621.039.5
В 74

ISSN 0205–4671

РОССИЙСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
"КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ"

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

СЕРИЯ:
Физика ядерных реакторов

ВЫПУСК
3

1994

621.039.5
В74

РОССИЙСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР "КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ"

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

36921 н/ф

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК

СЕРИЯ

ФИЗИКА ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

ИЗДАЕТСЯ С 1989 г.

ВЫПУСК 3

ФИЗИКА И МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

МОСКВА — 1994

Институт Атомной Энергии
им. И. В. Курчатова
БИБЛИОТЕКА

Выпуски «Физика и методы расчета ядерных реакторов» подготавливаются Российским научным центром «Курчатовский институт» и ранее выходили в составе серии «Физика и техника ядерных реакторов». Данный выпуск двадцать девятый.

Редакционная коллегия серии:

А.Ю. Гагаринский (главный редактор), С.М. Зарицкий (зам. главного редактора), В.Ф. Колесов, С.Д. Малкин, Т.П. Федосеева (отв. секретарь)

В серии «Физика ядерных реакторов» публикуются материалы по следующим вопросам:

— теория и методы расчета ядерных реакторов, бланкетов термоядерных реакторов, радиационной защиты, переноса излучений;

— проблемы обеспечения расчетных и экспериментальных исследований программами для ЭВМ; описания и аннотации программ, комплексов и систем программ;

— расчетные исследования по физике ядерных реакторов, бланкетов термоядерных реакторов, радиационной защиты, переноса излучений; исследования отдельных аспектов развития ядерной энергетики;

— экспериментальные методы и экспериментальные исследования по физике ядерных реакторов и в перечисленных смежных областях;

— математические проблемы теории переноса и теории реакторов.

Materials related to the topics described below are published in series «Nuclear Reactor Physics»:

— theory and calculational methods for nuclear reactors, fusion reactor blankets, radiation shielding and radiation transport;

— codes for calculational and experimental investigations; descriptions and abstracts of codes, code complexes and systems;

— calculational analysis of reactor, blanket and shielding performances and radiation transport; calculational analysis of some nuclear energy development aspects;

— experimental methods and experimental analysis in field of nuclear reactor physics and other above mentioned items;

— mathematical problems of transport and nuclear reactor theory.

Редколлегия выпуска «Физика и методы расчета ядерных реакторов» извещает авторов и читателей сборника, что начиная с выпуска № 1 1992 г. мы публикуем статьи как на русском, так и на английском языке. Мы просим также авторов снабжать материалы, написанные на русском языке, развернутыми рефератами и аннотациями на английском языке.

© Российский научный центр «Курчатовский институт», 1994

621.

УДК 621.039.5

СРАВНЕНИЕ МЕТОДА ПОВЕРХНОСТНЫХ ПСЕВДОИСТОЧНИКОВ (G_N-ПРИБЛИЖЕНИЯ) С ДРУГИМИ МЕТОДАМИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ

Н.И. Лалетин,
РНЦ «Курчатовский институт», 123182, Москва

Проводится сравнение метода поверхностных псевдоисточников с другими численными методами. Показано, что метод позволяет построить весьма экономичные алгоритмы решения уравнения переноса.

COMPARISON OF THE SURFACE PSEUDOSOURCES METHOD (G_N-APPROXIMATIONS) WITH OTHER NUMERICAL METHODS FOR THE NEUTRON TRANSPORT EQUATION. N.I. LALETIN. Comparison of the SPSM with other method is presented. It was shown that this method allows to construct very effect algorithms.

ВВЕДЕНИЕ

В большинстве численных методов решения переноса нейтронов имеют дело с тем или иным усреднением по различным областям (ячейкам) многомерного пространства, и результирующие алгебраические уравнения связывают величины, характеризующие упомянутые области (см., например, [1], [2]). Эти области могут быть малыми, и тогда процедуры расчета коэффициентов уравнений оказываются достаточно простыми (различные варианты метода дискретных ординат, конечно-разностные аналоги P_N-уравнений метода сферических гармоник), но зато системы уравнений получаются большими. Более аккуратный рецепт усреднения по ячейке, например, в методе характеристик, в нодальных транспортных методах, позволяет или укрупнить шаг сетки, или увеличить точность при том же шаге, но, естественно, требует дополнительных затрат для получения коэффициентов алгебраических уравнений. Наконец, в методах, получивших название интегральных (методов ВПС, подход с обращением матрицы однородной части P_N-уравнений метода сферических гармоник, G_N-приближения метода поверхностных псевдоисточников — МППИ (G_N)), области, по которым проводится усреднение, могут быть достаточно большими, в результате получается достаточно компактная система алгебраических уравнений, но выдвигается на первое место проблема разработки экономных алгоритмов для вычисления коэффициентов связи между областями.

Поскольку для нейтронно-физических реакторных расчетов обычно не требуется детального описания поля нейтронов, а достаточно знать малое количество характеристик некоторых областей, интегральные методы решения уравнения переноса имеют большую привлекательность. Этим, в частности, можно объяснить широкое использование ВПС в реакторных кодах (см., например, [3—5]). Для общего сравнения различных подходов проведем полезное преобразование уравнения переноса [6].

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Рассмотрим стационарное уравнение переноса нейтронов

$$\vec{\Omega}\vec{\nabla}\phi(w) + \Sigma(\vec{r}, E)\phi(w) = \int \Sigma_s(E' \to E, \vec{r}, \vec{\Omega}\vec{\Omega}')\phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')d\vec{\Omega}'\,dE' +$$

$$+ \int \nu(E', E)\Sigma_f(\vec{r}, E')\phi_0(\vec{r}, E')dE' + S_0(w), \qquad (1)$$

где $w = \{\vec{r}, E, \vec{\Omega}\}$, $\nu(E, E')$ — число нейтронов энергии E, рожденное при одном делении, вызванном нейтроном энергии E', остальные обозначения обычны. Условия на границе области запишем в общем виде

$$\Gamma[\phi(\vec{r}_\gamma, E, \vec{\Omega})] = 0.$$

Здесь r_γ — координата границы γ.

Вычтем из правой и левой частей уравнения (1) выражение $c(\vec{r}, E)\int \Sigma_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}\vec{\Omega}')\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}')d\vec{\Omega}'$, где $c(\vec{r}, E)$ — некоторая, пока не определенная функция, $\Sigma_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}\vec{\Omega}') = \int \Sigma_s(\vec{r}, E \to E', \vec{\Omega}\vec{\Omega}')dE'$. Введем также обозначения

$$\hat{L}\phi(w) \equiv \vec{\Omega}\vec{\nabla}\phi(w) + \Sigma(\vec{r}, E)\phi(w) - c(\vec{r}, E)\int \Sigma_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}\vec{\Omega}')\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}\vec{\Omega}')d\Omega',$$

$$\hat{Q}\phi(w) + S_0(w) \equiv \psi(w) \equiv \int \Sigma_s(E' \to E, \vec{r}, \vec{\Omega}\vec{\Omega}')\phi(w')\delta(\vec{r} - \vec{r}')dw' -$$

$$- c(\vec{r}, E)\int \Sigma_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}\vec{\Omega}')\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}')d\Omega' + S_0(w) +$$

$$+ \int \nu(E, E')\Sigma_f(\vec{r}, E')\phi_0(\vec{r}, E')dE'. \qquad (2)$$

После этого уравнение (1) запишется в виде

$$\hat{L}\phi(w) = \psi(w) = \hat{Q}\phi(w) + S_0(w).$$

Видим, что в такой записи все пространственные переходы оказались заключенными в операторе $\hat{L}$, а энергетические — в операторе $\hat{Q}$.

Если существует обратный оператор $\hat{L}^{-1}$, т.е. существует решение уравнения

$$\hat{L}G(E; \vec{r}, \vec{\Omega}' \mid \vec{r}_0\vec{\Omega}_0) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)\delta(\vec{\Omega} - \vec{\Omega}_0) \text{ при}$$

$$\Gamma\left[G(E; \vec{r}_\gamma, \vec{\Omega} \mid \vec{r}_0, \vec{\Omega}_0)\right] = 0, \qquad (3)$$

вместо исходного уравнения (1) можем записать полностью ему эквивалентную систему уравнений

$$\phi(w) = \int G(E; u \mid u')\psi(E, u')du',$$

$$\psi(w) = \hat{Q}\phi(w) + S_0(w). \qquad (4)$$

Здесь $u = \{\vec{r}, \vec{\Omega}\}$. Обратим внимание на то, что в функцию Грина $G(E; u \mid u')$ энергия E входит лишь как параметр.

Вообще говоря, почти во всех методах решения уравнения переноса нейтронов используется групповое представление решения относительно энергии. Однако, поскольку для дальнейшего изложения это несущественно, для более краткой записи формул сохраним в операторе $\hat{Q}$ интегрирование.

В системе уравнений (4) за пространственные переходы ответственно только первое уравнение, а за энергетические — второе.

ФУНКЦИЯ ГРИНА ПЕРВОПРОЛЕТНЫХ НЕЙТРОНОВ

Для большинства численных методов решения уравнения нейтронов в уравнениях (2) фактически считается $c(\vec{r}, E) \equiv 0$ и в таком случае в уравнении (3) получается функция Грина первопролетных нейтронов $G_f(E; \vec{r}, \vec{\Omega} \mid \vec{r}_0, \vec{\Omega}_0)$. Последняя просто выписывается в явном виде

$$G_f(E; \vec{r}, \vec{\Omega} \mid \vec{r}_0, \vec{\Omega}_0) = \exp(-\Sigma r)/|\vec{r} - \vec{r}_0|^2 \delta\left(\frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} - \vec{\Omega}\right). \qquad (5)$$

Здесь $\tilde{\Sigma}r = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \Sigma(\vec{r}', E)d\vec{r}'$ — оптическое расстояние между точками $\vec{r}$ и $\vec{r}_0$.

Различные методы, которые используют так или иначе обращение оператора $\hat{L}$, а, следовательно, могут анализироваться с помощью функции Грина G_f, отличаются друг от друга способами аппроксимации G_f и $\hat{\psi}(w)$.

Метод вероятности первых столкновений. Если рассеяние и внешний источник можно принять изотропными, первое из уравнений (4) после интегрирования по $\vec{\Omega}$ приводится к виду

$$\phi_0(\vec{r}, E) = \int G_0(E; \vec{r} \mid \vec{r}')\psi_0(E, r')d\vec{r}',$$

$$G_0(E, r \mid r') = \frac{e^{-\tilde{\Sigma}r}}{4\pi \mid \vec{r} - \vec{r}' \mid^2}. \qquad (6)$$

Это хорошо известная интегральная форма уравнения переноса (уравнение Пайерлса). Заменяя интеграл в (6) суммой с помощью аппроксимации

$$\psi(\vec{r}, E) = \sum_i \psi_i(E)\,\vartheta_i(\vec{r}),$$

где i — номер координатной ячейки V_i, на которые разбивается весь объем системы V, $\vartheta_i(\vec{r})$ — характеристическая функция i-ячейки, т.е. $\vartheta_i(r) = \begin{cases} 1 \text{ при } \vec{r} \in V_i \\ 0 \text{ при } \vec{r} \in V_i, \end{cases}$

и проведя некоторые дополнительные преобразования, запишем:

$$\Sigma_j \phi_j V_j = \sum_i \psi_i(E) P_{ij}(E) V_i,$$

$$\psi_i = \frac{1}{4\pi} \int \Sigma_s^i(E' \to E)\,\phi_i(E')dE' + S_i(E),$$

$$\phi_i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \phi_0(\vec{r}, E)d\vec{r}, \qquad (7)$$

$$P_{ij} = \frac{\Sigma_j}{V_i} \int_{V_i} \int_{V_j} G_0(E, \vec{r} \mid \vec{r}')d\vec{r}d\vec{r}'.$$

В результате получили систему уравнений метода вероятностей первых столкновений (МВПС).

Из приведенных рассуждений можно видеть достоинства и недостатки МВПС.

1) В МВПС внутри координатных ячеек аппроксимируется только поток, а не фазовая плотность, как в методах дискретных ординат. Это позволяет использовать сравнительно крупное разбиение объема, причем легко применять неравномерную сетку.

2) Достаточно точно в МВПС описываются «поглощающие» зоны (зоны с сильным поглощением). Происходит это потому, что вклад в решение внутри этой зоны от нейтронов, испытавших предыдущее столкновение в этой зоне мал, а ослабление нейтронов, попавших туда из других зон, описывается хорошо.

3) Основные расчетные затраты, и довольно значительные, приходятся на вычисление величин P_{ij}. В результате МВПС оказывается удобным для задач с небольшим числом зон, причем интерес при этом заключается в знании интегральных величин. Поэтому МВПС получил широкое распространение при решении реакторных задач (расчет ячеек активных зон гетерогенных реакторов — коды WIMS, CASMO и т.д.).

4) В основном в кодах, использующих МВПС, применяется транспортное приближение при описании рассеяния. Учет анизотропии рассеяния, хотя и вводился в некоторые модификации МВПС, приводит к резкому усложнению алгоритма и увеличению трудоемкости расчета.

Методы фазовых ячеек. Для обобщенного анализа многочисленных подходов, которые можно объединить общим названием — методы фазовых ячеек (методы S_n, DS_n, нодальные транспортные методы и т.д.), выполним некоторые преобразования первого уравнения из (4). Заметим, что здесь тоже считается $c(\vec{r}, E) = 0$ и, следовательно, $G = G_f(\vec{r}, E)$. Разбив фазовый объем U на совокупность ячеек U_i, представим интеграл в (4) следующим образом:

$$\int G_f(E; u \mid u')\psi(E, u')du' = \sum_i \int_{U_i} G_f\psi du' = \int_{U_j} G_f\psi du' + \sum_i{}' G_f\psi du'.$$

Здесь U_j — объем какой-то выбранной ячейки j, а суммирование со штрихом обозначает, что суммирование по i-ячейкам исключает j-ячейку. Поскольку для $u \in U_j$

$$\sum_i{}' \int G_f\psi du' = \int_{\Gamma_j} G_f(\vec{\Omega}\vec{n})\phi du',$$

то можем записать

$$\phi(w) = \int_{U_j} G_f(E, u \mid u')\psi(E, u')du' + \int_{\Gamma_j} G_f(E, u \mid u')(\vec{\Omega}\vec{n})\phi(E, u')du'. \qquad (8)$$

Здесь Γ_j — граничная поверхность j-ячейки в фазовом пространстве, $\vec{n}$ — нормаль к координатной ($\vec{r}$) поверхности этой ячейки, направленная внутрь ее.

Совокупность соотношений (8) вместе с условием сохранения непрерывности $\phi(w)$ на границах смежных ячеек дает базис для получения конечно-разностных уравнений методов фазовых ячеек. Они отличаются друг от друга: а) различными способами аппроксимации $\psi(E, u')$ внутри фазовых объемов ячеек; б) различными способами аппроксимации $\psi(E, u')$ на поверхностях ячеек; в) использованием аппроксимации $G_f(E, u \mid u')$ в ячейках или отсутствием ее. При этом неизвестными величинами могут быть значения $\phi(E, u_k)$ в отдельных точках фазового пространства (и тогда соотношение (8) используется для получения связей между соседними точками) или средние по пространственным ячейкам значения $\overline{\phi}_i(E, \Omega_j)$. При этом соотношение (8) дает приближенную связь между $\overline{\phi}_i(E, \Omega_j)$ и $\phi(E, u_k)$ для u_k, лежащих на границах i-ячейки. После исключения $\phi(E, u_k)$ с помощью использования условия непрерывности $\phi(w)$ на границах смежных ячеек получаются конечно-разностные уравнения для $\overline{\phi}_i(E, \Omega_j)$ (см., например, [7]). Могут быть и другие случаи — например, использование величин, усредненных по всем координатам внутри фазовой ячейки $\overline{\phi}_i(E)$ [8].

Не углубляясь в анализ отдельных реализаций методов фазовых ячеек, отмечу общие, существенные для этого изложения, черты.

В силу способа построения конечно-разностных уравнений, о котором сказано выше, отдельные ячейки должны быть достаточно малыми. Особенно это касается зон с сильным поглощением и прилегающим к ним областям. Система решаемых уравнений оказывается, как правило, высокого порядка, и хотя вычисление коэффициентов уравнений при этом не очень трудоемкое дело, борьба за быстродействие основанных на этих подходах кодов оказывается весьма актуальной. Заметим также, что получаемая при расчете весьма детальная информация часто избыточна, поскольку чаще всего требуется лишь небольшое число функционалов от решения. Тем не менее, в силу

универсальности и гибкости методов фазовых ячеек, коды, использующие их, широко применяются не только для защитных, но и для реакторных задач.

МЕТОД ПОВЕРХНОСТНЫХ ПСЕВДОИСТОЧНИКОВ

Пусть в уравнении (2) величина $c(\vec{r}, E) = 1$*). Тогда уравнением (3) определяется функция Грина односкоростного уравнения переноса. Первое преимущество от такого перехода состоит в том, что проще становится выполнение аппроксимации функции $\psi(w)$, и, следовательно, можно использовать разбиение всего объема задачи на более крупные пространственные ячейки. Действительно, теперь межгрупповые переходы, которые сложнее всего аппроксимировать, входят в $\psi(w)$ через величину

$$\frac{dq}{dE} = \int \Sigma_s(E' \to E, \vec{r}, \vec{\Omega}\vec{\Omega}')\phi(w')\delta(\vec{r} - \vec{r})dw' - \int \Sigma_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}\vec{\Omega}')\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}')d\Omega'. \quad (9)$$

Уже из этого выражения ясно, что пространственный ход dq/dE заметно более гладкий, чем для $\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}')$. Заметим, что по физическому смыслу $q(E, \vec{r}, \vec{\Omega})$ является током по энергетической оси (плотность замедления при энергиях $E >> kT$, T — температура среды). Это означает, что та доля $\psi(w)$, которая может быть аппроксимирована функциями $M(E)f_1(\vec{r}, \vec{\Omega})$ или $F(E)f_2(r)$, где $M(E)$ — максвелловский спектр, а $F(E) \sim \frac{1}{E}$ — фермиевский спектр, вносит нулевой вклад в dq/dE. Если учесть, что в слабопоглощающих зонах ячеек ядерных реакторов координатная зависимость потока нейтронов связана главным образом с подобными составляющими, то понятно вышесказанное утверждение о более легкой аппроксимации $\psi(w)$ с использованием односкоростной функции Грина. (Решения в этих зонах, значительная доля которых может быть аппроксимирована указанными выражениями, получаются в «тепловой» и «фермиевской» областях энергии нейтронов. При этом справедливы следующие соотношения:

1) сечения рассеяния удовлетворяют принципу детального баланса $\Sigma_s(E' \to E, \vec{r}, \vec{\Omega}\vec{\Omega}')M(E') = \Sigma_s(E \to E', \vec{r}, \vec{\Omega}\vec{\Omega}')M(E)$, в результате чего $\int \Sigma_s(E' \to E, \vec{r}, \vec{\Omega}\vec{\Omega}')M(E')f(\vec{r}, \vec{\Omega}')dE'\,d\Omega' = M(E)\int \Sigma_s(E \to E', \vec{r}, \vec{\Omega}\vec{\Omega}')f(\vec{r}, \vec{\Omega}')dE'\,d\Omega' = M(E)\int \Sigma_s(E, \vec{\Omega}\vec{\Omega}')d\Omega'$, отсюда получается $dq/dE = 0$;

2) в фермиевской области энергии в слабопоглощающих зонах плотность замедления $q \approx \text{const}$ и, следовательно, $dq/dE \approx 0$.)

В поглощающих зонах dq/dE мало из-за относительной малости рассеяний по отношению к поглощениям.

Однако односкоростная функция Грина много сложнее первопролетной. Поэтому проведем дальнейшие преобразования. Подобно тому, как мы перешли к выражению (8), можно уравнение (4) преобразовать к виду [9]

$$\phi(w) = \int_{4\pi}\int_{V_i} G_{\text{inf}}(E, u \mid u')\psi(E, u')du' +$$

$$+ \int_{S_i}\int_{(\Omega n) \geq 0} G_{\text{inf}}(E, u \mid u')(\vec{\Omega}\vec{n})\phi(E, u')d\vec{r}\,d\vec{\Omega}', \quad \vec{r} \in V_i, \quad (10)$$

$\phi(w)$ — непрерывно по $\vec{r}$ на поверхности S_i вдоль каждого направления $\vec{\Omega}$.

Здесь V_i и S_i — объем и поверхность i-ячейки, одной из тех, на которые разбит весь объем. $G_{\text{inf}}(E, u \mid u')$ — функция Грина для бесконечной однородной среды с со-

*) От небольших отличий $c(\vec{r}, E)$ от единицы при высоких энергиях, которые оказывается удобно ввести, здесь уместно отвлечься.

ставом, совпадающим с материалом i-ячейки. Переход от функции Грина реальной гетерогенной среды к $G_{\text{inf}}(E, u \mid u')$ уже значительно упрощает задачу. Дальнейшие полезные преобразования связаны с введением понятия поверхностных псевдоисточников. Пусть в выражении (10) интегрирование по $\vec{r}$ в первом интеграле распространяется по всему объему, а во втором — интегрирование по $\vec{\Omega}$ проводится по всему телесному углу. Запишем тогда выражение

$$\phi(w) = \int_{4\pi}\int_{\infty} G_{\text{inf}}(E, u \mid u')\tilde{\psi}(E, u')du' +$$

$$+ \int_{S_i}\int_{4\pi} G_{\text{inf}}(E, u \mid u')g(E, \vec{r}_S\vec{\Omega}')d\vec{r}_S\, d\vec{\Omega}', \quad \vec{r}_S \in V_i. \tag{11}$$

Здесь $\tilde{\psi}(E, \vec{r}, \vec{\Omega})$ — функция, совпадающая с $\psi(E, \vec{r}, \vec{\Omega})$ внутри объема V_i и каким-либо образом продолженная на остальное координатное пространство, $g(E, \vec{r}_S, \vec{\Omega})$ — интенсивность псевдоисточников, не определенная пока функция. По своему построению функция $\phi(w)$ в (11) удовлетворяет уравнению переноса в объеме V_i и для того чтобы она описывала искомое распределение в нем, следует подобрать функцию $g(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega})$ на границах S_i такую, чтобы $\phi(\vec{r}_S, \vec{\Omega}, E)$ при $(\vec{\Omega}\vec{n}) > 0$ совпадала с искомым решением, т.е. обеспечивала непрерывность функции $\phi(\vec{r}_S, \vec{\Omega}, E)$ (по лучам $\vec{\Omega}$) на границах смежных ячеек. Последнее условие и дает систему уравнений метода поверхностных псевдоисточников.

Заметим далее, что в функциях $g(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}')$ важны значения при $(\vec{\Omega}\vec{n}) > 0$. На остальное угловое полупространство функции $g(\vec{r}_S, E, \vec{\Omega}')$ могут продолжаться произвольным образом. Удобно, особенно при решении неплоских задач, задавать $g(\vec{r}, E, \vec{\Omega}')$ в виде

$$g(\vec{r}_S, \Omega', E) = -\, g(\vec{r}_S, E, -\Omega).$$

При этом оказывается полезным представление функции Грина $G_{\text{inf}}(E, u \mid u')$ в виде

$$G_{\text{inf}}(E, u \mid u') = \sum_n \sum_{n'} Y_n(\Omega)\, Y_{n'}(\Omega')G_{nn'}(E, r \mid r'). \tag{12}$$

Для угловых моментов $G_{\text{inf}}(E, r \mid r')$ получены удобные для расчетов выражения для плоской, сферической и цилиндрической геометрии (см., например, [9, 10]).

Далее аппроксимируем функции $g(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) = \sum_n g_n(r, E)Y_n(\vec{\Omega})$, используя разложения прежде всего угловой зависимости по сферическим функциям и ограничиваясь небольшим числом членов разложения. Получим конечную систему алгебраических уравнений (G_n-приближения).

В результате получаем систему алгебраических уравнений [11], в которой:

— порядок системы для получения сравнимой точности в интегральных характеристиках ячеек наименьший из всех рассмотренных выше подходов;

— коэффициенты уравнений вычисляются достаточно просто, во всяком случае гораздо быстрее, чем вероятности P_{ij};

— при учете анизотропии рассеяния вычислительные затраты практически такие же, что и в задачах с изотропным рассеянием, поскольку порядок системы уравнений при этом не меняется и трудоемкость вычислений коэффициентов уравнений, выражающихся через $G_{nn'}$ почти не растет;

— на границе, где происходит скачок свойств, функция распределения получается разрывной относительно угла $\vec{\Omega}$, т.е. $\psi(x+\varepsilon, \overrightarrow{\Omega n}=0) \neq \psi(x-\varepsilon, \overrightarrow{\Omega n}=0)$ при $\varepsilon \to 0$, что отвечает физике задачи;

— угловые моменты решения на границах ячеек (величины, необходимые для уточненных конечно-разностных уравнений, описывающих нейтронные поля в реакторе [12]), получаются наиболее естественным образом.

СРАВНЕНИЕ МППИ С МЕТОДОМ СФЕРИЧЕСКИХ ГАРМОНИК

Обратим внимание прежде всего на то, что использование функции Грина в виде (12) в каждой зоне может быть интерпретировано так, что мы получаем (для второго слагаемого справа в выражении (11)) решение, удовлетворяющее системе уравнений метода сферических гармоник, замкнутой не обычным для P_N-приближений способом обращения в нуль моментов ψ_n с номером $n > N$, а способом выражения тех моментов, для которых в соответствующих уравнениях метода сферических гармоник явно не входят моменты псевдоисточников, через предыдущие моменты. Именно с таким способом замыкания системы уравнений мы и получаем соответствующую часть решения, точно удовлетворяющую уравнению переноса во внутренних точках каждой зоны.

Для более наглядного сравнения рассматриваемых методов рассмотрим решение одногрупповой задачи для полупространства, свободного от источников. В G_N-приближении угловые моменты такого решения имеют вид

$$\psi_n(x) = \sum_{n=1,\,3\,\ldots}^{N} g_{n'} G_{nn'}(x \mid 0), \tag{13}$$

причем коэффициенты g_n определяются граничными условиями при $x = 0$. Моменты $G_{nn'}(x \mid 0)$ в данном случае имеют вид

$$G_{nn'}(x \mid 0) = \underset{\nu}{S} \frac{A_n(\nu) A_{n'}(\nu)}{N(\nu)} \mathrm{e}^{-x/\nu}.$$

Здесь $A_n(\nu)$ — определенные полиномы [9], $N(\nu)$ — нормировочная функция для кейсовских элементарных решений, $\underset{\nu}{S} f(\nu) = \int f(\nu) d\phi(\nu)$ — интеграл Стилтьеса с функцией

$$\phi(\nu) = \begin{cases} \nu & \text{при } 0 < \nu < 1 \\ 1 & \text{при } 1 \le \nu < \nu_0 \\ 2 & \text{при } \nu \ge \nu_0 \end{cases}.$$

Заменим интеграл по ν суммой в соответствии с какой-либо квадратурной формулой:

$$G_{nn'}(x \mid o) = \sum_{i=0}^{I} \frac{A_n(\nu_i) A_{n'}(\nu_i)}{N(\nu)} \mathrm{e}^{-x/\nu_i}. \tag{14}$$

Решение в таком вспомогательном приближении обозначим $\psi_{N,\,2I+1}$. Тогда решение в G_N-приближении можно обозначить $\psi_{N,\,\infty}$. Подставляя (14) в (13) и меняя суммирование по n' и по i, получим

$$\psi^n_{N,\,I} = \sum_{i=0}^{I} B_i A_n(\nu_i) \mathrm{e}^{-x/\nu_i}, \text{ где } B_i = \sum_{n'=1,\,3\,\ldots}^{N} g_{n'} \frac{A_{n'}(\nu_i)}{N(\nu_i)}.$$

Из последнего равенства легко заметить, что, положив $I = (N-1)/2$ и выбрав узлы квадратурной формулы ν_i, совпадающими с соответствующими корнями характеристического уравнения метода сферических гармоник [9], получим решение в форме, совпадающей с P_N-приближением. Таким образом, решение в P_N-приближении может быть обозначено как $\psi_{N,N}$. При стремлении $N \to \infty$ решения $\psi_{N,\infty}$ и $\psi_{N,N}$ сближаются, но при конечных N решение в G_N-приближении должно быть всегда точнее решения в соответствующем P_N-приближении. В частности, в зонах поглощения в решении, полученном в P_N-приближении, во всех точках оставляется одинаковое количество угловых моментов. В точном же решении угловое распределение становится все более анизотропным по мере удаления от границы, что учитывается в решении G_N-приближения. В результате решение получается намного более точным. В диффузионной зоне наиболее анизотропным оказывается распределение вблизи границы. Но и здесь в силу того, что аппроксимируется функция $g(\vec{r}_S, \vec{\Omega})$, а не решение $\psi(\vec{r}_S, \vec{\Omega})$, как в P_N-приближениях, в решении $\psi(\vec{r}_S, \vec{\Omega})$, получаемом в G_N-приближениях, содержатся все угловые моменты. В результате обеспечивается достаточно точное (более точное, чем в P_N с тем же номером N) описание уже в начальных приближениях.

НЕКОТОРЫЕ ИЛЛЮСТРАТИВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Односкоростные расчеты (табл. 1—3).

Таблица 1. Двухзонная цилиндрическая ячейка [9] при $r_1 = 1{,}30$ см; $r_2 = 11{,}90$ см; $q_1 = 0$; $\Sigma_1 = 0{,}7221$ см$^{-1}$; $\Sigma_{a1} = 0{,}3230$ см$^{-1}$; $q_2 = 1$; $\Sigma_2 = 0{,}3721$ см$^{-1}$; $\Sigma_{a2} = 3{,}118 \cdot 10^{-4}$ см$^{-1}$. r_i — граница i-зоны, q_i — плотность источников в i-зоне, Σ_i и Σ_{ai} — полное сечение и сечение поглощения нейтронов в i-зоне соответственно, $\overline{\phi}_i$ — средний поток нейтронов в i-зоне

Параметры	P_1	S_8	G_1	G_3	G_5
$\overline{\phi}_2/\overline{\phi}_1$	1,627 (−13,3)	1,898 (+1,1)	1,895 (+0,7)	1,881 (+0,2)	1,877
$\theta = \dfrac{\Sigma_{a1}\overline{\phi}_1}{\Sigma_{a1}\overline{\phi}_1 + \Sigma_{a2}\overline{\phi}_2}$			0,8685	0,8693	0,8695

Примечание. В скобках в табл. 1, 2, 4 дано отличие в процентах от результата G_5. Числа в колонках P_N и S_8 в этой и табл. 2 взяты из работы [13].

Таблица 2. Три двухзонные цилиндрические ячейки (коэффициенты проигрыша $\overline{\phi}_2/\overline{\phi}_1$) [9]

r_1, см	P_1	P_3	P_5	G_1	G_3	G_5
1,3	1,510 (−15)	1,708 (−4)	1,756 (−1,5)	1,796 (0,8)	1,784 (0,1)	1,782
1,5	1,594 (−17)	1,842 (−4)	1,893 (−1,3)	1,932 (0,7)	1,918	1,918
1,7	1,736 (−15)	1,994 (−3)	2,032 (−0,9)	2,067 (0,7)	2,054 (0,005)	2,053

Примечание. Сечения и источники те же, что и в табл. 1, $r_2 = 7{,}93$ см.

Таблица 3. Средние по зонам потоки в девятизонной цилиндрической ячейке [9]

Номер зоны	r_1, см	Σ_a, 1/см	Σ, 1/см	q, 1/см	$\bar{\Phi}_h$, МХ*)	$\Delta\bar{\Phi}_h$, G_3 2*)	$\Delta\bar{\Phi}_h$, P_3 2*) [20]
1	0,4	0,02	2,0	1	1,4389	+3	−10
2	0,65	1,8	2,0	0	0,9626	+1,5	−0,8
3	0,85	0,02	2,0	1	1,2834	+0,3	−13
4	1,1	1,8	2,0	0	1,1664	+0,2	−2,7
5	1,3	0,02	2,0	1	1,7620	−0,1	−13
6	1,55	1,8	2,0	0	1,8564	−1,0	−2,7
7	1,75	0,02	2,0	1	3,0735	−2	−11
8	2,0	1,8	2,0	0	3,7095	+0,3	+2,1
9	4,0	0,02	2,0	1	14,17—3	+0,1	−1
θ 3*)					0,7446	0,0	0,39

*) Результат, полученный методом характеристик.

2*) Отклонение в процентах от результата МХ.

3*) $\theta = \sum_{h=2,\,4,\,\ldots,\,8} \Sigma_{ah}\bar{\Phi}_h / \sum_{h=1,\,2,\,\ldots,\,9} \Sigma_{ah}\bar{\Phi}_h$.

В вышеприведенных примерах рассматривались задачи с изотропным рассеянием (или, что эквивалентно, в транспортном приближении). В табл. 4 приводятся результаты для задачи с анизотропным рассеянием. Выше уже отмечалось, что для G_N-приближений учет анизотропии любого порядка практически не увеличивает затрат машинного времени, а для метода ВПС добавление каждого члена разложения в индикатрисе рассеяния многократно увеличивает порядок решаемой системы уравнений и соответственно время расчета. К тому же оказалось, что принятое в рассматриваемой задаче [14] разбиение ячейки на пять подзон со средним размером подзоны $\Delta r/\lambda_{th} \sim 0{,}3$ дает погрешность в средних потоках до 3%. Увеличение же числа подзон еще больше увеличивает время расчета. Поскольку даже при пяти подзонах и изотропном рассеянии использованное G_3-приближение в несколько раз выигрывает по времени по сравнению с МВПС, то в других вариантах выигрыш превышает порядок.

Таблица 4. Факторы проигрыша ($\bar{\Phi}_2/\bar{\Phi}_1$) в двухзонной цилиндрической ячейке при $r_1 = 2{,}0$ см, $r_2 = 3{,}0$ см

Методы	Число членов в разложении индикатрисы				Транспортное приближение
	0	1	2	3	
МВПС*)	2,2813	2,0269	2,0620		
МВПС 2*)	2,3373 (2,2853)				
G_3	2,3438	2,0548	2,1074	2,1061	2,1869

*) Пять подзон в разбиении [14], $\Delta r/\lambda_{th} \sim 0{,}3$.

2*) 20 подзон в разбиении [15], $\Delta r/\lambda_{th} < 0{,}1$. В скобках дан результат при том же разбиении ячейки, что и в работе [14], но полученный по другой программе [16].

В рассмотренных выше примерах в G_N-приближениях на внутренних границах проводилась сшивка соответствующих угловых моментов функции $\psi(\vec{r}, \vec{\Omega})$. Однако уже в ранних работах по МППИ [9] отмечалось, что сшивка моментов функции

$(\overline{\Omega n})\psi(\vec{r}, \vec{\Sigma})$ предпочтительнее. Если для приближений G_N с $N \geq 3$ уточнение сшивки приводит к не очень заметному улучшению результата, то для G_1-приближения оно значительно приближает к результату G_3, а время расчета остается меньшим. Во многих случаях такое приближение, которое мы обозначаем как $\tilde{G}_1$, обеспечивает приемлемую для практики точность. Соответствующий пример приведен в табл. 5.

Таблица 5. Распределение потока в трехзонной цилиндрической ячейке [9]

Номер зоны	Метод характеристик	Метод поверхностных псевдоисточников		
		$G_1^{*)}$	$\tilde{G}_1^{*)}$	$G_3^{*)}$
1	1,9688	−11	−1,1	−0,6
2	3,542	7,6	1,2	0,6
3	14,077	0,2	−0,2	0,1

*) Отклонение в процентах от результатов метода характеристик.

МНОГОСКОРОСТНЫЕ РАСЧЕТЫ

Из большого количества результатов расчетов, выполненных для многогрупповых задач, приведем два.

В табл. 6 представлены результаты расчетов [17] кластерной ячейки РБМК*), где, кроме того, демонстрируются возможности использования метода поверхностных псевдоисточников для двумерных задач.

Таблица 6. Двухгрупповые эффективные сечения и коэффициент размножения для кластерной ячейки

Номер строки	Код	Приближение	K_∞	$\overline{\Sigma}_a^T$, см$^{-1}$	$\nu\overline{\Sigma}_f^T$, см$^{-1}$	$\overline{\Sigma}_a^\sigma$, см$^{-1}$	$\nu\overline{\Sigma}_f^\sigma$, см$^{-1}$	$\overline{\Sigma}_s$, $\sigma\to T$, см$^{-1}$	τ, мин
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	КЛАРА	$G_3^{1*)}$	1,2971	0,004654	0,006755	0,001291	0,000773	0,005693	3,2
2	РАЦИЯ	$G_3^{2*)}$	−0,06	0,4	0,6	0,3	—	—	2
3	WIMS-D4	$S_8^{2*)}$	0,05	−0,2	−0,3	0,1	0,1	0,7	7
4		P_{ij}	0,2	1,2	1,5	0,6	0,1	0,8	111

Примечание. В строках 2—4 и колонках 5—9 приведены процентные отклонения от чисел строки 1 в тех же колонках.

*) Приближение G_n^p соответствует в двумерных задачах разложению интенсивности псевдоисточников $g_n = \sum_{n'p'} \sum g_n^{p'} Y_n(\vec{\Omega}) e^{ip'\varphi}$ с ограничением $n' \leq n$ и $p' \leq p$. φ — азимутальный «пространственный» угол.

2*) Результаты, полученные с использованием гомогенизации кластерного канала, проведенной по рецепту, содержащемуся в программе WIMS-D4.

*) Рассчитываемая ячейка представлялась в виде кругового цилиндра бесконечной высоты, содержащего в центре канал с 18 прутками — тепловыделяющими элементами. Конкретная геометрия ячейки приведена в [17].

В табл. 7 приведены [18] характеристики ячейки РБМК, содержащей поглощающую часть стержня СУЗ. Для получения этих характеристик приходится рассчитывать расширенную ячейку, включающую внешние зоны, имитирующие окружение исследуемой ячейки. На этом примере демонстрируется тот факт, что наиболее значительный выигрыш в затратах машинного времени получается в задачах, где имеются протяженные однородные зоны.

Таблица 7. Характеристики ячейки РБМК с поглощающей частью стержня СУЗ

Код	Приближение	$\bar{\Sigma}_a^0$, см$^{-1}$	$\bar{\Sigma}_a^T$, см$^{-1}$	$\bar{\Sigma}_{s,\,n-\sigma}$, см$^{-1}$	τ, мин
WIMS-D4	S_{16}	0,002424	0,005011	0,005083	70
	S_8	−0,2	−0,2	0,0	25
РАЦИЯ	G_1	1,6	1,0	1,4	1,5
	G_3	0,1	0,4	0,3	2

В многогрупповых задачах в G_N-приближениях возникает дополнительная погрешность (по сравнению с рассмотренными одногрупповыми), связанная с обсуждавшейся выше аппроксимацией при представлении межгрупповых переходов. В приведенных примерах величина dq/dE аппроксимировалась кусочно-постоянной функцией пространственных координат. Было показано, что уже такая аппроксимация обеспечивала достаточную точность, хотя не представляет труда ввести и более аккуратную аппроксимацию.

Заметим также, что исследовалась возможность использования не односкоростной, а многогрупповой функции Грина бесконечной однородной среды [19]. При этом снимается вопрос об аппроксимации межгрупповых переходов. Оказалось, однако, что для рассматривавшихся задач использование многогрупповой функции Грина приводит к непренебрежимому усложнению алгоритма расчета, не оправдывавшему возникающему повышению точности. Однако для других задач, особенно для задач о глубоком проникании излучения, использование многогрупповой функции Грина, а еще лучше многоскоростной функции Грина однородной среды, которая может оказаться удобнее для построения, чем многогрупповая, по моему мнению, представляется перспективным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При сравнении метода поверхностных псевдоисточников с другими численными методами решения уравнения переноса нейтронов подчеркнуто, что в отличие от большинства подходов, в которых тем или иным способом используется функция влияния первопролетных нейтронов, в методе поверхностных псевдоисточников за основу берется использование функции Грина для однородной бесконечной среды. В G_N-приближениях метода за счет отказа от детального описания решения для вычисления интересующих практиков функционалов получается алгебраическая система уравнений заметно меньшего порядка по сравнению с получающимися в других подходах. При этом коэффициенты этой системы, выражающиеся через угловые моменты функции Грина однородной среды, оказываются достаточно простыми для расчета.

Из анализа численных сравнений, лишь малая часть которых приведена в настоящей работе, я пришел к следующим выводам о сравнительной точности и экономичности G_N-приближений метода поверхностных псевдоисточников. При анализе использовались, помимо многих других, и результаты работы [20]:

1. Для погрешностей характеристик реакторных ячеек ε получаются соотношения

$$\varepsilon(G_3) \cong \varepsilon(S_8) \cong \varepsilon\left[P_{ij}\left(\frac{\Delta r}{\lambda} < 0{,}1\right)\right] < \varepsilon(P_5).$$

Здесь в скобках приведены обозначения приближений, $\Delta r/\lambda$ — характеристика разбиения зон (только в местах резкого изменения потока) на подзоны Δr, измеренные в длинах свободного пробега λ.

Для сравнения взято G_3-приближение, так как во всех случаях это приближение обладало достаточной для рассматриваемого круга задач точностью, хотя в большинстве задач достаточным оказывалось и $\widetilde{G}_1$-приближение.

2. Количественное сравнение экономичности различных методов, вообще говоря, довольно затруднительно, так как при этом неизбежно накладывается качество алгоритмов, а также программирования при воплощении того или иного метода. Отдавая отчет в связанной с этим относительности сравнения, тем не менее для тех случаев, когда сравнение в какой-то степени можно оправдать, рискну привести некоторые получавшиеся соотношения:

$\tau(G_3) \cong 0{,}3 \div 0{,}5\tau(S_8)$ для отдельных ячеек;

$\tau(G_3) < 0{,}1\tau(S_8)$ для суперячеек;

$\tau(G_3) \ll \tau\left[P_{ij}\left(\frac{\Delta r}{\lambda} < 0{,}1\right)\right]$; $\tau(G_3) < \tau(P_3)$;

$\tau(G_3) \ll \tau(\text{МХ})$.

Здесь МХ — метод характеристик, причем сравнение проводилось при пространственно-угловых сетках, обеспечивающих сравнимую с G_3-приближением точность.

3. Поскольку, как указывалось, учет анизотропии рассеяния не представляет проблем в G_N-приближениях, можем написать это утверждение в виде соотношения $\tau(G_n^{an}) \cong \tau(G_n^{tr})$. Здесь индексы «*an*» и «*tr*» означают анизотропное рассеяние и транспортное приближение соответственно. Для метода вероятности первого столкновения, как известно, $\tau(P_{ij}^{an}) \gg \tau(P_{ij}^{tr})$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sanchez R., McCormick N.J. — Nucl. Sci. Engn., 1982, vol. 80, p. 481.
2. Proceedings of the International Topical Meeting. Advances in Mathematics, Computations and Reactor Physics, April 28—May 2. — Pittsburg, PA, USA, 1991.
3. Askew J., Fayers F., Kemshell P.A General Description of the Lattice Code WIMS. — JBNBC, 1966, Oct. p. 564.
4. Edeinus M., Forssen B.H., Gragg C. The Physics Model of CASMO-4. — [2], vol. 2, p. 10.1.1—1.
5. Coste M., Sanchez R., Stankovski Z., Vander C. et al. Apollo-II Assembly Spectrum Code: New Features. — Ibid, p. 10.1.4—1.
6. Лалетин Н.И. Применение метода расщепления оператора для разделения энергетической и пространственной задач при расчете распределения нейтронов. — ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1981, вып. 5(18), с. 63.
7. Численное решение уравнения переноса в одномерных задачах/Сб. под ред. Т.А. Гермогеновой. — ИПМ АН СССР, 1981.
8. Хромов В.В., Крючков Е.Ф., Тихомиров Г.В. — В кн.: Сб. трудов симпозиума «Численные методы решения уравнения переноса». — М., 1992, с. 109.
9. Лалетин Н.И. — В кн.: Методы расчета полей тепловых нейтронов в решетках реакторов/Под ред. Я.В. Шевелева. — М.: Атомиздат, 1974, с. 155.
10. Лалетин Н.И., Султанов Н.В. — Атомная энергия, 1979, т. 46, с. 148.
11. Лалетин Н.И. — См. [9], с. 187.
12. Лалетин Н.И. Об уравнениях гетерогенного реактора (обзор). — См. [6], с. 31.
13. Галанин А.Д. — В кн.: Нейтронная физика/Под ред. П.А. Крупчицкого. М.: Госатомиздат, — 1961, с. 125.

14. Takeda T., Azekura K., Sekiya T. — J. Nucl. Sci. Tech., 1991, vol. 9, p. 249.
15. Лалетин Н.И., Султанов Н.В., Бояринов В.Ф. — См. [2], 1991, vol. 4, p. 20.13—1.
16. Гомин Е.А., Майоров Л.В. Аннотация программы «Вертер». — ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1982, вып. 5(27), с. 83.
17. Султанов Н.В. — Атомная энергия, т. 58, 1985, с. 414.
18. Султанов Н.В. — Там же, с. 410.
19. Бояринов В.Ф. Программа нейтронного группового расчета цилиндрической ячейки реактора (НЕГР-Ц): Препринт ИАЭ-3377/5. — М., 1981.
20. Раевская В.Е., Торлин Б.З. Численный расчет полиячейки в одногрупповом P_3-приближении: Препринт ИТЭФ-60. — М., 1977.

Статья поступила в редакцию
23 декабря 1992 г.
Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика ядерных реакторов, 1994, вып. 3, с. 3—15.

УДК 519.6:621.039.51

МЕТОД ЭКВИВАЛЕНТНЫХ КРУПНЫХ СЕТОК ДЛЯ РАСЧЕТА РЕАКТОРОВ В ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Б.Д. Абрамов, Физико-энергетический институт, 249020, Обнинск

Формулируется задача построения эффективных крупных сеток для решения многогрупповых диффузионных уравнений реактора в гексагональной геометрии с одним узлом на шестигранную призму, эквивалентных по точности мелким треугольным сеткам с 6,12, ... узлами на эту же призму. Обсуждается ряд нелинейных конечно-разностных схем приближенной реализации этой задачи, существенно уточняющих схему известного метода грубой сетки Эскью.

AN EQUIVALENT COARSE-MESH METHOD FOR REACTOR CALCULATIONS IN HEXAGONAL GEOMETRY. B.D. ABRAMOV. A coarse-mesh method for multigroup diffusion calculations of nuclear reactors in hexagonal geometry with 1 point per hexagonal prism is presented, that is equivalent to the routine finite-difference method on triangulare grids with 6,12 ... points per the same prism. Some non-lineare algorithms approximating this method to a high accuracy greater than familiar Askews coarse-mesh method are discussed.

ВВЕДЕНИЕ

Повышение требований к точности прогнозирования характеристик ядерных реакторов обусловливает необходимость более детального моделирования их геометрической структуры. Последнее достигается обычно на пути привлечения специальных конечно-разностных сеток, адекватных реальной структуре реактора. Например, для реакторов с шестигранными кассетами удобно использовать треугольные, гексагональные и другие сетки [1], причем желательно, чтобы число узлов этих сеток было минимальным, скажем, один узел на каждую из шестигранных призм, возникающих в результате разбиения кассет по высоте горизонтальными плоскостями, и т.п. В тех случаях, когда точность такого описания оказывается неудовлетворительной, можно либо увеличивать число расчетных узлов (что не всегда приемлемо), либо использовать модифицированные конечно-разностные схемы с нелинейными, зависящими от решения задачи, коэффициентами, как это имеет место, например, в методе грубой сетки Эскью и некоторых его обобщениях [2, 3], и т.п.

Аналогичные положения, хотя и в несколько иной постановке, развиваются в работе [4], где рассматривается два типа сеток: исходная (мелкая) сетка, коэффициенты которой определяются по простейшим схемам интегро-интерполяционного метода, и эффективная (крупная) сетка, возникающая в результате объединения каких-либо совокупностей узлов исходной сетки, коэффициенты которой определяются из условия сохранения искомого набора функционалов типа интегральных по кассете потоков

нейтронов при переходе от задачи на мелкой сетке к задаче на крупной. Подобные крупные сетки называются эквивалентными. Их коэффициенты выражаются через неизвестные заранее значения решения на мелкой сетке и могут быть вычислены, например, методом последовательных приближений путем чередования итераций на мелкой и крупной сетках. В этом случае введение крупной сетки преследует, очевидно, цель ускорения сходимости итераций на мелкой сетке. Возможен, однако, и другой подход, когда мелкая сетка используется лишь как вспомогательный инструмент для получения приближенных аналитических выражений коэффициентов эквивалентной крупной сетки через соответствующие коэффициенты мелкой сетки и неизвестные заранее значения решения на крупной сетке, а сама задача определения с заданной точностью искомых функционалов сводится к выбору надлежащих нелинейных конечно-разностных уравнений на крупной сетке и последующему их решению.

Некоторые из простейших уравнений такого рода и рассматриваются ниже применительно к актуальной в приложениях задаче построения эффективных (крупных) гексагональных сеток с одним узлом на шестигранную призму для уравнения диффузии нейтронов

$$-\nabla D\nabla\psi + \Sigma\psi = q \tag{1}$$

с соответствующим граничным условием

$$D\frac{\partial\psi}{\partial n} + \frac{s}{2}\psi = 0 \tag{2}$$

на внешней поверхности Γ области G реактора, эквивалентных мелким треугольным сеткам с 6,12, ... узлами на эту же призму в предположении постоянства коэффициентов D, Σ внутри призм, где $n(x)$ — внешняя нормаль к Γ, $s(x)$ — параметр, характеризующий тип граничного условия ($s(x) = 0$, если на данном участке поверхности ставится граничное условие отражения, $s(x) = 1$ в случае нулевого условия на экстраполированной границе, и т.п.).

СХЕМЫ АЛГОРИТМОВ В ДВУМЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Предполагая, что рассматриваемое плоское сечение G реактора покрыто (крупной) гексагональной сеткой с постоянными в пределах шестигранных ячеек (кассет) размера «под ключ» H коэффициентами D, Σ, введем (мелкую) треугольную сетку, разбивая каждую кассету на шесть равносторонних треугольников, и соответствующее конечно-разностное уравнение на этой сетке с узлами в центрах треугольных ячеек, аппроксимирующее уравнение (1):

$$\frac{24}{H^2}\sum_{\alpha=1}^{3}\frac{D_0 D_\alpha}{D_0 + D_\alpha}(\psi_0 - \psi_\alpha) + \Sigma_0\psi_0 = q_0, \tag{3}$$

где индекс $\alpha = 0$ нумерует треугольник, в котором ищется решение ψ_0, а $\alpha = 1, 2, 3$ — окружающие его соседние треугольники противоположной ориентации. Для ячеек вне G положим, согласно (2),

$$\psi_\alpha = 0,\ D_\alpha = H s_\alpha/12. \tag{4}$$

Суммируя эти уравнения по индексам α, принадлежащим рассматриваемой кассете, приходим к искомому уравнению

$$\frac{24}{H^2}\sum_i \frac{D_0 D_i}{D_0 + D_i}\left(\frac{\psi_{0i}}{\varphi_0}\overset{\vee}{\psi}_0 - \frac{\psi_{i0}}{\varphi_i}\overset{\vee}{\psi}_i\right) + \Sigma_0\overset{\vee}{\psi}_0 = \overset{\vee}{q}_0, \tag{5}$$

эквивалентному уравнениям (3), (4) относительно величин

$$\overset{\vee}{\psi}_i = \frac{1}{6}\sum_j \psi_{ij},\ \overset{\vee}{q}_i = \frac{1}{6}\sum_j q_{ij},\ \varphi_i = \sum_j \psi_{ij}, \tag{6}$$

где ψ_{ij}, q_{ij} — значения потока ψ_a и источника q_a в соответствующем треугольнике i-й кассеты, граничащем с j-й кассетой, суммирование ведется по всем кассетам, граничащим с данной, и подразумевается, что $\overset{\vee}{\psi}_i = 0$ вне G.

С целью замыкания алгоритма это уравнение следует дополнить соотношениями, выражающими ψ_{ij} через $\overset{\vee}{\psi}_i$, $\overset{\vee}{\psi}_j$. Так, например, интерпретируя величины $\overset{\vee}{\psi}_i$, $\overset{\vee}{\psi}_j$ как значения потоков в центрах, а

$$u_{ij} = (D_i\overset{\vee}{\psi}_i + D_j\overset{\vee}{\psi}_j)/(D_i + D_j) = u_{ji} \tag{7}$$

— на границах раздела соответствующих шестигранных ячеек, можно положить в рамках линейной интерполяции

$$\psi_{ij} \simeq \frac{2}{3}\overset{\vee}{\psi}_i + \frac{1}{3}\overset{\vee}{\psi}_j,\ \psi_{ij} \simeq \frac{1}{3}\overset{\vee}{\psi}_i + \frac{2}{3}u_{ij}, \ldots . \tag{8}$$

Более точных результатов следует ожидать от представления

$$\psi_{ij} \simeq \frac{\frac{24}{H^2}D_i\left[\overset{\vee}{\psi}_i + \frac{D_j}{D_i + D_j}\left(\frac{1}{3}\overset{\vee}{\psi}_j + \frac{2}{3}u_{ij}\right)\right] + q_{ij}}{\Sigma_i + \frac{24}{H^2}D_i\left(1 + \frac{D_j}{D_i + D_j}\right)}, \tag{9}$$

вытекающего из (3), (8), и т.д. Список подобных аппроксимаций нетрудно продолжить, однако и уже перечисленные обеспечивают, по-видимому, достаточную в приложениях точность.

Используя эти представления и полагая в (5) либо

$$\overset{\vee}{\psi}_0/\varphi_0 = \overset{\vee}{\psi}_i/\varphi_i = 1/6, \tag{10}$$

либо

$$\varphi_0 = 2(\psi_{0,\,i-1} + \psi_{0i} + \psi_{0,\,i+1}),\ \varphi_i = 2(\psi_{i,\,i-1} + \psi_{i,0} + \psi_{i,\,i+1}), \tag{11}$$

$$\varphi_0 = \sum_j \psi_{0j},\ \varphi_i = \sum_j \psi_{ij}, \ldots, \tag{12}$$

приходим к ряду линейных и соответственно нелинейных схем приближенной реализации исходной задачи, среди которых наибольший интерес представляют, очевидно, нелинейные, ранее, по-видимому, в литературе не обсуждавшиеся, схемы. Что же касается линейных, то из (5), (8), (10) вытекает обычное уравнение на крупной сетке

$$\frac{4}{3H^2}\sum_i \frac{D_0D_i}{D_0 + D_i}(\overset{\vee}{\psi}_0 - \overset{\vee}{\psi}_i) + \Sigma_0\overset{\vee}{\psi}_0 = \overset{\vee}{q}_0, \tag{13}$$

из (5), (9), (10) — некоторая разновидность метода Эскью [2], и т.д.

Отметим, что условия (10), выполняющиеся на точных решениях уравнений (3), (4), в приближениях типа (8), (9) обычно не имеют места, а отказ от них означает введение некоторой структуры потока в ячейках, когда средний по ячейке поток $\varphi_0/6$, вообще говоря, становится отличным от потока $\overset{\vee}{\psi}_0$ в центре ячейки.

Примеры численных расчетов показывают, что нелинейные уравнения, следующие из (5) в предположениях (8), (9), (11), (12), обладают более высокой точностью, чем соответствующие линейные, хотя и требуют, конечно, большего объема вычислений. Их решение может быть получено, в частности, методом последовательных

36 921 ф/ф

Институт Атомной Энергии
им. И. В. Курчатова
БИБЛИОТЕКА

приближений, когда по заданным $\overset{\vee}{\psi}_i$, $\overset{\vee}{\psi}_j$, найденным, допустим, из решения уравнений (13), определяются величины ψ_{ij}, отыскиваются новые значения $\overset{\vee}{\psi}_i$, $\overset{\vee}{\psi}_j$ из решения соответствующих уравнений (5), (11), (12), и т.д. Подобные итерации сходятся обычно достаточно быстро. Заметим также, что в процессе вычисления $\overset{\vee}{\psi}_0$ в рамках представления (12) требуется «опрашивать», в отличие от упрощенного представления (11), уже два ряда кассет, окружающих данную.

ДВУМЕРНЫЕ ТЕСТЫ

Точность предлагаемых алгоритмов оценим на примере упрощенной, допускающей аналитическое решение модельной задачи для бесконечной периодической решетки, составленной из шестигранных ячеек двух сортов, различающихся друг от друга лишь наличием или отсутствием источников, когда всякая ячейка с источником окружена шестью ячейками без источников, а всякая ячейка без источника — тремя с источниками и тремя — без них.

Для этой задачи, полагая в ячейках с источниками

$$p = D/\Sigma H^2,\ q = q_0/\Sigma, \tag{14}$$

находим из (3) явное выражение

$$\psi_0 = q\,\frac{(1+12p)(1+24p)+24p}{(1+12p)(1+24p)+24p+12p(1+48p)} \tag{15}$$

потока на мелкой треугольной сетке в ячейке с источником, которое принимается далее за эталонное и используется для тестирования всех прочих алгоритмов, таких, например, как алгоритм (13) обычной крупной гексагональной сетки, где

$$\overset{\vee}{\psi}_0 = q(1+2p)/(1+6p), \tag{16}$$

алгоритм (5), (8), (11) эквивалентной крупной сетки, в рамках которого задача сводится к решению квадратного уравнения

$$a\,\overset{\vee}{\psi}_0^2 - q\,b\,\overset{\vee}{\psi}_0 + q^2c = 0,$$
$$a = 3(1+12p),\ b = 7+66p,\ c = 2(2+9p), \tag{17}$$

а искомое выражение потока $\overset{\vee}{\psi}_0 = \overset{\vee}{\psi}_0^-$ дается формулой

$$\overset{\vee}{\psi}_0^- = q(b - \sqrt{b^2 - 4ac})/2a \tag{18}$$

и т.д., а также алгоритмов метода Эскью [2].

Отметим предварительно некоторые качественные характеристики решений. Из (15)—(17), в частности, следует, что $\psi_0, \overset{\vee}{\psi}_0, \overset{\vee}{\psi}_0^-$ — монотонно убывающие от значения q при $p = 0$ до значения $q/3$ при $p = \infty$ функции параметра p такие, что

$$\psi_0 \sim q(1-12p),\ \overset{\vee}{\psi}_0 \sim q(1-4p),\ \overset{\vee}{\psi}_0^- \sim q(1-12p) \tag{19}$$

вблизи $p = 0$,

$$\psi_0 \sim \frac{q}{3}\left(1+\frac{1}{8p}\right),\ \overset{\vee}{\psi}_0 \sim \frac{q}{3}\left(1+\frac{1}{3p}\right),\ \overset{\vee}{\psi}_0^- \sim \frac{q}{3}\left(1+\frac{1}{7p}\right) \tag{20}$$

вблизи $p = \infty$ (а фактически, уже вблизи $p \sim 1$) и

$$\psi_0 < \overset{\vee}{\psi}_0^- < \overset{\vee}{\psi}_0 \tag{21}$$

при всех $1 < p < \infty$. Подобные закономерности переносятся, очевидно, и на ряд других алгоритмов предыдущего раздела, а также на условно критические задачи, т.е. на задачи с источниками вида

$$q \sim \psi_0/k_{эф},\ \overset{\vee}{q} \sim \overset{\vee}{\psi}_0/k_{эф},\ \dots, \tag{22}$$

в рамках которых значения эффективного коэффициента размножения $k_{эф}$ численно совпадают с соответствующими значениями функций (15), (16), (18) при $q = 1$ и, таким образом, монотонно убывают от 1 при $p = 0$ (когда ячейки становятся бесконечно большими) до 1/3 при $p = \infty$ (когда ячейки стягиваются в точки).

Принципиально иная картина наблюдается в отношении алгоритмов метода Эскью [2], которые формулируются для условно критических задач и в данном примере сводятся к решению уравнений

$$12p^2 \sum_i \frac{\delta_0\delta_i}{\delta_0 + \delta_i}\left(\frac{\phi_0}{9p + \nu_0} - \frac{\phi_i}{9p + \nu_i}\right) + \nu_0\phi_0 = 0, \tag{23}$$

где $\nu_i = 1 - 1/k_{эф}$ в ячейках с источниками, $\nu_i = 1$ в ячейках без источников и либо

$$\delta_i = (1 + \nu_i/9p)/(1 + \nu_i/27p), \tag{24}$$

либо, приближенно,

$$\delta_i = (1 + 2\nu_i/27p). \tag{25}$$

Из (23), (24), в частности, следует квадратное уравнение

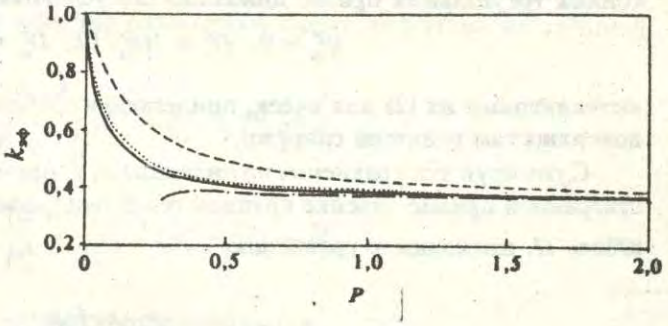
$$a\nu^2 + b\nu + c = 0,$$
$$a = 54p^2 + 18p + 1,\ b = 9p(54p^2 + 27p + 2),\ c = 108p^2(9p + 1), \tag{26}$$

для определения $k_{эф}$, корни которого при $p \lesssim 0{,}29$ становятся комплексными, и, стало быть, соответствующий алгоритм метода Эскью перестает работать. Аналогичное заключение справедливо и в отношении алгоритма (23), (25), сводящегося к уравнению

$$a\nu^3 + b\nu^2 + c\nu + d = 0,$$
$$a = 108p^2 + 35p + 3,\ d = 108p^2(27p + 2)(9p + 1),$$
$$c = 2p(27p + 2)(243p^2 + 36p + 4) + 27p(27p + 1)(9p + 1), \tag{27}$$
$$b = 90p^2(27p + 2) + 3(36p + 1)(9p + 1),$$

два наименьших по модулю корня ν которого при $p \lesssim 0{,}38$ также уходят в комплексную плоскость. Таким образом, метод Эскью, в отличие от предлагаемых в данной работе, в принципе не может быть распространен на задачи с большими ячейками и градиентами.

Характерный вид зависимости $k_{эф}$ от параметра p обсуждаемых методов приведен на рисунке. Заметим, что в соответствии с известным [1] критерием $\delta \lesssim \sqrt{D/\Sigma}$ выбора шага δ сетки наибольший интерес представляют значения $p \gtrsim 1/4$, если определить шаг δ мелкой сетки, скажем, как высоту $H/2$ треугольника.



Зависимость $k_{эф}$ от p: ——— — эталонная мелкая сетка (15), (22); • • • — эквивалентная крупная сетка (18), (22); – – – — обычная крупная сетка (16), (22); —·—· — крупная сетка Эскью (23), (24)

Конкретные числовые оценки точности рассматриваемых методов приведем для значения параметра $p = 1$: полагая дополнительно

$$q = (937/349)\psi_0/k_{эф}, \tag{28}$$

приходим к критической задаче на мелкой сетке с $k_{эф} = 1$, в рамках которой методы (13), ((23), (25)), ((23), (24)), ((5), (8), (10)), ((5), (8), (11)), ((5), (8), (12)), ((5), (9), (11)), ((5), (9), (12)), расположенные в порядке убывания погрешности, приобретают следующие значения эффективного коэффициента размножения $k_{эф}$:

$$\begin{array}{l} 1{,}150634,\ 0{,}977001,\ 0{,}978964,\ 0{,}980600, \\ 1{,}013532,\ 1{,}006137,\ 1{,}004268,\ 0{,}999973, \end{array} \tag{29}$$

откуда следует, что наиболее точными в данном примере являются предлагаемые нами нелинейные алгоритмы (последней строки в (29)) и, в частности, схема (5), (9), (12), которая в этой задаче в 850 раз точнее стандартной схемы (23), (25) метода Эскью [2].

Отметим, что большая величина погрешности (~15% в $k_{эф}$ при $p = 1$) метода (13) обычной крупной сетки обусловлена здесь сильной гетерогенностью выбранной модельной задачи по источникам деления. В более реалистических моделях типа реактора SNR-300 погрешность этого метода (как, впрочем, и всех остальных) заметно снижается, оставаясь, тем не менее, излишне высокой, скажем, по отношению к расчетам эффективности органов СУЗ [2, 3].

ТРЕХМЕРНЫЕ АЛГОРИТМЫ

Разбивая реактор по высоте на плоские слои толщины h_k, $k = 1, 2, \ldots$, а каждый слой k — на m подслоев толщины h_k/m, запишем исходное уравнение на мелкой треугольной сетке с тонкими подслоями, обобщающее уравнение (3), в виде

$$\frac{24}{H^2}\sum_{\alpha}\frac{D_0^{\gamma}D_{\alpha}^{\gamma}}{D_0^{\gamma}+D_{\alpha}^{\gamma}}(\psi_0^{\gamma}-\psi_{\alpha}^{\gamma})+\frac{2}{h^{\gamma}}\left(\frac{h^{\gamma}}{D_0^{\gamma}}+\frac{h^{\gamma-1}}{D_0^{\gamma-1}}\right)^{-1}(\psi_0^{\gamma}-\psi_0^{\gamma-1})+$$

$$+\frac{2}{h^{\gamma}}\left(\frac{h^{\gamma}}{D_0^{\gamma}}+\frac{h^{\gamma+1}}{D_0^{\gamma+1}}\right)^{-1}(\psi_0^{\gamma}-\psi_0^{\gamma+1})+\Sigma_0^{\gamma}\psi_0^{\gamma}=q_0^{\gamma}, \tag{30}$$

где h^{γ} — толщина рассматриваемого подслоя, ψ_{α}^{γ}, D_{α}^{γ}, Σ_{α}^{γ}, q_{α}^{γ} — значения потоков, коэффициентов диффузии, сечений увода и источников нейтронов в центрах тяжести тонких треугольных призм. Дополним его условиями

$$\psi_{\alpha}^{\gamma}=0,\ D_{\alpha}^{\gamma}=Hs_{\alpha}^{\gamma}/12,\ D_{\alpha}^{\gamma}=h^{\gamma}s_{\alpha}^{\gamma}/4, \tag{31}$$

вытекающими из (2) для ячеек, прилегающих к боковым и соответственно торцевым поверхностям реактора снаружи.

Суммируя эти уравнения по индексам α, γ, принадлежащим рассматриваемой шестигранной призме (ячейке крупной гексагональной сетки) высоты h_k и размера «под ключ» H, приходим к уравнению

$$\Sigma_0^k\overset{\vee}{\psi}{}_0^k+\frac{24}{H^2}\sum_i\frac{D_0^kD_i^k}{D_0^k+D_i^k}\left(\frac{\psi_{0i}^k}{\varphi_0^k}\overset{\vee}{\psi}{}_0^k-\frac{\psi_{i0}^k}{\varphi_i^k}\overset{\vee}{\psi}{}_i^k\right)+$$

$$+\frac{2m^2}{h_k}\left(\frac{h_k}{D_0^k}+\frac{h_{k-1}}{D_0^{k-1}}\right)^{-1}\left(\frac{\psi_0^{k,\,k-1}}{\varphi_0^k}\overset{\vee}{\psi}{}_0^k-\frac{\psi_0^{k-1,\,k}}{\varphi_0^{k-1}}\overset{\vee}{\psi}{}_0^{k-1}\right)+$$

$$+\frac{2m^2}{h_k}\left(\frac{h_k}{D_0^k}+\frac{h_{k+1}}{D_0^{k+1}}\right)^{-1}\left(\frac{\psi_0^{k,\,k+1}}{\varphi_0^k}\overset{\vee}{\psi}{}_0^k-\frac{\psi_0^{k+1,\,k}}{\varphi_0^{k+1}}\overset{\vee}{\psi}{}_0^{k+1}\right)=\overset{\vee}{q}{}_0^k, \tag{32}$$

эквивалентному уравнениям (30), (31) относительно величин

$$\overset{\vee}{\psi}{}_i^k=\sum_j\sum_\gamma\psi_{ij}^{k\gamma}/6m,\quad \varphi_i^k=\sum_j\sum_\gamma\psi_{ij}^{k\gamma},$$

$$\psi_{ij}^k=\sum_\gamma\psi_{ij}^{k\gamma},\quad \psi_i^{k,\,k\pm1}=\sum_j{}'\psi_{ij}^{k,\,k\pm1}, \tag{33}$$

где $\psi_{ij}^{k\gamma}$ — значение потока ψ_α^γ в той тонкой треугольной призме ячейки (i, k) крупной сетки, которая граничит с ячейкой (j, k) и принадлежит подслою γ слоя k, $\psi_{ij}^{k,\,k\pm1}$ — крайним подслоям слоя k, прилегающим соответственно к слоям $k\pm1$, $\sum_j$ — сумма по шести ячейкам (j, k), окружающим данную с боков, $\sum_\gamma$ — сумма по тонким подслоям рассматриваемого слоя. Аналогичный смысл имеют обозначения $\overset{\vee}{q}{}_i^k$, q_{ij}^k, $q_i^{k,\,k+1}$,... Подразумевается также, что $\overset{\vee}{\psi}{}_i^k=0$ вне реактора.

Ограничиваясь упрощенным представлением

$$\psi_{ij}^{k\gamma}\sim r_{ij}^k\,z_i^{k\gamma}, \tag{34}$$

где, например, в рамках линейной интерполяции

$$r_{ij}^k=\frac{1}{3}\overset{\vee}{\psi}{}_i^k+\frac{2}{3}u_{ij}^k,\quad z_i^{k,\,k\pm1}=\frac{1}{m}\overset{\vee}{\psi}{}_i^k+\frac{m-1}{m}v_i^{k,\,k\pm1},\ \ldots, \tag{35}$$

u_{ij}^k определяются с точностью до «навешивания» индекса k слоя прежней формулой (7), а $v_i^{k,\,k\pm1}$ дается выражением

$$v_i^{k,\,k\pm1}=\left(\frac{D_i^k}{h_k}\overset{\vee}{\psi}{}_i^k+\frac{D_i^{k\pm1}}{h_{k\pm1}}\overset{\vee}{\psi}{}_i^{k\pm1}\right)\Big/\left(\frac{D_i^k}{h_k}+\frac{D_i^{k\pm1}}{h_{k\pm1}}\right)=v_i^{k\pm1,\,k}, \tag{36}$$

выводим из (32) ряд простейших схем приближенной реализации исходной задачи, среди которых отметим обычную конечно-разностную схему диффузии на крупной гексагональной сетке

$$\frac{4}{3H^2}\sum_i\frac{D_0^kD_i^k}{D_0^k+D_i^k}(\overset{\vee}{\psi}{}_0^k-\overset{\vee}{\psi}{}_i^k)+\Sigma_0^k\overset{\vee}{\psi}{}_0^k+$$

$$+\frac{2}{h_k}\sum_{l=k-1}^{k+1}\left(\frac{h_k}{D_0^k}+\frac{h_l}{D_0^l}\right)^{-1}(\overset{\vee}{\psi}{}_0^k-\overset{\vee}{\psi}{}_0^l)=\overset{\vee}{q}{}_0^k, \tag{37}$$

вытекающую из (32), (36) в упрощающем предположении

$$\overset{\vee}{\psi}{}_0^k/\varphi_0^k=\overset{\vee}{\psi}{}_0^{k\pm1}/\varphi_0^{k\pm1}=\overset{\vee}{\psi}{}_i^k/\varphi_i^k=1/6m. \tag{38}$$

Выбор r_{ij}^k, $z_i^{k,\,k\pm1}$ здесь можно уточнить, полагая

$$r_{ij}^k = \frac{\frac{24}{H^2} D_i^k \left[\overset{\vee}{\psi}{}_i^k + \frac{D_j^k}{D_i^k + D_j^k} \left(\frac{1}{3} \overset{\vee}{\psi}{}_i^k + \frac{2}{3} u_{ij}^k \right) \right] + \frac{1}{m} q_{ij}^k}{\Sigma_i + \frac{24}{H^2} D_i^k \left(1 + \frac{D_j^k}{D_i^k + D_j^k} \right)}; \tag{39}$$

$$z_i^{k,k\pm1} = \frac{\frac{4}{h_k} \left[\frac{D_i^k}{h_k} \overset{\vee}{\psi}{}_i^k + \left(\frac{h_k}{D_i^k} + \frac{h_{k\pm1}}{D_i^{k\pm1}} \right)^{-1} \left(\overset{\vee}{\psi}{}_i^{k\pm1} + \vartheta_i^{k,k\pm1} \right) \right] + \frac{1}{6} q_i^{k,k\pm1}}{\Sigma_i^k + \frac{4}{h_k} \left[\frac{D_i^k}{h_k} + 2 \left(\frac{h_k}{D_i^k} + \frac{h_{k\pm1}}{D_i^{k\pm1}} \right)^{-1} \right]}, \tag{40}$$

и т.п., где последнее выражение выписано для значения $m = 2$.

Список подобных, а также более сложных, учитывающих перекрестные члены, аппроксимаций можно было бы продолжить, однако в этом нет, вероятно, особой необходимости, поскольку и уже перечисленные перекрывают, по-видимому, практические требования к точности. Тем не менее, отметим некоторые из них в простейшем случае $m = 1$, когда деление исходных слоев на подслои вообще не производится, $\psi_{ij}^{k\gamma} = \psi_{ij}^k$, суммирование по γ в (33) снимается, а уравнение (32) принимает наиболее простой вид

$$\frac{24}{H^2} \sum_i \frac{D_0^k D_i^k}{D_0^k + D_i^k} \left(\frac{\psi_{0i}^k}{\varphi_0^k} \overset{\vee}{\psi}{}_0^k - \frac{\psi_{i0}^k}{\varphi_i^k} \overset{\vee}{\psi}{}_i^k \right) + \Sigma_0^k \psi_0^k +$$

$$+ \frac{2}{h_k} \sum_{l=k-1}^{k+1} \left(\frac{h_k}{D_0^k} + \frac{h_l}{D_0^l} \right)^{-1} \left(\overset{\vee}{\psi}{}_0^k - \overset{\vee}{\psi}{}_0^l \right) = \overset{\vee}{q}{}_0^k. \tag{41}$$

В этом случае из (30), (35) следует выражение

$$\psi_{ij}^k \simeq \left\{ \frac{24}{H^2} D_i^k \left[\overset{\vee}{\psi}{}_i^k + \frac{D_j^k}{D_i^k + D_j^k} \left(\frac{1}{3} \overset{\vee}{\psi}{}_j^k + \frac{2}{3} u_{ij}^k \right) \right] + q_{ij}^k + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{h_k} \left(\frac{h_k}{D_i^k} + \frac{h_{k-1}}{D_i^{k-1}} \right)^{-1} \overset{\vee}{\psi}{}_i^{k-1} + \frac{2}{h_k} \left(\frac{h_k}{D_i^k} + \frac{h_{k+1}}{D_i^{k+1}} \right)^{-1} \overset{\vee}{\psi}{}_i^{k+1} \right\} /$$

$$/ \left\{ \Sigma_i^k + \frac{24}{H^2} D_i^k \left(1 + \frac{D_j^k}{D_i^k + D_j^k} \right) + \frac{2}{h_k} \left[\left(\frac{h_k}{D_i^k} + \frac{h_{k-1}}{D_i^{k-1}} \right)^{-1} + \left(\frac{h_k}{D_i^k} + \frac{h_{k+1}}{D_i^{k+1}} \right)^{-1} \right] \right\}, \tag{42}$$

уточняющее соответствующее представление (35), (39) по линии учета перекрестных членов, в силу которого коэффициенты конечно-разностной аппроксимации радиальных производных в данном слое k уравнения (41) приобретают зависимость от свойств соседних слоев $k \pm 1$.

В заключение данного раздела заметим, что как и в двумерном случае искомые нелинейные уравнения вытекают из уравнения (32) при отказе от требования (38), когда полагается, например,

$$\varphi_0^k = 2 \left(\psi_{0,i-1}^k + \psi_{0,i}^k + \psi_{0,i+1}^k \right), \quad \varphi_i^k = 2 \left(\psi_{i,i-1}^k + \psi_{i,0}^k + \psi_{i,i+1}^k \right); \tag{43}$$

$$\varphi_0^k = \sum_j \psi_{ij}^k, \quad \varphi_i^k = \sum_j \psi_{ij}^k, \ \ldots, \tag{44}$$

причем в последнем случае для вычисления $\overset{\vee}{\psi}{}_0^k$ требуется «опрос» уже двух рядов кассет, окружающих данную с боков. Решение соответствующих нелинейных уравнений может быть получено, в частности, с помощью надлежащего обобщения указанного выше метода последовательных приближений.

ТРЕХМЕРНЫЕ ТЕСТЫ

Предполагая, что описанная выше двумерная решетка является на самом деле плоским слоем толщины h и что имеются слои аналогичной структуры, но вообще без источников, введем в рассмотрение бесконечную последовательность наложенных друг на друга слоев указанного типа такую, что между каждыми двумя соседними слоями данного типа располагается ровно один слой другого типа. Положим также, в дополнение к (14),

$$h = H. \tag{45}$$

Свойства возникающих при этом трехмерных моделей качественно аналогичны соответствующим свойствам исходных двумерных моделей, отличаясь от них, главным образом, в сторону увеличения погрешностей анализируемых методов вследствие введения дополнительных градиентов по высоте. В частности, $k_{эф}$ задач на мелких (30) и различного рода крупных (32) сетках монотонно убывают от значения 1 при $p = 0$ до значения 1/6 при $p = \infty$, $k_{эф}$ алгоритмов метода Эскью становятся комплексными при больших, нежели ранее, значениях p и т.п. Опуская соответствующие подробности, перейдем к конкретным оценкам точности изучаемых методов при $p = 1$.

Так, принимая за эталон величину среднего потока по шестигранной призме высоты h с источником на мелкой треугольной сетке, находим при $m = 1$ значения

$$18{,}1,\ 1{,}75,\ 0{,}80,\ 0{,}58,\ 0{,}022 \tag{46}$$

относительной погрешности (в %) методов (37), ((35), (41), (43)), ((35), (41), (44)), ((39), (41), (43)), ((39), (41), (44)), а также значения 0,50 и $-0{,}0037$ для методов ((41, (42), 43)) и ((41), (42), (44)) соответственно. Эти результаты подтверждают сделанные выше заключения о качественном согласии двумерных и трехмерных тестов. Из них, в частности, следует, что введение более сложных, учитывающих перекрестные члены аппроксимаций типа (42) не приводит к сколь-нибудь значительному уточнению искомых величин (и тем самым, по-видимому, излишне).

Аналогичными в общем погрешностями обладают и методы (37), ((32), (35), (43)), ((32), (35), (44)), ((32), (39), (40), (43)), ((32), (39), (40), (44)) в случае $m = 2$:

$$27{,}5,\ 1{,}69,\ 0{,}78,\ 0{,}58,\ 0{,}041. \tag{47}$$

Для сравнения с результатами других авторов перейдем к условно критической задаче с $k_{эф} = 1$ на мелкой сетке, полагая

$$q = 2\left(\frac{349}{937} + \frac{613}{6245}\right)^{-1} \frac{\psi_0}{k_{эф}},\quad q = 2\left(\frac{349}{937} + \frac{909}{14337}\right)^{-1} \frac{\psi_0}{k_{эф}} \tag{48}$$

для значений $m = 1, 2$. Тогда перечисленные в (46), (47) методы будут характеризоваться соответственно следующими $k_{эф}$:

$$\begin{gathered} 1{,}181079,\ 1{,}017517,\ 1{,}007996,\ 1{,}005827,\ 1{,}000217, \\ 1{,}275259,\ 1{,}016893,\ 1{,}007839,\ 1{,}005760,\ 1{,}000412, \end{gathered} \tag{49}$$

в то время как метод Эскью дает при $m = 1$ значения

$$0{,}911602,\ 0{,}893546 \tag{50}$$

для точной и соответственно приближенной схем, а при $m = 2$ он вообще перестает работать ($k_{эф}$ уходит в комплексную область при $p \lesssim 1{,}1$ и $p \lesssim 1{,}2$ соответственно).

Отметим, что в рассматриваемых примерах метод Эскью [2, 3] сводится (при $m \geq 2$) к решению уравнений

$$12p^2 \sum_i \frac{\delta_0^k \delta_i^k}{\delta_0^k + \delta_i^k} \left(\frac{\phi_0^k}{9p + \nu_0^k} - \frac{\phi_i^k}{9p + \nu_i^k} \right) + \nu_0^k \phi_0^k +$$

$$+ 18p^2 \sum_{l=k-1}^{k+1} \frac{\delta_0^k \delta_0^l}{\delta_0^k + \delta_0^l} \left(\frac{\phi_0^k}{9p + \nu_0^k} - \frac{\phi_0^l}{9p + \nu_0^l} \right) = 0, \qquad (51)$$

где величины ν_i^l, δ_i^l определяются с точностью до «навешивания» индекса l слоя прежними формулами. Случай $m = 1$, когда корректируется лишь радиальная составляющая утечки, выводим отсюда, полагая в нижней строке (51) $\nu_0^l = \nu_0^k = 0$. В последнем варианте $k_{эф}$ становится комплексным при $p \lesssim 0{,}6$ и $p \lesssim 0{,}8$ соответственно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты работы показывают, что сформулированные в ней новые принципы построения конечно-разностных уравнений диффузии на крупных гексагональных сетках действительно позволяют существенно повысить точность предсказания важнейших реакторных функционалов по сравнению с традиционными подходами типа метода обычной крупной сетки, метода грубой сетки Эскью и других, причем во всем диапазоне диффузионных толщин ячеек и градиентов потока, и, в частности, в той области этих параметров, где популярный метод грубой сетки Эскью [2] оказывается недееспособным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шишков Л.К. Методы решения диффузионных уравнений двумерного реактора. — М.: Атомиздат, 1976.
2. Takeda T., Komano Y. Extension of Askew's Coarse—Mesh Method to Few-Group Problem for Calculating Two—Dimensional Power Distribution in Fast Breeder Reactors. — J. Nucl. Sci. Technol., 1978, vol. 15, № 7, p. 523.
3. Серегин А.С. Метод крупной сетки для расчета быстрых реакторов в гексагональной геометрии на основе малогруппового диффузионного приближения. — ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1983, вып. 4(33), с. 14.
4. Абрамов Б.Д. Метод эквивалентных крупных сеток для решения диффузионных уравнений: Препринт ФЭИ-1838, 1987.

Статья поступила в редакцию

20 января 1992 г.

Вопросы атомной науки и техники. Сер.

Физика ядерных реакторов, 1994, вып. 3, с. 15—24.

УДК 621.039.5

ДВУХУРОВНЕВАЯ ОПТИМИЗАЦИОННАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕАКТОРОВ НА БЫСТРЫХ НЕЙТРОНАХ

А.М. Кузьмин, Д.В. Морин, А.Е. Новиков,
Московский инженерно-физический институт,
115409, Москва

Описана система ДРАКОН для комплексной автоматизированной оптимизации компоновок быстрых реакторов. Приведены основные методики расчета. Представлен демонстрационный пример оптимизации плотностного коэффициента реактивности.

TWO-LEVEL OPTIMIZATION SYSTEM FOR INVESTIGATION OF FAST REACTORS. A.M. KUZMIN, D.V. MORIN, A.E. NOVIKOV. The paper presents the description of the fast reactor optimization system «DRAKON». The main methods used are given. The demonstration example of density reactivity coefficient optimization is described.

Одним из наиболее эффективных инструментов для изучения реакторов являются оптимизационные комплексы программ, создание которых началось с появлением быстродействующих ЭВМ, развитием численных методов расчета и оптимизации реакторов. К таким системам относятся комплексы SAPFER [1], ДОКАР [2], разработанные в МИФИ, РБР-80 [3] ФЭИ, г. Обнинск, а также ряд систем, созданных в НГТУ, СЭИ и другие. Все они в той или иной степени позволяют решить две основные задачи: проводить комплексный расчет ЯЭУ с целью оценки основных характеристик и добиваться улучшения некоторых параметров с точки зрения выбранного критерия качества, т.е. проводить оптимизационный расчет.

Основной проблемой, которую приходится решать в рамках приведенных систем, является согласование выбранных моделей расчета и метода оптимизации. При отсутствии такой согласованности можно получить либо тривиальные решения из-за упрощенности модели, либо чрезмерно большие времена расчета не позволят перейти к автоматизации поиска оптимальных компоновок. Эту проблему удалось решить в рамках системы ДРАКОН, где выбраны достаточно точные двумерные модели физического расчета, а оптимизационные задачи решаются с использованием метода линеаризации [4, 6].

Необходимость создания системы ДРАКОН связана с возникшими в последнее время задачами оптимизации реакторов с повышенным уровнем естественной безопасности, имеющими гетерогенную структуру активной зоны со сложным спектром нейтронов. Решение таких задач проводят с учетом комплексного рассмотрения всех основных процессов, протекающих в реакторе. Предусматривая эти возможности, система ДРАКОН допускает рассмотрение многослойного реактора типа БН в двумерной $(r—z)$-геометрии, работающего в режиме равномерно-частичных перегрузок на заданной мощности. Принимается, что реактор набран из шестигранных топливных сборок (не имеющих, возможно, сплошных стенок), а твэлы имеют цилиндрическую форму и расположены в узлах треугольной решетки. В пределах каждой зоны объемные доли и свойства топлива, теплоносителя и конструкционных материалов постоянны.

Система ДРАКОН позволяет решать широкий круг задач: от обычного поверочного расчета реактора до комплексной оптимизации, включая проверку выполнения необходимых условий оптимальности. При решении оптимизационных задач реактор рассматривается как сложный многопараметрический объект, а улучшение выбранного критерия качества F_0 достигается за счет изменения части независимых параметров, называемых управлениями. Такие задачи, называемые в дальнейшем как задачи оптимального проектирования, могут быть сформулированы в следующем виде.

Найти min $F_0(\vec{u}, \vec{\varphi})$ при условиях

$$F_k(\vec{u}, \vec{\varphi}) \le F_k^{\text{доп}}, \quad k = 1, 2, ..., M,$$
$$u_j^{\min} \le u_j \le u_j^{\max}, \quad j = 1, 2, ..., N, \qquad (1)$$
$$\hat{M}(\vec{u}, \vec{\varphi})\vec{\varphi} = 0,$$

где $\vec{u}$ — вектор управляющих параметров с компонентами u_j, $j = 1, 2, ..., N$; $F_k(\vec{u}, \vec{\varphi})$ — функционалы, ограничения на которые обеспечивают безаварийную работу реактора; $u_j^{\min}$, $u_j^{\max}$, $F_k^{\text{доп}}$ — допустимые значения управлений и функционалов; $\vec{\varphi}$ — вектор переменных состояния. Уравнения для функций, на которых построены функционалы F_k, составляют содержание математической модели реактора и включают описание нейтронно-физических, теплогидравлических и других процессов, протекающих в реакторе. В число управляющих параметров могут входить практически любые параметры, составляющие набор исходных данных, в частности: размеры зон реактора, параметры топливных сборок, характеристики состава топлива, кампании зон, плотности материалов, теплофизические параметры (коэффициенты теплопроводности, вязкость и др.), экономические параметры (цены на изготовление твэлов, химпереработку, параметры внешнего топливного цикла) и другие. В число ограничений, обеспечивающих эффективную безаварийную работу реактора, могут быть включены следующие функционалы: нейтронно-физические (эффективный коэффициент размножения ($k_{\text{эф}}$), коэффициент неравномерности поля тепловыделения ($k_{\text{н}}$), коэффициент воспроизводства (КВ) и др.), теплогидравлические (максимальные и средние температуры теплоносителя, оболочки, топлива, перепад давлений и др.), прочностные, обеспечивающие работоспособность оболочки твэл и чехла ТВС, топливная составляющая расчетных затрат (ТС), избыточная наработка вторичного горючего и другие. Кроме того, в качестве ограничений могут выступать такие важные функционалы, как пустотный эффект реактивности (ПЭР), плотностной и доплеровский коэффициенты реактивности, запас реактивности на выгорание и эффективная доля запаздывающих нейтронов. В качестве критериев оптимизации можно использовать любую из перечисленных характеристик.

ПРИНЦИП ДЕКОМПОЗИЦИИ И ДВУХУРОВНЕВОЕ ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ

Многолетний опыт использования метода линеаризации (МПЛ) показал, что он является достаточно эффективным и удобным способом решения задач оптимального проектирования. Однако он требует расчета коэффициентов чувствительности функционалов, что целесообразно делать с помощью методов теории малых возмущений, решая соответствующие уравнения для ценности нейтронов. Оценки временных затрат для получения потока и функций ценности в двумерном реакторе на каждой итерации МПЛ показывают, что существующие итерационные синтетические или сеточные методы расчета этих функций не подходят для решения поставленных оптимизационных задач. С целью сокращения вычислительных затрат применяется принцип декомпозиции, в соответствии с которым задача поиска оптимальных характеристик реактора разбивается на две: комплексный расчет и автоматизируемый поиск оптимума (оптимизационная задача). Это позволит воспользоваться упрощенной расчетной моделью при решении оптимизационной задачи при сохранении достаточно сложной модели на стадии комплексного расчета. Указанное разбиение влечет за собой выделение двух уровней расчетной модели. На 1-м уровне для определения потока нейтронов и функций ценности используется итерационная синтетическая методика на базе метода условного деления пространственных и энергетических переменных. На 2-м уровне для определения потоков и функций ценности используется эффективная безитерационная синтетическая методика, развитая на базе метода Канторовича и учитывающая специфику метода линеаризации. При этом используются параметры связи,

рассчитанные на 1-м уровне. В качестве таких параметров использованы малогрупповые микросечения и параметры перетечек между слоями. Тогда схема расчета выглядит следующим образом:

— при фиксированных значениях управлений с помощью точных моделей (1-го уровня) проводится расчет основных характеристик реактора и оцениваются параметры связи (параметры перетечек и малогрупповые микросечения);

— решается оптимизационная задача, используя для расчета функционалов и коэффициентов чувствительности малогрупповую модель (2-го уровня) с заданными параметрами связи;

— после достижения оптимума допускается возврат к точной модели с целью уточнения параметров перетечек и микроконстант с последующей корректировкой оптимального управления.

Такой подход позволил, с одной стороны, решить задачу комплексного расчета реактора в двумерной $(r—z)$-геометрии в многогрупповом диффузионном приближении, с другой, — использовать систему автоматизированного поиска оптимального (с точки зрения выбранного критерия) решения, опираясь на более простую малогрупповую модель физического расчета.

НЕЙТРОННО-ФИЗИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ

Нейтронно-физический расчет является наиболее важной частью системы ДРАКОН и проводится для определения основных физических характеристик. Он включает математические модели разных уровней.

На 1-м уровне многогрупповые потоки $\Phi^{(k)}(r, z)$ $(k = 1, 2, ..., M)$ и ценности $\Phi^{*(k)}(r, z)$ нейтронов по отношению к асимптотической мощности ищутся в приближении метода условного разделения пространственных и энергетических переменных [5]. В этом случае для групп k, принадлежащих диапазону Δ_α $(\alpha = 1, 2, ..., m, m < M)$, в зоне i с объемом V_i:

$$\Phi^{(k)}(r, z) = \theta_i^{(k)} \Psi^{(\alpha)}(r, z), \quad \Phi^{*(k)}(r, z) = \theta_i^{*(k)} \Psi^{*(\alpha)}(r, z), \tag{2}$$

где $\theta_i^{(k)}$, $\theta_i^{*(k)}$ — амплитуды, не зависящие от координат (r, z) в зоне i, а $\Psi^{(\alpha)}(r, z)$ и $\Psi^{*(\alpha)}(r, z)$ — малогрупповые пространственные распределения, одинаковые для всех $k \in \Delta_\alpha$, $\sum_{\alpha=1}^{m} \Delta_\alpha = M$.

В задачах комплексного расчета и оптимального проектирования, содержащих лишь функционалы потока $F(\vec{\Phi})$, для нахождения $\Phi^{(k)}(r, z)$ в приближении (2) итерационно решается система уравнений для спектров нейтронов $I_i^{(k)} = \theta_i^{(k)} \int_{V_i} \Psi^{(\alpha)} dV$ и пространственных распределений $\varphi^{(\alpha)}(r, z) = \Psi^{(\alpha)}(r, z) \sum_{k \in \Delta_\alpha} \theta_i^{(k)}$. Эти уравнения включают параметры перетечек $\hat{\varkappa}_r$ и $\hat{\varkappa}_z$, описывающие обмен нейтронами на границах зоны i, и малогрупповые микросечения элементов $\langle\hat{\sigma}\rangle_l$, получаемые путем усреднения многогрупповых блокированных микросечений $\hat{\sigma}^{(k)}$ по спектрам $I_i^{(k)}$. Расчет проводится с использованием средних температур топлива $\overline{T}_i$, получаемых с помощью изложенных ниже алгоритмов теплофизического расчета, и средних изотопных концентраций l-х изотопов $\langle\rho_i^{(l)}\rangle_\tau$:

$$\langle\rho_i^{(l)}\rangle_\tau = \frac{1}{\tau_i} \int_0^{\tau_i} \rho_i^{(l)}(t) dt, \tag{3}$$

где $\rho_i^{(l)}(t)$ — концентрации тяжелых нуклидов топлива в зоне i в момент времени t; τ_i — кампания i-й зоны. Необходимые для этого значения $\rho_i^{(l)}(t)$ определяются из решения уравнений выгорания в предположении, что спектр нейтронов в зоне i в процессе выгорания топлива не меняется.

В задачах с функционалами $F(\vec{\Phi}, \vec{\Phi}^*)$, зависящими от потоков $\vec{\Phi}(r, z)$ и ценностей $\vec{\Phi}^*(r, z)$, итерационно решается система связанных уравнений для спектров

$$I_i^{(k)} = \theta_i^{(k)} \int_{V_i} \Psi^{(\alpha)} \Psi^{*(\alpha)} dV, \quad I_i^{*(k)} = \theta_i^{*(k)} \int_{V_i} \Psi^{*(\alpha)} \Psi^{(\alpha)} dV \tag{4}$$

и пространственных распределений

$$\varphi^{(\alpha)}(r, z) = \Psi^{(\alpha)}(r, z) \sum_{k \in \Delta_\alpha} \theta_i^{(k)} \theta_i^{*(k)}, \quad \varphi^{*(\alpha)}(r, z) = \Psi^{*(\alpha)}(r, z) \sum_{k \in \Delta_\alpha} \theta_i^{*(k)} \theta_i^{(k)} \tag{5}$$

с параметрами перетечек $\hat{\varkappa}_r^*$, $\hat{\varkappa}_z^*$ и малогрупповыми микросечениями $\langle \hat{\sigma} \rangle_{II^*}$, полученными путем усреднения многогрупповых констант $\hat{\sigma}^{(k)}$ по произведениям $I_i^{(k)} I_i^{*(k)}$. Соответствующие уравнения формулируются с помощью вариационного принципа, исходя из стационарности лагранжиана L вида

$$L = F(\vec{\Phi}, \vec{\Phi}^*) + \int_V (\vec{\Phi}^*, -\hat{L}\vec{\Phi} + \lambda \hat{Q}\vec{\Phi}) dV + \int_V (\vec{\Phi}, -\hat{L}^+ \vec{\Phi}^* + \lambda \hat{Q}^+ \vec{\Phi}^*) dV, \tag{6}$$

где $\hat{L}$ и $\hat{Q}$ — операторы многогрупповой системы уравнений переноса нейтронов, записанных в диффузионном приближении и описывающих диффузию, поглощение и замедление нейтронов ($\hat{L}$) и возникновение нейтронов за счет делений ядер среды ($\hat{Q}$), а $\hat{L}^+$ и $\hat{Q}^+$ — соответствующие сопряженные операторы.

Уравнения для $\varphi^{(\alpha)}(r, z)$ и $\varphi^{*(\alpha)}(r, z)$, формулируемые в приближениях моделей 1-го уровня, решаются с помощью методов итерационного синтеза на классе непрерывных функций. Для получения удовлетворительного согласия между ведущими собственными числами пространственной (для $\varphi^{(\alpha)}$, $\varphi^{*(\alpha)}$) и спектральной (для $I_i^{(k)}$, $I_i^{*(k)}$) задач параметры перетечек рассчитываются с использованием балансных соотношений в прилегающих к границам зон слоях.

Нейтронно-физические модели 2-го уровня позволяют получить малогрупповые распределения нейтронов и ценностей нейтронов к различным функционалам двумерного реактора на среднем изотопном составе зон, определить основные физические характеристики и с помощью формул теории малых возмущений рассчитать коэффициенты чувствительности. Расчеты базируются на решении малогрупповых уравнений диффузии

$$-\langle \hat{L} \rangle^{(\alpha)} \varphi^{(\alpha)} + \frac{1}{k_{эф}} \langle \hat{Q} \rangle^{(\alpha)} \varphi^{(\alpha)} = 0 \tag{7}$$

с операторами $\langle \hat{L} \rangle^{(\alpha)}$ и $\langle \hat{Q} \rangle^{(\alpha)}$, совпадающими по виду с $\hat{L}$ и $\hat{Q}$, но содержащими малогрупповые микросечения элементов $\langle \hat{\sigma} \rangle_j^{(\alpha)}$ или $\langle \hat{\sigma} \rangle_{II^*}^{(\alpha)}$. При этом распределения $\varphi^{(\alpha)}(r, z)$ в двумерном реакторе ищутся так:

$$\varphi^{(\alpha)}(r, z) = \sum_{j=1}^{n} g_j^{(\alpha)}(r) f_j^{(\alpha)}(z), \quad \alpha = 1, 2, \ldots, m, \tag{8}$$

где $n \leq N$, N — число аксиальных (или радиальных) слоев реактора.

Смешивающие функции $f_j^{(\alpha)}(z)$ находятся из уравнений, получающихся после приравнивания нулю взвешенных по $g_j^{(\alpha)}(r)$ остатков в уравнениях (7). В качестве пробных

выбираются функции $g_j^{(\alpha)}(r)$, полученные после ортогонализации и нормировки распределений $G_j^{(\alpha)}(r)$, найденных в приближении метода условного разделения пространственных переменных. При этом считается, что параметры перетечек $\varkappa_z^{(\alpha)}$ построены на базе односторонних токов, не зависят от свойств реактора равны $\tilde{\varkappa}_z^{(\alpha)}$:

$$\varkappa_z^{(\alpha)} = \tilde{\varkappa}_z^{(\alpha)}, \tag{9}$$

где $\tilde{\varkappa}_z^{(\alpha)}$ — полученные на одной из итераций МПЛ параметры.

В результате система уравнений (7) в частных производных преобразуется в систему уравнений для функций $\vec{f}(z) = (f^{(1)}, ..., f^{(m)})^T$, $\vec{g}(r) = (g^{(1)}, ..., g^{(m)})^T$, $\vec{G}(r) = (G^{(1)}, ..., G^{(m)})^T$:

$$\hat{\gamma}_{j-1,j}\vec{G}_{j-1}(r) - \hat{l}_j\vec{G}_j(r) + \hat{\gamma}_{j+1,j}\vec{G}_{j+1}(r) + \lambda\hat{q}_j\vec{G}_j(r) = 0; \tag{10}$$

$$\sum_{i=1}^{j}\hat{B}_{j,i}\vec{g}_i(r) = \vec{G}_j(r), \quad j = 1, 2, ..., n; \tag{11}$$

$$-\sum_{j=1}^{n}\hat{L}_{ij}\vec{f}_j(z) + \frac{1}{k_{\text{эф}}}\sum_{j=1}^{n}\hat{Q}_{ij}\vec{f}_j(z) = 0, \tag{12}$$

включающую уравнения (10) метода условного разделения переменных с операторами $\hat{\gamma}_{j-1,j}$, $\hat{l}_j$, $\hat{\gamma}_{j+1,j}$, зависящими от параметров $\tilde{\varkappa}_z^{(\alpha)}$, условия нормировки и ортогонализации (11) и обыкновенные дифференциальные уравнения (12) с операторами $\hat{L}_{ij} = \{\hat{g}_i\hat{L}\hat{g}_j\}_r$ и $\hat{Q}_{ij} = \{\hat{g}_i\hat{Q}\hat{g}_j\}_r$. Здесь $\hat{B}_{j,i} = \{\hat{G}_j, \hat{g}_j\}_r$, фигурные скобки $\{\ldots\}_r$ обозначают интегрирование по r, а $\hat{G}_j$ и $\hat{g}_j$ — диагональные матрицы с элементами $G_j^{(\alpha)}(r)$ и $g_j^{(\alpha)}(r)$ соответственно.

Уравнения (8), (10)—(12) вместе с известными уравнениями выгорания топлива, условием нормировки $\varphi^{(\alpha)}(r, z)$ на заданную мощность и соотношениями (3) образуют полную систему уравнений, решение которой позволяет рассчитать основные характеристики реактора и перейти к получению коэффициентов чувствительности. При этом формулируется (используя вариационный подход) и решается соответствующая система сопряженных уравнений.

ТЕПЛОГИДРАВЛИЧЕСКИЙ И ПРОЧНОСТНОЙ РАСЧЕТ

Целью теплогидравлического и прочностного расчета является оценка:

— максимальных температур топлива и оболочки в зонах;

— максимальной линейной нагрузки на твэл в зонах;

— температуры теплоносителя на выходе из каждой радиальной зоны;

— средних температур теплоносителя, оболочки и топлива в зонах;

— средней по реактору температуры теплоносителя;

— перепада давлений теплоносителя по высоте реактора и напор-расходной характеристики насоса.

Расчет теплогидравлических характеристик основан на методиках, учитывающих двумерность модели и построенных с использованием тех же предположений, что в комплексе SAPFER.

Подогрев теплоносителя $\Delta T_{\text{тн}}(r, z)$ в некоторой точке (r, z) определяется из условия теплового баланса в треугольной ячейке твэлов. При этом предполагается, что распределение массовой скорости в i-й радиальной зоне пропорционально распределению тепловыделения в топливе, проинтегрированному по высоте реактора (точнее,

огибающей тепловыделения). Таким образом, температура теплоносителя $T_{\text{тн},i}$ на выходе из реактора в зоне i не зависит от координаты r и имеет следующий вид:

$$T^{\max}_{\text{тн}_i} = \frac{\xi(\vec{u}) \max\limits_{r \in \Delta R_i} \int\limits_0^H \frac{1}{\varepsilon_T} q_V(r, z)\, dz}{\{\gamma\ \nu\}_i} + T_{\text{вх}}, \tag{13}$$

где $T_{\text{вх}}$ — температура теплоносителя на входе в реактор; $q_V(r, z)$ — объемное тепловыделение в точке (r, z); ε_{T_i} — объемная доля топлива в зоне; $\xi(\vec{u})$ — известная функция управления $\vec{u}$.

Максимальные температуры топлива и оболочки в зоне рассчитываются в предположении, что отсутствуют перетечки тепла вдоль оси твэла:

$$T^{ij}_{\text{топ(об)}} = T_{\text{вх}} + \max_{(r,\,z)} \left[\Delta T_{\text{тн}}(r, z) + \sum_s \beta^{ij}_{s_{\text{топ(об)}}}(\vec{u})\, q_V(r, z) \right], \tag{14}$$

где $\beta^{ij}_{l_{\text{ц(об)}}}$ — функции, характеризующие термические сопротивления для расчета различных температурных перепадов (помеченных индексом s).

Средняя по реактору температура теплоносителя $T_{\text{тн}}$ определяется через средний подогрев $\Delta\overline{T}$ в реакторе:

$$\overline{T}_{\text{тн}} = T_{\text{вх}} + \Delta\overline{T}/2. \tag{15}$$

Аналогично определяются средние температуры теплоносителя в зонах:

$$\overline{T}^{ij}_{\text{тн}} = T_{\text{вх}} + \sum_{l=1}^{j-1} \Delta\overline{T}_{i_l} + \Delta\overline{T}_{ij}/2, \tag{16}$$

где $\Delta\overline{T}_{i_l}$ — средний подогрев теплоносителя в зоне (i, l).

Средние в зонах температуры оболочки $\overline{T}_{\text{об}_{ij}}$ и топлива $\overline{T}_{\text{топ}_{ij}}$ определяются через среднее объемное тепловыделение в зоне $\overline{q}_{V_{ij}}$:

$$\overline{T}^{ij}_{\text{топ(об)}} = \overline{T}^{ij}_{\text{тн}} + \sum_s \overline{\beta}^{ij}_{s_{\text{топ(об)}}}(\vec{u})\, \overline{q}_{V_{ij}}. \tag{17}$$

При этом зависимость теплопроводности топлива от температуры, задается полиномом n-й степени:

$$\lambda_{\text{топ}}(T) = \sum_{i=0}^{n} a_i (\overline{T}_{\text{топ}})^i; \quad n < 5. \tag{18}$$

Напор-расходная характеристика насоса аппроксимируется следующей зависимостью:

$$R = \alpha G_{\text{р}}^2 + \beta (\Delta P)^2; \quad R < 1, \tag{19}$$

где α, β — эмпирические коэффициенты: $G_{\text{р}}$ — полный весовой расход теплоносителя через реактор; ΔP — перепад давления теплоносителя по высоте реактора.

Алгоритм прочностного расчета составлен на основе методик, разработанных в ФЭИ. Оценка работоспособности твэла проводится по упрощенной методике, учитывающей ограничения на толщину оболочки $\Delta_{\text{об}}$ и высоту газовой полости $H_{\text{г.п}}$:

$\frac{\Delta_{\text{об}}}{d_{\text{т}}} \geq a$ — для окисного и карбидного топлива;

$\frac{\Delta_{об}}{d_т} \cdot \frac{П}{P_0} \geq c$; $\frac{H_{г.п}}{H_{АЗ}} > b \cdot \frac{T_{вх}}{T_0}$ — для металлического топлива,

где $d_т$ — диаметр топливного сердечника; П — начальная пористость топлива; P_0 — норма накопления осколков; $H_{АЗ}$, $H_{г.п}$ — высота активной зоны и газовой полости; $T_{вх}$ — температура теплоносителя на входе; a, b, c, T_0 — эмпирические коэффициенты.

Работоспособность ТВС оценивается по величине следующих параметров: максимальное в стенке чехла ТВС напряжение σ^{max}, вызываемое давлением теплоносителя, FKL — изменение размеров чехла ТВС под действием внутреннего давления и распухания.

Максимальное напряжение

$$\sigma^{max} = \frac{8}{3} \cdot \frac{\Delta P \cdot (1 - \varepsilon_{м/тн})}{\varepsilon_{ск}^2}; \quad \sigma^{max} \leq \sigma_{доп}, \tag{20}$$

где $\varepsilon_{м/тн}$ — объемная доля межкассетного теплоносителя; $\varepsilon_{ск}$ — объемная доля стенок чехла; $\sigma_{доп}$ — максимально допустимая величина напряжения.

При расчете FKL оценивается изменение размеров ТВС за счет эффектов ползучести ($\Delta S_{полз}$) и распухания ($\Delta S_{расп}$), набранных за кампанию активной зоны. Причем зазор (ΔS) между чехлами ТВС должен удовлетворять условию $\Delta S > \Delta S_{полз} + \Delta S_{расп}$.

КОНСТАНТНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Подготовка микроконстант производится на 1-м уровне системы ДРАКОН и включает в себя расчет многогрупповых функций потока и ценности, а также получение малогрупповых микроконстант путем усреднения многогрупповых сечений по спектру каждой зоны. Кроме того, можно получать билинейно-усредненные малогрупповые микроконстанты, необходимые для расчета билинейных функционалов (например, коэффициентов реактивности) и коэффициентов чувствительности их к управляющим параметрам. Для получения констант может быть использована либо система АРАМАКО с константами БНАБ-78, либо система PRECON с константами БНАБ-90.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ВНУТРЕННЕЙ БЕЗОПАСНОСТИ

При оценке внутренней безопасности могут быть рассчитаны и выбраны в качестве критериев такие функционалы, как пустотный эффект реактивности, запас реактивности на выгорание, температурные плотностной и доплеровский коэффициенты реактивности, эффективная доля запаздывающих нейтронов $\beta_{эф}$.

Пустотный эффект реактивности и запас реактивности на выгорание рассчитываются как разность значений $k_{эф}$ в различных состояниях реактора, а коэффициенты чувствительности — через соответствующие коэффициенты чувствительности $k_{эф}$. Причем при расчете пустотного эффекта реактивности рассматриваются два набора констант в различных состояниях реактора.

Коэффициенты реактивности и $\beta_{эф}$ являются билинейными функционалами функций потока и ценности нейтронов. Для расчета таких функционалов и коэффициентов чувствительности используется вариационный подход. Если известны многогрупповые распределения потока и ценности нейтронов, то функционал представляется в следующем виде:

$$BF = \frac{\{\vec{\Phi}^+, \hat{S}\vec{\Phi}\}}{\{\vec{\Phi}^+, \hat{Q}\vec{\Phi}\}}, \qquad (21)$$

где $\hat{S}$ — содержит производные операторов уравнения переноса по параметру возмущения, если BF — коэффициент реактивности; если BF — доля запаздывающих нейтронов, то $\hat{S}$ — источник запаздывающих нейтронов; $\hat{Q}\vec{\Phi}$ — источник деления.

Предполагая, что на каждом шаге МПЛ спектры потока и ценности изменяются слабо, функционал BF преобразуется к следующему виду:

$$BF_1 = \frac{\{\vec{\varphi}^+, \hat{S}_1\vec{\varphi}\}}{\{\vec{\varphi}^+, \hat{Q}_1\vec{\varphi}\}}. \qquad (22)$$

Здесь $\hat{S}_1$ и $\hat{Q}_1$ — билинейно-усредненные по спектрам потока и ценности операторы.

Такой подход позволил получить сравнительно простую систему уравнений для расчета функционалов и коэффициентов чувствительности.

ВОЗМОЖНОСТИ КОМПЛЕКСА ПРОГРАММ ДРАКОН

1. Расчет поля нейтронов в диффузионном многогрупповом приближении для многозонного, многослойного быстрого реактора в (r—z)-геометрии. При этом используются:

— расчет температур нуклидов и коррекция микросечений нуклидов;

— расчет характеристик реактора на заданном составе, на среднем составе или с «пошаговым» выгоранием;

— подготовка многогрупповых микроконстант с использованием системы АРАМАКО (БНАБ-78) или PRECON (БНАБ-90);

— подготовка малогрупповых микроконстант, усредненных по спектру каждой зоны.

2. Определение функций ценности нейтронов по отношению к асимптотической мощности в многогрупповом диффузионном приближении и билинейно-усредненных малогрупповых микросечений.

3. Комплексный расчет реактора:

— нейтронно-физический расчет, связанный с нахождением поля нейтронов в мало- или многогрупповом диффузионном приближении, а также получение таких характеристик реактора, как коэффициент воспроизводства, коэффициент неравномерности, избыточная наработка вторичного горючего, загрузка топлива и др.;

— технико-экономический расчет, включающий получение топливной составляющей расчетных затрат;

— расчет параметров безопасности: доплеровский температурный и плотностной коэффициенты реактивности, пустотный эффект реактивности, изменение реактивности за время между перегрузками, эффективная доля запаздывающих нейтронов;

— теплогидравлический расчет, включающий расчет максимальных температур топлива и оболочки твэлов в зонах, максимальных линейных нагрузок на твэл, средних температур теплоносителя, оболочки, топлива по зонам, средней по реактору температуры теплоносителя, расчет перепада давлений теплоносителя по высоте реактора, напор-расходной характеристики насоса;

— прочностной расчет, предполагающий расчет формоизменения чехла ТВС в результате процессов радиационного распухания и ползучести, максимальных напряжений в чехле ТВС;

— расчет коэффициентов чувствительности нейтронно-физических, теплогидравлических, прочностных функционалов, функционалов безопасности к исходным данным.

4. Оптимизационный расчет, т.е. поиск условного экстремума целевого функционала в ограниченной области (1). В число управляющих параметров могут входить параметры решетки твэла, размеры зон, кампании зон, характеристики состава топлива, теплоносителя и другие. В число ограничений, обеспечивающих безаварийную работу реактора, могут входить любые из перечисленных выше характеристик реактора. В качестве критерия оптимизации обычно выбирают либо один из функционалов безопасности, либо экономический показатель.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛОТНОСТНОГО КОЭФФИЦИЕНТА РЕАКТИВНОСТИ

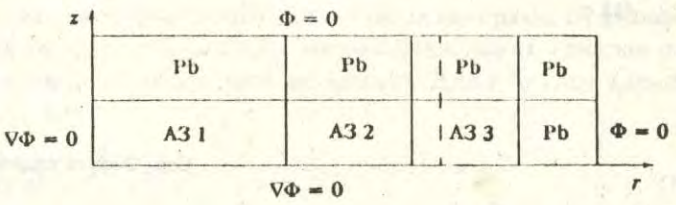
Представленные методики и программы были использованы для решения различных задач. Здесь представлена одна из них, демонстрирующая возможности системы, — задача минимизации плотностного коэффициента реактивности (ПКР) реакторов с натриевым и со свинцовым теплоносителем на нитридном топливе. ПКР определялся как изменение реактивности при уменьшении плотности теплоносителя в заданной точке или области реактора. Ниже приводятся результаты оптимизации реактора со свинцовым теплоносителем.

Реактор состоял из трех активных зон с одинаковым обогащением, окруженных свинцовым отражателем (рис. 1). Понижение ПКР проводилось в части реактора, где он был положителен ($ПКР^+$), а область активной зоны с отрицательным ($ПКР^-$) выделялась в отдельную зону, размер которой на определенных этапах оптимизации оставался неизменным.

Задача оптимизации формулировалась в следующем виде:

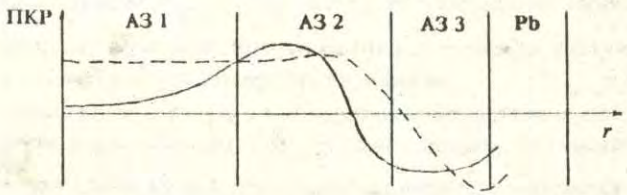
$$\min ПКР^+$$
$$K_{эф} = 1 \quad КВА = 1{,}05 \quad K_н \le 1{,}5 \qquad (23)$$
$$R_{АЗ} \le R_0 \quad ПКР^- \le ПКР_0^-,$$

где $K_н$ — коэффициент неравномерности поля тепловыделения; $R_{АЗ}$ — радиальный размер активной зоны; $ПКР^-$ — плотностной коэффициент реактивности в части реактора, где он отрицателен. В качестве управляющих параметров использовались обогащение, параметры решетки твэлов и размеры зон. В процессе оптимизации область реактора с отрицательным значением ПКР изменялась, поэтому на определенных этапах величина $ПКР_0^-$ корректировалась.



Р и с. 1. Оптимизационная модель реактора

В результате оптимизации удалось понизить $ПКР^+$ на 30%, при этом заметно изменилось пространственное распределение ПКР (рис. 2) и распределение топлива по активной зоне. Значения управляющих параметров и ПКР для исходного и оптимального вариантов компоновки представлены в таблице.



Р и с. 2. Радиальное распределение ПКР в исходной (– – –) и оптимальной (——) компоновках

Управляющие параметры и оптимизируемый плотностной коэффициент реактивности для исходного и оптимального вариантов компоновки

Параметр	Исходный вариант	Оптимальный вариант
Обогащение, отн. ед.	0,1203	0,1178
Размеры трех активных зон, см:		
1	51,6	49,2
2	34,3	39,2
3	27,2	26,6
Диаметр топливного сердечника, мм, в зонах:		
1	6,8	6,0
2	10,9	12,0
3	11,4	6,0
Относительный шаг решетки твэлов, отн. ед., в зонах:		
1	1,50	1,50
2	1,34	1,08
3	1,31	1,22
Плотностной коэффициент реактивности, $(1/(\text{ядро}/\text{см}^3))10^{24}$	$6{,}9\cdot10^{-4}$	$4{,}85\cdot10^{-4}$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гераскин Н.И., Кузьмин А.М., Морин Д.В. и др. Алгоритмы и программа оптимизации состава зон реакторов на быстрых нейтронах. — ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1983, вып. 4(33), с. 50—53.
2. Егоркина Н.Н., Москалев С.А., Кузьмин А.М. и др. Комплекс программ ДОКАР. — В кн.: Математические модели ядерных энергетических установок. — М.: Энергоатомиздат, 1983, с. 5—15.
3. Зинин А.И., Колесов В.Е., Воропаев А.И. Пакет прикладных программ РБР-80. — ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1985, вып. 5, с. 73—77.
4. Пшеничный Б.Н. Метод линеаризации. — М.: Наука, 1983. — 136 с.
5. Хромов В.В., Кузьмин А.М. Эффективный метод многогруппового расчета реактора. — Атомная энергия, 1966, т. 21, вып. 3, с. 406—408.
6. Федоренко Р.П. Приближенное решение задач оптимального управления. — М.: Наука, 1978. — 488 с.

Статья поступила в редакцию
4 февраля 1994 г.

Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика ядерных реакторов, 1994, вып. 3, с. 25—34.

УДК 621.039.5

РАСЧЕТНАЯ МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ ТРЕХМЕРНОГО НЕЙТРОННОГО ПОЛЯ В КАНАЛЬНОМ УРАН-ГРАФИТОВОМ РЕАКТОРЕ

А.М. Дегтярев,
РНЦ «Курчатовский институт», 123182, Москва

Описана методика оптимизации трехмерного нейтронного поля в канальном реакторе с помощью СУЗ. Представлены результаты тестирования расчетного алгоритма.

CALCULATION METHOD FOR OPTIMIZATION OF THREE-DIMENSIONAL NEUTRON FLUX DISTRIBUTION IN CHANNEL REACTOR. A.M. DEGTIAREV. The method and code for optimization of three-dimensional neutron flux distribution in channel reactor by control rods is described. The results of code's testing are given.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] была изложена расчетная методика и описана программа формирования оптимального двумерного нейтронного поля в канальном реакторе. Средством управления полем являлась СУЗ. Рассмотрение реактора в двумерном приближении не позволяет принимать во внимание ограничения на линейную мощность, а также вносит определенную погрешность вследствие приближенного описания свойств каналов СУЗ с частично погруженными стержнями. В данной работе представлено дальнейшее развитие алгоритма, расширенного на трехмерное описание нейтронного поля. Приводятся результаты тестирования методики на примере модельной сборки.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается канальный реактор, находящийся в критическом состоянии. Средством управления нейтронным полем принимаются поглощающие стержни СУЗ, которые могут плавно перемещаться между двумя крайними положениями. Условимся в дальнейшем каналы СУЗ называть регуляторами. Свойства остальных каналов полагаются постоянными.

Поле нейтронов описывается в двухгрупповом монопольном приближении уравнениями конечно-разностного типа, которые связывают поток на поверхности данного слоя канала с потоками на поверхности того же слоя восьми ближайших каналов и с потоками на поверхности двух соседних слоев того же канала. Для l-го слоя канала k-го сорта эти уравнения имеют вид

$$\hat{D}^i \vec{N}^i = \sum_{j=1}^{2} b^{ij}_{lk} N^j_{lk}, \quad i = 1, 2. \tag{1}$$

Здесь i, j — номера энергетических групп; $\hat{D}$ — конечно-разностный одиннадцатиточечный оператор; b^{ij}_{lk} — элементы матрицы $\hat{B}_{lk}$, описывающей гетерогенные свойства l-го слоя канала сорта k; $\vec{N}$ — вектор модифицированного потока нейтронов, полученный из реальных двухгрупповых потоков $\vec{\Phi}$ на поверхности каналов.

Примем, что свойства слоя канала регулятора с поглощающим стержнем описываются матрицей $\hat{B}_т$, а слоя без стержня — матрицей $\hat{B}_л$. Будем считать, что свойства слоя, частично перекрытого поглощающим стержнем, характеризуются матрицей $\hat{B}$:

$$\hat{B} = \alpha \hat{B}_т + (1 - \alpha)\hat{B}_л, \tag{2}$$

где α — мера перекрытия и может плавно варьироваться в диапазоне от 0 до 1.

Для каналов, не являющихся регуляторами, рассматриваются три группы ограничений:

1) ограничения на отдельных слоях каналов

$$p^1_{lk}\,\Phi^1_{lk} + p^2_{lk}\,\Phi^2_{lk} \le p_{lk\lim}; \tag{3}$$

2) ограничения на каналах в целом

$$\sum_l (p^1_{lk}\,\Phi^1_{lk} + p^2_{lk}\,\Phi^2_{lk}) \le p_{k\lim}, \tag{4}$$

где суммирование проводится по всем слоям канала k-го сорта;

3) ограничение на группу каналов

$$\sum_k \sum_l (p^1_{lk}\,\Phi^1_{lk} + p^2_{lk}\,\Phi^2_{lk}) \le p_{\lim}, \tag{5}$$

где суммирование проводится по всем слоям данной группы каналов.

Наборы коэффициентов p^i_{lk} для l-го слоя k-го сорта каналов, входящие в различные группы ограничений, могут, вообще говоря, различаться.

Принимается, что целевой функционал, который требуется максимизировать, имеет вид

$$A(\vec{\Phi}) = \sum_k \sum_l (a^1_{lk}\,\Phi^1_{lk} + a^2_{lk}\,\Phi^2_{lk}),$$

где суммирование ведется по всем каналам за исключением регуляторов.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Алгоритм решения оптимизационной задачи в своих основных чертах идентичен приведенному в [1], поэтому в данной работе приводится его сжатое описание.

Алгоритм основан на использовании метода штрафной функции квадратичного вида [2]. Составляется штрафная функция вида

$$F(\vec{N}, \rho) = -A(\vec{N}) + \frac{\rho}{2} \sum (\hat{G}\,\vec{N} - \vec{C})^2. \tag{6}$$

Здесь ρ — параметр штрафа. Штрафной терм $\frac{\rho}{2} \sum (\hat{G}\,\vec{N} - \vec{C})^2$ образован из уравнений групп (3)—(5), которые нарушены или выполняются как равенства, а также всех уравнений вида (1), за исключением уравнений для второй энергетической группы слоев регуляторов, частично перекрытых поглощающим стержнем. Таким образом, физические свойства данных участков регуляторов во второй энергетической группе полагаются свободными.

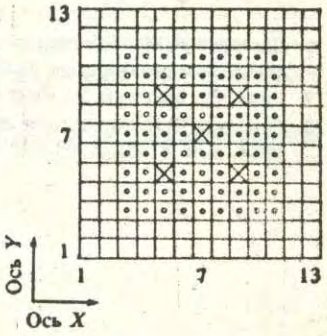
Процедура решения состоит из трех вложенных итерационных уровней. На внешнем уровне итерируется параметр штрафа. На промежуточном уровне производится обновление уравнений штрафного терма. На внутреннем итерационном уровне осуществляется минимизация штрафной функции (6), в которой фиксированы все параметры, кроме вектора $\vec{N}$. Полученный вектор $\vec{N}$ используется для обновления уравнений штрафного терма в последующей итерации промежуточного уровня.

Отметим особенность алгоритма по сравнению с [1] в части определения характеристик регуляторов на промежуточном итерационном уровне. Из уравнений (1) и (2) для второй энергетической группы и вектора $\vec{N}$ для каждого регулятора определяется вектор $\vec{\alpha}_l$ с компонентами по слоям. Глубина погружения стержня находится таким образом, чтобы отвечающий данному положению вектор $\vec{\alpha}^*_l$ обеспечивал минимум выражению

$$\sum_l (\alpha_l - \alpha^*_l)^2.$$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ

Описанный выше алгоритм был реализован в программе, поставленной на PC модели 386. Тестирование программы было выполнено на модельной сборке, приведенной на рис. 1. Высота сборки 800 см, на боковой поверхности заданы нулевые граничные условия. Первоначально по оптимизационной методике был проведен поиск минимума объемного коэффициента неравномерности поля тепловых нейтронов на поверхности каналов с топливом. Расчет был выполнен с пятью аксиальными слоями и условиями нулевого потока на торцах. С полученными положениями стержней регуляторов был выполнен проверочный расчет по программе НЕМ-3 [3] с 25 аксиальными слоями. Рассчитанное по программе НЕМ-3 значение $K_{эф}$ получено равным 0,9998. Распределения поля тепловых нейтронов на поверхности каналов с топливом в плане и по высоте активной зоны приведены в таблице и на рис. 2.

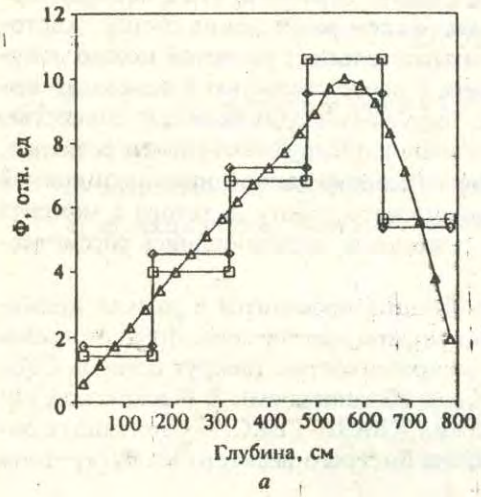


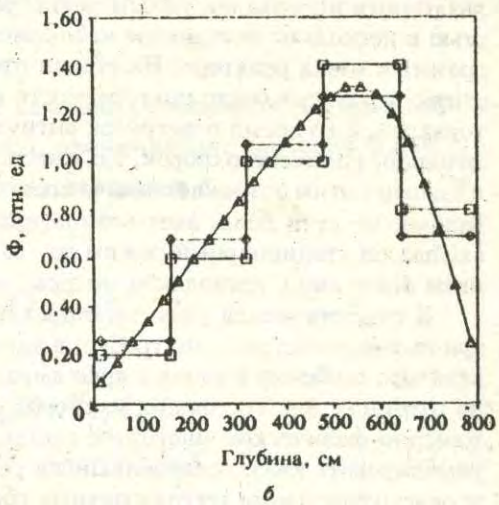
Р и с. 1. Картограмма загрузки модельной полиячейки (шаг — 23 см). Ячейки с топливом (⊡), каналом-регулятором (⊠), сильнопоглощающим нейтроны каналом (□)

Радиальное распределение (отн. ед.) по фрагменту симметрии загрузки

Координата ячейки по оси Y	Координата ячейки по оси X				
	7	8	9	10	11
11	57	54	46	35	20
	57	54	46	35	20
10	98	94	81	61	
	99	94	81	61	
9	128	123			
	128	123			
8	142	138			
	142	138			

Примечание. Первое число — оптимизационный расчет, второе — расчет по программе НЕМ-3.





Р и с. 2. Аксиальные распределения тепловых нейтронов на поверхности каналов с координатами 7—6, 8—7, 7—8, 6—7 (*а*) и 3—3, 11—3, 11—11, 3—11 (*б*): □ — оптимизационная методика; △ — программа НЕМ-3; ◇ — программа НЕМ-3 с усреднением результатов по слоям оптимизационного расчета

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дегтярев А.М. Методика и вычислительная программа оптимизации нейтронного поля в двумерном канальном реакторе. — ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1992, вып. 4, с. 21—23.
2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. — М.: Мир, 1984.
3. Городков С.С. Аннотация программы НЕМ-3. — ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1984, вып. 8(45), с. 40—42.

Статья поступила в редакцию
10 февраля 1992 г.

Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1993, вып. 3, с. 35—38.

УДК 621.039.5

ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ КВАЗИУСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА РАБОТЫ РЕАКТОРА

А.В. Кобяк, В.В. Хромов, А.А. Кашутин,
Московский инженерно-физический институт, 115409, Москва,
И.Ю. Кривицкий,
Физико-энергетический институт, 249020, Обнинск

Сформулирована задача оптимизации квазиустановившегося режима работы реактора с целочисленными управляющими параметрами (размещение гексагональных сборок). Дана общая характеристика программы КВАЗИ-ГЕКС, предназначенной для ее решения, приведены результаты оптимизационных исследований, иллюстрирующие возможности и эффективность программы.

OPTIMIZATION PROBLEM FOR THE REACTOR QUASI-STATIONARY REGIME. A.V. KOBIAK, V.V. KHROMOV, A.A. KASHUTIN, I.Yu. KRIVITCKY. The optimization problem formulation for the reactor quasi-stationary regime with integer control parameters is presented. Integer control parameters are related with the location of hexagonal assemblies. The general description of code QUASI-HEX which solves the optimization problem is given. Presented results of test optimization calculations illustrate the abilities and efficiency of code.

После выхода на мощность через несколько перегрузок реактор начинает работать в стационарном режиме, для которого характерно примерное равенство усредненных по зонам реактора нуклидных составов сборок и плотностей потока нейтронов для различных интервалов работы реактора. Также следует отметить, что с периодичностью в несколько интервалов наблюдается схожесть схем размещения сборок (картограмм) в зонах реактора. На стадии проектно-изыскательских расчетов можно допустить, что имеет место повторяемость картограмм с периодичностью в несколько интервалов, и во время перегрузок выгружается и загружается одинаковое (с точностью до одной) количество сборок, т.е. имеем квазиустановившийся режим работы реактора, и в связи с этим возникает задача его оптимизации. Решение данной оптимизационной задачи, по сути дела, дает возможность оптимизировать работу реактора с момента выхода на стационарный режим до его полной остановки, ограничившись рассмотрением всего лишь нескольких интервалов.

В существующей расчетной практике оптимизация проводится в рамках цилиндрической геометрии, что требует в дальнейшем существенного уточнения картограмм реактора особенно в зонах с ярко выраженной гетерогенностью (вокруг органов СУЗ, на границах зон, состоящих из сборок с различным обогащением). В Московском инженерно-физическом институте создана программа КВАЗИ-ГЕКС, позволяющая оптимизировать квазиустановившийся режим работы быстрого реактора на дискретном уровне размещения гексагональных сборок.

Реализованная в программе расчетная модель реактора представляет собой шестиугольник или симметричную его часть (30, 60, 120 или 180° симметрии), образованную гексагональными ячейками. В этих ячейках размещаются топливные, экранные сборки или органы СУЗ. Нейтронно-физический расчет проводится в рамках двух-

группового диффузионного приближения. Расчет радиального распределения нейтронов в энергетических группах производится методом сеток (один узел на гексагональную ячейку реактора). Расчет в аксиальном направлении не осуществляется, а распределение нейтронов по высоте учитывается с помощью лапласианов утечки. Следующие функционалы нейтронного поля могут быть использованы в качестве целевого функционала и функционалов-ограничений:

1) показатель неравномерности поля энерговыделения в реакторе или выделенной его области

$$F = \frac{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} B_n S_n (q_n - \bar{q})^2}{\sum_{n=1} B_n S_n \bar{q}^2},$$

где N — количество ячеек в реакторе; B_n — коэффициент, принимающий значение 0 или 1 в зависимости от того, учитывается ли данная ячейка при расчете функционала; S_n — площадь гексагональной ячейки в рассматриваемой области реактора, например, при 30° симметрии для центральной ячейки реактора $S_n = 1/12$ площади гексагональной ячейки, а при 60° симметрии $S_n = 1/6$; $q_n = \vec{\Sigma}_{fn} \vec{\varphi}_n$ — энерговыделение в n-й ячейке. Здесь $\vec{\Sigma}_{fn}$, $\vec{\varphi}_n$ — групповые макроскопическое сечение деления и плотность потока нейтронов соответственно; $\bar{q} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} B_n S_n \vec{\Sigma}_{fn} \vec{\varphi}_n}{\sum_{n=1} B_n S_n}$ — среднее энерговыделение в рассматриваемой области;

2) дробно-линейные функционалы

$$F = \frac{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} B_{1n} S_n \vec{\Sigma}_{1n} \vec{\varphi}_n}{\sum_{n=1} B_{1n} S_n} \Big/ \frac{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} B_{2n} S_n \vec{\Sigma}_{2n} \vec{\varphi}_n}{\sum_{n=1} B_{2n} S_n},$$

где $\vec{\Sigma}_{1n}$, $\vec{\Sigma}_{2n}$ — групповые макроскопические сечения, отношением которых определяется функционал; B_{1n}, B_{2n} — коэффициенты, принимающие значения 0 или 1;

3) эффективный коэффициент размножения нейтронов $K_{эф}$;

4) функционалы, имеющие следующий вид:

$$F = \sum_{n=1}^{N} B_{1n} S_n \vec{\Sigma}_n \vec{\varphi}_n;$$

$$F = \frac{\sum_{n=1}^{N} \left[B_{1n} S_n (\vec{\Sigma}_{1n} \vec{\varphi}_n)(\vec{\Sigma}_{2n} \vec{\varphi}_n) \right]}{\frac{1}{N}\sum_{n=1} B_{2n} S_n \left[\sum_{n=1}^{N} B_{2n} S_n \vec{\Sigma}_{3n} \vec{\varphi}_n \right]^2}.$$

Сформулируем задачу оптимизации квазиустановившегося режима работы реактора вначале для частного случая.

Расчетная модель реактора представляет собой 1/6 часть шестиугольника (60° симметрия) и состоит из 120 ячеек. Размещение экранных сборок и органов СУЗ фиксировано и не оптимизируется. Оптимизируемая область состоит из 106 ячеек, в которой должны быть размещены 31 сборка внутренней зоны воспроизводства (ВЗВ) и 75 сборок активной зоны (АЗ).

Введем понятие кратности перегрузок. Время между перегрузками фиксировано — T. Предположим, что свежая сборка, простоявшая пять интервалов в реакторе ($5T$), имеет такое содержание осколков, что

$$\frac{\rho^{\text{оск}}}{\rho^{T}} > \varepsilon^{\text{доп}},$$

где $\rho^{\text{оск}}$, ρ^{T} — концентрация осколков топлива в сборке соответственно; $\varepsilon^{\text{доп}}$ — допустимая величина. Тогда кратность перегрузок данной сборки равна четырем (она может находиться в реакторе только четыре интервала). С помощью нейтронно-физического расчета был найден средний поток в сборках АЗ, и с учетом выгорания топлива установлена кратность перегрузок этих сборок — 4 ($\varepsilon^{\text{доп}} = 6\%$, $T = 110$ сут).

По условиям задачи сборки ВЗВ находятся в реакторе только один интервал, во время перегрузки выгружаются и на их место загружаются свежие сборки ВЗВ. В данной задаче было сделано следующее допущение: сборки АЗ, ВЗВ, органов СУЗ и экранные сборки имеют неизменный нуклидный состав между перегрузками, рассчитанный в момент времени $T/2$. Микроконстанты известны во всех зонах реактора и остаются неизменными. Вышеизложенное представлено на рис. 1. Сборки АЗ имеют кратность перегрузок — $4T$. В соответствии со сделанным допущением свежая сборка АЗ в первый интервал работы (от 0 до T) имеет нуклидный состав на момент времени $T/2$ (1-й тип), во второй интервал — на момент времени $3/2T$ (2-й тип), в третий интервал — на момент времени $5/2T$ (3-й тип), в четвертый интервал — на момент времени $7/2T$ (4-й тип). Сборки ВЗВ и органов СУЗ, экранные сборки во все четыре интервала работы реактора (от 0 до $4T$) имеют неизменный нуклидный состав, рассчитанный в момент времени $T/2$.

Таким образом, имеем повторяемость картограмм реактора с периодичностью в четыре интервала. Причем если в ячейке реактора в первом интервале находилась сборка первого типа, то во втором интервале в этой ячейке будет находиться сборка второго типа, в третьем — сборка третьего типа, в четвертом — сборка четвертого типа, в пятом интервале, который совпадает с первым, — вновь сборка первого типа.

Сформулируем теперь оптимизационную задачу: требуется расставить сборки пяти типов (1—4 и сборки ВЗВ) в 106 ячейках оптимизируемой области таким образом, чтобы

$$\text{Количество сборок ВЗВ} = 31; \qquad (1)$$

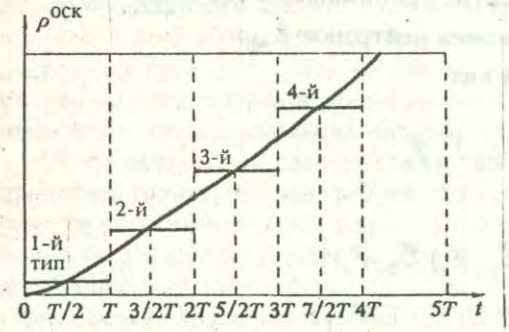
$$18 \le \text{Количество сборок типов 1, 2, 3, 4} \le 19; \qquad (2)$$

$$\min \sum_{m=1}^{4} F_{0m}\ ; \qquad (3)$$

$$0{,}99 \le K_{\text{эф}m} \le 1{,}01; \quad m = 1, 2, 3, 4, \qquad (4)$$

Здесь

— ограничение на количество сборок АЗ означает одинаковое (с точностью до одной) количество выгружаемых (выгоревших — 4-й тип) и загружаемых (свежих — 1-й тип) сборок во время перегрузок реак-



Р и с. 1. Зависимость концентрации осколков в сборках АЗ от времени. $\rho^{\text{доп}}$ — допустимое значение концентрации осколков, T — время между перегрузками

тора для всех четырех интервалов работы. 18 — есть целая часть от деления 75 (количество ячеек, предназначенных для сборок АЗ) на 4 (количество типов сборок АЗ), 19 — целая часть от деления 75 на 4 плюс 1;

— $\sum_{m=1}^{4}$ — сумма по всем четырем интервалам работы реактора;

— F_{0m} — значение целевого функционала для каждого интервала;

— $K_{эфm}$ — значение $K_{эф}$ для каждого интервала.

Для данной задачи в качестве целевого был избран функционал, характеризующий неравномерность поля энерговыделения в сборках АЗ:

$$F_0 = \frac{\frac{1}{75}\sum_{n=1}^{75} S_n (q_n - \bar{q})^2}{\sum_{n=1}^{} S_n \; \bar{q}^2}.$$

Здесь

$$q_n = \vec{\Sigma}_{fn}\,\vec{\varphi}_n;$$

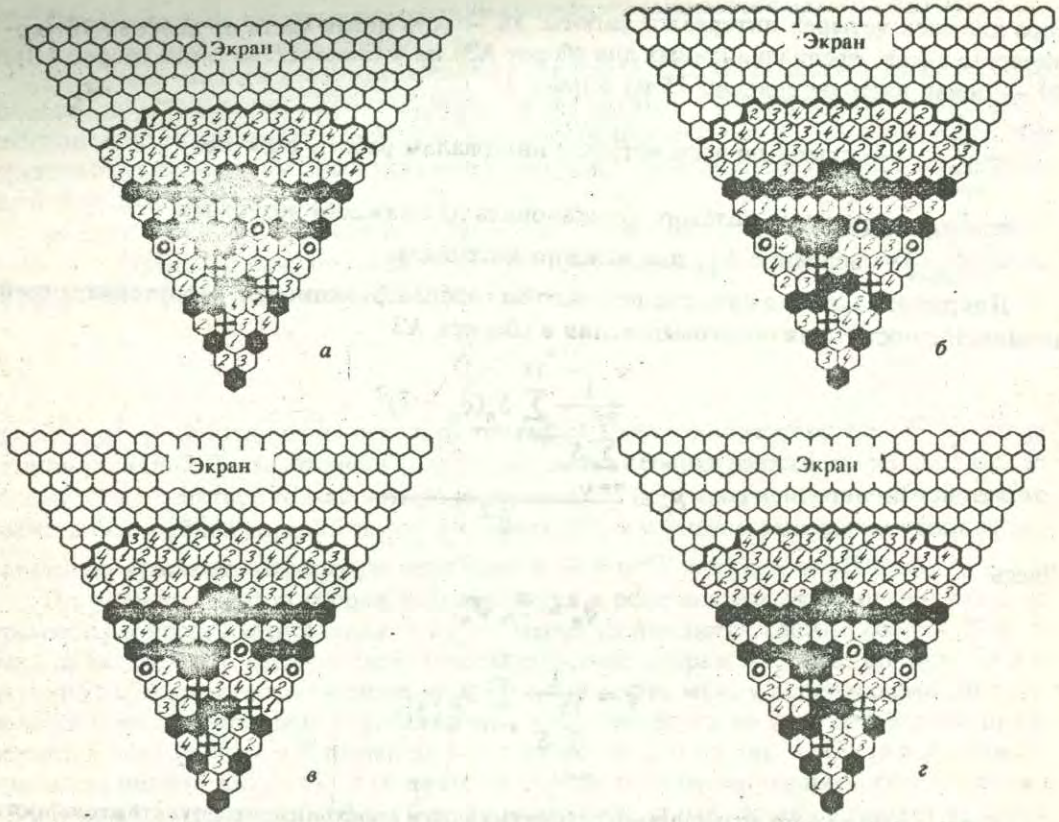
$$\bar{q} = \frac{1}{\sum_{n=1}^{} S_n}\sum_{n=1}^{75} S_n\, q_n.$$

С помощью теории возмущений рассчитываются коэффициенты чувствительности к функционалам нейтронного поля, с помощью которых нелинейная задача (1)—(4) сводится к задаче целочисленного линейного программирования. Итерационный процесс решения оптимизационной задачи сводится к следующему. Некая картограмма, загруженная свежими сборками, выбирается в качестве начальной. Находятся средние потоки по сборкам АЗ, ВЗВ, органов СУЗ и экранным сборкам, с помощью которых с учетом выгорания топлива определяется нуклидный состав этих сборок на момент времени $T/2$ и кратность перегрузок сборок АЗ. Составляются исходные картограммы, состоящие из сборок с соответствующими нуклидными составами, для каждого интервала. Решая линеаризованную задачу (1)—(4), находим картограммы для каждого интервала с меньшим значением целевой функции, и затем вновь определяем нуклидный состав для каждого типа сборок и кратность перегрузок. Итерационный процесс считается законченным, если при решении линеаризованной задачи (1)—(4) для очередных картограмм после пересчета для них нуклидного состава сборок и кратности перегрузок размещение сборок в реакторе останется неизменным.

В качестве исходных для каждого интервала работы были взяты картограммы, полученные вариантными расчетами (рис. 2). Сборки АЗ (типа 1—4) располагались в шахматном порядке. Оптимальные картограммы квазиустановившегося режима работы реактора, полученные с помощью программы КВАЗИ-ГЕКС, отличались от исходных картограмм расположением всего лишь шести сборок (рис. 3), но целевая функция уменьшилась более чем в два раза. Сравнение значений функционалов нейтронного поля для исходных и оптимальных картограмм показано в таблице. Кроме значений F_0 и $K_{эф}$ в таблице приведены значения коэффициента неравномерности поля энерговыделения по сборкам АЗ

$$K_r = \frac{q_{max}}{\bar{q}},$$

где q_{max} — значение максимального энерговыделения в сборках АЗ.



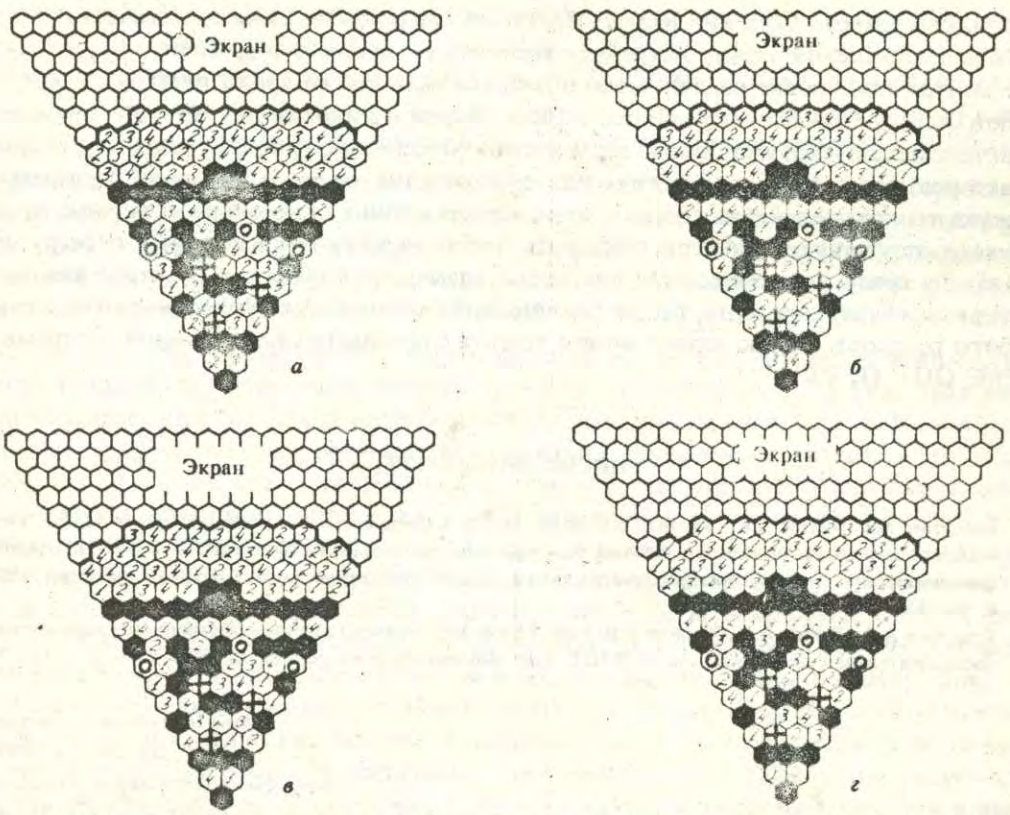
Р и с. 2. Исходная картограмма первого интервала работы реактора (*а*), второго (*б*), третьего (*в*), четвертого (*г*): 1—4, ⬢ , ◎ — сборки АЗ, ВЗВ, органов СУЗ соответственно; ⊕ — ячейка с теплоносителем

Сравнение значений функционалов нейтронного поля для исходных и оптимальных картограмм квазиустановившегося режима работы реактора

Номер интервала, m	$F_0^{\text{исх}}$	$F_0^{\text{опт}}$	$K_r^{\text{исх}}$	$K_r^{\text{опт}}$	$K_{\text{эф}}^{\text{исх}}$	$K_{\text{эф}}^{\text{опт}}$
1	0,2000	0,00865	1,377	1,155	0,9937	0,9947
2	0,01901	0,00864	1,329	1,132	0,9933	0,9948
3	0,01961	0,00917	1,404	1,124	0,9935	0,9949
4	0,01933	0,00926	1,398	1,163	0,9931	0,9944
$\sum_{m=1}^{4}$	0,07795	0,03572	5,508	4,574		

Приведем теперь наиболее общую постановку задачи оптимизации квазиустановившегося режима работы реактора, реализованную в программе КВАЗИ-ГЕКС.

Введем следующие обозначения: I — количество оптимизируемых зон. В остальных зонах реактора расположение сборок фиксировано и не оптимизируется, они имеют нуклидный состав, рассчитанный в момент времени $T/2$; J_i — количество ячеек в зоне i ($i = 1, 2, ..., I$), где необходимо разместить соответствующие сборки; K_i — кратность перегрузок сборок, которые должны быть размещены в зоне i ($i = 1, 2, ..., I$); $L_i^1 = [J_i/K_i]$ — целая часть от деления J_i на K_i; $L_i^2 = L_i^1$, если остаток от деления J_i на K_i равен 0; $L_i^2 = L_i^1 + 1$, если не равен 0; M — количество исследуемых интервалов работы, равное наименьшему общему кратному чисел, равных кратностям



Р и с. 3. Оптимальная картограмма первого интервала работы реактора (*а*), второго (*б*), третьего (*в*), четвертого (*г*). Обозначения те же, что на рис. 2

перегрузок сборок в оптимизируемых зонах; N — количество функционалов, на которые наложены ограничения.

Тогда оптимизационную задачу можно сформулировать следующим образом: для M исследуемых интервалов (картограмм) разместить в I оптимизируемых зонах сборки, нуклидный состав и типы которых определены в соответствии с кратностью перегрузок, таким образом, чтобы

$$\min,\max \sum_{m=1}^{M} F_{0m}; \tag{5}$$

$$F_{nm} \leq , = , \geq F_n^{\text{доп}}; \quad n = 1, 2, ..., N; \quad m = 1, 2, ..., M \tag{6}$$

$$L_i^1 \leq \left\{ \begin{array}{l} \text{Количество сборок каждого типа} \\ \text{в зоне } i \text{ } m\text{-го интервала} \end{array} \right\} \leq L_i^2; \tag{7}$$

$$i = 1, 2, ..., I; \quad m = 1, 2, ..., M.$$

Нелинейная задача (5)—(7) сводится к задаче целочисленного линейного программирования. Итерационный процесс решения такой же, как и для приведенной частной задачи.

В заключение хотелось бы отметить некоторые особенности оптимизационной задачи.

1. Допущение, что нуклидный состав, определенный в момент времени $T/2$, остается неизменным от перегрузки до перегрузки, является существенным. Интервал времени T можно разбить на несколько подинтервалов, в которых опять же полагать неизменность нуклидных составов. Но тогда размерность задачи возрастет во столько

раз, на сколько разобьем интервал T. Практическая реализация не представляет труда, но процесс решения задачи потребует увеличения машинного времени.

2. При постановке задачи четко оговаривалось, что во время перегрузок выгружаются выгоревшие и загружаются свежие сборки и никаких других перестановок в реакторе не допускается. Данное ограничение обусловлено работой реальных быстрых реакторов, где в силу технологических особенностей (в основном из-за распухания кожуха тепловыделяющих сборок) такие перестановки в стационарном режиме практически отсутствуют. Но если разрешать любые перестановки во время перегрузок, то задача сразу упростится, так как схема размещения сборок в реакторе для всех интервалов будет совпадать, т.е. достаточно соптимизировать всего лишь один интервал работы реактора. Такую задачу можно решить с помощью уже созданной программы ГЕКС-ОПТ [1, 2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кашутин А.А., Кобяк А.В., Хромов В.В. и др. Метод последовательной линеаризации в задаче оптимизации загрузки и перегрузки топлива реактора с гексагональными сборками. — В кн.: Нейтронно-физические проблемы воспроизводства топлива в ядерной энергетике. — М.: ЦНИИатоминформ, 1987, с. 66—68.
2. Кашутин А.А., Кобяк А.В., Хромов В.В. и др. Расчет картограммы загрузки быстрого реактора методом последовательной линеаризации. — ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 1989, вып. 2, с. 13—16.

Статья поступила в редакцию
24 декабря 1990 г.

Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1994, вып. 3, с. 38—44.

УДК 621.039.51

НЕЯВНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ВЫГОРАНИЯ

А.Н. Дудкин, Д.А. Клинов, В.А. Сарычев,
Обнинский институт атомной энергетики, 249020, Обнинск

Предложен эффективный численный метод решения больших систем уравнений выгорания с жесткими матрицами, основанный на дробно-рациональной аппроксимации матричной экспоненты. Предлагаемый алгоритм сравнивается с традиционными методами решения уравнений выгорания.

INDIRECT METHOD FOR SOLVING OF DEPLETION EQUATIONS. A.N. DUDKIN, D.A. KLINOV, V.A. SARYTCHEV. An effective numerical method based on the rational approximation of matrix exponent has been suggested for solving of large systems of depletion equations with stiff matrixes. Algorithm considered is compared with usual methods for solution of depletion equations.

Расчет выгорания ядерного топлива сводится к решению задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{d\vec{y}(t)}{dt} = \hat{A}\,\vec{y}(t);\ \vec{y}(0) = \vec{y}_0. \qquad (1)$$

Как правило, весь расчетный период подразделяется на ряд промежутков, на каждом из которых матрица $\hat{A}$ считается постоянной.

Отметим некоторые особенности матрицы межизотопных переходов. Во-первых, при учете нуклидов с малыми периодами полураспада матрица $\hat{A}$ плохо обусловлена, т.е. имеет сильно различающиеся по величине собственные числа. Во-вторых, в боль-

шинстве случаев матрица межизотопных переходов может быть приведена к треугольному виду путем перестановки уравнений. В-третьих, при детальных расчетах выгорания матрица имеет большую размерность (до 1000) и сильно разрежена. Например, матрица системы, описывающей цепочку последовательных превращений изотопов $N_1 \to N_2 \to N_3 \to \ldots \to N_M$, имеет всего $2M - 1$ ненулевых элементов. В общем случае количество ненулевых элементов матрицы межизотопных переходов возрастает пропорционально числу уравнений, в то время как размер самой матрицы — пропорционально квадрату. Первая из перечисленных особенностей затрудняет применение традиционных методов Рунге-Кутта, что связано с существующим для них по условию устойчивости ограничением на шаг интегрирования $h : |\lambda_{max} \cdot h| \leq \varkappa$, где λ_{max} — максимальное по модулю собственное число матрицы $\hat{A}$; $\varkappa$ — число порядка единицы (для метода Рунге-Кутта четвертого порядка точности, например, $\varkappa = 2{,}8$ [1]). Для выполнения этого условия может потребоваться очень большое число шагов. Например, если в систему (1) входит уравнение для нуклида с периодом полураспада, равным 1 мин, то при интервале интегрирования 3 сут потребуется порядка 1000 шагов метода Рунге—Кутта четвертого порядка. Указанная трудность может быть преодолена, если считать, что концентрации быстрораспадающихся нуклидов имеют равновесные значения, при которых скорости их образования и уничтожения равны. В этом случае матрица межизотопных переходов не имеет больших собственных чисел. Однако, как показано в работе [2], выбрасывание из цепочки быстроуничтожимого нуклида может приводить к существенным погрешностям в концентрациях остальных элементов.

Вторая особенность позволяет использовать для решения уравнений выгорания эффективные аналитические методы, основанные на разложении решения по собственным векторам матрицы. Недостатком аналитических методов является численная неустойчивость для длинных цепочек. К достоинствам как аналитических, так и шаговых методов следует отнести возможность использования разреженности матрицы межизотопных переходов, что экономит вычислительные затраты.

Перечисленные недостатки отсутствуют у метода, основанного на вычислении матричной экспоненты [3]. Однако этот алгоритм включает в себя операции перемножения матриц, которые нарушают исходную разреженную структуру. В результате вычислительные затраты для метода матричной экспоненты возрастают пропорционально кубу размерности системы.

В данной работе предлагается неявная схема решения уравнений выгорания с треугольной матрицей, основанная на использовании дробно-рациональной аппроксимации. Рассмотрим вначале одно уравнение:

$$\frac{dy(t)}{dt} = -y(t);\ y(0) = 1, \tag{2}$$

точное решение которого $y(t) = \exp(-t)$. Приблизим функцию $y(t)$ следующим отношением многочленов:

$$g(t) = \frac{\sum_{i=0}^{k} (-1)^i c_i \cdot t^i}{(1 - \alpha t)^n}, \text{ где } \alpha < 0,\ k < n. \tag{3}$$

Подставим (3) в (2) и потребуем аппроксимации k-го порядка. В результате получим следующие рекуррентные соотношения для c_i:

$$c_0 = 1;\ c_1 = 1 + \alpha n;$$

$$c_i = \frac{1}{i}\{[\alpha(n - i + 1) + 1]c_{i-1} + \alpha c_{i-2}\},\ i = 2, \ldots, k. \tag{4}$$

В явном виде коэффициенты c_i могут быть получены по формуле

$$c_i = \sum_{j=0}^{i} \alpha^j \frac{n!}{j!(n-j)!(i-j)!}, \; i = 0, \ldots, k. \qquad (5)$$

В случае системы уравнений разложение (3) имеет вид матричной функции, являющейся аналогом дробно-рационального приближения для матричной экспоненты:

$$\hat{G}(\hat{A}t) = \sum_{i=0}^{k} b_i \cdot (\hat{E} + \alpha\hat{A}t)^{i-n}, \qquad (6)$$

где $\hat{A}$ — матрица системы; $\hat{E}$ — единичная матрица. Коэффициенты b_i связаны с c_i следующими рекуррентными соотношениями:

$$b_k = c_k \cdot \alpha^{-k}; \; b_i = c_i \cdot \alpha^{-i} - \sum_{j=i+1}^{k} b_j \cdot \frac{j!}{(i-j)!i!}, \; i = k-1, \ldots, 0. \qquad (7)$$

Интегрирование системы уравнений можно организовать по следующей схеме:

$$\begin{aligned}
\vec{x}_1 &= (\hat{E} + \alpha\hat{A}t)^{-1} (b_0 \cdot \vec{y}_0), \\
\vec{x}_2 &= (\hat{E} + \alpha\hat{A}t)^{-1} (\vec{x}_1 + b_1 \cdot \vec{y}_0), \\
\vec{x}_3 &= (\hat{E} + \alpha\hat{A}t)^{-1} (\vec{x}_2 + b_2 \cdot \vec{y}_0), \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\vec{y}(t) &= (\hat{E} + \alpha\hat{A}t)^{-1} (\vec{x}_{n-1} + b_{n-1} \cdot \vec{y}_0).
\end{aligned} \qquad (8)$$

Для вычисления $\vec{y}(t)$ по формулам (8) требуется n раз решить систему линейных алгебраических уравнений, что при треугольной матрице требует проведения только обратного хода метода Гаусса.

Разложения (3) и (6) содержат параметры n, k, α, которые целесообразно выбрать исходя из следующих соображений:

1) устойчивость метода при любом шаге интегрирования;
2) высокая скорость убывания быстрозатухающих компонент решения;
3) минимум вычислительных затрат.

Первое условие выполняется, если $|g(t)| \le 1$ при $t \in (0, \infty)$. Для выполнения второго требования необходимы более жесткие ограничения на $g(t)$, а именно:

$$g(t) \to 0 \text{ при } t \to \infty; \; |g(t)| \le e^{-h} \text{ при } t \in (h, \infty),$$

где h — граница интервала $(0, h)$, на котором экспонента e^{-t} представляется функцией $g(t)$ с заданной относительной точностью ε. Критерием эффективности метода может служить отношение n/h, которое должно быть как можно меньше.

Путем численного анализа функций $g(t)$ с различными n, k, α был определен следующий набор параметров, удовлетворяющий перечисленным требованиям при $\varepsilon = 10^{-7}$: $n = 9$, $k = 8$, $\alpha = -0{,}165$, которому соответствует $h = 1{,}62$. При этом коэффициенты b_i разложения (6) имеют следующие значения:

$$\begin{aligned}
b_0 &= 3{,}8761789711815, \quad b_1 = -35{,}493385820305, \; b_2 = 141{,}21703239152, \\
b_3 &= -315{,}27514039362, \; b_4 = 423{,}81384234692, \quad b_5 = -342{,}45476703178, \\
b_6 &= 163{,}04951690007, \quad b_7 = -42{,}411719440397, \; b_8 = 4{,}6784420763488.
\end{aligned}$$

Рассмотрим теперь вопрос выбора шага интегрирования. Точное решение системы (1) может быть представлено через собственные числа λ_i и собственные векторы $\vec{e}_i$ матрицы $\hat{A}$:

$$\vec{y}(t) = \sum_{i=1}^{n} \beta_i \vec{e}_i \cdot \exp(\lambda_i t), \qquad (9)$$

где коэффициенты β_i определяются начальными условиями. Отметим, что все λ_i матрицы межизотопных переходов — действительные неположительные числа. Асимптотическое поведение решения (9) определяется составляющими $\beta_i \vec{e}_i \cdot \exp(\lambda_i t)$ с умеренными значениями показателей экспонент $\lambda_i t$, поэтому они при интегрировании системы (1) должны воспроизводиться точно. Компоненты же решения с «большими» $\lambda_i t$ могут интегрироваться плохо, но при этом должны быстро затухать. За один шаг неявного метода точно интегрируются те экспоненты, у которых показатель по абсолютной величине не превышает 1,62. Если границу больших и умеренных $\lambda_i t$ положить равной 16,2, то число шагов следует взять равным 10 при равномерном разбиении интервала интегрирования. Результаты тестовых расчетов показывают, что 10—20 шагов всегда достаточно.

Отметим одну особенность метода, важную для его практической реализации на ЭВМ. При проведении вычислений по формулам (8) имеет место вычитание близких по величине чисел, что приводит к потере 3—4 значащих цифр результата. При необходимости получать решение с относительной точностью, лучшей, чем 10^{-4}, необходимо использовать 8-байтное представление чисел. Подчеркнем, что в отличие от аналитических методов указанная потеря точности не зависит от длины цепочек и величины собственных чисел матрицы.

Подытожим основные результаты. По сравнению с методами Рунге-Кутта предлагаемый неявный метод восьмого порядка точности обладает безусловной устойчивостью, позволяющей сократить вычислительные затраты при учете быстрораспадающихся нуклидов. В рассмотренном выше примере, когда в систему входит уравнение для нуклида с $T_{1/2}$ = 1 мин, применение неявного метода дает выигрыш в 50 раз. По сравнению с методом матричной экспоненты основное преимущество заключается в использовании разреженности матрицы межизотопных переходов, что существенно в случае больших систем уравнений. Оба названные преимущества реализуются только при треугольных матрицах, что является недостатком метода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бахвалов Н.С. Численные методы — М.: Наука, 1973, с. 508.
2. Герасимов А.С., Зарицкая Т.С., Рудик А.П. Справочник по образованию нуклидов в ядерном реакторе. — М.: Энергоатомиздат, 1989, с. 22.
3. Бахвалов Н.С. Численные методы. — М.: Наука, 1973, с. 510.

Статья поступила в редакцию
23 ноября 1990 г.

Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика ядерных реакторов, 1994, вып. 3, с. 44—47.

УДК 621.039

ВЛИЯНИЕ ПРОТАКТИНИЯ-233 НА ЯДЕРНУЮ БЕЗОПАСНОСТЬ УРАН-233—ТОРИЙ-232 РЕАКТОРНОГО ЦИКЛА

А.С. Герасимов, Т.С. Зарицкая, Г.В. Киселев, А.П. Рудик,
Институт теоретической и экспериментальной физики, 117259, Москва

Для ториевого цикла рассчитано повышение коэффициента размножения после остановки реактора, обусловленное накоплением урана-233 из распадающегося протактиния-233. Эффект повышения реактивности после остановки реактора может быть значителен и должен учитываться при проектировании реакторов, предназначенных для работы в ториевом цикле.

THE EFFECT OF THE PROTACTINIUM-233 ON THE NUCLEAR SAFETY OF THE URANIUM-233—THORIUM-232 REACTOR CYCLE. A.S. GERASIMOV, T.S. ZARITSKAYA, G.V. KISELEV, A.P. RUDIK. The increase of the multiplicity koefficient after the reactor stopping has been calculated, which is caused by the accumulation of the Uranium-233 from decaying Protactinium-233. The effect of the reactivity increase after stopping may be quite pronounced and should be taken into concideration in the reactor designing for thorium cycle.

Образование протактиния-233 из тория-232 существенным образом отличается от образования плутония-239 из урана-238. Это отличие обусловлено тем, что период полураспада протактиния-233 ($T_{1/2} = 27$ сут) существенно больше периода полураспада нептуния-239 ($T_{1/2} = 2{,}35$ сут). Однако даже в последнем случае распад равновесного нептуния-239 в плутоний-239 при остановке реактора является заметным эффектом [1]. Тем более этот эффект должен играть большую роль для пары протактиний-233—уран-233. Оценим его.

Рассмотрим систему уравнений, описывающих взаимное превращение тория-232 (x_1), урана-233 (x_3), протактиния-233 (x_2):

$$dx_1/dt = 0,$$
$$dx_2/dt = \hat{\sigma}_1\Phi x_1 - (\hat{\sigma}_2\Phi + \lambda_2)x_2, \qquad (1)$$
$$dx_3/dt = \lambda_2 x_2 - \hat{\sigma}_3\Phi x_3.$$

В системе уравнений (1) использованы общепринятые обозначения (см. [2]) и считается, что выгорание тория-232 компенсируется его подпиткой. Предположим, что реактор работает в стационарном режиме. Тогда стационарные концентрации протактиния-233 и урана-233 $\bar{x}_2$ и $\bar{x}_3$ определяются соотношениями

$$\bar{x}_2 = \frac{\hat{\sigma}_1\Phi}{\hat{\sigma}_2\Phi + \lambda_2}\bar{x}_1, \qquad (2)$$
$$\bar{x}_3 = \frac{\lambda_2}{\hat{\sigma}_3\Phi}\bar{x}_2 = \frac{\lambda_2\hat{\sigma}_1}{\hat{\sigma}_3(\hat{\sigma}_2\Phi + \lambda_2)}\bar{x}_1.$$

Предполагается, что постоянство $\bar{x}_1$ обеспечивается соответствующей подпиткой торием-232.

После остановки реактора все величины остаются неизменными, кроме, конечно, равенства нулю потока нейтронов и $x_2(t > 0)$, $x_3(t > 0)$, которые изменяются в зависимости от t по следующим законам:

$$x_2(t) = \bar{x}_2 e^{-\lambda_2 t},\ x_3 = \bar{x}_3 + (1 - e^{-\lambda_2 t})\bar{x}_2. \qquad (3)$$

Определим коэффициент размножения $k(t)$ в предположении, что при стационарной работе реактора $k(0) = 1$:

$$k(t) = \frac{1 + \frac{\bar{x}_2}{\bar{x}_3}(1 - e^{-\lambda_2 t})}{1 + \frac{\hat{\sigma}_3 - \hat{\sigma}_2}{\nu \hat{\sigma}_{f3}} \frac{\bar{x}_2}{\bar{x}_3}(1 - e^{-\lambda_2 t})}. \quad (4)$$

Результаты расчета изменения $k(t)$ для трех значений плотности потока нейтронов $\Phi = 10^{13}, 5 \cdot 10^{13}, 10^{14}$ нейтр./(см^2·с) приведены в табл. 1. Для расчетов были приняты стандартные значения сечений и резонансных интегралов [3] и два значения жесткости спектра нейтронов $\gamma = 0{,}1$ и $0{,}5$.

Таблица 1. Изменение коэффициента размножения $k(t)$ после остановки реактора при жесткости спектра нейтронов $\gamma = 0{,}1$ и $0{,}5$

t, сут	Ф, нейтр./(см^2·с)					
	10^{13}		$5 \cdot 10^{13}$		10^{14}	
	0,1	0,5	0,1	0,5	0,1	0,5
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10	1,003	1,006	1,016	1,029	1,032	1,058
40	1,009	1,017	1,045	1,082	1,089	1,161
70	1,012	1,022	1,059	1,106	1,113	1,206
100	1,013	1,024	1,065	1,117	1,125	1,226
130	1,014	1,025	1,067	1,122	1,130	1,236
∞	1,014	1,026	1,070	1,127	1,134	1,244

В табл. 2 приведены значения отношения равновесных концентраций протактиния-233 и урана-233 для перечисленных выше вариантов.

Таблица 2. Отношение равновесных концентраций $\bar{x}_2/\bar{x}_3$

Параметры	Ф, нейтр./(см^2·с)					
	10^{13}		$5 \cdot 10^{13}$		10^{14}	
γ	0,1	0,5	0,1	0,5	0,1	0,5
$\bar{x}_2/\bar{x}_3$	0,023	0,035	0,113	0,173	0,225	0,347

Приведенные в табл. 1 данные показывают, что эффект распада протактиния-233 при остановке реактора весьма велик, причем он увеличивается при возрастании плотности потока нейтронов в стационарном состоянии. Это связано с тем, что, как следует из данных табл. 2, отношение стационарных концентраций протактиния-233 и урана-233 практически пропорционально плотности потока нейтронов.

Увеличение коэффициента размножения за счет распада протактиния-233 характерно не только для стационарных режимов торий-232—уран-233, но и при работе реактора кампаниями. Это относится как к режиму торий-232—уран-233, так и к режиму торий-232—уран-235 (последний режим необходим для наработки урана-233, отсутствующего в природе): величина эффекта в этих случаях зависит от характеристик реактора и легко может быть вычислена.

Рассматриваемые эффекты обусловлены общими законами оптимизации процессов образования нуклидов. Согласно [4] наиболее оптимальным режимом является режим независимого превращения (в результате захвата нейтрона или распада) каждого из нуклидов данного процесса. Применительно к этому конкретному случаю это

означает, что образующийся протактиний-233 должен извлекаться из реактора для эффективного и безопасного распада в уран-233.

Реакторный цикл торий-232—уран-233 весьма перспективен [5]. Но у этого цикла есть специфическая особенность: он является эффективным не только в атомной энергетике, но и в производстве делящихся материалов, которые могут использоваться в военных целях. Действительно, из тория-232 образуется чистый уран-233, а спонтанное деление урана-234 на пять порядков ниже, чем спонтанное деление плутония-240. Таким образом, получение годного для военного использования материала не лимитировано, как в случае плутония, глубиной накопления. А радиоактивность от урана-232 в экстремальных ситуациях может быть в технологических процессах (при изготовлении твэлов, промежуточных химических переработках и т.д.) игнорирована.

Учитывая перспективность цикла торий-232—уран-233, необходимо при проектировании конкретных реакторов подобного цикла предусмотреть возможность автоматического гашения больших избытков реактивности при непредусмотренных (аварийных) остановках реактора. Этому должны способствовать выбор реактора с мягким спектром нейтронов (например, с тяжеловодным замедлителем) и эксплуатация реактора при возможно меньшем потоке нейтронов.

Существенную роль протактиний-233 играет и при получении урана-233 в бланкетах электроядерных установок [6]. Однако в силу ряда специфических особенностей физических процессов, характерных для высоких потоков нейтронов, этот процесс следует рассмотреть отдельно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зарицкая Т.С., Ильичев Б.И., Рудик А.П. Влияние распада прометия-149 и нептуния-239 на реактивность после остановки реактора: Препринт ИТЭФ № 44. — М., 1973.
2. Герасимов А.С., Зарицкая Т.С., Рудик А.П. Справочник по образованию нуклидов в ядерных реакторах. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
3. Mughabghab S.F. Neutron Cross Sections. — N.Y.— London: Academic Press, 1984, Part B, vol. 1.
4. Герасимов А.С., Киселев Г.В., Рудик А.П. Идеальный цикл облучения нуклидов: Препринт ИТЭФ № 83. — М., 1985.
5. Мурогов В.М., Троянов М.Ф., Шмелев А.Н. Использование тория в ядерных реакторах. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
6. Благоволин П.П., Дубинский В.Д., Казарицкий В.Д. и др. Электроядерный реактор как перспективный размножитель. — Атомная энергия, 1988, т. 65, вып. 5, с. 326.

Статья поступила в редакцию
1 марта 1993 г.

Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика ядерных реакторов, 1994, вып. 3, с. 44—50.

УДК 621.039.5

РАСЧЕТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВСПЛЕСКОВ ЭНЕРГОВЫДЕЛЕНИЯ ПРИ САМОХОДАХ СТЕРЖНЕЙ СУЗ В РБМК

М.Н. Бабайцев, А.В. Краюшкин,
РНЦ «Курчатовский институт», 123182, Москва
А.В. Кучин, В.Д. Марьяненко, В.А. Халимончук,
ИЯИ АН Украины, 252650, Киев

Проведено расчетное исследование всплесков энерговыделения при самопроизвольном извлечении стержней СУЗ. Показано, что величина всплеска энерговыделения при работающей 12-зонной системе ЛАР—ЛАЗ может достигать 5,0—5,3 МВт.

CALCULATIONS OF AN ACCIDENT WITH ROD WITHDRAWN IN RBMK. M.N. BABAYTSEV, A.V. KRAYUSHKIN, A.V. KUCHIN, V.D. MARIANENKO, V.A. KHALIMONCHUK. The calculational reasearch of the power excursion during withdrawn of control rods is provided. It was demonstrated that the power excursion could reach the values up to 5,0—5,3 MWt per channel even in a case when the local twelve-zone regulator system was on the run.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из аварийных ситуаций, возможных в РБМК, является самопроизвольное извлечение поглощающих стержней из-за отказов в логике СУЗ (самоходы стержней), что приводит к всплеску энерговыделения в окрестности самохода. Так как в широком диапазоне мощностей работа реактора РБМК осуществляется с помощью автоматических регуляторов (АР) или системы локальных автоматических регуляторов (ЛАР), то важным является вопрос оценки величин всплесков энерговыделения и достаточности системы ЛАР—ЛАЗ (локальная аварийная защита) для обеспечения надежной и безопасной работы реактора на номинальном уровне мощности.

В данной работе для определения всплесков энерговыделения при самоходах используются трехмерная и двумерная двухгрупповая (STEPAN), а также одногрупповая трехмерная (ТРЕП) нестационарная программа. Для обоснования достоверности результатов расчета с помощью программы STEPAN выполнен обсчет экспериментов по извлечению стержней на реакторе 2-го блока Смоленской АЭС. Результаты расчетного моделирования самоходов получены на реальных состояниях 3-го энергоблока ЧАЭС и 2-го САЭС. При этом в качестве основного регулятора для управления полем энерговыделения была выбрана 12-зонная система ЛАР—ЛАЗ, используемая на реакторах РБМК-1000 вторых очередей.

РАСЧЕТНАЯ МЕТОДИКА

В программе STEPAN перенос нейтронов описывается в двухгрупповом диффузионном приближении в трехмерной или двумерной геометрии.

Решаются уравнения:

$$\frac{1}{V_1}\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = \nabla D_1 \nabla \Phi_1 - \Sigma_1 \Phi_1 + (\nu\Sigma_{f1}^5 \Phi_1 + \nu\Sigma_{f2}^5 \Phi_2)(1-\beta_5) +$$

$$+ (\nu\Sigma_{f1}^8 \Phi_1 + \nu\Sigma_{f2}^8 \Phi_2)(1-\beta_8) +$$

$$+ (\nu\Sigma_{f1}^9 \Phi_1 + \nu\Sigma_{f1}^9 \Phi_2)(1-\beta_9) + (\nu\Sigma_{f1}^{41} \Phi_1 + \nu\Sigma_{f1}^{41} \Phi_1)(1-\beta_{41}) + \sum_{i=1}^{24} \lambda_i C_i, \qquad (1)$$

$$\frac{1}{V_2}\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = \nabla D_2 \nabla \Phi_2 - \Sigma_2 \Phi_2 + \Sigma_{12} \Phi_2.$$

Здесь обозначения общеизвестны. Знак S используется для обозначения суммирования, чтобы не путать с обозначением сечений. Индекс I пробегает по делящимся изотопам. Более подробно о программе STEPAN изложено в [1]. Для дискретизации уравнений (1) по времени применялась неявная схема. Дополнительно был разработан блок, реализующий квазистатическое приближение [2], существенно повышающее эффективность программы при расчетах процессов длительностью порядка нескольких минут. Нейтронно-физические константы частично погруженных стержней СУЗ, необходимые для расчетов по двумерной программе STEPAN, рассчитываются с учетом исходного высотного распределения плотности потока тепловых нейтронов, усредненного по датчикам ДКЭВ.

В программе ТРЕП перенос нейтронов описывается нестационарным уравнением диффузии в одногрупповом приближении:

$$\frac{1}{D\nu}\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \nabla^2\Phi + \frac{(1-\beta)K_\infty - 1}{M^2}\Phi + \sum_{i=1}^{18}\lambda_i C_i\ ,$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = \beta_i \frac{K_\infty}{M^2}\Phi - \lambda_i C_i. \qquad (2)$$

Здесь для дискретизации уравнения по времени также использована неявная схема. В отличие от программы STEPAN, имеющей один расчетный узел на ячейку, в программе ТРЕП один расчетный узел приходится на четыре ячейки. Поэтому для получения нейтронно-физических констант предварительно проводится их гомогенизация [3].

В обеих программах используется одна и та же библиотека двухгрупповых диффузионных констант ячеек РБМК, рассчитанных по программе WIMS. Нестационарный расчет в качестве начального приближения использует плотности потоков Φ_1^0 и Φ_2^0, распределения концентраций предшественников запаздывающих нейтронов C_i^0, определяемые в стационарном расчете. Для обеспечения максимального согласия расчетного и экспериментального распределения потоков нейтронов в исходной стационарной точке переходного процесса в каждой программе имеется блок восстановления поля энерговыделения в объеме активной зоны с использованием показаний датчиков внутриреакторного контроля ДКЭР и ДКЭВ. Обратные связи по плотности теплоносителя и температуре топлива в обеих программах при исследовании самоходов отключены, так как расчетами показано, что на интервале времени ~ 20 с взаимное влияние температурного и плотностного коэффициентов реактивности незначительно из-за того, что величины соответствующих эффектов реактивности малы и, кроме того, компенсируют друг друга (имеют разные знаки).

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЛОГИКИ СИСТЕМЫ ЛАР—ЛАЗ И АЗМ

Поскольку при исследовании самоходов важное значение имеет учет работы системы (ЛАР) [4], в программах имеется блок, моделирующий работу стержней ЛАР и аварийную защиту по мощности (АЗМ), работающую от датчиков, находящихся за боковым отражателем.

Каждая зона ЛАР состоит из одного стержня ЛАР и двух стержней РР, набранных в режиме ЛАЗ: ЛАЗ1 и ЛАЗ2. Система ЛАР—ЛАЗ обеспечивает защиту каждой зоны ЛАР от локальных всплесков мощности. Стержни ЛАР—ЛАЗ управляются по сигналам внутриреакторных датчиков своей зоны. На исполнительный механизм стержня ЛАР идет суммарный сигнал от четырех датчиков, конструкция которых по высоте реактора 3-секционная. Для каждой зоны ЛАР рассчитываются разбалансы согласно следующему выражению:

$$\Delta_{ЛАР} = \frac{\sum_{i=1}^{4}\left(\sum_{J=1}^{3}\Phi_{ij}^{д}(t) - \sum_{J=1}^{3}\Phi_{ij}^{д}(0)\right)}{4\cdot\Phi_0}\cdot 100\%, \qquad (3)$$

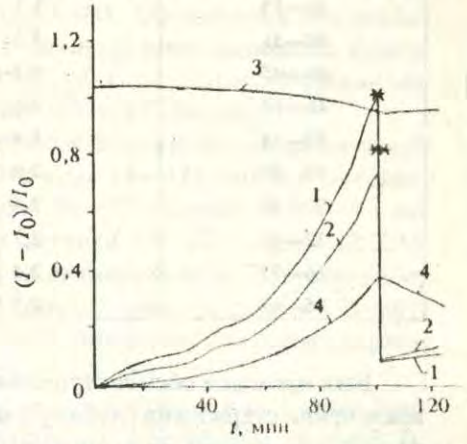
где i — номер датчика; J — номер зоны датчика по высоте; $\Phi^{д}_{iJ}(t)$ и $\Phi^{д}_{iJ}(0)$ — плотности потока тепловых нейтронов i-го датчика J-й зоны для текущего и исходного моментов времени соответственно, $\bar{\Phi}_0 = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\sum_{J=1}^{3}\Phi^{д}_{iJ}(0)$.

При $\Delta_{ЛАР} > +1\%$ погружается стержень ЛАР данной зоны, при $\Delta_{ЛАР} < -1\%$ стержень ЛАР данной зоны извлекается. Если $\Delta_{ЛАР} > +2\%$, то одновременно погружаются стержни ЛАР и ЛАЗ1 данной зоны. При выходе ЛАЗ1 на нижний концевик (НК) начинается погружаться стержень ЛАЗ2. Если $\Delta_{ЛАР} < -2\%$, то извлекается стержень ЛАР, а при выходе его на верхний концевик (ВК) начинает извлекаться стержень ЛАЗ1. Стержни ЛАЗ2 в автоматическом режиме не извлекаются. При работе системы ЛАР—ЛАЗ скорость погружения стержней СУЗ равна 40 см/с, а извлечения 20 см/с.

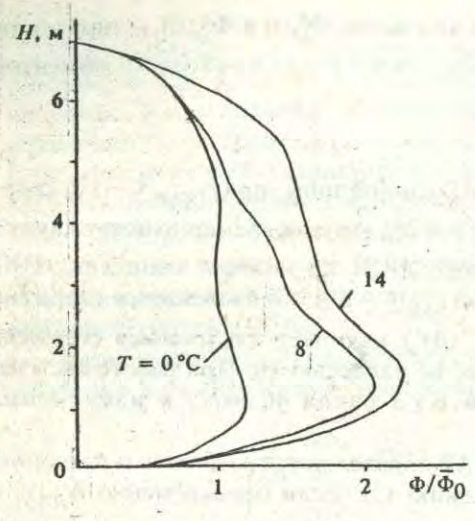
Для стержней ЛАЗ1 и ЛАЗ2 каждой зоны ЛАР определяются разбалансы по одному из четырех датчиков зоны аналогично выражению (3). Если одновременно $\Delta_{ЛАЗ1}$ и $\Delta_{ЛАЗ2}$ какой-либо зоны ЛАР превышают 10%, то срабатывает так называемая локальная аварийная защита (ЛАЗ), когда в активную зону начинают погружаться стержни ЛАЗ1 и ЛАЗ2 данной зоны, а уставки во всех зонах ЛАР — снижаться со скоростью 2% $N_{ном}$/с до снятия сигнала ЛАЗ. Кроме того, при расчетах самоходов стержней задействована аварийная защита АЗ-5 по превышению уровня АЗМ более чем на 10% от номинального значения и уменьшению периода АЗС меньше 20 с. Формирование сигнала АЗ-5 производится на основе показаний боковых ионизационных камер, установленных за боковым отражателем. Их показания рассчитываются в предположении пропорциональности тока плотности потока нейтронов в месте расположения датчиков.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В экспериментах на Смоленской АЭС на мощности 50% от номинальной проводилось извлечение стержней и с помощью внутризонных датчиков измерялись всплески мощности в каналах в окрестности извлекаемого стержня. Из соображений безопасности стержень извлекался шагами, разделенными интервалами времени порядка 10 мин. Извлечение стержня занимало более 1 ч. При этом начинали давать вклад медленно действующие обратные связи по температуре графита и концентрации ксенона-135. Обычно несущественные в задаче о самоходах в данном случае они были учтены. Разогрев графита и выжигание ксенона увеличивали плотность потока нейтронов в окрестности самохода. На рис. 1 показано моделирование эксперимента по извлечению стержня с координатами 34—27. Расчет выполнялся в двумерном приближении. При ступенчатом извлечении стержня до глубины 1 м сигнал датчика в соседней ячейке 34—26 увеличился вдвое, а на датчике в ячейке 34—31, находящейся через одну ячейку, — в 1,8 раза (расчетные значения этих величин 1,99 и 1,78 соответственно).



Р и с. 1. Относительное изменение тока датчиков с координатами 34—26 (*) и 34—31 (**), концентрации ксенона-135 и температура графита в канале 34—26 при ступенчатом извлечении стержня 34—27: *1* — показания датчика 34—26; *2* — показания датчика 34—31; *3* — концентрация ксенона в канале 34—26; *4* — приращение относительной температуры графита в канале 34—26



Р и с. 2. Изменение высотного поля в канале 34—26 в процессе извлечения стержня 34—27

Затем стержень 34—27 был погружен в исходное состояние на глубину 6,7 м и после выдержки в течение 20 мин непрерывно извлечен до глубины 1,4 м. Расчетное увеличение тока датчика в ячейке 34—26 при быстром извлечении составило 1,65, экспериментальное 1,8. Непрерывное извлечение стержня было промоделировано также в трехмерной геометрии. В этом случае расчетная величина всплеска в ячейке 34—26 равнялась 1,7. На рис. 2 показано изменение аксиального нейтронного поля в канале 34—26 в процессе извлечения стержня. Как видно из рис. 2, наибольшее искажение формы достигается, когда стержень проходит среднее положение. После окончания извлечения стержня на верхний концевик форма аксиального поля становится близкой к исходной. В табл. 1 приведено исходное и конечное положение стержней ЛАР по расчету и фактически наблюдавшееся в эксперименте. Видно достаточно хорошее согласие. Таким образом, программа хорошо описывает не только локальный всплеск энерговыделения при самоходе, но и удаленные эффекты.

Т а б л и ц а 1. Начальное и конечное положение стержней ЛАР при непрерывном извлечении стержня 34—27

Координаты стержней ЛАР	Глубина погружения, м		
	Начальная	Конечная	
		Расчет	Эксперимент
62—31	2,7	2,5	2,7
62—45	2,9	3,1	2,7
46—15	1,7	2,3	2,3
46—31	2,5	4,3	4,0
46—45	2,3	2,3	2,5
46—61	2,5	2,5	2,5
32—15	1,4	4,6	4,4
32—31	2,0	2,0	2,0
32—45	2,6	3,8	3,4
32—61	2,7	2,7	2,5
16—31	2,4	3,6	3,7
16—45	2,3	2,3	2,3

Был проведен обсчет ступенчатого извлечения стержня 56—31. В этом опыте при извлечении стержня на глубину 3 м был получен предупредительный сигнал на датчике аварийной защиты по мощности в канале АР-2. Датчик, расположенный в ячейке 60—30 увеличил свое показание в 1,3 раза. В расчете предупредительный сигнал был получен, когда стержень извлечен до глубины 3,6 м, при этом ток в ячейке 60—30 превысил свое начальное значение в 1,4 раза. Таким образом, согласие также неплохое, что позволяет с достаточной достоверностью относиться к результатам расчетов, приведенным ниже.

Были выполнены расчетные исследования самоходов на одном из фактических состояний 3-го блока ЧАЭС.

Расчеты показали, что величины выбегов энерговыделения зависят от нескольких факторов:

1) местонахождения самохода в активной зоне;

2) окружения стержня рабочими каналами;

3) удаленности самохода от стержней ЛАР—ЛАЗ и их датчиков.

Обычно в рабочем состоянии «свежие» ТВС находятся вблизи полностью погруженных стержней СУЗ. Поэтому максимумы энерговыделения наблюдаются на этих ТВС. Максимальное относительное увеличение мощности происходит на ТВС, расположенных в непосредственной близости вокруг самохода (на расстоянии шага решетки, равного 25 см). Компенсация реактивности осуществляется в основном близлежащими стержнями ЛАР—ЛАЗ. Разбалансы стержней ЛАР в одногрупповой методике получаются выше, чем в двухгрупповой, однако конечные положения стержней СУЗ отличаются незначительно. Как показали расчеты, в районе самохода стержня наблюдаются локальные всплески энерговыделения. Во всем остальном объеме реактора мощности каналов изменяются незначительно, что подтверждается разбалансами стержней ЛАР. Во всех выполненных расчетах система ЛАР поддерживает реактивность реактора в пределах $\pm 0{,}03\beta$. Скорость ввода реактивности не превышает $0{,}01\beta$/с. Изменение нейтронной мощности реактора поддерживается в пределах 0,2—3,0%.

По месту расположения самоходов относительно стержней ЛАР их можно разделить на три области:

1) центральная — стержни находятся во внутреннем кольце центральных ЛАР;

2) промежуточная — стержни находятся между внутренним и внешним кольцом ЛАР;

3) периферийная — стержни находятся между внешним кольцом ЛАР и боковым отражателем.

Для центральной и промежуточной областей характерно окружение самохода с четырех сторон стержнями ЛАР и ЛАЗ, которые участвуют в компенсации реактивности. Для этих областей относительное увеличение мощности ТВС, находящихся на расстоянии шага решетки от самохода, в среднем составляет 56%, а для ТВС с максимальным энерговыделением, достигающим значений 3,7—3,9 МВт, эта величина ~ 40%. Нужно отметить, что при самоходах в этих областях не происходит срабатывания аварийной защиты по превышению мощности (АЗМ). Объясняется это значительным удалением и блокировкой стержнями ЛАР боковых ионизационных камер, максимальный разбаланс на которых не превышает 4%. Максимальные линейные нагрузки увеличиваются в среднем на 40% и достигают 390—400 Вт/см.

Результаты расчетов показывают, что в периферийной области самоходы стержней могут приводить как к незначительным (~ 23%, стержень 14—47), так и к чувствительным выбегам энерговыделения (~ 90%, стержень 54—57). Стержень 14—47 находится рядом с датчиком зоны ЛАР (координаты датчика 14—50) и данный ЛАР буквально отслеживает его перемещение, погружаясь в активную зону. Поэтому выбег энерговыделения незначителен. Особый случай представляет самоход стержня 54—57, погруженный в исходном состоянии на глубину 580 см. В этом районе на стационарном уровне наблюдается горячее пятно — 2,7 МВт в канале 55—60.

При самоходе стержня в компенсации реактивности участвует в основном ближайшая зона ЛАР (46—61), а также зоны ЛАР с координатами 62—45, 46—45 (табл. 2). На рис. 3 показан фрагмент загрузки активной зоны и выгорания ТВС в районе стержня 54—57, а на рис. 4 — наблюдаемые локальные выбеги энерговыделения и тепловых нагрузок на твэлы. Энерговыделение в канале 55—60 достигает 5,0—5,3 МВт в зависимости от используемой программы, а максимальная линейная нагрузка на твэл 553—580 Вт/см. Относительное увеличение мощности на ТВС в непосредственной близости от самохода более 100%, а в канале 55—60 около 90%. Очевидно, что при проведении перегрузок топлива в районе стержня 54—57 образовалось «горячее» пятно, а его удаленность от датчиков и стержней ЛАР способствует значительным выбегам энерговы-

Таблица 2. Исходное и конечное положение стержней ЛАР—ЛАЗ при самоходе стержня 54—57

Параметры	62—45		46—45		46—61	
	ЛАР	ЛАЗ1	ЛАР	ЛАЗ1	ЛАР	ЛАЗ1
H, см:						
исходное	40	10	340	580	60	0
конечное	280	90	420	580	460	240
ΔH, см	240	80	80	0	400	240

55	56	57	60	6I
РР 0				РР 0
			2,4	
		РР 580		
АЗ 80		ДП		РР 0

а

55	56	57	60	6I
0	587	I44	887	0
I2I8	242	9I5	25	2226
970	683	0	67I	207
I746	208	527	944	272
0	55I	0	459	0

б

Р и с. 3. Картограммы загрузки (*а*), выгораний (*б*) в районе стержня 54—57 (МВт·сут/ТВС)

РР	Стержни СУЗ
АЗ	
ДП	Дополнительный поглотитель
	ТВС 2%
2,4	ТВС 2,4%

55	56	57	60	6I
0	27I 475	278 496	229 4I2	0
225 378	269 495	224 457	274 5I0	I50 267
2I6 367	222 438	0	2II 426	225 395
I76 275	228 393	I89 369	205 355	238 373
0	208 295	0	2I7 3I5	0

а

55	56	57	60	6I
0	29I 5I7	299 552	254 465	0
235 4I0	28I 584	245 5I5	298 580	I67 806
220 387	229 478	0	226 475	234 428
I85 304	238 423	I96 406	2I7 393	243 40I
0	2I4 350	0	228 349	0

б

Р и с. 4. Картограммы мощностей (в десятках киловатт) (*а*), максимальных линейных нагрузок (Вт/см) в районе стержня 54—57 (*б*). Верхнее значение—исходное состояние, нижнее—стержень извлечен

деления в этом районе. В процессе извлечения стержня максимум энерговыделения по высоте в канале 55—60 практически не смещается и находится в нижней половине активной зоны. Нейтронная мощность реактора увеличивается примерно на 2%, максимальная реактивность во время самохода составляет 0,036β. При расчете самоходов стержней СУЗ в периферийной области ни в одном случае не сработала АЗМ, что объясняется затенением датчиков БИК стержнями ЛАР. На одном из них, ближайшем к самоходу, могут наблюдаться разбалансы более 10% (по одногрупповой программе даже 30%), однако для срабатывания защиты этого недостаточно, так как на других разбалансы менее 10% или отрицательны.

По причине блокировки датчиков стержнями ЛАР также не срабатывает локальная аварийная защита. Так, например, разбалансы на датчиках стержней ЛАЗ1 могут достигать 20% (датчик находится между самоходом и стержнями ЛАР—ЛАЗ). В это же время разбалансы для стержня ЛАЗ2 отрицательны и составляют $-4 \div -5\%$ (датчик находится за стержнями ЛАР—ЛАЗ).

Для оценки эффективности системы ЛАР и АЗМ по снижению всплесков при самоходах были проведены расчеты самоходов некоторых стержней при отключенной ЛАР и АЗМ на состоянии 2-го блока САЭС. Максимальное значение всплеска мощности в соседнем канале получено при самоходе стержня 56—31. Мощность возросла в 6 раз по отношению к исходной. При работающих ЛАР и АЗМ характерная величина всплесков составляет порядка 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по извлечению стержней СУЗ на 2-м энергоблоке САЭС дает удовлетворительное согласие расчета и экспери-

мента. Таким образом, двумерная и трехмерная версии программы STEPAN хорошо описывают локальные всплески энерговыделения при самоходах стержней СУЗ. Выполненные с ее помощью расчетные исследования самоходов на фактическом состоянии 3-го энергоблока ЧАЭС с 12-зонной системой ЛАР—ЛАЗ показали, что величины максимумов энерговыделения в основном не превышают ~ 4,0 МВт, а максимальных линейных нагрузок ~ 400 Вт/см.

В то же время при самоходах периферийных стержней СУЗ, удаленных от датчиков и стержней ЛАР (например, стержень 54—57), максимальные линейные нагрузки на близлежащих ТВС могут достигать 553—580 Вт/см, а мощность канала 5,0—5,3 МВт, если рассматриваемый самоход относится к «засвеженной» области активной зоны. Кроме того, изучение самоходов периферийных стержней СУЗ показало, что превышение допустимого уровня мощности достигается, как правило, в одном из близлежащих каналов БИК и сигнал АЗМ не формируется (для его выработки необходимо соответствующее превышение в двух каналах БИК). Это, по существу, и приводит к возможным значительным локальным всплескам энерговыделения при самоходах периферийных стержней СУЗ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Краюшкин А.В., Кубарев А.В. и др. Моделирование начальной фазы аварии на 4-м энергоблоке ЧАЭС. — В кн.: ИБРАЭ. — М.: Наука, 1990.
2. Белл Д., Глесстон С. Теория ядерных реакторов. — М.: Атомиздат, 1974.
3. Халимончук В.А., Краюшкин А.В. ТРЕП — быстродействующая программа для исследования нестационарных режимов РБМК в трехмерной геометрии: Препринт КИЯИ-90-18. ИЯИ АН УССР, 1990. — 40 с.
4. Доллежаль А.Л., Емельянов И.Я. Канальный ядерный энергетический реактор. — М.: Атомиздат, 1980.

Статья поступила в редакцию
22 апреля 1991 г.
Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика ядерных реакторов, 1994, вып. 3, с. 51—57.

УДК 621.039.524

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЭНЕРГОВЫДЕЛЕНИЯ В КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

А.И. Попыкин, О.С. Фейнберг,
РНЦ «Курчатовский институт», 123182, Москва

Приводится описание методики расчета энерговыделения за счет γ-излучения в активной зоне ядерного реактора и вблизи нее. Метод основан на использовании широко распространенных программ WIMS-D4 и ANISN (или DOT) с откорректированной библиотекой DLC-23. В качестве примера рассматривается расчет энерговыделения внутри активной зоны реактора РБМК и на стенке бака биологической защиты. Метод довольно прост и дает хорошие результаты при сравнении с тестовыми вариантами.

THE CALCULATION OF THE ENERGY TRANSFER IN THE NUCLEAR REACTOR STRUCTURAL MATERIALS. A.I. POPYKIN, O.S. FEINBERG. The method of the heating energy calculations due to γ-ray transfer in the structural materials of the nuclear reactor is described. The method is based on the use of the wideknown codes — WIMS-D4 and ANISN (or DOT) with the corrected DLC-23 library. As an example the calculation of the heat energy distribution in the RBMK cell and in the biological shielding of the RBMK is given. The method is rather simple and gives a good results in the comparison with test figures.

При проектировании и эксплуатации ядерных реакторов часто встает вопрос об определении энерговыделения за счет γ-излучения. Внутри активной зоны оно дает незначительный вклад в общее энерговыделение, однако в значительной мере опре-

деляет энерговыделение в конструкционных материалах, особенно в органах компенсации реактивности и регулирования реактора. Вне активной зоны γ-излучение практически полностью определяет энерговыделение в различных материалах за счет первичных (из активной зоны) и вторичных захватных γ-квантов. Известно (см., например, [1]), что в конструкционных материалах активной зоны тепловое энерговыделение составляет около 5% всего энерговыделения реактора. Энерговыделение в топливных композициях связывается с количеством делений и описывается одной величиной, для теплового реактора ~ 200 МэВ/дел. Сразу можно указать случай, где эти величины требуют нового расчета — это петлевой эксперимент. Задача усложняется, если петля содержит делящийся материал.

Указанные выше параметры определяются в совместных $n+\gamma$-расчетах. Эти расчеты достаточно трудоемки и состоят как минимум из двух этапов. Вначале рассчитываются многогрупповые потоки нейтронов для конкретной загрузки и геометрии, а затем соответствующие функционалы используются в качестве источников γ-излучения для определения энерговыделения за счет этого типа излучения. Существует возможность решения задачи определения n- и γ-полей и функционалов от них в рамках одного расчета. Она основана на использовании программ ANISN (одномерный расчет) или DOT (двумерный расчет) с $n+\gamma$-библиотекой DLC 23 (CASK) [2]. При этом результат получается достаточно быстро, а вариант задается просто. Однако библиотека CASK предназначена для расчета потоков нейтронов и γ-квантов вдали от активной зоны реактора. В так называемых защитных задачах достаточно рассмотреть вопрос о переносе γ-излучения с единственным источником, который определяется быстрыми нейтронами активной зоны. Этим определяется структура библиотеки CASK в тепловой области энергий (две группы до $E = 1{,}12$ эВ). Использование столь грубой групповой структуры для определения потока нейтронов приведет к ошибке в определении источников γ-квантов. То же самое можно сказать о резонансной области. Возникает задача о создании проблемно ориентированной библиотеки $n+\gamma$-констант для определенного типа аппарата, например РБМК, которая могла бы быть использована для расчета энерговыделения от γ-излучения как в активной зоне, так и вне ее. Среди требований к такой библиотеке были бы учет анизотропии рассеяния и потока нейтронов в области высоких и промежуточных энергий, наличие способа расчета в резонансной области и достаточно подробное разбиение на группы в тепловой области для учета эффектов термализации. Если для расчетов использовать существующие версии программ типа ANISN и DOT, это потребует большого времени счета. Оно связано с наличием достаточно высокой анизотропии в индикатрисе и потоках во всех n- и γ-группах. Поэтому такую библиотеку следовало бы использовать с программами с изменяющимися параметрами анизотропии по геометрическим зонам и энергетическим группам.

На наш взгляд, есть более простой путь, состоящий в коррекции уже существующей библиотеки на основании других расчетов, уточняющий источник γ-квантов в тепловой и резонансной областях на основании расчетов по программе WIMS и вносящий изменения в библиотеку CASK на один или несколько расчетов. Другими словами, в задаче о переносе γ-квантов, которая решается для определения энерговыделения γ-излучения, нужно «поправить» источники γ-квантов, которыми являются реакции (n, γ) и (n, f), как в спектральной, так и в пространственной составляющих. Естественным требованием для такой коррекции является то, что она должна проводиться за время, сравнимое с решением основной $n+\gamma$-задачи. Конкретная реализация изложенного основана на использовании для коррекции программы WIMS.

Дальнейшее изложение методики проведем на примере ячейки РБМК. Созданный интерфейс WIMS—CASK позволяет после расчета ячейки РБМК по программе WIMS сформировать откорректированную в тепловой и эпитепловой областях энергий нейтронов библиотеку CASK, которая на последующих шагах расчета может быть исполь-

зована для определения энерговыделения на конструкциях РБМК внутри и вне активной зоны. Основная идея коррекции библиотеки CASK состоит в замене групповых сечений поглощения и деления в тепловой и резонансной областях библиотеки CASK на соответствующие сечения, полученные в результате детального расчета ячейки РБМК по программе WIMS. При этом в скорректированной библиотеке CASK могут быть получены сечения изотопов, усредненные по корректно рассчитанным потокам нейтронов в материалах ячейки РБМК и полностью учитывающие эффекты термализации и блокировку топлива. Основным допущением проводимой коррекции является предположение, что изменение полного сечения σ_t обусловлено только заменой σ_a, в то время как сечения межгрупповых переходов остаются неизменными. В библиотеке CASK перенос γ-квантов описывается совместно с переносом нейтронов. Первые 22 группы отведены для описания взаимодействия нейтронов с веществом, а последующие 18 групп — сечениям взаимодействия γ-квантов с веществом. Из нейтронной группы с номером i формируется источник в j-й γ-группе, нормированный на сечение поглощения в i-й нейтронной группе. При проведении коррекции библиотеки одновременно с изменением σ_a в i-й группе нейтронов проводится коррекция и источника в j-й γ-группе. Большое значение имеет тот факт, что с помощью описываемой процедуры коррекции библиотеки для каждого нуклида могут быть получены несколько наборов сечений, соответствующих различным смесям, в которые он входит. Все действия проделываются для нулевого момента индикатрисы рассеяния.

Прежде чем перейти к конкретным примерам применения изложенного подхода, отметим, что он является естественным при решении задач переноса нейтронов в широком интервале энергий. Исходя из специфики задачи (например, расчета реактора на тепловых нейтронах) принято довольно грубо описывать перенос нейтронов в области высоких энергий (выше порога деления ^{238}U), использовать упрощенные подходы для рассмотрения замедляющихся нейтронов и резонансного поглощения и, напротив, довольно подробно изучать тепловую область. С этой точки зрения определение энерговыделения за счет γ-излучения по характеру принципиально другая задача. В ней существенно описание области высоких и промежуточных энергий нейтронов с учетом анизотропии рассеяния, подробное рассмотрение неупругого рассеяния и применение таких же приближений для рассмотрения переноса γ-квантов. Уточнения же в области разрешенных резонансов и тепловых энергий можно рассматривать как поправки. Это пояснение того, что исходя из физической сути задачи наш подход наиболее естествен, в то время как рассмотрение задачи в $P3$ $S8$ приближении во всем энергетическом диапазоне представляется нецелесообразным. С точки зрения математического описания подобный подход является первой итерацией широко распространенного метода расщепления.

Перейдем к конкретным примерам расчетов. Откорректированная на основе расчета невыгоревшей рабочей ячейки РБМК библиотека CASK была использована при решении двух задач:

определения энерговыделения за счет нейтронов и γ-квантов в графитовом замедлителе внутри ячейки РБМК;

определения энерговыделения на боковых конструкциях за пределами активной зоны РБМК.

Материалы и геометрические характеристики ячейки и биологической защиты РБМК приведены в [3].

В обоих случаях по программе ANISN (одномерная цилиндрическая геометрия) решалась задача на нахождение $K_{эф}$ в $P3$ $S8$ приближении. В результате расчета были получены распределения энерговыделений за счет нейтронов и γ-квантов по радиусу ячейки для первой задачи и по радиусу активной зоны и боковых конструкций для второй задачи. Значения $K_{эф}$, полученные по программе ANISN, сравнивались с полу-

ченными по программе WIMS. Аналогичное сравнение было проведено для тепловых потоков и для интегральных по различным зонам поглощений и делений в различных энергетических группах. Результаты сравнения интегральных суммарных по всем группам и тепловых характеристик для невыгоревшей ячейки РБМК приводятся в табл. 1.

Таблица 1. Интегральные нейтронно-физические характеристики ячейки РБМК, полученные по программам ANISN и WIMS. Нормировка на единичное поглощение в ячейке

Зона	$(\nu\Sigma_f\Phi V)$		$(\Sigma_a\Phi V)$		$(\Phi V)_{th}$		$(\Sigma_a\Phi V)_{th}$	
	ANISN	WIMS	ANISN	WIMS	ANISN	WIMS	ANISN	WIMS
1. Гомогенизированная топливная зона	1,258	1,243	0,957	0,958	7,45	7,4	0,633	0,654
2. Zr-труба	0	0	0,0288	0,0288	1,99	1,92	0,0135	0,0135
3. Графитовый замедлитель	0	0	0,0122	0,0124	58,5	55,7	0,0114	0,0114

Аналогичное сравнение было проведено и для интегральных характеристик конструкций вне активной зоны. Отличие в значениях $K_{эф}$ как в первой, так и во второй задачах лежит в пределах 1%. Такое расхождение может быть объяснено в основном двумя факторами: некоторым несовпадением границ энергетических групп в библиотеках CASK и WIMS, а также наличием рассеяния вверх в программе WIMS. Обе коррекции можно провести, но они с точки зрения решаемой задачи нецелесообразны. Максимальное отличие внутригруппового поглощения и потоков нейтронов составляет 15% и наблюдается в 16-й расчетной группе библиотеки CASK, наиболее отличающейся по интервалу от группы библиотеки программы WIMS, по которой осуществляется коррекция. В программной реализации предусмотрено задание такого учета. Проведенное сравнение расчетов с использованием неоткорректированной библиотеки CASK и библиотеки программы WIMS показывает значительные расхождения в тепловой и резонансной областях и величине $K_{эф}$, которые, как было показано, в значительной степени устраняются процедурой коррекции.

Для первой из указанных задач кроме распределения энерговыделения по радиусу ячейки определялось интегральное значение энерговыделения за счет нейтронов и γ-квантов по графитовому кирпичу. Для свежей загрузки топлива были получены следующие значения: интегральное по объему энерговыделение в графитовом кирпиче по отношению к энерговыделению в канале составляет 5,1%, из них 3,45% — энерговыделение за счет первичных и вторичных γ-квантов, а 1,63% — энерговыделение, связанное с замедлением нейтронов. Эти значения близки к ранее полученным результатам.

Таким образом, сравнение результатов показывает, что предлагаемый подход дает правильные известные результаты. Достаточно быстрое получение результата и простота задания исходных данных делают его в ряде случаев предпочтительным. Например, достаточно легко организуется расчет энерговыделения в процессе выгорания.

Для второй задачи проводилось сравнение энерговыделения, полученного по программе ANISN с библиотекой CASK и с откорректированной библиотекой. Результаты сравнения приведены в табл. 2.

Как отмечалось ранее, основной вклад в энерговыделение на конструкциях за пределами активной зоны будут вносить γ-кванты. Характерной особенностью реактора РБМК является наличие графитового отражателя толщиной 1 м. Поток нейтронов в отражателе на расстоянии 60 см от активной зоны является на 98% тепловым, поэтому существенную роль начинает играть правильный учет скорости поглощения тепловых нейтронов как источника γ-квантов. В соответствии с ранее сказанным коррекция се-

Таблица 2. Энерговыделение за счет γ-излучения в конструкциях вне активной зоны РБМК, полученное по программе ANISN+CASK. Нормировка на один нейтрон, поглощенный в системе

Зона	Радиус расчетного интервала, см	Энерговыделение, Вт/см$^3 \cdot 10^{-8}$	
		ANISN+CASK без коррекции	ANISN+CASK с коррекцией
Отражатель	200	7,56	5,44
	210	3,96	2,93
	221	2,01	1,57
	235	1,02	0,853
	245	0,676	0,598
	250	0,575	0,529
	269	0,493	0,547
	280	0,696	0,829
Кожух	310,5	1,43	1,73
	311	1,51	1,82
	311,5	1,57	1,91
Внутренняя стенка бака	439,5	8,64	11,01
	440	7,72	11
	442	6,21	8,3
Вода	454	0,555	0,745
	470	0,229	0,302
	480	0,136	0,178
	500	0,0642	0,0836
	556	0,0022	0,00287
Внешняя стенка бака	557	0,0161	0,0211
	558	0,0134	0,0176
	559	0,0116	0,0152

чений в тепловой и резонансной областях библиотеки CASK приводит к коррекции энерговыделения за счет γ-квантов во всех конструкциях, находящихся за пределами активной зоны и отражателя. Конкретное значение коррекции определяется близостью конструкции к активной зоне, толщиной стальных стенок, рабочими температурами материалов. В частности, для внутренней стенки бака биологической защиты коррекция приводит к увеличению энерговыделения в 1,4 раза. Приведенный пример демонстрирует тот факт, что в некоторых случаях коррекция библиотеки CASK требуется и при решении чисто «защитных» задач.

Приведенный подход и его программная реализация позволяют проводить расчеты энерговыделения для тепловых реакторов как внутри активной зоны, так и вне ее с использованием одного типа библиотеки, откорректированной с учетом особенностей спектра рассматриваемого реактора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крамеров А.Я., Шевелев Я.В. Инженерные расчеты ядерных реакторов. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
2. CASK. 40 Groups Coupled Neutron and Gamma-Ray Cross Section Data. RSIC Data Library DLC-23, 1973.
3. Доллежаль Н.А., Емельянов И.А. Канальный ядерный энергетический реактор. — М.: Атомиздат, 1980.

Статья поступила в редакцию
31 марта 1992 г.

Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика ядерных реакторов, 1994, вып. 3, с. 57—61.

УДК 621.039.5

МЕТОДИКА ОПЕРАТИВНОЙ ОЦЕНКИ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА НЕЙТРОНОВ НА КОРПУСЕ ВВЭР-440

А.Н. Хмылев,

РНЦ «Курчатовский институт», 123182, Москва

Рассматривается способ оперативной оценки плотности потока быстрых нейтронов на корпусе ВВЭР-440, основанный на расчете вкладов периферийных кассет в рассматриваемый функционал. Приводятся значения вкладов периферийных кассет для случаев стандартной загрузки активной зоны и загрузки с кассетами-экранами на периферии активной зоны.

PROMPT EVALUATION OF NEUTRON FLUX DENSITY AT THE WWER-440 PRESSURE VESSEL. A.N. KHMILIOV. The method of prompt evaluation of fast neutron flux density at the WWER-440 pressure vessel is described. This method is based on calculation of periphery assemblies contributions to the considered functional. The numerical values of the periphery assemblies contributions are given both for standart core and for core with shielding assemblies at periphery.

Рассматриваемая методика разработана в связи с расчетами флюенса повреждающих нейтронов на корпусе ВВЭР-440. Для определения флюенса необходимо рассчитывать плотность потока нейтронов (ППН) на корпусе для каждой очередной кампании, что требует проведения каждый раз двух двумерных и одного одномерного расчетов поля нейтронов [1]. Такие расчеты требуют больших вычислительных затрат. Предлагаемая приближенная методика основана на использовании теории возмущений. Проводится расчет базового варианта, определяются вклады кассет активной зоны в ППН на корпусе, и затем с помощью этих вкладов определяется ППН для каждой новой загрузки, т.е. для каждого нового распределения источников быстрых нейтронов в активной зоне.

Для вывода расчетных формул запишем прямое и сопряженное уравнения переноса в операторной форме:

$$L\varphi_q(\vec{x}) = q(\vec{x}), \tag{1}$$

$$L^+\varphi_p^+(\vec{x}) = p(\vec{x}). \tag{2}$$

В (1), (2) $\vec{x}$ — совокупность всех переменных. Умножив (1) на $\varphi_p^+(\vec{x})$ и (2) на $\varphi_q(\vec{x})$ и вычтя затем (2) из (1), получим в силу сопряженности операторов L, L^+ известное соотношение

$$\int q(\vec{x})\,\varphi_p^+(\vec{x})\,d\vec{x} = \int p(\vec{x})\,\varphi_q(\vec{x})\,d\vec{x}. \tag{3}$$

Правая часть (3) представляет собой обычный функционал (обозначим его через F) от решения уравнения (1). Как мы уже говорили, решение уравнения (1) довольно трудоемкая задача, поэтому, чтобы упростить вычислительный процесс при изменении $q(\vec{x})$ (например при изменении загрузки реактора), можно прибегнуть к вычислению функционала F, используя для этого левую часть равенства (3). В этом случае необходимо лишь однажды решить для данного типа реактора уравнение (2) и затем при изменении $q(\vec{x})$ просто вычислять функционал F, используя готовое решение $\varphi_p^+(\vec{x})$. При решении уравнения (2) на ЭВМ получаемая функция $\varphi_p^+(\vec{x})$ для последующего компактного хранения на магнитных носителях обычно интегрируется по всем угловым переменным и необходимому энергетическому интервалу. Таким образом, на магнитном носителе функция φ_p^+ есть функция лишь двух переменных r и θ, поскольку решение получается в результате решения (2) в радиально-азимутальной r,θ-геометрии. Так как задача решается конечно-разностным методом, то в результате мы имеем сеточную функцию $\varphi_p^+(i,j)$, где i — номер интервала по r, j — номер интервала по θ.

В представлении $q(\vec{x})$ и $\varphi_p^+(\vec{x})$ в виде сеточных функций, проинтегрированных по угловым переменным и энергии, левую часть (3) можно представить в виде суммы

$$F = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} q(i,j)\, \varphi_p^+(i,j), \tag{4}$$

где I — последний номер интервала по r в пределах активной зоны, зависящий от j; J — максимальный номер интервала по θ; $q(i,j)$ — сеточная функция источников нейтронов деления.

Рассмотрим функцию $p(\vec{x})$. В проблеме радиационной стойкости корпуса в настоящее время рассматривается ППН с энергией более 0,5 МэВ на внутренней поверхности корпуса реактора. Поэтому $p(\vec{x})$ есть функция четырех переменных E, r, θ, $\vec{\Omega}$. $p(\vec{x}) = 1$ для $E > 0{,}5$ МэВ, для всех угловых переменных $\vec{\Omega}$, для интервала по r на корпусе, ближайшего к активной зоне, и для интервала по θ, соответствующему максимуму ППН в азимутальном распределении на корпусе; для остальных значений E, r, θ $p(\vec{x}) = 0$. Для описанной $p(\vec{x})$ F соответствует максимуму ППН с $E > 0{,}5$ МэВ на корпусе реактора. Если изменить пределы суммирования в (4) по i и j на начальные и конечные значения для какой-либо кассеты k, то получим вклад этой кассеты F_k в интересующий нас функционал:

$$F_k = \sum_{i=I_b}^{I_e} \sum_{j=J_b}^{J_e} q(i,j)\, \varphi_p^+(i,j), \tag{5}$$

где I_b, I_e — начальные и конечные номера интервалов разностной сетки по r; J_b, J_e — начальные и конечные номера интервалов разностной сетки по θ.

В практике расчетов флюенса нейтронов в качестве распределения среднего за кампанию источника обычно используется распределение приращения выгорания топлива по кассетам с учетом среднего числа нейтронов деления в этих кассетах, т.е. рассчитывается покассетное, а не поячеечное распределение источников. В этом случае в пределах каждой кассеты k значение источника постоянно и равно q_k. С учетом этого (5) перепишется в виде

$$F_k = q_k \sum_{i=I_b}^{I_e} \sum_{j=J_b}^{J_e} \varphi_p^+(i,j). \tag{6}$$

Выражение (6) можно также представить в виде

$$F_k = q_k \cdot V_k, \tag{7}$$

где

$$V_k = \sum_{i=I_b}^{I_e} \sum_{j=J_b}^{J_e} \varphi_p^+(i,j) \tag{8}$$

есть вклад кассеты k в рассматриваемый функционал для $q_k = 1$.

Для равномерно распределенного по активной зоне источника ($q(i,j) = 1$ для всех i, j) рассматриваемый функционал обозначим через A, в этом случае выражение (4) перепишется в виде

$$A = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \varphi_p^+(i,j). \tag{9}$$

Значения $\varepsilon_k = V_k / A$ назовем относительными вкладами кассет в рассматриваемый функционал для $q_k = 1$.

С учетом покассетного распределения источников и выражений (5)—(7) соотношение (4) можно переписать следующим образом:

$$F = \sum_{k=1}^{M} q_k \cdot V_k, \tag{10}$$

где M — полное число кассет, входящих в угол симметрии при расчете переноса в радиально-азимутальной геометрии.

Выражение (10) используем в приближенной оценке изменения ППН на корпусе реактора при изменении загрузки активной зоны. Пусть имеется некоторая базовая загрузка, для которой известны $F = F_{баз}$ и ППН $= \varphi_{баз}$. Тогда новое значение ППН на корпусе $\varphi_{нов}$ можно определить через $F_{нов}$ по следующей формуле:

$$\varphi_{нов} = \varphi_{баз} \left(\frac{F_{нов}}{F_{баз}} \right), \tag{11}$$

где

$$F_{нов} = \sum_{k=1}^{M} q_k^{нов} \cdot V_k. \tag{12}$$

Разделив в (11) $F_{нов}$ и $F_{баз}$ на A, данное в (9), запишем (11) с использованием ε_k:

$$\varphi_{нов} = \varphi_{баз} \frac{\sum_{k=1}^{M} q_k^{нов} \cdot \varepsilon_k}{\sum_{k=1}^{M} q_k^{баз} \cdot \varepsilon_k}. \tag{13}$$

Использование ε_k в расчетной формуле дает представление о величине вклада данной кассеты в искомый функционал.

С учетом возможного изменения мощности реактора формулу (13) можно записать следующим образом:

$$\varphi_{нов} = \varphi_{баз} \frac{W_{нов}}{W_{баз}} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{M} q_k^{нов} \cdot \varepsilon_k}{\sum_{k=1}^{M} q_k^{баз} \cdot \varepsilon_k}, \tag{14}$$

где $W_{нов}$ — новое значение мощности реактора, $W_{баз}$ — значение мощности реактора, соответствующее базовому расчету.

Следует отметить, что основной вклад (до ~ 99%) в ППН на корпусе реактора вносят периферийные кассеты. С учетом этого в формуле (14) суммирование можно проводить лишь по N периферийным кассетам, вносящим основной вклад:

$$\varphi_{\text{нов}} = \varphi_{\text{баз}} \frac{W_{\text{нов}}}{W_{\text{баз}}} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{N} q_k^{\text{нов}} \cdot \varepsilon_k}{\sum_{k=1}^{N} q_k^{\text{баз}} \cdot \varepsilon_k}. \qquad (15)$$

В табл. 1 приведены значения ε_k для периферийных кассет в случае стандартной загрузки активной зоны ВВЭР-440, в табл. 2 — в случае загрузки ВВЭР-440 с кассетами-экранами на периферии активной зоны. Используемая в таблицах нумерация кассет соответствует общепринятой нумерации для сектора симметрии 30°.

Таблица 1. Значение относительных вкладов ε_k периферийных кассет в плотность потока нейтронов с энергией $E > 0{,}55$ МэВ на внутренней поверхности корпуса реактора для $\theta = 30°$ при стандартной загрузке активной зоны ВВЭР-440

Номер кассеты k	Вклад кассеты ε_k, %
19	0,15
26	0,55
31	1,72
34	4,40
35	11,85
3о	5,58
37	25,30

Таблица 2. Значение относительных вкладов ε_k периферийных кассет в плотность потока нейтронов с энергией $E > 0{,}55$ МэВ на внутренней поверхности корпуса реактора для $\theta = 13°$ при загрузке активной зоны ВВЭР-440 с кассетами-экранами на периферии

Номер кассеты k	Вклад кассеты ε_k, %
10	5,40
18	7,87
24	6,38
25	42,84
29	3,31
30	21,21
32	1,02
33	4,50
34	0,90

Решения уравнений (1) и (2) проводились по программе DOT [2] с использованием системы констант CASK [3]. Следует также отметить, что приведенные в табл. 1 и 2 значения ε_k для $E > 0{,}55$ МэВ обусловлены лишь групповым разбиением по энергии в системе констант CASK.

Проиллюстрируем применимость предлагаемой методики на примере оценки ППН с $E > 0{,}55$ МэВ на корпусе реактора В-230 II блока Кольской АЭС со стандартной загрузкой. Источник по кассетам был усреднен по четвертой и пятой загрузкам с весом их длительностей. Оценку проведем с использованием формулы (10). В табл. 3 приведены значения V_k и q_k для периферийных кассет. Значения q_k представляют собой произведение относительного выгорания топлива на среднее число нейтронов деления в данной кассете, зависящее от выгорания топлива. Поэтому для получения реального

Таблица 3. Значения вкладов кассет с единичным источником (V_k) в ППН с $E > 0{,}55$ МэВ для точки на корпусе с $r = 178{,}7$ см и $\theta = 30°$, а также средние значения источников (q_k) в этих кассетах

k	V_k	q_k
19	0,00026	1,475
26	0,000994	2,032
31	0,00309	2,462
34	0,0079	2,741
35	0,0213	1,535
36	0,00502	2,276
37	0,0455	1,811

значения ППН по формуле (10) необходим нормировочный множитель, учитывающий реальные значения источников нейтронов, а также площадь разностной ячейки в зоне корпуса, для которой определяется ППН.

Число нейтронов деления, летящих с 1/12 части активной зоны в r,θ-геометрии (30-градусный сектор симметрии), определяется из соотношения

$$SRT = W_p \cdot \bar{\nu}/12 \cdot H \cdot \varepsilon \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}, \tag{16}$$

где W_p — тепловая мощность реактора; $\bar{\nu}$ — число нейтронов на один акт деления, среднее по реактору; H — высота активной зоны. Для мощности ВВЭР-440, равной 1375 МВт, и с учетом $\bar{\nu}$ для четвертой и пятой загрузок II блока Кольской АЭС

$$SRT = 3{,}9 \cdot 10^{16} \text{ нейтр./с}. \tag{17}$$

Площадь источника $S = 5{,}44 \cdot 10^3$ см^2. Высота источника (в r,θ-геометрии) 1 см. Среднее значение q_k по активной зоне равно $\bar{\nu}$, в связи с чем среднюю плотность источников деления, равную SRT/S, мы должны для сохранения нормировки еще разделить на $\bar{\nu}$. Тогда коэффициент нормировки $K_{\text{ист}}$, отвечающий за реальное распределение источников нейтронов деления, равен

$$K_{\text{ист}} = \frac{SRT}{S \cdot \bar{\nu}} = \frac{W_p}{12 \cdot V \cdot \varepsilon}, \tag{18}$$

где $V = H \cdot S$, в базовом расчете $\bar{\nu} = 2{,}611$. Тогда $K_{\text{ист}} = 2{,}75 \cdot 10^{12}$ нейтр./(см$^3 \cdot$с) — множитель, учитывающий площадь разностной ячейки, где определяется ППН,

$$K_{\text{яч}} = \frac{1}{S_{\text{яч}}},$$

где $S_{\text{яч}} = 2{,}18$ см^2 — площадь разностной ячейки (в базовом расчете $r_{\text{внутр}} = 178$ см, $r_{\text{внешн}} = 179{,}4$ см, $\Delta\theta = \pi/360$).

Общий нормировочный множитель $K_{\text{норм}}$ для расчета по формуле (10) равен

$$K_{\text{норм}} = K_{\text{ист}} \cdot K_{\text{яч}} = 1{,}26 \cdot 10^{12}, \tag{19}$$

тогда

$$\varphi\,(E > 0{,}55 \text{ МэВ},\ r = 178{,}7 \text{ см},\ \theta = 30°) = K_{\text{норм}} \cdot \sum_{k=1}^{N} q_k \cdot V_k. \tag{20}$$

Подставляя в (20) данные табл. 3, получим

$$\varphi\,(E > 0{,}55 \text{ МэВ},\ r = 178{,}7 \text{ см},\ \theta = 30°) = 1{,}99 \cdot 10^{11} \text{ нейтр./(см}^2 \cdot \text{с)},$$

в то время как в прямом расчете это значение ППН равно $2{,}00 \cdot 10^{11}$ нейтр./(см$^2 \cdot$с). Как видим, согласие довольно хорошее.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Brodkin E.B., Khrustalev A.V., Kozhevnikov A.N. Determination of characteristics of the neutron field affecting the WWER reactor vessel. — In: Proc. 6-th Intern. Conf. Radiation Shielding. CONF-830538. — Tokyo, 1983, vol. 2, p. 1055—1060.
2. Rhoades W.A., Mynatt F.R. The DOT-III Two-Dimensional Discrete Ordinates Transport Code. ORNL-TM-4280, 1973.
3. CASK, 40 Groups Coupled Neutron and Gamma Ray Cross-Section Data. RSIC Data Library. DLC-23, 1973.

Статья поступила в редакцию
26 апреля 1991 г.
Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика ядерных реакторов, 1994, вып. 3, с. 62—67.

УДК 621.039

АЛГОРИТМЫ ПОИСКА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗОН

М.И. Гуревич,
РНЦ «Курчатовский институт», 123182, Москва

В работе описываются некоторые алгоритмы ускорения работы комбинаторных геометрических модулей, являющихся важной составной частью программ расчета потоков частиц методом Монте-Карло. Детально разбирается проблема определения соседней зоны, как самая времяемкая часть модуля. Анализируются также и способы подавления ошибок, связанных с конечной точностью вычислений.

ALGORITHMS OF GEOMETRICAL ZONES SEARCH. M.I. GUREVICH. Some computer speed increase technique for the combinatorial geometry modules are described. This modules are one of the main parts of the Monte-Carlo codes for particle transport calculations. The neighbour zone definition problem is analyzed attentively because of its time-intensity. Minimizing error caused by limited computation accuracy is discussed too.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных частей пакета программ для расчета переноса излучения методом Монте-Карло [1—3] является геометрический модуль. В работе рассматриваются основные функции геометрических модулей, их реализация — наиболее сложная и времяемкая часть геометрических модулей.

Изложение ведется применительно к комбинаторному способу описания геометрии. Как известно, существуют способы описания геометрии комбинаторным образом: с помощью тел [2—4] или с помощью поверхностей или форм [5]. В [4] показана полная эквивалентность этих подходов. В работе используется метод тел.

Описываемые алгоритмы были реализованы в геометрических модулях SCG и NCG, входящих в пакет программ для расчета переноса излучения методом Монте-Карло MCU-3.

2. ТЕРМИНОЛОГИЯ

Под областью всегда будет пониматься замкнутое подмножество трехмерного пространства F с липшицевой границей [6], обладающее следующим свойством: пересечение области с любой прямой либо пусто, либо состоит из конечного числа конечных или бесконечных отрезков. Связность от области не требуется. Под дополнением к F, обозначаемым F', понимается множество точек, не лежащих внутри F.

В методе Монте-Карло моделируется движение и взаимодействие с веществом нейтронов и фотонов в некоторой области трехмерного пространства. Если целиком моделируется какая-либо инженерная конструкция, то эта область, очевидно, ограничена.

Метод Монте-Карло также используется для расчета переноса излучения в полиячейках, т.е. неограниченных областях. Полиячейка образована из конечного набора ограниченных ячеек, повторенного бесконечное число раз [7]. Таким образом, и в этом случае моделирование проводится в конечной области.

В обоих случаях ограниченная область, в которой проводится моделирование, будет называться контейнером и обозначаться буквой K. Если рассматривается полиячейка, K есть фундаментальная область некоторой дискретной группы [8].

K представляется объединением конечного числа областей $K = Z_1 \cup Z_2 \cup \ldots \cup Z_{MZ}$, причем для любой пары индексов $0 < i < j \le MZ$ пересечение $Z_i \cap Z_j$ не имеет внутренних точек. Из этого, в частности, следует, что объем пересечения $Z_i \cap Z_j$ равен нулю. В дальнейшем подмножества Z_i будут называться зонами.

Для любой области F через ∂F обозначается ее граница, так что граница контейнера обозначается ∂K. ∂K также разбита на отдельные куски, называемые граничными поверхностями: $\partial K = \partial K_1 \cup \ldots \cup \partial K_{NT}$. Пересечение двух различных граничных поверхностей имеет нулевую площадь.

Разбиение контейнера на зоны и границы контейнера на граничные поверхности является пространственной дискретизацией, т.е. в пределах одной зоны или одной граничной поверхности все свойства считаются одинаковыми. Точно так же на любой граничной поверхности граничное условие считается одинаковым.

Считается, что граница каждой зоны также разбита на несколько граничных поверхностей. Для зоны Z они обозначаются ∂Z_1, ∂Z_2, ... Число этих поверхностей зависит от конкретной зоны. Для любой точки границы однозначно определена поверхность, содержащая эту точку.

Далее в качестве пояснения описывается реализация этих понятий в одноуровневой геометрии.

При описании любой геометрической системы задается конечное число тел, каждое из которых характеризуется типом и параметрами. Например, тип тела — параллелепипед (*BOX*), а параметры — координаты одной из вершин R и векторы трех исходящих из нее ребер $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3$. В SCG и NCG все тела выпуклы [9]. Тело рассматривается вместе со своими граничными точками. Граница тела T, обозначаемая ∂T, разбивается на отдельные куски, называемые гранями и обозначаемые ∂T_i. Если название тела имеет индекс, то индекс грани самый последний, например, ∂T_{K2} — вторая грань тела T_K.

Разбиение на грани определяется типом тела. Грань не обязательно плоская. Каждая точка границы относится к одной и только одной грани. Например, прямой круговой вертикально ориентированный цилиндр *RCZ* имеет грани: нижнее основание, верхнее основание, боковая поверхность, причем окружности пересечений боковой поверхности и оснований относятся к основаниям. Термами называются области вида

$$K = T_1^{s(1)} \cap T_2^{s(2)} \cap \ldots \cap T_k^{s(k)}, \quad k > 0, \tag{1}$$

где $s(i)$ может принимать значение «пусто», что означает само тело, или «апостроф», что означает дополнение тела.

Зона определяется как объединение одного или нескольких термов:

$$Z = K_1 \cup K_2 \cup \ldots \cup K_m, \quad m > 0. \tag{2}$$

Важно отметить, что при таком определении любой терм и любая зона являются областью в вышеописанном смысле.

В данной работе описываются алгоритмы, работающие при построении траекторий не с зонами, а с термами. Работа с термами в чем-то проще, так как конструкция терма проще. Однако нельзя говорить о разбиении контейнера на термы, так как пересечение двух различных термов может иметь не пустую внутренность. Отсюда следует, что частица, покидая один терм, может сразу оказаться внутри другого.

Имеется два способа введения граничных поверхностей термов. Оба они основаны на легко проверяемом положении: любая точка границы области K, определенной выражением (1), является граничной точкой хотя бы для одного из тел T_i $(1 \le i \le k)$.

В первом способе, называемом в дальнейшем способ T, граничными поверхностями терма K служат поверхности, определяющие терм тел $T_1, T_2, ..., T_k$. K имеет k граничных поверхностей. j-я граничная поверхность есть множество точек, принадлежащих ∂T_j и не принадлежащих $\partial T_1, \partial T_2, ..., \partial T_{j-1}$.

Во втором способе, далее именуемом способ Г, граничными поверхностями K служат грани тел $T_1, T_2, ..., T_k$.

Пусть T_j имеет $L(j)$ граней $\partial T_{j1}, \partial T_{j2}, ..., \partial T_{jL(j)}$. По определению при $m < n$ $\partial T_{jm} \cap \partial T_{jn}$ пусто. K имеет $L(1) + L(2) + ... + L(k)$ граничных поверхностей, обозначаемых ∂K_{jm}, $0 < j \le k$, $0 < m \le L(j)$. ∂K_{jm} определяется как множество точек, принадлежащих ∂T_{jm} и не принадлежащих ∂T_{jn} при $i < j$.

В первом и во втором способах некоторые граничные поверхности могут быть пустыми.

3. ОСНОВНЫЕ ФУНКЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДУЛЯ

3.1. Работа с зонами. Геометрический модуль служит для моделирования свободного полета нейтральных частиц, осуществляемого по отрезкам прямых линий. Началом служит точка $\vec{x}$, которая характеризуется одной из следующих возможностей:

— точка рождения новой частицы;

— точка рассеяния частицы на ядре;

— точка отражения или точка, полученная в результате применения какого-либо элемента симметрии.

Для конечной точки отрезка $\vec{X}$ существует две возможности:

— точка взаимодействия (столкновения) частицы с ядрами;

— точка выхода частицы на границу контейнера.

Пересечение $[\vec{x}, \vec{X}]$ с зонами разбивает его на набор отрезков.

Удобно ввести следующие обозначения: $\vec{u}$ — вектор единичной длины, коллинеарный $\vec{X} - \vec{x}$; r_i — расстояние от $\vec{x}$ до конца i-го отрезка пересечения с зонами; $r_0 = 0$; r_M — расстояние от $\vec{x}$ до $\vec{X}$. Тогда i-й отрезок пересечения с зонами есть $[\vec{x} + r_{i-1}\vec{u}, \vec{x} + r_i\vec{u}]$ и имеется M отрезков. Каждый из них лежит в одной зоне, которую будем обозначать $z(i)$. Естественно, может быть, что $z(i) = z(j)$ для некоторых $i < j$, так как выпуклость зон нигде не постулируется.

Задачей геометрического модуля и является по заданным ему на входе величинам $\vec{x}$ и $\vec{u}$ рассчитывать r_i и $z(i)$. В тех случаях, когда размеры контейнера значительно превосходят средний пробег частиц, используется следующая схема.

Пусть $r_1, r_2, ..., r_{i-1}$ вычислены. Геометрический модуль определяет $z(i)$ — зону, куда входит частица, пройдя r_{i-1}. Далее определяется R — точка выхода из $z(i)$. Возможно, R есть точка выхода из контейнера: $\vec{x} + R\vec{u} \in \partial K$. Затем проверяется, не должно ли произойти столкновение на отрезке $[\vec{x} + r_{i-1}\vec{u}, \vec{x} + r_i\vec{u}]$. Если да, то $M = i$ и $r_i = r_M$ берется как расстояние от $\vec{x}$ до точки столкновения. В противном случае $r_i = R$. Если $\vec{x} + R\vec{u} \in \partial K$, то $M = i$, и эта точка есть последняя точка $\vec{X}$.

Вопрос о том, как определяется точка столкновения, в данной работе не рассматривается. Таким образом, остается три задачи:

— по точке $\vec{x}$ определить начальную зону, т.е. $z(0)$;

— зная $\vec{x}$, $\vec{u}$, r_{i-1}, $z(i-1)$, определить $z(i)$ — следующую зону;

— зная $\vec{x}$, $\vec{u}$, r_{i-1}, $z(i)$, определить R — точку выхода из $z(i)$.

Если $\vec{x}$ лежит на границе двух зон, например, на границе контейнера, то во избежание неоднозначности будем считать, что $z(0)$ — это зона, в которую входят точки $\vec{x} + \varepsilon\vec{u}$ для малых $\varepsilon > 0$.

3.2. Работа с термами. Если при моделировании основными областями являются не зоны, а термы, как это делается в программах MORSE, SCG и NCG, то необходимы некоторые уточнения, связанные с тем, что интервал с ненулевой вероятностью может принадлежать двум термам сразу.

Так же, как при работе с зонами, вводится параметризация отрезка: $[\vec{x}, \vec{X}] = \{\vec{x} + r\vec{u}: 0 \le r \le R\}$ и последовательность термов $K(1), K(2), \ldots, K(M)$, так, что для любого i из $[1, M]$ отрезок $f([r_{i-1}, r_i])$ лежит в $K(i)$, где $f(r) = \vec{x} + \vec{u}r$.

Так как каждый терм принадлежит ровно одной зоне, то, если указанные две последовательности построены, сразу же оказывается построенной последовательность зон $z(1), z(2), \ldots, z(M)$ и $f([r_{i-1}, r_i])$ лежит в $z(i)$.

Последовательности строятся так, что если $K(i)$ и r_{i-1} известны, то r_i есть точка выхода отрезка из $K(i)$, т.е.

$$r_i = \sup\{r > r_{i-1}: f([r_{i-1}, r_i]) \subset K(i)\}. \tag{3}$$

Это соотношение определяет алгоритм определения $\{r_i\}$, $i > 0$.

Введем следующие обозначения. Пусть имеется тело T, а также фиксируется некоторое r. Положим $L = L_r$ есть луч $\{\vec{x} + t\vec{u}, t \ge r\}$. Если L не пересекается с T, то по определению $S'(T, r) = +\infty$, $S(T, r) = -\infty$. В противном случае S' и S есть входная и выходная точки луча в тело:

$$S'(T, r) = \inf\{t \ge r: f(t) \in T\},\ S(T, r) = \inf\{t \ge S': f(t) \notin T\}. \tag{4}$$

Ясно, что в случае конечности S' и S выполнено $S' \le S$. Пусть теперь K определено формулой (1) и $K = K(j)$. Обозначим $S_i = S(T_i, r_{j-1})$, $S_i' = S'(T_i, r_{j-1})$. Очевидно, что

$$\begin{aligned} &\text{если } s(i) = \text{<пусто>, то } S_i' \le r_{i-1},\ S_i > r_{i-1}, \\ &\text{если } s(i) = \text{<>, то } S_i' \ge r_{i-1}. \end{aligned} \tag{5}$$

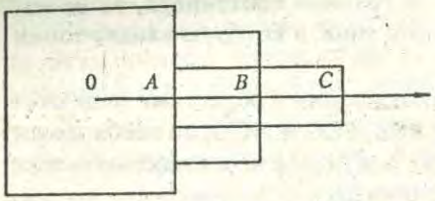
Легко понять, что в этом случае

$$r_i = \inf_{1 \le i \le k}\left(S_i^{s(i)}\right). \tag{6}$$

В комбинаторном модуле для каждого типа тела имеется программный блок, позволяющий по параметрам тела и параметрам произвольной прямой определять ее точки пересечения с поверхностью данного тела. Наличие таких блоков позволяет вычислять значения $S'(T, r)$ и $S(T, r)$. Тогда (6) дает эффективный способ вычисления r_i по $\vec{x}$, $\vec{u}$, $K(i)$ и r_{i-1}. Получение r_i по $K(i)$ и r_{i-1} будет в дальнейшем называться задачей ВЫХОД.

Задача определения $K(1)$ по $\vec{x}$ и $K(i+1)$ по $\vec{x}$, $\vec{u}$ и r_i в качестве составной части включает следующую задачу: проверить, содержит ли терм K отрезок $[f(r), f(r+\varepsilon)]$ для достаточно малого ε. Эту задачу в дальнейшем будем называть задачей ПРОВЕРКА. Пренебрегая проблемой точности вычислений, можно сказать, что если K определено (1) и $r = r_i$, то задача ПРОВЕРКА дает положительный ответ тогда и только тогда, когда для всех i

$$\begin{aligned} &\text{если } s(i) = \text{<пусто>, то } S_i' = r_i \text{ и } S_i > r_i, \\ &\text{если } s(i) = \text{<>, то } S \le 0 \text{ или } r_i < S_i' \le S_i. \end{aligned} \qquad (i = 1, 2, \ldots, k) \tag{7}$$



Р и с. 1. Иллюстрация зависимости $\{K(i)\}$ от порядка перебора

Таким образом, задача ПРОВЕРКА также может быть решена в комбинаторной геометрии достаточно эффективно.

Теперь можно предложить самый простой алгоритм.

Для определения $K(1)$ производится перебор решений задачи ПРОВЕРКА для всех термов системы и $r = 0$. Первый терм, дающий положительный результат, будет считаться $K(1)$. Аналогично определяется $K(i + 1)$ с помощью перебора всех термов и решения задачи ПРОВЕРКА для $r = r_i$. Если перебор делается в одном и том же порядке, то последовательность r_i строится однозначно. Однако алгоритм полного перебора в фиксированном порядке крайне неэффективен. Действительно, если луч входит в терм, который в этом упорядочении имеет большой номер, то пройдет много ненужных решений задачи ПРОВЕРКА, прежде чем $K(i + 1)$ будет определена.

В завершение раздела проиллюстрируем, что получаемая последовательность r_i и $K(i)$ зависят от порядка перебора. На рис. 1 имеется зона, образованная объединением терма горизонтальный прямоугольник и терма вертикальный прямоугольник. Луч выходит из терма квадрат. Если при переборе вертикальный прямоугольник выбирается раньше горизонтального прямоугольника, то очевидно, что $r_1 = 0A$, $r_2 = 0B$, $r_3 = 0C$, $K(1) =$ <квадрат>, $K(2) =$ <вертикальный>, $K(3) =$ <горизонтальный>. В противном случае $r_1 = 0A$, $r_2 = 0C$, $K(1) =$ <квадрат>, $K(2) =$ <горизонтальный>.

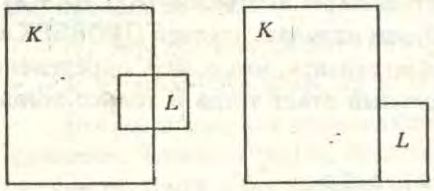
Неоднозначность не играет большой роли, так как интерес представляет не последовательность $K(i)$, а определяемая ей последовательность $z(i)$, а также те точки r_i, которые лежат на границах зон. Эти величины определяются однозначно.

4. УСКОРЕНИЕ ПОИСКА

Как уже видно из предыдущего, основным источником замедления работы является задача определения $K(i + 1)$, так как в задаче определения r_i работа ведется только с одним термом. Поэтому в работе обсуждаются только методы ускорения определения $K(i + 1)$ для $i > 0$. В разд. 4 предполагается, что вычисления ведутся с бесконечной точностью в арифметике действительных чисел. Влияние ошибок округления и соответствующие алгоритмы будут описаны в разд. 5.

4.1. Алгоритм со списком примыкающих термов. Описываемый ниже алгоритм был предложен в [2]. В SCG он используется практически без изменений, хотя программная реализация совсем иная. В NCG в алгоритм вводятся некоторые коррекции. Этот алгоритм основан на оптимизации перебора термов при проверке с помощью задачи ПРОВЕРКА.

В предыдущем разделе говорилось, что однозначность построения $\{r_i\}$, $\{K(i)\}$ не обязательна, поэтому можно в каждом акте определения $K(i + 1)$ использовать свой порядок перебора термов.



Р и с. 2. Возможные виды примыкания терма L к терму K

Будем говорить, что терм L примыкает к терму K, если $\partial K \cap L$ имеет ненулевую площадь. Это возможно как в случае, когда L и K имеют общие внутренние точки, так и в случае общего куска границы. Рис. 2 иллюстрирует обе возможности.

Аналогично скажем, что L примыкает к граничной поверхности ∂K_j, если пересечение ∂K_j и L имеют ненулевую площадь.

В реальной конструкции почти ко всем граничным поверхностям, даже определяемым по способу Т, примыкают один—три терма.

При решении задачи ВЫХОД автоматически вычисляется номер граничной поверхности, которой принадлежит точка выхода. Это совершенно очевидно при использовании способа Т. Для использования способа Г нужно предположить, что в случае $S' > r_{i-1}$ определяется грань точки входа в тело, а в случае $S > r_{i-1}$ — грань точки выхода из тела. При разумном определении граней эти дополнительные требования почти не влияют на быстродействие.

Ясно, что при определении $K(i+1)$ перебор следует вести только среди термов, примыкающих к граничной поверхности, через которую луч выходит из терма $K(i)$. Однако при задании геометрии определить, какие термы примыкают к какой граничной поверхности, очень трудно. Поэтому в [2] был предложен алгоритм, называемый процессом обучения. Он состоит в следующем. Для каждой граничной поверхности образуется список примыкающих термов. В начале работы все списки пусты. Кроме того, считается, что имеется упорядочение всех термов.

Предположим, что при выходе луча через граничную поверхность $\partial K(i)_j$ соответствующий список пуст. Тогда перебираются все термы по порядку, пока задача ПРОВЕРКА не даст положительный результат. Обозначим этот терм L_1. Он помещается в список, который теперь содержит один элемент. $K(i+1)$ определяется как L_1. Информация о примыкающих термах увеличилась, поэтому процесс назван обучением.

Рассмотрим теперь случай, когда список был не пуст и содержал термы $L_1, L_2, \ldots, L_p$. Тогда с помощью задачи ПРОВЕРКА изучается L_1. Если ответ отрицательный, то проверяется L_2 и так далее. Если ответ положительный на терме L_q, $q \le p$, то процесс проверки прекращается и $K(i+1)$ определяется как L_q. В этом случае уже полученной информации о примыкающих термах оказывается достаточно. Если для всех термов $L_1, L_2, \ldots, L_p$ задача ПРОВЕРКА дает отрицательный результат, то снова начинают по порядку перебираться все термы. Первый терм, на который ответ задачи ПРОВЕРКА положительный, называется L_{p+1} и помещается в список, который теперь содержит $p+1$ членов. $K(i+1)$ определяется как L_{p+1}. Произошло обучение.

Постепенно все примыкающие термы попадут в списки. Переборы будут вестись практически только по относительно коротким спискам, без длинного перебора по всем термам. Может существовать терм L, примыкающий к ∂K_j так, что вероятность перехода из K в L через ∂K_j очень мала, например, потому, что очень мала площадь $\partial K_j \cap L$. В этом случае L может очень долго не попадать в список примыкающих термов граничной поверхности ∂K_j. Однако это никак не связано с эффективностью алгоритма. Дело в том, что важно не то, чтобы к фиксированному моменту времени все списки были полностью заполнены, а то, что для любой граничной поверхности ∂K_j и примыкающему к нему терму L только один раз производится поиск по всем термам.

К описанному алгоритму полезно сделать несколько замечаний.

4.1.1. В описанном алгоритме один и тот же терм для одного и того же луча может проверяться дважды: один раз, когда он выбирается из списка, а другой раз при полном переборе. Это не следует считать большим недостатком по следующим причинам.

При выборке из списка и при выборке из полного набора термов задача ПРОВЕРКА получит совершенно идентичные (с точностью до бита) параметры. Таким образом, невозможно, чтобы один и тот же терм попал в один и тот же список дважды.

Единственное, что дало бы исключение повторных проверок, это экономия времени. Однако после обучения полных переборов нет, так что эта экономия не существенна.

4.1.2. При включении в список нового элемента его можно было бы каждый раз переупорядочивать, однако это представляется излишним, так как почти все списки короткие.

4.1.3. Пополнение списков пересекающих термов идет довольно случайным образом, заранее неизвестно, какой длины будет каждый список. Поэтому естественно использовать технику списков со ссылками [10], которая позволяет строить много списков в одном массиве памяти.

В силу наличия очень эффективно оптимизирующих компиляторов на весьма разнообразном наборе ЭВМ и операционных систем геометрические модули SCG и NCG создавались на языке Фортран-77 [11]. В этом языке нет специальных средств для создания списков, однако благодаря специфике структур, необходимых для ускорения поиска термов, оказалось вполне удобным использовать массивы целых чисел.

4.1.4. Если поле памяти, отведенное под списки обучения, оказывается недостаточно велико, то это не приводит в SCG и NCG к останову программы, просто прекращается пополнение списков. Термы, не попавшие в списки, будут определяться прямым перебором. Произойдет замедление работы, но траектории будут моделироваться правильно.

4.1.5. В версиях SCG, так же как в геометрическом модуле MORSE, при использовании списков примыкающих термов граничные поверхности определяются по способу Т. В NCG используется способ Г. Кажется, что способ Г всегда лучше, так как в нем граница терма разбита на более мелкие граничные поверхности,и следует ожидать, что к каждой из них примыкает меньше термов. Фактически при способе Т несколько граничных поверхностей способа Г объединены в одну, так что и их списки примыкающих термов также объединяются в один — перебор по списку удлиняется. Однако легко привести ряд соображений в пользу способа Т.

Общее число термов, примыкающих к данному, не зависит от разбивки границы на отдельные поверхности. Так что общее количество элементов в списках в обоих способах одинаково. Число же указателей на списке при описании терма равно числу граничных поверхностей, и расход памяти при способе Г больше.

Очень часто встречаются термы, у которых фактически все выходы частиц из них происходят через одну границу. Примером может служить высокий и тонкий цилиндр. Так как, вероятнее всего, обучение начнется с частицы, вылетающей через боковую грань, то соответствующий примыкающий терм окажется первым в списке. Потери на перебор происходят при вылете частицы через основания, но это настолько редкое событие, что замедлением можно пренебречь. Так что способ Т не будет для этого терма хуже способа Г.

В случае сложных зон часто встречаются ситуации, когда тело используется при описании терма, но лишь одна из граней этого тела содержит точки границы этого терма. Примером может служить плита с несколькими сквозными отверстиями. Она описывается в виде $K = R \cap C'_1 \cap C'_2 \cap \ldots \cap C'_k$, где R — прямоугольный параллелепипед, а C_i — цилиндр. Очевидно, что любое основание любого цилиндра не входит в границу K. При использовании способа Г списки, связанные с этими основаниями, всегда будут пустыми, так что указатели внутри описания терма есть бессмысленный расход памяти.

4.2. Таблицы примыкающих термов. Терм будет называться отмеченным, если к каждой граничной поверхности примыкает не более одного терма. Естественно, что свойство быть помеченным зависит от способа разбиения границы на граничные поверхности. При способе Т число помеченных термов значительно меньше, чем при способе Г. Поэтому в настоящем подразделе будет предполагаться способ Г.

Предположим, что $K(i)$ — помеченный терм, используется алгоритм со списками примыкающих термов и процесс обучения уже завершен. В этом случае при вылете частицы из $K(i)$ задача ПРОВЕРКА будет решаться только один раз. Однако при пра-

вильной работе программы задачу ПРОВЕРКА вообще не надо решать, так как она всегда должна давать положительный ответ. Следовательно, если известно, что $K(i)$ — помеченный терм, то после завершения процесса обучения $K(i+1)$ может определяться просто выборкой из таблицы, индексированной номерами граничных поверхностей $K(i)$. Это экономит не только время, но и память.

В SCG и NCG пользователь во входных данных отмечает зоны, для термов которых будет применяться способ с таблицей примыкающих термов. Все термы подобных зон должны обладать свойствами помеченности. Длины таблиц легко рассчитать в процессе ввода. Будем говорить, что таблицы состоят из ячеек.

В SCG пользователь при вводе может сам задать все или некоторые значения в таблицах. Остальные ячейки первоначально заняты нулями и устанавливаются в процессе обучения. Процесс обучения, так же как в п. 4.1, основан на прямом переборе всех термов и решении для них задачи ПРОВЕРКА.

Сделаем несколько замечаний.

4.2.1. Главное различие между алгоритмом со списками примыкающих термов и алгоритмом с таблицами состоит в следующем. В первом случае независимо от стадии обучения перед тем, как программа объявляет данный терм текущим, происходит проверка, действительно ли луч входит в данный терм, т.е. задача ВЫХОД решается для данного терма после задачи ПРОВЕРКА, можно сказать, что это задача с обязательной проверкой вхождения в терм.

Напротив, если все термы отмечены и используются алгоритмы с таблицами, то после процесса обучения задача ПРОВЕРКА вообще не решается, можно сказать, что это алгоритм без проверки вхождения.

4.2.2. При занесении данных в ячейки таблиц в процессе ввода возможны ошибки пользователя. Так как алгоритм не предусматривает проверку вхождения в терм, то возможно, что $K(i)$ и r_i будут вычислены правильно, но $K(i+1)$ окажется неверным: $f(r_i+\varepsilon)$ не принадлежит $K(i+1)$. При решении задачи ВЫХОД для $K(i+1)$ в качестве побочного эффекта определяется этот факт. В этом случае запускается алгоритм реконструкции таблиц, состоящий в следующем.

Происходит сдвиг на полшага назад, т.е. к состоянию, когда частица покидает $K(i)$ в точке r_i. Далее запускается перебор всех термов и решение для них задачи ПРОВЕРКА, найденный терм K заносится в соответствующую текущей граничной поверхности ячейку таблицы, затирая старые значения. $K(i+1)$ полагается равным K, и далее программа работает обычным способом.

4.2.3. Не следует преувеличивать ускорение работы при замене алгоритма со списками на алгоритм с таблицами. Это связано с одним важным приемом ускорения работы геометрических модулей, впервые использованным, насколько известно автору, в [2].

Самая времяемкая операция — это расчет точек пересечения луча с определенным телом, в самых внутренних циклах. Для ее ускорения в описании каждого тела резервируется пять ячеек. Все лучи, т.е. $\{f(t): t \geq 0\}$, с которыми программа имеет дело, нумеруются. Первая из зарезервированных ячеек содержит номер последнего луча, пересечение которого с данным телом вычислялось. В следующих четырех располагаются расстояния от начала луча до входа и выхода из тела, а также номера граней точек входа и выхода. Программный блок вычисления пересечения луча с телом вначале проверяет, не был ли для этих луча и тела расчет уже проведен. Если да, то результаты просто берутся из этих ячеек.

Сравним выход частицы из помеченного терма $K(i)$, вход $K(i+1)$ и поиск выхода из $K(i+1)$, проводимые по алгоритму со списками и по алгоритму с таблицами. Система уже обучена.

В первом случае решается задача ВЫХОД для $K(i)$, затем ПРОВЕРКА для $K(i+1)$ и ВЫХОД для $K(i+1)$. Несложный анализ алгоритмов показывает, что так

как задача ПРОВЕРКА дает положительный ответ, то были проведены вычисления точек пересечения данного луча со всеми телами, образующими $K(i+1)$. При решении задачи ВЫХОД новых вычислений проводится не будет.

Во втором случае сначала решается задача ВЫХОД для $K(i)$, а потом задача ВЫХОД для $K(i+1)$. Опять несложный анализ показывает, что к моменту завершения задачи ВЫХОД для $K(i+1)$ вычислены пересечения луча со всеми телами, образующими терм $K(i+1)$.

Таким образом, число вычислений пересечений луча с телами в обоих случаях одинаково. Первый случай проигрывает второму только на время работы «внешнего обрамления» задачи ПРОВЕРКА.

Эксперименты показывают, что при полном переходе на алгоритм с таблицами максимальный выигрыш быстродействия был в два раза. Этот выигрыш относится ко времени работы только геометрического модуля, задача в целом ускоряется значительно меньше. Кроме того, ускорение в два раза было получено на специально подобранных конфигурациях

4.2.4. Наконец, следует рассмотреть последствия ошибочного объявления терма отмеченным. Пусть это сделано с термом K. Для простоты будем считать, что у K одна граничная поверхность, например, K — шар. Пусть к ∂K примыкают два терма L_1 и L_2.

Допустим, вначале частица, выйдя из K, попала в L_1. Этот терм будет занесен в таблицу. Пока частицы, выходящие из K, по-прежнему будут попадать в L_1, все будет развиваться наилучшим образом.

Если частица, покинув K, попадет в L_2, задача ВЫХОД будет решаться для терма L_1 вместо L_2. При этом диагностируется ошибка и будет запущен алгоритм реконструкции. Будет найден терм L_2, он займет место L_1 в таблице, но произойдет перебор всех термов.

Далее опять, пока частицы, вылетая из K, попадают в L_2, все идет хорошо, но как только частица попадает в L_1, снова придется перебрать все термы. Самый худший случай, это когда L_1 и L_2 меняют друг друга каждый раз, что, конечно, маловероятно. Однако если вероятность попасть из K в L_1 равна вероятности попасть в L_2, то смена L_1 на L_2 или L_2 на L_1 будет происходить в половине случаев. Если в среднем при поиске перебираются $N/2$ термов, где N — общее число термов, то при каждом выходе частицы из K в среднем перебирается $N/4$ термов, что очень много.

Точно такая же ситуация возникает и при более сложных K. В любом случае неправильная пометка термов не приводит к ошибочному построению траекторий, но значительно замедляет расчет.

Таким образом, ошибочная пометка зон приводит к значительному замедлению счета, ошибочный пропуск пометки — к незначительному замедлению счета и неопытным пользователям лучше работать вообще без пометок зон.

4.2.5. В модуле NCG предусмотрена возможность автоматического перехода с алгоритма с использованием таблиц на алгоритм с использованием списков.

При вводе помеченных термов производится резервирование места под списки так же, как для непомеченных термов. Кроме того, заводится счетчик реконструкций таблиц. Пользователь определяет критическое значение этого счетчика, по умолчанию оно равно 100.

Пока счетчик не достиг критического значения, работа идет так же, как в SCG, а счетчик увеличивается при каждом запуске алгоритма реконструкции. Когда счетчик достигает критического значения, любая реконструкция терма приводит к его переделке в непомеченный терм. Информация, уже полученная в процессе обучения, учитывается.

5. ОШИБКИ ОКРУГЛЕНИЯ

Ранее изложение велось так, как будто ЭВМ проводит расчеты с бесконечной точностью. Только в идеале можно говорить, например, что объем пересечения двух зон всегда нулевой, за счет ошибок округления это может быть и не так. Как хорошо известно [12], ошибки округления могут значительно исказить результаты даже на таких простейших операциях.

В данном разделе разбирается влияние ошибки округления на определение следующей зоны.

5.1. Предварительные замечания. 5.1.1. Метод Монте-Карло представляет собой усреднение оценок по большому числу траекторий. Поэтому ошибка мало скажется на результате, если она происходит достаточно редко. В крайнем случае можно просто оборвать траекторию.

Даже при очень долгом счете оценки функционалов по методу Монте-Карло редко получаются с большей точностью, чем 0,1%. Поэтому относительные ошибки в оценке по одной траектории порядка 0,0001 вообще следует игнорировать.

5.1.2. При проектировании блоков реакции на ошибки геометрического модуля следует руководствоваться принципом, всегда используемым при проектировании операционных систем: экономить надо средние расходы на обработку ошибок, т.е. можно допустить сложный и длинный алгоритм обработки очень мало вероятного события. В то же время совершенно недопустим аварийный останов расчета. Любой ценой задача должна «выкарабкаться».

5.1.3. Ошибки округления в геометрическом модуле комбинаторного типа возникают только при вычислении пересечения луча с телами. Все прочие операции сходятся либо к сравнению результатов этих вычислений друг с другом, либо к целочисленным манипуляциям, поэтому можно с хорошей степенью точности считать, что других источников ошибок нет.

Вычисления пересечений для разных лучей совершенно независимы. Нет даже соответствия между уровнем погрешности вычислений точек пересечения разных лучей с одним и тем же телом, так как они сильно зависят от угла между лучом и нормалью к поверхности в точке пересечения. Поэтому при анализе погрешностей следует рассматривать отдельные лучи, причем в большинстве случаев — только один луч без всякой связи с другими.

Результаты расчета точки пересечения луча с одним и тем же телом всегда одинаковы с одними и теми же погрешностями в силу детерминированности ЭВМ.

5.2. Комбинаторная геометрия на одном луче. Будем рассматривать один луч $L = \{\vec{x} + \vec{u}t\}$. Пересечение тела T_j с L есть замкнутый отрезок. Дополнению T_j' соответствует замыкание отрезка до луча. Если терм K определен формулой (1), то пересечение K с L определено той же формулой, в которой T_j заменено на отрезок $T_j \cap L$, а T'_j — замыкание дополнения такого отрезка. В силу дистрибутивности операций объединения и пересечения то же самое относится и к зонам. В этом рассуждении не совсем корректно рассматривается точка $t = 0$, но начало луча не играет в дальнейшем роли.

Параметр t служит естественной координатой на L и поэтому можно писать «в точке t», имея в виду $f(t)$.

Под a_j и b_j будут пониматься начало и конец отрезка $L \cap T_j$. Так как эти числа получаются в результате приближенных вычислений, они содержат погрешность.

Важно подчеркнуть, что источник всех погрешностей состоит именно в замене отрезков $T_j \cap L$ на приближенные значения $[a_j, b_j]$. Далее все комбинаторные манипуляции делаются с $[a_j, b_j]$ и делаются точно. Если бы $[a_j, b_j]$ точно соответствовали $T_j \cap L$, то погрешностей в вычислениях не было бы.

Неточность в определении a_j, b_j естественно приводит к неточности расчета r_i. Как уже отмечалось, с точки зрения накопления статистики эта неточность мало значима. Важна лишь возможность нарушения логики работы, описанная ниже.

Будем обозначать через $\Lambda(Z)$, где Z — некоторая зона, соответственно приближенное представление $L \cap Z$, получаемое при выполнении соответствующих комбинаторных операций над $[a_j, b_j]$, вместо $L \cap T_j$. Точно так же введем обозначение $\Lambda(K)$ для терма K. В этих обозначениях $[a_j, b_j] = \Lambda(T_j)$.

Пусть T есть точка выхода L из контейнера, $\mu(U)$ — лебегова мера $U \subset L$. Так как все рассматриваемые подмножества L состоят из конечного числа отрезков, $\mu(U)$ — это просто сумма длин этих отрезков. По определению при $i < j$

$$0 = \mu(L \cap Z_i \cap L \cap Z_j),\ T = \mu(L \cap Z_1 \cup L \cap Z_2 \cup \ldots L \cap Z_{MZ}).$$

Однако при замене $L \cap Z_i$ на ΛZ_i любое из этих равенств может не быть выполнено. Таким образом, следует рассмотреть два типа ошибок, связанных с погрешностями вычислений.

5.2.1. Непустое пересечение зон. Предположим, что для некоторых $i < j$ $\mu_{ij} = \mu(\Lambda Z_i \cap \Lambda Z_j) > 0$. Заметим, что поскольку погрешности вычислений все-таки не очень велики, то μ_{ij} также мало. Пусть отрезок I лежит в $\Lambda Z_i \cap \Lambda Z_j$. Его длина меньше μ_{ij}. Поэтому то, к какой зоне он будет отнесен, мало повлияет на результат. В то же время наличие таких отрезков не может остановить алгоритм построения последовательностей r_i и $K(i)$, описанный в предыдущем разделе.

Действительно, алгоритм работает не с зонами, а с термами, термы могут иметь пересечения ненулевого объема, и алгоритм рассчитан на наличие отрезков, принадлежащих одновременно двум термам. При точных вычислениях функция $Z(t)$, равная номеру зоны, включающей точку t, однозначна почти всюду. Неточность вычислений приводит лишь к неоднозначности $Z(t)$ на множестве не нулевой, но очень малой меры. Поэтому ошибки этого рода не требуют никаких особых мер подавления.

5.2.2. Наличие пустоты. Предположим, что $T > \mu(L \cap Z_1 \cup L \cap Z_2 \cup \ldots L \cap Z_{MZ})$. В этом случае на отрезке $[0, T]$ имеются промежутки, не принадлежащие ни к какой зоне, а значит, и ни к какому терму. Будем назвать такие промежутки интервалами неопределенности. Пусть (c, d) — интервал неопределенности с наименьшим значением координат левого конца.

Предположим, работает алгоритм построения последовательностей r_i и $K(i)$, описанный в разд. 4. Так как точка c лежит на границе терма и не входит во внутренность никакого терма, то для некоторого индекса $i > 0$ окажется $r_i = c$. Далее начнет работать алгоритм поиска следующего терма $K(i + 1)$. Однако по предположению об интервале (c, d) задача ПРОВЕРКА для любого терма системы даст отрицательный ответ. Такая ситуация в описанном алгоритме просто не предусмотрена, а выбрасывать задачу, как уже указывалось, недопустимо.

Если бы события, описанные в предыдущем абзаце, были крайне редки, то можно было бы просто аварийно оборвать моделируемую траекторию. Однако эти ситуации встречаются довольно часто. Маловероятно, что сумма длин интервалов неопределенности составляет значительную долю T, а вероятность наличия интервалов неопределенности $(0, T)$ велика.

Следует отметить, что рассматриваемая проблема возникает не при любом «стыке» термов. Предположим, луч покидает зону, описанную как $P_1 \cap T$, и попадает в терм $P_2 \cap T'$, где P_1 и P_2 — некоторые пересечения тел и дополнения тел. Предположим, что при этом луч проходит через поверхность T, отрезок пересечения T с L достаточно велик. Если $T \cap L = [A, B]$, то истинная точка пересечения есть B. В результате по-

грешностей вычисления $\Lambda T = [a, b]$ и $b \neq B$. Однако значение b используется как при вычислении $\Lambda(P_1 \cap T)$, так и при вычислении $\Lambda(P_2 \cap T)$. Поэтому погрешности вычислений просто изменят значения точки стыка двух термов (B на b), но интервал неопределенности не возникнет.

При использовании метода тел часто встречается другой тип примыкания термов, который проще всего проиллюстрировать следующей картиной.

Предполагается, что $ABCD$ и $PQXY$ это два тела. Их общая граница есть CD. Однако пересечения луча с CD и PQ проводятся независимо. Более того, они могут проводиться по разным формулам, например, расчет пересечения ведется в системе координат, связанной с телом. В этом случае погрешности вычисления могут приводить к тому, что точки пересечения луча с CD и PQ будут вычислены по-разному. Обозначим эти точки как b_1 и a_2. Если $a_2 < b_1$, то возникает случай, описанный в п 5.2.1. Он не представляет затруднений. Если же $a_2 > b_1$, то возникает интервал неопределенности. Вход в отрезок неопределенности в дальнейшем будет называться потерей зоны.

5.3. Размазывание границы зон. Предположим, отвлекаясь от вопросов эффективной программной реализации, что мы можем заменить каждый терм K_j на его замкнутую ε окрестность $K_j(\varepsilon)$, т.е. $\{x \in K: \exists\, y \in K_j: \rho(x, y) \leq \varepsilon\}$, где ρ — евклидово расстояние. В этом случае любые два терма, которые имеют общую границу, заменяются на термы с ненулевым пересечением. Обращаясь к рис. 4, связанному с ним пояснению, можно сказать, что a_2 уменьшается по крайней мере на ε и, следовательно, будет $a_2 < b_1$.

Однако подобная процедура естественно создает пересечения зон с непустыми объемами, т.е. увеличивает неопределенность построения последовательностей r_i и $K(i)$, $Z(i)$. Отметим, что если $Z_i \cap Z_j$ имеет ненулевой объем, то это не создает явных преимуществ ни для одной из них: для некоторых лучей общая часть будет относится к Z_i, для других к Z_j. Поэтому можно говорить о размазывании границ зон.

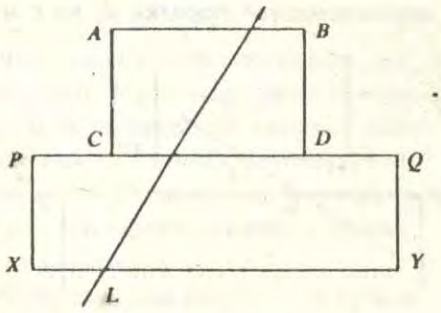
Алгоритмы, связанные с идеей размазывания границ, строятся несколько иначе. Дело в том, что геометрия множества $K(\varepsilon)$ может быть сложнее, чем K, поэтому манипуляции с такими множествами привели бы к значительной потере эффективности. В то же время на одном луче все множества состоят из конечного числа отрезков и замена терма на его замкнутую ε окрестность не представляет труда (совершенно очевидно, что $(L \cap K)(\varepsilon)$ и $L \cap K(\varepsilon)$ — это разные множества $(L \cap K)(\varepsilon) \subset L \cap K(\varepsilon)$).

Кроме того, поскольку расчеты в системе представления чисел с плавающей точкой [12] сохраняют, скорее, относительную погрешность, чем абсолютную, то степень размывания должна увеличиваться по мере удаления от начала луча.

Опишем алгоритмы, реализованные в геометрических модулях SCG [3] и NCG. Вводится функция размазывания $\delta(t) = \max(\varepsilon_0, \varepsilon_0 t)$, где ε_0 — параметр, задаваемый при генерации, t — координата на луче.

Даже при точных вычислениях точки d, принадлежащей множеству ∂U, но обладающей тем свойством, что для малых h, $f(d, d + h)$ не принадлежит U, будет трактоваться не лежащей в U. Этим снимается неоднозначность принадлежности граничной точки.

Для описания алгоритма достаточно сформулировать правила построения функции принадлежности $\Delta(t, T)$, которая равна единице, если точка t (точнее, $f(t)$) считается принадлежащей телу T, и нулю в противном случае. $\Lambda T = [a, b]$.



Р и с. 3. Расщепление поверхности раздела на поверхность CD и поверхность PQ

$\Delta(t, T) = 1$ тогда и только тогда, когда выполнены неравенства $t < b$, $t + \delta(t) \geq a$.

В алгоритме, как видно из определения $\Delta(t, T)$, границы размазываются в одну сторону — в сторону уменьшения t, это не играет большой роли, а сделано только для убыстрения алгоритма.

5.4. Алгоритм адаптации. Наличие размазывания границ зон резко сокращает число аварийных обрывов траектории. При расчетах ячеек и полиячеек тепловых реакторов с водяным замедлителем на ЭВМ с 24-битной мантиссой и $\varepsilon_0 = 2^{-12}$ вероятность потерять зону при моделировании 1 траектории $P_{\text{ПТ}}$ оказывается примерно равной 0,0005, что приемлемо для грубых оценок.

Обозначим вероятность потерять зону на одном прямолинейном отрезке траектории через $P_{\text{ПО}}$. Если предположить, что $P_{\text{ПО}}$ не зависит от возраста частицы, и обозначить через η случайное число прямолинейных отрезков на одной траектории, то имеем

$$P_{\text{ПТ}} = \mathbf{M}\left(1 - (1 - P_{\text{ПО}})^{\eta}\right),$$

где M — символ математического ожидания. Для достаточно малых $P_{\text{ПО}}$ имеет место приближенное соотношение

$$P_{\text{ПТ}} = N_0 P_{\text{ПО}}, \text{ где } N_0 = \mathbf{M}\,\eta,$$

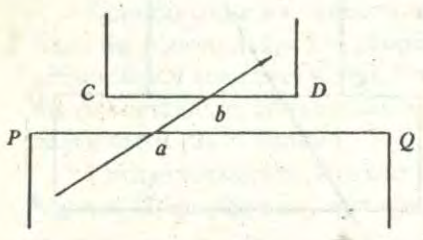
причем погрешность последнего соотношения есть $O(P_{\text{ПО}}^2)$. Таким образом, расчет водяных ячеек дает $P_{\text{ПО}} \simeq 0{,}00002$, так как для них $N_0 \simeq 25$.

Рассмотрим теперь ячейки ректоров с графитовым или тяжеловодным замедлителем. Для них $N_0 \simeq 150$. Таким образом, если считать геометрию (а значит, и $P_{\text{ПО}}$) эквивалентной по характеристикам геометрии легководяных ячеек, получаем оценку $P_{\text{ПТ}} \simeq 0{,}003$.

Это совершено недопустимо, так как одна из 300 траекторий выбраковывается. Ввиду вышесказанного прежде всего в целях обеспечения расчетов ячеек с графитовым и тяжеловодным замедлителем был разработан новый алгоритм борьбы с потерей зоны, называемый адаптационным алгоритмом.

Сначала рассмотрим, почему размазывание границ не уничтожает интервалов неопределенности полностью. Рис. 4, являющийся уточнением рис. 3, поясняет эту причину.

За счет погрешностей вычислений между поверхностями CD и PQ образуется щель. Можно считать, что не бессмысленно для тел с фиксированной пространственной ориентацией типа RCZ или RPP [3], что ширина щели всегда постоянна и равна d. Тогда длина интервала неопределенности есть d/ζ, ζ — косинус угла между направлением и нормалью к поверхности. Таким образом, хотя, как правило, длина интервала неопределенности порядка d, но с малой вероятностью могут встречаться как угодно большие длины. (Для изотропного потока случайная величина d/ζ имеет среднее $2d$, а дисперсия бесконечна. Вероятность того, что $d/\zeta > d_k$, где $d_k > d$, есть $(d/d_k)^2$.)



Р и с. 4. Появление интервала неопределенности (a, b)

Увеличение размывания границ, т.е. величин ε_0, для всех траекторий нежелательно, так как уменьшается точность вычислений, что скажется на оценках вычисляемых функционалов, поэтому в модулях SCG и NCG включен так называемый адаптационный алгоритм.

В определении функции $\delta(t)$ ε_0 является не константой, а переменной. При генерации задаются две константы $\varepsilon_{0н}$ и $\varepsilon_{0к}$. В начале моделирования каждого прямолинейного отрезка траектории ε_0 устанавливается равным $\varepsilon_{0н}$. Пока не возникнет ситуация потери зоны, ε_0 не изменяется, но когда она возникает, включается алгоритм уменьшения точности на данном отрезке. Допустим, это произошло после выхода из терма $K(i)$. ε_0 заменяется на $2\varepsilon_0$. Если ε_0 превышает $\varepsilon_{0к}$, происходит аварийный обрыв траектории — зона потеряна.

В противном случае производится поиск следующей зоны с помощью задачи ПРОВЕРКА, причем перебираются все зоны подряд. Если зона не найдена, то снова осуществляется первый шаг алгоритма — удвоение ε_0. После удачного поиска возможны следующие ситуации.

Если выход через данную граничную поверхность $K(i)$ происходит в первый раз, используется обычный алгоритм списков или таблиц в зависимости от помеченности $K(i)$.

Если $K(i)$ — отмеченный терм и соответствующая ячейка таблицы уже была заполнена, то фиксация ошибки происходит не в момент перехода к $K(i+1)$, а во время определения r_{i+1}. После этого, как в п. 4.2.2, происходит сдвиг в состояние выхода из $K(i)$ и запускается поиск очередного терма путем полного перебора, чтобы занести найденный терм в ячейку таблицы.

Пусть $K(i)$ не помеченная зона, и список обучения не пуст. Сначала происходит обычный поиск по списку, который по предположению не дает результата, затем поиск полным перебором без увеличения ε. Наконец, запускается уже описанный алгоритм полного поиска с увеличением размазывания. В результате его работы найдена зона K_r. Список примыкающих термов есть $L_1, L_2, ..., L_p$. В этом случае нельзя гарантировать, что K_r не совпадает ни с одним L_j, так как задача ПРОВЕРКА при исследовании $\{L_j\}$ и при нахождении K_r запускалась с разными значениями ε_0. Поэтому если приписать K_r к списку в качестве L_{p+1}, то, возможно, в списке появятся одинаковые элементы. Наличие таких совпадений не приводит к неправильному функционированию программы геометрического модуля, поэтому в модулях SCG и NCG список всегда дополняется термом K_r. Однако наличие совпадающих элементов приводит к излишнему расходу памяти и, если список еще увеличится, к замедлению работы памяти.

Алгоритм был бы более эффективным, если бы после увеличения ε_0 сначала снова запускался поиск по списку. Однако потеря зоны случается редко и это ускорение мало отразится на общей эффективности.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разумеется, вопросы, разобранные в данной работе, далеко не исчерпывают проблем, возникающих при создании геометрических модулей. Например, рассматривались вычисления только в одной системе координат. В иерархических модулях (например, GDL [4]) возникает ряд дополнительных проблем, связанных с потерей точности и быстродействия при замене базиса. Тем не менее автор надеется, что работа будет полезна и создателям иерархических модулей для реализации нижнего уровня, тем более, что созданный автором модуль NCG имеет иерархию.

Автор считает приятным долгом выразить благодарность своим коллегам по работе за постоянную поддержку и многие ценные обсуждения. Особенно он благодарен Л.В. Майорову, С.М. Зарицкому, Е.А. Гомину и Н.И. Алексееву. Необходимо также

отметить, что в РНЦ «Курчатовский институт» необходимость создания оригинальных комбинаторных модулей была обоснована безвременно скончавшимся Ясеном Владимировичем Шевелевым.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gomin E.A., Maiorov L.V., Yudkevich M.S. Some aspects of Monte-Carlo method application to nuclear reators analysis. — In: Progress in Nuclear Energy. — Pergamon Press, 1991.
2. Emmett M.B. The MORSE Monte-Carlo Radiation Transport Code System. ORNL-4972, 1975.
3. Алексеев Н.И., Гуревич М.И. Геометрический модуль SCG-5: Препринт ИАЭ-5616/4. — М., 1993. — 51 с.
4. Gurevich M.I., Ostashenko S.V. Geometry modeling in Monte-Carlo calculations. — In: Progress in Nuclear Energy. — Pergamon Press, 1991, vol. 24, p. 63—67.
5. Breesmeister J.F. MCNP — a General Monte-Carlo Code for Neutron and Photon Transport, Version 3A. Los Alamos National Laboratory Report LA-7396-M, Rev. 2, 1986.
6. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1966.
7. Гуревич М.И. Вычисление вероятностей первых столкновений для полиячеек: Препринт ИАЭ-5123/5. — М., 1990. — 16 с.
8. Гельфанд И.М., Граев М.И., Пятецкий-Шапиро И.И. Теория представлений и обобщенных функций. — М.: Наука, 1968.
9. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1968.
10. Кнут Д. Искусство программирования. Основные алгоритмы. Т. 1. — М.: Мир, 1976.
11. Катцан Г. Язык ФОРТРАН-77. — М.: Мир, 1982.
12. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. — М.: Мир, 1980.

Статья поступила в редакцию
22 июля 1993 г.

Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика ядерных реакторов, 1994, вып. 3, с. 68—82.

УДК 621.039.5

ТЕСТИРОВАНИЕ ПРОГРАММЫ НЕХАВ-3*D* НА ТРЕХМЕРНОЙ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ БЫСТРОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РЕАКТОРА

К.Н. Иванов, М.А. Манолова, Т.Г. Апостолов,
ИЯИЯЭ БАН, 1784, София,
А.С. Серегин, А.Н. Чебесков, В.А. Черный,
Физико-энергетический институт, 249020, Обнинск

Представлены результаты тестирования трехмерной диффузионной программы НЕХАВ-3*D* для расчета основных нейтронно-физических характеристик быстрых энергетических реакторов. Для тестирования использовалась симметричная модель быстрого энергетического реактора. Результаты расчетов по программе НЕХАВ-3*D* сравниваются с результатами расчетов по программе TRIGEX.

VERIFICATION OF THE HEXAB-3*D* CODE ON THREE-DIMENSIONAL TEST MODEL OF FAST POWER REACTOR. K.N. IVANOV, M.A. MANOLOVA, T.G. APOSTOLOV, A.S. SERIOGIN, A.N. CHEBESKOV, V.A. CHERNY. The results from verification of the three-dimensional diffusion code HEXAB-3*D* for calculation of basic neutron-physical characteristics are presented in the paper. A symmetry test model of fast power reactor has been used. The results obtained have been compared with TRIGEX code results.

ВВЕДЕНИЕ

В процессе проектирования АЭС с быстрыми энергетическими реакторами расчет физических характеристик является одной из сложных и трудоемких частей полного расчетного обоснования.

Дальнейшее развитие эффективных методов расчетов, а также ввод в эксплуатацию новых мощных ЭВМ позволили приступить к созданию соответствующих программ для физических расчетов реакторов на быстрых нейтронах.

Одним из основных требований, предъявляемых к таким программам, особенно в последнее время, является достаточно высокая точность рассчитываемых основных физических характеристик быстрых энергетических реакторов, таких,как эффективный коэффициент размножения нейтронов, поля нейтронов и энерговыделения, выгорание топлива, эффекты реактивности и эффективность стержней системы управления и защиты (СУЗ).

Выполнение этого требования позволит более надежно обосновать работоспособность элементов активной зоны и экранов создаваемого реактора и в конечном счете разработать и ввести в эксплуатацию АЭС с реактором на быстрых нейтронах с более высокими экономическими показателями и степенью безопасности.

Чтобы достичь требуемой точности рассчитываемых функционалов, необходимо довольно детальное и близкое к реальной конструкции быстрого реактора описание его геометрических особенностей, а также многогрупповое (например, 26 групп) приближение при решении задачи диффузии нейтронов. Трехмерное описание реактора в (гекс, z)-геометрии в достаточной степени удовлетворяет эти требования.

Однако трехмерный расчет реактора с детальным описанием в (гекс, z)-геометрии в 26-групповом приближении требует больших затрат машинного времени и, следовательно, не может быть использован в массовых проектных расчетах из-за неоперативности и нерентабельности. Выход из этой ситуации обоснован рядом работ и связан с использованием малогруппового приближения: 4—6 групп. Для его реализации следует организовать расчет эффективных малогрупповых констант, используемых в трехмерных моделях, которые обеспечили бы требуемую точность рассчитываемых функционалов.

В работе представлены результаты тестирования трехмерной диффузионной программы HEXAB-3*D* для расчета основных нейтронно-физических характеристик быстрых энергетических реакторов: $K_{эф}$, поля нейтронов и энерговыделения, эффективности стержней СУЗ [1].

Для тестирования использовалась разработанная неполномасштабная модель быстрого энергетического реактора в двух вариантах: со стрежнями компенсации реактивности поглощающего и топливного типа [2, 3].

Результаты расчетов по программе HEXAB-3*D* сравниваются с результатами расчетов по программе TRIGEX [4].

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОГРАММ

Для расчетов тестовой модели быстрого энергетического реактора большой мощности использовались программы TRIGEX и HEXAB-3*D*.

Обе программы предназначены для решения стационарной малогрупповой задачи диффузии в трехмерной гексагональной геометрии. Для решения этой задачи используется конечно-разностный метод на крупной пространственной сетке с узлами в центрах тяжести элементарных шестигранных призм. Программы TRIGEX и HEXAB привязаны к комплексу программ APAMAKO-CI [5], предназначенному для расчета 26-групповых констант. Свертка многогрупповых констант в малогрупповые производится с помощью 26-групповых средних по объему физических зон спектров. Эти спектры находятся из упрощенного решения 26-групповой задачи диффузии в трехмерной гексагональной геометрии [6].

В программе TRIGEX предусмотрена возможность уменьшения погрешности получаемого решения, обусловленной крупным шагом пространственной сетки, за счет решения вспомогательных задач на тонкой сетке [7]. Для решения малогрупповой задачи диффузии в программе TRIGEX выполняется одна внутренняя итерация на одну внешнюю. Внутренние итерации проводятся по модифицированной схеме MINI [8]. Внешние итерации осуществляются на основе модифицированного метода Вилandта и ускоряются с помощью сдвига спектра собственных чисел [9].

Программа TRIGEX написана на языке ФОРТРАН-IV и реализована на ЭВМ БЭСМ-6 и ЭВМ серии ЕС. Основные ограничения заключаются в следующем:

а) число широких энергетических групп $G \le 6$;

б) число физических зон $N_ф \le \min\{120; 240/G\}$;

в) число пакетов в загрузке $N_т \le \min\{2000; 2500/(3G+4)\}$;

г) число слоев по высоте $N_z \le 50$.

Программа НЕХАВ-3*D* написана на языках ФОРТРАН-IV и АССЕМБЛЕР с ориентацией на операционную систему ОС для IBM либо ЭВМ серии ЕС. Для внутренних итераций применяются два метода неполной факторизации: двухпроходный метод AGA [10] и модифицированный MAGA [11] совместно с двойной процедурой верхней релаксации. Внешние итерации выполняются на основе степенного метода. Реализованы возможности ускорения сходимости внешних итераций методами двух- и трехслойной чебышевской экстраполяции [12]. Для повышения точности рассчитываемых интегральных и локальных реакторных функционалов развит эффективный метод решения диффузионной задачи на крупной сетке [12]. Основные ограничения программы:

а) число широких энергетических групп $G \le 10$;

б) число физических зон $N_ф \le 999$;

в) число пространственных точек $N_k \le 25000$;

г) число слоев по высоте $N_z \le 30$.

Расчетный сектор (в плоскости X—Y) программы НЕХАВ-3*D* может составлять 30 и 360°. В связи с этим разработаны две версии программы НЕХАВ-3*D*:

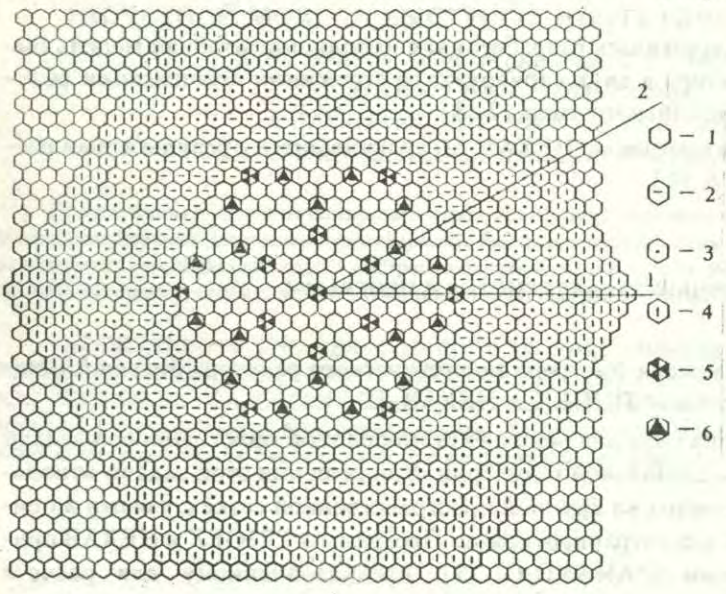


Рис. 1. Поперечный разрез модели реактора (картограмма загрузки): *1* — ТВС ЗМО (222 шт.); *2* — ТВС ЗБО (246 шт.); *3* — ТВС БЭ (264 шт.); *4* — ячейки бокового подпора (264 шт.); *5* — стержни АЗ (7 шт.) и АЗ — ТК (6 шт.); *6* — стержни КС (18 шт.)

а) НЕХАВ-III-30 — область решения в горизонтальном плане является 30-градусным сектором активной зоны (зеркальная симметрия);

б) НЕХАВ-III-360 — полномасштабная модель в горизонтальной плоскости (рис. 1).

Для расчета полномасштабной модели быстрого реактора (21567 пространственных узлов) в 4-групповом приближении с критерием завершения итерационного процесса $\varepsilon_\Psi \le 1 \cdot 10^{-4}$ по локальным источникам нейтронов деления и $\varepsilon_{K_{эф}} \le 1 \cdot 10^{-6}$ по

$K_{эф}$ на IBM 3031 ($1 \cdot 10^6$ операций в секунду) потребовались (включая время, необходимое для получения 26-группового упрощенного трехмерного решения задачи и подготовки 4-групповых констант):

— 2160 с CPU time для TRIGEX;

— 1320 с CPU time для HEXAB.

ТЕСТОВАЯ МОДЕЛЬ БЫСТРОГО РЕАКТОРА БОЛЬШОЙ МОЩНОСТИ

Для целей тестирования разработана модель быстрого энергетического реактора [2, 3]. Эта модель симметрична в плоскости (X—Y) (сектор 30°) и получена на основе полномасштабной тестовой модели быстрого энергетического реактора большой мощности, описание и результаты расчетов которой приведены в [13].

Чтобы получить 30-градусную симметрию картограммы загрузки реактора (зеркальная симметрия), в исходную полномасштабную тестовую модель были внесены следующие изменения:

— два стержня автоматического регулирования (АР) заменены на тепловыделяющие сборки (ТВС) зоны малого обогащения;

— количество остальных стержней СУЗ сохранено, но изменены их координаты размещения в активной зоне;

— изменена граница зон малого и большого обогащений;

— уменьшено количество ячеек бокового подпора.

Полученная картограмма загрузки реактора, имеющая 30-градусную зеркальную симметрию, представлена на рис. 1. Тепловая мощность реактора составляет 4200 МВт. Расстояние между центрами шестигранных призм в горизонтальной плоскости $H = 144$ мм.

Рассматриваются два варианта тестовой модели: с поглощающими компенсирующими стержнями (КС) и топливными КС.

Составы физических зон (ядерные концентрации изотопов), состав загружаемых в реактор ячеек (т.е. типы физических зон и их размеры по высоте), четырехгрупповые макроконстанты (рассчитанные по комплексу программ АРАМАКО—TRIGEX) представлены на рис. 2 и в табл. 1 и 2. Малогрупповые константы получены посредством свертки 26-групповых констант, вычисляемых комплексом программ АРАМАКО, с весом средних по объему физических зон 26-групповых спектров потока нейтронов, определяемых в соответствии с идеологией работы [6]. В формате библиотеки констант БНАБ [14] структура четырех широких энергетических групп представляется следующим образом: 1—4, 5—8, 9—12, 13—26. Температура для всех расчетных зон принималась равной 1200 К. Следует отметить, что макроконстанты получены для состояния, когда все 18 КС полностью введены в активную зону.



Рис. 2. Составы ячеек по зонам в аксиальном направлении

Граничные условия задачи: $\Phi^g(r, z) = 0$; $g = 1, 2, 3, 4$ при $z = 0$, $z = 260$ см и на плоскостях, проходящих через центры пакетов на внешней боковой поверхности реактора.

Конечно-разностная сетка по высоте состоит из 21 слоя: активная зона — 9 слоев по

Таблица 1. Ядерные концентрации гексагональных ячеек, ядер/см^3·10^{-24}

Изотопы	Номер гексагональной ячейки									
	1 (ЗМО)	2 (ЗБО)	3 (БЭ)	4 (подпор)	5 (гильза), АЗ, КС, РС	6 (стержень), КС, РС	7 (ТЭ к ЗМО)	8 (ТЭ к ЗБО)	9 (ТЭ к БЭ)	10 (стержень АЗ)
^{238}U	6,879^{-3}	6,575^{-3}	1,287^{-2}	0	0	0	9,480^{-3}	9,485^{-3}	1,304^{-2}	0
^{239}Pu	8,475^{-4}	9,823^{-4}	2,037^{-4}	0	0	0	5,511^{-5}	5,037^{-5}	5,825^{-5}	0
^{240}Pu	4,099^{-4}	4,895^{-4}	7,049^{-6}	0	0	0	6,085^{-7}	6,353^{-7}	6,477^{-7}	0
^{241}Pu	1,672^{-4}	1,994^{-4}	1,513^{-7}	0	0	0	6,000^{-9}	5,159^{-9}	4,373^{-9}	0
^{242}Pu	6,929^{-5}	8,340^{-5}	0	0	0	0	0	0	0	0
^{16}O	1,706^{-2}	1,706^{-2}	2,620^{-2}	0	0	0	1,908^{-2}	1,908^{-2}	2,620^{-2}	0
Оск. ^{239}Pu	1,585^{-4}	2,004^{-4}	2,263^{-5}	0	0	0	4,088^{-6}	3,819^{-6}	2,154^{-6}	0
Na	7,260^{-3}	7,260^{-3}	3,960^{-3}	1,210^{-2}	1,320^{-2}	7,700^{-3}	7,260^{-3}	7,260^{-3}	3,960^{-3}	7,700^{-3}
Fe	1,239^{-2}	1,239^{-2}	1,126^{-2}	2,534^{-2}	2,252^{-2}	1,971^{-2}	1,239^{-2}	1,239^{-2}	1,126^{-2}	1,971^{-2}
Ni	2,684^{-3}	2,684^{-3}	2,440^{-3}	5,490^{-3}	4,880^{-3}	4,270^{-3}	2,684^{-3}	2,684^{-3}	2,440^{-3}	4,270^{-3}
Cr	3,234^{-3}	3,234^{-3}	2,940^{-3}	6,615^{-3}	5,880^{-3}	5,150^{-3}	3,234^{-3}	3,234^{-3}	2,940^{-3}	5,150^{-3}
Mo	3,300^{-4}	3,300^{-4}	3,000^{-4}	6,750^{-4}	5,600^{-4}	5,300^{-4}	3,300^{-4}	3,300^{-4}	3,000^{-4}	5,300^{-4}
^{10}B	0	0	0	0	0	5,700^{-3}	0	0	0	2,409^{-2}
^{11}B	0	0	0	0	0	2,309^{-2}	0	0	0	6,020^{-3}
C	0	0	0	0	0	7,200^{-3}	0	0	0	7,528^{-3}

Таблица 2. Четырехгрупповые макроконстанты тестовой модели

Номер зоны	Группа 1	Группа 2	Группа 3	Группа 4	Сечения рассеяния Σ_s^{ij}, $см^{-1}$		
					$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
	Коэффициент диффузии D, см					$j = 2$	
1	2,7122	1,5951	1,0329	0,75925	$3{,}8335 \cdot 10^{-2}$	0	0
2	2,7158	1,6024	1,0352	0,75529	$3{,}8072 \cdot 10^{-2}$	0	0
3	2,2723	1,2525	0,8433	0,71033	$4{,}8741 \cdot 10^{-2}$	0	0
4	3,0197	2,2337	1,2865	0,76321	$3{,}4043 \cdot 10^{-2}$	0	0
5	3,2546	2,4594	1,4423	0,83707	$3{,}0242 \cdot 10^{-2}$	0	0
6	2,2954	1,3860	0,8550	0,52260	$4{,}8130 \cdot 10^{-2}$	0	0
7	2,5556	1,4507	0,9524	0,78314	$4{,}2712 \cdot 10^{-2}$	0	0
8	2,5577	1,4518	0,9529	0,77842	$4{,}2572 \cdot 10^{-2}$	0	0
9	2,2691	1,2269	0,8314	0,72264	$4{,}9259 \cdot 10^{-2}$	0	0
10	2,4254	1,6302	0,9460	0,71476	$4{,}9807 \cdot 10^{-2}$	0	0
11	2,6750	1,6368	1,0183	0,73618	$3{,}8298 \cdot 10^{-2}$	0	0
	Сечение увода Σ_{cfd}, $см^{-1}$					$j = 3$	
1	$4{,}6005 \cdot 10^{-2}$	$1{,}0302 \cdot 10^{-2}$	$9{,}1522 \cdot 10^{-3}$	$2{,}2354 \cdot 10^{-2}$	$8{,}3515 \cdot 10^{-4}$	$7{,}2284 \cdot 10^{-3}$	0
2	$4{,}5948 \cdot 10^{-2}$	$1{,}0208 \cdot 10^{-2}$	$9{,}2575 \cdot 10^{-3}$	$2{,}2675 \cdot 10^{-2}$	$8{,}3160 \cdot 10^{-4}$	$6{,}9844 \cdot 10^{-3}$	0
3	$5{,}7699 \cdot 10^{-2}$	$1{,}4201 \cdot 10^{-2}$	$1{,}0471 \cdot 10^{-2}$	$1{,}7871 \cdot 10^{-2}$	$1{,}1398 \cdot 10^{-3}$	$1{,}2014 \cdot 10^{-2}$	0
4	$3{,}5243 \cdot 10^{-2}$	$7{,}7938 \cdot 10^{-3}$	$5{,}6562 \cdot 10^{-3}$	$3{,}8366 \cdot 10^{-3}$	$4{,}1045 \cdot 10^{-4}$	$7{,}5228 \cdot 10^{-3}$	0
5	$3{,}1360 \cdot 10^{-2}$	$4{,}8372 \cdot 10^{-3}$	$5{,}5061 \cdot 10^{-3}$	$2{,}6533 \cdot 10^{-3}$	$3{,}7348 \cdot 10^{-4}$	$4{,}6131 \cdot 10^{-3}$	0
6	$5{,}1336 \cdot 10^{-2}$	$2{,}8966 \cdot 10^{-2}$	$3{,}0188 \cdot 10^{-2}$	$1{,}0574 \cdot 10^{-1}$	$3{,}1679 \cdot 10^{-4}$	$2{,}1759 \cdot 10^{-2}$	0

Продолжение табл. 2.

Номер зоны	Группа 1	Группа 2	Группа 3	Группа 4	Сечения рассеяния Σ_s^{ij}, см$^{-1}$		
					$i=1$	$i=2$	$i=3$
7	$4{,}9367\cdot10^{-2}$	$1{,}1838\cdot10^{-2}$	$1{,}0082\cdot10^{-2}$	$1{,}4703\cdot10^{-2}$	$9{,}0449\cdot10^{-4}$	$1{,}0258\cdot10^{-2}$	0
8	$4{,}9195\cdot10^{-2}$	$1{,}1662\cdot10^{-2}$	$9{,}7660\cdot10^{-3}$	$1{,}4233\cdot10^{-2}$	$9{,}0467\cdot10^{-4}$	$1{,}0127\cdot10^{-2}$	0
9	$5{,}8024\cdot10^{-2}$	$1{,}5792\cdot10^{-2}$	$1{,}2853\cdot10^{-2}$	$1{,}7401\cdot10^{-2}$	$1{,}1386\cdot10^{-3}$	$1{,}3766\cdot10^{-2}$	0
10	$5{,}8654\cdot10^{-2}$	$7{,}7152\cdot10^{-3}$	$7{,}7857\cdot10^{-3}$	$1{,}6331\cdot10^{-2}$	$1{,}2474\cdot10^{-3}$	$5{,}6976\cdot10^{-3}$	0
11	$4{,}4722\cdot10^{-2}$	$1{,}0644\cdot10^{-2}$	$9{,}9366\cdot10^{-3}$	$2{,}1356\cdot10^{-2}$	$7{,}5640\cdot10^{-4}$	$8{,}1738\cdot10^{-3}$	0
	Сечение размножения Σ_f, см$^{-1}$					$j=4$	
1	$1{,}7980\cdot10^{-2}$	$5{,}1474\cdot10^{-3}$	$5{,}3611\cdot10^{-3}$	$1{,}7144\cdot10^{-2}$	0	0	$2{,}7862\cdot10^{-3}$
2	$1{,}8582\cdot10^{-2}$	$5{,}6062\cdot10^{-3}$	$5{,}8339\cdot10^{-3}$	$1{,}8218\cdot10^{-2}$	0	0	$2{,}7402\cdot10^{-3}$
3	$1{,}9217\cdot10^{-2}$	$8{,}4618\cdot10^{-4}$	$8{,}1164\cdot10^{-4}$	$3{,}2101\cdot10^{-3}$	0	0	$3{,}7946\cdot10^{-3}$
4	0	0	0	0	0	0	$4{,}8023\cdot10^{-3}$
5	0	0	0	0	0	0	$4{,}7983\cdot10^{-3}$
6	0	0	0	0	0	0	$7{,}1164\cdot10^{-3}$
7	$1{,}3665\cdot10^{-2}$	$4{,}2403\cdot10^{-4}$	$3{,}8589\cdot10^{-4}$	$1{,}8834\cdot10^{-3}$	0	0	$5{,}0671\cdot10^{-3}$
8	$1{,}3551\cdot10^{-2}$	$2{,}9623\cdot10^{-4}$	$2{,}4650\cdot10^{-4}$	$1{,}2136\cdot10^{-3}$	0	0	$4{,}8125\cdot10^{-3}$
9	$1{,}8598\cdot10^{-2}$	$2{,}8990\cdot10^{-4}$	$2{,}4168\cdot10^{-4}$	$1{,}2237\cdot10^{-3}$	0	0	$6{,}1201\cdot10^{-3}$
10	$1{,}8590\cdot10^{-2}$	$1{,}2560\cdot10^{-4}$	0	0	0	0	$1{,}5535\cdot10^{-3}$
11	$1{,}4178\cdot10^{-2}$	$3{,}9803\cdot10^{-3}$	$4{,}3369\cdot10^{-3}$	$1{,}7110\cdot10^{-2}$	0	0	$4{,}5447\cdot10^{-3}$
	Сечение энерговыделения $\Sigma_f + 0{,}035\times\Sigma_c$, см$^{-1}$						
1	$5{,}9405\cdot10^{-3}$	$1{,}7835\cdot10^{-3}$	$1{,}9724\cdot10^{-3}$	$6{,}3633\cdot10^{-3}$			
2	$6{,}1177\cdot10^{-3}$	$1{,}9380\cdot10^{-3}$	$2{,}1358\cdot10^{-3}$	$6{,}7339\cdot10^{-3}$			

Окончание табл. 2.

Номер зоны	Группа 1	Группа 2	Группа 3	Группа 4	Сечения рассеяния Σ_s^{ll}, $см^{-1}$		
					$l=1$	$l=2$	$l=3$
3	$6{,}6946\cdot10^{-3}$	$3{,}4146\cdot10^{-4}$	$4{,}4237\cdot10^{-4}$	$1{,}5375\cdot10^{-3}$			
4	$1{,}9778\cdot10^{-5}$	$6{,}7751\cdot10^{-6}$	$2{,}1348\cdot10^{-5}$	$9{,}5917\cdot10^{-5}$			
5	$1{,}8642\cdot10^{-5}$	$5{,}6023\cdot10^{-6}$	$1{,}7695\cdot10^{-5}$	$6{,}6336\cdot10^{-5}$			
6	$7{,}2236\cdot10^{-5}$	$1{,}8019\cdot10^{-4}$	$5{,}7678\cdot10^{-4}$	$2{,}6435\cdot10^{-3}$			
7	$4{,}7921\cdot10^{-3}$	$1{,}8406\cdot10^{-4}$	$2{,}5634\cdot10^{-4}$	$1{,}0075\cdot10^{-3}$			
8	$4{,}7576\cdot10^{-3}$	$1{,}4015\cdot10^{-4}$	$2{,}0750\cdot10^{-4}$	$7{,}6821\cdot10^{-4}$			
9	$6{,}5194\cdot10^{-3}$	$1{,}5045\cdot10^{-4}$	$2{,}5035\cdot10^{-4}$	$8{,}5083\cdot10^{-4}$			
10	$6{,}5436\cdot10^{-3}$	$9{,}7041\cdot10^{-5}$	$1{,}5580\cdot10^{-4}$	$4{,}0828\cdot10^{-4}$			
11	$4{,}7006\cdot10^{-3}$	$1{,}3839\cdot10^{-3}$	$1{,}6015\cdot10^{-3}$	$6{,}3247\cdot10^{-3}$			
Спектр нейтронов деления χ							
1	$5{,}6807\cdot10^{-1}$	$4{,}1886\cdot10^{-1}$	$1{,}3065\cdot10^{-2}$	0			
2	$5{,}6820\cdot10^{-1}$	$4{,}1874\cdot10^{-1}$	$1{,}3060\cdot10^{-2}$	0			
3	$5{,}6616\cdot10^{-1}$	$4{,}2069\cdot10^{-1}$	$1{,}3145\cdot10^{-2}$	0			
4	0	0	0	0			
5	0	0	0	0			
6	0	0	0	0			
7	$5{,}6589\cdot10^{-1}$	$4{,}2095\cdot10^{-1}$	$1{,}3157\cdot10^{-2}$	0			
8	$5{,}6555\cdot10^{-1}$	$4{,}2128\cdot10^{-1}$	$1{,}3171\cdot10^{-2}$	0			
9	$5{,}6575\cdot10^{-1}$	$4{,}2109\cdot10^{-1}$	$1{,}3163\cdot10^{-2}$	0			
10	$5{,}6399\cdot10^{-1}$	$4{,}2277\cdot10^{-1}$	$1{,}3236\cdot10^{-2}$	0			
11	$5{,}6769\cdot10^{-1}$	$4{,}1923\cdot10^{-1}$	$1{,}3081\cdot10^{-2}$	0			

11,11111 см; верхний и нижний торцевые экраны — по 4 слоя толщиной 10 см каждый; верхний и нижний торцевые подпоры — по 2 слоя толщиной 20 см каждый. В плоскости (X—Y) сетка содержит один узел на шестигранную кассету с шагом 14,4 см (крупная сетка без коррекции).

РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ ПРОГРАММНОЙ ВЕРСИИ HEXAB-III-30

Расчеты на программе HEXAB-III-30 проведены с использованием свойства 30-градусной симметрии картограммы загрузки. На границах 30-градусного сектора задавались условия зеркальной симметрии. Расчеты по программе TRIGEX проведены для полномасштабной модели (сектор 360°).

Для каждого варианта тестовой модели расчеты проведены для двух состояний реактора:

а) вариант с поглощающими компенсирующими стержнями (КС):

— случай 1а — 18 поглощающих КС опущены;

— случай 2а — 18 поглощающих КС подняты;

б) вариант с топливными КС:

— случай 1б — 18 КС введены в активную зону своими экранными частями;

— случай 2б — 18 КС введены в активную зону активными частями.

Расчетные значения эффективного коэффициента размножения по программам TRIGEX и HEXAB-III-30 для вышеописанных состояний представлены в табл. 3.

Таблица 3. Результаты расчета $K_{эф}$ по программам TRIGEX и HEXAB

Случай	$K_{эф}$		Различие $K_{эф}$, %
	TRIGEX	HEXAB	
1а	1,03271	1,03269	0,002
2а	1,07103	1,07102	0,001
1б	1,00668	1,00689	0,020
2б	1,03151	1,03172	0,020

С учетом использованных критериев завершения итерационного процесса, а также небольшого числа значащих цифр у IBM 370 (при одинаковой точности), на которой проводились расчеты по программе HEXAB-III-30, можно сказать, что значения $K_{эф}$, полученные по сравниваемым программам, для двух качественно различающихся состояний реактора практически совпадают.

Под эффективностью органов СУЗ понимается величина

$$RE = \{[K_{эф}(\uparrow) - K_{эф}(\downarrow)]/[K_{эф}(\uparrow)\times K_{эф}(\downarrow)]\}\times 100\%. \quad (1)$$

Расчеты эффективности поглощающих и топливных стержней по программе TRIGEX ($RE^{т}$) и по программе HEXAB ($RE^{н}$) в процентах представлены в табл. 4.

Таблица 4. Результаты расчета эффективности поглощающих и топливных стержней по программам TRIGEX и HEXAB (%)

Вариант модельной задачи	$RE^{т}$	$RE^{н}$	$[(RE^{т} - RE^{н})/RE^{т}]\times 100$
а	3,464	3,465	0,03
б	2,391	2,390	0,04

Сравнение распределений полей энерговыделения проводится для двух лучей в центральном расчетном (по высоте) слое и по высоте для двух выбранных ТВС. Направление 1 соответствует лучу, начинающемуся в центральной ячейке реактора и проходящему через ТВС центрального ряда картограммы загрузки (в правую сторону). Направление 2 повернуто относительно направления 1 на 30°.

Высотные распределения сравниваются для центральной ячейки реактора (поднят стержень аварийной защиты), а также для ТВС, расположенной на луче 1 в середине зоны большого обогащения. Радиальное распределение плотности энерговыделения $Q(r)$ для ТВС, расположенных на луче 1, для состояния реактора с поднятыми и опущенными КС приводится в работах [2, 15]. Там даются результаты $Q(r)$ по комплексу TRIGEX $Q^{T}(r)$, а также их отличия

$$Q = \left\{[Q^{T}(r) - Q^{H}(r)]/Q^{T}(r)\right\}\times 100\% \qquad (2)$$

от соответствующих результатов $Q^{H}(r)$ по программе НЕХАВ-III-30. Следует заметить, что различия результатов расчета энерговыделений, полученные по двум программам, для всех ТВС незначительны и не превышают 0,2 и 0,3% для вариантов а и б соответственно. Аналогичная картина имеет место и для высотных распределений плотностей энерговыделения. Для центральной ячейки и ТВС ЗБО различие результатов двух программ не превышает 0,2%. Сравнение пространственных распределений групповых потоков нейтронов, полученных по двум программам, проводится как в радиальном, так и в аксиальном направлениях. При этом рассматриваются те же два луча в радиальной плоскости для центрального расчетного слоя и те же две ячейки для аксиального распределения, что и в предыдущем случае. Соответствующие результаты приводятся в работах [2, 16]. Потоки нейтронов для всех четырех энергетических групп, полученные из расчетов по двум программам, согласуются между собой с максимальными различиями 0,3 и 0,4% во всей области реактора для вариантов а и б соответственно.

РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ ПРОГРАММНОЙ ВЕРСИИ НЕХАВ-III-360

Специфика прикладных задач, решаемых в процессе проектирования быстрого реактора, требует проведения полномасштабных расчетов для корректного определения абсолютных значений нейтронно-физических параметров. Использование симметрии неполномасштабных исследований удобно с точки зрения экономии машинного времени и памяти ЭВМ, но они применяются главным образом для относительных нейтронно-физических оценок.

В программной версии НЕХАВ-III-360 впервые быстросходящийся двухпроходный итерационный метод AGA DSOR реализован в трехмерной гексагональной геометрии в 360-градусном секторе в горизонтальном плане [10].

Для тестирования программной версии НЕХАВ-III-360 использовалась та же модель быстрого энергетического реактора в двух вариантах: с поглощающими и топливными стержнями компенсации реактивности (КС) выгорания топлива. Полученные по НЕХАВ-III-360 значения интегральных функционалов ($K_{эф}$ и эффективность СУЗ) и локальных характеристик (поля нейтронов и энерговыделения) совпадают с результатами НЕХАВ-III-30.

Больший интерес представляют несимметричные расчеты (которые можно проводить только с полномасштабной программной версией НЕХАВ-III-360) для оценки эффективности отдельных КС и аварийной защиты (АЗ) соответственно. Для базового состояния (случай 1) принят вариант с топливными КС, когда все 18 ТКС введены в

активную зону своими экранными частями (↑), $K^{н}_{эф} = 1{,}00689$ и $K^{т}_{эф} = 1{,}00668$. Случай 2 — состояние, когда 17 ТКС (↑), а 1 ТКС введен в активную зону своей активной частью (↓) (см. рис. 1, направление 30°), $K^{н}_{эф} = 1{,}00867$ и $K^{т}_{эф} = 1{,}00847$. Случай 3 — состояние, когда 18 ТКС (↑), а 1 АЗ (↓) (в исходном варианте все стержни АЗ выведены из активной зоны своими поглощающими частями (↑)) (на рис. 1 — ячейка в направлении 30°), $K^{н}_{эф} = 1{,}00378$ и $K^{т}_{эф} = 1{,}00359$. Под эффективностью стержня СУЗ понимается величина

$$RE = [(K^{1}_{эф} - K^{i}_{эф})/(K^{1}_{эф} \cdot K^{i}_{эф})] \times 100\%, \; i = 2, 3. \qquad (3)$$

Были получены следующие значения: $RE^{н}_{1КС} = 0{,}175\%$, $RE^{т}_{1КС} = 0{,}176\%$; $RE^{н}_{1АЗ} = 0{,}308\%$, $RE^{т}_{1АЗ} = 0{,}306\%$.

В табл. 5 даны пространственные распределения поля энерговыделения для направления 30° (см. рис. 1) в центральном расчетном (по высоте) слое для трех рассмотренных случаев. Полные результаты и детальное сравнение даны в [17, 16].

Таблица 5. Радиальные распределения плотности энерговыделения для ТВС вдоль направления 30° для центрального расчетного слоя (кВт/л)

Зона	Номер кольца	Случай 1 (18 ТКС), $Q(r)$	Случай 2 (17 ТКС, 1 ТКС), $Q(r)$	Случай 3 (18 ТКС, 1 АЗ), $Q(r)$
Гильза СУЗ	1	7,29	7,33	6,86
ЗМО	2	912,68	931,14	827,84
	3	896,34	932,85	761,17
	4	862,51	920,06	657,24
Гильза СУЗ/стержень СУЗ	5	6,50	7,18	65,06
ЗМО	6	752,13	877,26	539,26
КС	7	106,81	877,27	85,22
ЗМО	8	666,12	717,47	561,88
	9	660,79	763,61	573,73
	10	641,46	608,32	569,05
ЗБО	11	660,57	644,99	593,84
	12	586,91	511,27	532,08
	13	477,54	365,01	435,03
	14	334,87	297,97	306,30
БЭ	15	49,31	53,67	45,18
	16	18,97	20,62	17,40
	17	7,15	7,77	6,57
Подпор	18	0	0	0

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тестирование программных версий НЕХАВ-III-30 и НЕХАВ-III-360 показало, что для быстрых реакторов большой мощности с загрузкой активной зоны тепловыделяющими сборками со смешанным уран-плутониевым топливом и стержнями компенсации реактивности поглощающего и топливного типа достигнута практически такая же точность расчета основных физических характеристик, как и для программы TRIGEX. Рассчитанные по двум программам значения основных физических функционалов практически совпадают. Расхождения незначительны и имеют следующие величины:

≤ 0,00005 и 0,0002 для эффективного коэффициента размножения нейтронов для вариантов а и б соответственно;

≤ 0,001 абсолютных процентов для эффективности системы из 18 КС реактивности на основе естественного карбида бора и 18 для эффективности топливных КС;

≤ 0,5% и ≤ 0,3% для распределения энерговыделения во всем объеме реактора для вариантов а и б соответственно;

≤ 0,5% и ≤ 0,4% для распределения потоков нейтронов всех четырех энергетических групп во всем объеме реактора для вариантов а и б соответственно.

Это свидетельствует о работоспособности трехмерной диффузионной программы НЕХАВ-3*D* и возможности ее использования для полномасштабных и неполномасштабных расчетных исследований основных физических характеристик быстрых энергетических реакторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ivanov K.N., Apostolov T.G., Manolova M.A. HEXAB-3*D* — A three — dimensional few-group coarse-mesh diffusion code for reactor calculations. — In: Proc. of ITM on Advances in Mathematics, Computations and Reactor Physics. — Pittsburgh, USA, April 28—May 2, 1991, p. 30.2 10-1.
2. Иванов К.Н., Манолова М.А., Апостолов Т.Г., Серегин А.С., Чебесков А.Н., Черный В.А. Тестирование трехмерной малогрупповой диффузионной программы НЕХАВ-III-30. Расчеты модели быстрого энергетического реактора с поглощающими стержнями: Препринт ИЯИЯЭ. — София, 1987.
3. Иванов К.Н., Манолова М.А., Апостолов Т.Г., Серегин А.С., Чебесков А.Н., Черный В.А. Результаты тестирования трехмерной малогрупповой диффузионной программы НЕХАВ-3*D* на модели быстрого энергетического реактора с топливными стержнями КС: Препринт ИЯИЯЭ. — София, 1987.
4. Серегин А.С. Аннотация программы TRIGEX для малогруппового нейтронно-физического расчета реактора в трехмерной гексагональной геометрии. — ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1983, вып. 4 (33), с. 59.
5. Савоськин М.М. Константное обеспечение расчетов реакторов в многогрупповом приближении. — В кн.: Сб. докладов «Материалы семинара по методам расчетов физических характеристик реакторов на быстрых нейтронах». — Куртя де Арджеш, Румыния, 1985.
6. Пивоваров В.Н., Серегин А.С. Методика и программа автоматизированной подготовки малогрупповых констант для расчета ректоров в трехмерной гексагональной геометрии. — ВАНТ. Сер. Ядерные константы, 1983, вып. 5(59), с. 27—34.
7. Серегин А.С. О повышении точности решения малогрупповой задачи диффузии на крупной сетке в трехмерной гексагональной геометрии. — ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1985, вып. 5, с. 46—53.
8. Barrvy J.M., Polard J.P. Application of the method of implicit non-stationary iteration (MINI) to 3D neutron diffusion problems. — Annals Nucl. Energy, 1979, vol. 6, № 3, p. 121—131.
9. Серегин А.С. Об одной модификации метода Виландта. — ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1982, вып. 7(29), с. 32—35.
10. Иванов К.Н., Манолова М.А., Апостолов Т.Г. Реализация двухпроходного итерационного метода AGA DSOR в трехмерной гексагональной геометрии в программе НЕХАВ-3*D* для малогрупповых диффузионных расчетов быстрых энергетических реакторов. — Ядерная энергия, 1991, вып. 28, с. 13—18. София.
11. Manolova M.A. Modified two-sweep iterative methods for solving large linear equation systems. — In: Proc. of ITM on Advances in Mathematics, Computations and Reactor Physics. — Pittsburgh, USA, April 28 — May 2, 1991, vol. 2, p. 6.1 4—1.
12. Иванов К.Н., Апостолов Т.Г., Манолова М.А., Лалов В.Л. Методические исследования по повышению точности и быстродействия программы НЕХАВ-3*D*. — Ядерная энергия, 1992, вып. 30, с. 13—22. София.
13. Матвеев В.И. и др. Тестовая модель быстрого энергетического реактора большой мощности в гексагональной геометрии. Описание и результаты расчетов. — В кн.: Сб. докладов по методам расчетов физических характеристик реакторов на быстрых нейтронах. — Куртя де Арджеш, Румыния, 1985.
14. Абагян Л.П., Базазянц Н.О., Николаев М.Н., Цибуля А.М. Групповые константы для расчета реакторов и защиты. — М.: Энергоиздат, 1981.
15. Иванов К.Н., Манолова М.А., Апостолов Т.Г., Серегин А.С., Чебесков А.Н., Черный В.А. Тестирование трехмерной малогрупповой диффузионной программы НЕХАВ-III-30 на модели быстрого энергетического реактора. — В кн.: Сб. докладов по расчетно-теоретическим исследованиям физики быстрых реакторов. — Варна (Болгария), 1988.

16. Иванов К.Н., Манолова М.А., Апостолов Т.Г., Серегин А.С., Чебесков А.Н., Черный В.А. Результаты тестирования программы НЕХАВ-III-360. Полномасштабные расчеты быстрого энергетического реактора: Препринт ИЯИЯЭ. — София, 1988.
17. Иванов К.Н., Манолова М.А., Апостолов Т.Г., Серегин А.С., Чебесков А.Н., Черный В.А. Некоторые результаты тестирования программы НЕХАВ-III-360 для полномасштабных расчетов быстрого энергетического реактора. — В кн.: Сб. докладов по расчетно-теоретическим исследованиям физики быстрых реакторов. — Варна (Болгария), 1988.

Статья поступила в редакцию
26 марта 1993 г.

Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика ядерных реакторов, 1994, вып. 3, с. 82—94.

УДК 621.039.5

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КИНЕТИКЕ ДЛЯ ПОЛНОМАСШТАБНОЙ АКТИВНОЙ ЗОНЫ ВВЭР-1000, ПРОВЕДЕННЫХ НА КРИТИЧЕСКОМ СТЕНДЕ В-1000

В.С. Ионов, В.И. Лебедев, В.А. Хамаза,
РНЦ «Курчатовский институт», 123182, Москва

Приведены предварительные результаты экспериментов по пространственной кинетике, выполненных на полномасштабной активной зоне В-1000, указан порядок приведения в соответствие экспериментальных и расчетных величин. Сформулированы модели, которые могут привести к созданию эффективного алгоритма для программ решения временных задач.

PRELIMINARY ANALYSIS OF THE SPACE-TIME KINETICS EXPERIMENTS WITH THE FULLSCALE WWER-1000 CORE AT CRITICAL FACILITY W-1000. V.S. IONOV, V.I. LEBEDEV, V.A. KHAMAZA. The some rezults of the experiments on the space-time kinetics with the fullscale V-1000 core are presented. The order of bringing the experimental values into accord with the calculated ones is showed. The models which can result in the creation of the effective algorythm for the programmes of the temporal tests solution are formulated.

ВВЕДЕНИЕ

На полномасштабной активной зоне (АЗ) В-1000 были проведены эксперименты по пространственной кинетике (ПК). В рамках экспериментов проводилась регистрация поведения плотности потока нейтронов (ППН) при различных возмущениях реактивности рабочими органами системы управления и защиты (РО СУЗ). При этом получены записи процессов изменения ППН в нескольких точках по объему АЗ (на трех уровнях по высоте). Примеры процессов приведены на рис. 1, 2. На рис. 1 изображена диаграмма перемещения рабочей группы РО СУЗ по высоте АЗ в относительных единицах. На рис. 2, *а* представлено изменение интенсивности счета камер в относительных единицах за все время измерений при перемещениях группы РО СУЗ. В течение измерений $\int \rho(t)dt < 0$, поэтому характерен общий спад ППН. На рис. 2, *б* процесс, изображенный на рис. 2, *а*, представлен в «нормировке на начало». На рис. 2, *б* наблюдается:

1) однообразное поведение ППН во всех тепловыделяющих сборках (ТВС), кроме той, где размещены РО СУЗ;

2) примерно равны величины возмущений во всех ТВС, кроме ТВС с РО СУЗ.

На рис. 2, *в* процесс, изображенный на рис. 2, *а*, представлен в «нормировке на датчик». На рис. 2, *в* наблюдаются участки постоянных значений $\varphi(r)/\varphi(r_i)$.

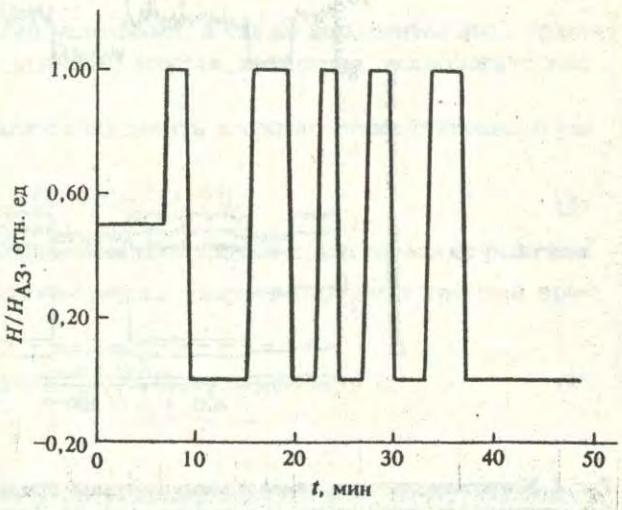
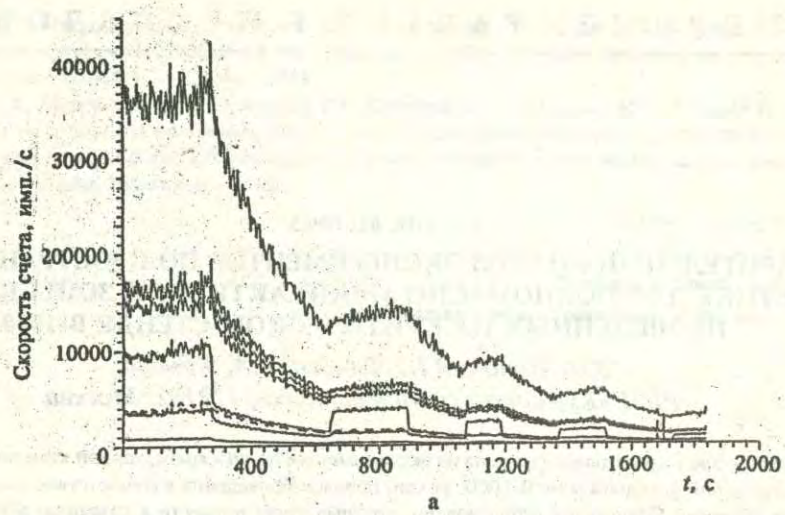
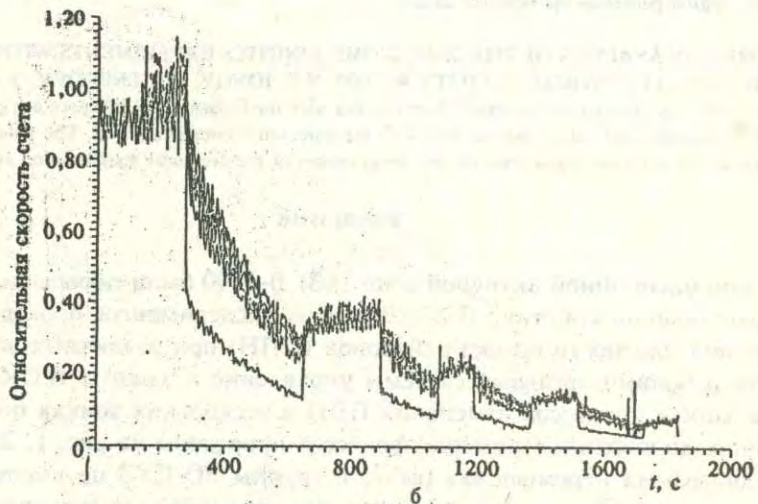


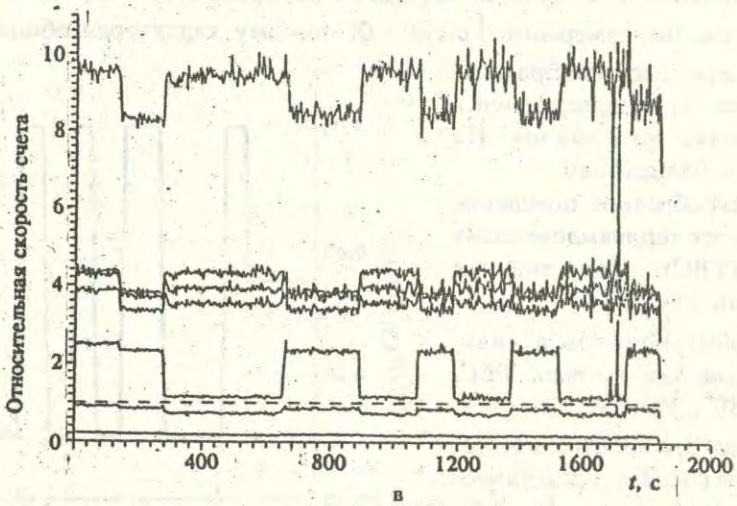
Рис. 1. Диаграмма перемещения рабочей группы РО СУЗ



а



б



в

Рис. 2. Интенсивность счета камер за время измерений при перемещениях группы РО СУЗ (*а*), относительная интенсивность счета камер, нормированная на интенсивность счета в начале процесса (*б*), одной из камер (*в*)

Наиболее существенным результатом, следующим из предварительного анализа, является вывод о том, что поведение ППН при возмущениях РО СУЗ можно представить в виде квазиразделения переменных

$$\Phi(r,\ t) = R(t)\varphi(r,\ t), \tag{1}$$

где $R(t)$ — амплитудный множитель, связанный с изменением ППН, вызванным отличием реактивности от нуля и перераспределением источников запаздывающих нейтронов; $\varphi(r,\ t)$ — форм-функция, определяемая конфигурацией и свойствами АЗ, в частности, положением РО СУЗ. Зависимость форм-функций от времени представлена на графиках процессов в «нормировке на датчик» (см. рис. 2, *б*), когда $R(t)$ сокращается и на рисунке показано поведение отношения $\varphi(r)/\varphi(r_0)$, а также на графиках процессов «в нормировке на начало» (см. рис. 2, *в*), когда все датчики, кроме тех, которые размещены в ТВС с перемещаемыми РО, имеют идентичное в течение всего эксперимента поведение.

1. АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ И ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

1.1. Динамическая система и динамические характеристики

В общем случае поведение нейтронов АЗ описывается динамической системой с распределенными параметрами, состоящей из диффузионного приближения уравнения Больцмана [1—3]:

$$V(E,\ r,\ t)^{-1}\partial\Phi(E,\ r,\ t)/\partial t = D(E,\ r,\ t)\Phi(E,\ r,\ t) -$$
$$- A(E,\ r,\ t)\Phi(E,\ r,\ t) + F(E,\ r,\ t)\Phi(E,\ r,\ t). \tag{2}$$

Переходя в (2) к сокращенной форме записи с учетом запаздывающих нейтронов, получим

$$V^{-1}\partial\Phi/\partial T = D\Phi - A\Phi + (1-\beta)\chi_p F\Phi + SC; \tag{3}$$

$$\dot{C}_k = \beta_k F\Phi - \lambda_k C_k, \tag{4}$$

где D — оператор диффузии; $A = \Sigma^a + \Sigma^{\text{ув}} - \Sigma^{\text{зам}}$ — оператор, описывающий поглощение и замедление, $\Sigma^{\text{зам}}$ — источник замедленных в верхних группах нейтронов; $F\Phi$ — оператор, учитывающий деление и появление нейтронов:

$$F\Phi = \nu\Sigma^f\Phi; \quad SC = \sum_i \chi_{di}\lambda_i C_i$$

с известными начальными и граничными условиями, а также дополнительных уравнений, описывающих состояние и поведение АЗ (состав, геометрия, технологические параметры и т.п.).

Динамической системе (3), (4) можно поставить в соответствие стационарную однородную систему в форме

$$D\Phi - A\Phi + (1-\rho)\chi_p F\Phi = 0, \tag{5}$$

где $1-\rho = 1/k_{\text{эф}}$ — собственное значение, обеспечивающее существование решения для (5) за счет приведения в соответствие баланса между делением и другими процессами, или в форме

$$D\Phi - A\Phi + \left[\chi_p(1-\beta) + \sum_i \frac{\chi_{di}\lambda_i\beta_i}{\Pi+\lambda_i}\right]F\Phi - \text{п}V^{-1}\Phi = 0, \tag{6}$$

где п — период реактора.

Для анализа переходных процессов (ПП) устанавливаются величины, зависящие от времени и определяющие поведение временных процессов, которые называются

динамическими характеристиками (ДХ). В этой работе в качестве динамических характеристик рассматриваются $\Phi(r, t)$, $\partial\Phi(r, t)/\partial t$, $\omega(r, t)$, $\rho(t)$, первые три из которых описывают локальные процессы, а последняя — общее поведение активной зоны.

В практике также используются и другие динамические характеристики: ППН в отдельных точках вне АЗ, офсеты и различные функционалы.

ДХ находятся из (3) и (5), (6) следующим образом: Φ — решение системы (3) или ее приближенных моделей; $\partial\Phi/\partial t$ находится или из уравнения

$$V^{-1}\partial\Phi/\partial t = D\Phi - A\Phi + (1-\beta)\chi_p F\Phi + SC = \rho F\Phi \qquad (7)$$

или дифференцированием Φ; ρ находится, если известно собственное значение системы (5); ω — диагональная матрица, вычисляется из уравнения

$$\partial\Phi/\partial t = \omega\Phi = \rho VF\Phi. \qquad (8)$$

Ниже рассмотрены вопросы аналитического и экспериментального определения ДХ.

1.2. Разделение ПП по характерным временам протекания

Следует обратить внимание на то, что при моделировании необходимо разделять нейтронные ПП в АЗ по характерным временам протекания и продолжительности расчетных промежутков времени, так как для процессов различных шагов и характерных времен должны применяться различные математические модели.

1. ПП с характерными шагами по времени $\Delta t < 10^{-4}$ отражают ядерные взаимодействия и формирование «мгновенного» распределения в АЗ (деление, поглощение, рассеяние, замедление, диффузию и т.п.) и описываются системой (2), в которой все коэффициенты не зависят от времени.

Эти процессы для технологического оборудования являются неконтролируемыми и нерегулируемыми. С этой точки зрения ДХ, определяемые по (2), (3), (5), (7), использовать при регулировании реактора не имеет смысла.

2. Процессы с характерными шагами по времени $10^{-3} < \Delta t < 10^{-2}$ описывают

— автономные ПП по «быстрым» обратным связям (температура, плотность, процессы, происходящие со звуковыми скоростями, деформации и т.п.);

— жизненный цикл источников запаздывающих нейтронов;

— влияние средств «быстрого» регулирования на ППН;

— аварийные автономные процессы (закипания, деформации, изменения теплосъема.

Эти процессы контролируются на реакторной установке (РУ), но практически не регулируемы.

Возможны ситуации, в которых ДХ описываются системами (7), (8).

3. Длительные процессы с характерными шагами по времени $10^1 < \Delta t < 10^3$ описывают контроль и управление. Для них справедливо применение асимптотического, часто адиабатического или точечного приближений.

Рассмотрим некоторые процессы.

1. Псевдостационарные состояния $\partial\varphi/\partial t = 0$, $\dot{R}$ и R не равны нулю (в частности, адиабатическое точечное приближение), в которых изменения Φ связаны только с ρ, что возможно при изменениях, вызывающих одинаковый во всех точках ход поля, — очень малыми, но общими для АЗ изменениями, что бывает, в частности, при нейтронных ПП, определяемых источниками запаздывающих нейтронов (ИЗН) (установившиеся ПП) изменения мощности, не сопровождающиеся изменением φ (критические состояния после перехода с одной мощности на другую при низких уровнях мощности).

В этих случаях R определяется уравнением (14) при известном ρ.

2. Псевдокритические состояния $\rho = 0$, $\partial\varphi/\partial t = 0$, здесь возможны процессы при:

— перекомпенсациях средств воздействия на реактивность в критических состояниях на постоянной мощности;

— высокочастотных колебаниях реактивности с сохранением постоянной средней мощности и средней $\rho = 0$;

— описаниях медленных продолжительных процессов, в которых два состояния на двух соседних шагах критические, а ПП между этими состояниями не рассматриваются.

Для таких процессов φ отыскивается из системы (5), когда $R = \text{const}$, а поведение φ и критичности определяется только изменением свойств АЗ.

3. Процессы при постоянной мощности, когда соответствующие стабильные состояния обеспечиваются обратными связями (шаги с $\Delta t > 10^3$), которые описываются уравнениями (10) при условии

$$\int_V \Sigma^f \Phi dr = \text{const}. \tag{9}$$

4. Регулирование мощности и работа обратных связей по мощности. Уравнения для ПП имеют вид систем (10) или (14).

5. Процессы, в которых сильно влияние перераспределения ИЗН с одновременным изменением операторов по времени (например, медленное регулирование и дрейф технологических параметров), что приводит к неприменимости точечного приближения в условиях квазистатического приближения системы (3), (4).

1.3. Нейтронные ПП для экспериментов на критстенде и соответствующие модели

Из экспериментов по ПК, в которых возмущения вызывались перемещением РО СУЗ и отсутствовали обратные связи по мощности, температурам топлива и замедлителя, следует, что при описании $\Phi(r, t)$ в виде квазиразделения переменных (1) можно естественным образом выделить функции $R(t)$, $\varphi(r, t)$, которые несут разную смысловую нагрузку. Так, $R(t)$ — амплитудный фактор, связанный с изменением плотности потока нейтронов. $R(t)$ определяется в основном отличием от нуля реактивности (нарушением баланса появляющихся и пропадающих нейтронов), в частности, нарушением стационарного распределения концентраций ИЗН. Например, на рис. 2 при малом $\rho < 0$ изменение $R(t)$ наблюдается в течение всего процесса, который длится несколько десятков минут (установившийся ПП), но влияние запаздывающих нейтронов наблюдается в течение 2—3 мин (неустановившийся ПП). $\varphi(r, t)$ — форм-функция, определяемая нейтронными свойствами или составом ТВС АЗ и описывающая пространственное распределение ППН при фиксированных положениях РО СУЗ. $\varphi(r, t)$ практически не чувствует перераспределения концентраций ИЗН, что наглядно демонстрируют процессы в нормировке «на датчик» и «на начало» (см. рис. 2, *б*, *в*). Это можно объяснить малым вкладом в ППН нейтронов, порожденных ИЗН. Эксперименты по ПК имитируют длительные ПП (нейтронные ПП, характеризующиеся временами порядка $10^{-1} - 10^2$ с), при которых возникают некоторые особенности, связанные с тем, что процессы рождения, распространения, поглощения и перемещения по энергиям нейтронов принимаются бесконечно быстрыми, что соответствует асимптотическому приближению [3]. Операторы D, A и F описывают в этом случае изменения нейтронно-физических свойств, происходящих со скоростями, характерными не для установления распределения ППН, а связанными с регулированием или изменением свойств при аварии, и справедливо приближение для каждого шага ПП в форме

$$D(r, t)\Phi(r, t) - A(r, t)\Phi(r, t) + (1 - \rho(t))\chi_p F(r, t)\Phi(r, t) = 0, \tag{10}$$

или, если учесть, что за время шага Δt меняются нейтронно-физические характеристики (НФХ), то система (10) сводится к системе

$$[D - A + (1 - \rho)\chi_p F]\Delta\Phi/\Delta t = -\Delta[D - A + (1 - \rho)\chi_p F]/\Delta t \cdot \Phi. \tag{11}$$

При этом для системы (11) ρ определяется как собственное значение системы (10) [3, 4]. Из (11), переходя к пределу, можно получить

$$\omega\Phi = \partial\Phi/\partial t =$$

$$= -\,[D - A + (1-\rho)\chi_p F]^{-1}\partial[D - A + (1-\rho)\chi_p F - \chi_p F\rho\,]/\partial t\cdot\Phi. \qquad (12)$$

Заметим, что на участках «установившихся ПП» из экспериментов следует справедливость приближения

$$\Phi(r,\ t) = R(t)\varphi(r). \qquad (13)$$

При описании экспериментов на критстенде (КС) для R можно использовать приближение реактора нулевой мощности для мгновенного изменения мощности [2, с. 379]:

$$\dot{R} = \Lambda^{-1}(\rho - \beta)R + \sum_i \chi_{di}\lambda_i C_i + Q, \qquad (14)$$

где

$$C_k(t) = \beta_k \int_{i_1}^{t} R(t')\exp\,[-\lambda_k(t-t')\,]dt' + C_k(t_1)\exp[-\lambda_k(t-t_1)\,],$$

Q — источник.

На отрезках процессов, где меняются свойства (например, перемещаются РО СУЗ), приближение (13) для $\varphi(r,\ t)$ неправомочно.

Опишем переход между двумя состояниями $\varphi_1(r)$ и $\varphi_2(r)$. В этом случае

$$\Phi(r,\ t) = \begin{cases} R(t)\varphi_1(r) & \text{при} \quad t < t_1, \\ R(t)\varphi(r,\ t) & \text{при} \quad t_1 < t < t_2, \\ R(t)\varphi_2(r) & \text{при} \quad t_2 < t, \end{cases} \qquad (15)$$

где каждая функция $\varphi_j(r)$ является решением уравнения для j-го установившегося ПП:

$$D\varphi_j - A\varphi_j + (1-\rho)\chi_p F\varphi_j = 0. \qquad (16)$$

В (15) конструкцию для $\varphi(r,\ t)$ можно записать так:

$$\varphi(r,\ t) = \varphi_1(r)(1 - f(r,\ t)) + f(r,\ t)\varphi_2(r) \qquad (17)$$

или

$$\varphi(r,\ t) = \varphi_1(r)\left(1 + \frac{\Delta\varphi(r)}{\varphi_1(r)}\cdot f(r,\ t)\right), \qquad (18)$$

где функция $f(r,\ t)$ на отрезке $[t_1,\ t_2]$ изменяется от 0 до 1. Такая функция $\varphi(r,\ t)$ обеспечивает согласие решений для начала и конца ПП. Функцию $\varphi(r,\ t)$ в (15) можно представить следующим образом:

$$\Phi = R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2, \qquad (19)$$

тогда, сравнивая (19) и (15), получим

$$R_1 = R(1 - f); \qquad (20)$$

$$R_2 = Rf. \qquad (21)$$

Приближенно, полагая $\partial\varphi/\partial t = \Delta\varphi/\Delta t$ и учитывая, что

$$\partial\varphi/\partial t = \Delta\varphi\cdot\partial f/\partial t, \qquad (22)$$

находим

$$f(t) = (t - t_1)/(t_1 - t_2). \qquad (23)$$

Такое приближение справедливо для крупных шагов ($\Delta t > 2$ мин) при неглубоких возмущениях.

Рассмотрим случай, когда $\dot{R} = 0$ и известна ω, тогда:

1) воспользовавшись приближенной формулой

$$\partial\varphi/\partial t = \omega\overline{\varphi}, \tag{24}$$

где $\overline{\varphi} = 0{,}5(\varphi_1 + \varphi_2)$, функцию $\Phi(r,\ t)$ на отрезке времени $[t_1,\ t_2]$ оценим так:

$$\Phi = R[\varphi_1 + \omega\overline{\varphi}(t - t_1)]; \tag{25}$$

2) из соотношения

$$\partial\varphi/\partial t = \omega\varphi \tag{26}$$

следует

$$\varphi(r,\ t) = \varphi_1(r)\exp\int_{t_1}^{t}\omega(r,\ \tau)d\tau, \tag{27}$$

откуда получаем выражение для функции f

$$f(r,\ t) = [\exp\int_{t_1}^{t}\omega(r,\ t')dt' - 1]/[\exp\int_{t_1}^{t_2}\omega(r,\ t')dt' - 1]. \tag{28}$$

1.4. Экспериментальное определение динамических характеристик

Эксперименты, описанные во введении, преследовали цель исследования возможности создания методик экспериментального определения ДХ.

Для сопоставления расчетных и экспериментальных данных рассмотрим следующие величины.

Для экспериментальных данных

$$\Phi^0(t) = \Phi(t)/\Phi(0) \tag{29}$$

— в нормировке ПП на начало;

$$\Phi_j^k(t) = \Phi_j(t)/\Phi_k(t) \tag{30}$$

— в нормировке ПП на датчик. В (30) j — номера датчиков, k — номер датчика, на который проведена нормировка.

Для расчетных данных

$$\varphi^0(t) = \varphi(t)/\varphi(0), \tag{31}$$

$$R^0(t) = R(t)/R(0) \tag{32}$$

— нормировка ПП на начало;

$$\varphi_j^k(t) = \varphi_j(t)/\varphi_k(t) \tag{33}$$

— нормировка ПП на датчик. Соотношения между экспериментальными и расчетными величинами имеют вид

$$\Phi^0(t) = R^0\varphi^0(1 + \omega ft); \tag{34}$$

$$\Phi_j^k(t) = \varphi_k(t)(1 + \omega_j t)/(1 + \omega_k t). \tag{35}$$

По первым результатам экспериментов можно предполагать, что ДХ можно вычислять следующим образом.

- Ф:

1) регистрация процессов датчиками, устанавливаемыми в АЗ и/или вне ее;

2) переходный процесс между состояниями Φ_1 и Φ_2 при известных R^0, $\Phi_1 = \Phi(r,\ 0)$, ω и f можно оценить по формуле

$$\Phi = R^0\Phi_1(1 + \omega f t).$$

Причем при $t = t_2$ будет $\Phi = \Phi_2$.

3) для «установившихся ПП» при известных ω, l, ρ

$$\Phi(t) = \Phi_0[\rho/\rho(0) - l\omega/\rho(0)].$$

- $\varphi^0(t) = \varphi(r,\ t)/\varphi(r,\ 0)$:

1) по данным экспериментов при нормировании ПП «на начало»

$$\varphi^0(t) = \Phi(r,\ t)/[R^0\Phi(r,\ 0)];$$

2) если известно ω, то

$$\varphi^0 = 1 + \omega t.$$

- $\varphi_j^k = \varphi_j/\varphi_k$. Если известны ω_j и Φ_j, то

$$\varphi_j^k = \Phi_j^k(1 + \omega_k t)/(1 + \omega_j t).$$

- $\partial\Phi/\partial t$:

1) обработка процесса, зарегистрированного для Φ (фильтрация, сглаживание, численное дифференцирование);

2) при известном ω имеем $\partial\Phi/\partial t = \omega\Phi$;

- $\omega = (\partial\Phi/\partial t)/\Phi$:

1) вычисляется из значений Φ и $\partial\Phi/\partial t$ для соответствующих шагов по времени;

2) по формуле

$$\omega = (1/\Delta t)\cdot Ln[\Phi(t + \Delta t)/\Phi(t)];$$

3) при известном ρ для «установившихся ПП», когда нет влияния ИЗН имеем $\omega = \frac{\rho}{L}$;

4) при известных $\dot{R}/R$ и $\partial\varphi(r,\ t)/\partial t$ имеем

$$\omega = (\partial\Phi/\partial t)/\Phi = \dot{R}/R + \Delta\varphi^k(\varphi\Delta t);$$

5) при известных $\Phi(r,\ t)$, R^0 и $\Phi(r,\ 0)$ получим

$$\omega(r,\ t) = \frac{1}{t}[1 - \frac{\Phi(r,\ t)}{R^0(t)\Phi(r,\ 0)}] = \frac{1}{t}[1 - \varphi^0(t)];$$

- ρ:

1) регистрируется средствами контроля реактивности;

2) вычисляется, исходя из метода обратного решения уравнения кинетики [1] по формуле

$$\rho = \beta + l\omega - (l/\Phi)\Sigma\lambda C + \sum_i \chi_{di}\lambda_i C_i + \rho(0)/\Phi^0;$$

3) для «установившихся ПП»

$$\rho = \omega l = l(\dot{R}/R) + R^0\rho(0) = \frac{1}{\Delta t}Ln[\Phi(t + \Delta t)/\Phi(t)] + R^0\rho(0),$$

где $\rho(0)$ — исходная критичность для ПП.

- $R^0 = R(t)/R(0)$. Если параметры АЗ с момента $t_1 = 0$ не меняются и ПП установившийся, т.е. $\varphi(t) = \varphi(0)$, то

$$R^0(t) = \Phi(t)/\Phi(0).$$

- $\dot{R}/R$. Значение общее во всех точках АЗ, оно определяется:

1) если известно ω и φ^k, то

$$\dot{R}/R = \omega - \Delta\varphi^k/(\varphi^k \Delta t) = \omega - \frac{1}{\Delta t} Ln[\varphi(t + \Delta t)/\varphi(t)];$$

2) в точках, где $\partial\varphi/\partial t = 0$ имеем $\dot{R}/R = \omega$;

3) если известно $\omega(r, t)$, то $\dot{R}/R$ выделяется из ω статистически, как слагаемое, не зависящее от r;

4) $\dot{R}/R = \frac{1}{\Delta t} Ln[R(t + \Delta t)/R(t)]$.

- $\partial\varphi/\partial t = (\omega - \dot{R}/R)\varphi$. Вычисляется по известным значениям φ, ω и $\dot{R}/R$.

Таким образом, определяемые экспериментально ДХ можно проверять различными методами и сопоставлять с расчетными оценками, а также использовать для оценки их поведения НФХ, проводить проверку применимости различных математических моделей, приближений и т.п.

2. РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ И ИХ РЕАЛИЗАЦИЯ

Для расчета динамических процессов, происходящих в АЗ ВВЭР-1000, предполагается иметь в качестве базового варианта программу с детализацией — один расчетный узел на тепловыделяющий элемент. Программа ПЕРМАК [4] является программой такого уровня детализации для решения стационарного уравнения (5). Предполагается программу расчета динамики «строить» на основе программы ПЕРМАК, а также иметь возможность модификации базовой программы в программу с меньшим числом расчетных узлов.

Система (3), (4) решается явным устойчивым методом с переменными шагами по времени [5]. Для базовой задачи число Куранта оказалось порядка COU-1. OE-09, что сдерживает рост среднего временного шага до приемлемых величин. Работу, направленную на увеличение среднего временного шага, не проигрывая при этом в точности расчета, предполагается проводить в двух направлениях:

— увеличить число Куранта, заменив систему (3), (4) моделью, обоснованной математически или физическими соображениями;

— в системе (3), (4) выполнить «удачное» квазиразделение переменных так, чтобы выделить одну или несколько сильно зависящих от времени функций, получив при этом сглаживание остальных.

В соответствии с этими направлениями предполагается изучить следующие расчетные модели.

1. В системе (3), когда число групп мгновенных нейтронов $G > 1$, для первых N групп положить

$$V_g^{-1} \frac{\partial \Phi_g}{\partial t} = 0. \qquad (36)$$

Такая модель была рассмотрена на примере одномерной трехзонной задачи с двумя группами мгновенных и одной группой запаздывающих нейтронов, сформулированной в работе [6]. Для этой задачи были проведены численные эксперименты по моделированию процесса, вызванного периодическим с периодом $T_п = 80$ с скачкообразным увеличением в 1,3 раза сечения поглощения в первых двух зонах на время $T_у = 40$ с, с последующим скачкообразным возвращением в исходное состояние. Зависимость суммарного по АЗ потока каждой группы от времени демонстрирует рис. 3. Из сравнения рис. 2, *б* и рис. 3 следует, что расчетные зависимости потока нейтронов от времени качественно моделируют результаты экспериментов. В течение периода происходит перераспределение формы поля. На рис. 4 изображена форма поля по высоте АЗ потоков первой и второй групп мгновенных нейтронов в моменты времени $T_1 = 0$ и $T_2 = 80$ с соответственно. Сравнение позиций *а* и *б* на рис. 4 показывает,

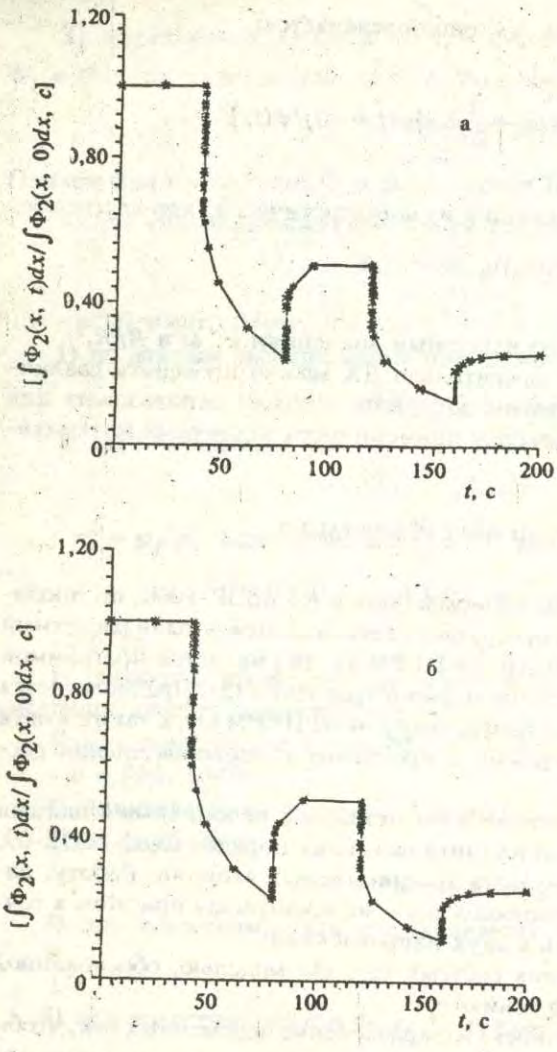


Рис. 3. Зависимость потока первой (*а*) и второй (*б*) групп мгновенных нейтронов от времени

что форма поля первой группы за период изменилась существенно и переход от момента T_1 к моменту T_2 вряд ли может быть адекватно описан точечной моделью.

Численные эксперименты показали, что для такой модели без потери точности время расчета уменьшилось в $\sqrt{V_1/V_2}$ раз. Следует отметить, что для одномерной задачи уравнение, в котором полагалось (36), на каждом временном шаге решалось точно методом прогонки.

Система одномерных уравнений (3), (4) решалась явным устойчивым методом с переменными шагами по времени, реализованным в программе DUMKA [5].

2. Продифференцируем систему (3) один раз по времени, положим

$$\dot{V}^{-1}\frac{\partial\Phi_g}{\partial t} + V^{-1}\frac{\partial^2\Phi_g}{\partial t^2} = 0$$

и разрешим относительно $\partial\Phi/\partial t$, это даст

$$\partial\Phi/\partial t = -\,[D - A + (1-\beta)\chi_p F + SC]^{-1}\{\partial[D - A + (1-\beta)\chi_p F]/\partial t + \dot{S}C\}\Phi, \quad (37)$$

где

$$\dot{S}C = \sum_i \chi_{di}\lambda_i\dot{C}_i = \sum_i \chi_{di}\lambda_i(\beta_i F\Phi - \lambda_i C_i).$$

Число Куранта системы (37) будет в V_1 раз превосходить число Куранта ис-

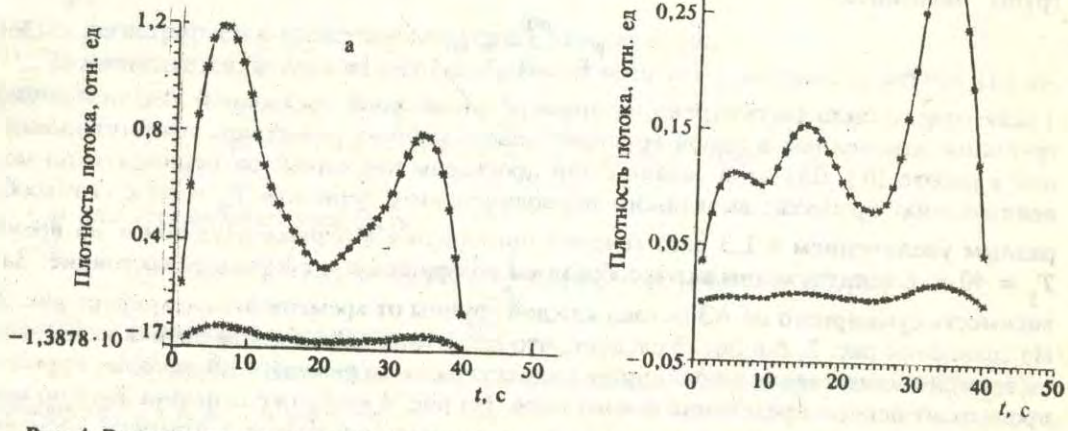


Рис. 4. Распределение потока первой и второй групп по высоте АЗ в момент времени T_1 (*а*) и T_2 (*б*)

ходной системы (3). При численной реализации такого подхода основная трудность заключается в нахождении обратной матрицы:

$$[D - A + (1 - \beta)\chi_p F + SC]^{-1}.$$

Отдельно следует обсудить корректность этой модели.

3. Решение системы (3), (4) будем искать в виде квазиразделения переменных:

$$\Phi(r,\ t) = R(t)\varphi(r,\ t),\quad C(r,\ t) = R(t)a(r,\ t). \tag{38}$$

Полагая $\gamma(t) = \dot{R}/R$, получим

$$R(t_{i+1}) = R(t_i)\exp\int_{t_i}^{t_{i+1}}\gamma(t')dt'. \tag{39}$$

Чтобы система (3), (4), (38), (39) стала замкнутой, надо иметь уравнение для $\gamma(t)$, которое можно получить, накладывая условие на функции φ, a. Рассмотрим один из вариантов получения уравнения для γ. Подставив (38), (39) в (3), (4), свернув с весовыми функциями W и $\chi_d W$ соответственно и преобразовав, на функции φ, a наложим условие

$$\langle W,\ V^{-1}\frac{\partial\varphi}{\partial t}\rangle + \langle\chi_d W,\ \sum_k \dot{a}_k\rangle = 0, \tag{40}$$

тогда для $\gamma(t)$ получим уравнение

$$\gamma(t) = \rho(t)/[\Lambda(t) + \sum_k \Im_k(t)], \tag{41}$$

где

$$\Lambda = \langle W,\ V^{-1}\varphi\rangle,\quad \rho = \langle W,\ D\varphi - A\varphi + \chi_p F\varphi\rangle,$$

$$\Im_k = \langle\chi_d W,\ a_k\rangle,\quad \langle W,\ \varphi\rangle = \sum_g\int_v W_g(r)\varphi_g(r)dr.$$

Смысл этой модели заключается в том, чтобы выделить функцию амплитуды R и функции формы φ, a. Такая модель должна быть эффективной при расчете процессов, выходящих на асимптотику, в которых на фоне «сильного» изменения мощности происходит существенная перестройка формы поля.

Такая модель была реализована для задачи, изложенной в работе [7]. В задаче рассматриваются две группы мгновенных и одна группа запаздывающих нейтронов для трехмерной гексагональной геометрии. Для такой задачи были проведены численные эксперименты по моделированию процесса, вызванного скачкообразным уменьшением сечения поглощения в семи центральных кассетах (АЗ состояла из 889 кассет) на 15%. В результате мощность стала возрастать с одновременным перераспределением формы поля. Процесс был рассчитан до 5 с реального времени. Результаты численных расчетов показали, что представление решения в виде (38), (39) для $W = 1$ дало хороший эффект: время расчета сократилось в четыре раза, величина относительной ошибки при этом не превосходила 2%.

4. При рассмотрении длительных переходных процессов, проходящих через ряд «установившихся ПП», предлагается использовать метод синтеза по пробным функциям. Решение для мгновенных нейтронов ищется в виде

$$\Phi(r,\ t) = \sum_j R_j(t)\varphi_j(r), \tag{42}$$

где в качестве пробных функций $\varphi_j(r)$ берется решение для j-го установившегося ПП в АЗ, описываемого либо уравнением

$$D_\varphi - A\varphi + [\chi_p(1 - \beta) + \sum_i \frac{\chi_{di}\lambda_i\beta_i}{\Pi + \lambda_i}]F\varphi - \Pi V^{-1}\varphi = 0, \tag{43}$$

либо уравнением (16). Уравнение для вектора $\dot{\mathbf{R}}$

$$\dot{\mathbf{R}} = \Lambda^{*-1}[(\rho^* - \beta^*)R + \sum_k \lambda_k B_k] \tag{44}$$

получается после подстановки (42) в (3) и свертки результата с весовыми функциями $W_m(r)$. Уравнения для ИЗН

$$\dot{З}_k = \beta_k^* R - \lambda_k З_k \tag{45}$$

получаются после подстановки (42) в (4) и свертки результата с весовыми функциями $\chi_k W_i(r)$. В (44), (45) Λ^*, ρ^*, β^*, β_k^* — квадратные матрицы.

5. Для описания переходного процесса между двумя установившимися ПП используем для функции $\varphi(r, t)$ формулу (17), тогда

$$\Phi(r, t) = R(t)[\varphi_1(1 - f(t)) + f(t)\varphi_2]. \tag{46}$$

Применив технику п. 4, получим уравнения для $R(t)$ и $f(t)$:

$$\begin{aligned}
\dot{R} &= A_1 R + A_2 Rf - A_3 \sum_i \lambda_i З_{1i} + A_4 \sum_k \lambda_k З_{2k}, \\
fD + ot &= T_1 + T_2 f - T_3 \sum_i \lambda_i З_{1i} + T_4 \sum_k \lambda_k З_{2k}, \\
\dot{З}_{1i} &= \beta_{11i} R + (\beta_{12i} - \beta_{11i}) Rf - \lambda_i З_{1i}, \\
\dot{З}_{2k} &= \beta_{21k} R + (\beta_{22k} - \beta_{21k}) Rf - \lambda_k З_{2k},
\end{aligned} \tag{47}$$

где

$$\begin{aligned}
A_1 &= [(\rho_{11} - b_{11})(\Lambda_{22} - \Lambda_{21}) - (\rho_{21} - \beta_{21})(\Lambda_{12} - \Lambda_{11})]/\det(\Lambda), \\
A_2 &= \{[(\rho_{22} - \beta_{22}) - (\rho_{21} - \beta_{21})](\Lambda_{11} - \Lambda_{12}) + \\
&+ [(\rho_{12} - \beta_{12}) - (\rho_{11} - \beta_{11})](\Lambda_{22} - \Lambda_{21})\}/\det(\Lambda), \\
A_3 &= (\Lambda_{21} - \Lambda_{22})/\det(\Lambda), \quad A_4 = (\Lambda_{11} - \Lambda_{12})/\det(\Lambda), \\
T_1 &= \{(\rho_{21} - \beta_{21})[\Lambda_{11} + f(\Lambda_{12} - \Lambda_{11})] - (\rho_{11} - \\
&- \beta_{11})[\Lambda_{21} + f(\Lambda_{21} - \Lambda_{22})]\}/\det(\Lambda), \\
T_2 &= \{[(\rho_{22} - \beta_{22}) - (\rho_{21} - \beta_{21})][\Lambda_{11} + f(\Lambda_{11} - \Lambda_{12})] + \\
&+ [(\rho_{12} - \beta_{12}) - (\rho_{11} - \beta_{11})][\Lambda_{21} + f(\Lambda_{21} - \Lambda_{22})]\}/\det(\Lambda), \\
T_3 &= [\Lambda_{21} + f(\Lambda_{21} - \Lambda_{22})]/(\det(\Lambda) \cdot R), \\
T_4 &= [\Lambda_{11} + f(\Lambda_{11} - \Lambda_{12})]/(\det(\Lambda) \cdot R).
\end{aligned}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хетрик Д. Динамика ядерных реакторов. — М.: Атомиздат, 1975.
2. Белл Д., Глесстон С. Теория ядерных реакторов. — М.: Атомиздат, 1974.
3. Динамика ядерных реакторов/Под ред. Я.В. Шевелева. — М.: Энергоатомиздат, 1990.
4. Лизоркин М.П. Программа ПЕРМАК. — В кн.: Материалы библиотек программ ВМК. — София, 1985.
5. Лебедев В.И. Как решать жесткие системы уравнений. — В кн.: Процессы и системы, вып. 8/Под ред. Г.И. Марчука. — М.: Наука, 1991.
6. Yasinsky J.B., Henrry A.F. — Nucl. Sci. Eng., 1965, vol. 22, p. 171.
7. Rucker M.R., Stewart J.W. Multidimensional space-time nuclear-reactor kinetic studies. Part I: Theoretical. — Nucl. Sci. Eng., 1976, vol. 59, p. 289—297.

Статья поступила в редакцию
30 декабря 1991 г.

Вопросы атомной науки и техники.
Сер. Физика ядерных реакторов, 1994, вып. 3. с. 95—106.

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ И РАДИАЦИОННОЙ ЗАЩИТЫ

Лалетин Н.И. Сравнение метода поверхностных псевдоисточников (G_N-приближения) с другими методами численного решения уравнения переноса нейтронов 3

Абрамов Б.Д. Метод эквивалентных крупных сеток для расчета реакторов в гексагональной геометрии 15

Кузьмин А.М., Морин Д.В., Новиков А.Е. Двухуровневая оптимизационная система для исследования реакторов на быстрых нейтронах 25

Дегтярев А.М. Расчетная методика оптимизации трехмерного нейтронного поля в канальном уран-графитовом реакторе 35

Кобяк А.В., Хромов В.В., Кашутин А.А., Кривицкий И.Ю. Задача оптимизации квазиустановившегося режима работы реактора 38

Дудкин А.Н., Клинов Д.А., Сарычев В.А. Неявный метод решения уравнений выгорания 44

Герасимов А.С., Зарицкая Т.С., Киселев Г.В., Рудик А.П. Влияние протактиния-233 на ядерную безопасность уран-233—торий-232 реакторного цикла 48

Бабайцев М.Н., Краюшкин А.В., Кучин А.В., Марьяненко В.Д., Халимончук В.А. Расчетные исследования всплесков энерговыделения при самоходах стержней СУЗ в РБМК 51

Попыкин А.И., Фейнберг О.С. Методика расчета энерговыделения в конструкционных материалах ядерных реакторов 57

Хмылев А.Н. Методика оперативной оценки плотности потока нейтронов на корпусе ВВЭР-440 62

ПРОГРАММЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ

Гуревич М.И. Алгоритмы поиска геометрических зон 68

Иванов К.Н., Манолова М.А., Апостолов Т.Г., Серегин А.С., Чебесков А.Н., Черный В.А. Тестирование программы НЕХАВ-3*D* на трехмерной расчетной модели быстрого энергетического реактора 82

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Ионов В.С., Лебедев В.И., Хамаза В.А. Предварительный анализ экспериментов по пространственной кинетике для полномасштабной активной зоны ВВЭР-1000, проведенных на критическом стенде В-1000 95

CONTENTS

NUCLEAR REACTORS AND RADIATION SHIELDING THEORY AND CALCULATIONS

Laletin N.I. Comparison of the surface pseudosources method (G_N-approximations) with other numerical methods for the neutron transport equation 3

Abramov B.D. An equivalent coarse-mesh method for reactor calculations in hexagonal geometry. 15

Kuzmin A.M., Morin D.V., Novikov A.E. Two-level optimization system for investigation of fast reactors 25

Degtiarev A.M. Calculation method for optimization of three-dimensional neutron flux distribution in channel reactor 35

Kobiak A.V., Khromov V.V., Kashutin A.A., Krivitsky I.Yu. Optimization problem for the reactor quasi-stationary regime 38

Dudkin A.N., Klinov D.A., Sarytchev V.A. Indirect method for solving of depletion equations 44

Gerasimov A.S., Zaritskaya T.S., Kiselev G.V., Rudik A.P. The effect of the protactinium-233 on the nuclear safety of the uranium-233 — thorium-232 reactor cycle 48
Babaytsev M.N., Krayushkin A.V., Kuchin A.V., Marianenko V.D., Khalimonchuk V.A. Calculations of an accident with rod withdrawn in RBMK 51
Popykin A.I., Feinberg O.S. The calculation of the energy transfer in the nuclear reactor structural materials 57
Khmiliov A.N. Prompt evaluation of neutron flux density at the WWER-440 pressure vessel . 62

CODES AND CODE COMPLEXES

Gurevich M.I. Algorithms of geometrical zones search 68
Ivanov K.N., Manolova M.A., Apostolov T.G., Seriogin A.S., Chebeskov A.N., Cherny V.A. Verification of the HEXAB-3*D* code on three-dimensional test model of fast power reactor 82

EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS

Ionov V.S., Lebedev V.I., Khamaza V.A. Preliminary analysis of the space-time kinetics experiments with the fullscale WWER-1000 core at critical facility W-1000. 95

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

Серия: Физика ядерных реакторов

Выпуск 3

Ответственный за выпуск С.М. Зарицкий

Редактор Г.Я. Кармадонова
Технический редактор С.К. Сведлова
Корректор В.П. Горячева

Подписано в печать 26.01.94. Формат 70×108/16
Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,5. Уч.-изд. л. 10,8+0,2 вкл.
Тираж 200. Индекс 3646. 13 статей. Заказ 207

Отпечатано в Российском научном центре «Курчатовский институт»
123182, Москва, пл. Академика Курчатова

INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICS AND COMPUTATIONS, REACTOR PHYSICS, AND ENVIRONMENTAL ANALYSES

April 30 — May 4, 1995
Jantzen Beach Red Lion Hotel
Portland, Oregon

The meeting provides a forum for scientists and engineers from around the world to share ideas on advances in mathematics and computation, their applications to difficult environmental challenges, and reactor physics problems. Of special interest will be the transfer of ideas and methodologies between the three disciplines: mathematics, reactor physics, and environmental analysis.

SUBJECT CATEGORIES

- ✓ Diffusion and Transport Theory Methods and Applications
- ✓ Hydrologic Modeling and Transport
- ✓ Global and Regional Circulation Models
- ✓ Inverse Problems
- ✓ Uncertainty and Sensitivity Analysis
- ✓ Simulation
- ✓ Computational Algorithm Development Systems Engineering and Process Flow Modeling
- ✓ Verification and Validation of Codes and Computational Methods
- ✓ Reactor Statics and Reactor Kinetics
- ✓ Criticality Safety Analysis
- ✓ Fluid Dynamics and Thermal Hydraulics
- ✓ Probabilistic Risk Assessment
- ✓ Reliability Engineering
- ✓ Shielding and Dosimetry
- ✓ Modeling and Advanced Fission and Fusion Systems
- ✓ Artificial Intelligence Applications
- ✓ Neutral Particle Methods in Medical Imaging and Radiation Therapy

10 800 р.

Индекс 3646

Вопросы атомной науки и техники
ISSN 0205—4671. Сер. Физика ядерных реакторов, 1994, вып. 3, с. 1—108