978. Вып. 4(4). С. 28 – 38; 1979. Вып. 4(8). С. 31 – 41.
13. Poore A.V. On the dynamical behavior of the two-temperature feedback nuclear reactor model//SIAM J. Appl. Mathem. 1976. Vol. 30, № 4. P. 675 – 686.
14. Колтунова Е.С. Применение теории бифуркаций к исследованию динамики ядерного реактора//Атомная энергия. 1982. Т. 52, № 4. С. 240 – 244.
15. Неймарк Ю.И. Динамические системы и управляемые процессы. М.: Наука, 1978. Гл. 2.
16. Колесов Ю.С., Швитра Д.И. Автоколебания в системах с запаздыванием. Вильнюс: Мокслас, 1979.
17. Горяченко В.Д., Колчин В.А., Шилов Б.Н. Исследование динамики ядерного реактора по сосредоточенным нелинейным моделям с запаздываниями//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1986. Вып. 1. С. 76 – 87.
18. Колчин В.А. Бифуркации и автоколебания в ядерных реакторах с линейной обратной связью//Атомная энергия, 1982. Т. 52, № 6. С. 393 – 398.
19. Золотарев С.Л. К исследованию точечной модели динамики реактора с циркулирующим горючим//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1986. Вып. 1. С. 52 – 58.
20. Колчин В.А. Устойчивость и автоколебания пространственного распределения особей в биологическом реакторе//Математические модели клеточных популяций: Межвуз. сб./Горьк. ун-т, 1981. С. 75 – 83.
21. Колчин В.А. К анализу динамики биологического реактора по диффузионной модели//Динамика биологических популяций: Межвуз. сб./Горьк. ун-т, 1982. С. 72 – 82.

Статья поступила в редакцию
22 февраля 1988 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика
ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 3 – 8.

УДК 517.917

ИССЛЕДОВАНИЕ НА ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ РЕАКТОРА

Б.Н. Шилов

Качественными методами теории нелинейных колебаний изучается точечная модель динамики реактора без запаздывающих нейтронов с учетом нелинейной (квадратичной) зависимости реактивности от мощности и температурной обратной связи.

AN INVESTIGATION ON THE PHASE SURFACE OF REACTOR DYNAMICS NONLINEAR MODEL. B.N. SHILOV. By means of the qualitative methods of the theory of nonlinear oscillations a point model of the reactor dynamics without delayed neutrons, taking into account nonlinear (quadratic) reactivity dependence on power and thermal feedback, is analysed.

Рассмотрим нелинейную систему

$$\dot{x} = (1+x)(ax+bx^2+cy); \dot{y} = x-y. \quad (1)$$

При надлежащих идеализациях эта система описывает динамику различных размножающихся сред, например динамику ядерного реактора с нелинейной зависимостью коэффициента размножения нейтронов от мощности реактора [1]. В этом случае переменные x и y определяют соответственно относительные отклонения мощности и температуры в реакторе от стационарных значений. Несколько более общий случай системы (1) рассматривался в статье [2], в которой при $a < 0$ исследованы состояния равновесия и найдены некоторые необходимые условия существования периодических решений. На самом деле параметр a , пропорциональный мощностному коэффициенту реактивности реактора, может быть как отрицательным, так и положительным. Дальнейшая задача заключается в полном качественном исследовании системы (1) в зависимости от параметров a , b и c .

Анализ состояний равновесия. Существуют три состояния равновесия системы (1): $P_1(0,0)$; $P_2(-1,-1)$; $P_3(-(a+c)/b, -(a+c)/b)$. По физическому смыслу переменной x

$$1+x \geq 0. \quad (2)$$

Точка P_3 существует (лежит в области (2)), если $x_0 = -(a+c)/b > -1$.

Для анализа типов состояния равновесия P_1, P_2, P_3 линеаризуем систему (1) в окрестности каждого состояния равновесия и составим характеристические уравнения линеаризованных систем. Получим

$$\lambda^2 + (1-a)\lambda - (a+c) = 0; \quad (3)$$

$$(\lambda+1)(\lambda+a+c-b) = 0; \quad (4)$$

$$\lambda^2 + [1+(1+x_0)(a+2c)]\lambda + (1+x_0)(a+c) = 0. \quad (5)$$

Анализ корней уравнений (3) – (5), проведенный согласно [3], позволил разбить пространство параметров

a, b и c на 11 областей (случаев), соответствующих различным типам точек P_1, P_2, P_3 . Полученные результаты сведены в таблицу, а также представлены на рис. 1. Присутствующий в таблице и на рисунке параметр $\sigma = 1 + (1 + x_0)(a + 2c)$.

Анализ существования предельных циклов. Вертикаль $x = -1$ фазовой плоскости (x, y) есть интегральная кривая системы (1), поэтому рассмотрим только область $1 + x > 0$. Покажем, что при $c > 0$ система (1) не имеет предельных циклов. Действительно, предельный цикл должен охватывать точку P_1 либо точку P_3 . После замены $\xi = x - x_i; \eta = y - y_i$ уравнения (1) преобразуются в систему

$$\dot{\xi} = (a\xi + b\xi^2 + 2bx_i\xi + c\eta)(1 + x_i + \xi); \dot{\eta} = \xi - \eta, \quad (6)$$

в которой $x_i = y_i = 0$ для P_1 и $x_i = y_i = x_0$ для P_3 .

На оси $\xi = 0$ получаем $\dot{\xi} = c\eta(1 + x_i)$, а на оси $\eta = 0$ имеем $\dot{\eta} = \xi$, т.е. фазовая траектория системы (6) при $c > 0$, попав в первый или третий координатные углы, больше их уже не покидает, значит, вокруг состояния равновесия x_i, y_i не может быть замкнутых фазовых траекторий*).

Для случая $c < 0$ воспользуемся критерием Дюлака [3, 4], взяв $F(x, y) = (1 + x)^{m-1}e^{cmy}$. Значения m , удовлетворяющие критерию, существуют, если

$$(1 - a)\sigma > 0. \quad (7)$$

Итак, система (1) не имеет предельных циклов в области $1 + x > 0$ (при $c < 0$), если параметры системы удовлетворяют неравенству (7). Добавим еще, что предельные циклы в системе (1) отсутствуют при параметрах из области 3, так как в этом случае в области $1 + x > 0$ нет особых точек с индексом $j = +1$ [3].

На рис. 1 заштрихованы области, для которых доказано отсутствие замкнутых фазовых траекторий. Для незаштригованных областей плоскости (a, c) строгое решение вопроса о существовании предельных циклов удалось получить только для точек, близких к граничным линиям $\sigma = 0$ и $a = 1$ (на рис. 1 эти линии отмечены точками). На этих линиях вычислена первая ляпуновская величина L_1 [4], а затем по знаку L_1 в соответствии с теорией рождения предельного цикла из сложного фокуса [4] установлено следующее.

1. Для точек области 1, близких к вертикали $a = 1$, система (1) имеет единственный неустойчивый предельный цикл, окружающий точку P_1 .

2. Для точек области 2, близких к границе $\sigma = 0$, система (1) имеет единственный неустойчивый предельный цикл, окружающий P_3 .

3. Для точек области 8, близких к границе $\sigma = 0$, система (1) имеет единственный неустойчивый предельный цикл, окружающий P_3 .

*Этот рассуждение справедливо и для более общего случая, когда сумма $ax + bx^2$ в (1) заменена произвольной аналитической функцией $s(x)$, такой, что $s(0) = 0$.

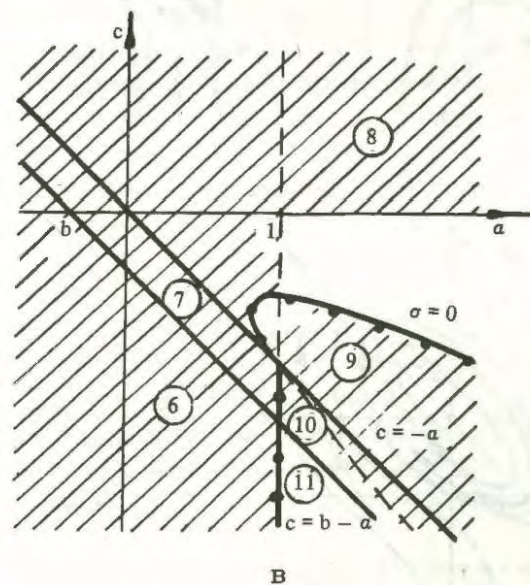
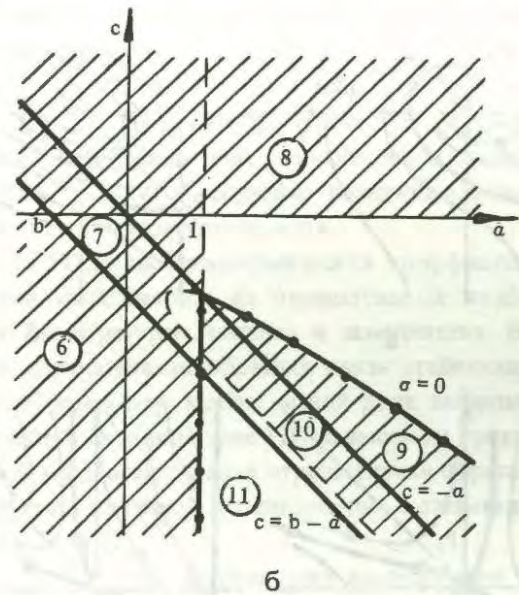
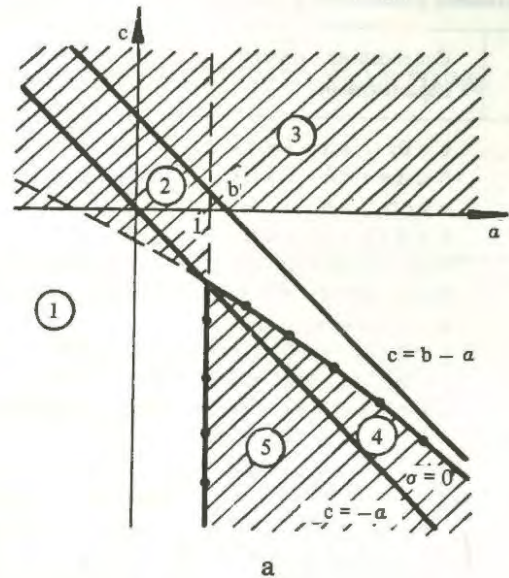


Рис. 1. Разбиение плоскости параметров (a, c) по типам состояний равновесия: $a - b > 0$; $b - b < -1/2$; $b - -1/2 < b < 0$

Типы состояний равновесия в зависимости от параметров

Область	Соотношения между параметрами	P_1	P_2	P_3
1	$b > 0; a < 1; a + c < 0$	Устойчивый узел (фокус)	Седло	Седло
2	$0 < a + c < b; \sigma > 0$	Седло	" "	Устойчивый узел (фокус)
3	$a + c > b > 0$	" "	Устойчивый узел	-
4	$0 < a + c < b; \sigma < 0$	" "	Седло	Неустойчивый узел (фокус)
5	$a + c < 0; b > 0; a > 1$	Неустойчивый узел (фокус)	" "	" "
6	$a + c < b < 0; a < 1$	Устойчивый узел (фокус)	" "	-
7	$b < a + c < 0; a < 1$	" "	Устойчивый узел	Седло
8	$b < 0; a + c > 0; \sigma > 0$	Седло	" "	Устойчивый узел (фокус)
9	$b < 0; a + c > 0; \sigma < 0$	" "	" "	Неустойчивый узел (фокус)
10	$b < a + c < 0; a > 1$	Неустойчивый узел (фокус)	" "	Седло
11	$a + c < b < 0; a > 1$	" "	Седло	-

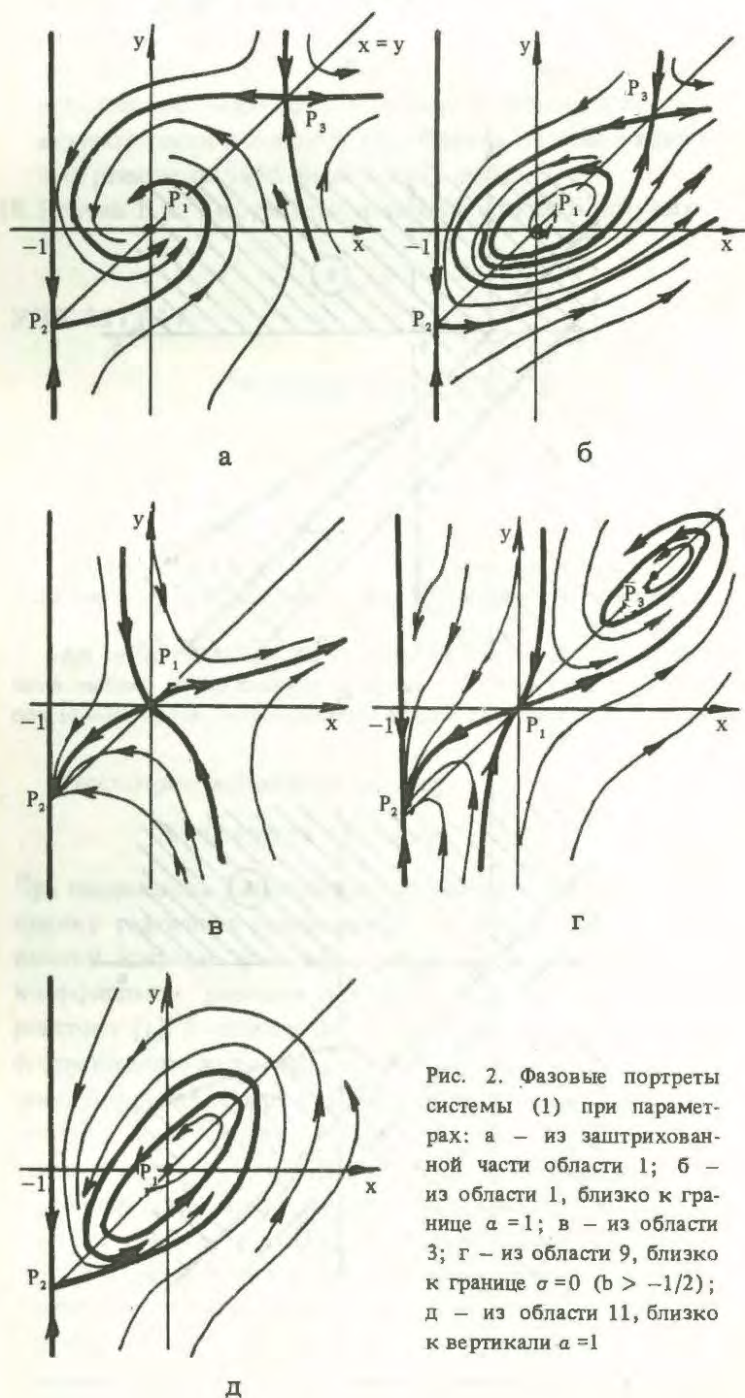


Рис. 2. Фазовые портреты системы (1) при параметрах: а - из заштрихованной части области 1; б - из области 1, близко к границе $a = 1$; в - из области 3; г - из области 9, близко к границе $\sigma = 0$ ($b > -1/2$); д - из области 11, близко к вертикали $a = 1$

4. Для точек области 9, близких к границе $\sigma = 0$, система (1) имеет при $b > -1/2$ единственный устойчивый предельный цикл, окружающий P_3 .

5. Для точек областей 10 и 11, близких к вертикали $a = 1$, система (1) имеет единственный устойчивый предельный цикл, окружающий P_1 .

6. Для точек области 7, близких к вертикали $a = 1$, система (1) имеет единственный неустойчивый предельный цикл, окружающий точку P_1 .

Фазовые портреты системы (1). Учитывая расположение и типы особых точек, наличие интегральной кривой $1 + x = 0$, расположение главных изоклин $ax + bx^2 + cy = 0$ и $x = y$ системы (1), удалось в общих чертах установить ход сепаратрис седел, что и завершило исчерпывающий анализ поведения фазовых траекторий системы (1) для всех параметров из заштрихованных областей. Исчерпывающее качественное исследование выполнено также для точек незаштрихованных областей, близких к границам $\sigma = 0$ и $a = 1$. Для параметров, принадлежащих незаштрихованным областям и достаточно удаленных от границ областей, проведенный анализ следует считать выполненным с точностью до четного числа предельных циклов.

Некоторые фазовые портреты системы (1), построенные в результате проведенного исследования, представлены на рис. 2.

Список литературы

1. Горяченко В.Д. Качественные методы в динамике ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1983.
2. Авдонин Н.И. Об одной модели динамики размножающихся сред // Дифференциальные и интегральные уравнения: Межвуз. сб./ Горьк. ун-т, 1984. С. 3 - 7.
3. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959.
4. Баутин Н.Н., Леонтович Е.И. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1976.

Статья поступила в редакцию 22 февраля 1988 г.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ И ДИНАМИКЕ ВЫСОКОПОТОЧНОГО ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА С ТВЕРДЫМ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕМ

Б.Н. Иванов, Ю.Ф. Трунин, И.Л. Чихладзе

Исследуется устойчивость стационарного режима работы высокопоточного реактора с твердым теплоносителем, содержащим топливо (ВРТТ). Проводятся расчеты переходных процессов в режиме саморегулирования реактора при внешних возмущениях реактивности.

ON THE STABILITY AND DYNAMICS OF A HFR WITH SOLID HEAT-TRANSFER AGENT. B.N. IVANOV, Yu.F. TRUNIN, I.L. CHIKHLADZE. The stationary mode operation stability of the HFR with solid heat-transfer agent, containing fuel is under investigation. The calculations of the non-stationary processes in the reactor self-regulation mode of operation under external reactivity disturbances are conducted.

Принцип работы высокотемпературного реактора ГРОТТ [1] с циклически перемещаемым по кругу твердым теплоносителем, содержащим топливо, может быть успешно распространен на высокопоточные реакторы. Сама конструкция реактора с вращающимся теплоносителем предусматривает пространственное разделение областей тепловыделения и теплосъема, позволяющее разгрузить активную зону от металлоконструкций, необходимых для придания твэлу нужных механических и тепловых характеристик. При этом появляется возможность выделения под топливо большей части активной зоны и оптимизации ее состава, что позволяет повысить удельное энерговыделение и значительно увеличить поток нейтронов.

Логическое развитие такой концепции приводит к необходимости замены теплопередачи посредством теплового излучения, используемой в системах ГРОТТ, на конвективный теплообмен с однородной средой, например обычной водой. При этом вода в активной зоне будет выполнять и функцию замедлителя. Появляется возможность организации погружной системы с вращающейся платформой, на которой размещены твэлы в виде очехлованных теплоемкостных стерженьков с тепловой изоляцией между оболочкой и топливным сердечником. На малом участке кольца вращения с помощью боковых отражателей и продольных поглощающих шторок, выполняющих роль нейтронных отсеков, организуется активная зона. Во внешней области происходит интенсивная теплоотдача. Там же размещены стационарные поглотители запаздывающих нейтронов, необходимые для обеспечения глубокой подкритичности.

Такая система разрешает практически все трудности высокопоточного реакторостроения и позволяет получить потоки нейтронов порядка $5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$.

Движение твердофазного топлива по замкнутому контуру объединяет этот оригинальный аппарат с известными проектами реакторов с циркулирующим горючим (РЦГ) и, соответственно, вносит динамические особенности, присущие РЦГ [2, 3]. Среди них, прежде всего, следует отметить уменьшение эффективной доли запаздывающих нейтронов в активной зоне, приводящее к воз-

можному ухудшению условий устойчивости и управляемости [4]. В ВРТТ этот эффект может проявиться весьма сильно, поскольку из его активной зоны выносятся свыше 90% излучателей запаздывающих нейтронов. Значит, кинетика реактора определяется практически только мгновенными нейтронами. Кроме того, присутствует и характерная для любого РЦГ взаимосвязь нейтронно-физических и теплофизических параметров топлива на выходе и входе активной зоны, способная при определенных условиях "раскачать" случайно возникшие возмущения мощности и температурного поля.

В ВРТТ полный изотермический коэффициент реактивности складывается из отрицательных коэффициентов по температурам топлива и замедлителя. В общем случае отрицательная обратная связь стабилизирует систему. Однако при крайне малой доле запаздывающих нейтронов в активной зоне РЦГ и высоком уровне стационарной мощности сильная отрицательная обратная связь может стать причиной возникновения колебательной неустойчивости [5].

С учетом этих особенностей исследования устойчивости и динамики ВРТТ становятся весьма актуальными на любом этапе его разработки.

Рассмотрим упрощенную схему реактора в виде замкнутого кольцевого контура, изображенного на рис. 1. Для математического описания его динамики сделаем ряд предположений.

1. Активную зону представим сосредоточенным объемом, а внешнюю часть контура циркуляции (теплообменник) — линейным распределенным звеном.

2. Кинетику нейтронов опишем уравнениями точечного приближения с учетом движения излучателей запаздывающих нейтронов по замкнутому контуру.

3. Тепловыделение во внешней части контура циркуляции, обусловленное излучением запаздывающих нейтронов, а также мгновенным и запаздывающим γ -излучением, положим не зависящим от времени и постоянным по всей длине теплообменника.

4. Коэффициент теплоотдачи от топлива к охлаждающей воде считаем постоянным во всем контуре циркуляции.

5. Средние температуры топлива и воды в объеме активной зоны положим равными их температурам на выходе из зоны. Учитывая слабый подогрев и постоянный расход воды на охлаждение, считаем ее температуру на входе в активную зону и во всей внешней части контура циркуляции постоянной.

В таком приближении математическая модель динамики ВРТТ имеет следующий вид.

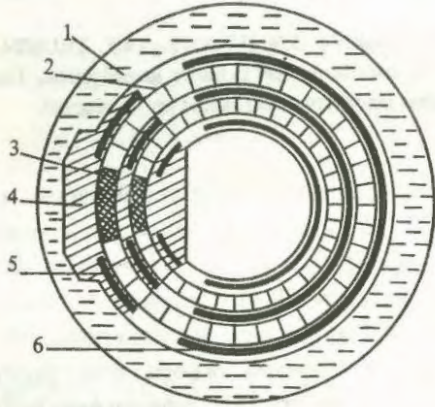


Рис. 1. Принципиальная схема реактора: 1 - бассейн с водой; 2 - вращающаяся платформа с тепловыделяющими сборками; 3 - активная зона; 4 - боковой отражатель; 5 - поглощающая шторка; 6 - стационарный поглотитель

Уравнения кинетики нейтронного поля и реактивности:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN(t)}{dt} &= \frac{\delta K(t) - \beta}{l} N(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t); \\ \frac{dC_i(t)}{dt} &= \frac{\beta_i}{l} N(t) - \lambda_i C_i(t) - \frac{C_i(t) - C_i(t - \tau_T) \exp(-\lambda_i \tau_T)}{\tau_T}, \\ i &= \overline{1,6}; \\ \delta K(t) &= \delta K_0 + \alpha_1 [T_1(t) - T_{10}] + \alpha_2 [T_2(t) - T_{20}] + \delta K_{ВН}. \end{aligned} \right\} (1)$$

Здесь $N(t)$ - тепловая мощность реактора; l - среднее время жизни мгновенных нейтронов; $\delta K(t)$ - реактивность; δK_0 - постоянная составляющая реактивности, обусловленная циркуляцией по контуру излучателей запаздывающих нейтронов; $\delta K_{ВН}$ - внешняя избыточная реактивность, вносимая в систему; $C_i(t)$, λ_i и β_i - концентрация, постоянная распада и доля i -й группы излучателей запаздывающих нейтронов, $\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i$ - их суммарная доля; $T_j(t)$, α_j и τ_j соответственно температура, температурный коэффициент реактивности и время пребывания в активной зоне топлива ($j = 1$) и воды ($j = 2$); τ_T - время прохода топливом внешней части контура (теплообменника).

Уравнения теплового баланса для ядерного топлива: в активной зоне:

$$m_1 c_1 \frac{dT_1(t)}{dt} = \frac{m_1 c_1}{\tau_1} [\tilde{T}_1(H, t) - T_1(t)] - (2)$$

$$\left. \begin{aligned} &- kS_1 [T_1(t) - T_2(t)] + (1 - a)N(t); \\ \text{в теплообменнике:} \\ &m_T c_1 \frac{\partial \tilde{T}_1(z, t)}{\partial t} + m_T c_1 \frac{H}{\tau_T} \frac{\partial \tilde{T}_1(z, t)}{\partial z} = Q - \\ &- kS_T [\tilde{T}_1(z, t) - T_T] \\ \text{с граничным условием } \tilde{T}_1(0, t) &= T_1(t). \end{aligned} \right\} (2)$$

Уравнение теплового баланса для замедлителя:

$$\begin{aligned} m_2 c_2 \frac{dT_2(t)}{dt} &= \frac{m_2 c_2}{\tau_2} [T_{2ВХ} - T_2(t)] + \\ &+ kS_1 [T_1(t) - T_2(t)] + aN(t). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь m_j и c_j - масса и удельная теплоемкость топлива и замедлителя в активной зоне; k - коэффициент теплоотдачи от топлива к воде; S_1 и S_T - площади поверхности теплообмена в активной зоне и теплообменнике; a - доля тепловой мощности, выделяющаяся в замедлителе; $\tilde{T}_1(z, t)$ и m_T - температура и масса топлива в теплообменнике; H - длина теплообменника; Q - величина тепловыделения в нем; z - координата, направленная по ходу движения топлива ($z = 0$ соответствует входу в теплообменник, а $z = H$ - выходу из него).

Система уравнений (1) - (3) в рамках принятой идеализации полностью описывает динамику ВРТТ и может быть использована для исследования устойчивости стационарного режима. С этой целью введем новое время $\tau = t/\tau_1$, относительные изменения переменных $p(\tau) = (N(\tau) - N_0)/N_0$; $c_i(\tau) = (C_i(\tau) - C_{i0})/C_{i0}$, $i = \overline{1,6}$; $\vartheta_j(\tau) = (T_j(\tau) - T_{j0})/(T_{10} - T_{1ВХ0})$, $j = \overline{1,2}$, и безразмерные параметры $\gamma_i = \beta_i/\lambda_i l$; $\sigma_i = \lambda_i \tau_1$; $\xi_i = \sigma_i/(1 + \sigma_i - \exp(-\sigma_i \nu_T))$, $i = \overline{1,6}$, характеризующие долю, распад и ценность i -й группы излучателей запаздывающих нейтронов в активной зоне реактора; $\nu = \tau_2/\tau_1$ и $\nu_T = \tau_T/\tau_1$, характеризующие времена прохода замедлителем активной зоны и топливом внешней части контура циркуляции; $\mu_j = \alpha_j \tau_1 (T_{10} - T_{1ВХ0})/l$, $j = \overline{1,2}$, характеризующие температурные обратные связи по топливу и замедлителю; $\delta = kS_1 \tau_1 / m_1 c_1$, характеризующий теплопередачу от топлива к воде; $\gamma = m_2 c_2 / m_1 c_1$ - отношение суммарных теплоемкостей замедлителя и топлива; $\eta = N_0 \tau_1 / m_1 c_1 (T_{10} - T_{1ВХ0}) = 1 + (\gamma/\nu)(T_{20} - T_{2ВХ})/(T_{10} - T_{1ВХ0})$, характеризующий тепловую мощность реактора; $\rho_{ВН} = (\tau_1/l) \delta K_{ВН}$, характеризующий внешнюю избыточную реактивность. Разрешим уравнение в частных производных и исключим все алгебраические соотношения. В результате получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздыванием следующего вида:

$$\begin{aligned} \frac{dn(\tau)}{d\tau} &= - \sum_{i=1}^6 \sigma_i \gamma_i \xi_i [n(\tau) - c_i(\tau)] + [n(\tau) + 1] \times \\ &\times [\mu_1 \vartheta_1(\tau) + \mu_2 \vartheta_2(\tau) + \rho_{ВН}]; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dc_i(\tau)}{d\tau} &= \frac{\sigma_i}{\xi_i} [n(\tau) - c_i(\tau)] - [c_i(\tau) - c_i(\tau - \nu_T)] \times \\ &\times \exp(-\sigma_i \nu_T), \quad i = \overline{1, 6}; \\ \frac{d\vartheta_1(\tau)}{d\tau} &= \vartheta_1(\tau - \nu_T) \exp(-\delta \nu_T) - \vartheta_1(\tau) - \delta [\vartheta_1(\tau) - \\ &- \vartheta_2(\tau)] + (1 - a)\eta n(\tau); \\ \gamma \frac{d\vartheta_2(\tau)}{d\tau} &= -\frac{\gamma}{\nu} \vartheta_2(\tau) + \delta [\vartheta_1(\tau) - \vartheta_2(\tau)] + a\eta n(\tau). \end{aligned} \right\} (4)$$

Сначала проведем исследование устойчивости в малом, т.е. по линеаризованной системе уравнений (4). Используем метод \mathcal{D} -разбиения [6] плоскости действительных параметров μ_1 и μ_2 , характеризующих температурные обратные связи в реакторе. После линеаризации и преобразования по Лапласу системы (4) получим характеристическое уравнение в виде (p – параметр преобразования Лапласа):

$$\mu_1 F_1(p) + \mu_2 F_2(p) = F_3(p)\Phi(p), \quad (5)$$

где

$$F_1(p) = \eta[(1 - a)\gamma(\nu p + 1) + \delta\nu], \quad F_2(p) = \eta\nu[ap + \delta + a(1 - \exp(-(p + \delta)\nu_T))];$$

$$F_3(p) = \gamma\nu p^2 + [\delta\nu(\gamma + 1) + \gamma(\nu + 1)]p + (\delta\gamma + \delta\nu + \gamma) - [\nu(\gamma p + \delta) + \gamma] \exp(-(p + \delta)\nu_T);$$

$$\Phi(p) = p + \sum_{i=1}^6 \sigma_i \tau_i [\xi_i - \frac{\sigma_i}{p + \sigma_i + 1 - \exp(-(p + \sigma_i)\nu_T)}];$$

При $p = 0$ из характеристического уравнения (5) найдем уравнение особой прямой

$$\mu_1 + \nu \frac{\delta + a(1 - \exp(-\delta\nu_T))}{(1 - a)\gamma + \delta\nu} \mu_2 = 0,$$

проходящей через II и IV квадранты плоскости (μ_1, μ_2). При подстановке в характеристическое уравнение (5) $p = j\omega$ получим формулы \mathcal{D} -разбиения в параметрической форме. Численные расчеты по этим формулам выполнены при номинальных значениях параметров ВРТТ, соответствующих 36%-му обогащению топлива. На рис. 2 представлена картина \mathcal{D} -разбиения, границы которого состоят из особой прямой и бесконечного числа ветвей регулярной \mathcal{D} -кривой (на рисунке изображено несколько первых ветвей, остальные ведут себя аналогичным образом, располагаясь все дальше от начала координат по мере увеличения параметра ω). Ветви с нечетными порядковыми номерами лежат во II квадранте плоскости (μ_1, μ_2), а ветви с четными номерами – в IV квадранте. Область асимптотической устойчивости ограничена первой ветвью \mathcal{D} -кривой, особой прямой и огибающей семейства четных ветвей в IV квадранте. В эту область целиком

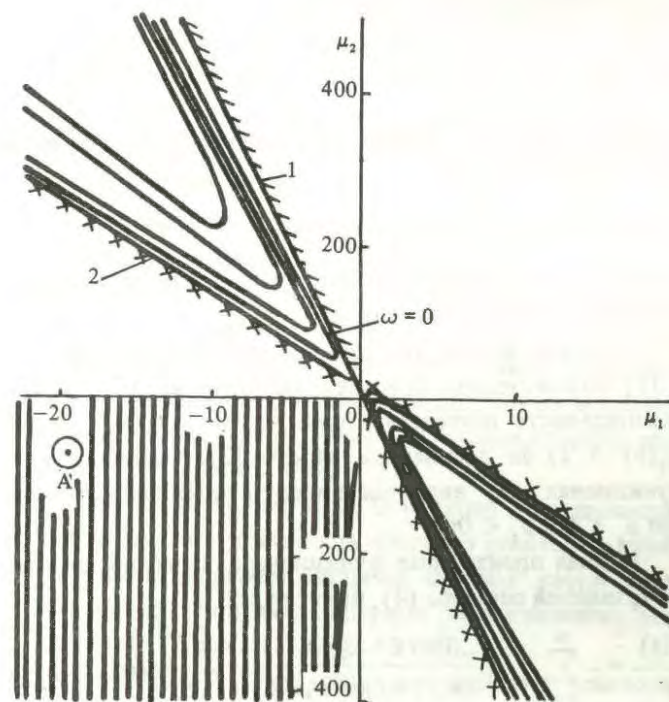


Рис. 2. \mathcal{D} -разбиение плоскости (μ_1, μ_2): 1 – особая прямая; 2 – первая ветвь регулярной \mathcal{D} -кривой; А – рабочая точка; заштрихованная часть – область устойчивости в целом

входит III квадрант плоскости, в котором располагается рабочая точка ВРТТ ($\mu_1 = -19,33; \mu_2 = -62,22$). Запасы устойчивости реактора в номинальном режиме достаточно велики: для возбуждения аperiodических, колебательных или смешанных процессов необходима смена знака хотя бы одного из температурных коэффициентов реактивности, что для данного реактора представляется физически невозможным.

Исследование устойчивости в малом позволяет определить точные границы области устойчивости в пространстве характерных параметров реактора и оценить запасы устойчивости по отношению к границам областей неустойчивых процессов. Однако из него нельзя извлечь сведений о величинах допустимых начальных возмущений, при которых сохраняется устойчивый режим работы. Ответ на этот вопрос может дать анализ нелинейной модели реактора, т.е. исследование устойчивости в большом или в целом. Проведем его по математической модели (4) с помощью второго метода Ляпунова, обобщенного на системы с запаздыванием [7].

Рассмотрим функционал

$$\begin{aligned} V(\tau) &= n(\tau) - \ln(n(\tau) + 1) + \sum_{i=1}^6 \tau_i \xi_i^2 [c_i(\tau) - \ln(c_i(\tau) + 1)] + \\ &+ \sum_{i=1}^6 \tau_i \xi_i^2 \int_0^\tau \frac{c_i(u) - [c_i(u) - c_i(u - \nu_T)]}{c_i(u) + 1} du - \\ &- \frac{\mu_1}{2(1 - a)\eta} [\vartheta_1^2(\tau) + (\delta + 1) \int_{\tau - \nu_T}^\tau \vartheta_1^2(u) du] - \frac{\mu_2 \gamma}{2a\eta} \vartheta_2^2(\tau), \end{aligned} \quad (6)$$

определенный на вектор-функции

$$v(\tau) = \{ n(\tau), c_1(\tau + u), \dots, c_6(\tau + u), \vartheta_1(\tau + u), \vartheta_2(\tau) \}, \\ -\nu_T \leq u \leq 0,$$

которая является точкой функционального фазового пространства с нормой

$$\|v(\tau)\| = \sup \{ |n_i|, |c_i(u)|, |\vartheta_1(u)|, |\vartheta_2(u)| \}, \quad i = \overline{1, 6}.$$

Метрикой, по которой исследуется устойчивость, может служить сам функционал (6).

Нетрудно видеть, что функции вида $[x(\tau) - \ln(x(\tau) + 1)]$ положительны при всех значениях $x(\tau) > -1$. Положительность интеграла $\int_0^{\tau} (c_i(u) [c_i(u) - c_i(u - \nu_T)]) / (c_i(u) + 1) du$ доказана в работе [2]. Следовательно, функционал (6) является определенно-положительным при $\mu_1 < 0$ и $\mu_2 < 0$.

Полная производная функционала, вычисленная в силу уравнений системы (4), имеет вид:

$$\frac{dV(\tau)}{d\tau} = - \sum_{i=1}^6 \sigma_i \xi_i \frac{(n(\tau) - c_i(\tau))^2}{(n(\tau) + 1)(c_i(\tau) + 1)} - \frac{1}{2\eta} S(\vartheta_1, \vartheta_2), \quad (7)$$

где

$$S(\vartheta_1, \vartheta_2) = \mu_1 \left[\frac{1 + \delta}{1 - a} \vartheta_1^2(\tau) + 2 \frac{\exp(-\delta\nu_T)}{1 - a} \vartheta_1(\tau) \vartheta_1(\tau - \nu_T) - \frac{1 + \delta}{1 - a} \vartheta_1^2(\tau - \nu_T) \right] + 2[a\mu_1 + (1 - a)\mu_2] \frac{\delta}{a(1 - a)} \vartheta_1(\tau) \times \\ \times \vartheta_2(\tau) - 2\mu_2 \frac{\delta\nu + \gamma}{a\nu} \vartheta_2^2(\tau).$$

Очевидно, производная $dV(\tau)/d\tau$ будет определенно-отрицательной, если квадратичная форма $S(\vartheta_1, \vartheta_2) > 0$. Положительность квадратичной формы обеспечена при выполнении неравенств

$$\mu_1 < 0 \text{ и } \frac{\mu_1^2}{(1 - a)^2} + 2(1 - \mathcal{D}) \frac{\mu_1 \mu_2}{a(1 - a)} + \frac{\mu_2^2}{a^2} < 0,$$

где

$$\mathcal{D} = \frac{(\delta\nu + \gamma)[(\delta + 1)^2 - \exp(-2\delta\nu_T)]}{\delta^2(\delta + 1)\nu} > 0.$$

Таким образом, функционал (6) является определенно-положительным, а его полная производная (7) — определенно-отрицательной при выполнении условий

$$\frac{a}{1 - a} (D - 1 + \sqrt{D^2 - 2D}), \mu_1 < \mu_2 < \frac{a}{1 - a} (D - 1 - \sqrt{D^2 - 2D}) \mu_1.$$

Это означает, что в некоторой части III квадранта плоскости (μ_1, μ_2) , расположенной между двумя прямыми

$$\left. \begin{aligned} \mu_2 - \frac{a}{1 - a} (D - 1 + \sqrt{D^2 - 2D}) \mu_1 &= 0; \\ \mu_2 - \frac{a}{1 - a} (D - 1 - \sqrt{D^2 - 2D}) \mu_1 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

выполнены все условия теоремы об асимптотической

устойчивости тривиального решения системы уравнений (4). Следовательно, в этой области стационарное решение исходной системы является асимптотически устойчивым в целом, т.е. при любых физически реализуемых начальных возмущениях и при любых положительных значениях запаздывающего аргумента τ_T .

Для номинальных значений параметров ВРТТ прямые (8) почти совпадают с осями координат плоскости (μ_1, μ_2) , так что фактически весь III квадрант является областью устойчивости в целом (см. заштрихованную область на рис. 2). Таким образом, по результатам анализа устойчивости в малом и в целом можно утверждать, что присущие рассматриваемому реактору динамические особенности РЦГ не накладывают каких-либо жестких ограничений на условия устойчивости его номинального режима.

Более полную информацию о возможности обеспечения безопасной эксплуатации реактора может дать анализ его собственных динамических характеристик. По ним же можно проводить разработку эффективных систем управления и автоматического регулирования, систем аварийной защиты и средств технической диагностики неисправностей. С этой целью по нелинейной математической модели (4) были рассчитаны переходные процессы, обусловленные различными возмущениями реактивности. Результаты расчетов представлены на рис. 3 и 4.

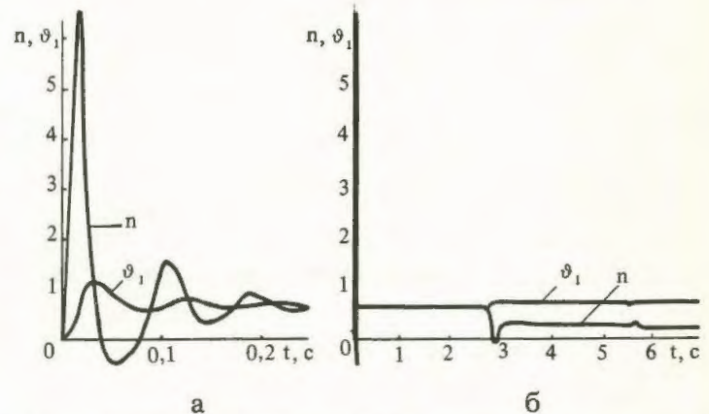


Рис. 3. Переходные процессы при мгновенном скачке реактивности $\delta K_{\text{вн}} = 0,5\beta$: а — начальный участок; б — общий вид

Введение постоянно действующего возмущения $\delta K_{\text{вн}} = 0,5\beta$ вызывает начальные скачки мощности реактора и температуры топлива с большими амплитудами (рис. 3,а). После нескольких переколебаний переменные выходят на новые стационарные уровни за время, примерно равное 0,3 с. Однако этим процессом общая картина динамического поведения системы не исчерпывается. Через промежуток времени, равный времени прохода топливом внешней части контура циркуляции, на вход активной зоны поступают ослабленные начальные возмущения температуры топлива и концентрации излучателей запаздывающих нейтронов. Отрабатывая эти возмущения, реактор выходит на новый стационарный режим (рис. 3,б). Только через несколько оборотов платформы

происходит полное затухание начальных возмущений.

Расчеты показали, что предельно допустимой величиной мгновенного возмущения реактивности, при которой не происходит термического разрушения решетки твэлов, является $\delta K_{\text{ВН}} = 1,7\beta$. Уже через 0,015 с после введения такого возмущения температура топлива в активной зоне достигает максимально допустимой величины порядка 2000°С, а через 6 с в реакторе устанавливается новый стационарный режим, при котором мощность превышает номинальный уровень на 80%, а температура топлива в активной зоне — на 50%.

По нелинейной системе уравнений (4) можно провести и расчеты конкретных аварийных ситуаций. Например, неисправность типа срыва одной или нескольких поглощающих шторок можно описать линейным ростом реактивности до уровня порядка нескольких β в течение времени, равного времени прохода топливом активной зоны. В этом случае предельно допустимая с точки зрения сохранения целостности твэлов температура топлива достигается при выходе $\delta K_{\text{ВН}}$ на уровень $3,2\beta$. Отклики относительных отклонений мощности и температуры топлива на такое изменение реактивности изображены на рис. 4. Начальные переколебания мощности с максима-

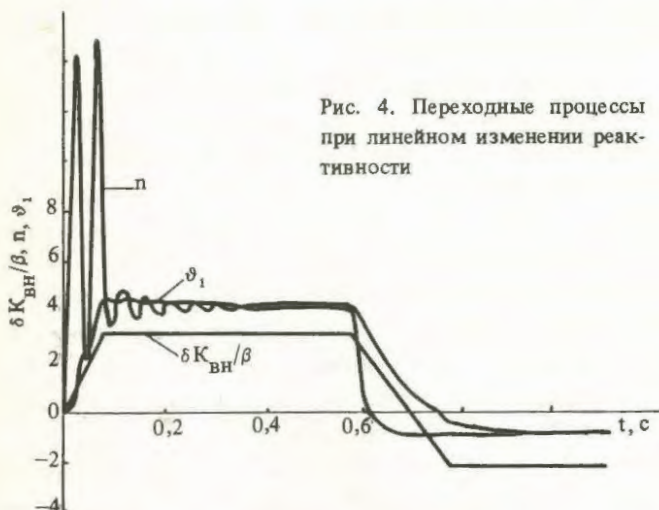


Рис. 4. Переходные процессы при линейном изменении реактивности

льными амплитудами (порядка $15N_0$) объясняются суммарным действием роста внешнего возмущения и отрицательного температурного эффекта реактивности. Последующий спад реактивности до отрицательного значения обусловлен срабатыванием системы аварийной защиты. Отклики переменных на гашение реактивности имеют плавный монотонный характер. Полученные результаты в определенной мере характеризуют свойства аварийной безопасности исследуемой системы.

В заключение следует отметить, что рассмотренная здесь сосредоточенная модель довольно упрощенно описывает динамику ВРТТ и позволяет получить скорее качественные, чем точные количественные результаты. Тем не менее, на стадии предварительных, концептуальных проработок с ее помощью можно сделать вывод о вполне удовлетворительных динамических характеристиках высокопоточного реактора.

Список литературы

1. Високотемпературный энерготехнологический реактор с твердым теплоносителем и лучистым теплообменом/ А.М. Алексеев, Ю.М. Булкин, С.И. Васильев и др.// Атомная энергия. 1984. Т. 56. Вып. 1. С. 5 — 10.
2. Горяченко В.Д. Методы исследования устойчивости ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1977.
3. Методические вопросы расчета динамики высокотемпературного ядерного реактора с твердым теплоносителем для промышленной технологии/Ю.А. Долгов, Б.И. Раскатов, Л.Н. Подлазов и др.//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1987. Вып. 3. С. 43 — 51.
4. Колчин В.А., Трунин Ю.Ф. О влиянии запаздывающих нейтронов на устойчивость ядерного реактора с циркулирующим горючим//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Динамика ядерных энергетических установок. 1977. Вып. 1 (11). С. 13 — 20.
5. Горяченко В.Д. Об устойчивости ядерного реактора с циркулирующим горючим без запаздывающих нейтронов//Атомная энергия. 1966. Т. 21. Вып. 4. С. 267 — 271.
6. Неймарк Ю.И. Динамические системы и управляемые процессы. М.: Наука, 1978.
7. Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости. М.: Физматгиз, 1959.

Статья поступила в редакцию
11 ноября 1988 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер.
Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 11 — 15.

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУМЕРНОЙ ДИФFUЗИОННОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА С МОЩНОСТНОЙ ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

М.В. Баженов

Рассматривается двумерная диффузионная модель динамики ядерного реактора с линейной запаздывающей мощностной обратной связью. С помощью третьего приближения по методу Галеркина исследуется устойчивость нетривиального стационарного режима реактора и проводится приближенный аналитический расчет автоколебаний.

NUMERICAL AND ANALYTICAL INVESTIGATION OF A 2-D DIFFUSION DYNAMICAL MODEL FOR A NUCLEAR REACTOR WITH POWER-TYPE DELAYED FEEDBACK. M.V. BAJENOV. A 2-D diffusion model of the dynamics of a nuclear reactor with linear delayed power feedback is discussed. With the help of the third approximation by Galerkin technique the stability of a reactor nontrivial stationary mode is analysed and approximate analytical calculation of the self-oscillations is performed.

Постановка задачи. Исходные уравнения. Рассмотрим двумерную диффузионную модель динамики ядерного реактора в пренебрежении запаздывающими нейтронами. В качестве граничных условий примем условие равенства нулю потока на границе активной зоны, которую выберем в виде квадрата со стороной h . Воспользуемся безразмерными пространственными переменными $x = x_1/h$, $y = y_1/h$ и представим исходную краевую задачу в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} l \frac{\partial \Phi}{\partial T} &= M^2 \Delta \Phi + (k_{\infty} - 1)\Phi, \quad 0 \leq x, y \leq 1; \\ \Phi(0, y, T) &= \Phi(1, y, T) = \Phi(x, 0, T) = \Phi(x, 1, T) = 0, \end{aligned} \right\} (1)$$

где $\Phi = \Phi(x, y, T)$ — поток нейтронов; M — длина миграции; l — время жизни нейтронов; k_{∞} — коэффициент размножения; T — время.

Предположим, что в стационарном состоянии коэффициент размножения не зависит от координат x, y : $k_{\infty 0} = \text{const}$. (Индекс "0" указывает, что значение переменной берется в статике.) Тогда из (1) находим, что

$$\Phi_0(x, y) = \Phi_{\text{max}} \sin \pi x \cdot \sin \pi y; \quad k_{\infty 0} - 1 = 2\pi^2 M^2 / h^2. \quad (2)$$

Перейдем в системе (1) к новой переменной $V(x, y, T) = \Phi(x, y, T) - \Phi_0(x, y)$. Получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial T} &= \frac{M^2}{h^2} \Delta V + \frac{1}{l} (k_{\infty} - k_{\infty 0}) \Phi_0 + \frac{1}{l} (k_{\infty} - 1)V; \\ V(0, y, T) &= V(1, y, T) = V(x, 0, T) = V(x, 1, T) = 0. \end{aligned} \right\} (3)$$

Ограничимся случаем мощностной запаздывающей обратной связи:

$$k_{\infty} - k_{\infty 0} = -\alpha V(x, y, T - \tau), \quad (4)$$

где τ — постоянное запаздывание, не зависящее от пространственных координат.

Подставим (4) в (3), сделаем замену времени $t = T/\tau$ и введем новые параметры $\hat{\alpha} = \alpha\tau/l$, $\eta = M^2\tau/h^2 l$. Окончательно получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V(x, y, t)}{\partial t} &= \eta \Delta V(x, y, t) - \hat{\alpha} V(x, y, t - 1) \Phi_0(x, y) - \\ &- \hat{\alpha} V(x, y, t - 1) V(x, y, t) + 2\pi^2 \eta V(x, y, t); \\ V(0, y, t) &= V(1, y, t) = V(x, 0, t) = V(x, 1, t) = 0. \end{aligned} \right\} (5)$$

Стационарный режим работы реактора отображается нулевым решением задачи (5).

С позиций теории колебаний уравнения типа (5), т.е. квазилинейные уравнения диффузии с постоянным запаздыванием, уже рассматривались в задачах динамики ядерных реакторов [1], но только в одномерной постановке и упрощенно — как второе приближение по методу Галеркина. Здесь, как видно из (5), изучается более реалистический и более сложный случай учета неоднородного распределения нейтронов по двум направлениям, а в основу последующего решения будут положены: 1) численно-аналитическое исследование с помощью третьего приближения по Галеркину; 2) непосредственное численное решение на ЭВМ краевой задачи (5). С этой точки зрения данную работу можно рассматривать как развитие и обобщение результатов, изложенных в [1]*.

Сведение задачи (5) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение задачи (5) в квадратах получить не удастся. Поэтому воспользуемся методом Галеркина [2] и будем искать приближенное решение в виде

$$V(x, y, t) = \sum_{k=1}^n a_k(t) v_k(x, y),$$

где $v_k(x, y) = \sin \pi k x \cdot \sin \pi k y$ — собственные функции стационарной краевой задачи.

Требование равенства нулю невязки на базисных

* Диффузионные модели динамики ядерных реакторов исследовались также в ряде других работ, в частности, в книге [3]. Однако там рассматривались иные вопросы, не связанные с запаздыванием и расчетом автоколебательных процессов.

функциях $v_k(x, y)$ приводит к системе n нелинейных дифференциальных уравнений относительно $a_k(t)$:

$$\dot{a}_k(t) + 2\eta\pi^2(k^2 - 1)a_k(t) + 4\hat{\alpha}\Phi_{\max} \sum_{l=1}^n a_l(t-1)R_{l1k}^2 + 4\hat{\alpha} \sum_{l=1}^n \sum_{m=1}^n a_l(t-1)a_m(t)R_{lmk}^2 = 0, \quad k = 1, \dots, n, \quad (6)$$

где

$$R_{lmk}^2 = \int_0^1 \int_0^1 v_l v_m v_k dx dy.$$

При $n = 1$ система (6) превращается в уравнение, которое не содержит параметр η и, следовательно, не учитывает диффузию нейтронов ("точечная" модель кинетики). Для $n = 2$ уравнения (6) представляют собой систему двух дифференциальных уравнений, второе из которых содержит член, пропорциональный η . Однако в линейном приближении эта система распадается на два независимых уравнения относительно a_1 и a_2 , причем уравнение для a_1 по-прежнему не учитывает диффузию. Рассмотрим случай $n = 3$ (третье приближение по Галеркину).

Сделаем в (6) замену переменных: $x_i(t) = a_i(t)/\Phi_{\max}$, $i = 1, 2, 3$ и воспользуемся новыми параметрами: $\tilde{\alpha} = \hat{\alpha}\Phi_{\max}$, $\eta_1 = 6\pi^2\eta$, $\eta_2 = 16\pi^2\eta$, $r_1 = 4(4/3\pi)^2$, $r_2 = 4(16/15\pi)^2$, $r_3 = 4(4/15\pi)^2$, $r_4 = 4(36/35\pi)^2$, $r_5 = 4(16/21\pi)^2$, $r_6 = 4(4/9\pi)^2$. В результате получим:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) + r_1\tilde{\alpha}x_1(t-1) + r_3\tilde{\alpha}x_3(t-1) + r_1\tilde{\alpha}x_1(t-1)x_1(t) + r_3\tilde{\alpha}x_1(t-1)x_3(t) + r_2\tilde{\alpha}x_2(t-1)x_2(t) + r_3\tilde{\alpha}x_3(t-1) \times x_1(t) + r_4\tilde{\alpha}x_3(t-1)x_3(t) = 0; \\ \dot{x}_2(t) + \eta_1x_2(t) + r_2\tilde{\alpha}x_2(t-1) + r_2\tilde{\alpha}x_1(t-1)x_2(t) + r_2\tilde{\alpha}x_2 \times (t-1)x_1(t) + r_5\tilde{\alpha}x_2(t-1)x_3(t) + r_5\tilde{\alpha}x_3(t-1)x_2(t) = 0; \\ \dot{x}_3(t) + \eta_2x_3(t) + r_3\tilde{\alpha}x_1(t-1) + r_4\tilde{\alpha}x_3(t-1) + r_3\tilde{\alpha}x_1(t-1) \times x_1(t) + r_4\tilde{\alpha}x_3(t-1)x_3(t) + r_5\tilde{\alpha}x_2(t-1)x_2(t) + r_4\tilde{\alpha}x_3 \times (t-1)x_1(t) + r_6\tilde{\alpha}x_3(t-1)x_3(t) = 0. \end{aligned}$$

Таковы исходные уравнения динамики.

Исследование устойчивости нулевого решения системы (7). Линеаризуем систему (7) в окрестности нулевого состояния равновесия. Получим

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) + r_1\tilde{\alpha}x_1(t-1) + r_3\tilde{\alpha}x_3(t-1) = 0; \\ \dot{x}_2(t) + \eta_1x_2(t) + r_2\tilde{\alpha}x_2(t-1) = 0; \\ \dot{x}_3(t) + \eta_2x_3(t) + r_3\tilde{\alpha}x_1(t-1) + r_4\tilde{\alpha}x_3(t-1) = 0. \end{aligned} \right\} (8)$$

Начнем исследование устойчивости с анализа второго уравнения (8). Характеристическое уравнение для $x_2 = 0$ имеет вид

$$p + \eta_1 + r_2\tilde{\alpha}\exp(-p) = 0. \quad (9)$$

Построим для уравнения (9) границу \mathcal{D} -разбиения [4] плоскости параметров $\tilde{\alpha}$ и $\eta = \eta_1/6\pi^2$ (рис. 1). Область устойчивости заштрихована.

Рассмотрим систему первого и третьего уравнений (8). Характеристический определитель этой системы имеет вид

$$\begin{vmatrix} p + r_1\tilde{\alpha}\exp(-p) & r_3\tilde{\alpha}\exp(-p) \\ r_3\tilde{\alpha}\exp(-p) & p + \eta_2 + r_4\tilde{\alpha}\exp(-p) \end{vmatrix} = 0. \quad (10)$$

Полагая в нем $p = i\omega$ и разделяя действительную и мнимую части, получим кубическое относительно $\tilde{\alpha}$ уравнение

$$a\tilde{\alpha}^3 + b\tilde{\alpha}^2 + c\tilde{\alpha} + d = 0,$$

где

$$a = r_1(r_1r_4 - r_3^2)\sin\omega; \quad b = (r_1r_4 - r_3^2)\omega \cos 2\omega - r_1 \times (r_1 + r_4)\omega; \quad c = (2r_1 + r_4)\omega^2 \sin\omega; \quad d = -\omega^3,$$

и выражение для η :

$$\eta = \frac{\omega^2 - \tilde{\alpha}(r_1 + r_4)\omega \sin\omega - \tilde{\alpha}^2(r_1r_4 - r_3^2)\cos 2\omega}{16\pi^2\tilde{\alpha}r_1 \cos\omega}.$$

Кроме регулярной кривой, штриховка ветвей которой осуществляется в соответствии со знаком якобиана

$$\Delta = \begin{vmatrix} [(r_1 + r_4)\omega \sin\omega + r_1 16\pi^2\eta \cos\omega + 2\tilde{\alpha}(r_1r_4 - r_3^2)\cos 2\omega] & 16\pi^2\tilde{\alpha}r_1 \cos\omega \\ [(r_1 + r_4)\omega \cos\omega - r_1 16\pi^2\eta \sin\omega - 2\tilde{\alpha}(r_1r_4 - r_3^2)\sin 2\omega] & 16\pi^2(\omega - \tilde{\alpha}r_1 \sin\omega) \end{vmatrix},$$

ω -разбиение содержит две особые прямые: $\tilde{\alpha} = 0$ и

$$\eta = -[(r_1r_4 - r_3^2)/16\pi^2r_1]\tilde{\alpha}.$$

(7) Граница \mathcal{D} -разбиения представлена на рис. 2. Претендентом на область устойчивости является заштрихованная часть плоскости $\tilde{\alpha}, \eta$. Докажем, что это действительно область устойчивости. Полагая в (10) $\eta_2 = 0$ и вводя обозначение $x = \tilde{\alpha}er$, находим

$$\frac{p}{x} = -\frac{r_1 + r_4}{2} \pm \sqrt{\frac{(r_1 - r_4)^2}{4} + r_3^2} = k_{\pm} < 0.$$

Следовательно, при $\eta_2 = 0$ уравнение (10) распадается на два уравнения

$$p - k_{\pm}\tilde{\alpha}\exp(-p) = 0,$$

все корни которых имеют отрицательные действительные части, если $-\pi/2 < k_{\pm}\tilde{\alpha} < 0$ (см., например, [5]). Таким образом, заштрихованная область на плоскости α, η (см. рис. 2) действительно является областью устойчивости нулевого решения рассматриваемой системы.

Сравним \mathcal{D} -разбиения, представленные на рис. 1 и 2. При любых значениях $\eta \geq 0$ (а только они имеют физический смысл) в области малых $\tilde{\alpha}$ нулевое решение системы (7) устойчиво. По мере увеличения параметра $\tilde{\alpha}$ сначала (при $\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}_*$) возбуждаются первая и третья пространственные гармоники ($a_1 \neq 0, a_3 \neq 0, a_2 \equiv 0$), а за-

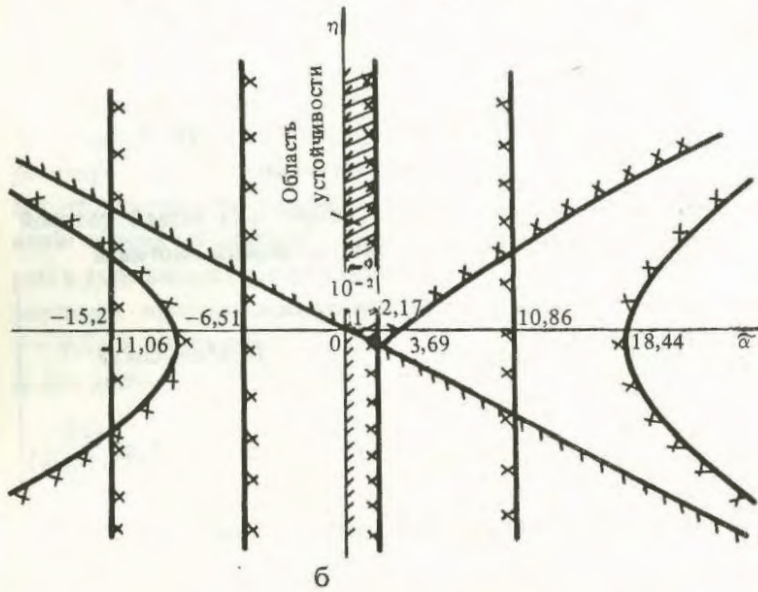
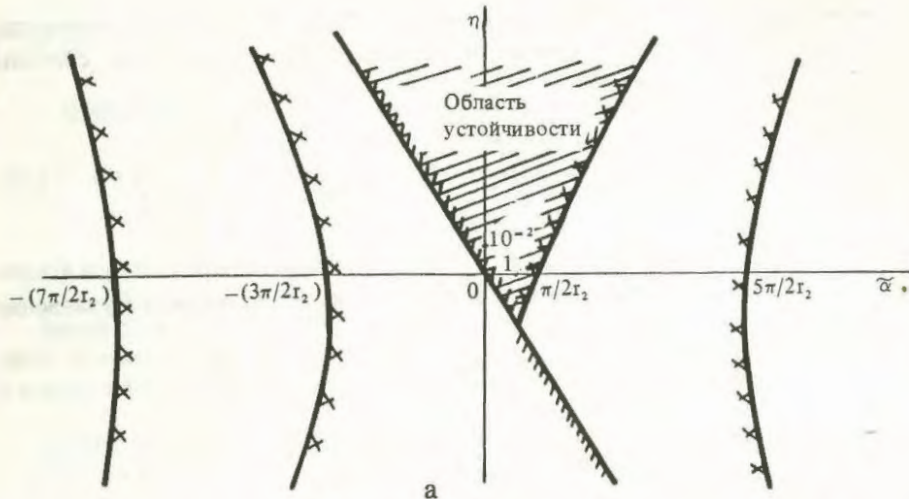


Рис. 1. Качественный вид границы \mathcal{D} -разбиения: а — для второго уравнения (8); б — для системы первого и третьего уравнений (8)

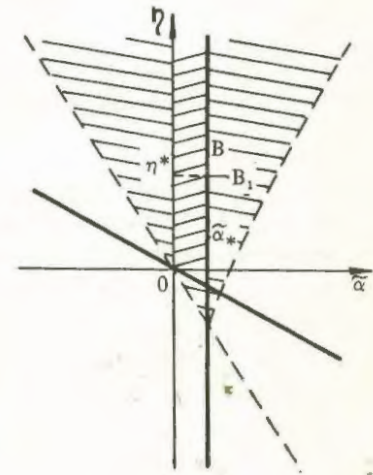


Рис. 2. Иллюстрация выбора параметров при анализе типа границы области устойчивости: — — — — — участок границы \mathcal{D} разбиения для системы первого и третьего уравнений (8); - - - - - участок границы \mathcal{D} -разбиения для второго уравнения (8)

тем (при $\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}_{**} > \tilde{\alpha}_*$) — вторая пространственная гармоника ($a_2 \neq 0$). Заметим, что $\tilde{\alpha}_*$ слабо зависит от η , в то время как $\tilde{\alpha}_{**}$ быстро растет с увеличением η .

Расчеты автоколебательных режимов по сосредоточенной модели (7). Пусть точка В с параметрами $\omega = \omega_*$, $\eta = \eta_*$, $\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}_*$ лежит на границе области устойчивости (рис. 3). Следуя методике, предложенной в работе [6] для систем с запаздыванием, проведем приближенный аналитический расчет автоколебаний в точке В₁ с

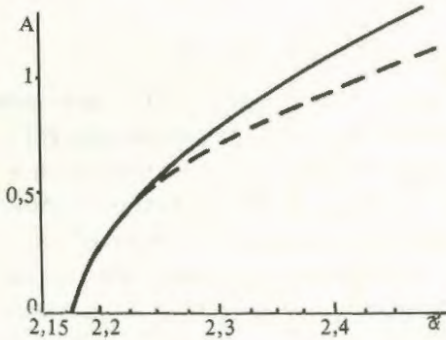


Рис. 3. Зависимость амплитуды автоколебаний от значений параметра $\tilde{\alpha}$ из области неустойчивости при $\eta = 6,23 \cdot 10^{-2}$ ($\tilde{\alpha}_* \approx 2,18$): — — — — — точное решение; - - - - - приближенное решение

координатами $\eta = \eta_*$, $\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}_* + \epsilon$ ($\epsilon > 0$), лежащей в области неустойчивости вблизи границы области устойчивости (см. рис. 3). Для этого воспользуемся уравнениями (7), в которых предварительно сделаем замену

$$x_1(t) = \exp[y_1(t)] - 1; \quad x_i(t) = y_i(t); \quad i = 2, 3. \quad (11)$$

Целесообразность ее обусловлена следующим. В рассматриваемой теории решение ищется в виде ряда по степеням вспомогательного малого параметра, причем главный член ряда имеет вид $\cos(\omega t + \varphi)$. Однако, как показывает численный анализ колебательных режимов, при достаточно больших амплитудах колебания существенно отличаются от синусоидальных, будучи ограниченными снизу ($1 + x_1 > 0$). Такие колебания достаточно хорошо описываются функцией вида $\exp(\cos(\omega t + \varphi))$, а не $\cos(\omega t + \varphi)$. Амплитуды второй и третьей пространственных гармоник меньше чем первой, и для них делать аналогичную замену переменных нет необходимости.

Разложим в (11) экспоненту в ряд Тейлора в окрестности нуля и ограничимся кубичной нелинейностью*).

*Члены разложения четвертой и более высоких степеней не учитываются, поскольку они не нужны для решения вопроса об опасных и безопасных участках границы и они не требуются для отыскания периодических решений в первом приближении. Это хорошо видно, например, из результатов работы [6].

Подставим выражения для $x_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$), $\tilde{\alpha}, \eta$ в систему (7) и сделаем замену времени $t_n = t/(1 + \sigma)$, где $|\sigma| < 1$. Получим

$$\begin{aligned} & \dot{y}_1(t_n) + (1 + \sigma)(\tilde{\alpha}_* + \epsilon) \left\{ r_1 \left[y_1(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) + \frac{1}{2} y_1^2(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) + \frac{1}{6} y_1^3(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) \right] + r_2 \left[y_2(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_2(t_n) - \right. \right. \\ & - y_2(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_2(t_n) y_1(t_n) \left. \right] + r_3 \left[y_3(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) + y_3(t_n) y_1(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) + \frac{1}{2} y_3(t_n) y_1^2(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) - y_3(t_n) \times \right. \\ & \times y_1(t_n) y_1(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) \left. \right] + r_4 \left[y_3(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_3(t_n) - y_3(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_3(t_n) y_1(t_n) \right] \left. \right\} = 0; \\ & \dot{y}_2(t_n) + \eta_1^*(1 + \sigma) y_2(t_n) + (1 + \sigma)(\tilde{\alpha}_* + \epsilon) \left\{ r_2 \left[y_2(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) + y_2(t_n) y_1(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) + \frac{1}{2} y_2(t_n) y_1^2(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) + \right. \right. \\ & + y_2(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_1(t_n) + \frac{1}{2} y_2(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_1^2(t_n) \left. \right] + r_5 \left[y_2(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_3(t_n) + y_3(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_2(t_n) \right] \left. \right\} = 0; \\ & \dot{y}_3(t_n) + \eta_2^*(1 + \sigma) y_3(t_n) + (1 + \sigma)(\tilde{\alpha}_* + \epsilon) \left\{ r_3 \left[y_1(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) + \frac{1}{2} y_1^2(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) + \frac{1}{6} y_1^3(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) + y_1(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_1(t_n) + \right. \right. \\ & + \frac{1}{2} y_1(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_1^2(t_n) + \frac{1}{2} y_1^2(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_1(t_n) \left. \right] + r_4 \left[y_3(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) + y_3(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_3(t_n) + y_3(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) \right. \\ & - \frac{1}{1 + \sigma} y_1(t_n) + \frac{1}{2} y_3(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_1^2(t_n) \left. \right] + r_5 y_2(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) \times \\ & \times y_2(t_n) + r_6 y_3(t_n - \frac{1}{1 + \sigma}) y_3(t_n) \left. \right\} = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\eta_1^* = 6\pi^2 \eta_*$, $\eta_2^* = 16\pi^2 \eta_*$.

Представим искомые переменные $y_1(t_n)$, $y_2(t_n)$, $y_3(t_n)$ и параметры σ и ϵ рядами по вспомогательному параметру μ :

$$\begin{aligned} y_1(t_n) &= \mu \cos \omega_* t_n + \mu^2 y_{12}(t_n) + \mu^3 y_{32}(t_n) + \dots; \\ y_2(t_n) &= \mu \delta_1 \cos(\omega_* t_n + \varphi_1) + \mu^2 y_{22}(t_n) + \mu^3 y_{23}(t_n) + \dots; \\ y_3(t_n) &= \mu \delta_2 \cos(\omega_* t_n + \varphi_2) + \mu^2 y_{33}(t_n) + \mu^3 y_{32}(t_n) + \dots; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\epsilon = \epsilon_2 \mu^2 + \epsilon_4 \mu^4 + \dots; \quad \sigma = \sigma_2 \mu^2 + \sigma_4 \mu^4 + \dots \quad (14)$$

Здесь $\delta_1, \delta_2, \varphi_1, \varphi_2$ — амплитуды и фазы собственных

колебаний линеаризованной системы, совпадающей с (8), если в последней положить $\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}_*$; $\eta_1 = \eta_1^*$; $\eta_2 = \eta_2^*$. Решая эту систему, находим

$$\delta_1 = 0, \quad \delta_2 = \delta = \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2}, \quad \varphi_2 = \varphi = -\arctg \frac{\beta_2}{\beta_1},$$

где

$$\beta_1 = \frac{\omega_* \sin \omega_* - r_1 \tilde{\alpha}_*}{r_3 \tilde{\alpha}_*}, \quad \beta_2 = \frac{\omega_* \cos \omega_*}{r_3 \tilde{\alpha}_*}.$$

Для того чтобы определить периодические функции $Y_{12}, Y_{22}, Y_{32}, Y_{13}, Y_{23}, Y_{33}, \dots$ и постоянные коэффициенты $\epsilon_2, \sigma_2, \epsilon_4, \sigma_4, \dots$ подставим ряды (13), (14) в систему (12), представим левую и правую части (12) рядами по степеням μ и приравняем коэффициенты при одинаковых степенях μ .

Равенство коэффициентов перед μ^2 дает следующую линейную систему уравнений относительно $y_{12}(t_n), y_{22}(t_n), y_{32}(t_n)$:

$$L_i(y_{12}, y_{22}, y_{32}) = A_i + B_i \cos 2\omega_* t_n + C_i \sin 2\omega_* t_n, \quad i = 1, 2, 3, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} L_1(u(t), v(t), w(t)) &= \dot{u}(t) + r_1 \tilde{\alpha}_* u(t-1) + r_3 \tilde{\alpha}_* w(t-1); \\ L_2(u(t), v(t), w(t)) &= \dot{v}(t) + \eta_1^* v(t) + r_2 \tilde{\alpha}_* v(t-1); \\ L_3(u(t), v(t), w(t)) &= \dot{w}(t) + \eta_2^* w(t) + r_3 \tilde{\alpha}_* u(t-1) + r_4 \tilde{\alpha}_* w(t-1) \end{aligned}$$

(формулы для $A_i, B_i, C_i, i = 1, 2, 3$ даны в Приложении 1).

Из системы (15) находим периодическое решение

$$y_{i2}(t_n) = \bar{A}_i + \bar{B}_i \cos 2\omega_* t_n + \bar{C}_i \sin 2\omega_* t_n; \quad i = 1, 2, 3.$$

Выражения для $\bar{A}_i, \bar{B}_i, \bar{C}_i, i = 1, 2, 3$, также приведены в Приложении 1.

Теперь приравняем коэффициенты перед μ^3 и получим систему для $y_{13}(t_n), y_{23}(t_n), y_{33}(t_n)$:

$$L_i(y_{13}, y_{23}, y_{33}) = F_i \sin \omega_* t_n + P_i \cos \omega_* t_n + G_i (\sin 3\omega_* t_n, \cos 3\omega_* t_n) = f_i(\epsilon_2, \sigma_2, t_n), \quad i = 1, 2, 3, \quad (16)$$

где $G_2 = 0, G_1, G_3$ — линейные функции относительно $\sin 3\omega_* t_n, \cos 3\omega_* t_n$. Выражения для $F_i, P_i, i = 1, 2, 3$ даны в Приложение 2.

Обратим внимание на то, что ищется периодическое решение системы (16). Поэтому правая часть (16) должна быть ортогональна решениям системы уравнений, сопряженной к линеаризованной системе [7]:

$$\dot{V}_1(t) = \tilde{\alpha}_* r_1 V_1(t+1) + \tilde{\alpha}_* r_3 V_3(t+1);$$

* Конкретный вид функций $G_1(\sin 3\omega_* t_n, \cos 3\omega_* t_n), G_2(\sin 3\omega_* t_n, \cos 3\omega_* t_n)$ не важен, так как они не дадут вклада в условие ортогональности.

$$\dot{V}_2(t) = \eta_1^* V_2(t) + \tilde{\alpha}_* r_2 V_2(t+1);$$

$$\dot{V}_3(t) = \eta_2^* V_3(t) + \tilde{\alpha}_* r_3 V_1(t+1) + \tilde{\alpha}_* r_4 V_3(t+1).$$

Эта система имеет два линейно независимых решения вида

$$\begin{aligned} V_1^{(1)} &= \cos \omega_* t; & V_2^{(1)} &= 0; & V_3^{(1)} &= \beta_1 \cos \omega_* t - \beta_2 \sin \omega_* t; \\ V_1^{(2)} &= \sin \omega_* t; & V_2^{(2)} &= 0; & V_3^{(2)} &= \beta_1 \sin \omega_* t + \\ & & & & & + \beta_2 \cos \omega_* t. \end{aligned} \quad (17)$$

Условия ортогональности решений (17) и вектор-функции с компонентами f_i ($i = 1, 2, 3, f_2 \equiv 0$) приводят к системе алгебраических уравнений относительно ϵ_2, σ_2 :

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_2 S_{11} + \sigma_2 S_{12} + T_1 &= 0; \\ \epsilon_2 S_{21} + \sigma_2 S_{22} + T_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Формулы для $S_{ij}, T_i, i, j = 1, 2$ выписаны в Приложении 2. Решая систему (18), находим ϵ_2 и σ_2 :

$$\epsilon_2 = \frac{S_{12} T_2 - S_{22} T_1}{S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}}; \quad \sigma_2 = \frac{S_{21} T_1 - S_{11} T_2}{S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}}.$$

Выполняя аналогичные действия, можно отыскать $Y_{13}(t_n), Y_{23}(t_n), Y_{33}(t_n), \epsilon_4, \alpha_4$ и т.д.

Найденные значения ϵ_2 и σ_2 позволяют сделать вывод о характере границы области устойчивости в плоскости $\tilde{\alpha}, \eta$ и об автоколебаниях в системе (7). Пусть $\epsilon_2 > 0$. Тогда при малых $\epsilon > 0$ (что соответствует области неустойчивости) существует устойчивое периодическое решение вида

$$\begin{aligned} y_1(t_n) &\approx \mu \cos \omega_* t_n + \mu^2 y_{12}(t_n); \\ y_2(t_n) &\equiv 0; \\ y_3(t_n) &\approx \mu \delta \cos(\omega_* t_n + \varphi) + \mu^2 y_{32}(t_n), \end{aligned}$$

где

$$\mu = \sqrt{\epsilon/\epsilon_2}; \quad \epsilon = \tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_*; \quad t_n = t/(1 + \epsilon \sigma_2/\epsilon_2).$$

Это решение представляет автоколебания с мягким режимом возбуждения, а точка $\tilde{\alpha}_*, \eta_*$ принадлежит безопасному участку границы области устойчивости. Возвращаясь к переменным $x_1(t_n), x_2(t_n), x_3(t_n)$, получим автоколебательное решение исходной задачи (5):

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, t_n) &= \Phi_{\max} \left\{ \exp(\mu \cos \omega_* t_n + \mu^2 y_{12}(t_n)) \sin \pi x \times \right. \\ &\times \left. \sin \pi y + (\mu \delta \cos(\omega_* t_n + \varphi) + \mu^2 y_{32}(t_n)) \sin 3\pi x \cdot \sin 3\pi y \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

Если же $\epsilon_2 < 0$, то $\tilde{\alpha}_*, \eta_*$ — точка, принадлежащая опасному участку границы. В этом случае аналитическими средствами не удастся определить вид установившихся процессов. Приходится обращаться к результатам численных расчетов на ЭВМ для параметров из области неустойчивости.

Исследование динамики на ЭВМ по исходной распределенной модели. Для подтверждения приближенных расчетов устойчивости и для выяснения характера нестационарных процессов краевая задача (5) решалась на ЭВМ

по методу сеток. Расчеты проводились вблизи правой границы области устойчивости (см. рис. 2), которая оказалась безопасной ($\epsilon_2 > 0$). Рассматривалось несколько фиксированных значений параметра η , для каждого из которых выбирались различные значения $\tilde{\alpha}$ — как меньшие, так и большие соответствующего $\tilde{\alpha}_*$.

Численное исследование показало следующее.

1. При значениях $\tilde{\alpha}$, обеспечивающих устойчивость нетривиального стационарного режима, в реакторе совершаются затухающие колебания.

2. При $\tilde{\alpha} > \tilde{\alpha}_*$, когда нетривиальный стационарный режим неустойчив, переходный процесс завершается установлением автоколебаний. Причем граничные значения $\tilde{\alpha}$, найденные по методу Галеркина и определенные с помощью ЭВМ, совпадают с точностью до нескольких процентов.

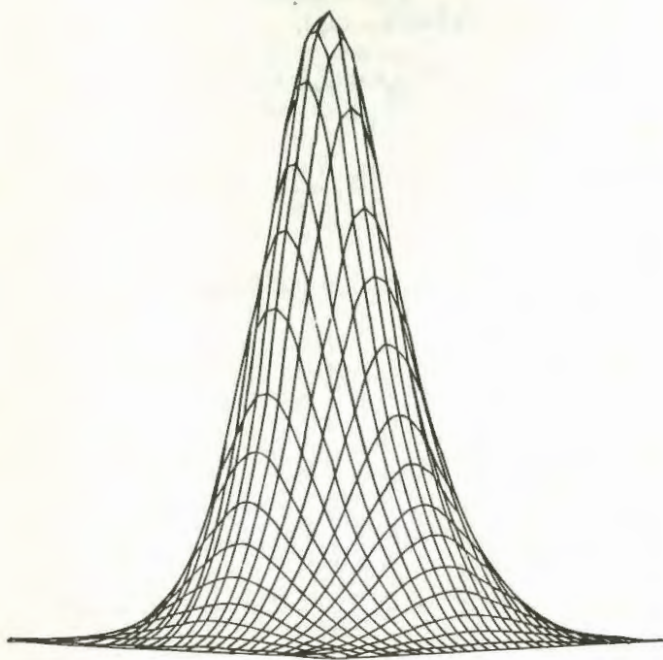
3. Полученный аналитически (по формуле (19)) график роста амплитуды автоколебаний качественно не отличается от действительного (рис. 4), а количественная разница, возрастающая с глубиной "проникновения" рабочей точки в область неустойчивости, объясняется тем, что теория пригодна только в достаточно малой ϵ — окрестности границы.

4. Различие между точным и приближенным решениями возрастает с уменьшением η . Это связано с тем, что понятие ϵ — окрестности параметра $\tilde{\alpha}$, где верно приближение (19), для разных значений η — разное.

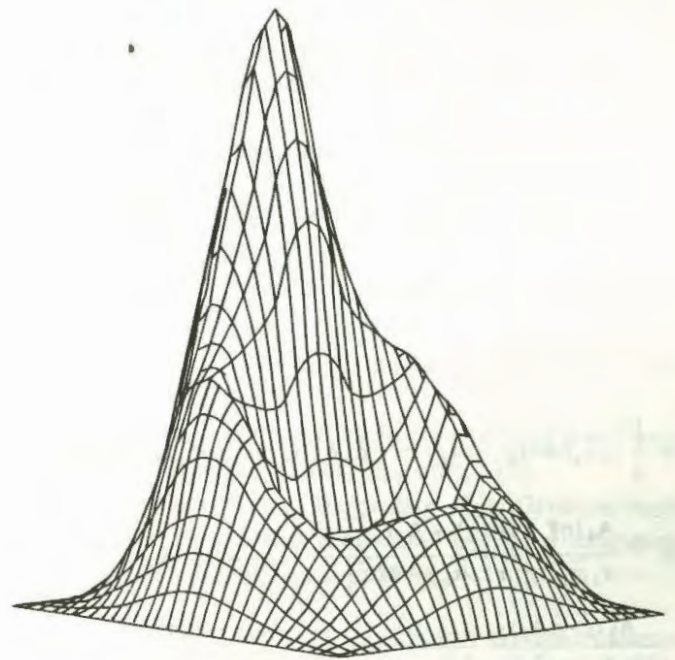
Выяснилось, что если рабочая точка лежит не слишком далеко от границы области устойчивости (см. рис. 2), то установившиеся колебания являются симметричными по пространственным координатам даже при несимметричном начальном распределении вида: первая гармоника ($\sin \pi x, x \in [0, 1]$) по оси x и вторая ($\sin 2\pi y, y \in [0, 1]$) — по оси y ; первая гармоника по оси x и третья ($\sin 3\pi y, y \in [0, 1]$) — по оси y ; вторая гармоника по оси x и третья — по оси y .

Для достаточно больших значений параметра $\tilde{\alpha}$ (сильное "проникновение" в область неустойчивости) несимметричность начального распределения может сохраняться, и в системе устанавливаются пространственно несимметричные колебания. Например, на рис. 4 представлены изометрические проекции пространственного распределения потока нейтронов в случае, когда $\tilde{\alpha} = 4$; $\tilde{\alpha}_* \approx 2,18$, а начальное состояние задавалось первой гармоникой по оси x и второй — по оси y .

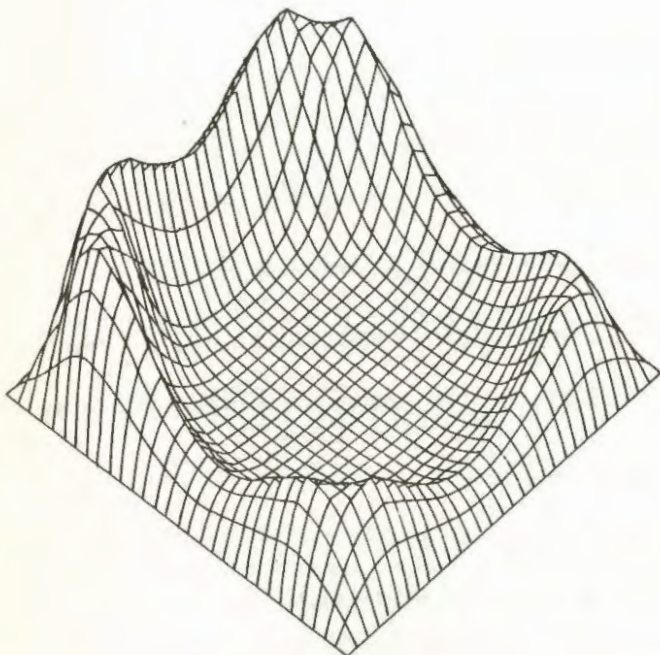
Итак, при исследовании устойчивости и автоколебаний ядерного реактора по двумерной диффузионной модели кинетики с линейными запаздывающими обратными связями применение метода Галеркина (третье приближение) вполне оправдано и позволяет: 1) делать правильные качественные и вполне удовлетворительные количественные выводы об устойчивости стационарного режима; 2) получать необходимые начальные приближения для последующего нахождения точной границы области устойчивости с помощью ЭВМ; 3) изучать характер гра-



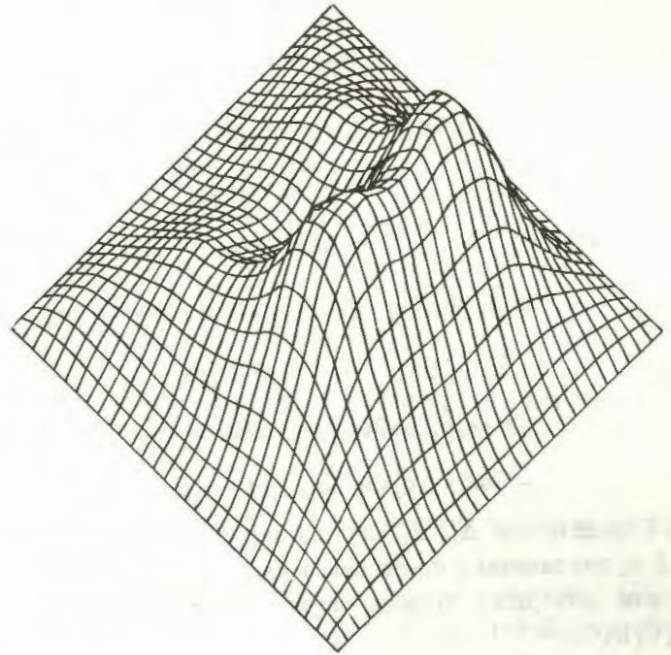
а



б



в



г

Рис. 4. Пространственное распределение потока нейтронов при $\tilde{\alpha} = 4$; $\eta = 4,39 \cdot 10^{-3}$ и различных t : а - $t = 0$; б - $t = 6/13\tau$; в - $t = 1(7/13)\tau$; г - $t = 2(12/13)\tau$

ницы области устойчивости в пространстве параметров установки; 4) проводить приближенные аналитические расчеты автоколебательных режимов при параметрах, взятых из области неустойчивости вблизи границы этой области - расчеты, служащие основой для исследования динамических процессов на ЭВМ непосредственно по диффузионной модели.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

Формулы для вычисления величин A_i , B_i , C_i , \bar{A}_i , \bar{B}_i , \bar{C}_i , $i = 1, 2, 3$:

$$A_1 = -\frac{1}{4} r_1 \tilde{\alpha}_* - \frac{1}{2} r_3 \tilde{\alpha}_* \delta \cos(\varphi + \omega_*) - \frac{1}{2} r_4 \tilde{\alpha}_* \delta^2 \cos \omega_*$$

$$B_1 = -\frac{1}{4} r_1 \tilde{\alpha}_* \cos 2\omega_* - \frac{1}{2} r_3 \tilde{\alpha}_* \delta \cos(\varphi - \omega_*) - \frac{1}{2} r_4 \tilde{\alpha}_* \delta^2 \times \\ \times \cos(2\varphi - \omega_*);$$

$$C_1 = -\frac{1}{4} r_1 \tilde{\alpha}_* \sin 2\omega_* + \frac{1}{2} r_3 \tilde{\alpha}_* \delta \sin(\varphi - \omega_*) + \frac{1}{2} r_4 \tilde{\alpha}_* \delta^2 \times \\ \times \sin(2\varphi - \omega_*);$$

$$\begin{aligned}
P_3^{(1)} &= -\Gamma_3 \cos \omega_* - \Gamma_4 \delta \cos(\varphi - \omega_*); \\
P_3^{(2)} &= \tilde{\alpha}_* \left\{ -\Gamma_3 [\omega_* \sin \omega_* + \cos \omega_*] + \Gamma_4 \delta \times \right. \\
&\quad \times \left. [-\cos(\varphi - \omega_*) + \omega_* \sin(\varphi - \omega_*)] \right\} - \eta_*^2 \delta \cos \varphi; \\
P_3^{(3)} &= -\tilde{\alpha}_* \Gamma_3 \cos \omega_* \left\{ 2\bar{A}_1 + \bar{B}_1 + \frac{1}{2} \right\} - \tilde{\alpha}_* \delta \bar{A}_3 \cos \varphi [\Gamma_4 + \\
&\quad + \Gamma_6] - \tilde{\alpha}_* \left\{ \Gamma_3 \left[\bar{A}_1 + \frac{1}{4} \right] + \Gamma_4 \bar{A}_3 \right\} - \frac{1}{2} \tilde{\alpha}_* \cos 2\omega_* \left\{ \Gamma_3 [\bar{B}_1 + \right. \\
&\quad + \frac{1}{4}] + \Gamma_4 \bar{B}_3 \left. \right\} + \frac{1}{2} \tilde{\alpha}_* \sin 2\omega_* \left\{ \Gamma_3 \bar{C}_1 + \Gamma_4 \bar{C}_3 \right\} - \tilde{\alpha}_* \delta \cos(\varphi - \\
&\quad - \omega_*) \left\{ \Gamma_4 [\bar{A}_1 + \bar{A}_3 + \frac{3}{8} + \frac{1}{2} (\bar{B}_1 + \bar{B}_3)] + \Gamma_6 [\bar{A}_3 + \frac{1}{2} \bar{B}_3] \right\} + \\
&\quad + \frac{1}{2} \tilde{\alpha}_* \delta \sin(\varphi - \omega_*) \left\{ \Gamma_4 [\bar{C}_1 + \bar{C}_3] + \Gamma_6 \bar{C}_3 \right\} + \frac{1}{2} \tilde{\alpha}_* \delta \times \\
&\quad \times [\Gamma_4 + \Gamma_6] \left\{ \bar{C}_3 \sin(\varphi + 2\omega_*) - \bar{B}_3 \cos(\varphi + 2\omega_*) \right\}.
\end{aligned}$$

Список литературы

1. Горяченко В.Д., Золотарев С.Л., Колчин В.А. Исследование динамики ядерных реакторов качественными методами. М.: Энергоатомиздат, 1988.
2. Ланда П.С. Автоколебания в распределенных системах. М.: Наука, 1983.
3. Хитчок А. Устойчивость ядерных реакторов. М.: Госатомиздат, 1963.
4. Неймарк Ю.И. Динамические системы и управляемые процессы. М.: Наука, 1978. Гл. 2.
5. Беллман Р., Кук К. Дифференциально-разностные уравнения. М.: Мир, 1967.
6. Колесов Ю.С., Швитра Д.И. Автоколебания в системах с запаздыванием. Вильнюс: Мокслас, 1979.
7. Митропольский Ю.А., Мартынюк Д.И. Периодические и квазипериодические колебания систем с запаздыванием. Киев: Высшая школа, 1979.

Статья поступила в редакцию
17 февраля 1989 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер.
Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 16 - 23.

УДК 621.039.514

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ДИНАМИКИ РЕАКТОРА В СЛУЧАЕ ЖЕСТКОГО РЕЖИМА ВОЗБУЖДЕНИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ

В.А. Колчин

Рассматривается способ приближенного нахождения амплитуды автоколебаний в ядерном реакторе в случае жесткого режима возбуждения.

AN APPROXIMATE CALCULATION OF REACTOR DYNAMICS UNDER STRINGENT MODE OF SELF-OSCILLATION EXCITATION. V.A. KOLCHIN. An approximate procedure to determine the self-oscillation amplitude in a nuclear reactor under stringent mode of excitation is discussed.

Рассмотрим достаточно общую модель динамики ядерного реактора — точечное уравнение кинетики в сочетании с системой линейных дифференциальных уравнений, описывающих обратные связи. После несложных преобразований [1] эту модель можно свести к нелинейному интегро-дифференциальному уравнению

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= - [1 + x(t)] \int_0^{\infty} x(t - \tau) f(\tau, \alpha) d\tau - \\
&- \sum_{i=1}^m \beta_i \xi_i [x(t) - \int_0^{\infty} x(t - \tau) g_i(\tau) d\tau]. \quad (1)
\end{aligned}$$

Здесь $x(t)$ — относительное отклонение мощности; l — время жизни нейтронов; β_i — доля i группы излучателей запаздывающих нейтронов; $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$ — совокупность параметров обратной связи, среди параметров α_i содержатся и коэффициенты реактора; $f(\tau, \alpha)$ — ядро обратной связи по i группе излучателей запаздываю-

щих нейтронов; ξ_i — коэффициент ценности i -й группы [2].

В работе [1] найдены решения уравнения (1) при значении параметров из области неустойчивости вблизи границы в случае мягкого режима возбуждения автоколебаний. Получены формулы, выражающие зависимость амплитуды и периода автоколебаний от точки пересечения границы и глубины проникновения параметра в область неустойчивости. (В частности, это может быть температурный коэффициент реактивности, который за время эксплуатации значительно меняется). Когда параметр α пересекает границу области устойчивости $\alpha_k = \alpha_k^*$ и переходит в область неустойчивости, происходит качественное изменение динамического поведения системы. Это явление назовем α_k — бифуркацией, другие параметры будем считать неизменными. При α_k — бифуркации безопасной границы происходит мягкий режим возбуждения автоколебаний, в случае опасной границы (тер-

мины "опасные" и "безопасные" границы пояснены в [3]) возможен либо жесткий режим возбуждения автоколебаний, либо переход на другой стационарный уровень, либо даже стохастические колебания. Рассмотрим реализацию одной из этих возможностей — жесткий режим возбуждения автоколебаний. В этом случае кроме информации о величине амплитуды колебаний при α_k — бифуркации, можно получить дополнительную информацию о величине возмущения в области устойчивости по некоторой переменной (например, мощности), которое выводит реактор из стационарного состояния (рис. 1); ноликами помечена устойчивая амплитуда (μ^0) колебаний (автоколебание), а крестиками — неустойчивая (μ^*).

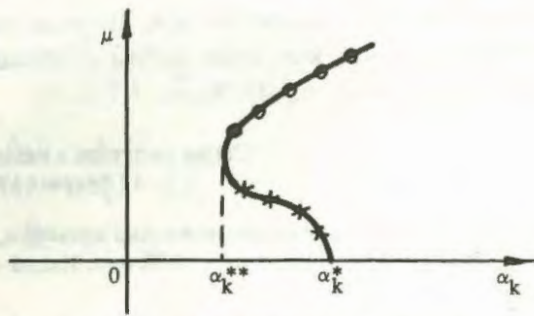


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма в случае жесткого режима возбуждения автоколебаний

Если реактор работает в области значений параметра $\alpha_k^{**} \leq \alpha_k \leq \alpha_k^*$ и величина возмущения меньше соответствующего значения неустойчивой амплитуды (μ^*), то стационарный режим устойчив; в противном случае, при величине возмущения больше μ^* , возникают автоколебания с амплитудой μ^0 , соответствующей данному значению α_k . Другими словами, неустойчивость режима может возникнуть раньше, чем значение параметра α_k достигнет граничного α_k^* , найденного по линейной теории, и кроме амплитуды колебаний с помощью нелинейной теории можно оценить область притяжения к состоянию равновесия.

Данная статья является естественным продолжением работ, обобщение которых представлено в [4].

Линеаризуем уравнение (1) в окрестности состояния равновесия $x = 0$, соответствующего стационарному значению мощности, и составим характеристическое уравнение. Получим

$$D(p) \equiv lp + F(p, \alpha) + \sum_{i=1}^m \beta_i \xi_i [1 - G_i(p)] = 0, \quad (2)$$

где $F(p, \alpha)$ и $G_i(p)$ — изображения по Лапласу от ядер $f(\tau, \alpha)$ и $g_i(\tau)$ соответственно; p — параметр преобразования Лапласа.

Обычно не составляет труда найти аналитически $F(p, \alpha)$ и $G_i(p)$, но отыскание обратных преобразований от этих функций для случая многомерных систем — достаточно сложная задача, поэтому удобно использовать табличные задания для функций $f(\tau, \alpha)$ и $g_i(\tau)$, най-

денные путем интегрирования на ЭВМ системы линейных обратных связей при $x(t) = \delta(t)$ (где δ — функция Дирака) по времени. (Подробнее см. [5, 6].)

Если известны ядра обратных связей, характеристическое уравнение (2) при $p = j\omega$ запишется в виде:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} D(j\omega, \alpha) &= F_c^\omega + \sum_{i=1}^m \beta_i \xi_i [1 - \psi_{ic}^\omega] = 0; \\ \operatorname{Im} D(j\omega, \alpha) &= l\omega - F_s^\omega + \sum_{i=1}^m \beta_i \xi_i \psi_{is}^\omega = 0; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где j — мнимая единица; Re и Im — реальные и мнимые части соответственно;

$$F_s^\omega = \int_0^\infty f(\tau, \alpha) \sin \omega \tau d\tau; \quad F_c^\omega = \int_0^\infty f(\tau, \alpha) \cos \omega \tau d\tau; \quad (4)$$

$$\psi_{is}^\omega = \int_0^\infty g_i(\tau) \sin \omega \tau d\tau; \quad \psi_{ic}^\omega = \int_0^\infty g_i(\tau) \cos \omega \tau d\tau.$$

Пусть при $\alpha = \alpha^*$ уравнение (2) имеет пару чисто мнимых корней $p_{1,2} = \pm j\omega^*$. Рассмотрим α_k — бифуркацию и будем искать решение уравнения (1) при $\alpha_k = \alpha_k^* + \epsilon$. Характеристическое уравнение (2) при этом значении имеет пару комплексно-сопряженных корней $h(\epsilon) \pm \pm j\omega(\epsilon)$, причем интересен случай $dh/d\epsilon|_{\epsilon=0} \neq 0$.

Решение ищем в виде рядов [7]:

$$\left. \begin{aligned} x(t') &= \mu \sin \omega^* t' + \mu^2 x_2(t') + \mu^3 x_3(t') + \dots; \\ \alpha_k &= \alpha_k^* + \epsilon; \\ \epsilon &= b_2 \mu^2 + b_4 \mu^4 + \dots; \\ \sigma &= \sigma_2 \mu^2 + \sigma_4 \mu^4 + \dots; \\ t' &= t/(1 + \sigma); \quad |\sigma| < 1. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Чтобы получить бифуркационную диаграмму, приведенную на рис. 1, приходится ограничиваться как минимум членами порядка μ^4 .

Можно предложить следующую схему исследования характера границ. Если $\epsilon > 0$ и $b_2 > 0$, то режим возбуждения автоколебаний мягкий. Если $\epsilon > 0$, $b_2 < 0$, а $b_4 > 0$, то следует ожидать жесткого режима возбуждения автоколебаний со скачком амплитуды от нуля до величины $(\mu^0)^2 = -b_2/b_4$ и $\alpha_k^{**} = \alpha_k^* + b_2/2/b_4$. Эта оценка амплитуды скачка должна рассматриваться как приближенное значение, так как точная величина может быть найдена в случае учета всех членов ряда (5) при условии его сходимости.

При $\epsilon > 0$, $b_2 < 0$ и $b_4 < 0$ для ответа на вопрос о режиме возбуждения и амплитуде следует искать b_6 . При смене знака ϵ соответственно меняются знаки в b_2 и b_4 , и выводы остаются прежними.

Решение в виде (5) подставим в (1) и, собирая ко-

эффиценты при одинаковых степенях μ , получим систему уравнений для отыскания $b_2, b_4, \sigma_2, \sigma_4, x_2(t'), x_3(t'), x_4(t')$.

В дополнение к (4) введем следующие обозначения:

$$F = \int_0^{\infty} f(\tau, \alpha) d\tau; \quad \ddot{F} = \int_0^{\infty} \frac{\partial f(\tau, \alpha)}{\partial \alpha} d\tau;$$

$$F_s^2 \omega = \int_0^{\infty} f(\tau, \alpha) \sin 2\omega\tau d\tau; \quad F_{\tau s}^{\omega} = \int_0^{\infty} \tau \sin \omega\tau f(\tau, \alpha) d\tau;$$

$$\ddot{F}_{\tau c}^{\omega} = \int_0^{\infty} \tau \cos \omega\tau \frac{\partial f(\tau, \alpha)}{\partial \alpha} d\tau; \quad \ddot{F}_s^{\omega} = \int_0^{\infty} \sin \omega\tau \frac{\partial^2 f(\tau, \alpha)}{\partial \alpha^2} d\tau.$$

Крестик означает, что ядро частным образом продифференцировано по α_k ; верхние индексы $\omega, 2\omega, 3\omega$ означают аргументы для синуса или косинуса (последние отмечаются нижним индексом s или c соответственно); наличие τ означает, что подынтегральное выражение умножено на τ .

Решение при μ^2 запишем в виде:

$$x_2(t') = A_2 + B_2 \sin 2\omega t + C_2 \cos 2\omega t,$$

где

$$A_2 = \frac{1}{2} F_c^{\omega} / D(0); \quad B_2 = \frac{F_s^{\omega} \operatorname{Re} D(2j\omega) - F_c^{\omega} \operatorname{Im} D(2j\omega)}{2|D(2j\omega)|^2};$$

$$C_2 = -\frac{F_s^{\omega} \operatorname{Im} D(2j\omega) + F_c^{\omega} \operatorname{Re} D(2j\omega)}{2|D(2j\omega)|^2}.$$

Значения b_2 и σ_2 находим из решения системы линейных уравнений

$$\left. \begin{aligned} b_2 S_1 + \sigma_2 Q_1 &= R_1; \\ b_2 S_2 + \sigma_2 Q_2 &= R_2, \end{aligned} \right\}$$

где

$$S_1 = -\ddot{F}_c^{\omega}; \quad S_2 = \ddot{F}_s^{\omega}; \quad Q_1 = \omega(-F_{\tau s}^{\omega} + \sum_{i=1}^m \beta_{i1} \xi_{i1} \psi_{i\tau s}^{\omega});$$

$$Q_2 = \omega(l - F_{\tau c}^{\omega} + \sum_{i=1}^m \beta_{i1} \xi_{i1} \psi_{i\tau c}^{\omega}); \quad R_1 = A_2(F + F_c^{\omega}) + \frac{1}{2} B \times$$

$$\times (F_s^2 \omega - F_s^{\omega}) - C_2(F_c^2 \omega + F_c^{\omega})/2; \quad R_2 = -A_2 F_s^{\omega} +$$

$$+ B_2(F_c^2 \omega + F_c^{\omega})/2 + C_2(F_s^2 \omega - F_s^{\omega})/2.$$

Решение $x_3(t)$ найдем в виде

$$x_3(t) = B_3 \sin 3\omega t + C_3 \cos 3\omega t,$$

где

$$B_3 = \frac{B'_3 \operatorname{Re} D(3j\omega) + C'_3 \operatorname{Im} D(3j\omega)}{|D(3j\omega)|^2};$$

$$C_3 = \frac{-B'_3 \operatorname{Im} D(3j\omega) + C'_3 \operatorname{Re} D(3j\omega)}{|D(3j\omega)|^2};$$

$$B'_3 = \frac{1}{2} [B_2(F_s^2 \omega + F_s^{\omega}) - C_2(F_c^2 \omega + F_c^{\omega})];$$

$$C'_3 = \frac{1}{2} [B_2(F_c^2 \omega + F_c^{\omega}) + C_2(F_s^2 \omega + F_s^{\omega})].$$

Решение $x_4(t)$ представлено ниже:

$$x_4(t) = A_4 + B_4 \sin 2\omega t + C_4 \cos 2\omega t + \tilde{B}_4 \sin 4\omega t + \tilde{C}_4 \cos 4\omega t,$$

где

$$A_4 = A_4''/D(0); \quad B_4 = (B_4'' \operatorname{Re} D(4j\omega) + C_4'' \operatorname{Im} D(4j\omega))/|D(4j\omega)|^2;$$

$$C_4 = (-B_4'' \operatorname{Im} D(4j\omega) + C_4'' \operatorname{Re} D(4j\omega))/|D(4j\omega)|^2;$$

выражения для \tilde{B}_4 и \tilde{C}_4 аналогичны выражениям для нахождения B_4 и C_4 , только вместо B_4'' и C_4'' используются B_4^{IV} и C_4^{IV} соответственно. Выражения для нахождения $A_4'', B_4'', C_4'', B_4^{IV}$ и C_4^{IV} имеют вид:

$$A_4'' = -b_2(A_2 \ddot{F} + \frac{1}{2} F_c^{\omega}) - \omega \sigma_2 F_{\tau s}^{\omega} / 2 - \left\{ (A_2)^2 F + \frac{1}{2} F_c^2 \omega \times \right.$$

$$\left. \times [(B_2)^2 + (C_2)^2] \right\};$$

$$B_4'' = -b_2(B_2 \ddot{F}_s^2 \omega + C_2 F_c^2 \omega + F_c^{\omega} / 2) + 2\sigma_2 \omega (-l C_2 - B_2 F_{\tau s}^2 \omega +$$

$$+ C_2 F_{\tau c}^2 \omega - F_{\tau c}^{\omega} / 4) + (C_3 F_c^3 \omega - B_3 F_s^3 \omega) / 2 - A_2 (B_2 F_c^2 \omega +$$

$$+ C_2 F_s^2 \omega + B_2 F) + (B_3 F_s^{\omega} + F_c^{\omega} C_3) / 2;$$

$$C_4'' = -b_2(C_2 \ddot{F}_c^2 \omega - B_2 \ddot{F}_s^2 \omega - F_c^{\omega} / 2) + 2\sigma_2 \omega (l B_2 - B_2 F_{\tau c}^2 \omega -$$

$$- C_2 F_{\tau s}^2 \omega + F_{\tau s}^{\omega} / 4) - (B_4 F_c^3 \omega + C_3 F_s^3 \omega) / 2 - A_2 (C_2 F + C_2 F_c^2 \omega -$$

$$- B_2 F_s^2 \omega) - (B_3 F_s^{\omega} - C_3 F_c^{\omega}) / 2;$$

$$B_4^{IV} = (C_3 F_c^3 \omega - B_3 F_s^3 \omega / 2 + (B_3 F_s^{\omega} - C_3 F_c^{\omega}) / 2 -$$

$$- \left\{ [(C_2)^2 - (B_2)^2] F_s^2 \omega + 2B_2 C_2 F_c^2 \omega \right\} / 2;$$

$$C_4^{IV} = (B_3 F_c^3 \omega + F_s^3 \omega C_3) / 2 + (B_3 F_c^{\omega} + C_3 F_s^{\omega}) / 2 - \left\{ [(C_2)^2 -$$

$$- (B_2)^2] F_c^2 \omega - 2B_2 C_2 F_s^2 \omega \right\} / 2.$$

Для отыскания b_4 и σ_4 необходимо решить систему линейных уравнений

$$\left. \begin{aligned} b_4 S_1 + \sigma_4 Q_1 &= R'_1; \\ b_4 S_2 + \sigma_4 Q_2 &= R'_2, \end{aligned} \right\}$$

где

$$R'_1 = F A_4 - F_s^{\omega} B_2 / 2 - F_c^{\omega} (C_4 / 2 - A_4) - F_s^2 \omega (B_4 + B_2 B_3 +$$

$$+ C_2 C_3) / 2 - F_c^2 \omega (C_4 - B_3 C_2 + C_3 B_2) / 2 - F_s^3 \omega (B_2 B_3 -$$

$$- C_2 C_3) / 2 - F_c^3 \omega (B_2 C_3 - C_2 B_3) / 2 - F_{\tau s}^{\omega} \omega \sigma_2 (\sigma_2 - A_4 +$$

$$\begin{aligned}
& + C_2/2) + F_{\tau c}^{\omega} \omega \sigma_2 B_2/2 - F_{\tau s}^2 \omega \omega \sigma_2 C_2 - F_{\tau c}^2 \omega B_2 \omega \sigma_2 + \\
& + \check{F}_{\tau s}^{\omega} \omega \sigma_2 (\sigma_2 - A_2 + C_2/2) + \check{F}_c^{\omega} b_2 (A_2 + C_2/2) + \\
& + \check{F}_s^2 \omega b_2 B_2/2 - \check{F}_c^2 \omega b_2 C_2/2 + \check{F}_{\tau s}^{\omega} b_2 \omega \sigma_2 + \check{F}_c^{\omega} b_2^2 + \sigma_2^2 \omega \times \\
& \times \sum_{i=1}^m \beta_i \xi_i \psi_{i \tau s}^{\omega}; \\
R_2' = & \omega \sigma_2^2 - F_s^{\omega} (A_4 + C_4/2) + F_c^{\omega} B_4/2 + F_s^2 \omega (C_4 - B_3 C_2 + \\
& + C_3 B_2)/2 + F_c^2 \omega (B_4 - B_3 B_2 - C_2 C_3) + F_s^3 \omega (B_2 C_3 - C_2 B_3) + \\
& + F_c^3 \omega (B_2 B_3 + C_2 C_3)/2 + F_{\tau s}^{\omega} \omega \sigma_2 B_2/2 - F_{\tau c}^{\omega} \omega \sigma_2 (\sigma_2 - A_2 - \\
& - C_2/2) + F_{\tau s}^2 \omega B_2 \omega \sigma_2 - F_{\tau c}^2 \omega \omega \sigma_2 C_2 - \check{F}_s^{\omega} b_2 (A_2 + C_2/2) + \\
& + \check{F}_c^{\omega} b_2 B_2/2 + \frac{b_2}{2} (\check{F}_s^2 \omega C_2 + \check{F}_c^2 \omega B_2) - (-\check{F}_{\tau c}^{\omega} \omega \sigma_2 + \\
& + \check{F}_s^{\omega} b_2) b_2 + \sigma_2^2 \omega \sum_{i=1}^m \beta_i \xi_i \psi_{i \tau c}^{\omega}.
\end{aligned}$$

В случае, когда реактивность явным образом зависит от запаздывания, уравнение (1) запишется как

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) = & - [1 + x(t)] \int_0^{\infty} x(t - z - \tau) f(\tau, \alpha) d\tau - \sum_{i=1}^m \beta_i \xi_i [x(t) - \\
& - \int_0^{\infty} x(t - \tau) \psi_i(\tau) d\tau],
\end{aligned}$$

где z — величина запаздывания.

Все формулы для нахождения b_2 , σ_2 , b_4 , σ_4 остаются прежними с учетом замены в обозначениях F на Φ (например, F_c^{ω} на Φ_c^{ω} , где $\Phi_c^{\omega} = \cos \omega z F_c^{\omega} - F_s^{\omega} \sin \omega z$, $\Phi_s^{\omega} = F_c^{\omega} \sin \omega z + F_s^{\omega} \cos \omega z$ и т.д.).

В качестве примера рассмотрим известную модель [3], где имеются опасные участки границы области устойчивости. Будем исследовать такие медленные процессы, что запаздывающие нейтроны почти всегда находятся в равновесии с мгновенными. Модель можно представить согласно [3]:

$$\left. \begin{aligned}
\dot{x} &= (1 + x)[ax + by(t - z)]; \\
\dot{y} &= x - y,
\end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где x — относительное отклонение мощности; y — отклонение температуры, a и b — коэффициенты реактивности, пропорциональные мощности и температуре, — мощностью и температурный соответственно.

Из-за простоты обратных связей все выражения в (4) и аналогичные им удается записать в явном виде. Приведем основные из них:

$$\begin{aligned}
F &= a + b; \quad \check{F}_s^{\omega} = \omega/(\omega^2 + 1); \quad \check{F}_c^{\omega} = 1/(\omega^2 + 1); \\
\check{F}_{\tau s}^{\omega} &= \omega^2/(1 + \omega^2)^2; \quad \check{F}_{\tau c}^{\omega} = (1 - \omega^2)/(1 + \omega^2)^2;
\end{aligned}$$

$$\Phi_c^{\omega} = b(\check{F}_c^{\omega} \cos \omega z - \check{F}_s^{\omega} \sin \omega z) + a;$$

$$\Phi_s^{\omega} = b(\check{F}_c^{\omega} \sin \omega z + \check{F}_s^{\omega} \cos \omega z).$$

Остальные выражения легко получаются из приведенных.

Граница области устойчивости при $z = 1$ представлена на рис. 2. При значении ω от 0,02 до 0,21 участок границы опасный, причем $b_2 < 0$, а $b_4 > 0$. В этом случае следует ожидать возникновения жесткого режима возбуждения автоколебаний с амплитудой при $\omega^* = 0,176$ равной

$$\mu^0 = \sqrt{-\frac{b_2}{b_4}} = \sqrt{-\frac{-0,0136}{0,3569}} \approx 0,2.$$

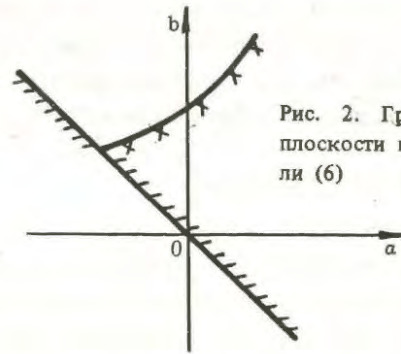


Рис. 2. Граница \mathcal{D} -разбиения плоскости параметров в модели (6)

Действительно, путем интегрирования системы (6) на ЭВМ при $a^* = -0,4718$ и $b^* = 0,5323$ показано, что в системе возникают автоколебания с амплитудой, составляющей $1,2\mu^0$; режим возбуждения жесткий.

Для реализации предложенного способа отыскания b_2 , b_4 составлен пакет программ. В качестве входной информации (см. подробнее [6]) используются результаты расчета переходных процессов при $x(t) = \delta(t)$, где δ — дельта-функция Дирака.

С помощью пакета программ строится граница области устойчивости в плоскости параметров, характеризующих реактивность, и находятся значения b_2 и b_4 , а также x_2 , x_3 , x_4 , σ_2 и σ_4 . При оценке возможностей использования предложенного способа отыскания автоколебаний следует учитывать, что рассмотрена определяющая (в смысле амплитуды и частоты) нелинейность типа произведения мощности на реактивность. При учете других типов аналитических нелинейностей решения ищутся аналогичным способом в виде рядов (5).

Список литературы

1. Колчин В.А. Бифуркация и автоколебания в ядерных реакторах с линейной обратной связью // Атомная энергия. 1982. Т. 52, Вып. 6. С. 393 — 398.
2. Горяченко В.Д. Методы исследования устойчивости ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1977.
3. Горяченко В.Д., Колчин В.А. Исследование упрощенной модели динамики реактора как объекта с запазды-

- ванием//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1982. Вып. 3(25). С. 18 – 25.
4. Горяченко В.Д., Золотарев С.Л., Колчин В.А. Исследование динамики ядерных реакторов качественными методами. М.: Энергоатомиздат, 1988.
5. Будников В.И., Косолапов С.В. Устойчивость кипящего канала//Атомная энергия. 1978. Т. 45. Вып. 3. С. 184 – 187.
6. Колчин В.А. Расчет ляпуновских величин с использо-

ванием ядер обратных связей, найденных на ЭВМ// Прикладные проблемы теории колебаний: Межвуз. сб./Горьк. ун-т. 1989. С. 58 – 64.

7. Колесов Ю.С., Швитра Д.И. Автоколебания в системах с запаздыванием. Вильнюс: Мокслас, 1979.

Статья поступила в редакцию
23 февраля 1989 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер.
Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 23 – 27.

УДК 621.039.51.514

ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В РЕАКТОРЕ С ЦИРКУЛИРУЮЩИМ ГАЗООБРАЗНЫМ ТОПЛИВОМ

М.Л. Горбунов, В.А. Денисов

Исследуется устойчивость по отношению к термоакустическим колебаниям и проводятся расчеты переходных процессов в ядерном реакторе с циркулирующим газообразным топливом.

A STUDY OF ACOUSTIC OSCILLATIONS IN A REACTOR WITH CIRCULATING FUEL. M.L. GORBUNOV, V.A. DENISOV. Stability with respect to thermoacoustic oscillations is analysed and calculations of transient processes in a reactor with circulating gaseous fuel are performed.

Исследование акустических колебаний в реакторах с газообразным топливом является одним из основных этапов при анализе их динамики. Объясняется это зависимостью тепловыделения в газообразном топливе от его плотности, что может приводить к возбуждению акустических колебаний [1]. Этим вопросам посвящен ряд работ, обзор которых приведен в книге [2]. Из более поздних исследований отметим работу [3], в которой проведены оценки амплитуд акустических автоколебаний в реакторе постоянной мощности с неподвижным газообразным топливом.

В настоящей статье исследуются акустические колебания в активной зоне реактора с циркулирующим горючим (РЦГ). Основное внимание уделяется двум вопросам: определению условий возбуждения акустических колебаний и исследованию динамических процессов при значениях параметров, принадлежащих области неустойчивости. Кроме того, обсуждается эффективность полученного асимптотического условия возбуждения колебаний. В отличие от известных работ [4] строго учитывается динамика излучателей запаздывающих нейтронов. Это связано с тем, что излучатели запаздывающих нейтронов "вморожены" в среду и при акустических колебаниях (особенно при неравномерном распределении излучателей запаздывающих нейтронов по пространству) дают вклад в обратную связь от плотности топлива к тепловыделению, даже несмотря на то, что их постоянная распада много больше периода акустических колебаний.

Математическую модель динамики топлива в активной зоне реактора составим при следующих предположе-

ниях: а) активную зону можно заменить одним эквивалентным узким каналом, так что можно использовать одномерные уравнения газовой динамики для топлива; б) топливо—идеальный газ, удовлетворяющий уравнению Менделеева—Клапейрона; в) кинетику нейтронов можно описать "точечным" уравнением с одной эквивалентной группой излучателей запаздывающих нейтронов, а динамику излучателей запаздывающих нейтронов — уравнением в частных производных [5]; г) реактивность есть функция плотности топлива. В итоге уравнения кинетики нейтронов и газовой динамики запишутся в виде [4, 5]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \frac{\delta k - \beta}{l} N + \lambda \bar{C}; \\ \delta k &= \delta k_0 + \epsilon \int_0^H (\rho(x, t) - \rho_0(x)) \Phi(x) dx; \\ \bar{C} &= \frac{2}{H} \int_0^H C(x, t) F(x) dx; \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Cw) + \lambda C &= \frac{\beta}{l} NF(x); \\ \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial P}{\partial t} + w \frac{\partial P}{\partial x} + \kappa P \frac{\partial w}{\partial x} &= A(\kappa - 1) N \rho F(x); \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho w) &= 0; \\ P &= R \rho T. \end{aligned} \right\} (1)$$

Здесь приняты следующие обозначения: N — плотность нейтронов; δk — реактивность; l — среднее время жизни тепловых нейтронов; $C(x, t)$ — концентрация, β — доля и λ — постоянная распада эквивалентной группы излучателей запаздывающих нейтронов; $F(x)$ — функция пространственного распределения плотности нейтронов; ϵ — плотностной коэффициент реактивности; ρ, w, P, T — плотность, скорость, давление и температура топлива в активной зоне; α — показатель адиабаты топлива. Индекс "0" соответствует значению переменной в стационарном состоянии.

В качестве граничных условий возьмем следующие: на входе и выходе из активной зоны имеются местные сопротивления, причем давления перед входным и после выходного сопротивлений постоянны [6]. Кроме того, примем, что температура топлива на входе в активную зону постоянна, а концентрация излучателей запаздывающих нейтронов на входе в активную зону равна концентрации на выходе из активной зоны с учетом экспоненциального распада. Тогда граничные условия имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} P_{вх} - P(0, t) &= \frac{\Lambda_1}{2} \rho(0, t) w^2(0, t); \\ P(H, t) - P_{вых} &= \frac{\Lambda_2}{2} \rho(H, t) w^2(H, t); \\ T(0, t) &= \text{const}; C(0, t) = C(H, t - t_{вн}) \exp(-\lambda t_{вн}). \end{aligned} \right\} (2)$$

Здесь Λ_1 и Λ_2 — коэффициенты местных сопротивлений; $P_{вх}$ и $P_{вых}$ — постоянные давления; $t_{вн}$ — время прохода топливом по внешнему контуру циркуляции; H — длина активной зоны.

Для получения условий возбуждения акустических колебаний воспользуемся методикой, изложенной в работах [2, 4]. Поэтому в дальнейшем остановимся только на основных моментах исследования.

Система уравнений (1), (2) имеет стационарное решение, которое в безразмерных переменных с точностью до членов порядка числа Маха M в квадрате определяется решением следующей задачи Коши:

$$\left. \begin{aligned} \alpha m \frac{dm}{dy} &= \alpha_1 F; \\ \frac{d}{dy} (mD) + \sigma D &= \sigma F; \\ m(0) &= 1, n(0) = 1; \\ D(0) &= D(1) \exp(-\sigma \nu), \end{aligned} \right\} (3)$$

где введены следующие безразмерные переменные:

$$m = w_0(y)/w_0(0); n = P_0(y)/P_0(0); D(y) = C_0(y)\lambda l/\beta N_0.$$

Безразмерный параметр $\alpha_1 = AN_0\rho_0(0)H/C_{\nu\rho_0(0)} \times w_0(0)T_{вх} \approx T_0(H) - T_0(0)/T_0(0)$ характеризует стационарную мощность реактора и, очевидно, порядка единицы. Параметры $\sigma = \lambda H/w_0(0)$ и $\nu = t_{вн} w_0(0)/H$ характеризуют соответственно отношение времени прохода топливом по активной зоне к постоянной распада излучателей запаздывающих нейтронов и отношение времени прохода топливом внешнего контура циркуляции ко времени прохода по активной зоне. Уравнение для концентрации излучателей запаздывающих нейтронов легко интегрируется в квадратурах. Получим

$$D(y) = \frac{\sigma}{m} \exp\left(-\sigma \int_0^y \frac{du}{m(u)}\right) \left[\int_0^y F(u) \exp\left(\sigma \int_0^u \frac{dv}{m(v)}\right) du + \frac{\exp\left(-\sigma\left(\nu + \int_0^1 \frac{du}{m(u)}\right)\right)}{m(1) - \exp\left(-\sigma\left(\nu + \int_0^1 \frac{du}{m(u)}\right)\right)} \int_0^1 F(u) \exp\left(\sigma \int_0^u \frac{dv}{m(v)}\right) du \right]. (4)$$

Следуя указанной методике, нетрудно получить условие возбуждения акустических колебаний:

$$\begin{aligned} \text{Re} S_1 &= \left(\int_0^1 \left[\frac{m}{\omega_0^2} \left(\frac{dv_{30}}{dy} \right)^2 + \frac{v_{30}^2}{\alpha} \right] dy \right)^{-1} \left\{ -\frac{\alpha_1}{\alpha} \int_0^1 F(y) \times \right. \\ &\times \left[\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d}{dy} \left(v_{30} \frac{dv_{30}}{dy} \right) + \frac{v_{30}^2}{m} \right] dy - \frac{\alpha_1}{\alpha(1 + \alpha_3^2 \omega_0^2)} \times \\ &\times \left[\alpha_2 \int_0^1 \frac{v_{30}}{m} F(y) dy \int_0^1 \frac{d^2 v_{30}}{dy^2} \Phi(y) dy + \frac{2}{\xi} \int_0^1 \frac{v_{30}}{m} F(y) dy \times \right. \\ &\times \left. \int_0^1 F(y) \frac{d}{dy} \left(mD \frac{dv_{30}}{dy} \right) dy \right] - \frac{1}{\omega_0^2} \left[\Lambda_1 \left(\frac{dv_{30}}{dy} \right)^2 \Big|_{y=0} + \right. \\ &\left. + \Lambda_2 m^2 (1) \left(\frac{dv_{30}}{dy} \right)^2 \Big|_{y=1} \right] \Big\} > 0. \end{aligned} (5)$$

В выражении (5) действительная функция v_{30} и ω_0 являются собственной функцией и собственным числом краевой задачи

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dy} \left(m \frac{dv_{30}}{dy} \right) + \frac{\omega_0^2}{\alpha} v_{30} &= 0; \\ v_{30}(0) &= 0, v_{30}(1) = 0. \end{aligned} \right\} (6)$$

Параметры $\alpha_2 = \epsilon \rho_0(0)H/\beta \xi$ и $\alpha_3 = \sqrt{P_0(0)/\rho_0(0)}/\beta \xi H$ характеризуют соответственно силу обратной связи и инер-

ционность обратной связи от плотности топлива к тепловыделению по цепи: плотность топлива — реактивность — плотность нейтронов — тепловыделение — плотность топлива. Параметр $\xi = (\beta - \delta k_0) / \beta = \int_0^1 D(y) F(y) dy$ — ценность запаздывающих нейтронов.

Условие (5) получено в предположении, что период акустических колебаний много меньше времени прохода топливом по внешней части контура циркуляции, т.е. отклонение концентрации излучателей запаздывающих нейтронов на входе в активную зону можно принять равным нулю.

Выражение ReS_1 состоит из четырех слагаемых, анализ двух первых из которых проведен в работе [4]. Там показано, что наличие обратной связи от мощности к реактивности может привести к возбуждению акустических колебаний. Третье слагаемое описывает вклад в неустойчивость запаздывающих нейтронов, а четвертое слагаемое — излучение акустической энергии с концов активной зоны. Это излучение стабилизирует стационарный режим работы реактора по отношению к акустическим колебаниям, а конкретный вклад этого слагаемого зависит от коэффициентов местных сопротивлений, определяемых конструкцией входных и выходных устройств. Заметим, что их расчет для акустических процессов представляет определенную трудность [3]. Поэтому в дальнейшем ограничимся более жестким требованием, а именно: будем считать, что на концах активной зоны потерь акустической энергии нет, т.е. Λ_1 и Λ_2 равны нулю.

Оценить аналитически вклад третьего слагаемого в общем случае не удастся, и необходимо проводить расчеты на ЭВМ. Однако для некоторых частных случаев можно провести предварительные оценки. Пусть, например, плотность нейтронов выровнена по длине активной зоны, т.е. $F(y) = \text{const}$ и $\Phi(y) = \text{const}$. Тогда получим, что третье слагаемое пропорционально величине

$$\int_0^1 \frac{d}{dy} (mD \frac{dv_{30}}{dy}) dy = mD \frac{dv_{30}}{dy} \Big|_{y=1} - mD \frac{dv_{30}}{dy} \Big|_{y=0}$$

Это выражение для первой собственной функции краевой задачи (6) будет отрицательным, т.е. запаздывающие нейтроны вносят положительный вклад в возбуждение акустических колебаний. Аналогичный результат получен в работе [7], где показано, что учет запаздывающих нейтронов в реакторе с неподвижным топливом не приводит к изменению знака динамической реактивности, возникающей в силу вышеуказанной обратной связи.

Проведем оценку выражения (5) для случая реактора малой мощности, когда параметр $\alpha_1 \ll 1$. Тогда в выражении (5) в подынтегральных функциях значения v_{30} , ω_0^2 и m можно вычислить при $\alpha_1 = 0$. Кроме того, будем считать параметр $\sigma = \lambda N / w_0(0)$ малой величиной (например, $\lambda = 0,1 \text{ с}^{-1}$, $N = 1 \text{ м}$, $w_0(0) = 1 \text{ м.с}^{-1}$, тогда $\sigma = 0,1$). Это предположение не принципиально, но значительно упрощает выкладки. Итак, оценим (5) в случае, когда

$m \equiv 1$, $v_{30} = \sin k_0 \pi y$, $\omega_0^2 = \pi^2 k_0^2$, $\sigma \ll 1$. Тогда для случая $F(y) = 1$, $\Phi(y) = 1$ стационарное распределение излучателей запаздывающих нейтронов и их ценность равны

$$D(y) = \frac{1 - \sigma \nu (1 - y)}{1 + \nu}, \quad \xi = \frac{2 - \sigma \nu}{2(1 + \nu)}$$

Отметим, что эти формулы справедливы при $\sigma \nu < 1$. Подставим найденные величины в (5) и получим условие устойчивости по отношению к термоакустическим колебаниям:

$$\alpha_2 + 2 < \frac{1}{8} \pi^2 k_0^2 (1 + \pi^2 k_0^2 \alpha_3^2). \quad (7)$$

Сравнивая это условие с аналогичным условием из работы [4], видим, что учет запаздывающих нейтронов существен в случае малого плотностного коэффициента реактивности ($\alpha_2 \sim 2$), т.е. слабой обратной связи от мощности к реактивности. Аналогично, для случая $F(y) = \sin \pi y$; $\Phi(y) = \sin^2 \pi y$ для первой гармоники акустических колебаний получим условие*)

$$\alpha_2 + \frac{3\pi^2}{8} < (2\alpha_2 - 1)(1 + \pi^2 \alpha_3^2). \quad (8)$$

Здесь учет запаздывающих нейтронов также приводит к появлению второго слагаемого в левой части неравенства (8), а вывод о существенности его учета в случае малого плотностного коэффициента реактивности остается в силе.

В общем случае, когда параметр $\alpha_1 \sim 1$, проводились расчеты на ЭВМ по формулам (3) — (6). При этом варьировались параметр α_1 , характеризующий стационарную мощность реактора, и параметр ν , характеризующий отношение времени прохода топливом внешней части контура ко времени прохода активной зоны. Расчеты проводились для выровненного нейтроинного поля ($F \equiv 1$, $\Phi \equiv 1$) и для синусоидального ($F(y) = \sin \pi y$, $\Phi(y) = \sin^2 \pi y$) при значениях параметра $0 < \alpha_1 \leq 1$. Во всех случаях получено, что учет запаздывающих нейтронов приводит к расширению области неустойчивости по отношению к первой гармонике колебаний. На рис. 1 в качестве примера приведены области устойчивости в плоскости параметров (α_3 , α_2) по отношению к первой гармонике акустических колебаний, полученные по формуле (5) при $F(y) = \sin \pi y$, $\Phi(y) = F^2(y)$ для $\alpha_1 = 1$ (кривая 2), $\alpha_1 = 0,5$ (кривая 3) и по формуле (8) (кривая 4). Здесь же приведена область устойчивости по отношению ко второй гармонике колебаний ($k_0 = 2$, $\alpha_1 = 0,75$; кривая 1). Области устойчивости расположены под соответствующими кривыми. Результаты для случая $F(y) = 1$, $\Phi(y) = 1$ аналогичны. Как показали расчеты, область устойчивости слабо зависит от параметра ν . Так, при $\alpha_1 = 0,75$, $\sigma = 0,3$, $1 \leq \nu \leq 20$ третье слагаемое в неравенстве (5) изменялось в пределах 4% своего среднего значения. Так что в пределах

*) Более высокие гармоники колебаний в предположении $m \equiv 1$ в этом случае не возбуждаются.

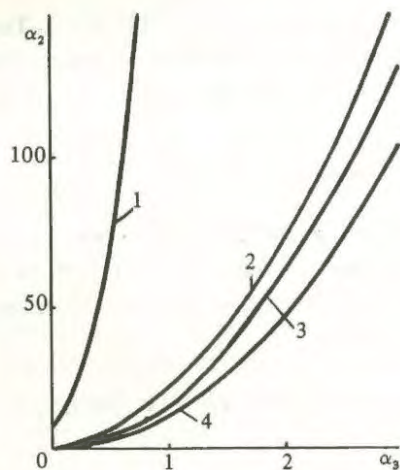


Рис. 1. Границы области устойчивости, в плоскости параметров (α_3, α_2)

этой точности вместо условия (8) для случая $\alpha_1 = 0,75$ из неравенства (5) имеем:

$$\alpha_2 + 2 < 1,345(1 + 12,45 \alpha_3^2).$$

Из полученных результатов следует, что наименьшая область устойчивости получается для реактора малой мощности ($\alpha_1 \ll 1$) и, следовательно, условия (7), (8) являются достаточными условиями устойчивости стационарного режима работы РЦГ по отношению к первой гармонике акустических колебаний. Этот вывод сохраняется и для более высоких гармоник в случае выровненного нейтронного поля. Для синусоидального же распределения нейтронного поля такое сравнение для более высоких гармоник провести не удастся (см. сноску). Однако если параметр α_1 не мал, то порядок возбуждения гармоник аналогичен случаю выровненного поля, т.е. при увеличении параметра α_2 возбуждается первая гармоника, затем вторая и т.д.

Проведем анализ переходных процессов, возникающих в активной зоне реактора при отклонении переменных, характеризующих состояние реактора, от стационарных значений. Этот анализ позволит подтвердить результаты, полученные ранее, и выделить особенности динамических характеристик реактора.

Используя полученные ранее результаты, задачу можно упростить. Во-первых, пренебрежем местными сопротивлениями на входе и выходе активной зоны. Во-вторых, ввиду слабого влияния запаздывающих нейтронов на возбуждение акустических колебаний (по крайней мере при $\alpha_2 \gg 10$) будем считать, что концентрация излучателей запаздывающих нейтронов постоянна во времени. Тогда математическая модель активной зоны РЦГ опишется системой уравнений (1), если в ней положить $C = C(x)$, а $\Lambda_1 = \Lambda_2 = 0$. Запишем эту систему в безразмерных отклонениях от стационарного решения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_2}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial y} (M m u_2 + u_1 + u_1 u_2) &= 0; \\ \frac{\partial u_1}{\partial \tau} + M m \frac{\partial u_1}{\partial y} + M \frac{dm}{dy} u_1 + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{m \frac{\partial u_1}{\partial y} + M^2 m^2 \frac{dm}{dy} u_2}{1 + m u_2} &= 0; \\ \frac{\partial u_3}{\partial \tau} + M m \frac{\partial u_3}{\partial y} + u_1 \frac{\partial u_3}{\partial y} + \frac{dn}{dy} u_1 + \varkappa n \frac{\partial u_1}{\partial y} + \varkappa u_3 \frac{\partial u_1}{\partial y} &+ (9) \\ + M \frac{dm}{dy} u_3 &= \alpha_1 M F(y) (u_2 + \frac{u_4}{m} + u_2 u_4); \\ \alpha_3 \frac{du_4}{d\tau} &= -u_4 + \alpha_2 (1 + u_4) \int_0^1 u_2 \Phi y dy \end{aligned} \right\}$$

с граничными условиями

$$u_3(0, \tau) = 0, \quad u_3(1, \tau) = 0, \quad u_2(0, \tau) = 0. \quad (10)$$

Здесь

$$u_1 = (w(y, \tau) - w_0(y)) / \sqrt{P_0(0) / \rho_0(0)};$$

$$u_2 = (\rho(y, \tau) - \rho_0(y)) / \rho_0(0); \quad u_3 = (P(y, \tau) - P_0(y)) / P_0(0);$$

$$u_4 = (N(\tau) - N_0) / N_0$$

безразмерные отклонения скорости, плотности, давления топлива и плотности нейтронов. Параметры $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, M$ введены ранее, $y = x/H, \tau = t \sqrt{P_0(0) / \rho_0(0)} / H$. Величины m и n , характеризующие стационарное распределение скорости и давления и введенные ранее, определяются из следующей задачи Коши:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dm}{dy} &= \frac{\alpha_1 F(y)}{m(\varkappa n - M^2 m)}; \\ \frac{dn}{dy} &= -M^2 \frac{dm}{dy}; \\ m(0) &= 1, \quad n(0) = 1. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Решение системы (9), (10) проведем методом сеток. Для этого введем равномерную сетку $\{t_j, y_j\}$, где $t = i\tau; y_j = y_1 + (j - 1)h, j = \overline{1, k + 1}; \tau$ — шаг по времени, $h = 1/k, k$ — число кусков, на которые разбит отрезок $0 \leq y \leq 1$. При составлении разностной схемы для системы уравнений (9) будем аппроксимировать производную по пространственной координате y в уравнениях неразрывности и энергии производной назад, а в уравнении движения производной вперед. Кроме того, уравнения неразрывности и движения аппроксимируем по явной схеме, а уравнения энергии и кинетики нейтронов по неявной, причем для вычисления интеграла используем формулу трапеций. К этой системе уравнений добавим сеточные аппроксимации граничных условий (10) и уравнения, полученные при применении метода Эйлера 1-го порядка к системе уравнений (11).

Порядок вычислений переменных на $(i + 1)$ -м временном слое следующий: из уравнения неразрывности определяется $u_{2,j}^{i+1}$, $j = \overline{1, k + 1}$, а из уравнения движения $u_{1,j}^{i+1}$, $j = \overline{1, k}$. Затем из уравнения для плотности нейтронов определяется u_4^{i+1} , а из уравнения энергии $u_{3,j}^{i+1}$, $j = \overline{1, k}$. В последнюю очередь из уравнения энергии, записанного в $(k + 1)$ -м узле, с учетом граничного условия на выходе из активной зоны определяется значение скорости $u_{1,k+1}^{i+1}$. При расчетах задавались следующие начальные условия: $u_{3,j}^0 = \Delta u_3 \sin \pi y_j$; $u_{l,j}^0 = 0$, $l = 1, 2, 4$, $j = \overline{1, k + 1}$. Здесь Δu_3 — амплитуда возмущения давления. Число k принималось равным 10 и 20.

Для проверки эффективности численной схемы и выбора шага по времени проведен расчет "классических" акустических колебаний в движущейся среде. Рассмотрены переходные процессы в случае $\alpha_1 = 0$, $M = 0,01$, $\varkappa = 1,065$. Расчеты показали, что результаты имеют хорошую точность при $\tau \leq 0,5h$, а именно: в системе устанавливаются колебания с периодом $\tau_{ak} = 2$, что соответствует периоду акустических колебаний в системе без теплоподвода с учетом того, что $M \ll 1$ и $\varkappa \sim 1$. Амплитуды колебаний скорости, плотности и давления примерно равны, причем амплитуда колебаний давления совпадает с амплитудой начального возмущения. На основании этих результатов в дальнейшем расчеты проводились с шагом по времени $\tau = 0,5h$.

Рассматривались переходные процессы в установке со следующими значениями безразмерных параметров:

$$\alpha_1 = 0,75; \alpha_2 = 127; \alpha_3 = 100; M = 2,7 \cdot 10^{-3}; F(y) = \sin \pi y,$$

$$\Phi(y) = \sin^2 \pi y.$$

На рис. 2 представлена осциллограмма переходного процесса по плотности нейтронов. По оси ординат отложено среднее значение возмущения плотности нейтронов за акустический период. Из рисунка видно, что колебания плотности нейтронов с акустической частотой накладываются на низкочастотную составляющую с периодом, соответствующим времени прохода топлива по активной зоне. За время порядка $1000 H/\sqrt{P_0(0)}/\rho_0(0)$ в рассматриваемом случае низкочастотная составляющая затухает. К этому времени амплитуда колебаний давления в цент-

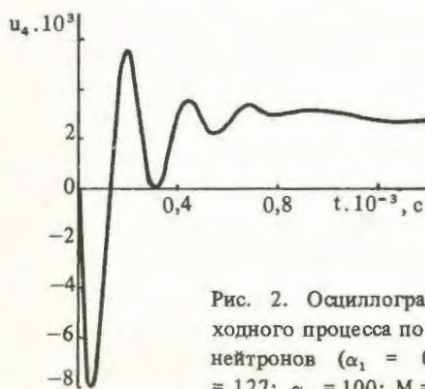


Рис. 2. Осциллограмма переходного процесса по плотности нейтронов ($\alpha_1 = 0,75$; $\alpha_2 = 127$; $\alpha_3 = 100$; $M = 2,7 \cdot 10^{-3}$)

ре активной зоны уменьшается примерно на 30% своей первоначальной величины. Величина декремента затухания равна $\delta = -3,92 \cdot 10^{-4}$. Для этих же параметров по формуле (5) получим $\text{Re} S_1 = -0,136$ и, следовательно, декремент затухания получается равным $\delta = -3,78 \cdot 10^{-4}$. Таким образом, численные расчеты подтверждают справедливость условия (5), а рассматриваемый реактор устойчив по отношению к акустическим колебаниям.

Условие устойчивости (5) носит асимптотический характер и справедливо при $M \rightarrow 0$, а условия (7), (8) справедливы при дополнительном условии $\alpha_1 \ll 1$. Для выяснения эффективности этих условий при конечных значениях параметров M и α_1 был проведен следующий численный эксперимент. При заданных значениях параметров α_1 и α_3 численно, по характеру переходных процессов, определялась область устойчивости в плоскости параметров M , α_2 . Параметр α_1 изменялся в пределах от нуля до единицы. На рис. 3 приведены результаты для $\alpha_3 = 1,5$, $F(y) = \sin \pi y$, $\Phi(y) = F^2(y)$,

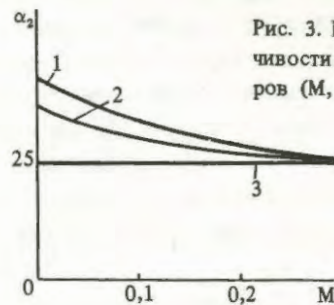


Рис. 3. Границы области устойчивости в плоскости параметров (M, α_2)

$\alpha_1 = 0,5$ (кривая 1) и $\alpha_1 = 1$ (кривая 2). На этом же рисунке приведена граница области устойчивости, полученная согласно условию (8) (кривая 3). Как видно из рисунка, с увеличением числа Маха область устойчивости уменьшается. Однако при изменении числа Маха до значения $M = 0,2$ (что, вероятно, достаточно для реальных аппаратов) она остается больше, чем область устойчивости, определяемая неравенством (8). Аналогичный результат получается и для случая выровненного нейтронного поля. Таким образом, асимптотические условия (7), (8) остаются справедливыми при достаточно широком изменении параметров α_1 и M и могут быть использованы при оценке акустической неустойчивости проектируемых реакторов.

В рассмотренном реакторе с параметрами $\alpha_2 = 127$, $\alpha_3 = 100$ обратная связь от мощности к реактивности очень инерционна. Если параметр α_3 уменьшать, оставляя α_2 неизменным, то в реакторе возникнут акустические колебания. Так, если положить $\alpha_3 = 1,5$, что соответствует $l \sim 10^{-5}$ с, то реактор оказывается неустойчивым по отношению к акустическим колебаниям и инкремент колебаний равен $\delta = 8,65 \cdot 10^{-4}$. Полученные величины инкрементов и декрементов колебаний обусловлены малым значением числа Маха в активной зоне реактора и затрудняют изучение автоколебаний в такой установке. Поэто-

му рассмотрим реактор с теми же параметрами, но с числом Маха $M = 0,1$. На рис. 4 приведена полученная в результате численных расчетов зависимость амплитуды

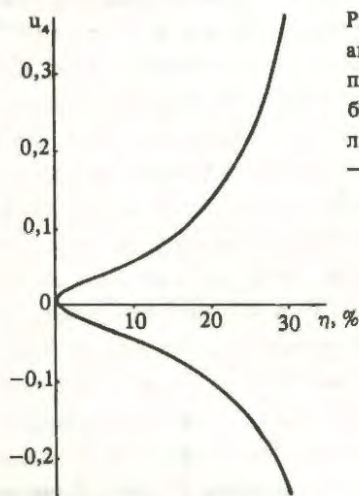


Рис. 4. Зависимость амплитуды автоколебаний возмущения плотности нейтронов от "глубины" η проникновения в область неустойчивости ($\eta = (\alpha_2 - \alpha_2^*)/\alpha_2^* \cdot 100\%$; $\alpha_2^* = 31,38$)

автоколебаний возмущения плотности нейтронов от параметра α_2 при значениях остальных параметров: $\alpha_1 = 0,75$, $\alpha_3 = 1,5$, $M = 0,1$, $F(y) = \sin y$. По оси абсцисс отложено в процентах превышение бифуркационного значения параметра α_2^* , найденного для первой гармоники колебаний, а по оси ординат безразмерное значение возмущения плотности нейтронов в центре активной зоны. Очевидно, что режим возбуждения автоколебаний мягкий.

Из рис. 4 видно, что с увеличением плотностного коэффициента реактивности (параметра α_2) до некоторого порогового значения амплитуда автоколебаний растет, а при превышении этого порогового значения автоколе-

баний нет и мощность реактора непрерывно растет. Отсутствие автоколебательного режима при значениях параметров, находящихся недалеко от границы области устойчивости,шний раз подчеркивает важность исследования акустических колебаний в реакторе с циркулирующим топливом.

Список литературы

1. Стретт Дж. (лорд Рэлей). Теория звука. Т. 2. М.: Гостехтеориздат, 1955.
2. Горяченко В.Д. Методы исследования устойчивости ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1977.
3. Артамонов К.И. Термогидроакустическая устойчивость. М.: Машиностроение, 1982.
4. Денисов В.А. О возбуждении акустических колебаний в ядерном реакторе с циркулирующим газообразным горючим//Атомная энергия. 1974. Т. 37. Вып. 5. С. 426 - 428.
5. Горяченко В.Д., Сабаев Е.Ф. К выводу уравнений реактора с циркулирующим горючим//Атомная энергия. 1967. Т. 23, № 4. С. 294 - 300.
6. Идельчик И.Е. Гидравлические сопротивления. М.: Госэнергоиздат, 1957.
7. Блинкин В.Л., Новиков В.М. Влияние запаздывающих нейтронов на динамическую реактивность реактора, возникающую при колебаниях плотности горючего: Препринт ИАЭ. 1955. М., 1970.

Статья поступила в редакцию
9 марта 1989 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер.
Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 27 - 32.

УДК 621.039.534.25; 536.423

УСТОЙЧИВОСТЬ РАСХОДА В КАНАЛЕ С КОНДЕНСИРУЮЩИМСЯ НЕСЖИМАЕМЫМ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕМ

О.Г. Савихин

В рамках интегральной модели сохранения количества движения доказывается устойчивость в малом стационарного режима канала с конденсирующимся несжимаемым теплоносителем.

STATIONARY MODE STABILITY OF A CHANNEL WITH CONDENSING INCOMPRESSIBLE COOLANT. O.G. SAVIKHIN. Within the framework of the conservation of linear momentum integral model the stability in the small of the stationary mode of a channel with condensing incompressible coolant is proved.

Экспериментальные исследования показывают, что в ряде теплообменных аппаратов, в которых используются конденсирующиеся двухфазные потоки, при определенных условиях возможны колебания расхода теплоносителя. Так, например, колебания расхода жидкости наблюдались на выходе изолированного конденсирующего канала при постоянном перепаде давления на нем [1]. Проведенное в [2] изучение параллельной работы сепараторов-пароперегревателей (СПП) на один конденсатор-сборник в стендовых условиях и при промышленных испытаниях выявило нарушение нормальных условий работы аппаратов. Оно выражалось в колебаниях давления и расхода греющего пара, переохлаждении конденсата.

Несмотря на практическую значимость исследований устойчивости конденсирующихся двухфазных потоков, данной теме уделяется значительно меньшее внимание

по сравнению с изучением неустойчивости в кипящем потоке. До сих пор вопрос устойчивости конденсирующегося потока остается недостаточно изученным. Нет полного понимания механизма неустойчивости в наиболее простой теплогидравлической системе, такой, как изолированный конденсирующий канал при постоянном перепаде давления на нем. Существуют трудности с выбором математической модели сложных систем с конденсацией теплоносителя, какими являются СПП.

Естественный подход к исследованию неустойчивости конденсирующего канала связан с применением развитой теории устойчивости парогенерирующего канала. Однако в работе [1] была высказана гипотеза, опирающаяся на анализ имеющихся экспериментальных данных, о различии природы неустойчивости парогенерирующего и конденсирующего каналов. Результаты работы [3] свидетельствуют о справедливости этого утверждения. В ней, в частности, на основе упрощенной математической модели показано, что стационарный режим канала с конденсирующимся несжимаемым теплоносителем устойчив. В то же время при учете сжимаемости теплоносителя выявлено наличие области неустойчивости в пространстве основных параметров. Заметим, что при исследовании устойчивости парогенерирующего канала сжимаемостью теплоносителя обычно пренебрегают.

Вместе с тем имеются результаты другого характера. Так, в работе [4] показано, что неустойчивая работа сепараторов-пароперегревателей является следствием межканальной неустойчивости параллельных конденсирующих каналов. В этой статье для анализа механизма неустойчивости применяется подход, развитый ранее одним из авторов для исследования парогенерирующего канала. В соответствии с указанным подходом система из двух конденсирующих каналов представляется в виде некоторого колебательного контура. Для описания теплогидравлических процессов в каждом канале используется модель, которая не выходит за рамки интегральной модели закона сохранения количества движения. Аналитически найденные в работе [4] период и амплитуда колебаний сравниваются с экспериментальными данными, приведенными в [2]. Отмечается удовлетворительное согласование результатов.

Таким образом, в имеющихся публикациях отсутствует однозначное мнение о природе неустойчивости систем с конденсацией теплоносителя. Это указывает на необходимость более детального и углубленного изучения рассматриваемой задачи.

В данной работе обобщается часть результатов статьи [3], связанных с устойчивостью конденсирующего канала с несжимаемым теплоносителем. Ее целью является доказательство в рамках интегральной модели сохранения количества движения устойчивости стационарного режима канала с конденсирующимся несжимаемым теплоносителем в области практически реализуемых значений конструктивных и режимных параметров. Тем са-

мым в работе дается обоснование утверждения об отсутствии в конденсирующем канале тех физических механизмов неустойчивости, которые характерны для парогенерирующего канала.

Так как в данной работе используется характеристическое уравнение, полученное в работе [3], кратко напомним ее основные положения. По аналогии с парогенерирующим каналом строится математическая модель конденсирующего канала в виде системы дифференциальных уравнений в частных производных. При этом используется одномерная гомогенная модель двухфазного потока, закон сохранения количества движения записывается в интегральной форме, сжимаемость теплоносителя учитывается в однообъемной идеализации. В результате аналитического решения линейной системы уравнений первого приближения получается характеристическое уравнение. Для выяснения возможных механизмов неустойчивости проводится исследование упрощенных характеристических уравнений. Основное упрощающее предположение заключается в следующем. Предполагается, что полный перепад давления в канале состоит из перепадов давления на шайбах, расположенных на входе и выходе канала. В отличие от [3] в данной работе изучается общая модель конденсирующего канала с учетом всех составляющих перепада давления, включая распределенные по длине потери давления на трение и нивелирную составляющую перепада давления.

В предположении несжимаемости теплоносителя запишем полученное в работе [3] характеристическое уравнение в следующем виде:

$$\tau_u s + 1 + (\Pi' + DF_{2,2}(s) + BF_{2,1}(s))/U(s) = 0, \quad (1)$$

где s — безразмерный параметр преобразования Лапласа;

$$U(s) = 1 - \frac{1 - \exp(+ (1 + s)(-\ln m))}{1 + s};$$

$$F_{2,2}(s) = (1 - m - m \frac{1 - \exp(-s(-\ln m))}{s}) \frac{1}{1 + s};$$

$$F_{2,1}(s) = 2(1 - m) - (1 - m - \frac{1 - \exp(-(2 + s)(-\ln m))}{2 + s}) \times \frac{1}{1 + s};$$

m — отношение удельного объема теплоносителя на выходе из канала к удельному объему на входе; τ_u — постоянная времени инерции теплоносителя, коэффициенты Π' , D , B представляют собой гидравлические сопротивления, определяющие различные составляющие перепада давления, нормированные на гидравлическое сопротивление участка канала, занятого водой*).

*Перечисленные переменные следующим образом связаны с величинами, введенными в работе [3]:

$$\Pi' = (\xi_{\text{ВХ}} - 1 + \xi(l_2 - l_1))/\xi_{\text{В}}, \quad D = g_z(-\tau_0)/(2u_{\text{ВЫХ}}^* \xi_{\text{В}})$$

$$B = \xi(-\tau_0)u_{\text{ВХ}}^*/(2\xi_{\text{В}}), \quad \tau_u = \tau_{\text{ВЫХ}}/(-\tau_0 \cdot 2\xi_{\text{В}})$$

$\xi_{\text{В}} = \xi_{\text{ВЫХ}} + 1 + \xi(l_4 - h)$. В дальнейшем эти соотношения нигде не используются, поэтому обозначения пояснять не будем.

Уравнение (1) содержит пять безразмерных параметров m, τ_u, P', B, D . Областью значений практически реализуемых параметров является множество*

$$0 < m \leq 1; \tau_u \geq 0; P' > -m; D \geq 0; B \geq 0. \quad (2)$$

Исследование устойчивости проведем для параметров из области (2). Как известно, необходимым и достаточным условием устойчивости является отсутствие корней характеристического уравнения в правой полуплоскости $\text{Re } s \geq 0$. Для анализа расположения корней характеристического уравнения (1) воспользуемся принципом аргумента. Применим его к функции $\mathcal{P}(s)$, где $\mathcal{P}(s)$ левая часть равенства (1). В качестве контура C_R возьмем правую половину окружности радиуса R с центром в начале координат и сегмент $-R \leq \omega \leq R$ на оси $\omega = \text{Im } s$. Затем R устремим к бесконечности. Отметим, что функция $\mathcal{P}(s)$ не имеет полюсов на контуре C_R . Отсутствие нулей на контуре будет показано ниже. Кроме того, в рассматриваемом случае число полюсов у функции $\mathcal{P}(s)$ внутри контура C_R равно нулю. Действительно, отсутствие полюсов у функции $F_{2,1}(s), F_{2,2}(s)$ очевидно, поэтому достаточно показать, что $U(s)$ не обращается в нуль внутри контура C_R . Последнее следует из неравенства

$$\left| \frac{1 - \exp(-(1+s)(-\ln m))}{1+s} \right| \leq 1 - m. \quad (3)$$

Соотношение (3) является частным случаем более общего неравенства

$$|\mathcal{Z}(s)| = \left| \int_0^{\infty} \exp(-(Re s + j\omega)t) d\varphi(t) \right| \leq |\mathcal{Z}(0)|, \quad (4)$$

справедливого в области $\text{Re } s \geq 0$ для любой передаточной функции $\mathcal{Z}(s)$ при условии, что соответствующая ей переходная функция $\varphi(t)$ монотонна и имеет ограниченную вариацию. Попутно приведем еще одно необходимое для дальнейшего изложения неравенство, являющееся следствием выражения (4):

$$|\Phi(s)| \leq (1 - m^2)/2, \quad (5)$$

где

$$\Phi(s) = \frac{1 - \exp(-(2+s)(-\ln m))}{2+s}.$$

Таким образом, для доказательства отсутствия у характеристического уравнения (1) корней с положительными действительными частями нужно показать равенство нулю полного приращения аргумента $\mathcal{P}(s)$ на контуре C_R . Это равносильно тому, что график отображения контура C_R на плоскость $(\text{Im } \mathcal{P}, \text{Re } \mathcal{P})$ не охватывает начало координат. С этой целью покажем, что образ кон-

тура C_R при отображении \mathcal{P} целиком располагается в области $\text{Re } \mathcal{P} > 0$. Отсюда будет также следовать отсутствие нулей у функции $\mathcal{P}(s)$ на контуре C_R .

Прежде всего построим отображение полуокружности, входящей в состав контура C_R на плоскость \mathcal{P} . Оно будет представлять собой полуокружность достаточно большого радиуса или при $\tau_u = 0$ прямую, которые лежат внутри полуплоскости $\text{Re } \mathcal{P} > 0$. Для построения образа мнимой оси достаточно ограничиться случаем $0 \leq \omega$, так как график отображения \mathcal{P} при отрицательных значениях ω располагается симметрично относительно оси $\text{Re } \mathcal{P}$. Запишем действительную часть отображения \mathcal{P} мнимой полуоси в следующем виде:

$$\text{Re } \mathcal{P} = \text{Re}(1 + P'/U) + B \text{Re}(F_{2,1}/U) + D \text{Re}(F_{2,2}/U). \quad (6)$$

Покажем, что все слагаемые, стоящие в правой части выражения (6), неотрицательны. Действительно, воспользовавшись (2), (3), получим $\text{Re}(1 + P'/U) \geq 0$. Далее, слагаемое, содержащее передаточную функцию $F_{2,1}$, можно представить в виде

$$\begin{aligned} \text{Re}(F_{2,1}/U) = & \frac{B}{(m \cos((-\ln m)\omega))^2 + (\omega - m \sin((-\ln m)\omega))^2} \times \\ & \times [(1 - m + \text{Re } \Phi)m \cos((-\ln m)\omega) + \omega^2(1 - \\ & - m \sin((-\ln m)\omega))(2(1 - m) + \text{Im } \Phi/\omega)]. \end{aligned}$$

Имеет место неравенство, связывающее мнимую и действительную части Φ :

$$2 \text{Im } \Phi/\omega + \text{Re } \Phi = m^2 \sin((-\ln m)\omega)/\omega. \quad (7)$$

Из неравенства (5) следует соотношение

$$|\text{Re } \Phi| \leq (1 - m^2)/2. \quad (8)$$

Отсюда, используя (7), (8), получим

$$|\text{Im } \Phi|/\omega = (1 - m^2 + 2m(-\ln m))/4. \quad (9)$$

Из оценок (8), (9) вытекает, что при $0 \leq (-\ln m)\omega \leq \pi/2$ выполняется соотношение $\text{Re}(F_{2,1}/U) \geq 0$. Воспользовавшись (8), (9) и неравенствами

$$(\pi/2)^2(1 - m(-\ln m)) \geq 2m(\ln m)^2;$$

$$3(1 - m) - (1 - m^2) - m^2(-\ln m) \geq 0,$$

справедливыми для любых m из области (2), нетрудно показать, что $\text{Re}(F_{2,1}/U) \geq 0$ и при $(-\ln m)\omega \geq \pi/2$.

Аналогичным образом преобразуем в выражении (6) слагаемое, содержащее передаточную функцию $F_{2,2}$, к следующему виду:

$$\text{Re}(F_{2,2}/U) = D \frac{m(1 - m \cos((-\ln m)\omega) - m \sin((-\ln m)\omega)/\omega)}{(m \cos((-\ln m)\omega))^2 + (m \sin((-\ln m)\omega) - \omega)^2}. \quad (10)$$

Из выражения (10) с учетом неравенства $1 - m - m(-\ln m) \geq 0$, справедливого для любого m из интерва-

*Неравенство $P' > -m$ означает, что величина напора, обусловленного отрицательным градиентом скорости теплоносителя, не превосходит гидравлических потерь на входном и выходном участках канала.

ла $[0, 1]$, вытекает соотношение $\operatorname{Re}(F_{2,2}/U) \geq 0$.

Итак, при любых значениях параметров из области (2) образ правой полуплоскости $\operatorname{Re} s \geq 0$ при отображении \mathcal{P} целиком располагается в области $\operatorname{Re} \mathcal{P} > 0$ и поэтому не может охватывать начало координат. На основании принципа аргумента отсюда следует, что характеристическое уравнение (1) не имеет корней в правой полуплоскости $\operatorname{Re} s \geq 0$. Таким образом, в рамках интегральной модели сохранения количества движения стационарный режим канала с конденсирующимся несжимаемым теплоносителем в области практически реализуемых значений конструктивных и режимных параметров устойчив в малом.

Поясним, чем вызвано такое существенное различие в динамике конденсирующего и парогенерирующего каналов. Для этого проанализируем основные отличия характеристического уравнения (1) от характеристического уравнения парогенерирующего канала, вид которого хорошо известен (см., напр., [5]). Прежде всего заметим, что в обоих случаях имеется транспортное запаздывание теплоносителя, являющееся, как показано в работе [6], необходимым условием для возникновения теплогидравлической неустойчивости колебательного характера. Между тем, в качестве отличительной особенности конденсирующего канала следует отметить отсутствие в характеристическом уравнении (1) слагаемых, отражающих запаздывание теплоносителя на экономайзерном участке. Это связано с тем, что экономайзерный участок конденсирующего канала располагается на его выходе, а также с тем, что изменением удельного объема воды можно пренебречь. Передаточные функции на испарительном и перегревательном участках, которые были получены в [3] и используются в данной работе, по виду близки к соответствующим передаточным функциям для парогенерирующего канала. Однако главное отличие заключается в том, что параметр m , входящий в передаточные функции и играющий роль коэффициента усиления передачи возмущения с входа канала на его выход, в случае конденсирующего канала является величиной много меньшей единицы. Фактически для конденсатора m — это величина, обратная к соответствующему параметру парогенерирующего канала. Так как параметр m входит в качестве множителя к членам характеристического уравнения, отражающим запаздывание, то последние не оказывают определяющего влияния на расположение корней характеристического уравнения. Об этом свидетельствуют оценки, полученные выше. Таким образом, проведенный качественный анализ показывает, что несмотря на наличие транспортного запаздывания теплоносителя, в конденсирующем канале в рамках рассмотренной модели отсутствует вся необходимая для возникновения неустойчивости совокупность условий, которая имеет место в случае парогенерирующего канала.

Из результатов данной работы следует, что применение для изучения механизма неустойчивости конденсиру-

ющего канала традиционного подхода, развитого при исследовании устойчивости парогенерирующего канала, не приводит к желаемой цели. Иначе говоря, рассмотренная математическая модель конденсирующего канала с ее упрощающими предположениями не позволяет выявить механизм неустойчивости. В связи с этим возникает необходимость обсудить возможные причины неустойчивости стационарного режима, наблюдавшейся, например, в экспериментах [1, 2]. Пульсации расхода жидкости, имевшие место в эксперименте [1], обусловлены, как отмечается в этой работе, сжимаемостью и инерцией теплоносителя, то есть являются по своей природе низкочастотными акустическими колебаниями. Поддержание этих колебаний осуществляется за счет перехода тепловой энергии в механическую. Как следует из достаточных критериев устойчивости работ [1, 3], автоколебания возможны, если постоянные времени тепловых процессов в конденсаторе и акустических процессов в необогреваемых коммуникациях одного порядка или перепад давления на входном гидравлическом сопротивлении составляет примерно половину давления в контуре циркуляции. Перечисленные условия чаще всего выполняются для теплообменных аппаратов, используемых в криогенной технике. Для теплообменников, находящихся применение в ядерной энергетике, такие условия практически не реализуются. Следовательно, неустойчивость, наблюдавшаяся при параллельной работе нескольких СПП на один конденсаторосборник [2], не может быть объяснена рассмотренным выше механизмом. С целью объяснения противоречия теоретических выводов с неустойчивой работой СПП, наблюдающейся на практике, авторами работы [7] было высказано предположение, что механизм неустойчивости СПП обусловлен не только динамическими процессами в параллельных конденсирующих каналах СПП, но и также процессами в отводящих коммуникациях, включая сливной трубопровод, конденсаторосборник, систему отвода конденсата из конденсаторосборника. Именно изучение динамических процессов в отводящих коммуникациях становится в последнее время одним из основных направлений экспериментальных исследований СПП [8]. В целом задача выявления механизма неустойчивости СПП является предметом самостоятельного изучения.

Список литературы

1. Бхат Б., Ведекайнд Эл. Автоколебания расхода жидкости в двухфазных потоках // Теплопередача. 1980. Сер. С. Т. 102, № 4. С. 113 — 121.
2. Параллельная работа сепараторов пароперегревателей на четвертом блоке НВ АЭС/Л.Н. Артемов, В.Ф. Десятун, Б.Л. Крейдин и др. // Теплоэнергетика. 1977, № 12. С. 18 — 23.
3. Савихин О.Г. Теоретическое исследование устойчивости стационарного режима канала с конденсацией

теплоносителя//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1987. Вып. 2. С. 33 – 39.

4. Лелеев Н.С., Шмарин Л.Н. Пульсация массовой скорости теплоносителя в сепараторах-пароперегревателях//Изв. вузов СССР. Энергетика. 1973. № 11. С. 60 – 66.
5. Сабаев Е.Ф. Системы сравнения для нелинейных дифференциальных уравнений и их приложения в динамике реакторов. М.: Атомиздат, 1980.
6. Морозов И.И., Герлига В.А. Устойчивость кипящих аппаратов. М.: Атомиздат, 1969.
7. Будников В.И., Савихин О.Г. Теоретическое исследование

устойчивости расхода в канале с конденсирующимся паром//Двухфазный поток в энергетических машинах и аппаратах:Тез. докл. VII Всесоюз. конф./НПО ЦКТИ. Л. 1985. Т. 2. С. 177 – 178.

8. Условия работы модулей и труб отвода конденсата СПП-500-1 на Чернобыльской АЭС/В.Л. Мухачев, А.В. Некрасов, В.Ю. Пикус и др.//Энергомашиностроение. 1988. № 10. С. 38 – 41.

Статья поступила в редакцию
26 января 1989 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер.
Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 32 – 36.

УДК 621.039:534.1

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ВИБРАЦИЙ ПАРОПРОВОДА АЭС

Л.В. Смирнов, С.М. Каплунов, В.Ф. Овчинников, А.В. Яскеляин

С целью идентификации вибраций паропровода на АЭС с ВВЭР-1000 проводятся расчеты установившихся акустических колебаний в паровом тракте и вызываемых ими резонансных колебаний паропровода. Обсуждается возможность использования имеющихся моделей и алгоритмов при проектировании.

VIBRATION IDENTIFICATION IN THE NPP STEAM LINES. L.V. SMIRNOV, S.M. KAPLUNOV, V.F. OVCHINNIKOV, A.V. YASKELYAIN. To identify the WPR-1000 NPP steam line vibrations the calculations of the stationary acoustic vibrations in a steam circuit and the resulting resonance vibrations of steam lines are performed. The possibility to employ the current models and algorithms at the design stage are discussed.

Рост энергонапряженности оборудования ЯЭУ и снижение его металлоемкости сопровождается увеличением скорости движения теплоносителя, снижением жесткости взаимодействующих с потоком конструкций и, как следствие, повышением уровня вибраций. В первую очередь это относится к таким взаимодействующим с потоком конструкциям, как трубопроводы и теплообменные пучки. При создании виброндежного оборудования возникает два типа задач. Во-первых, необходимость оценки возможности возникновения опасных вибраций и принятия в связи с этим оптимальных конструкторских решений на стадии проектирования. И, во-вторых, задача идентификации опасных вибраций оборудования ЯЭУ во время пуско-наладочных работ или в процессе эксплуатации, проведения расчетов и принятия мер по снижению уровня вибрации. Далеко не всегда удается решение таких задач с помощью численного или модельного эксперимента, и обусловлено это сложностью гидродинамических процессов в теплоносителе. В связи с этим большое значение имеет расширение знаний о типичных механизмах возбуждения колебаний и совершенствование имеющихся методов расчета гидродинамических воздействий и параметров колебаний элементов конструкций. В тех же случаях, когда надежный расчет уровня колебаний невозможен, главным является умение предсказать границы областей геометрических и физических парамет-

ров, где велика вероятность возбуждения опасных колебаний. Расширение знаний механизмов возбуждения и возможностей расчетов и оценок происходит путем изучения случаев вибраций, встречающихся на практике. Результаты настоящего исследования, имеющие и самостоятельное значение, могут служить иллюстрацией этих положений.

1. Колебания паропровода АЭС, задача идентификации. При пуске с последующим подъемом мощности на одном из блоков с реактором ВВЭР-1000 зафиксированы колебания паропровода, идущего от одного из парогенераторов к турбине. Частота колебаний около 45 Гц, а амплитуда в точке измерения составила 0,2 мм, что соответствует виброускорению 1,5g. Проведенные измерения пульсаций давления пара показали, что в паропроводе имеют место акустические колебания той же частоты, четко выделяющиеся над уровнем шумов. С ростом мощности установки амплитуда вибраций и шум возрастали, поэтому уровень мощности был ограничен до внесения изменений в конструкцию. Краткое сообщение об этих колебаниях представлено в работе [1].

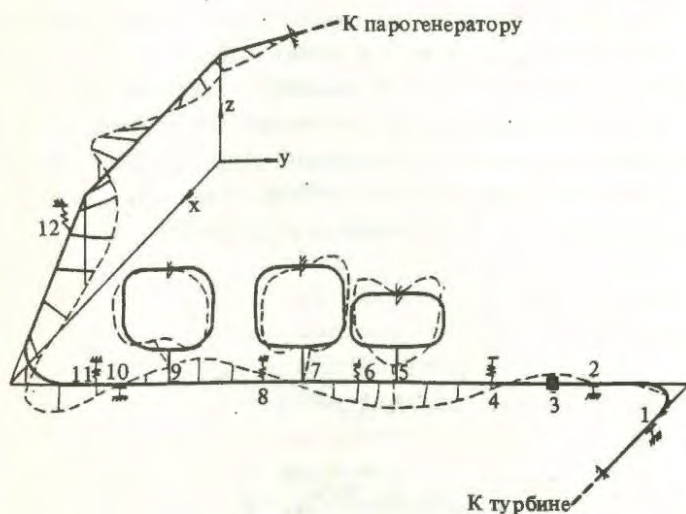
В связи с этим представляет интерес работа [2], где имеются данные по изучению и ликвидации колебаний паропровода установки, подобной ВВЭР-1000. Описанный случай очень похож на рассматриваемый в настоящей работе. На двух блоках водо-водяного реактора

мощностью 790 МВт из-за вибраций паропровода также был ограничен уровень мощности, и после тщательных измерений и физического моделирования решение проблемы было достигнуто специальным закреплением паропровода. Причиной было признано турбулентное и вихревое возбуждение акустических колебаний в паровом тракте и перекачка энергии этих колебаний в резонансные механические колебания паропровода. На результаты каких-либо расчетов авторы не ссылаются. В работе [1] основанное на изучении акустических колебаний решение проблемы найдено путем изменения кольцевых тупиковых отводов паропровода, в которых установлены предохранительные клапаны.

Задача, независимо решавшаяся авторами данной работы, состояла в следующем: 1) установить причину колебаний и построить математическую модель, отражающую все качественные и количественные особенности протекающих процессов; 2) разработать расчетную методику, позволяющую проводить оперативную оценку влияния вносимых в конструкцию изменений на ее вибрационные характеристики. При идентификации наблюдавшегося явления были использованы некоторые материалы проекта установки и данные по конкретной компоновке паропровода на блоке.

В настоящее время сложились общие представления о физике процессов возбуждения колебаний трубопроводов и имеются необходимые теоретические основы подхода к решению подобных задач [3, 4]. Этот подход предусматривает расчет частот и форм свободных акустических колебаний в движущейся по трубопроводу среде и свободных колебаний самого трубопровода, а также изучение взаимодействия этих колебаний.

2. Геометрия и основные параметры паропровода. Рассматриваемый участок паропровода, схематически изображенный на рисунке, имеет сложную пространственную конфигурацию с промежуточными опорами и особенностями в виде элементов арматуры, рассматриваемых как



Геометрия паропровода и форма его свободных колебаний на частоте 44,3 Гц

сосредоточенные массы, и трех ответвлений с кольцевыми участками, концы участка жестко заделаны. В сечениях 1, 2, 10 имеются скользящие опоры, препятствующие вертикальному смещению, а в сечениях 4, 6, 8, 11, 12 трубопровод подвешен на пружинах. Общая длина трубопровода между концевыми опорами около 45 м. В сечениях 5, 7, 9 с основной частью паропровода соединяются кольцевые отводы, в жестко закрепленном верхнем сечении каждого из которых установлены соответственно два предохранительных клапана и клапан сброса. Трубопровод стальной и снаружи покрыт теплоизоляцией. Внутри движется водяной пар, имеющий стационарную скорость $V_0 = 50$ м/с и давление $P_0 = 6 \cdot 10^6$ Па. При этих параметрах скорость звука в паре $c = 520$ м/с.

3. Расчет свободных акустических колебаний в паропровode. Математическая модель пульсаций давления и скорости пара для каждого участка паропровода представляет собой систему одномерных волновых уравнений с учетом потерь на трение [5]:

$$\frac{\partial p}{\partial s} = -\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} - i(v); \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{c^2}{g} \frac{\partial v}{\partial s},$$

где p, v — отклонения давления и скорости от стационарных значений (P_0 и V_0); s — продольная координата; t — время; $i(v)$ — гидравлический уклон, характеризующий потери на трение при малых v :

$$i(v) = \begin{cases} \frac{32\nu}{gd^2} v & \text{при } Re \leq 2 \cdot 10^3 \\ & \text{(ламинарная вязкость);} \\ \lambda \frac{V_0}{gd} v & \text{при } Re > 2 \cdot 10^3 \\ & \text{(турбулентная вязкость).} \end{cases} \quad (2)$$

Здесь ν — кинематическая вязкость пара; d — диаметр трубопровода; λ — коэффициент гидравлического трения.

Потери на трение линейно зависят от скорости v и в основном паропровode, где $V_0 \neq 0$, они на несколько порядков превышают потери в тупиках, где реализуется механизм ламинарной вязкости. Формула (2) соответствует квазистационарному плоскому течению и в случае гармонических колебаний пригодна только для грубых сравнительных оценок (см. ниже). В узловых точках, то есть в местах подключения отводов и кольцевых участков, приняты равенство давлений и условие неразрывности потока на границах образующих узлов труб. При расчетах рассматривался весь паропровод от парогенератора до турбины, имеющий длину 135 м, то есть учитывались и участки, обозначенные на рисунке пунктиром. Решалась проблема собственных значений, соответствующая системе уравнений вида (1) для всех неразветвленных участков паропровода вместе с условиями в узлах и крайевыми условиями на выходе из парогенератора и перед

Частоты свободных акустических колебаний (f_k) и значения логарифмических декрементов колебаний (θ_k)

k	8	9	10	...	21	...	23	...	29	30	31	...
f_k , Гц	12,7	13,6	14,8	...	32,3	...	34	...	43,5	43,7	44,9	...
θ_k	0,045	0,0075	0,041	...	10^{-5}	...	$9 \cdot 10^{-5}$...	0,015	0,0048	0,014	...

турбиной. Постановка этих последних условий затруднительна, поэтому расчеты проводились для разных случаев, когда на каждом из концов фиксировалось либо давление (P), либо скорость (V). Изю всех результатов расчетов были выделены характерные частоты и соответственно формы свободных колебаний, которые практически не зависят от вида краевых условий. Некоторые результаты расчета приведены в таблице.

Всего в диапазоне $0 \div 50$ Гц обнаружено 34 частоты свободных колебаний. Характерным (см. выше) частотам соответствуют и относительно низкие потери. При свободных колебаниях по соответствующим формам значительные изменения давления и скорости имеют место главным образом в отводах и довольно малы в основном паропроводе. Потери в этом случае определяются в основном механизмом ламинарной вязкости. Частоты и формы этих колебаний определяются отводами, и их приближенный расчет может быть выполнен, если рассмотреть свободные колебания в отдельно взятом отводе с фиксированным давлением на входе. Для грубой оценки исключим из рассмотрения относительно короткий участок между основным паропроводом и кольцевой частью отвода. При свободных колебаниях на длине кольца укладывается целое число полуволи давления: $f_k = c/\lambda_k = ck/2l$, $k = 1, 2, \dots$, где λ_k — длина стоячей волны; l — длина кольца. Длина каждого из колец первых двух отводов равна 18 м, т.е. получаем $\lambda_1 = 36$ м; $f_1 = 14,5$ Гц; $\lambda_2 = 18$ м; $f_2 = 29$ Гц; $\lambda_3 = 12$ м; $f_3 = 44$ Гц; ... Эти результаты удовлетворительно совпадают с полученными при численном решении по более точной модели (см. данные для форм 9, 21, 23, 30 в таблице). Численное решение показывает, что амплитуды этих форм свободных колебаний по крайней мере на порядок выше, чем вне отводов. Для форм 9 и 30 на длине кольца в соответствии с точным решением и приближенной оценкой укладываются соответственно половина и полторы длины волны. Для свободных колебаний по формам 21 и 23 на длине кольца укладывается примерно целая длина волны, и в процессе колебаний происходит перераспределение пара в кольце без обмена веществом с основной частью паропровода.

4. Расчет частот и форм свободных колебаний трубопровода. Рассматриваемый трубопровод совершает связанные изгибно-крутильные колебания. При анализе этих колебаний воспользуемся одномерными уравнениями движения криволинейного трубопровода [6], которые могут быть представлены в виде

$$A\ddot{u}(s, t) + B\dot{u}(s, t) + C\bar{u}(s, t) = \bar{F}(s, t). \quad (3)$$

Здесь \bar{u} — вектор линейных смещений точек оси трубопровода; A, B, C — линейные дифференциальные операторы инерции, потерь и жесткости; $\bar{F}(s, t)$ — вектор приложенных сил. Учтены параметры исходного напряженно-деформированного состояния, обусловленного давлением (P_0) и скоростью (V_0) среды, силой тяжести, температурными деформациями. Порядок системы уравнений (3) по координате s двенадцатый.

Расчет свободных колебаний проводился при жесткой заделке концов трубы и для $\bar{F}(s, t) = 0$. В диапазоне $0 \div 50$ Гц было обнаружено 15 собственных частот и среди них частоты 13 и 44,3 Гц, которые и представляют основной интерес. На рисунке приведена форма колебаний, соответствующая частота 44,3 Гц.

5. Вынужденные колебания трубопровода, вызванные пульсациями внутреннего давления. Из сопоставления спектров собственных акустических и механических колебаний трубопровода следует, что вблизи частот 13 и 44 Гц имеются наиболее благоприятные условия возбуждения резонансных колебаний конструкции. В уравнении (3) влияние переменных составляющих скорости и давления учитывает слагаемое \bar{F} , для которого справедливо выражение

$$\bar{F}(s, t) \approx -\bar{K}_0(s)[Sp(s, t) + 2mV_0v(s, t)], \quad (4)$$

где $\bar{K}_0(s) = d\bar{\tau}_0/ds$ — вектор кривизны оси трубопровода (производная от вектора касательной к оси); S — площадь внутреннего сечения трубопровода; $m = \rho S$ — масса жидкости на единицу длины.

Для акустических колебаний переменная распределенная сила (4) в силу малости пульсаций скорости $v(s, t)$ определяется в основном пульсациями давления $p(s, t)$ и кривизной оси трубы $\bar{K}_0(s)$. При совпадении или близости частоты пульсаций к собственной частоте колебаний паропровода возможно резонансное возбуждение механических колебаний. Для анализа воспользуемся процедурой метода Бубнова—Галеркина, сохранив в разложении решения только резонансную форму $\bar{u}_p(s)$:

$$\bar{u} = \bar{u}_p(s)\varphi(t); \quad (5)$$

$$\ddot{\varphi} + 2h\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = -\frac{S}{M_0} \int_{(L)} \bar{u}_p(s)\bar{K}_0(s)p(s, t)ds = D \sin \Omega t;$$

где

$$M_0 = \int_{(L)} \bar{u}_p A \bar{u}_p ds; \quad 2h = \frac{1}{M_0} \int_{(L)} u_p B u_p ds$$

— эквивалентная масса и затухание при колебаниях паропровода по резонансной форме с частотой ω_0 ; $p(s, t) =$

$= p_p(s) \sin \Omega t$, $p_p(s)$ – распределение давления в акустической форме колебаний с частотой Ω (интегрирование ведется по всей длине рассматриваемого участка паропровода, включая тупиковые отводы).

Анализ выражения (5) показывает, что амплитуда силы (D) тем больше, чем больше амплитуда колебаний давления на участках большой кривизны. Для выделенных выше форм акустических колебаний с низким уровнем затухания основной вклад в выражение дают интегралы в пределах отводов. Отметим, что при $D = 0$ сила $\vec{F}(s, t)$ ортогональна к соответствующей форме $\vec{u}_p(s)$ и резонансные колебания не возникают.

Приведенная в разделе 3 модель и основанный на ней численный расчет дают возможность по известной амплитуде колебаний давления в каком-либо сечении паропровода (например, из натурных измерений) восстановить форму колебаний давления $p_p(s)$. При известном уровне потерь (h) с использованием (5) можно оценить амплитуду колебаний трубопровода φ_{\max} и найти максимумы циклических напряжений и виброускорений. Проведен анализ резонансных колебаний паропровода на частоте вблизи 44 Гц при максимальной амплитуде пульсаций давления порядка 10^5 Па и логарифмическом декременте колебаний трубы $\theta = \pi h / \omega_0 = 0,1$. Получено, что максимальные отклонения достигаются вблизи сечения 12 и равны $0,27 \cdot 10^{-3}$ м (виброускорение в этом сечении $2,1g$), а максимум циклического напряжения в наиболее нагруженном сечении достигает величины $6,3 \cdot 10^6$ Па.

6. Физические механизмы возбуждения акустических колебаний в паропроводе. Для получения полной картины рассматриваемого явления требуется ответ на вопрос о причине возбуждения акустических колебаний. В работе [3] ответ на этот вопрос был получен на основании специальных измерений. Подобной информацией авторы не располагают, поэтому только перечислим основные физические механизмы нарушения термогидроакустической устойчивости [7], которые могут иметь место в рассматриваемом случае.

При рассмотрении указанных механизмов возбуждения представляется важным обстоятельством возможность обмена веществом и энергией между паром в отводе, являющимся резонатором, и потоком пара в основной части паропровода. Поэтому возбуждение кольцевых форм 21 и 23 (см. таблицу) маловероятно.

Первым из интересующих нас механизмов возбуждения является "свисток" [8]. Каждый отвод представляет собой резонатор и движение пара мимо его открытого конца может возбудить звук по одной из собственных форм резонатора. Возбуждение автоколебаний столба пара в отводе происходит за счет кинетической энергии потока в паропроводе. Оценка инкремента колебаний затруднительна и едва ли может дать полезный для практики результат. Ясно только, что эти колебания проявляются с ростом скорости пара (то есть мощности установки). Должны возбуждаться колебания на частотах около 13 и 44 Гц.

Другим из механизмов является так называемый эффект Зондхауса. В этом случае возбуждение колебаний пара в резонаторе происходит из-за разности температур потока пара и конструкций в верхней части отвода. Возникает пульсирующая передача тепла от потока пара через конструкции в окружающее пространство. Поступивший из паропровода и остывший в отводе пар в другой фазе колебаний выходит в паропровод и уносится потоком. Похожее явление описано еще Релеем [9].

В работе [2] показано, что источником акустических колебаний является вихревой отрыв, когда возникающие пульсации давления могут возбудить резонансные акустические колебания в паровом тракте. При вихревом отрыве частота схода вихрей на какой-либо неоднородности типа клапана растет с ростом скорости потока и последовательно возбуждает резонансные колебания на различных формах. Наиболее опасно возбуждение форм с низким декрементом колебаний. В случае, описанном в [2], у паропровода не было тупиковых отводов, но имел место мощный источник колебаний, и генерируемой им колебательной энергии оказалось достаточно для компенсации довольно значительных потерь на трение.

Имеются и другие физические механизмы возбуждения: кавитационные явления в питательном насосе, колебания в турбине или в парогенераторе и т.д. Не исключено и одновременное действие нескольких источников.

7. Меры по предотвращению опасных колебаний паропровода. Полученные выше результаты дают представление о процессе и основных особенностях возбуждения колебаний паропровода, а также об имеющихся математических моделях, методах расчета и анализа получаемых расчетных и экспериментальных данных. Однако при анализе условий возбуждения в проектируемых и действующих ЯЭУ использование этих результатов в полном объеме сопряжено со значительными трудностями, обусловленными отсутствием информации об источниках пульсаций давления. В этих условиях можно построить методику, позволяющую проверить выполнение только необходимых условий возникновения рассматриваемого типа колебаний паропровода.

Первым является условие совпадения частот собственных акустических колебаний заполняющей трубопровод среды и частот механических колебаний трубопровода. При этом особое внимание следует обратить на слабо демпфированные формы акустических колебаний, когда для возбуждения достаточен источник небольшой мощности. Проведенное в предыдущем разделе обсуждение механизмов возбуждения в первую очередь относится к этим формам. Указанное в работе [1] значительное снижение уровня вибраций паропровода достигнуто за счет такого изменения геометрии, которое заметно сдвигает частоты слабо демпфированных форм акустических колебаний и слабо влияет на собственные частоты механических колебаний.

Второе условие состоит в эффективности взаимодей-

ствия акустических и механических форм, то есть в неортогональности соответствующих форм колебаний. Только в этом случае возможна перекачка энергии акустических колебаний в механические. Косвенным свидетельством справедливости такого утверждения является отсутствие заметных колебаний паропровода на частоте около 14 Гц.

Указанные необходимые условия следует рассматривать как условия повышения риска возбуждения опасных колебаний паропроводов. Мероприятия по уменьшению указанного риска в итоге сводятся к выяснению целенаправленных и приемлемых изменений конструкции паропровода (например, в расстановку промежуточных опор [2]) и проведению указанных выше расчетов для нового варианта конструкции. Алгоритмы расчета свободных акустических и механических колебаний достаточно просты и не требуют большого машинного времени. Это позволяет включить их в систему автоматизированного проектирования с целью оперативного просмотра вариантов и выбора наиболее приемлемого.

Таким образом, рассмотрены причины и качественные особенности наблюдавшихся на одном из блоков в ВВЭР-1000 опасных колебаний паропровода. Схематически возбуждение этих колебаний выглядит следующим образом. За счет энергии движущегося пара возбуждаются акустические колебания в паровом тракте на одной из его собственных форм, а взаимодействие этих колебаний с механическими колебаниями паропровода при близости собственных частот приводит к возбуждению последних. В работе перечислены и частично обсуждены основные возможные в рассматриваемом случае физические механизмы, управляющие подводом энергии парового потока и позволяющие за счет этой энергии поддерживать значительный уровень колебаний. Кроме того, рассмотрен также вопрос о методиках оценки возможности возбуждения такого типа колебаний при проектировании.

Изучение физики протекающих процессов, разработка и включение в инженерную практику методики расчета позволит также проводить на работающих установках оперативную идентификацию подобных колебаний и обеспечит принятие оптимальных мер. Для этого можно использовать имеющиеся модели и алгоритмы.

Список литературы

1. Самарин А.А. и др. Устранение вибрации паропроводов//Энергетик. 1988, № 5. С. 14 – 16.
2. Hartlen R.T., Jaster W. Main steam piping vibration driven by flow-acoustic excitation. Sump. Flow-induced vibrat. Karlsruhe. Prepr. 1, Ses. A–B, Karlsruhe. 1979. P. 57 – 71.
3. Овчинников В.Ф., Смирнов Л.В. Колебания трубопроводов с нестационарным потоком жидкости//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1985. Вып. 2. С. 3 – 11.
4. Фролов К.В. и др. Вибропрочность главных циркуляционных трубопроводов АЭС//Проблемы прочности. 1985, № 10. С. 3 – 12.
5. Аронович Г.В., Картвелишвили Н.А., Любимцев Я.К. Гидравлический удар и уравнивательные резервуары. М.: Наука, 1968.
6. Овчинников В.Ф., Смирнов Л.В. Уравнения малых колебаний пространственного трубопровода с текущей жидкостью//Прикладные проблемы прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб./Горьк. ун-т. 1977. Вып. 7. С. 77 – 84.
7. Артамонов К.И. Термогидроакустическая устойчивость. М.: Машиностроение, 1982.
8. Андронов А.А., Фабрикант А.Л. Затухание Ландау, ветровые волны и свисток//Нелинейные волны. М., Наука, 1979. С. 68 – 104.
9. Стретт Дж.В. (лорд Рэлей), Теория звука. Т. II. М.: ГИТТЛ, 1955.

Статья поступила в редакцию
12 июля 1988 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер.
Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 36 – 40.

УДК 681.518:621.039.58

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ
СИСТЕМЫ ОПЕРАТИВНОГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ЯЭУ:
СОСТАВ И СТРУКТУРА

Н.А. Бабкин, О.Н. Калишев

Рассматриваются основные принципы создания программного обеспечения, которое реализует методику диагностирования, основанную на использовании качественных динамических характеристик аномальных процессов. Структура программного обеспечения разработана с учетом принципов самоорганизации и специфики ЯЭУ.

A NUCLEAR POWER FACILITY EFFICIENT DIAGNOSTICS SYSTEM SOFTWARE DEVELOPMENT: STRUCTURE AND COMPOSITION. N.A. BABKIN, O.N. KALISHEV. The basic principles to develop the software realizing the diagnostics procedure based on the usage of qualitative dynamical properties of the abnormal processes are discussed. The software structure is developed taking into account the self-organization principles and specific character of nuclear power facilities.

Требования повышения безопасности, надежности и эффективности работы ЯЭУ, а также сокращения времени идентификации неисправностей и предсказания тенденций их развития неразрывно связаны с необходимостью создания высокоавтоматизированных систем оперативного диагностирования (СОД), основной частью которых является диагностическое программное обеспечение (ПО) [1].

Оперативное диагностирование предполагает решение следующих взаимосвязанных задач:

- выявление и коррекция недостоверных показаний информационно-измерительных каналов (ИИК);
- обнаружение аномалий в работе объекта диагностирования (ОД) на начальном этапе их развития;
- идентификация неисправностей ОД;
- прогноз развития аномалий и (или) интегральная оценка состояния ОД.

Кроме внутренней сложности задач диагностирования, создание ПО СОД для ЯЭУ затрудняют следующие основные причины:

- сложность конструкции как ОД в целом, так и основных его элементов и узлов;
- взаимосвязь большинства физических процессов, протекающих в объекте;
- большой поток первичной измерительной информации;
- ограниченность априорных знаний о возможных неисправностях объекта;
- зависимость конкретной реализации дефекта от его размера и режима работы ОД;

– ограничения на вычислительные ресурсы и время распознавания первопричины аномальности состояния объекта;

- повышенные требования к надежности результатов анализа и системы диагностирования в целом;
- малоактивное участие или отсутствие (для ЯЭУ специального назначения) человека – оператора.

Указанные причины влияют на весь процесс создания ПО, начиная от методических разработок и кончая реализацией отдельных алгоритмов и организацией их взаимодействия. Практически это проявляется в том, что каждый из используемых алгоритмов и ПО в целом должны удовлетворять следующим адаптационным требованиям:

- быть устойчивыми к случайным возмущениям контролируемых параметров ОД;
- не зависеть от начальных условий возникновения аномалий (режима работы ЯЭУ, времени появления дефекта по отношению к началу режима и т.д.);
- не зависеть от типа и размера неисправностей;
- обрабатывать неполную или частично искаженную информацию.

Кроме того, ПО СОД должно быть как можно более унифицированным, простым и открытым для включения новых и модификации имеющихся диагностических и иных подпрограмм.

Предлагаемое ПО СОД состоит из двух частей: сервисной (вспомогательной) и диагностической.

Сервисная часть ПО обеспечивает стыковку тех-

нических средств СОД с контрольно-измерительной аппаратурой объекта и осуществляет отображение цифровой, графической и текстовой информации на дисплеях и мнемосхемах, запись этой информации на магнитные и бумажные носители, просмотр всей или части оперативной (текущей) или архивной информации по запросу оператора и т.п. По составу и структуре сервисная подсистема существенно зависит от технических средств СОД и объекта и представляет собой совокупность в большинстве своем стандартных и функционально слабо связанных друг с другом подпрограмм, наполнение которых (входы) определяются в основном результатами работы (выходами) диагностических подпрограмм.

Диагностическая часть ПО осуществляет подстройку под текущее нормальное состояние ОД и реализует методику оперативного диагностирования ЯЭУ, изложенную в работах [2 — 7]. В процессе функционирования установки распознавание возникшей неисправности осуществляется путем сопоставления оперативной диагностической информации (ДИ), выявляемой по мере развития аномальной ситуации при помощи штатной системы датчиков, с эталонной информацией (ЭИ), которая является результатом предварительного анализа аномальных переходных процессов, полученных по математическим моделям ОД и (или) при проведении натуральных экспериментов. Используемые при диагностировании особенности аномальных процессов проявляются в начальный период развития неисправностей, слабо или однозначно зависят от размера дефектов, шумов в системе, неадекватности моделей и воздействия нормально работающих регулирующих устройств, а также легко и быстро выделяются из текущей информации. Кроме того, большая часть особенностей обладает внутренней структурой, а ЭИ создается с определенным уровнем информационной избыточности (каждой неисправности ставится в соответствие несколько характерных особенностей). Все это позволяет даже в условиях частичного несоответствия ЭИ и ДИ распознать аномальную ситуацию с минимальной (допустимой) ошибкой и способствует выявлению датчиков с недостоверными показаниями.

Имеется ряд разработок, в которых также используются динамические характеристики аномальных процессов. Например, в работе [8] реализуется метод причинно-следственных моделей (ПСМ), которые определяют логические связи между событиями и состояниями, характеризующими возникновение неисправностей; в работе [9] в качестве отличительных особенностей используются направление, скорость и характер изменения переменных; причем наиболее чувствительные к каждой конкретной неисправности параметры и тип их поведения указываются экспертами; в работе [10] предлагается исследовательская система, которая реализует статистический (регрессионный) анализ экспериментальных дан-

ных, не связанных с работой в реальном времени. Однако системы на основе ПСМ обладают недостатком — разветвленностью дерева состояний и ориентацией на априорную последовательность событий, которая реально может и не реализоваться; реализация же полномасштабной экспертной системы для ЯЭУ в ближайшие годы проблематична [1] и, по-видимому, может дать хороший эффект лишь в сочетании с простыми и легко формализуемыми методами диагностирования.

Предлагаемые в работе состав и структура ПО СОД предполагают наличие подпрограмм, осуществляющих:

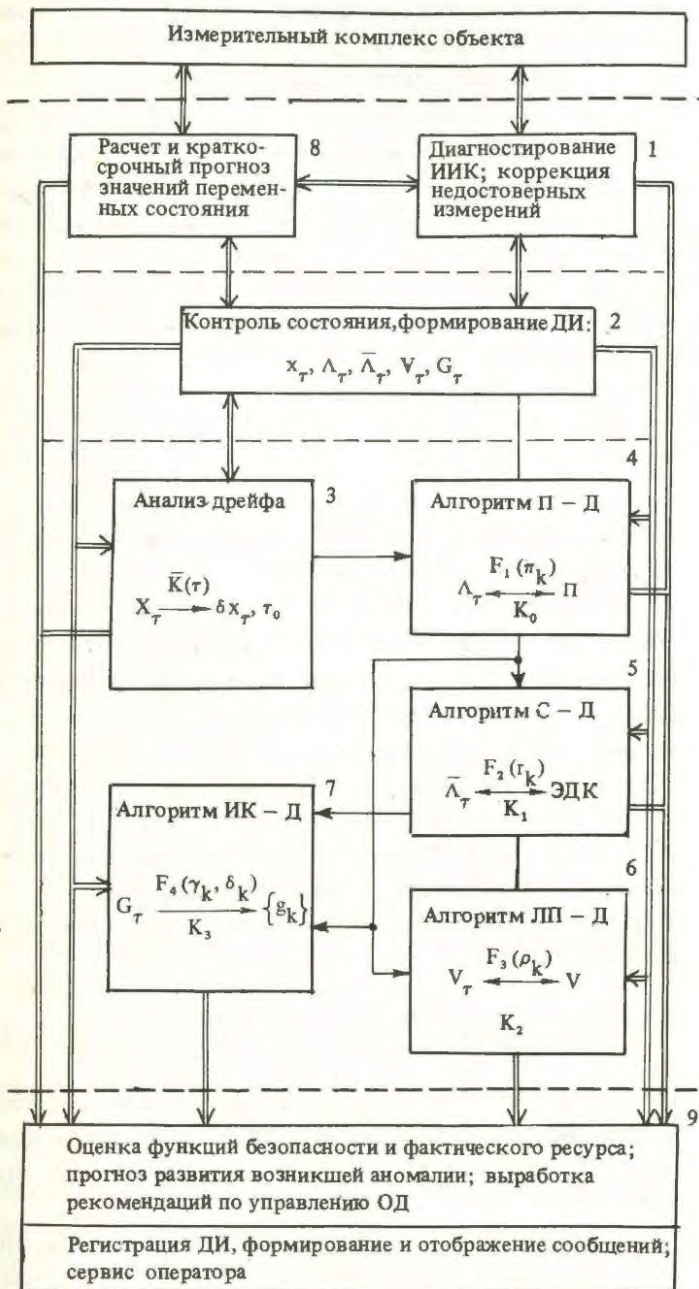
- диагностирование ИИК, коррекцию и фильтрацию недостоверных показаний;
- анализ тенденций изменения параметров ОД (анализ дрейфа (тренда) и краткосрочный прогноз поведения измеряемых переменных состояния);
- обнаружение факта аномальности состояния ОД (анализ характера дрейфа и допусковый контроль относительных отклонений измеряемых переменных);
- формирование ДИ (выделение характерных особенностей аномального процесса);
- анализ аномальной ситуации (распознавание, идентификация и локализация неисправности путем сопоставления ДИ и ЭИ при помощи наиболее компетентных решающих правил (РП));
- интегральную оценку состояния установки (прогноз развития и последствий возникшей аномалии, предсказание возможных неисправностей и их причин);
- расчет технологических параметров ОД.

Представленная на рисунке функционально-информационная структура ПО обеспечивает рациональную организацию процесса диагностирования благодаря подстройке под текущие (нормальные) рабочие значения измеряемых параметров, выявлению и анализу только аномальных отклонений переменных состояния и автоматическому управлению работой подпрограмм в зависимости от реализовавшихся (проявивших себя к данному моменту) особенностей диагностируемого процесса.

Каждый из указанных на схеме ПО блоков соответствует одной или нескольким, но работающим как единое целое подпрограммам. Рассмотрим предложенную структуру и все ее блоки более подробно.

Блок 1 осуществляет контроль достоверности первичной информации, поступающей от измерительного комплекса объекта. Подпрограммы блока реализуют методы допускового контроля и последовательного вероятностного анализа [11], которые опираются на имеющуюся аппаратную и аналитическую (расчетную) избыточность информации и обнаруживают ошибочные показания ИИК, определяют причины и рассчитывают характеристики аномальных погрешностей, корректируют недостоверные измерения.

Подпрограммы блока 2 осуществляют подстройку под текущие (реальные) рабочие значения параметров ОД и выделение на этой основе только аномальных от-



Функционально-информационная структура ПО СОД

клонений измеряемых переменных, формирование диагностической информации, а также обнаружение аномальности состояния ЯЭУ.

Для анализа состояния ЯЭУ формируется вектор относительных отклонений $X_\tau = \{x_i(\tau)\}$, $i \in I = \{1, \dots, p\}$, каждый элемент которого определяется выражением

$$x_i(\tau) = (P_i(\tau) - P_i^0)/P_i^0 + \delta x_i(\tau),$$

где τ — номер опроса ИИК; P_i^0 , $P_i(\tau)$ — опорное и измеренное значения i -й переменной соответственно; $\delta x_i(\tau) \in \delta X_\tau$ — корректирующая поправка, величина которой зависит от режима работы ЯЭУ.

На квазистационарном режиме коррекция точек отсчета производится по результатам анализа дрейфа переменных $x_i(\tau)$, $i \in I$, который осуществляется в блоке 3. Тренд i -й переменной контролируется с помощью следя-

щего контрольного сигнала $\bar{K}_i(\tau)$ [12], который в данном случае характеризует меру рассогласования между предполагаемой точкой отсчета (нулевым средним) и реальными значениями $x_i(\tau)$ и определяется соотношением

$$\bar{K}_i(\tau) = \frac{\hat{x}_i(\tau)}{\tilde{x}_i(\tau)} = \frac{(1 - \alpha)\hat{x}_i(\tau - 1) + \alpha x_i(\tau)}{(1 - \alpha)\tilde{x}_i(\tau - 1) + \alpha |x_i(\tau)|}, \quad i \in I, \quad (1)$$

где $\hat{x}_i(\tau)$, $\tilde{x}_i(\tau)$ — сглаженное и сглаженное абсолютное значения $x_i(\tau)$; $0 < \alpha < 1$ — постоянная сглаживания. При выходе контрольного сигнала (1) за пределы некоторого доверительного интервала, т.е. при $|\bar{K}_i(\tau)| > \varepsilon_i$, фиксируется наличие смещения i -й переменной и происходит изменение корректирующей поправки δx_i на величину $\varepsilon_i \text{sign}(\bar{K}_i(\tau))$, где ε_i — среднее значение отклонения переменной $x_i(\tau)$, вызванное наличием технологического шума (о выборе начальных значений \hat{x}_i , \tilde{x}_i и параметров α , ε_i см [11, 12]).

О характере дрейфа будем судить по частоте внесения корректирующих поправок на промежутке времени T_0 , соразмерном со средней длительностью нештатных переходных процессов в ОД. Текущее состояние ЯЭУ считается аномальным, если дрейф носит экспоненциальный характер, т.е. коррекция, последовательно осуществляемая для какой-либо переменной в моменты времени τ_0, τ_1, τ_2 , происходит в одном направлении и выполняется условие

$$\tau_2 - \tau_1 \leq \tau_1 - \tau_0 < T_0. \quad (2)$$

В этом случае точкой отсчета для всех переменных считается номинальный уровень, соответствующий моменту времени $\tau_0 - 1$, а с момента τ_2 начинается диагностический анализ возникшей ситуации.

Если условие (2) не выполняется, то по мере накопления информации осуществляется диагностический анализ суммарных сдвигов переменных $x_i(\tau)$ от их исходных значений, т.е. анализируется вектор δX_τ .

Частое внесение корректирующей добавки ε_i разных знаков свидетельствует о ее завышенном значении.

При внезапном появлении неисправности, когда условие (2) не успевает реализоваться, состояние ЯЭУ будем считать аномальным, если хотя бы для одной переменной $x_i(\tau)$ выполняется неравенство

$$|\bar{x}_i(\tau)| > U_i, \quad i \in I, \quad (3)$$

где $\bar{x}_i(\tau)$ — усредненное (например, по трем точкам) значение i -й переменной; $U_i = \varepsilon_i + R$ и R — возможное рассогласование между значениями переменных, вызванное дрейфом неконтролируемых теплофизических параметров, неточностью определения точек отсчета для вычисления $x_i(\tau)$ и момента возникновения неполадки, а при использовании модельной информации для построения эталонов — из-за неточности моделирования динамики энергоустановки.

Корректирующие поправки на штатных переходных

режимах определяются по результатам расчета в темпе с процессом имитационной модели нормально функционирующей установки (блок 8). Обнаружение аномальности состояния в этом случае осуществляется с помощью неравенств (3) и (или) алгебраических инвариантов переходного режима [13], которые не зависят от входных параметров объекта. Однако поиск таких инвариантов затруднен и носит эвристический характер.

К формируемой подпрограммами блока 2 диагностической информации, кроме вектора отклонений X_τ , относятся:

– диагностический комплекс (ДК) – совокупность $\lambda_\tau = \{i_\nu : |\bar{x}_i(\tau)| > U_i, i = |i_\nu|, \nu = \overline{1, m}\}$, где i_ν – элементарный признак, фиксирующий на интервале времени $(1, \tau)$ факт выхода величины $\bar{x}_i(\tau)$, $i = |i_\nu|$ за верхний ($i_\nu > 0$) или нижний ($i_\nu < 0$) предел диагностического интервала $(-U_i, U_i)$, причем если число появившихся элементарных признаков больше m , то в ДК включаются те из них, которые соответствуют переменным с наибольшими относительными отклонениями;

– структурированный ДК (ДК-С) – $\bar{\Lambda}_\tau = \{\Lambda_\tau, Z_\tau\}$, где $Z_\tau = \{z_\nu\}$ – вектор значимости, который отображает особенности пространственно-временного распределения значений $\{\bar{x}_i(\tau) : i = |i_\nu|\}$ на начальном этапе развития аномалии и каждый элемент которого (z_ν) представляет собой показатель значимости ν -го признака из Λ_τ и определяется по правилу, изложенному в [6];

– лингвистический ДК (ДК-Л) – $\bar{V}_\tau = \{\Lambda_\tau, V_\tau\}$, где $V_\tau = \{v_\nu\}$ – совокупность лингвистических признаков v_ν , представляющих собой код одной из таких характеристик поведения переменной x_i , $i = |i_\nu|$ как принадлежность абсолютного значения или скорости изменения переменной заданному интервалу, быстрая стабилизация на новом стационарном уровне, наличие локального экстремума, превышение величиной $|x_{|i_\nu|} / x_{|i_{\nu+1}|}$ заданного предела и т.д.;

– интегральный ДК (ДК-И) – $g_k = \{x_i(\tau)\}$ – интегральная оценка малых изменений переменных состояния, которая при наличии k -й неисправности, начиная с некоторого момента времени, принимает наибольшее значение среди всех других ДК-И из совокупности

$$G_\tau = \{g_q : q \in \mathcal{X} \text{ \& } q \neq k\},$$

где $\mathcal{X} = \{1, \dots, N\}$ – множество номеров возможных (ожидаемых) неисправностей (способы построения функционалов g_k приведены в [6]).

Формирование диагностических комплексов, каждый из которых является инвариантом системы по отношению к определенным свойствам аномального процесса, начинается сразу после обнаружения аномальности состояния (выполнения хотя бы одного из неравенств (2) или (3)) по правилам, не зависящим от характера развития аномалии и режима работы ЯЭУ.

В блоке 4 реализуется алгоритм "признак – дефект" (П–Д), который осуществляет распознавание возникшей

аномальной ситуации по факту присутствия наиболее информативных признаков в эталонном описании (образе) неисправности. Распознавание производится путем сопоставления сформированного к данному моменту ДК с ЭИ, хранящейся в библиотеке эталонной информации (БЭИ) в виде матрицы $\pi(i_\mu \rightarrow k)$, в которой каждому признаку i_μ , $\mu = \overline{1, 2p}$ ставится в соответствие подмножество номеров тех неисправностей, по отношению к которым данный признак является одним из наиболее чувствительных. Решающее правило алгоритма П–Д можно представить в виде

$$\min_{k \in \mathcal{X}} \left\{ \max_{q \in \mathcal{X}} \pi_q - \pi_k \right\} \rightarrow k \in K_0, \quad (4)$$

где π_k – количество признаков из Λ_τ , которые в соответствии с матрицей Π отнесены к наиболее чувствительным по отношению к k -й неисправности.

Подпрограмма блока 5, реализующая алгоритм "структура – дефект" (С–Д), осуществляет распознавание аномалии путем сравнения значимости признаков в ДК-С и в эталонных структурированных ДК (ЭДК), хранящихся в БЭИ в виде матрицы ЭДК ($k \rightarrow \{i_\mu\}$), которая каждой неисправности ставит в соответствие одну или несколько упорядоченных цепочек (столбцов) $\Lambda_m^k = \{i_\mu\}$, $\mu = \overline{1, m}$ элементарных признаков, где индекс μ является как номером строки, так и показателем значимости признака, т.е. $z_\mu \equiv \mu$. Решающее правило алгоритма С–Д имеет вид

$$\min_{k \in K} \left\{ r_k - \min_{q \in K} r_q \right\} \rightarrow k \in K_1, \quad (5)$$

где K в зависимости от конкретной ситуации равно либо K , либо K_0 , а r_k – коэффициент рассогласования между $\bar{\Lambda}_\tau$ и Λ_m^k , вычисление которого осуществляется в два этапа:

– элементы $\{z_\nu\}$ упорядочиваются по значимости соответствующих признаков в Λ_m^k , т.е. строится цепочка $\{z_\eta\}$, $i_\eta \equiv i_\mu$, $\eta = \overline{1, m_0}$ и определяется число положительных разностей $(z_p - z_q)$, $p = \overline{1, m_0 - 1}$, $q = p + 1$, m_0 (m_0 – число общих для Λ_τ и Λ_m^k признаков);

– если в Λ_τ отсутствует признак, показатель значимости которого в Λ_m^k не превышает m_0 , то к вычисленному на первом этапе значению r_k добавляется единица.

Очевидно, алгоритм С–Д работает по одной и той же схеме как при совпадающих, так и частично несовпадающих структурах, что весьма существенно при анализе неполной или искаженной информации. Данные о характере рассогласования между реальным ($\bar{\Lambda}_\tau$) и эталонным (Λ_m^k) образами распознанной неполадки, если оно было, используются в блоке 9 для выявления неисправных измерительных каналов и коррекции БЭИ (подробнее об этом см. [5]).

Алгоритм "лингвистический признак – дефект" (ЛП–Д), реализуемый подпрограммой блока 6, также имеет РП вида (5), но коэффициент рассогласования r_k

увеличивается на единицу, если при фиксации лингвистического признака v_ν не выполняется условие

$$v_\nu = \bar{v}_\mu (i_\nu \equiv i_\mu; \bar{v}_\mu \in V_m^k), \quad (6)$$

где $V_m^k = \{\bar{v}_\mu\}$, $\mu = \overline{1, m}$ — эталонные лингвистические признаки переменных x_{i_μ} , $i_\mu \in \Lambda_m^k$.

Подмножество K может быть равно K_0 или K_1 ; формируется подмножество K_2 .

Вообще говоря, лингвистических признаков, характеризующих одну и ту же переменную, может быть несколько. Условие (6) при этом может измениться на $v_\nu \leq \bar{v}_\mu$, но лишь в случае, когда признаки v_ν^l обладают свойством поглощения (v_ν^l фиксируется только после появления v_ν^{l-1} и $v_\nu^{l-1} < v_\nu^l$).

В блоке 7 осуществляется распознавание аномалий на основе ДК-И. Подпрограмма блока реализует алгоритм "интегральный комплекс — дефект" (ИК-Д), решающее правило которого имеет вид:

$$|g_k| / \max_{q \in K} \{ |g_q| + \gamma_q \} \geq \delta_k \rightarrow k \in K_3, \quad (7)$$

где γ_k и δ_k — погрешность вычисления $g_k \{x_i(\tau)\}$ при отсутствии возмущений и заданный порог чувствительности соответственно; K может быть равно K , K_0 или K_1 .

Следует отметить, что ДК-И в силу особенностей построения позволяют распознать кратные дефекты, что важно при анализе медленно развивающихся и слабо выраженных аномалий.

Для повышения надежности распознавания желательны наличие нескольких ДК-И, характеризующих один и тот же дефект.

Если для каждой неисправности построить свой ДК-И не удастся, то любая из оставшихся неполадок будет характеризоваться некоторым набором ДК-И. В этом случае в состав блока включается подпрограмма, осуществляющая логико-арифметический анализ значений тех ДК-И, которые в течение некоторого промежутка времени удовлетворяют неравенству (7). Данный анализ может быть организован по типу алгоритма С-Д.

Связь блока 2 с подпрограммами распознавания организована так, что ДИ передается в блоки 4 — 7 по мере выявления соответствующих особенностей, каждая из которых проявляется на определенной стадии развития аномалии. Первым начинает формироваться ДК, а начало формирования других комплексов зависит от характера конкретного аномального процесса. Например, если процесс медленный (по отношению к периоду опроса), то первым из оставшихся к распознаванию подключается ДК-И.

В стадии формирования, а следовательно, и анализа, может находиться несколько комплексов одновременно (на одном шаге по τ). При этом взаимодействие РП (подпрограмм распознавания) регулируется естественными условиями их компетентности: алгоритмы распознавания включаются в анализ аномального процесса в порядке,

соответствующем иерархии особенностей. Каждый алгоритм учитывает результаты работы предыдущего, что существенно ускоряет процесс диагностирования, а возможность независимого функционирования позволяет алгоритмам проконтролировать друг друга. Кроме того, алгоритм П-Д, который всегда анализирует полное множество возможных дефектов, не только уменьшает неопределенность ситуации для всех последующих алгоритмов, но и служит постоянно действующим страховочным звеном, не допускающим ухода в ложном направлении.

Следует отметить, что попытки выделения всех перечисленных выше динамических особенностей на каждом шаге опроса — плата за возможность диагностирования широкого спектра аномальных ситуаций и рациональную организацию взаимодействия алгоритмов распознавания. Однако, учитывая универсальность алгоритмов формирования ДИ, их простоту, независимость от начальных условий возникновения и характера развития аномалии, а также то важное обстоятельство, что заранее неизвестно, какие особенности и как именно проявятся в каждой конкретной аномальной ситуации, эту плату нельзя считать чрезмерной.

Результаты анализа текущей ситуации подсистемами первичной обработки информации (блоки 1 и 8), обнаружения аномалий и формирования ДИ (блоки 2, 3) и распознавания первопричины возникшей неполадки (блоки 4 — 7) в виде номеров неисправных ИИК, диагностических комплексов и номеров неисправностей-претендентов поступают в подсистему синтеза ДИ (блок 9). Данная подсистема, во-первых, осуществляет прогноз развития возникшей аномалии на базе анализа построенных на 2 — 3 шага вперед причинно-следственных диаграмм, в каждую из которых в качестве элементарных событий входит хотя бы одна неисправность-претендент; во-вторых, дает интегральную оценку состояния ЯЭУ на основе анализа так называемых критических функций безопасности [1] и методов оценки фактического ресурса [9]; в-третьих, исходя из решения двух предыдущих задач и на основе инструкций по эксплуатации и экспертных оценок, хранящихся в БЭИ, формирует рекомендации по выходу из сложившейся ситуации.

Из вышеизложенного следует, что работа подсистем обнаружения, распознавания и синтеза, а также блока 1 не зависит от режима работы установки. Поэтому, если блок 8, который осуществляет расчеты, связанные с вычислением аналитических измерений для блока 1 и элементов ДК-И для блока 2, дополнить подпрограммами расчета значений относительных отклонений переменных по простым прогнозным зависимостям и (или) по имитационным моделям, то система оперативного диагностирования будет выполнять свои функции в полном объеме и на штатных переходных режимах работы ЯЭУ [7].

Таким образом, предложенная схема взаимодействия подпрограмм позволяет:

— повысить структурную надежность ПО (сбой в работе или изъятие любой подпрограммы не приводит к потере работоспособности системы в целом);

— увеличить достоверность диагноза и вероятность однозначного распознавания возникшей аномалии, особенно в условиях неполной или частично искаженной информации (подпрограммы, осуществляя совместный анализ состояния установки, контролируют и дополняют друг друга на всех стадиях процесса диагностирования, начиная от проверки показаний ИИК и кончая идентификацией неисправности);

— сократить время постановки диагноза (каждая подпрограмма использует результаты работы предыдущих и сужает неопределенность ситуации для последующих);

— обеспечить самоорганизацию процесса диагностирования (реализуются наиболее компетентные на данном этапе анализы цепочек РП без проверки каких-либо специальных условий).

Кроме того, ПО открыто для включения новых и модернизации имеющихся алгоритмов.

Все эти качества позволяют СОД, построенной на основе выше изложенных принципов и разработанных алгоритмов, диагностировать в реальном времени достаточно широкий класс дефектов и обеспечивают возможность адаптации системы к ЯЭУ любого типа и назначения.

Большинство алгоритмов программно реализовано, опробовано на тестовых примерах и удовлетворяет ограничениям по времени.

Взаимодействие программных блоков отработано с помощью численного эксперимента на СМ-4 с использованием информации, полученной по модели конкретной установки.

Список литературы

1. Ракитин И.Д., Сон В.В. Разработка систем диагностики на АЭС//Атомная техника за рубежом. 1987. № 5. С. 3 — 10.
2. Бабкин Н.А., Знышев В.В. К вопросу о диагностике ЯЭУ//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1980. Вып. 3(12). С. 76 — 83.

3. Бабкин Н.А. Об информативности признаков при диагностировании ЯЭУ//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1982. Вып. 3(25). С. 31 — 38.
4. Бабкин Н.А., Калишев О.Н., Николаев М.Я. О надежности распознавания неисправностей при диагностировании ЯЭУ//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1984. Вып. 2(39). С. 83 — 87.
5. Бабкин Н.А., Калишев О.Н. Об автоматизации и адаптации одной распознающей системы//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1986. Вып. 1. С. 36 — 41.
6. Бабкин Н.А. О некоторых способах функционального диагностирования ЯЭУ//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1988. Вып. 1. С. 71 — 76.
7. Бабкин Н.А. Об одном подходе к автоматизации диагностирования ЯЭУ//Там же. С. 76 — 82.
8. Гаврилов П.А., Лебедев Н.Н., Подлазов Л.Н. Некоторые вопросы организации систем диагностики АЭС с уран-графитовыми канальными кипящими реакторами большой мощности (РБМ-К) на базе УВМ//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1979. Вып. 1(5). С. 17 — 24.
9. Абагян А.А. и др. Система контроля и диагностики режимов работы энергоблока АЭС//Атомная энергия. 1987. Т. 63. Вып. 5. С. 311 — 315.
10. Богомолов В.Н., Макарова И.Н., Пучков П.В. Функциональные возможности комплекса программ для диагностирования и оценки остаточного ресурса некоторых элементов ЯЭУ: Препринт ФЭИ-1857, Обнинск, 1987.
11. Калишев О.Н. Метод диагностирования измерительных каналов с учетом предыстории//Автоматика и телемеханика. 1988. № 6. С. 135 — 144.
12. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогноза. М.: Статистика, 1979.
13. А.С. 1092571 СССР, МКИ 21 С 17/00; 17/10. Способ контроля и управления ядерного реактора/И.М. Курбатов, В.А. Храновский//Бюллетень изобретений. 1984. № 18.

Статья поступила в редакцию
10 февраля 1989 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер.
Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 41 — 46.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК АНОМАЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ОПЕРАТИВНОГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ АВАРИЙНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЭНЕРГОБЛОКА АЭС

Н.А. Бабкин, А.И. Горлин, С.В. Колган, А.Е. Крошили, Г.В. Миронова

Иллюстрируется возможность и эффективность оперативной идентификации реальных аварийных режимов энергоблока АЭС на основе анализа динамических характеристик аномального изменения контролируемых переменных.

ABNORMAL PROCESS DYNAMICAL PROPERTIES USED TO EFFICIENTLY DIAGNOSE NPP UNIT EMERGENCY OPERATION. N.A. BABKIN, A.I. GORLIN, S.V. KOLGAN, A.E. KROSHILIN, G.V. MIRONOVA. Possibility and efficiency of NPP unit actual emergency operation identification are demonstrated based on an analysis of controlled parameter abnormal variation dynamic properties.

Своевременная идентификация первопричины возникшей неисправности в энергоблоке АЭС во многом зависит от наличия способов оперативной обработки (сжатия) измеряемой информации и алгоритмов диагностирования, допускающих простую программную реализацию. Результаты автоматизированного анализа, представленные в компактном и информативном виде, позволяют оператору не только вовремя осмыслить текущее состояние установки и предотвратить развитие аномальной ситуации до срабатывания системы аварийной защиты, но и помочь обслуживающему персоналу сократить сроки устранения возникшей неполадки.

Методологически при создании автоматизированных систем диагностики сложных технических объектов возникает необходимость решения следующих проблем:

- определение номенклатуры состояний (событий), которые системе необходимо устойчиво распознавать в соответствующие сроки;
- определение параметров, поведение которых характеризует каждое из распознаваемых состояний;
- разработка языка описания поведения параметров, позволяющего, с одной стороны, адекватно описать характерное поведение параметров и, с другой стороны, сделать это описание достаточно устойчивым относительно малых возмущений;
- разработка методов определения того, до какой степени текущее состояние объекта является "похожим" на эталонные описания различных диагностируемых состояний, и, наконец, определение порога значимости, при котором имеет смысл выдавать пользователю соответствующее сообщение.

Решение этих проблем может быть достигнуто как формальными методами, например, методами автоматического кластер-анализа, так и с использованием эвристики, отражающих знания о данном техническом объекте. Источником подобных эвристик, существенно повышающих качество диагностических систем, могут быть как неформализованные знания экспертов, эксплуатирующих или проектирующих данный технический объект, так и показавшие свою корректность расчетные и логические модели объекта.

В технологическом плане создание систем диагностики выдвигает перед разработчиками такие требования, как

- необходимость надежного распознавания состояний (событий) за время, определяемое скоростями безопасного развития процессов, протекающих на объекте;
- гибкость системы в плане возможности уточнения и модификации описания распознаваемых состояний и критериев их распознавания;
- устойчивость системы относительно малых возмущений, которая может рассматриваться в двух аспектах: в плане устойчивости распознавания и сокращения ошибок первого и второго рода и в плане устойчивости самой системы, работа которой не должна провоцироваться несущественными отклонениями состояния системы.

Кроме того, необходимо, чтобы система обладала развитыми средствами взаимодействия как с разработчиками базы знаний системы, так и с лицами, которые будут ее использовать при эксплуатации технического объекта.

В разное время специалистами по диагностике и технологами-экспертами предлагалось использовать для оценки аномального состояния динамического объекта различного рода особенности в изменении контролируемых параметров (см., например, работы [1 — 5]). К настоящему времени существуют разработки автоматизированных систем оперативной диагностики (СОД), в которых используются наиболее простые признаки аварийной ситуации.

Одна из созданных во ВНИИАЭС [4] экспертных систем — экспресс-диагностическая экспертная система ЭДЭС — он-лайновая ЭС предназначена для быстрой автоматической идентификации аварийных режимов АЭС на возможно более ранней стадии и представления информации об этих режимах.

При создании этой диагностической системы авторы учитывали следующие особенности применения диагностических систем в атомной энергетике.

1. Необходимость обработки больших объемов информации: число возможных типов аварийных режимов $\sim 10^2$, а число датчиков $\sim 10^3$ и даже после отсеивания неинформативных датчиков $\sim 10^2$.

2. Идентификация аварийных режимов должна проводиться за минимальное время, что вызвано большой скоростью развития аварийных процессов.

3. Большой ущерб от неправильной или несвоевременной идентификации процесса.

4. Значительная неконтролируемая погрешность показаний датчиков и возможная неточность в эталонных режимах, большая часть которых получена из математической модели.

Во ВНИИАЭС имеется математическая модель физических процессов и прочностных характеристик энергоблоков ВВЭР-1000, моделирующая работу всего основного оборудования блока. Эта модель, в частности, используется как источник информации при формировании эталонных режимов, сравнение с которыми и позволяет определить тип аварийного режима.

С учетом перечисленных выше особенностей задачи идентификации из множества возможных подходов предпочтение было отдано экспертной системе, строящей алгоритм распознавания на основе экспертных знаний об особенностях режимов.

С помощью такого подхода, как будет показано ниже, удается в основном за приемлемое время разделить множество возможных нештатных режимов на почти одномерные подмножества. Однако использование в качестве отличительных признаков аномального процесса лишь простых характеристик, т.е. направления, скорости и характера изменения (типа поведения) группы контролируемых параметров, предварительно указанных экспертами либо выявляемых по превышению заранее выбранных диагностических уставок, может оказаться недостаточным для однозначной идентификации аварийных режимов работы энергоблока АЭС особенно при жестком ограничении на время распознавания, отказе некоторой части датчиков и (или) неточности эталонной информации. Это также связано с принципиальной трудностью оптимального выбора как величин диагностических установок, так и совокупности диагностически ценных контролируемых переменных без предварительного анализа всего множества ожидаемых событий. Кроме того, некоторые простые признаки могут оказаться малоинформативными. Например, скорость изменения одних и тех же переменных у однотипных аварий различна и определяется величиной характеризующего эту аварию возмущения (например, размер отверстия течи), а различие в типе поведения многих переменных на начальном этапе развития аномалии не успевает проявиться.

Эффективность СОД можно повысить если в числе отличительных признаков аномального процесса использовать особенности изменения во времени взаимных отклонений нормированных значений контролируемых переменных, тогда по степени изменения этих отклонений по отношению друг к другу и к норме можно не только автоматизировать выявление наиболее информативных для каждой аварии переменных, но и структу-

рировать их между собой, т.е. ввести иерархию по значимости. Кроме того, предварительная проверка различимости описаний возможных нештатных режимов для разных групп контролируемых переменных, которая легко автоматизируется благодаря наличию иерархии в аварийной информации, позволит выявить минимально избыточную совокупность диагностически ценных переменных и построить компактную библиотеку эталонов (БЭ). И, наконец, идентификацию аварийной ситуации следует осуществлять по мере фиксации отличительных свойств аномального процесса, причем с помощью алгоритма, который нечувствителен к возможным искажениям измеряемой и (или) эталонной информации.

Для реализации этих положений текущее состояние установки будем оценивать с помощью безразмерных переменных $x_i(t) = (P_i(t) - P_{i0})/P'_{i0}$, где $P_i(t)$ — измеренное в момент времени t значение i -го ($i = \overline{1, n}$) контролируемого параметра; P_{i0} — оценка математического ожидания $P_i(t)$ на текущем стационарном режиме. В качестве параметров P'_{i0} ($i = \overline{1, n}$) могут быть выбраны номинальные значения переменных $P_i(t)$ в момент подключения СОД (исходная статика) либо значения другого стационарного режима. Однако, если сравнительно незначительное изменение $P_i(t)$ по отношению к своему номинальному значению оказывает значительное влияние на физические свойства или работоспособность установки, желательно, чтобы соответствующее аномальное отклонение $x_i(t)$ было также значительным. За P'_{i0} в этом случае может быть принят, например, рабочий диапазон изменения переменной $P_i(t)$, перепад давления или температуры рабочего тела на входе и выходе диагностируемого агрегата.

Особенности пространственно-временного распределения значений переменных $x_i(\tau)$, $i = \overline{1, n}$ выявляются после обнаружения ($\tau = 0$) аномалии на каждом следующем шаге опроса $\tau = 1, 2, \dots$. Переменные состояния, усредненные значения $\bar{x}_i(\tau)$ которых вышли за пределы полосы $|\bar{x}_i(\tau)| < \sigma_i$, где σ_i — стандартное отклонение $x_i(\tau)$ от нулевого среднего из-за наличия технологического шума, ранжируются в соответствии с цепочкой $|\bar{x}_{i_1}(\tau)| > |\bar{x}_{i_2}(\tau)| > \dots$. Предполагается, что с момента фиксации неравенства

$$|\bar{x}_{i_\nu}(\tau)| > |\bar{x}_{i_{\nu+1}}(\tau)| + \sigma_{i_\nu} + \sigma_{i_{\nu+1}} + R, \nu = 1, 2, \dots \quad (1)$$

совокупность переменных $x_{i_1}, \dots, x_{i_\nu}$ по сравнению со всей оставшейся группой более информативна и дальнейшее разделение переменных проводится независимо в каждой выделенной группе (R — допустимое рассогласование между значениями переменных, вызванное дрейфом теплофизических параметров, неточностью определения P_{i0} , дискретностью контроля, а при использовании модельной информации — из-за неточности моделирования динамики энергоблока и самих аварий).

При наличии лишь одного элемента в ранжированной цепочке ($\nu = 1$) должно выполняться неравенство

$$|\bar{x}_i(\tau)| > 2\sigma_i + R. \quad (2)$$

В результате аномальному процессу по мере выполнения условия (1) ставится в соответствие диагностический комплекс (ДК) $I_\tau = \{i_\nu\}$, представляющий собой цепочку признаков — номеров переменных $x_{i_\nu}(\tau)$ с указанием направления их изменения, т.е. $+i_\nu$, или $-i_\nu$, порядок следования которых (относительная значимость признаков) определяется множеством показателей $\{z_\nu\} = Z_\tau$. Элементы z_ν формируются по следующему простому правилу: в момент фиксации условия (1) показатели менее значимых переменных увеличиваются на 1 (в исходном состоянии все $z_i = 1, i = \overline{1, n}$).

Если ДК, сформированный на промежутке времени $(1, \tau')$ (τ' — предельное время идентификации аварии), сохраняет свою структуру при вариации коэффициента рассогласования R для всех аномальных процессов, вызванных одной и той же причиной, то такой ДК является структурным инвариантом системы и может использоваться в качестве описания (образа) аварийного режима.

Предварительное выявление диагностической информации и формирование эталонов ожидаемого множества аварий осуществляется с помощью ЭВМ по результатам натурных экспериментов и (или) расчета математической модели динамики энергоблока. Оценки экспертов в этом случае целесообразно использовать лишь на начальной и заключительной стадиях как для контроля, так и выбора наиболее предпочтительных групп измеряемых переменных из экономических, эксплуатационных и других соображений. БЭ может включать эталонные описания тех состояний энергоблока, которые будут иметь место при отказе некоторой части датчиков, как это и делается в ВНИИАЭС. Однако можно использовать такой алгоритм распознавания (см. [6]), который осуществляет поиск эталонов наиболее близких (похожих) формируемому описанию возникшей аномальной ситуации путем выявления только общих элементов. Тогда, независимо от искажений информации, в БЭ включаются лишь исходное множество информационно избыточных эталонов, а сам поиск (идентификация) может проводиться по мере фиксации признаков.

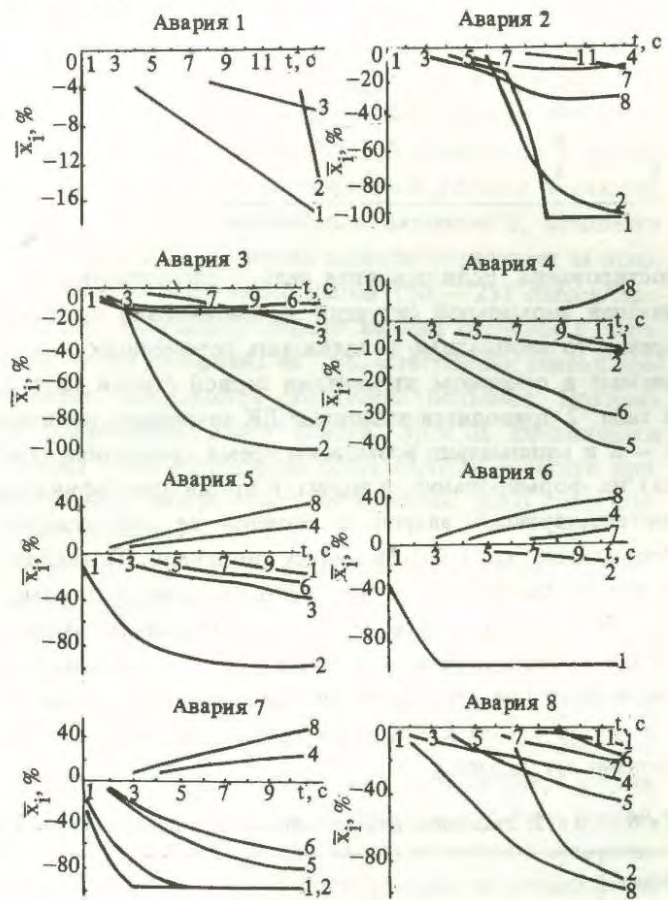
Возможности указанного подхода для решения задачи оперативного диагностирования аномальных ситуаций энергоблока АЭС проиллюстрируем на примере следующих восьми аварий (сокращения общепринятые):

1. Течь 1-го контура ДУ-100 между Р и ПГ.
2. Течь ГПК-ДУ-500.
3. Течь 1-го контура ДУ-200 между Р и ГЦН.
4. Отключение 1-го ГЦН.
5. Закрытие 1-го БЗОК.
6. Закрытие СРК турбины.
7. Полное обесточивание блока.
8. Течь ДУ-400 на паропроводе ПГ.

С частотой опроса 1 Гц контролируются следующие параметры: P_1 — положение регулирующего клапана тур-

бины ОСН; P_2 — нейтронная мощность; P_3 — давление в КД; P_4 — давление в ПГ-1; P_5 — перепад давления на ГЦН-1; P_6 — перепад давления на активной зоне; P_7 — уровень в КД; P_8 — уровень в ПГ-1.

На рисунке приведены переходные процессы всех восьми аварий на протяжении 10 с с момента отклонения



Переходные процессы аварийных режимов 1 — 8

какой-либо переменной $\bar{x}_i(t)$ ($i = \overline{1, 8}$; $P_{i0} = P'_{i0}$) от своего нулевого среднего на 3%. Цифры на графиках означают номер переменной. Диагностические комплексы $I_{\tau=10}^k, k = \overline{1, 8}$, предварительно сформированные на ЭВМ по результатам расчета аварий с помощью математической модели динамики энергоблока, созданной во ВНИИАЭС, сохраняют свою структуру (кроме аварии 3) при $R \leq 0,04$; $\sigma_i = 0,01 P_i(\tau)/P_{i0}$ и приводятся в табл. 1. Значимость признаков в ДК совпадает с номером строки таблицы.

Легко заметить, что все ДК (кроме ДК аварий 5 и 7) отличаются друг от друга не только составом, но и порядком следования признаков. Это позволяет однозначно идентифицировать любой аномальный процесс из ожидаемого множества аварийных режимов 1 — 8, причем при отсутствии не только любого одного признака (отказе соответствующего датчика) в образе каждой аварии, но и некоторых групп признаков.

Наличие информационной избыточности позволяет выбрать минимально-избыточную совокупность переменных, удовлетворяющих условиям целевой функции диаг-

Таблица 1. Диагностические комплексы аварий

Значимость признака	Номер аварии								
	7	6	3	5	4	1	3	2	8
1	-1	-1	-2	-2	-5	-7	-7	-8	-8
2	-2	8	-7	8, -5	-6	-3	-5, -6	-2	-4
3	-5	4	-5, -6	-6	8, -1, -2	-2	-2	-1	-5
4	-6	-2, 7	-3	4			-3	-4	-2
5	8			-1				-7	-7
6	4								-6, -1

ностирования. Если основная цель — распознавание возникшей аномальной ситуации за минимально короткое время, то необходимо использовать переменные, определяемые в основном элементами первой строки табл. 1. В табл. 2 приводятся эталонные ДК аварийных режимов 1 — 8 и минимально возможное время (последняя строка) их формирования, а значит, и время идентификации соответствующей аварии с момента ее обнаружения. Переменные x_4 и x_6 оказались лишними. Дальнейшая попытка сократить число контролируемых параметров без потери однозначности распознавания (можно оставить лишь переменные x_1, x_2, x_5, x_7) приводит к увеличению времени идентификации аварийных режимов, а в случае отказа какого-либо одного датчика — к неоднозначному диагнозу.

Таблица 2. Эталонные диагностические комплексы аварий и время их формирования

Значимость признака	Номер аварии								
	7	6	3	5	4	1	3	2	8
1	-1	-1	-2	-2	-5	-7	-7	-8	-8
2	-2	8	-7	8, -5		-3	-5	-2	-5
3	-5		-5				-2		
τ, c	1	4	2	3	1	3	2	4	2

После выбора диагностически наиболее ценных переменных (в данном случае — переменных с номерами 1, 2, 3, 5, 7, 8) образ каждой аварии дополняется информацией о различии в характере их поведения. Поскольку формируемый ДК сравнивается с эталонными по мере выявления новых признаков (при выполнении неравенства (2) для i -й переменной) и (или) фиксации условия (1), то самой "ранней" характеристикой аномального изменения переменной является оценка величины ее приращения в момент появления соответствующего признака. В нашем случае (см. табл. 2) заметное различие в скорости изменения обнаруживают лишь переменные x_5 (для аварий 4; 5 и 8; 3 эта величина в среднем равна соответственно $0,1 c^{-1}$; $0,06 c^{-1}$; $0,01 c^{-1}$) и x_7 ($0,02 c^{-1}$ и $0,08 c^{-1}$ для аварий 1 и 3 соответственно).

Скорость изменения переменной (как и ее приращение на некотором интервале времени) является неустойчивой характеристикой для аварий, зависящих от размера дефекта. Так, при меньшем диаметре утечки аварии типа 3 и (или) большем ДУ аварии типа 1 скорость изменения переменной x_7 перестает быть различающей эти аварии характеристикой.

Для осуществления быстрого следующего процесса идентификации аномальной ситуации все ДК, приведенные в табл. 1 (без учета признаков ± 4 и ± 6), представляются в виде дерева распознавания [5]. При наличии различного рода искажений в информации (отказ датчика, неточность эталона) распознавание аномалии по такому дереву существенно усложняется. Поэтому каждой допускаемой аномальной ситуации ставится в соответствие свой эталон, как это и сделано в ЭДЭС. Можно пойти по другому пути [6] и использовать алгоритм распознавания, для реализации которого БЭ представляется лишь в виде исходной матрицы эталонных ДК, построенных с учетом возможных искажений, а также матрицы кодов, характеризующих тип поведения соответствующих переменных.

Рассмотрим подробнее реализованный вариант ЭДЭС, в котором в значительной мере используются экспертные знания об особенностях аварийных режимов. С помощью экспертов-технологов был сформирован полный перечень возможных типов аварийных режимов; затем, после тщательного анализа, были выбраны наиболее характерные параметры (симптомы) для каждого режима. Число таких параметров составило для разных режимов от 4 до 8, хотя эксперты не были ограничены

числом характерных параметров. Непосредственное задание расчетных значений параметров с динамическими показаниями датчиков невозможно из-за неточности данных. Для решения этой проблемы был разработан адекватный язык описания поведения параметров, нечувствительный относительно различных погрешностей. Анализ рассуждений экспертов позволил выделить всего 6 наиболее характерных типов поведения режимных параметров: рост, падение, локальные минимум и максимум, резкий рост или резкое падение со стабилизацией на новом уровне. Кроме типа поведения, параметр характеризуется конкретным значением (скоростью, осцилляцией, значением уровня). Подобный, достаточно грубый язык описания поведения параметров показал себя вполне адекватным и, кроме повышения помехоустой-

чивости системы, позволил существенно повысить ее быстродействие, так как каждый тип поведения определяется не более чем по трем точкам.

Определения типа поведения параметра проводятся с использованием аппарата теории нечетких множеств. Степень "похожести" поведения параметра на эталонное определяется соответствующей функцией принадлежности. Вид функции принадлежности и методика экспертной оценки аварийных режимов были выбраны таким образом, чтобы вероятность ошибочной идентификации была меньше наперед заданной (с учетом дисперсии сигналов и ошибки эталонных режимов).

Проведенные расчеты показали, что вплоть до погрешности 1% по давлению и 3% по уровням и расходам ЭДЭС позволяет однозначно идентифицировать почти все режимы (конечный список вывода возможных режимов состоит из одного-двух претендентов). Для погрешности, соответственно, 2% и 6% список претендентов содержит похожие режимы. При больших погрешностях длина списка претендентов существенно увеличивается.

Необходимо отметить, что для оптимального решения задачи идентификации аварийного режима следует предусмотреть возможность не проявления некоторых симптомов режима из-за полного отказа датчика.

В связи с этим было приято эвристическое правило, допускающее идентификацию режима по $(n - 1)$ симптому, где n — общее число симптомов, описывающих аварию. Такое изменение условий распознавания режимов увеличило число информативных сообщений примерно на 1,5 порядка (аварийный режим + отказ датчика).

Понятно, что при подобных объемах описания аварийных режимов, объемах показаний датчиков и довольно сложных алгоритмах анализа информации и логического вывода прямая реализация подобной системы в режиме реального времени практически невозможна, так как время реакции на изменение режима должно быть порядка ~ 10 с. Эта проблема была решена разбиением ЭДЭС на 2 подсистемы — статическую и динамическую.

Статическая подсистема ЭДЭС-С решает задачу построения по заданным экспертным описаниям аварийных режимов дерева вывода диагностических сообщений претендентов типа аварийный режим + отказ датчика ($\sim 10^4$ сообщений). Поскольку данное дерево строится априори, без учета актуальных показаний датчиков, то при движении по этому дереву отсеиваются все альтернативы, которые, согласно известному правилу трех сигм, почти наверняка не соответствуют определенному набору значений параметров. Отметим, что при построении дерева используются специально разработанные алгоритмы определения дихотомических параметров и их значений с тем, чтобы максимально сократить среднее число шагов вывода списка диагностических сообщений — претендентов.

Кроме того, ЭДЭС-С предоставляет пользователю обычный для ЭС набор опций: накопление и модифика-

ция знаний (в нашем случае — описание аварийных режимов), объяснение действий (в данном случае — последовательности шагов при определении списка сообщений — претендентов).

Динамическая подсистема ЭДЭС-Д решает задачу определения по предоставленному ей набору значений датчиков за p сбросов диагностического сообщения (или нескольких сообщений, но не более, скажем, трех) о наиболее возможном типе аварийного режима и об отказавших датчиках. Система ЭДЭС-Д включается в работу по превышению ранее определенной уставки показаний какого-либо из опрашиваемых датчиков и, используя построенное ЭДЭС-С дерево вывода, определяет за относительно небольшое число шагов (20 — 25) список претендентов. Поскольку дерево вывода строится в парадигме "почти наверняка не", то, естественно, список претендентов оказывается достаточно большим. Поэтому для сокращения этого списка ЭДЭС-Д динамически включает либо вычисление более строгой функции принадлежности набора симптомов аварии, либо сразу схему распознавания по Байесу.

Предложенная схема ЭДЭС, согласно экспериментальным и предварительным расчетам, позволяет обеспечить достаточно раннюю и надежную идентификацию аварийных режимов и тем самым повысить безопасность АЭС.

Описанный алгоритм распознавания реализован на ЭВМ "Электроника-85" в виде программы, которая для работы требует только заполнения базы знаний, содержащей описание всех аварий. Используя эту базу знаний, всю дальнейшую работу программа выполняет автоматически. Для описания режимов разработан специальный язык описания поведения параметров, который, как показала практика, является достаточно адекватным, соответствующим рассуждениям технологов и в то же время достаточно простым, что делает описание устойчивым относительно возмущений. База знаний является открытой и легко модифицируемой.

Рассмотренные выше аварии были использованы в качестве исходных данных ЭДЭС. В табл. 3 для примера приведено описание двух аварийных режимов (A — значение параметра в относительных единицах через 10 с с момента обнаружения аномалии; σ — стандартное отклонение измерений параметра).

"Машинное" представление начальной части дерева распознавания имеет вид:

0	2	-.557063	1	156	-1
1	1	-.783852	2	85	0
2	3	-.058216	3	58	1
3	3	-.927063	4	31	2
4	7	-.82010	5	18	3
5	1	-.129058	6	13	4
6	1	-.000502	7	10	5
7	2	-.005218	8	9	6
8	3	0	0	-1	7
9	4	0	0	-2	7
10	2	-.093218	11	12	6

Таблица 3. Описание аварий

Параметр	Характеристика измеряемого параметра		
	Поведение	A	σ
Авария 1			
P_3	Уменьшение	0,9276	0,009276
P_7	Уменьшение	0,8206	0,008206
Авария 2			
P_1	Всплеск	0,0001	0,000001
P_2	Всплеск	0,0058	0,000058
P_8	Уменьшение	0,6781	0,006781

Столбцы соответственно означают: 1 — номер узла дерева; 2 — номер оптимального параметра в узле дерева; 3 — значение оптимального параметра с учтенной функцией изменения параметра; 4, 5, 6 — ссылки налево, направо и назад в дереве.

Узлы 8, 9 дерева — листья (ссылка направо меньше нуля и показывает порядковый номер листа в массиве листьев), 2-й столбец в этом случае содержит длину листа.

Окончательные сообщения (листья) ЭДЭС после построения дерева будут иметь, например, следующий вид:

Лист 1:

(103) Течь 1 Контура ДУ-100 между Р и ПГ / "неисправно"
Давление в КД

(602) Закрытие СРК Турбины / "неисправна"
Нейтронная мощность

(800) Течь ДУ-400 на паропроводе ПГ.

Цифры в скобках — "машинное" описание режимов; например, 103 — режим 1 с неисправностью датчика 3, а 800 — режим 8 без неисправностей датчиков.

Все дерево распознавания содержит ~400 узлов: результат работы системы ЭДЭС-С ~200 листьев. Важно, что в любом случае максимальное количество сравнений не превышает 10, что обеспечивает оперативную диагностику указанных аварий в реальном времени (не более 10 с).

Рассмотренные подходы создания систем оперативной диагностики показывают эффективность автоматизированной диагностики аварийных режимов. Опыт использования системы ЭДЭС показал, что уже простые алгоритмы диагностики достаточно эффективны и позволяют создавать полностью автоматизированные диагностические системы, пригодные для практического применения на АЭС.

Использование более сложных алгоритмов диагностики, описанных в первой части, учитывающих результат предварительного автоматизированного анализа поведения аномальных отклонений контролируемых переменных и структурирование аварийной информации, во многих случаях позволит:

— выявить наиболее информативную для диагностических целей совокупность контролируемых параметров (оптимизировать описание СОД);

— уменьшить время идентификации аномального процесса;

— увеличить глубину диагностирования при той же штатной системе измерительных устройств;

— увеличить надежность распознавания ожидаемого множества аварийных режимов.

Развитие СОД энергоблока АЭС предполагается по пути сочетания обоих подходов.

Список литературы

1. Гаврилов П.А. и др. Некоторые вопросы организации системы диагностики АЭС с уран-графитовыми канальными кипящими реакторами большой мощности (РБМ-К) на базе УВМ//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Динамика ЯЭУ. 1979. Вып. 1 (5). С. 17 — 23.
2. Бабкин Н.А. Об информативности признаков при диагностировании ЯЭУ//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1982. Вып. 3 (25). С. 31 — 38.
3. Браверман Э.М., Мучник И.Б. Структурные методы обработки эмпирических данных. — М.: Наука, 1983.
4. Абагян А.А. и др. Система контроля и диагностики режимов работы энергоблока АЭС//Атомная энергия. 1987. Т. 63. Вып. 3. С. 311 — 315.
5. Бабкин Н.А., Калишев О.Н. Об автоматизации и адаптации одной распознающей системы//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1986. Вып. 1. С. 36 — 41.
6. Бабкин Н.А. Об одном подходе к автоматизации диагностирования ЯЭУ//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1988. Вып. 1. С. 76 — 82.

Статья поступила в редакцию
27 февраля 1989 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер.
Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 47 — 52.

**СПОСОБЫ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ЯЭУ
НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ
КОНТРОЛИРУЕМЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ**

В.В. Знышев

Предлагается задачу функционального диагностирования ЯЭУ решать с использованием вспомогательных фильтров данных контроля и принципов численного интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

NUCLEAR POWER FACILITY DIAGNOSTICS PROCEDURES BASED ON A MATHEMATICAL MODEL OF THE CONTROLLED TECHNOLOGICAL PARAMETER DYNAMICS. V.V. ZNYSHEV. The problem of the nuclear power facility functional diagnostics is suggested to be solved using the check data auxiliary filters and the principles of the ordinary differential equation system numerical integration.

Математическую модель динамики контролируемых технологических параметров элементов ЯЭУ в большинстве случаев можно записать в виде

$$\frac{dX(t)}{dt} = F(X(t), \bar{U}(t), U(t)), \quad t \geq 0; \quad (1)$$

$$X(0) = X_0; \quad \bar{U}(0) = \bar{U}_0; \quad U(0) = U_0,$$

где $X(t)$ — контролируемые технологические параметры, $X \in R^n$; $\bar{U}(t)$ — контролируемые плановые управления* $\bar{U} \in R^l$; $U(t)$ — возмущения, соответствующие искомым неисправностям, $U \in R^m$; F — в общем случае нелинейная вектор-функция, дифференцируемая по своим аргументам.

Диагностическая задача состоит в определении неизменяемых $U(t)$ по уравнениям (1) и поступающим из системы контроля данным о текущих значениях $X(t)$, $U(t)$. В [1, 2] эта задача интерпретируется как характерная для теории управления задача "осуществления назначенной траектории", для решения которой перспективно использование методов обратных задач динамики. В дополнение к работе [1] приведем ряд приемов, упрощающих решение задачи. В основе приемов лежит соображение о том, что на начальном этапе диагностирования важно определить причину наблюдаемых нарушений и дать лишь оценку ее количественных характеристик, точного знания которых чаще всего не требуется. Поэтому оказываются практически полезными приближенные способы решения диагностической задачи.

1. Будем считать, что выбран интервал времени Δt , на котором изменения в диагностируемом элементе ЯЭУ настолько малы, что можно пренебречь разницей между

$$F(X(t), \bar{U}(t), U(t)) \text{ и } F(X(t - \delta t), \bar{U}(t - \delta t), U(t - \delta t)) +$$

*Здесь, как и в [1], для простоты изложения предполагается, что система измерения безынерционна и идеальна по точности и надежности.

$$\left(\frac{\partial F}{\partial X} \right)_{t-\delta t} (X(t) - X(t - \delta t)) + \left(\frac{\partial F}{\partial \bar{U}} \right)_{t-\delta t} (\bar{U}(t) - \bar{U}(t - \delta t)) + \left(\frac{\partial F}{\partial U} \right)_{t-\delta t} (U(t) - U(t - \delta t)).$$

Тогда, если представить $t = k\delta t$ и обозначить $x(k) = X(k) - X(k-1)$; $\bar{u}(k) = \bar{U}(k) - \bar{U}(k-1)$; $u(k) = U(k) - U(k-1)$, то систему (1) можно заменить аппроксимирующей системой вида

$$\left[1 - \left(\frac{\partial F}{\partial X} \right)_{k-1} \delta t \right] x(k) = \delta t [F(X(k-1), \bar{U}(k-1), U(k-1)) + \left(\frac{\partial F}{\partial \bar{U}} \right)_{k-1} \bar{u}(k) + \left(\frac{\partial F}{\partial U} \right)_{k-1} u(k)]. \quad (2)$$

Отсюда искомые $u(k)$, соответствующие неисправностям, будут связаны с априори известными и измеряемыми величинами следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial F}{\partial U} \right)_{k-1} u(k) &= \Delta(k); \\ \Delta(k) &= \left[1 - \left(\frac{\partial F}{\partial X} \right)_{k-1} \delta t \right] x(k) - \Delta t [F(k-1) + \left(\frac{\partial F}{\partial \bar{U}} \right)_{k-1} \bar{u}(k)] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Система (3) — основа для алгоритма обнаружения неисправностей, возникающих при работе ЯЭУ в различных режимах, в том числе плановых режимах, сопровождающихся глубокими изменениями контролируемых параметров (разогрев, расхолаживание, маневрирование мощностью и т.д.). Нетрудно видеть, что система (3) получена на базе известных формул численного интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Аналогом шага интегрирования является интервал времени Δt , через который проводится опрос каналов контроля. При этом предполагается, что время опроса всех каналов пренебрежимо мало по сравнению с δt .

В случае, когда диагностирование проводится при работе ЯЭУ на устойчивом стационарном режиме, $\left(\frac{\partial F}{\partial X} \right)_k = \left(\frac{\partial F}{\partial X} \right)_{k-1} = A$; $\left(\frac{\partial F}{\partial \bar{U}} \right)_k = \left(\frac{\partial F}{\partial \bar{U}} \right)_{k-1} = \bar{B}$; $\left(\frac{\partial F}{\partial U} \right)_k = \left(\frac{\partial F}{\partial U} \right)_{k-1} = B$ — постоянные матрицы размеров $p \times p$, $p \times l$, $p \times m$ соответственно. Заметим, что вычислить элементы матриц A , \bar{B} , B (линеаризовать модель (1)) можно известным способом на ЭВМ. Для

этого последовательно к каждому стационарному значению X_0, \bar{U}_0, U_0 необходимо добавлять относительно малую константу $\delta X, \delta \bar{U}, \delta U$, не выводящую систему (1) из области линейности, после чего рассчитать по уравнениям динамики или статики новое стационарное состояние системы (2) в присутствии этой добавки.

Например, $F(X_{10} + \delta X_1, X_{0j}, \bar{U}_0, U_0) = 0$. Тогда элементом a_{mi} матрицы A будет число

$$\frac{F_m(X_{0i} + \delta X_i, X_{0j}, \bar{U}_0, U_0) - F_m(X_0, \bar{U}_0, U_0)}{\delta X_i}$$

Возможности диагностирования (какие неисправности можно обнаруживать и насколько точно и "рано" с помощью математической модели и имеющейся системы контроля) существенно зависят от степени адекватности модели, от ранга матрицы $\partial F/\partial U$ и частоты поступления информации о величинах X и \bar{U} (от δt).

Следует также заметить, что на практике даже при отсутствии неисправности ($u = 0$) правая часть уравнений (3) $\Delta(k)$ будет отлична от нуля из-за постоянной или меняющейся во времени добавки, вызванной ошибками численного моделирования и контроля. Добавка эта будет присутствовать в каждом уравнении системы (3) в течение проводимого планового режима. То есть диагностирование (анализ системы (3)) должно начинаться при выполнении условия $|\Delta(k)| \geq \epsilon$, где ϵ рассчитывается, исходя из указанных возможных ошибок. При этом более надежно будут обнаруживаться неисправности, которые вызывают изменения в контролируемых величинах в единицу времени значительно большие, чем из-за влияния ошибок. Такие неисправности в момент их появления будут существенно влиять на скорость изменения тех $\Delta(k)$, в которых они смоделированы.

2. Выше предполагалось, что составляющие каналов измерения (датчики, преобразователи и т.д.) безынерционны. В действительности инерционность каналов измерения имеет место и практически обеспечивает низкочастотную фильтрацию сигналов на входе каналов. В то же время сам канал измерения может служить источником шумовых добавок на его выходе. Учет этих свойств каналов измерения резко затрудняет решение диагностической задачи из-за необходимости запоминания и переработки большого объема информации о текущем процессе (чем сложнее модель, описывающая канал измерения, тем большая выборка данных с выхода канала измерения требуется для восстановления текущих значений контролируемой величины). Поэтому важно иметь способы обхода указанных трудностей. Предложим два таких способа для случая, когда имеется адекватная модель динамики ЯЭУ в виде [1]:

$$T\dot{x} = Ax + \bar{B}\bar{u} + Bu, x(0) = \bar{u}(0) = u(0) = 0. \quad (4)$$

Поиск неисправностей u осуществляется, согласно [1], путем анализа уравнений (4):

$$Bu = \Delta;$$

$$\Delta = T\dot{x} - Ax - \bar{B}\bar{u}. \quad (6)$$

Способ 1. Пусть каналы измерения имеют разные коэффициенты передачи $W_i(p), \bar{W}_j(p)$, где p — параметр преобразования Лапласа, $i = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, r$:

$$y_i(p) = W_i(p)x_i(p); \bar{y}_j(p) = \bar{W}_j(p)\bar{u}_j(p) \quad (7)$$

(y_i, \bar{y}_j — выходы каналов измерения).

Поставим на выходе каждого канала измерения вспомогательный фильтр с таким коэффициентом передачи $W_{\Phi i}(p), \bar{W}_{\Phi j}(p)$, чтобы для всех каналов измерения выполнялись соотношения:

$$y_{\Phi i} = W_{\Phi i}(p)y_i; \bar{y}_{\Phi j} = \bar{W}_{\Phi j}(p)\bar{y}_j; \quad (8)$$

$$y_{\Phi i} = W_0(p)x_i; \bar{y}_{\Phi j} = W_0(p)\bar{u}_j,$$

где $y_{\Phi i}, \bar{y}_{\Phi j}$ — выходы вспомогательного фильтра, а $W_0(p)$ — одинаковый для всех каналов измерения коэффициент передачи.

Из (7) и (8) получается формула, по которой строится вспомогательный фильтр:

$$W_{\Phi i} = (W_i)^{-1}W_0; \bar{W}_{\Phi j} = (\bar{W}_j)^{-1}W_0. \quad (9)$$

В работе [1] показано, что если при расчете Δ по формуле (6) вместо x и \bar{u} подставлять соответствующие выходы одинаковых линейных фильтрующих звеньев, входами которых служат x и \bar{u} , то получающиеся в результате анализа уравнений (5) некоторые $u_{\Phi l}$ будут связаны с искомыми u_l такими же звеньями. В нашем случае

$$u_{\Phi l} = W_0 u_l, \quad l = 1, 2, \dots, m. \quad (10)$$

Отсюда следует последовательность действий для решения диагностической задачи способом 1.

1. Выходы каналов измерения y, \bar{y} пропускаются через вспомогательные фильтры, построенные таким образом, чтобы выполнялось соотношение (9). (Условие реализуемости вспомогательного фильтра — степень p знаменателя коэффициента передачи фильтра больше или равна степени числителя).

2. Выходы вспомогательных фильтров y_{Φ}, \bar{y}_{Φ} используются в вычислении переменных Δ_{Φ} :

$$\Delta_{\Phi} = T\dot{y}_{\Phi} - Ay_{\Phi} - \bar{B}\bar{y}_{\Phi}$$

(Δ_{Φ} это Δ при условии, что x и \bar{u} заменены на y_{Φ}, \bar{y}_{Φ}).

3. Путем анализа уравнений

$$Bu_{\Phi} = \Delta_{\Phi} \quad (11)$$

находится u_{Φ}^* . В некоторых случаях уже на этом шаге достигается цель диагностирования — определяется место и причина нарушения.

4. Искомые неисправности u определяются из уравнения (10).

*Особенности анализа см., например, в [1].

Если принять во внимание реальное обстоятельство, что в любом элементе диагностирования одновременно могут возникнуть и развиваться одна-две неисправности, то находить u_Φ , анализируя (11), и восстанавливать (если потребуется) u по уравнению (10) значительно проще, чем восстанавливать динамику всех входов каналов измерения и искать непосредственно u по исходным уравнениям (5), (6).

Пример. Пусть коэффициенты передачи каналов измерения — релаксационные звенья: $W_i = 1/(T_{ip} + 1)$; $W_j = 1/(\bar{T}_{jp} + 1)$. Тогда наиболее простым процесс решения диагностической задачи будет, если выбрать $W_0(p) = 1/(T_{0p} + 1)$ и, согласно формуле (9), $W_{\Phi i} = (T_{ip} + 1)/(T_{0p} + 1)$, $\bar{W}_{j\Phi} = (T_{jp} + 1)/(T_{0p} + 1)$.

Способ 2. Возьмем в качестве вспомогательных фильтров простейшие релаксационные звенья с постоянными времени T_Φ , одинаковыми для всех каналов измерения и во много раз превышающими максимальное время переходных процессов в диагностируемых элементах и каналах измерения T_{\max} . При $T_{\max}/T_\Phi \ll 1$ для рассматриваемой системы выполняются условия А.Н. Тихонова для систем с малым параметром при части производных (см., например, [3, 4]), позволяющие аппроксимировать исходную систему (5) — (7) вырожденной системой вида:

$$\begin{aligned} Ax + \bar{B}\bar{u} + Bu &= 0; \\ u &= x; \bar{y} = \bar{u}; \\ T_\Phi \dot{y}_\Phi + y_\Phi &= u; T_\Phi \dot{\bar{y}}_\Phi + \bar{y}_\Phi = \bar{y}; \\ x(0) = \bar{u}(0) &= u(0) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Введем дополнительные переменные $\tilde{u}_{\Phi l}$, связанные с u_l уравнением

$$T_\Phi \dot{\tilde{u}}_{\Phi l} + \tilde{u}_{\Phi l} = u_l, \quad l = 1, 2, \dots, m, \quad (13)$$

и обозначим $\tilde{\Delta}_\Phi$ суммы $(-A u_\Phi - \bar{B} \bar{y}_\Phi)$, тогда первое уравнение системы (12) можно переписать следующим образом:

$$B \tilde{u}_\Phi = \tilde{\Delta}_\Phi. \quad (14)$$

То есть, подставляя в уравнения статики исходной системы (5) вместо x и \bar{u} выходы вспомогательных фильтров u_Φ и \bar{y}_Φ , соответственно, получим $\tilde{\Delta}_\Phi$ и далее из (14) находим \tilde{u}_Φ ; \tilde{u}_Φ связано с искомым u уравнением (13).

Очевидно, что приведенные способы упрощенного решения диагностической задачи применимы и при построении дискретного идентификатора неисправностей, когда информация с выходов всех измерительных каналов поступает последовательно дискретно через интервал времени δt ($t = k\delta t$) и используются дискретные фильтры. Например, дискретным аналогом системы (12) будет следующая система:

$$Ax(k) + \bar{B}\bar{u}(k) + Bu(k) = 0;$$

$$y(k) = x(k), \quad \bar{y}(k) = \bar{u}(k);$$

$$y_\Phi(k) = (\delta t/T_\Phi)y(k) + (\delta t/T_\Phi - 1)y_\Phi(k-1),$$

$$\bar{y}_\Phi(k) = \frac{\delta t}{T_\Phi} \bar{y}(k) + \left(\frac{\delta t}{T_\Phi} - 1\right) \bar{y}_\Phi(k-1).$$

а системы (13), (14) — система:

$$u(k) = (T_\Phi/\delta t)\tilde{u}_\Phi(k) + (T_\Phi/\delta t - 1)\tilde{u}_\Phi(k-1);$$

$$B\tilde{u}_\Phi(k) = \tilde{\Delta}_\Phi(k);$$

$$\tilde{\Delta}_\Phi(k) = -A y_\Phi(k) - \bar{B} \bar{y}_\Phi(k).$$

Предложенные способы диагностирования уменьшают вычислительные трудности, вызываемые необходимостью восстановления динамики входов каналов измерения по их выходам и фильтрации данных контроля, особенно второй способ: применение его не требует вычисления производных контролируемых величин, он малочувствителен к изменению инерционных характеристик диагностируемого элемента и каналов измерения. Его недостатки связаны с существенной инерционностью вспомогательного фильтра: задержка в получении диагноза и малая чувствительность к импульсным неисправностям относительно малой продолжительности и амплитуды.

Функциональные особенности каждого из различных элементов ЯЭУ, особенности проявления неисправностей и обнаружения этих проявлений делают неэффективным следование каким-либо универсальным общим правилам оценки границ применимости того или иного способа диагностирования. Целесообразно для каждого конкретного случая проводить специальное исследование.

Список литературы

1. Знышев В.В. Идентификатор неисправностей ЯЭУ// Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. 1988. Вып. 1. С. 82 — 87.
2. Знышев В.В. К вопросу диагностирования непрерывного объекта с использованием его модели динамики// Прикладные задачи динамики систем: Сборник/ Горьк. ун-т. С. 53 — 58. Деп. в ВИНТИ 24.10.85, № 7418-В.
3. Тихонов А.Н. Системы дифференциальных уравнений, содержащие малые параметры при производных// Математический сборник. 1952. 31(73), № 3. С. 575 — 586.
4. Васильева А.Б., Дмитриев И.Г. Сингулярные возмущения в задачах оптимального управления// Итоги науки и техники. Сер. Мат. анализ. 1982. Т. 20. С. 3 — 77.

Статья поступила в редакцию
30 июня 1988 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер.
Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 53 — 55.

УДК 621.039.512:518.517.92

К ВОПРОСУ О РЕШЕНИИ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧ
ДЛЯ УРАВНЕНИЙ НЕЙТРОННОЙ КИНЕТИКИ

Ю.М. Гусев, Р.Ш. Вахитов, А.П. Костицын

Предлагается численный метод решения прямой и обратной задач для уравнений нейтронной кинетики. Построена разностная схема для расчета реактивности по результатам измерений плотности нейтронов. Приводятся примеры.

ON THE DIRECT AND INVERSE PROBLEM SOLUTION FOR THE EQUATIONS OF NEUTRON KINETICS. Yu.M. GUSEV, R.Sh. VAKHITOV, A.P. KOSTITSYN. A numerical approach to solve the direct and the inverse problem for the equations of neutron kinetics is proposed. A difference scheme to calculate reactivity based on the neutron density measurement results is constructed. Examples are presented.

Постановка задачи. Нейтронно-физические процессы в реакторах на медленных нейтронах описываются следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{k - \sum_{\nu=1}^6 \beta_{\nu}}{L} n + \sum_{\nu=1}^6 \lambda_{\nu} c_{\nu}; \quad (1)$$

$$\frac{dc_{\nu}}{dt} = \frac{\beta_{\nu}}{L} n - \lambda_{\nu} c_{\nu}, \nu = 1, 2, \dots, 6 \quad (2)$$

Начальные условия: для $t = 0$

$$n(0) = n_0; \quad c_{\nu}(0) = \frac{\beta_{\nu}}{\lambda_{\nu} L} n_0. \quad (3)$$

Обозначения: $n = n(t)$ — плотность нейтронов; $c_{\nu} = c_{\nu}(t)$ — концентрация ядер — предшественников запаздывающих нейтронов ν -й группы; $k = k(t)$ — реактивность; $\beta_{\nu}, \lambda_{\nu}, L$ — постоянные величины.

При исследовании динамических свойств реактора решается прямая задача. При заданном воздействии на реактор по реактивности $k(t)$, представленной значениями k_i в точках $t_i, 0 \leq i \leq m$, образующих разбиение $t \equiv 0 < t_1 < t_2 \dots < t_m = T$, находится решение системы (1) — (3) — изменение во времени плотности нейтронов $n_i(t)$.

Обратная задача заключается в определении функции $k_i(t_i)$ при заданной функции $n_i(t_i)$, представленной приближенными значениями \tilde{n}_i в тех же точках t_i . При этом известно, что $\|n(t_i) - \tilde{n}_i\| \leq \delta_i$, где δ_i — заданное допустимое отклонение (в равномерной метрике) измеренного значения \tilde{n}_i от точной величины $n(t_i)$.

Обратная задача возникает из необходимости определения реактивности kt , контролируемой при работе реактора и используемой, в некоторых случаях, в процессе управления. Решение обратной задачи — единственная возможность определения реактивности, так как непосредственное ее измерение невозможно.

Эта обратная задача относится к классу некорректных задач. Попытки создания систем обработки результатов эксперимента для расчета реактивности без учета некорректности привели к сбоям работы ЭВМ из-за случайных погрешностей в исходных значениях \tilde{n}_i [2]. Для борьбы с помехами в дополнение к аппаратным средствам применялся программный способ защиты, который осуществлял, по сути дела, бесконтрольную коррекцию исходных значений \tilde{n}_i . В целях повышения точности счета и устойчивости работы ЭВМ необходимо использование специальных разностных схем, учитывающих некорректность задачи.

Применение регуляризирующих алгоритмов, основанных на априорной информации о решении [3], а также других подходов, использующих различного рода функционалы от решения задачи для получения регуляризирующих операторов [4], затруднено ввиду необходимости счета в реальном масштабе времени. С помощью этих методов решение может быть построено, если сразу заданы все m значений исходных данных \tilde{n}_i . Иначе говоря, обработка результатов эксперимента осуществляется не в процессе измерения, а после завершения опытов. Различного рода упрощения [2], например, предположение о том, что вклад члена dn/dt в реактивность незначителен, оказываются весьма грубыми для динамических режимов типа нейтронных вспышек.

В данной работе описывается новый численный метод решения прямой и обратной задач для системы (1), (2), позволяющий для обратной задачи получить приближенное устойчивое решение с погрешностью, согласованной с погрешностью исходных данных. Метод решения прямой задачи имеет ограниченную область применимости. Прежде всего он не применим к сильным нейтронным вспышкам с $k > \sum_{\nu=1}^6 \beta_{\nu}$. Кроме того, в отличие от известных неявных схем [5, 6], он устойчив лишь при достаточно малом временном шаге. Поэтому этот метод описывается ниже в тесной связи с главной задачей получения реактивности.

Разностная схема для прямой задачи. Система уравнений нейтронной кинетики (1), (2) разрешима с помощью одношаговых (Эйлера, Рунге-Кутты) или многошаговых (Адамса, Гира) методов. Это методы параллельного типа: каждое уравнение системы на каждом шаге решается отдельно. Переменная, определенная по предыдущему уравнению, в каждом последующем уравнении на данном шаге не используется, во время счета одного шага нет связи между уравнениями. Так при моделировании уравнений нейтронной кинетики с помощью методов параллельного типа концентрация ядер — предшественников запаздывающих нейтронов, рассчитанная для $(i+1)$ -го шага, в счет плотности нейтронов на этом шаге не входит, применяется предполагаемое значение данной величины. Параллельные методы, имея несомненное преимущество, заключающееся в возможности распараллеливания вычислений между несколькими процессорами, непригодны, однако, для решения обратных задач.

Построим новую разностную схему для системы (1), (2), предусматривающую использование результатов вычислений по каждому предыдущему уравнению во всех последующих и позволяющую на ее основе перейти к решению обратной задачи.

Пусть $\omega_{\tau} = \{t_i, i = 0, 1, 2, \dots, m, t_0 = 0, t_m = T\}$ — равномерная сетка на отрезке $0 \leq t \leq T$ с шагом $\tau = t_{i+1} - t_i$. Рассмотрим функции $k = k(t_i)$, $n = n(t_i)$, $c_{\nu} = c_{\nu}(t_i)$ дискретного аргумента $t_i \in \omega_{\tau}$. При каждом фиксированном значении $t = t_i$ функции $k(t_i)$, $n(t_i)$, $c_{\nu}(t_i)$ являются элементами конечномерного гильбертового пространства H_{τ} .

Разностная схема для прямой задачи имеет вид:

$$c_{\nu,i+1} = c_{\nu,i} + \frac{\tau}{2} [F_{\nu} + \frac{\beta_{\nu}}{L} (n_i + \tau F_0 - \lambda_{\nu} (c_{\nu,i} + \tau F_{\nu}))]; \quad (4)$$

$$n_{i+1} = n_i + \frac{\tau}{2} [F_0 + \frac{k_{i+1} - \sum_{\nu=1}^6 \beta_{\nu}}{L} (n_i + \tau F_0) + \sum_{\nu=1}^6 \lambda_{\nu} c_{\nu,i+1}]; \quad (5)$$

где

$$F_0 = \frac{k_i - \sum_{\nu=1}^6 \beta_{\nu}}{L} n_i + \sum_{\nu=1}^6 \lambda_{\nu} c_{\nu,i}; \quad F_{\nu} = \frac{\beta_{\nu}}{L} n_i - \lambda_{\nu} c_{\nu,i};$$

$$\nu = 1, 2, \dots, 6.$$

Схема (4) для уравнений (2) построена по формуле Хойна (формула Рунге-Кутты второго порядка). Схема (6) для уравнения (1) составлена аналогично. Однако в (5) вместо $c_{\nu,i} + \tau F_{\nu}$ используются найденные по схеме (4) величины $c_{\nu,i+1}$.

Для исследования устойчивости схемы (4), (5) представим ее в канонической форме, позволяющей указать операторы, ответственные за устойчивость:

$$\frac{c_{\nu,i+1} - c_{\nu,i}}{\tau} + \frac{1}{2} \lambda_{\nu} (c_{\nu,i} + \tau F_{\nu}) + \frac{1}{2} \lambda_{\nu} c_{\nu,i} = \frac{\beta_{\nu}}{2L} (2n_i + \tau F_0); \quad (6)$$

$$\frac{n_{i+1} - n_i}{\tau} + \frac{1}{2} \frac{\sum_{\nu=1}^6 \beta_{\nu} - k_{i+1}}{L} (n_i + \tau F_0) + \frac{1}{2} \frac{\sum_{\nu=1}^6 \beta_{\nu} - k_i}{2L} n_i =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^6 \lambda_{\nu} (c_{\nu,i} + c_{\nu,i+1}). \quad (7)$$

Разностной схеме (6), (7) соответствует каноническая форма [5]:

$$c'_{\nu,t} + \sigma \hat{X} c_{\nu} + (1 - \sigma) X c_{\nu} = \psi; \quad c_{\nu}(0) = c_{\nu,0}; \quad (8)$$

$$n'_t + \sigma \hat{Y} n + (1 - \sigma) Y n = \varphi; \quad n(0) = n_0, \quad (9)$$

где $Y = Y(t)$, $\hat{Y} = Y(t + \tau)$, X — операторы, действующие в пространстве H_{τ} ; $\psi(t_i)$, $\varphi(t_i)$ — известные функции дискретного аргумента $t = t_i$ со значениями в H_{τ} ; $\sigma = 1/2$;

$$\hat{c}_{\nu} = c_{\nu,i} + \tau F_{\nu}; \quad \hat{n} = n_i + \tau F_0.$$

Для схемы (8) имеем постоянный оператор X , а операторы Y и \hat{Y} , входящие в схему (9), зависят от времени. Из (7) следует, что оператор $Y(t)$ самосопряжен и положителен: $Y(t) = Y^*(t) > 0$ при $k(t) < \sum_{\nu=1}^6 \beta_{\nu}$. Этот оператор удовлетворяет условию Липшица по t в том смысле, что $(1/\rho) A \leq \hat{Y} \leq \rho A$; $\rho = \exp(M\tau)$, где $M = \text{const} > 0$ и не зависит от τ , если $k = k(t)$ относится к классу липшицевых функций.

В этих условиях при

$$\sigma \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{\tau \|X\|} \quad \text{или} \quad \sigma \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{\tau \lambda_{\nu}}; \quad (10)$$

$$\sigma \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{\tau \|Y(t)\|} \quad (11)$$

устойчивы схемы (8), (9), а следовательно, и (4) и (5) [5]. При $\sigma = 1/2$ условия устойчивости (10) и (11) выполняются для любого $\tau > 0$. Однако ввиду "жесткости" исходной системы дифференциальных уравнений шаг интегрирования должен быть ограничен: $\tau \leq L / \sum_{\nu=1}^6 \beta_{\nu}$.

Доказано [6], что схемы типа (4) и (5) имеют второй порядок аппроксимации относительно τ . Из аппроксимации и устойчивости схемы следует ее сходи-

мость к дифференциальной задаче (1) – (3) с тем же, вторым порядком.

Разностная схема для обратной задачи. Метод последовательного типа с наличием связи между уравнениями во время счета одного шага разработан Башариным [7]. Однако эта схема при решении обратных задач дает неустойчивый процесс: накапливается ошибка, обусловленная неустойчивостью счета к погрешности исходных данных и к погрешности численного метода. Через несколько десятков шагов решение "раскачивается" и приобретает "пилообразный" вид, характерный для некорректных задач.

Для создания устойчивой разностной схемы обратной задачи предлагается метод композиции решения, заключающийся в построении класса приближенных устойчивых решений и отборе из него решения, сопоставимого по точности с измерениями исходных данных. Приближенные устойчивые решения получаются из точного решения путем целенаправленного его изменения для придания стабилизирующих свойств.

Разностную схему, позволяющую построить "точное" решение обратной задачи, нетрудно получить из (4) и (5), заменив предсказанное значение $n_i + \tau F_0$ функции $p(t_i)$ в точке t_{i+1} на заданную величину n_{i+1} :

$$c_{\nu,i+1} = c_{\nu,i} + \frac{\tau}{2} [F_{\nu} + \frac{\beta_{\nu}}{L} n_{i+1} - \lambda_{\nu}(c_{\nu,i} + \tau F_{\nu})]; \quad (12)$$

$$k_{i+1} = 2L \left[\frac{n_{i+1} - n_i}{\tau} \frac{1}{n_{i+1}} - \left(\frac{F_0}{2n_{i+1}} - \frac{\sum_{\nu=1}^6 \beta_{\nu}}{L} - \sum_{\nu=1}^6 \frac{\lambda_{\nu}}{n_{i+1}} c_{\nu,i+1} \right) \right]. \quad (13)$$

Схема (13) содержит операцию численного дифференцирования функции $p(t)$, заданной приближенно. Эта операция не обладает свойством устойчивости. Если n_i и n_{i+1} являются дискретными реализациями в точках t_i и t_{i+1} некоторой непрерывной функции $p(t)$, то при $\tau \rightarrow 0$ $(n_{i+1} - n_i)/\tau \rightarrow (dn/dt)_{t=t_i}$. Если же n_i и n_{i+1} представляют собой результаты измерения или расчета, то при $\tau \rightarrow 0$ разность $(n_{i+1} - n_i)$ может стремиться к нулю "несогласованно" с τ . Тогда возможно, что отношение

$$\frac{n_{i+1} - n_i}{\tau} \rightarrow \infty \text{ при } \tau \rightarrow 0. \quad (14)$$

Следовательно, решение, полученное по (12), (13), неустойчиво.

Построим приближенное, но устойчивое решение обратной задачи, умножая $(n_{i+1} - n_i)$ на z_{i+1} для устранения несогласованности между числителем и знаменателем в (14). В результате на каждом шаге по времени получим однопараметрический класс приближенных решений:

$$c_{\nu,i+1} = c_{\nu,i} + \frac{\tau}{2} [F_{\nu} + \frac{\beta_{\nu}}{L} \tilde{n}_{i+1} - \lambda_{\nu}(c_{\nu,i} + \tau F_{\nu})]; \quad (15)$$

$$\tilde{k}_{i+1}(z) = \frac{2L}{\tilde{n}_{i+1}} \frac{\tilde{n}_{i+1} - \tilde{n}_i}{\tau} z_{i+1} - L \left(\frac{F_0}{\tilde{n}_{i+1}} - \frac{\sum_{\nu=1}^6 \beta_{\nu}}{L} + \sum_{\nu=1}^6 \frac{\lambda_{\nu}}{\tilde{n}_{i+1}} c_{\nu,i+1} \right), \quad (16)$$

где $0 \leq z_{i+1} \leq 1$ определяется из условия

$$\begin{aligned} |\tilde{n}_{i+1} - n_{i+1}(z_{i+1})| &\leq \delta_{i+1}; \\ n_{i+1}(z_{i+1}) &= n_i(z_i) + \frac{\tau}{2} [F_0 + \frac{\tilde{k}_{i+1}(z_{i+1}) - \sum_{\nu=1}^6 \beta_{\nu}}{L} \tilde{n}_{i+1} + \\ &+ \sum_{\nu=1}^6 \lambda_{\nu} c_{\nu,i+1}]. \end{aligned} \quad (17)$$

Параметр z играет роль стабилизирующего множителя. Из (15) – (17) нетрудно также заметить, что когда погрешность измерения стремится к нулю, $\delta_j \rightarrow 0$ ($j = 1, 2, \dots, i+1$); $n_j(z_j) \rightarrow \tilde{n}_j$, $z_j \rightarrow 1$, а следовательно, композиционное решение $\tilde{k}_j(z_j)$ сходится к "точному" решению в конечно-разностной форме (12), (13), которое в свою очередь сходится к точному решению обратной дифференциальной задачи (1) – (3) при условии $\tau \rightarrow 0$. Это следует из сходимости разностной схемы (4), (5). Композиционное решение представляет собой регуляризующий алгоритм. Действительно, при композиции решения устанавливается правило, посредством которого каждой паре множеств (массивов) результатов измерений $\tilde{n}_j \in N$ и погрешности $\delta_j \in \Delta$ ставится в соответствие вполне определенное множество $\tilde{k}_j \in K$, такое, что $\tilde{k}_j(z_j) \rightarrow k_j$ при $\delta_j \rightarrow 0$.

Вычислительный эксперимент. Для обратной задачи затруднительно провести априорный анализ устойчивости и точности. Исходные функции задаются приближенно и указывается возможная зона их изменения, зависящая от точности измерения или предварительного расчета. Фактически при решении обратной задачи для каждого шага имеется лишь одно случайное приближенное значение заданной функции при отсутствии точного значения. Действительная погрешность задания исходной функции на данном шаге остается неизвестной. Однако именно эта погрешность, наряду с качеством разностной схемы, определяет точность и устойчивость решения обратной задачи.

Анализ этого решения проводился на основе численного эксперимента, реализованного на ЭВМ ЕС-1060 по методике [8]. На первом этапе решается прямая задача. В качестве $k(t)$ задаются следующие функции, соответствующие различным режимам нейтронно-физических процессов: 1) ступенчатое изменение реактивности – пробный сигнал, позволяющий оценить дина-

мику нейтронно-физических процессов; 2) синусоидальное изменение реактивности — перевод плотности нейтронов с низкого уровня на более высокий и обратно. Для решения прямой задачи применяется разностная схема (4), (5).

На втором этапе в решение прямой задачи — найденную функцию $n(t_i)$ — вносятся погрешности задаваемого уровня: $\tilde{n}(t_i) = n(t_i)(1 + Cp)$, где C — уровень погрешности; p — случайные числа из интервала $[-1, 1]$, распределенные по нормальному закону.

На третьем этапе решается обратная задача: восстановление функции $k(t)$ с помощью схемы (12), (13) и метода композиции решения по схеме (15) — (17). В расчете использовались следующие значения постоянных величин: $\beta_1 = 0,00025$; $\beta_2 = 0,00084$; $\beta_3 = 0,0024$; $\beta_4 = 0,0021$; $\beta_5 = 0,0017$; $\beta_6 = 0,00026$; $\lambda_1 = 14,0 \text{ с}^{-1}$; $\lambda_2 = 1,61 \text{ с}^{-1}$; $\lambda_3 = 0,456 \text{ с}^{-1}$; $\lambda_4 = 0,151 \text{ с}^{-1}$; $\lambda_5 = 0,0315 \text{ с}^{-1}$; $\lambda_6 = 0,0124 \text{ с}^{-1}$; $L = 10^{-4} \text{ с}$; $\tau = 10^{-2} \text{ с}$.

На рис. 1 и 2 показаны результаты численного эксперимента. "Точное" решение обратной задачи по (12), (13) дает пилообразную кривую, характерную для некор-

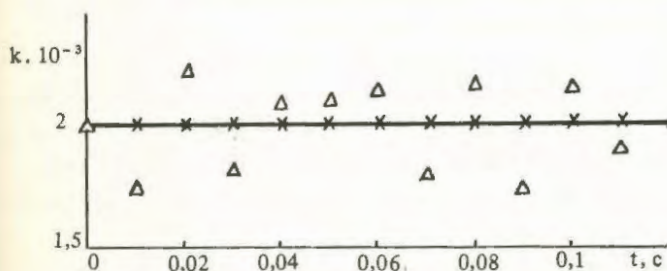


Рис. 1. Результаты численного моделирования уравнений нейтронной кинетики для ступенчатого изменения реактивности: — заданное изменение реактивности; Δ — решение обратной задачи по (12), (13) при уровне погрешности $C = 0,02$; x — композиционное приближенное решение по (15) — (17) при $C = 0,02$

ректных задач. Метод композиции позволяет получить решение, достаточно точно приближающееся к заданному на первом этапе. Численный эксперимент дает возможность определить допустимый уровень погрешности измерения плотности нейтронов при заданных требованиях к точности пересчета реактивности.

В заключение отметим следующее. Результат реактивности выдается с некоторым запаздыванием относительно времени поступления сигнала. Эта задержка обусловлена временем, затрачиваемым на вычисления одного шага, и для счета в реальном масштабе времени не должна быть больше величины шага. На практике нередки случаи, когда шаг измерения Δt превышает допустимый по устойчивости шаг по схеме τ ($\Delta t \gg \tau$). В этих случаях предлагаемый метод также может быть использован путем введения фиктивных точек, расположенных на интервале измерения на расстоянии τ друг от друга. Имитация измерения на фиктивных точках

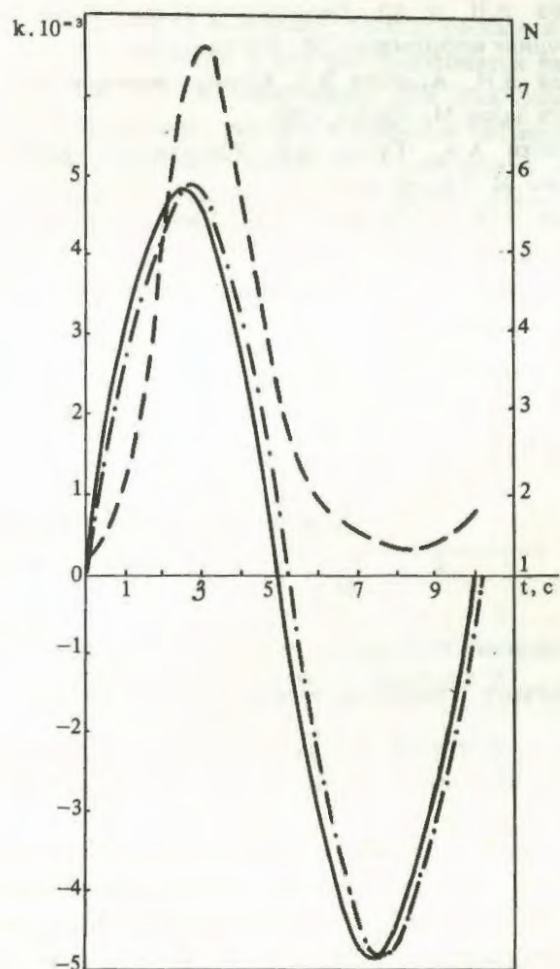


Рис. 2. Результаты численного моделирования уравнений нейтронной кинетики для синусоидального закона изменения реактивности: — заданное изменение реактивности; --- изменение плотности нейтронов при синусоидальном изменении реактивности; — · — композиционное приближенное решение по (15) — (17) при $C = 0,1$

может быть осуществлена с помощью интерполяции. Естественно, время счета шага при этом возрастает пропорционально количеству фиктивных точек на одном интервале измерения. Сокращение времени счета может быть достигнуто распараллеливанием вычислений в многопроцессорных системах. Однако такой подход не является оптимальным. Большой интервал измерения дает малую частоту выдачи решений. С этой точки зрения предпочтительнее сокращение интервала измерений до некоторой величины, обеспечивающей оптимальное соотношение между интервалом измерения и временем вычисления при ограничении на шаг счета.

Список литературы

1. Шульц М. Регулирование энергетических ядерных реакторов. М.: Иностранная литература, 1957.
2. Могильнер А.И. и др. Применение малых ЭВМ для измерения реактивности // Атомная энергия. 1974. Т. 36. Вып. 5. С. 358 — 362.

3. Тихонов А.Н. и др. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М.: Наука, 1983.
4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986.
5. Самарский А.А., Гулин А.В. Устойчивость разностных схем. М.: Наука, 1973.
6. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977.
7. Башарин А.В. и др. Управление электроприводами. Л.: Энергоиздат, 1982.

8. Тихонов А.Н. Математическая физика и автоматизация обработки наблюдений//Современные проблемы математической физики и вычислительной математики. М.: Наука, 1982. С. 292 – 301.

Статья поступила в редакцию
17 марта 1988 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер.
Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 56 – 60.

УДК 532.529

КРИТИЧЕСКОЕ ИСТЕЧЕНИЕ НАСЫЩЕННОЙ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ДЛИННЫЕ КАНАЛЫ

М.И. Савельев

Предлагается гетерогенная модель парожидкостного потока. Проводится анализ развития течения в условиях неизоэнтропности.

CRITICAL OUTFLOW OF A SATURATED LIQUID THROUGH LONG CHANNELS. M.I. SAVELYEV. A heterogeneous model of the steam-liquid stream is proposed. An analysis of the flow evolution under the non-isoentropy conditions is given.

При анализе аварий с разгерметизацией первого контура АЭС предполагают, что происходит мгновенный разрыв трубопровода, соединяющего корпус реактора с оборудованием [1]. Утечка теплоносителя при этом определяется критическими условиями истечения, что приводит к необходимости изучения критических потоков в задачах обеспечения ядерной безопасности. Анализ двухфазных течений в трубопроводах значительной протяженности важен также при проработке энергетических проектов, предусматривающих транспортировку парожидкостных смесей на значительные расстояния.

Известные из литературных источников модели двухфазных течений, как правило, основываются на использовании эмпирических замыкающих соотношений для конкретных сред и геометрий, справедливых в ограниченном диапазоне режимных параметров [2]. Основанная на принципах гетерогенного термодинамического равновесия фаз модель течения [3] включает различные виды межфазовых и внешних воздействий, позволяющих учесть структурные, геометрические, режимные и другие факторы. Интенсивность обменных процессов на поверхности раздела фаз определяется из соответствующих закономерностей движения и теплообмена одиночных частиц. Универсальный характер математической модели позволяет использовать методы, применявшиеся для анализа течений в соплах [4, 5], для исследования и других двухфазных потоков.

В представленной работе использовались экспериментальные данные для каналов постоянного сечения относительной длины $l/d \leq 600$ [6] и $l/d \leq 3500$

[7]. При такой протяженности значительны необратимые потери, обусловленные взаимодействием потока со стенками. Поэтому погрешность расчетов, основывающихся на изоэнтропных моделях течения, становится недопустимо высокой [6, 8].

Сравнительный анализ влияний межфазовых воздействий на развитие потока свидетельствует о преобладающей роли трения [3, 9]. Для течений в длинных каналах выполнимость условий насыщения известна и из опыта [10]. Поэтому в представленной работе термическая неравновесность не учитывается и температуры фаз считаются равными, отвечающими условиям насыщения в текущем сечении. Поток предполагается двухфазным на всем протяжении канала. Межфазовое трение рассчитывается в предположении пузырьковой структуры. При этом движение парожидкостной смеси опишется следующей системой уравнений:

$$G_1 + G_2 = K_1; \quad (1)$$

$$G_1(h_1 + 0,5 w_1^2) + G_2(h_2 + 0,5 w_2^2) = K_2; \quad (2)$$

$$\frac{d(G_1 w_1)}{dz} + \frac{d(G_2 w_2)}{dz} + F \frac{dP}{dz} = -f_{TP}; \quad (3)$$

$$\frac{d(G_2 w_2)}{dz} + \frac{G_2}{\rho_2 w_2} \frac{dP}{dz} + \eta(w_1 - w_2) \frac{dG_2}{dz} = -nf_{MФ}; \quad (4)$$

$$G_1/(\rho_1 w_1) + G_2/(\rho_2 w_2) = F(z); \quad (5)$$

$$T = T_s(P). \quad (6)$$

Здесь P — давление; T — температура; w — скорость; G — массовый расход; ρ — плотность; h — энтальпия; $F(z)$ — площадь поперечного сечения; z — продольная координата. Константы K_1, K_2 определяются условиями на входе. Индексы 1, 2 относятся к жидкости и пару, s — определяет состояние насыщения. Коэффициент η равен единице при испарении жидкости и нулю при конденсации пара.

Трение на стенках определено по формуле гидравлики:

$$f_{\text{тр}} = \lambda \frac{F \rho_1 w_1^2}{d} \quad (7)$$

где d — диаметр канала.

Коэффициент сопротивления λ вычислен по параметрам жидкости с использованием формул Блазиуса и Никурадзе:

$$\lambda = \begin{cases} 0,316 \text{Re}^{-0,25}; & \text{Re} < 10^5; \\ 0,0032 + 0,221 \text{Re}^{-0,237}; & \text{Re} \geq 10^5. \end{cases} \quad (8)$$

Трение $f_{\text{мф}}$ на поверхности раздела фаз определяется взаимодействием одиночной частицы и суммарным их потоком n :

$$f_{\text{мф}} = 0,5 C_\mu \rho_1 (w_2 - w_1) |w_2 - w_1| \pi \xi^2 / w_2; \quad (9)$$

$$n = 3 G_2 / (4\pi \rho_2 \xi^3). \quad (10)$$

В этих соотношениях ξ — радиус пузырька. Коэффициент сопротивления C_μ задан соотношением

$$C_\mu = \frac{48}{\text{Re}_p} \left(1 - \frac{2,2}{\text{Re}_p}\right); \quad (11)$$

$$\text{Re}_p = 2\xi |w_1 - w_2| / \nu_1, \quad (12)$$

где ν_1 — кинематическая вязкость.

Связь размера пузырька с параметрами течения получена обработкой данных по относительному движению частиц [11]:

$$\text{We}_p (\text{Re}_p)^{-2} = A, \quad (13)$$

где A — const; We_p — критерий Вебера для пузырька.

Физические свойства воды и пара определены линейной аппроксимацией их табличных значений [12] в рассмотренных диапазонах: $P = (0,1 \div 1)$ МПа [7] и $P = (0,1 \div 10)$ МПа [6].

В пределах фиксированной структуры значение A меняется сравнительно слабо [11] и определено постоянным в пределах каждой группы экспериментов, рассмотренных в [6] и [7]. Поэтому соответствующая система уравнений имеет лишь один настроечный параметр. Его величина определяется по соответствию опытных и расчетных реализаций расхода при равенстве прочих условий в одном из режимов. В силу значительной

разницы условий истечения, рассмотренных в работах [6] и [7], величина A для них оказывается различной: $7,5 \cdot 10^{-8}$ и 10^{-9} соответственно. При этих фиксированных A проведены расчеты в пределах экспериментально исследованных областей. Соответствие опытных и расчетных данных (рис. 1–3) свидетельствует о доста-

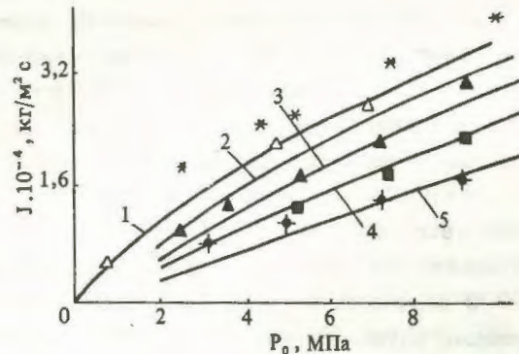


Рис. 1. Зависимость удельного расхода J от входного давления P_0 при различных длинах канала: эксперимент [6]: * — $l/d = 8$; Δ — $l/d = 40$; \blacktriangle — $l/d = 141$; \blacksquare — $l/d = 345$; \blacklozenge — $l/d = 612$; расчет: 1 — по изотропной гомогенной модели [6]; 2–5 — по модели раздельного течения фаз (2 — $l/d = 70$; 3 — $l/d = 141$; 4 — $l/d = 345$; 5 — $l/d = 612$)

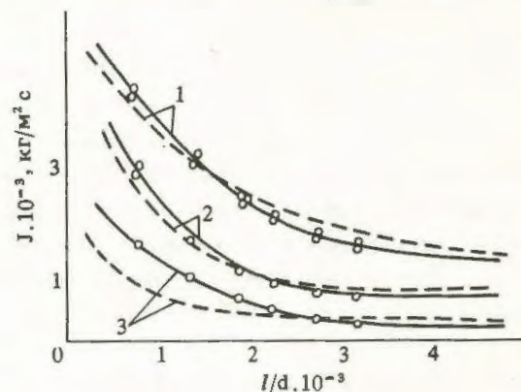


Рис. 2. Зависимость удельного критического расхода от относительной длины при различных температурах на входе: — — — эксперимент [7]; — — — расчет; 1 — $T_0 = 433$ К; 2 — $T_0 = 413$ К; 3 — $T_0 = 393$ К

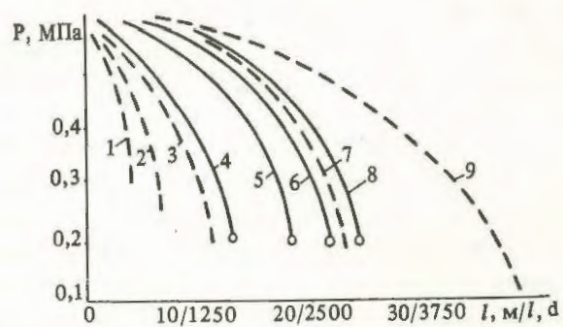


Рис. 3. Изменение статического давления по длине при различной протяженности канала: — — — эксперимент [7]; — — — расчет; 1 — $l/d = 470$; 2 — $l/d = 810$; 3 — $l/d = 1460$; 4 — $l/d = 1825$; 5 — $l/d = 2350$; 6 — $l/d = 2740$; 7 — $l/d = 2940$; 8 — $l/d = 3060$; 9 — $l/d = 4600$

точно хорошем описании моделируемых физических процессов. Следует специально отметить совпадение критического сечения с выходом из канала при равенстве полученного расчетом и замеренного в опыте критического перепада давления (см. рис. 3).

При значительном влиянии на расход и распределение статического давления по длине соответствие опытных и полученных расчетом их значений свидетельствует об удовлетворительной точности вычисления трения на стенках. Таким образом, соответствующие потери сил давления в двухфазных потоках высокой влажности могут быть рассчитаны с помощью соотношений (7), (8) динамики однофазных сред.

Система уравнений (1) – (13) не может быть решена при условиях на входе $G_2 = 0$. Возможность счета при $G_2 \rightarrow 0$ обусловлена характеристиками ЭВМ и в рассмотренном случае определена входным массовым паросодержанием $X_0 = 10^{-4}$. Такое изменение паросодержания $\Delta X = 10^{-4}$ соответствует протяженности начального участка $\Delta l \lesssim 0,03l$. Поэтому отличие входного паросодержания от нулевого при анализе результатов не учитывалось.

При высоких давлениях, рассмотренных в работе [6], не удается получить решение в области расходов, характерных для сравнительно коротких каналов ($l/d \lesssim 80$). Соответствующие численные решения не имеют физического смысла. По-видимому, это объясняется известными [8] отличиями в развитии критических потоков при различной длине каналов. Для потоков в коротких каналах могут оказаться существенными эффекты метастабильности, связанные с зарождением новой фазы. Эти явления нуждаются в самостоятельных исследованиях.

Список литературы

1. Основные направления обеспечения безопасности атомных судов/Н.С. Хлопкин, О.Б. Самойлов, В.М. Беляев и др.//Атомная энергия. 1984. Т. 57, вып. 6. С. 379 – 382.
2. Герлига В.А., Скалозубов В.И. Математические модели адиабатных вскипающих потоков (Обзор)//Вестник АН БССР. Сер. физико-энерг. наук. 1986, № 2. С. 92 – 97.

3. Невинский В.В., Розенблюм В.И., Савельев М.И. Численное исследование влияния скоростного и термического отставания на поведение двухфазной среды при околокритических режимах течения//ТВТ. 1984, № 1. С. 123 – 130.
4. Зысин В.А., Невинский В.В., Розенблюм В.И. Одномерное движение высоковлажного пара в соплах//Энергомашиностроение. 1976, № 12. С. 36 – 37.
5. Невинский В.В., Розенблюм В.И., Савельев М.И. Расчетное исследование околокритических режимов истечения газожидкостной смеси с пузырьковой структурой потока//Изв. вузов СССР. Энергетика. 1981, № 7. С. 55 – 58.
6. Фисенко В.В. Критические двухфазные потоки. М.: Атомиздат, 1978.
7. Бильдер З.П., Фисенко В.В. Критическое двухфазное течение в длинных каналах//ИФЖ. 1982. Т. 43, № 5. С. 715 – 718.
8. Вскипающие адиабатные потоки/В.А. Зысин, Г.А. Баранов, В.А. Барилевич и др. М.: Атомиздат, 1976.
9. Циклаури Г.В., Данилин В.С., Селезнев Л.И. Адиабатные двухфазные течения. М.: Атомиздат, 1973.
10. Ogasawara H. Theoretical approach to two-phase critical flow. Bull. of JSME. 1969. Vol. 12, № 52. P. 837 – 846.
11. Розенблюм В.И., Савельев М.И., Тарасенко А.М. Некоторые термодинамические аспекты двухфазных и кавитационных течений//Вестник АН БССР. Сер. физико-энерг. наук. 1986, № 4. С. 61 – 68.
12. Вукалович М.П., Ривкии С.Л., Александров А.А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара. – М.: Изд-во стандартов, 1969.

Статья поступила в редакцию
23 января 1987 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер.
Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 60 – 62.

КАКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ СЛЕДУЕТ ДОБИВАТЬСЯ ОТ ЯЭС

Я.В. Шевелев

Рассматривается приемлемая степень риска от ЯЭС как для экономики страны, так и для населения зоны, из которой возможна эвакуация.

WHAT ARE WE TO CONSIDER AS A SAFETY LEVEL FOR NPP. Ya.V. SHEVELEV. Nuclear power plant admissible risk level is investigated with respect to both country economy and population of the region whereof evacuation is possible.

Общественное сознание в последнее время становится в нашей стране заметным политическим фактором. Чернобыльская трагедия в этом сознании объединилась с угрозой Аралу, Севану, Байкалу, с поворотом рек и гибелью парохода "Адмирал Нахимов". В этом объединении есть своя глубокая правда. Правда, что наш негодный хозяйственный механизм воспитывает разгильдяев, которые могут недоработать, недопроверить конструкцию, ненароком взорвать реактор, потопить пароход, загрязнить озеро. Правда, что он насаждает корпоративную феодальную психологию, побуждающую инженеров и ученых отстаивать честь фирмы, а не интересы народа и научную истину. Но есть в современном общественном сознании опасный элемент неправды. Если его своевременно не выявить, он может вдохновить людей не на созидание, а на разрушение общественных ценностей. Этот элемент питается недостаточной осведомленностью людей, в чем, конечно, виноваты ученые, пренебрегающие порой разъяснительной работой. Общественность у нас, как и на Западе, недооценивает объективную необходимость создания опасных для людей и природы производств. Эта недооценка применительно к ядерной энергетике выражается в требовании общественной либо гарантировать абсолютную невозможность аварий типа чернобыльской, либо отказаться от строительства ядерных электростанций, в крайнем случае — строить их в другой республике.

Цивилизация удлинила и украсила человеческую жизнь, но внесла в нее новые, техногенные опасности. Их можно свести к нулю только вернув общество в первобытное состояние, оставив его без лекарств, без тепла, без пищи (прокормить нынешнее население дарами природы невозможно). Одним из самых страшных порождений цивилизации является автомобиль. За предстоящие полвека это чудовище погубит в нашей стране миллионы людей, если техника безопасности в автодорожном деле не усовершенствуется радикально. За то же время от последствий чернобыльской аварии погибнут, заболев раком, тысячи наших граждан (по крайним оценкам коллективная доза облучения людей составит от $3,2 \cdot 10^7$ до $2,1 \cdot 10^8$ человекобэр, коэффициент пересчета $1,25 \cdot 10^{-4}$ случаев рака на 1 человекобэр). Между тем общественное сознание, справедливо воспринимая чернобыльскую аварию как народную трагедию,

в упор не видит побоища на дорогах. Эта удивительная аберрация имеет далеко идущие последствия. Если люди останутся слепыми в своем сострадании, рассматривая в увеличительное стекло тысячи и в уменьшительное стекло миллионы, то придется и в самом деле отказаться от ядерной энергетике. Потому что сделать ее абсолютно безопасной так же невозможно, как невозможно сделать абсолютно безопасным автомобиль.

Всякая безопасность стоит денег. Например, подземный переход, уменьшающий количество сбиваемых машинами пешеходов, стоит четверть миллиона рублей. Если высокопарные слова "человеческая жизнь бесценна" воспринять всерьез, то придется рыть землю у каждого перекрестка, изъяв из бюджета только для Москвы 10 млрд рублей. Чуть позже мы разберемся, нужно ли тратить такие бешеные деньги, а пока обратимся к практике.

Вот выдержка из "ценника", которым пользуется ГАИ, оптимизируя защитные мероприятия:

гибель человека, имевшего семью	— 23 789 руб.;
гибель человека, не имевшего семьи	— 19 510 руб.;
гибель ребенка до 16 лет	— 28 500 руб.

Если затраты на строительство перехода не окупаются за нормативный срок ожидаемой экономией, подсчитанной с помощью этого ценника, то переход нерентабелен и ГАИ не рекомендует его строить.

Кошунственна ли такая бухгалтерия? По моему мнению, не столько кошунственна, сколько недостаточно научна. Да простит меня автор методики В.А. Аксенов, имевший, безусловно, благородное намерение рационализировать процедуру принятия решений по мерам безопасности, но наука сегодня далеко ушла вперед от узкохозяйственного анализа подобных проблем. Например, американская фирма, выбирая место для сооружения гидроаккумулирующей электростанции, включила в затраты по каждому из конкурирующих вариантов денежную оценку порчи пейзажа, а по одному из вариантов также денежную оценку разрушения не имеющей никакой хозяйственной ценности экосистемы из-за колебаний уровня воды в озере. Следуя этому примеру, мы должны всякий экономический фактор оценивать не только по его влиянию на бюджет общества,

т.е. на материальное благополучие граждан, но также и по его прямому влиянию на самочувствие людей, любящихся красивым пейзажем, сознающих себя частью живой природы и болезненно воспринимающих ее деструкцию. Денежные оценки двух ипостасей экономического фактора должны в виде суммы входить в экономические расчеты.

Трудоспособный человек — это, безусловно, экономический фактор, имеющий хозяйственную ценность, а его гибель — это хозяйственная потеря. На человека тратили деньги, кормя, одевая, обувая, в расчете, между прочим, и на хозяйственную отдачу. И вдруг — наезд автомобиля, и все пошло прахом. А еще, быть может, надо кормить осиротевших иждивенцев. Приблизительно так рассуждает В.А. Аксенов, а результаты его рассуждений используют ГАИ и ГУПО (пожарная охрана), испрашивая деньги на нашу с Вами безопасность. Рассуждения эти правильны, но не полны. Основанные на них денежные оценки, конечно, должны делаться. Но не они определяют общественную потерю при гибели человека.

Человеческая жизнь не бесценна, но она самоценна. Человек ценит свою жизнь не столько в меру той пользы, которую он приносит обществу своим трудом, сколько в силу заложенного в него генетически инстинкта самосохранения. И это факт, с которым надлежит считаться экономической науке. Ибо предмет экономической науки — это устройство хозяйственной жизни наилучшим для человека способом. Все, что ценит человек, должно получать экономическую оценку в рублях. И пища, и комфорт, и красивый ландшафт, и неистребимое желание жить возможно дольше — все должно получить выражение в звонкой монете. Потому что полностью удовлетворить все потребности человека невозможно, приходится маневрировать, жертвуя одним в пользу другого. А без количественного соизмерения ценностей в единой валюте маневры будут напоминать движения автомобиля, водителю которого завязали глаза.

Как выразить в рублях желание жить? Для этого нужно сравнить это желание с другими человеческими желаниями, уже получившими денежную оценку, например с желанием потратить деньги на красивую одежду или иные материальные блага. Пусть, например, человек соглашается на такое изменение условий труда, при котором риск погибнуть возрастает на 10^{-3} за год (дополнительно гибнет каждый год один человек из тысячи), но при этом зарплата повышается на 10^3 руб. за год. Тогда можно сказать, как этот человек оценивает в рублях силу своего инстинкта самосохранения. Оценка эта односторонняя: не выше 10^3 руб./ 10^{-3} = 10^6 руб. Если, к тому же, известно, что за меньшую доплату человек рисковать не хочет, то получаем оценку с другой стороны: не ниже 10^6 руб. Дополнительный риск 10^{-3} за год характерен для шахтеров. И при-

бавка к зарплате порядка 10^3 руб. за год не расходуется с практикуемыми доплатами на столь же опасных производств за риск погибнуть. Поскольку эти доплаты выработала практика, в отсутствие систематических исследований можно принять 10^6 руб. за грубую самооценку массами людей своей безопасностью. Разумеется, применять эту самооценку следует только в тех случаях, в которых она получена, т.е. при низких уровнях риска. При большом уровне риска плата за единицу риска должна возрасти. Это видно из предельного случая: любой здравомыслящий человек, не обремененный заботой о родственниках, откажется от коммерческой сделки, сколь бы крупную сумму денег она не сулила, если в момент получения платы он достоверно погибнет, не успев воспользоваться своим богатством. Но большой риск социально неприемлем, так что предлагаемым нормативом — 10^6 руб. — можно пользоваться при оптимизации любого социально приемлемого проекта. Например, модификация проекта, при которой ослаблены защитные мероприятия и дополнительно гибнет 500 человек в год, но зато экономится миллиард рублей в год, выгодна народу и должна быть принята к исполнению при условии, что риск любого гражданина остается на приемлемо низком уровне. Принятое на государственном уровне решение о такой модификации окажется согласованным с теми личными решениями, которые люди принимают, разменивая свою безопасность на материальные блага, украшающие их жизнь. Оценка единицы риска гибели человека в 10^6 руб. в десятки раз превосходит хозяйственную оценку риска потерять рабочую силу человека, используемую ГАИ. И именно эту высокую оценку следует использовать, решая вопрос, стоит или не стоит строить еще один переход. При этом можно убедиться, что 10 млрд руб. — отнюдь не чрезмерная плата за повышение безопасности московских пешеходов. Так что в данной сфере безопасности указанный норматив практически равнозначен лозунгу "жизнь бесценна". Но как далек пока что Мосгорисполком от того, чтобы следовать этому лозунгу... Да и откуда взять ему 10 млрд руб.? Ведь их нужно вначале на чем-то сэкономить, а уж затем тратить на безопасность в той или иной ее сфере.

Общественность должна понять, что экономически выгодная технология, высвобождая ресурсы, делая общество богаче, позволяет ему тратить больше средств на улучшение санитарного состояния жилищ, на технику безопасности, на медицину. Не техника против человека, а неэкономичная, т.е. губящая людей техника против экономичной, а значит, спасающей людей техники — такова реальная альтернатива. И поскольку экономический расчет есть инструмент выбора самого экономичного варианта технического решения, этот расчет являет собой не только балансирование труда и комфорта, но он является в то же время и балансом жизни и смерти. Наилучшим является вариант с наимень-

шей суммой денежных затрат и денежной оценки ожидаемой гибели людей. Отказаться от такого суммирования по якобы этическим соображениям — это то же, что вести хозяйственную машину, зажмурив глаза. Ничего, кроме зря загубленных жизней, подобная этика не даст.

Собственно говоря, ГАИ и ГУПО строят экономические расчеты на правильных принципах. Беда, что они принимают не тот норматив: 20 — 30 тыс. руб. вместо млн руб. Поэтому сегодня дополнительно вложенный в их сферу деятельности миллион спасет не одну человеческую жизнь, как это было бы, если бы оптимизация основывалась на правильном нормативе, а гораздо больше: не менее 30 жизней. А что касается здравоохранения, то оно пока не снисходит до экономической оптимизации. Да и что нашему нищенскому здравоохранению оптимизировать, если оно бесплатное. Поэтому самый большой эффект дадут сэкономленные экономичной технологией средства, если отдать их медицине. Поразительный результат получил недавно Советский детский фонд им. И.В. Ленина: затратив 2 млн руб., он организовал спасение десяти тысяч детей! А вот вложение средств в повышение безопасности ядерной энергетики даст наименьший эффект, ибо здесь на безопасности не экономят, и миллион рублей, дополнительно вложенный в некоторые из защитных устройств, рассматриваемых международным сообществом, спасет приблизительно одну человеческую жизнь. Обсуждаются и еще менее эффективные защитные устройства. Так что, если и дальше громоздить защиту на защиту, то отношение числа дополнительно спасенных людей к дополнительным затратам станет меньше 1 на 10^6 руб. Поэтому, выдвигая недостаточно обоснованные требования к повышению безопасности ядерной энергетики, мы будем расходовать средства с наименьшим полезным эффектом.

Прежде чем выдвигать разумные требования к безопасности ядерной энергетики, а тем более решать, достойная ли она соперница традиционной энергетике, стоит задуматься: а почему, собственно говоря, именно ядерная энергетика находится под обстрелом "зеленых"? Ведь из сопоставления и абсолютных опасностей двух технологий — ядерной энергетики и автотранспорта — и эффективности вложения средств в повышение безопасности этих технологий однозначно следует: общественность должна кричать об опасности автомобиля, а не ядерной энергетики. И тем не менее массовое сознание практически не реагирует на автодорожную опасность. По-видимому, причина в том, что виноватых здесь почти так же много, как и жертв. Добиться более высокой ответственности за свои действия тех миллионов людей, от которых зависит безопасность на дорогах, задача не легкая. Иное дело — капитан крупного пассажирского парохода, диспетчер на железной дороге, оператор на ядерной электростанции или инженер, который ее проек-

тировал. Таких людей сравнительно немного, от поведения каждого из них зависит безопасность сотен и тысяч граждан. Этим людям и надо держать под прицелом общественного мнения, чтобы они не распускались.

Примерно такими рассуждениями, по-видимому, определяется пристрастное отношение к виновникам чернобыльской аварии, И хотя в этом рассуждении есть элемент истины, оно не может служить ни основой для принятия решений по повышению безопасности ядерной энергетики, ни тем более оправданием аберрации взглядов общественности. Потому что это только кажется, что безопасность ядерной энергетики зависит от немногих людей. На самом деле она определяется культурой производства во всем народном хозяйстве. Ведь безопасность зависит от соответствия чертежам и техническим условиям как строительных конструкций станции (а строят ее тысячи людей), так и элементов оборудования (а изготавливается оно на сотнях заводов). Известна масса случаев несоответствия, выявленного далеко не своевременно. Контроль не все может выявить, а контролеры — люди того же воспитания, что и прочие создатели техники. Значит, безопасность зависит от того, каких людей воспитывает существующий хозяйственный механизм. Если никто не спрашивает с рабочего за вколоченный, а не ввинченный в шкаф шуруп, а спрашивается с него только за формальный показатель — план, то рабочий закономерно превращается в формалиста, в безответственного халтурщика. Только полноценный хозяйственный расчет, контроль за качеством продукции не со стороны бездушного чиновника, а со стороны кровно заинтересованного покупателя, свободно выбирающего себе поставщика продукции, только конкуренция и на рынке предметов потребления, и на рынке средств производства, и на рынке рабочей силы могут пресечь халтуру. Угроза наказания рублем — это суровый, но справедливый воспитатель.

Новый хозяйственный механизм способен воспитать ответственных людей. Развращенных людей он должен перевоспитать. А это, как известно, более трудное дело, нежели воспитание.

Возникает вопрос: не следует ли подождать с развитием ядерной энергетики до того момента, когда в промышленность придут люди, взращенные в новых условиях, при новом хозяйственном механизме? Капиталистические страны, резко уменьшив после энергетического кризиса энергоемкость национального дохода, получили своеобразную передышку в наращивании мощностей ядерных электростанций.

Почему бы и нам не сделать подобную передышку, употребив ее на усовершенствование конструкций ядерных установок? Тем более, что у нас принята программа энергосбережения. Увы, эта программа оказалась одной из многих громко провозглашенных и тихо похороненных программ. Она не реализуется по той же самой

причине, по которой наши ядерные установки опасней аналогичных установок Японии, Франции, США. Вина здесь и там — один: негодный хозяйственный механизм.

С помощью нашего централистского механизма можно решить небольшое число проблем, признанных важнейшими, и только при условии, что число людей, вовлекаемых в решение каждой из них, относительно невелико. Пока ядерные установки были немногочисленны, они создавались и эксплуатировались сравнительно небольшими отрядами весьма квалифицированных, отлично вышколенных специалистов. Нарушение регламента эксплуатации было так же невозможно, как брак на японской фирме из-за недобросовестности рабочего.

Теперь положение иное, ядерная энергетика стала крупной отраслью и не может больше быть оазисом в пустыне. Она живет по тем же законам, что и все народное хозяйство. И если обувщики закономерно, а не случайно выпускают не пользующуюся спросом продукцию, если сельхозмашиностроение закономерно выпускает не ту технику, которая устраивает сельское хозяйство, то точно так же закономерно ядерная энергетика не удовлетворяет нас степенью своей безопасности. Аналогично и высокая энергоемкость национального дохода у нас закономерно связана с повсеместной бесхозяйственностью. Энергоемкость не снизится до тех пор, пока не заработает в полную силу новый хозяйственный механизм.

Если бы крупной экономии энергопотребления можно было добиться, усовершенствовав технологию в одной-двух отраслях, можно было бы издать пару постановлений высокого уровня, сосредоточить на этих технологиях внимание высоких руководителей и преодолеть сопротивление предприятий, заставить их сделать то, в чем они не заинтересованы. Но усовершенствование технологии в нескольких самых электроемких отраслях, включая производство алюминия, даст малую часть того эффекта, которого добились капиталистические страны после энергетического кризиса. Фактически экономия электроэнергии, к которой у нас бесплодно призывают многочисленные плакаты, получена там буквально на каждом рабочем месте, она размазана по отраслям и технологиям, не ограничивается теми немногими из них, на которые приходится большая доля электропотребления, но захватывает и те бесчисленные технологии, где энергия тратится малыми дозами. Экономится не только энергия, экономятся материалы, производство которых требует больших затрат энергии. Все это в сумме и дает снижение энергоемкости национального дохода. Добиться подобного эффекта приказом сверху, без хозяйской заинтересованности внизу, невозможно. Поэтому энергетической передышки в этом столетии у нас скорей всего не будет. Хорошо, если новый хозяйственный механизм позво-

лит нам перестроить промышленность на новой технологической основе к концу столетия. При условии, что введен он будет в течение нескольких лет. Тогда в первое десятилетие следующего века мы, возможно, временно прекратим ввод энергетических мощностей и станем жить за счет эффективной экономии ресурсов. Но до этого надо еще дожить. И без ввода электростанций в течение девятидесятых годов нам, пожалуй, не обойтись.

Остается решить: какие электростанции строить в этот период в густонаселенных промышленных районах европейской части СССР?

Для начала сравним ядерные и угольные электростанции по числу людей, которых они губят. При этом следует учитывать весь цикл работ: добычу топлива, его переработку и транспортировку, строительство и эксплуатацию станций, переработку и захоронение отходов. Все эти стадии угольного и ядерного топливного цикла грозят как персоналу (шахтерам, транспортникам, строителям, эксплуатационникам), так и населению, не занятому на данном производстве. Число преждевременных смертей, связанных с годом работы блока мощностью 1 ГВт, представлено в следующей таблице (в числителе — угольный, в знаменателе — ядерный топливный цикл). Гибель населения от угольных станций связана главным образом с тем, что они выбрасывают в атмосферу адсорбированные золой канцерогены. Улучшение очистки газов слабо сказывается на этом факторе, так как канцерогены сидят на самых мелких частицах, которые плохо задерживаются золоулавливающими устройствами. Если пересчитать гибель людей в эквивалентное удорожание электроэнергии, то для угольных станций стоимость энергии увеличится в $3 \div 4$ раза, а для ядерных — менее чем на 1%.

Облучение		Несчастные случаи	Заболевания нерадиационной этиологии		Всего
Персонал	Население		Персонал	Население	
0,11	0,06	5,6	6,9	360	370
0,3	0,07*)	0,25	0,15	0	0,8

*) Радиоактивные выбросы распространяются в атмосфере на большие расстояния. Приведена гибель людей на Земле от ядерных установок СССР. Для населения СССР ущерб от собственных установок на порядок меньше.

В целом по стране от угольных электростанций гибнет, заболев раком, более 20 000 человек в год. Можно сказать, что ежегодно угольная энергетика порождает черную аварии.

Оценка смертоносности ядерного топливного цикла сделана в предположении, что катастрофы типа черной редки (для одного блока случались бы раз в миллион лет, если бы этот блок эксплуатировался

вечно). Чернобыльская авария произошла после наработки ядерными блоками всего мира немногим менее 10 000 лет, а блоками типа РБМК — всего 100 лет. О причинах грубого просчета в оценке вероятности аварии уже говорилось в общих чертах. Более конкретно вину следует возложить и на нас, физиков (просчитались в важной для безопасности физической характеристике реактора), и на конструкторов (неудачно сконструировали аварийную защиту), и на эксплуатационников (нарушили регламент эксплуатации). Не будь любой из этих ошибок, авария не произошла бы. Ущерб от чернобыльской аварии я оцениваю приблизительно в 20 млрд руб. Из них половина — это денежная оценка гибели людей, другая половина делится, грубо говоря, поровну между прямыми затратами на ликвидацию последствий, прямым и косвенным ущербом от недополучения энергии, ущербом от потери земли, затратами на строительство жилья для эвакуированных вместе с компенсацией за переселение и потерю имущества. Если отнести этот ущерб к мировой выработке ядерной энергии (10^4 реакторолет), получим удорожание энергии на 1,5%. Но по отношению к выработке энергии на реакторах типа РБМК это будет 150% без учета важного в экономике фактора — дисконтирования*); с учетом дисконтирования авария удорожила энергию, выработанную на этих реакторах, на 85%.

Эта грубая оценка показывает, что если бы аварийность реакторов типа РБМК не уменьшилась, то это было бы губительно для их экономики. В то же время снижение аварийности в 100 раз, после чего аварии масштаба чернобыльской должны разделяться между собой наработкой 10^4 реакторолет, позволяет не придавать авариям сколь-нибудь серьезного экономического значения.

Однако, помимо интересов всего народа, средством выражения которых является экономический анализ, включающий денежную оценку гибели людей, следует иметь в виду также и интересы каждого отдельного человека, в том числе работника ядерной электростанции или жителя пристанционного города.

Эти люди подвергаются повышенному риску. И если первый из них получает за дополнительный риск денежную компенсацию, то второй ее не получает и находится в менее выгодном положении, чем средний гражданин страны. С неравенством можно мириться, если оно количественно незначимо для человека. Пусть на ядерной станции имеется 10 блоков (до конца столетия ни на одной станции их не будет больше) и авария масштаба чернобыльской происходит на каждом блоке с вероятностью 10^{-4} за год (раз в десять тысяч лет). Тогда авария на станции будет происходить раз в тысячу лет, грубо

говоря, с частотой извержения Везувия. При аварии возникает опасность гибели персонала и населения. Для жителя пристанционного города вероятность гибели не превосходит 10^{-2} . С такой вероятностью человек заболевает раком при дозе облучения 80 бэр, между тем при опасности облучения дозой 75 бэр население эвакуируется (в Припяти люди набрали в несколько раз меньшие дозы). Для персонала (включая пожарников) вероятность гибели раз в десять выше. В итоге для населения вероятность гибели не превышает 10^{-3} за год $\times 10^{-2} = 10^{-5}$ за год, а для персонала 10^{-4} за год. Для сравнения: среднепромышленный риск гибели около $2 \cdot 10^{-4}$ за год; риск погибнуть от молнии 10^{-6} за год. Для компенсации риска жителю пристанционного города следовало бы доплачивать 10^6 руб. 10^{-5} за год = 10 руб. в год, что составляет около процента от среднедушевого дохода. Можно смело сказать, что при ничем не компенсируемом риске такого масштаба человек едва ли может считать себя обиженным обществом. Однако трагедия жителей тридцатикилометровой зоны состоит не только в том, что для них вероятность заболеть раком увеличивается на 1%. Эвакуация с потерей привычного образа жизни, родных мест, имущества, имеющего для человека не одну лишь денежную ценность, — все это также вызывает серьезные душевные травмы, сравнимые с теми, которые испытывают оставшиеся без крова люди при катастрофических наводнениях, землетрясениях, извержениях вулканов. И если к дому человека пристраивают вулкан, то самочувствие человека ухудшается. Корень вопроса — на сколько. А это зависит от того, извергается ли вулкан раз в 10 лет, или раз в 1000 лет. У подножия Везувия люди селятся, не задумываясь, что рано или поздно им или их потомкам придется бежать, как пришлось бежать жителям Помпей. Через полторы тысячи лет после того, как Везувий завалил Помпеи и еще два города многометровым слоем пепла, с интервалом в полтора столетия произошли три сильнейших извержения, сжигавшие деревни и города. Но люди по-прежнему обрабатывают плодородные склоны Везувия. Повторяющиеся в среднем раз в тысячу лет разрушительные землетрясения в районе Алма-Аты (два из них произошли с интервалом в 100 лет) не сгоняют население с этого места. Мы имеем, таким образом, поставленные самой жизнью социологические эксперименты, результаты которых позволяют утверждать, что к вероятности эвакуации 10^{-3} за год человек относится не менее спокойно, чем к вероятности гибели 10^{-5} за год. Его тревоги должны и вовсе рассеяться, если он будет уверен, что государство компенсирует ему потерю имущества и поселит в новый дом. Поэтому катастрофические аварии реакторного блока, имеющие вероятность 10^{-4} за год, практически не нарушают социальной справедливости. Говоря о спокойном отношении человека к той или иной малой опасности, я имею в виду человека информированного. Если человек плохо информирован, он может

*) Дисконтирование — это эквивалентирование разновременных доходов и затрат по законам банка: более ранние доходы весомее более поздних.

вовсе не реагировать на серьезную опасность, или неадекватно бурно реагировать на ничтожную опасность. Плохая информированность — наиболее характерная черта общества периода застоя. Вину за недостаточную грамотность наших граждан вместе со средствами массовой информации безусловно разделяют ученые. Если им не удастся создать в головах людей правдивую картину соотношения опасностей разных технологий, а пресса и впредь будет возбуждать страсти по поводу разовой гибели ста человек и полностью игнорировать ежедневные мелкие, невыигрышные для журналиста трагедии, уносящие за год несколько сотен жизней, то придется тратить средства не лучшим образом. Итогом будут зря загубленные жизни.

Итак, в хорошо информированном обществе к безопасности реакторного блока разумно предъявить следующее требование: вероятность катастрофической аварии не должна превышать 10^{-4} за год. Более жесткое требование скорее всего экономически не оправдано, ибо трудно представить себе, чтобы многократное снижение вероятности (до 10^{-5} за год, а тем более до уровня 10^{-6} за год, достигнутого во Франции, в Японии, США) доставалось даром. Если подобное снижение риска будет сопряжено с увеличением затрат на выработку энергии более чем на 1,5%, то оно себя экономически не оправдывает. А это, как уже говорилось, будет означать, что погибнут люди, которых можно было бы спасти, если бы мы не поддались необоснованным страхам.

Способны ли наука, инженерия, промышленность нашей страны добиться требуемого уровня безопасности ядерных электростанций? Наши проекты мало отличаются от зарубежных, и если бы мы имели столь же надежное оборудование и столь же надежных людей, то безопасность была бы более чем достаточной. Необходимо переусложнить защитные устройства и таким способом частично компенсировать нашу общую безответственность. При этом речь идет не о коренной переработке проектов — на это нет времени, — а об их доработке, модификации. Рассматриваются различные варианты. Специалисты по подземным сооружениям, разумеется, патриоты своего дела, полны оптимизма, и считают, что размещение станций в граните, на глубине порядка 100 метров, резко повысив их безопасность, вызовет удорожание не более чем на 20%. Но для такого размещения нужно, чтобы под грунтом был гранит. Да и степень удорожания в 20% у многих вызывает сомнение. Не выглядят элегантно другие прорабатываемые сегодня технические решения с постановкой дополнительных фильтров и громоздких теплообменников для снятия остаточного тепловыделения в отсутствие всякого электроснабжения. Дальнейшая работа выявит и истинную безопасность и истинную стоимость этих вариантов модернизации. Конструкторская мысль не сказала еще здесь своего последнего слова.

Предположим, однако, что в ближайшие год-два удовлетворительные решения будут найдены. И даже будут предложены варианты уменьшения риска не только до уровня 10^{-4} за год, но и до уровня 10^{-5} за год (более дорогие, разумеется), и даже до уровня 10^{-6} за год (еще более дорогие). Тогда перед лицами, несущими персональную ответственность за безопасность ядерной энергетики, встанет тяжелейшая моральная проблема: санкционировать или не санкционировать строительство ядерных электростанций в этом столетии? И если санкционировать — то в каком варианте: с минимально приемлемым риском 10^{-4} за год или с пониженным риском? Допустим, будет принято решение реализовать самый дешевый вариант с риском 10^{-4} за год. Тогда до середины следующего столетия на блоках этой конструкции с вероятностью 40% произойдет авария масштаба чернобыльской с переселением людей, экономическими потерями, дополнительными лейкомиями. Легко себе представить, что разгневанные люди затопчут тех, кто сознательно подвергает их такому риску, и, быть может, они сделают это даже не дожидаясь аварии. Между тем принятие менее опасного, но более дорогого варианта, уменьшая риск очевидной народной трагедии, обедняет общество и лишает его возможности предотвратить скрытые от невнимательного взгляда более горестные народные трагедии, спасти гораздо большее число людей, облегчить жизнь многим, не дать пролиться невидимым миру слезам.

Открытое признание той жестокой правды, что чрезмерная безопасность опасна, явилось бы для лиц, принимающих решение, поступком героическим. Эти лица должны были бы выдержать борьбу с собой и общественностью, зрение которой имеет смещенный фокус. Борьба будет непосильной, если ее не поддержат широкие круги ученых упорной разъяснительной работой, если ее не поддержит пресса. Не сумеем мы убедить людей в том, что опасность и экономичность нужно взвешивать на одних весах — придется принимать неоптимальный вариант проекта, а то и вовсе закрывать ядерную энергетику на длительный срок. А похоронный звон по ядерной энергетике был бы похоронным звоном по сотням тысяч зря загубленных жизней.

В самом деле, сегодня в ФРГ и Франции ядерная энергия дешевле угольной на десять — тридцать процентов. У нас в европейской части страны относительная экономичность ядерной энергии выше из-за гораздо больших затрат на транспорт угля (мы везем его из Азии в Европу посуху, а ФРГ и Франция добывают практически рядом со станциями или получают водным путем из США, где он добывается близко к побережью). Будем надеяться, что дополнительные меры безопасности, обеспечивающие риск 10^{-4} за год, не полностью "съедят" экономические преимущества нашей ядерной энергетики. Если останется разница хотя бы в 10%, то на средства, сэкономленные на введенных в строй до конца столетия блоках,

можно будет спасти от автодорожных катастроф 200 000 тыс. человек*). Эта расчетная величина, и даже еще большая, может обрести плоть и кровь, если наше "зеленое" движение добьется того, что строительство каждой ядерной установки будет сопровождаться дополнительными ассигнованиями (в счет получаемой экономии от замещения угля ураном) на разного рода меры безопасности, и в первую очередь на здравоохранение в том районе, где население подвергается риску быть эвакуированным из-за крупной аварии. Сделанная оценка учитывает лишь использование сэкономленных средств. Но вспомним, сколь велика разница в прямой гибели людей от угольного и ядерного топливных циклов. При вероятности аварии 10^{-4} в год получим в расчете на год работы блока в ядерной энергетике 1,8, а в угольной 370 погубленных людей. В итоге число спасенных ядерными станциями людей возрастает до 750 000.

Пока что ядерные электростанции противопоставлялись угольным. Но ведь у нас велики запасы газа. А сжигание газа — экологически чистый процесс. Нельзя ли опасную ядерную энергетiku заменить безопасной энергетикой на газовом топливе? Безусловно можно, если хватит газа, и если газ дешев, и если его добыча безопасна. В тех же ФРГ и Франции электричество, вырабатываемое на газовом топливе, значительно дороже электричества, вырабатываемого на угле. У нас разница должна быть меньше из-за дороговизны транспорта угля. Но стоимость газа, как и стоимость других природных ресурсов, возрастает с увеличением масштабов добычи. Если остановить развитие ядерной энергетики и восполнить образующийся дефицит электроэнергии за счет увеличения добычи и сжигания на электростанциях газа, то газ подорожает. Сможет ли он в этих условиях быть экономическим конкурентом ядерного топлива? Я не располагаю информацией, позволяющей ответить на этот вопрос, а мнения специалистов по газу разноречивы. Единственное, что я знаю — добыча газа, в отличие от его сжигания, не является ни безопасным для людей, ни экологически нейтральным процессом. Поэтому переключение энергетики с урана на газ не устраняет людские и экологические потери, а лишь передвигает их из одного географического района в другой, из республик с развитыми национальными движениями в области, где малые народы еще не научились защищать свои интересы.

Перенесемся теперь мысленно в первые десятилетия следующего века. Проблема конкуренции газа с ураном отпадет сама собой из-за уменьшения добычи газа. Уголь в европейской части СССР попрежнему будет плохим конкурентом урану, и останется вопрос: какой безопасности нужно будет добиваться от ядерных электростан-

ций? Для того, чтобы можно было строить ядерные теплоэлектростанции вблизи крупных городов, где авария блока повлечет за собой в 10 — 20 раз больший ущерб, придется ужесточить требования к безопасности. Приемлемой будет вероятность аварии 10^{-5} за год. При этом даже появление куста ядерных установок с суммарным числом блоков до 50 штук, построенных в пределах радиуса действия одной строительной организации, не сделает чрезмерным индивидуальный риск гибели: он будет на уровне $0,5 \cdot 10^{-5}$ за год. Поскольку строить и эксплуатировать ядерные установки будут люди, воспитанные новым хозяйственным механизмом, и для проектирования этих установок будет достаточно времени, не исключено, что эти установки будут иметь системы безопасности, сделанные без излишних запасов, и они будут не дороже, а дешевле своих предшественников. На блоках нового поколения за следующее столетие скорее всего произойдет крупная авария, если не будут приняты перестраховочные решения. Безусловно, вероятность такой аварии можно снизить до 10%, если удорожанием блока добиться снижения катастрофической аварии на нем до уровня 10^{-6} за год. Но по-прежнему перед ответственными лицами, выбирающими тот или иной вариант конструкции, будет стоять нравственная проблема: следует ли ради того, чтобы избавить население от опасности, за которую с них спросят, подвергать его гораздо большим другим опасностям, за устранение которых они не отвечают согласно служебной инструкции?

Статья поступила в редакцию
16 июня 1989 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер.
Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 63 — 69.

*) После того, как затраты на безопасность в автодорожном деле будут рационализированы, эффект дополнительных затрат в этой области уменьшится в десятки раз, но останется много других областей эффективного вложения средств в безопасность.

СОДЕРЖАНИЕ

УСТОЙЧИВОСТЬ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

<i>Горяченко В.Д.</i> О приложениях теории нелинейных колебаний к динамике ядерных реакторов	3
<i>Шилов Б.Н.</i> Исследование на фазовой плоскости нелинейной модели динамики реактора	8
<i>Иванов Б.Н., Трунин Ю.Ф., Чихладзе И.Л.</i> Об устойчивости и динамике высокопоточного ядерного реактора с твердым теплоносителем	11
<i>Баженов М.В.</i> Численно-аналитическое исследование двумерной диффузионной модели динамики ядерного реактора с мощностной запаздывающей обратной связью	16
<i>Колчин В.А.</i> Приближенный расчет динамики реактора в случае жесткого режима возбуждения автоколебаний	23
<i>Горбунов М.Л., Денисов В.А.</i> Исследование акустических колебаний в реакторе с циркулирующим газообразным топливом	27
<i>Савихин О.Г.</i> Устойчивость расхода в канале с конденсирующимся несжимаемым теплоносителем	32
<i>Смирнов Л.В., Каплунов С.М., Овчинников В.Ф., Яскеляин А.В.</i> Идентификация вибраций паропровода АЭС	36

ДИАГНОСТИКА

<i>Бабкин Н.А., Калишев О.Н.</i> Разработка программного обеспечения системы оперативного диагностирования ЯЭУ: состав и структура	41
<i>Бабкин Н.А., Горлин А.И., Колган С.В., Крошилин А.Е., Миронова Г.В.</i> Использование динамических характеристик аномального процесса для оперативного диагностирования аварийных режимов работы энергоблока АЭС	47
<i>Знышев В.В.</i> Способы диагностирования ЯЭУ на основе математической модели динамики контролируемых технологических параметров	53

CONTENTS

STABILITY AND NON-STATIONARY PROCESSES

<i>Goryatchenko V.D.</i> On applications of the theory of nonlinear oscillations to nuclear reactor dynamics.	3
<i>Shilov B.N.</i> An investigation on the phase surface of reactor dynamics nonlinear model	8
<i>Ivanov B.N., Trunin Yu.F., Chikhladze I.L.</i> On the stability and dynamics of a HFR with solid heat-transfer agent	11
<i>Bajenov M.V.</i> Numerical and analytical investigation of a 2-D diffusion dynamical model for a nuclear reactor with power-type delayed feedback	16
<i>Kolchin V.A.</i> An approximate calculation of reactor dynamics under stringent mode of self-oscillation excitation	23
<i>Gorbunov M.L., Denisov V.A.</i> A study of acoustic oscillations in a reactor with circulating fuel	27
<i>Savikhin O.G.</i> Stationary mode stability of a channel with condensing incompressible coolant	32
<i>Smirnov L.V., Kaplunov S.M., Ovchinnikov V.F., Yaskelyain A.V.</i> Vibration identification in the NPP steam lines	36

DIAGNOSTICS

<i>Babkin N.A., Kalishev O.N.</i> A nuclear power facility efficient diagnostics system software development: structure and composition	41
<i>Babkin N.A., Gorlin A.I., Kolgan S.V., Kroshilin A.E., Mironova G.V.</i> Abnormal process dynamical properties used to efficiently diagnose NPP unit emergency operation	47
<i>Znyshev V.V.</i> Nuclear power facility diagnostics procedures based on a mathematical model of the controlled technological parameter dynamics	53

РАЗНОЕ

<i>Гусев Ю.М., Вахитов Р.Ш., Костицын А.П.</i> К вопросу о решении прямой и обратной задач для уравнений нейтронной кинетики	56
<i>Савельев М.И.</i> Критическое истечение насыщенной жидкости через длинные каналы	60
<i>Шевелев Я.В.</i> Какой безопасности следует добиваться от ЯЭС	63

MISCELLANEA

<i>Gusev Yu.M., Vakhitov R.Sh., Kostitsyn A.P.</i> On the direct and inverse problem solution for the equations of neutron kinetics	56
<i>Savelyev M.I.</i> Critical outflow of a saturated liquid through long channels	60
<i>Shevelev Ya.V.</i> What are we to consider as a safety level for NPP	63

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

**С е р и я: Физика ядерных реакторов
Выпуск 3**

**Ответственный за выпуск В.Д. Горяченко
Редакторы С.Л. Горяченко, Н.А. Трунина
Технический редактор Н.А. Малькова
Корректор Г.А. Матвеева**

Подписано в печать 13.12.89. Т-17359. Формат 60x90/8
Офсетная печать. Усл. печ. л. 9,0. Уч.-изд. л. 9,0 + 0,5 вкл.
Тираж 360 экз. Индекс 3646. 14 статей. Заказ 296

Отпечатано в Институте атомной энергии им. И.В. Курчатова
123182, Москва, площадь Академика Курчатова

Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 3, с. 1 - 72