

ISSN 0205—4671

РОССИЙСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР  
“КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ”

# ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

---

СЕРИЯ:

Физика ядерных реакторов

ВЫПУСК

2

2008

РОССИЙСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР “КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ”

**В О П Р О С Ы  
А Т О М Н О Й  
Н А У К И  
И  
Т Е Х Н И К И**

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК**

**СЕРИЯ:**

**ФИЗИКА ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ**

**ИЗДАЕТСЯ С 1989 г.**

**ВЫПУСК 2**

**ФИЗИКА И МЕТОДЫ РАСЧЕТА  
ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ**

**МОСКВА – 2008**

Выпуски "Физика и методы расчета ядерных реакторов" подготавливаются Российским научным центром "Курчатовский институт" и ранее выходили в составе серии "Физика и техника ядерных реакторов". Данный выпуск тридцать восьмой.

**Редакционная коллегия серии :**

А.Ю. Гагаринский (главный редактор),  
С.М. Зарицкий (зам. главного редактора), В.Ф. Колесов,  
С.Д. Малкин, А.Е. Крошили, Е.А. Старостина (отв. секретарь).

В выпуске "Физика и методы расчета ядерных реакторов" публикуются материалы по следующим вопросам:

- математические проблемы теории переноса и теории реакторов;
- теория и методы расчета ядерных реакторов, blankets термоядерных реакторов, радиационной защиты, переноса излучений;
- проблемы обеспечения расчетных и экспериментальных исследований программами для ЭВМ; описания и аннотации программ, комплексов и систем программ;
- расчетные исследования по физике ядерных реакторов, blankets термоядерных реакторов, радиационной защиты, переноса излучений;
- экспериментальные методы и экспериментальные исследования по физике ядерных реакторов и в перечисленных смежных областях;
- общие проблемы ядерной энергетики.

Материалы для опубликования следует направлять в Российский научный центр "Курчатовский институт" на имя главного редактора серии.

Materials related to the topics described below are published in series "Nuclear Reactor Physics":

- mathematical problems of transport and nuclear reactor theory;
- theory and calculational methods for nuclear reactors, fusion reactor blankets, radiation shielding and radiation transport;
- codes for calculational and experimental investigations; descriptions and abstracts of codes, code complexes and systems;
- calculational analysis of reactor, blanket and shielding performances and radiation transport; calculational analysis of some nuclear energy development aspects;
- experimental methods and experimental analysis in field of nuclear reactor physics and other above mentioned items;
- general problems of nuclear power.

## Планирование и анализ данных для синтеза многомерных закономерностей (нелинейный многофакторный анализ<sup>1)</sup>)

*В.М. Мордашев,*

ФГУ РНЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Изложены методология планирования и анализа данных для синтеза многомерных закономерностей с помощью визуализации и обеспечивающий ее метод приближения численной информации функциями с "разделяющимися" переменными. Метод разработан для случаев исходных данных в виде: а) таблицы, в которой заполнены все ячейки; б) ортогональной таблицы, в которой заполнены вполне определенные ячейки; в) таблицы, в которой не заполнены, вообще говоря, произвольные ячейки. Метод успешно применялся для различных задач атомной науки и техники.

**Data planning and analysis for synthesis of multi-dimensional laws. V.M. Mordashev.** Here is described methodology of data planning and analysis for the synthesis of multi-dimensional laws by means of visualization. It is founded on a method of approximation by means of "separating" variables. Method developed for the data, which are submitted in the form as: a) a table, in which all cells are filled; b) an orthogonal table, in which quite certain cells are filled; c) a table, in which arbitrary cells are not filled. The method has successfully been used in various tasks of nuclear science and technology.

Развитие экспериментальной техники, вычислительных методов, ЭВМ, математического моделирования резко расширило возможности получения численной информации о самых разных процессах и явлениях. И эти возможности сегодня активно используются. Одним из результатов реализации возможностей получения численной информации является ее бурный рост. Так, например, только по одному вопросу – кризису теплоотдачи при течении кипящей воды в трубах за 10 лет (1956...1966 гг.) опубликованы десятки тысяч экспериментальных данных [2].

Численная информация нужна не сама по себе, а для создания различных устройств, технологических процессов, оптимизации их, управления ими и вообще для принятия разного рода решений. Поэтому численная информация должна быть и представлена в таком виде, который позволял бы применять ее наиболее эффективно. Иными словами, численная информация должна быть упакована в простые, наглядные и удобные модели, такие как, например, формулы, графики, диаграммы, номограммы.

Все это ставит задачу сжатия и упаковки численной информации для ее использования и осмысления в положение одной из самых актуальных проблем не только науки, но и техники. Разумеется, задача сжатия и упаковки численной информации возникла не сегодня, а вместе с возможностью измерять и считать. Основным методом сжатия и упаковки численной, например, экспериментальной информации с помощью математических моделей служит аппроксимация.

<sup>1)</sup>Прежнее название "Неклассический метод дискретного приближения функций многих переменных" [1]

## 1. Постановка задачи

Основная задача аппроксимации в классической ее постановке формулируется следующим образом [3]: “На некотором точечном множестве  $M$  в пространстве произвольного числа измерений заданы две функции:  $\varphi(P)$  и  $F(P; A_1, A_2, \dots, A_n)$  от точки  $P \in M$ , из которых вторая зависит еще от некоторого числа параметров  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ; эти параметры требуется определить так, чтобы отклонение в  $M$  функции  $F(P; A_1, A_2, \dots, A_n)$  от функции  $\varphi(P)$  было наименьшим. При этом, конечно, должно быть указано, что понимается под отклонением  $F$  от  $\varphi$ ”.

Современные вычислительные методы (см., например, [4, 5]) и ЭВМ позволяют почти всегда решать эту задачу аппроксимации при практически произвольном наборе исходных данных (значений  $\varphi(P)$ ) и мере отклонения  $F$  от  $\varphi$ . Хотя здесь и могут встречаться свои сложности, связанные со сходимостью и единственностью решения.

Однако в приведенной выше формулировке основная задача аппроксимации требует, чтобы в каждом конкретном случае исследователь имел сведения о виде аппроксимирующей функции  $F$ , т.е. имел “теорию” процесса или явления, о котором имеется численная информация. На практике же при исследовании сложных или непознанных процессов такая “теория”, т.е. вид аппроксимирующей функции  $F(P; A_1, \dots, A_n)$ , зачастую заранее отсутствует и сама должна явиться результатом анализа численной информации. Правда, если речь идет о приближении непрерывных функций, то существуют универсальные классы приближающих функций такие, например, как ряды Фурье или степенные ряды, гарантирующие сколь угодно точное приближение при достаточной длине ряда. Методы приближения на таких классах достаточно хорошо разработаны и реализованы на ЭВМ.

И тем не менее, несмотря на разработанность этих методов, на практике для приближения функций нескольких переменных они применяются относительно редко, если степень полинома превышает третью, и исследователи обычно стремятся получать приближения функциями другого вида, более удобного для интерпретации и дальнейшего использования полученных моделей. Причем указать заранее вид удобных аппроксимирующих функций не представляется возможным, поскольку предпочтительность тех или иных функций зависит от конкретной задачи.

Однако одно из свойств приближающих функций, предпочитаемых исследователями, указать можно – переменные в них или в их преобразованиях должны разделяться. Это объясняется тем, что интерпретация функций с разделяющимися переменными бывает наиболее естественна, а сами они весьма удобны для приложений, в частности, допускают визуализацию (например, в виде связной совокупности графиков или номограмм). Да и в подавляющем большинстве естественнонаучных законов переменные разделяются.

Если ранее при построении математических моделей для упаковки численной информации преобладала ситуация, когда на основе некоторых теоретических соображений о каком-либо процессе или явлении выбирался вид математической модели, а коэффициенты, входящие в нее, получались в результате решения задачи приближения опытных (численных) данных этой моделью, то ныне такая ситуация встречается все реже и реже, так как изучению подвергаются все более сложные системы, для которых трудно, а иногда и просто невозможно, заранее предложить удовлетворительный вид математической модели.

Таким образом, создается парадоксальное положение: многие исследования проводятся для того, чтобы получать приемлемые математические модели неизвестного заранее вида, а методы аппроксимации опытных данных, с помощью которых нужно получать математические модели, требуют, чтобы вид этих моделей был известен заранее! Где же выход из этого положения?

Очевидно, что, оставаясь в рамках системы “численные данные – классическая задача аппроксимация”, найти его невозможно, если только ограничиваться моделями типа рядов

Фурье или полиномиальных рядов. Нужно привлечь еще “что-то”. Обратимся к практике экспериментальных исследований, может быть она подскажет направление поиска выхода из создавшегося положения.

Первое, что бросается в глаза, – это активное использование исследователями пространственного воображения. Геометрическая интерпретация экспериментальных данных и пространственное воображение позволяют им “подсмотреть”, “угадать” вид подходящих математических моделей даже в случаях, когда отсутствуют заранее какие-либо теоретические соображения о моделях. Однако возможности такого “угадывания” ограничены двухмерным (реже трехмерным) пространством.

Если функция  $\varphi(P)$  (экспериментальные данные) зависит от одной переменной, то она может быть изображена в виде набора точек на плоскости, и выбор аппроксимирующей функции  $F(P; A_1, \dots, A_n)$  сводится к выбору плоской линии, описывающей эти точки с требуемой точностью. При достаточном опыте выбор функции  $F$  обычно не вызывает особых трудностей. Существует ряд руководств (см., например, [6]), посвященных выбору подходящих аппроксимирующих функций для зависимостей от одной переменной.

Выбор подходящего класса функций  $F$  с помощью пространственного воображения и геометрической интерпретации численных данных резко осложняется, если функция  $\varphi(P)$  зависит от двух переменных, так как в этом случае нужно выбрать вид поверхности в трехмерном пространстве, описывающей точки  $\varphi(P)$ . Выбор же подобным способом аппроксимирующих функций  $F$  для численных данных  $\varphi(P)$ , зависящих от трех и более переменных, практически невозможен – здесь пространственное воображение обычного человека, живущего в трехмерном пространстве, плохой помощник.

Но несмотря на это, исследователи постоянно стремятся использовать пространственное воображение, геометрическую интерпретацию данных при анализе многофакторных зависимостей. Делается это следующим образом. Фиксируют все факторы (переменные) кроме одного или двух; последние варьируют и описанным выше способом получают частные модели зависимостей от варьируемых факторов. Затем эту процедуру повторяют для различных комбинаций факторов, получая систему частных моделей. Однако на основе этих частных моделей получить единую модель для всей многофакторной зависимости, как правило, нельзя кроме случаев, когда в многофакторной зависимости или каком-либо известном ее преобразовании допустимо разделение переменных.

Впрочем, даже если в изучаемой зависимости и допустимо разделение переменных, догадаться об этом не всегда легко. Последнее можно проиллюстрировать следующим историческим примером.

В 1662 г. Бойлем и независимо от него в 1676 г. Мариоттом был открыт физический закон, связывающий объем  $V$  и давление  $P$  газа при фиксированной температуре  $t$ :

$$V = \text{const}/P. \quad (1)$$

Затем в 1802 г. независимо Дальтоном и Гей-Люссаком был открыт закон, связывающий объем и температуру газа при фиксированном давлении:

$$V = \text{const}(1 + \alpha t). \quad (2)$$

Казалось бы, этих двух частных законов достаточно, чтобы сформулировать общий закон; нужно лишь предположить, что переменные в общем законе разделяются. Однако потребовалось более 30 лет, чтобы в 1834 г. на основании этих частных законов Клайперону удалось построить единый закон для идеального газа

$$V = \text{const}(1 + \alpha t)/P, \quad (3)$$

т.е. получить модель с разделяющимися переменными:

$$V(P, t) = f_1(P)f_2(t). \quad (4)$$

И хотя этот пример имеет почти двухвековую давность, вряд ли можно утверждать, что сегодняшний исследователь более вооружен, нежели исследователь XIX века, перед лицом

многомерных задач, для которых нет априорных моделей: возможности пространственного воображения мало изменились за последние 1,5...2 века. Зато число подобных задач выросло неимоверно. И все большее число исследователей (не в этом ли одна из причин угрожающего роста числа научных работников?) вынуждено оказываться в роли ранних естествоиспытателей, которые на основе опыта и умозрительных упражнений открывали законы природы, как правило, простые. Но положение современных естествоиспытателей несравненно хуже – им трудно рассчитывать на простые зависимости.

Очевидно, что для практики исследований численных многофакторных зависимостей необходимы такие методы аппроксимации функций многих переменных, которые помогали бы выяснять допустимость разделения переменных в анализируемой зависимости или в каком-либо неизвестном заранее ее преобразовании. Это свело бы анализ функции многих переменных к анализу функций меньшего числа переменных, при котором можно эффективно применять графическую интерпретацию и пространственное воображение.

Иными словами, нужны методы аппроксимации функций многих переменных, позволяющих находить приближения в виде

$$\varphi(\sigma_n) \approx L \left\{ \sum_i f_i(\tau^{(i)}) \right\} \quad (5)$$

или

$$\varphi(\sigma_n) \approx L \left\{ \prod_i f_i(\tau^{(i)}) \right\}, \quad (6)$$

где  $\varphi(\sigma_n) = \varphi(x_1, \dots, x_n)$  – приближаемая функция (таблица) от  $n$  независимых переменных;  $\sigma_n = \{x_1, \dots, x_n\}$  – множество  $n$  независимых переменных;  $L$  – неизвестная заранее, строго монотонная, непрерывная функция одной переменной;  $f_i(\tau^{(i)})$  – неизвестная заранее функция (таблица) меньшего, чем  $n$  (для приложений – одного или двух), числа переменных,  $\tau^{(i)} \subset \sigma_n$ ;  $i$  – номер функции.

Предположим, что такое приближение получено и удовлетворяет по точности. Тогда с помощью геометрической интерпретации табличных функций  $f_i(\tau^{(i)})$  и непрерывной функции  $L$  можно с помощью пространственного воображения подобрать для них аналитические аналоги (модели) и построить аналитическую модель  $F$  для всей многофакторной зависимости  $\varphi(\sigma_n)$ . Эта многофакторная аналитическая модель при необходимости может быть модернизирована для каких-либо других видов отклонения  $F$  от  $\varphi$ , отличающихся от примененных в аппроксимациях (5) или (6), поскольку в этом случае будем иметь дело уже с классической задачей аппроксимации.

Очевидно, что нетрудно также построить номограмму для функции  $F$ . (Заметим, что номограммы сошли со сцены не только потому, что эти наглядные вычислительные средства вытеснены компьютерами, но главным образом потому, что номограммы умели строить только для функций известного вида.)

Естественно, что от методов, дающих аппроксимацию вида (5) или (6), не следует требовать сколь угодно точного приближения, как, например, от полиномиальных рядов. Их цель – находить удовлетворительные по точности модели с разделяющимися переменными, если таковые существуют для исследуемой многофакторной зависимости. Причем, если эти методы позволяют находить приближающие функции и тем самым получать полную информацию о невязках, то априорные оценки точности приближения (подобные оценкам остаточного члена ряда Тейлора), хотя и представляют определенный теоретический интерес, будут иметь практическую ценность лишь в том случае, если затраты на априорную оценку точности приближения окажутся ниже затрат на получение самой приближающей функции.

Впрочем, можно поставить вопрос о сходимости приближений типа (5) и (6) к точному описанию, если, например, рассматривать сначала приближение самой функции  $\varphi$ , затем

приближения получающихся невязок  $\varphi - F$ , потом вторых невязок и т.д. Такая постановка вполне правомерна тем более, что академиком Колмогоровым А.Н. показано [7], что для любой непрерывной в  $n$ -мерном кубе функции существует точное представление в виде

$$\varphi(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^{2n+1} L_i \left\{ \sum_{j=1}^n f_{ij}(x_j) \right\}. \quad (7)$$

Однако, на наш взгляд, алгоритм приближения, сходящегося к точному описанию, если бы и был найден, представлял бы безусловно теоретический интерес, но вряд ли оказал большую помощь практике исследований многофакторных зависимостей, так как получавшиеся с его помощью модели не имели бы существенного преимущества по простоте и удобству их интерпретации и использования по сравнению с полиномиальными моделями.

Что касается публикаций по приближениям типа (5) или (6), то таковые отсутствуют. Опубликованные же работы, например, [8...11] относятся к представимости функций двух переменных в виде

$$\varphi(x, y) = L\{f_1(x) + f_2(y)\} \quad (8)$$

или

$$\varphi(x, y) = L\{f_1(x)f_2(y)\}. \quad (9)$$

Это обстоятельство, вероятно, свидетельствует о том, что вряд ли можно построить приемлемый для практики алгоритм, реализующий в какой-либо метрике  $k$  наименьшее уклонение, например,

$$\inf_{L, f} \left\| \varphi(\sigma_n) - L \left\{ \sum_i f_i(\tau^{(i)}) \right\} \right\|_k. \quad (10)$$

Поэтому целесообразно искать путь, который позволит находить если не точную нижнюю границу (10), то хотя бы значение уклонения, близкое к этой границе; например, искать алгоритм, реализующий

$$\inf_{L^{-1}, f} \left\| L^{-1} \{ \varphi(\sigma_n) \} - \sum_i f_i(\tau^{(i)}) \right\|_k, \quad (11)$$

где  $L^{-1}$  – некоторое непрерывное преобразование (из класса обратных к применяемым в (10) преобразованиям  $L$ ). Такой подход, на наш взгляд, вполне правомерен.

Действительно, пусть  $L^{-1}(\varphi)$  – строго монотонная на отрезке  $[\min \varphi, \max \varphi]$  функция, причем

$$0 < m \leq \partial L^{-1} / \partial \varphi \leq M < \infty, \quad (12)$$

где  $m$  и  $M$  – некоторые наперед заданные числа ( $m \leq 1 \leq M$ ), и удовлетворяет условию

$$\left\| \partial L^{-1} / \partial \varphi \right\|_k = 1. \quad (13)$$

Множество таких функций не пусто, хотя бы потому, что оно содержит тождественное преобразование  $L(\varphi) = \varphi$ .

Пусть  $\sum_i f_i(\tau^{(i)})$  – некоторая сумма функций меньшего, чем  $n$ , числа переменных. Рассмотрим “невязки”

$$\xi(\sigma_n) = \varphi(\sigma_n) - L \left\{ \sum_i f_i(\tau^{(i)}) \right\}, \quad (14)$$

$$s(\sigma_n) = L^{-1} \{ \varphi(\sigma_n) \} - \sum_i f_i(\tau^{(i)}). \quad (15)$$

Используя разложения в ряд Мак-Лорена, получим

$$\begin{aligned} \sum_i f_i(\tau^{(i)}) &= L^{-1} \left\{ L \left[ \sum_i f_i(\tau^{(i)}) \right] \right\} = L^{-1} \{ \varphi(\sigma_n) - \xi(\sigma_n) \} = \\ &= L^{-1} \{ \varphi(\sigma_n) \} - \partial L^{-1}(\varphi) / \partial \varphi \Big|_{\varphi \in [\min \varphi, \max \varphi]} \xi(\sigma_n) \end{aligned} \quad (16)$$

или

$$\xi(\sigma_n) = \frac{L^{-1} \{ \varphi(\sigma_n) \} - \sum_i f_i(\tau^{(i)})}{\partial L^{-1}(\varphi) / \partial \varphi \Big|_{\varphi \in [\min \varphi, \max \varphi]}} = \frac{s(\sigma_n)}{\partial L^{-1}(\varphi) / \partial \varphi \Big|_{\varphi \in [\min \varphi, \max \varphi]}}, \quad (17)$$

или

$$s(\sigma_n) / M \leq \xi(\sigma_n) \leq s(\sigma_n) / m, \quad (18)$$

откуда

$$\|s(\sigma_n)\|_k / M \leq \|\xi(\sigma_n)\|_k \leq \|s(\sigma_n)\|_k / m. \quad (19)$$

Очевидно, что

$$\|s_\xi(\sigma_n)\|_k / M \leq \inf_{L, f} \|\xi(\sigma_n)\|_k \leq \|s_\xi(\sigma_n)\|_k / m, \quad (20)$$

где  $s_\xi(\sigma_n)$  имеет  $L^{-1}$  и  $f_i(\tau^{(i)})$ , соответствующие  $\inf_{L, f} \|\xi(\sigma_n)\|_k$ .

С другой стороны,

$$\inf_{L^{-1}, f} \|s(\sigma_n)\|_k / M \leq \|\xi_s(\sigma_n)\|_k \leq \inf_{L^{-1}, f} \|s(\sigma_n)\|_k / m, \quad (21)$$

где  $\xi_s(\sigma_n)$  имеет  $L$  и  $f_i(\tau^{(i)})$ , соответствующие  $\inf_{L^{-1}, f} \|s(\sigma_n)\|_k$ . Так как  $\inf_{L^{-1}, f} \|s(\sigma_n)\|_k \leq \|s_\xi(\sigma_n)\|_k$  и  $\inf_{L, f} \|\xi(\sigma_n)\|_k \leq \|\xi_s(\sigma_n)\|_k$ , то

$$\begin{aligned} (1/M) \inf_{L^{-1}, f} \left\| L^{-1} \{ \varphi(\sigma_n) \} - \sum_i f_i(\tau^{(i)}) \right\|_k &\leq \inf_{L, f} \left\| \varphi(\sigma_n) - L \left\{ \sum_i f_i(\sigma_n) \right\} \right\|_k \leq \\ &\leq (1/m) \inf_{L^{-1}, f} \left\| L^{-1} \{ \varphi(\sigma_n) \} - \sum_i f_i(\tau^{(i)}) \right\|_k. \end{aligned} \quad (22)$$

Полученные оценки подтверждают допустимость замены задачи классического приближения (т.е. приближения самой исследуемой функции) на задачу приближения некоторого неизвестного заранее ее преобразования.

Настоящая работа посвящена нелинейному многофакторному анализу (НЛМФА), решающему задачу приближения функций многих переменных, их линейных комбинаций и нелинейных преобразований суммами функций меньшего числа переменных

## 2. Приближение в параллелепипеде

Пусть в параллелепипеде  $D = \{a_i \leq x_i \leq b_i; i = 1, \dots, n\}$  задана функция меры

$\chi(\sigma_n) = \chi(x_1, \dots, x_n) = \chi_1(x_1) \dots \chi_n(x_n)$ , где  $\int_{a_i}^{b_i} d\chi_i(x_i) = 1$ ,  $\int_{a_i}^{b_i} |d\chi_i(x_i)| < \infty$ ,  $\sigma_n = \{x_1, \dots, x_n\}$  – множество

$n$  независимых переменных.

Обозначим:  $\sigma_q^{(i)}(\sigma_q, \sigma^{(i)}, \bar{\tau})$  – подмножество  $\sigma_n$  (верхний индекс – номер подмножества, нижний – число переменных, составляющих подмножество);  $\bar{\tau}$  – подмножество, допол-

няющее подмножество  $\tau$  до  $\sigma_n$ ;  $f(\sigma_n) = f(x_1, \dots, x_n)$ ;  $f(\sigma_q^{(i)}) = f(x_{i1}, \dots, x_{iq})$ ;  
 $\chi(\sigma_q^{(i)}) = \chi_{i1}(x_{i1}) \dots \chi_{iq}(x_{iq})$ .

Введем операцию "осреднения" (интеграл Лебега-Стилтьеса)

$$\varphi(\tau) = \int_{D(\bar{\tau})} \varphi(\sigma_n) d\chi(\bar{\tau}), \quad (23)$$

где подпараллелепипед  $D(\bar{\tau})$  представляет собой  $D(\bar{\tau}) = \{a_i \leq x_i \leq b_i; x_i \in \bar{\tau}\}$ .

Из следующих очевидных свойств осреднения<sup>2)</sup>:

- 1)  $\varphi(\tau) = \int_{D(\bar{\tau})} \varphi(\tau) d\chi(\bar{\tau})$ ,
- 2)  $\int_{D(\tau)} \varphi(\sigma) d\chi(\tau) = \int_{D(\tau^{(1)})} \left\{ \int_{D(\tau^{(2)})} \varphi(\sigma) d\chi(\tau^{(2)}) \right\} d\chi(\tau^{(1)})$  при  $\tau = \tau^{(1)} \cup \tau^{(2)}$ <sup>3)</sup>,
- 3)  $\int_{D(\tau)} \left\{ \sum_{1 \leq i \leq k} \varphi_i(\sigma^{(i)}) \right\} d\chi(\tau) = \sum_{1 \leq i \leq k} \int_{D(\tau)} \varphi_i(\sigma^{(i)}) d\chi(\tau)$ ,  $k < \infty$ , следует

*Лемма 1* [12]. Если в параллелепипеде  $D$  функция  $\varphi(\sigma_n)$  представляется в виде суммы функций меньшего числа переменных

$$\varphi(\sigma_n) = \sum_{1 \leq i \leq m} f_i(\tau^{(i)}), \quad (24)$$

то она представляется и в виде

$$\varphi(\sigma_n) = \sum_{1 \leq j \leq m} (-1)^{(j+1)} \sum_{1 \leq i \leq C_m^j} \varphi(\Pi_j^{(i)}) = \sum_{1 \leq i \leq m} \varphi(\tau^{(i)}) - \sum_{1 \leq i < j \leq m} \varphi(\tau^{(i)} \cap \tau^{(j)}) + \dots + (-1)^{(m+1)} \varphi(\tau^{(1)} \cap \dots \cap \tau^{(m)}), \quad (25)$$

где  $\Pi_k^{(i)} = \tau^{(i)} \cap \dots \cap \tau^{(k)}$ ,  $C_m^j = \frac{m!}{(m-j)!j!}$  – число сочетаний из  $m$  элементов по  $j$ .

*Доказательство.* Применим представление (25) к  $\sum_{1 \leq i \leq m} f_i(\tau^{(i)})$ , где  $f_i(\tau^{(i)})$  – произвольная функция

$$\sum_{1 \leq j \leq m} (-1)^{(j+1)} \sum_{1 \leq i \leq C_m^j} \sum_{1 \leq k \leq m} f_k(\Pi_j^{(i)}). \quad (26)$$

Ничего не изменится, если к переменным функции  $f_k$  добавить пересечение с  $\tau^{(k)}$  (свойство 1):

$$\sum_{1 \leq j \leq m} (-1)^{(j+1)} \sum_{1 \leq i \leq C_m^j} \sum_{1 \leq k \leq m} f_k(\Pi_j^{(i)}) = \sum_{1 \leq j \leq m} (-1)^{(j+1)} \sum_{1 \leq i \leq C_m^j} \sum_{1 \leq k \leq m} f_k(\Pi_j^{(i)} \cap \tau^{(k)}). \quad (27)$$

Возможны два случая:

- 1) пересечение  $\Pi_j^{(i)}$  содержит  $\tau^{(k)}$ , тогда  $\Pi_j^{(i)} \cap \tau^{(k)} = \Pi_j^{(i)}$  (число таких пересечений для каждой  $f_k$  равно  $C_{m-1}^{j-1}$ );
- 2) пересечение  $\Pi_j^{(i)}$  не содержит  $\tau^{(k)}$ , тогда  $\Pi_j^{(i)} \cap \tau^{(k)} = \Pi_{j+1}^{(i)}$  (число таких пересечений для каждой  $f_k$  равно  $C_{m-1}^j$ , каждое из которых содержит не менее двух пересекающихся множеств).

<sup>2)</sup> Частными примерами операции осреднения, обладающими этими свойствами, могут служить среднее арифметическое по группе переменных или фиксирование определенных значений переменных.

<sup>3)</sup>  $\cap$  – пересечение;  $\cup$  – объединение;  $\subset$  – принадлежит, но не равно;  $\in$  – является элементом.

Отсюда

$$\begin{aligned} \sum_{1 \leq j \leq m} (-1)^{(j+1)} \sum_{1 \leq i \leq C_j^j} \sum_{1 \leq k \leq m} f_k(\Pi_j^{(i)} \cap \tau^{(k)}) &= \sum_{1 \leq j \leq m} (-1)^{(j+1)} \sum_{1 \leq k \leq m} \left\{ \sum_{1 \leq i \leq C_{m-1}^{j-1}} f_k(\Pi_j^{(i)}) + \sum_{1 \leq i \leq C_{m-1}^j} f_k(\Pi_{j+1}^{(i)}) \right\} = \\ &= \sum_{1 \leq k \leq m} \left\{ \sum_{1 \leq j \leq m} \sum_{1 \leq i \leq C_{m-1}^{j-1}} (-1)^{(j+1)} f_k(\Pi_j^{(i)}) + \sum_{1 \leq j \leq m} \sum_{1 \leq i \leq C_{m-1}^j} (-1)^{(j)} f_k(\Pi_{j+1}^{(i)}) \right\} = \\ &= \sum_{1 \leq k \leq m} \left\{ \sum_{1 \leq j \leq m} \sum_{1 \leq i \leq C_{m-1}^{j-1}} (-1)^{(j+1)} f_k(\Pi_j^{(i)}) + \sum_{2 \leq j \leq m} \sum_{1 \leq i \leq C_{m-1}^{j-1}} (-1)^{(j)} f_k(\Pi_j^{(i)}) \right\} = \sum_{1 \leq k \leq m} f_k(\tau^{(k)}), \end{aligned} \quad (28)$$

что и доказывает справедливость (25).

Пример 1. Пусть  $\varphi(x, y) = f_1(x) + f_2(y)$  в квадрате  $D = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ , тогда  $\varphi(x, y) = \int_0^1 \varphi(x, y) dy + \int_0^1 \varphi(x, y) dx - \int_0^1 \int_0^1 \varphi(x, y) dx dy$ .

Пример 2. Пусть  $\varphi(x, y, z) = f_1(x, y) + f_2(y, z)$  в некоторой области  $M$ , тогда  $\varphi(x, y, z) = \varphi(x, y, z_0) + \varphi(x_0, y, z) - \varphi(x_0, y, z_0)$ , где  $x_0, z_0$  – некоторые фиксированные значения переменных  $x$  и  $z$ .

Пусть далее  $d\chi_i(x_i) \geq 0$ , т.е. операция осреднения обладает свойством

4)  $\int_{D(\tau)} \varphi^2(\sigma) d\chi(\tau) \geq 0$  и функция  $\varphi(\sigma_n)$   $\chi$ -интегрируема с квадратом в параллелепипеде  $D$ .

Тогда из свойств 1...4 и очевидного равенства

$$\int_D \varphi(\tau) f(\sigma) d\chi(\sigma_n) = \int_D \varphi(\tau \cap \sigma) f(\tau \cap \sigma) d\chi(\sigma_n) \quad (29)$$

при

$$\psi(\sigma_n) = \sum_{1 \leq i \leq m} \varphi(\tau^{(i)}) - \sum_{1 \leq i < j \leq m} \varphi(\tau^{(i)} \cap \tau^{(j)}) + \dots + (-1)^{(m+1)} \varphi(\tau^{(1)} \cap \dots \cap \tau^{(m)}) \quad (30)$$

для произвольной  $\sum_{1 \leq i \leq m} f_i(\tau^{(i)})$  получим

$$\int_D \left\{ \varphi(\sigma_n) - \sum_{1 \leq i \leq m} f_i(\tau^{(i)}) \right\}^2 d\chi(\sigma_n) = \int_D \{ \varphi(\sigma_n) - \psi(\sigma_n) \}^2 d\chi(\sigma_n) + \int_D \left\{ \psi(\sigma_n) - \sum_{1 \leq i \leq m} f_i(\tau^{(i)}) \right\}^2 d\chi(\sigma_n). \quad (31)$$

Тем самым доказана Теорема 1 [12, 13]. Среди функций вида  $\sum_{1 \leq i \leq m} f_i(\tau^{(i)})$ , приближающих в параллелепипеде  $D$  функцию  $\varphi(\sigma_n)$  относительно меры  $\chi(\sigma_n)$ , существует единственная наилучшая приближающая функция  $\psi(\sigma_n)$  (30). Заметим также, что

$$\int_D \{ \varphi(\sigma_n) - \psi(\sigma_n) \}^2 d\chi(\sigma_n) = \int_D \varphi^2(\sigma_n) d\chi(\sigma_n) - \int_D \psi^2(\sigma_n) d\chi(\sigma_n). \quad (32)$$

*Примечание:* теорему 1 можно рассматривать как обобщение на произвольное число переменных задачи приближения функций двух и трех переменных, которая решена в 1939 г. Денисюком И.Н. [14].

Пример 3. Пусть функция  $\varphi(x, y)$  задана в виде таблицы и требуется найти наилучшее квадратичное приближение ее функцией вида  $f_1(x) + f_2(y)$  при функции веса  $d\chi_1(x_1) = d\chi_1(x_2) = d\chi_2(y_1) = d\chi_2(y_2) = 1/2$ , тогда

|       |       |                 |
|-------|-------|-----------------|
| $x$   | $y$   | $\varphi(x, y)$ |
| $x_1$ | $y_1$ | 2,0             |
| $x_1$ | $y_2$ | 3,0             |
| $x_2$ | $y_1$ | 7,0             |
| $x_2$ | $y_2$ | 9,0             |

 $\approx$ 

|       |              |
|-------|--------------|
| $x$   | $\varphi(x)$ |
| $x_1$ | 2,5          |
| $x_2$ | 8,0          |

 $+$ 

|       |              |
|-------|--------------|
| $y$   | $\varphi(y)$ |
| $y_1$ | 4,5          |
| $y_2$ | 6,0          |

 $-$ 

|              |
|--------------|
| $\varphi(0)$ |
| 5,25         |

Далее пусть заданы система  $\chi$ -интегрируемых с квадратом и линейно независимых в  $D$  функций  $\varphi_1(\sigma_n), \dots, \varphi_k(\sigma_n)$  в параллелепипеде  $D$  и некоторая симметрическая положительно определенная матрица  $N = (\eta_{ij})_i^{(k)}$ ,  $\eta_{ij} = \eta_{ji}$  порядка  $k$ . Образует линейную комбинацию  $\sum_{1 \leq i \leq k} \alpha_i \varphi_i(\sigma_n)$ , где  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_k)$  – ненулевой вектор. Тогда из свойства 3) операции осреднения следует

$$\inf_{\alpha, f} \frac{\int_D \left\{ \sum_{1 \leq i \leq k} \alpha_i \varphi_i(\sigma_n) - \sum_{1 \leq j \leq m} f_j(\tau^{(j)}) \right\}^2 d\chi(\sigma_n)}{\alpha N \alpha^T} = \inf_{\alpha, f} \left[ \frac{\int_D \left\{ \sum_{1 \leq i \leq k} \alpha_i \varphi_i(\sigma_n) - \sum_{1 \leq i \leq k} \alpha_i \psi_i(\sigma_n) \right\}^2 d\chi(\sigma_n)}{\alpha N \alpha^T} + \right. \\ \left. + \frac{\int_D \left\{ \sum_{1 \leq i \leq k} \alpha_i \psi_i(\sigma_n) - \sum_{1 \leq j \leq m} f_j(\tau^{(j)}) \right\}^2 d\chi(\sigma_n)}{\alpha N \alpha^T} \right] = \inf_{\alpha} \frac{\int_D \left\{ \sum_{1 \leq i \leq k} \alpha_i \varphi_i(\sigma_n) - \sum_{1 \leq i \leq k} \alpha_i \psi_i(\sigma_n) \right\}^2 d\chi(\sigma_n)}{\alpha N \alpha^T} = \\ = \inf_{\alpha} \frac{\alpha(\Phi - \Psi)}{\alpha N \alpha^T} = \lambda_{\min}, \quad (33)$$

где  $\psi_i(\sigma_n)$  – наилучшее приближение функции  $\varphi_i(\sigma_n)$  (30) функциями вида  $\sum_{1 \leq j \leq m} f_j(\tau^{(j)})$ ,  $\alpha^T$  – транспонированный вектор  $\alpha$ ,  $\Phi$  – положительно определенная матрица

$$\Phi = \left( \int_D \varphi_i(\sigma_n) \varphi_j(\sigma_n) d\chi(\sigma_n) \right)_i^{(k)}, \quad (34)$$

$\Psi$  – неотрицательная матрица

$$\Psi = \left( \int_D \psi_i(\sigma_n) \psi_j(\sigma_n) d\chi(\sigma_n) \right)_i^{(k)}, \quad (35)$$

$\lambda_{\min}$  – наименьшее собственное значение, ему соответствует собственный вектор  $\alpha_{\min}$ . Если  $\lambda_{\min}$  не кратное, то  $\alpha_{\min}$  единственный с точностью до постоянного множителя.

Таким образом, доказана Теорема 2 [15, 16]. Среди функций вида  $\sum_{1 \leq i \leq k} \alpha_i \varphi_i(\sigma_n)$ , приближаемых функциями  $\sum_{1 \leq j \leq m} f_j(\tau^{(j)})$ , существует по крайней мере одна, для которой реализуется наименьшее относительно квадратичной формы  $\alpha N \alpha^T$  квадратичное отклонение.

Пример 4. Функции  $\varphi_1(x, y)$  и  $\varphi_2(x, y)$  заданы в виде таблиц

| x | y | $\varphi_1(x, y)$ |
|---|---|-------------------|
| 1 | 1 | 1,0               |
| 1 | 2 | 0,0               |
| 2 | 1 | 0,0               |
| 2 | 2 | 3,0               |

| x | y | $\varphi_2(x, y)$ |
|---|---|-------------------|
| 1 | 1 | 0,0               |
| 1 | 2 | 1,0               |
| 2 | 1 | 1,0               |
| 2 | 2 | 0,0               |

Нужно найти такую их линейную комбинацию  $\alpha_1\varphi_1(x, y) + \alpha_2\varphi_2(x, y)$ , которая бы наилучшим образом приближалась функциями вида  $f_1(x) + f_2(y)$  при  $N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Найдем наи-

лучшее приближение функций  $\varphi_1(x, y)$  и  $\varphi_2(x, y)$  функциями вида  $f_1(x) + f_2(y)$ :

| x | y | $\varphi_1(x, y)$ |
|---|---|-------------------|
| 1 | 1 | 1,0               |
| 1 | 2 | 0,0               |
| 2 | 1 | 0,0               |
| 2 | 2 | 3,0               |

| x | $\varphi_1(x)$ |
|---|----------------|
| 1 | 0,5            |
| 2 | 1,5            |

| y | $\varphi_1(y)$ |
|---|----------------|
| 1 | 0,5            |
| 2 | 1,5            |

| $\varphi_1(0)$ |
|----------------|
| 1,0            |

| x | y | $\psi_1(x, y)$ |
|---|---|----------------|
| 1 | 1 | 0,0            |
| 1 | 2 | 1,0            |
| 2 | 1 | 1,0            |
| 2 | 2 | 2,0            |

| x | y | $\varphi_2(x, y)$ |
|---|---|-------------------|
| 1 | 1 | 0,0               |
| 1 | 2 | 1,0               |
| 2 | 1 | 1,0               |
| 2 | 2 | 0,0               |

| x | $\varphi_2(x)$ |
|---|----------------|
| 1 | 0,5            |
| 2 | 0,5            |

| y | $\varphi_2(y)$ |
|---|----------------|
| 1 | 0,5            |
| 2 | 0,5            |

| $\varphi_2(0)$ |
|----------------|
| 0,5            |

| x | y | $\psi_2(x, y)$ |
|---|---|----------------|
| 1 | 1 | 0,5            |
| 1 | 2 | 0,5            |
| 2 | 1 | 0,5            |
| 2 | 2 | 0,5            |

Далее получим матрицы  $\Phi$  (34) и  $\Psi$  (35):  $\Phi = \begin{bmatrix} 2,5 & 0,0 \\ 0,0 & 0,5 \end{bmatrix}$ ,  $\Psi = \begin{bmatrix} 1,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,25 \end{bmatrix}$ . Из матричного уравнения  $\alpha(\Phi - \Psi) = \lambda\alpha N$  найдем наименьшее собственное значение  $\lambda_{\min}$  и соответствующий ему собственный вектор  $\alpha_{\min}$ :  $\begin{bmatrix} 1,0 - \lambda & -0,5 \\ -0,5 & 0,25 - \lambda \end{bmatrix} = \lambda(\lambda - 1,25) = 0$ . Так как  $\lambda_{\min} = 0$ , то наилучшее приближение будет одновременно и точным представлением:

$\left. \begin{aligned} 1,0\alpha_1 - 0,5\alpha_2 &= 0; \\ -0,5\alpha_1 + 0,25\alpha_2 &= 0. \end{aligned} \right\}$  Отсюда  $\alpha_2 = 2\alpha_1$ , т.е.  $\alpha_{\min} = (\alpha_1, 2\alpha_1)$ . Таким образом, линейная комбинация  $\alpha_1\varphi_1(x, y) + \alpha_2\varphi_2(x, y) = F(x, y)$ , например, при  $\alpha_1 = 1$  и  $\alpha_2 = 2$  представляется в виде  $f_1(x) + f_2(y)$  следующим образом:

| x | y | $F(x, y)$ |
|---|---|-----------|
| 1 | 1 | 1,0       |
| 1 | 2 | 2,0       |
| 2 | 1 | 2,0       |
| 2 | 2 | 3,0       |

$$= \begin{array}{|c|c|} \hline x & F(x) \\ \hline 1 & 1,5 \\ 2 & 2,5 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline y & F(y) \\ \hline 1 & 1,5 \\ 2 & 2,5 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline F(0) \\ \hline 2,0 \\ \hline \end{array}$$

Если в качестве системы линейно-независимых в параллелепипеде  $D$  функций рассмотреть систему степеней функции  $\varphi(\sigma_n)$ :  $\varphi(\sigma_n), \dots, \varphi^n(\sigma_n)$ , а в качестве произведения  $\alpha N \alpha^T$  квадратичную форму

$$\left\| \frac{\partial L^{-1}(\varphi)}{\partial \varphi} \right\|_{L_2}^2 = \left\| \frac{\partial}{\partial \varphi} \sum_{1 \leq i \leq k} \alpha_i \varphi^{(i)}(\sigma_n) \right\|_{L_2}^2 = \left\| \sum_{1 \leq i \leq k} i \alpha_i \varphi^{(i-1)}(\sigma_n) \right\|_{L_2}^2 = \alpha \Phi' \alpha^T, \quad (36)$$

где матрица  $\Phi'$  производных равна

$$\Phi' = \left( ij \int_D \varphi^{(i+j-2)}(\sigma_n) d\chi(\sigma_n) \right)_i^{(k)} \quad (37)$$

при нормировке

$$\alpha \Phi' \alpha^T = 1 \quad (38)$$

и ограничениях

$$m \leq \sum_{1 \leq i \leq k} i \alpha_i \varphi^{(i-1)}(\sigma_n) \leq M \quad (39)$$

на  $D$ , то получим сформулированную выше задачу (11).

Из решения матричного уравнения

$$\alpha(\Phi - \Psi) = \lambda \alpha \Phi' \quad (40)$$

получим собственные значения  $\lambda_i$  и соответствующие им собственные векторы

$\alpha_i = (\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{ik})$ ,  $i = 1, \dots, k$  при нормировке (38).

После этого решение задачи (11) при ограничениях (12) сводится к решению следующей задачи. Даны положительные числа  $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ , векторы  $\alpha_i = (\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{ik})$ , ( $i = 1, \dots, k$ ) и числа  $m$ ,  $M$ ,  $\varphi_{\min}$ ,  $\varphi_{\max}$ . Требуется найти

$$\inf_c \sum_{1 \leq i \leq k} c_i^2 \lambda_i \quad (41)$$

при условиях

$$\left. \begin{aligned} \sum_{1 \leq i \leq k} c_i^2 &= 1, \\ m \leq \sum_{1 \leq i \leq k} c_i \sum_{1 \leq j \leq k} j \alpha_{ij} \varphi^{(j-1)} &\leq M, \quad \varphi \in [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Поскольку степень  $k$  полинома  $L^{-1}(\varphi)$  обычно не слишком велика, то эта задача нелинейного программирования на ЭВМ решается достаточно просто (например, [4, 5]). Впрочем во многих случаях дело сводится лишь к проверке условия (39) полинома с коэффициентами из собственного вектора, соответствующего наименьшему собственному значению.

Лемма 1 и теоремы 1 и 2 позволяют создать методику планирования получения численной экспериментальной (или расчетной) информации, заключающуюся в том, что сначала на относительно малом объеме экспериментов определяется наиболее простая структура приближающей функции (т.е. наиболее простые множества переменных  $\tau^{(1)}, \dots, \tau^{(m)}$  и полином наименьшей степени  $k$ ), а затем с помощью дополнительных (например, с фиксированными значениями определенных по лемме 1 переменных) экспериментов строится подробное (для целей интерполяции) описание приближающей функции.

Однако, в ряде практических задач заранее может быть известно, что каждое множество  $\tau$  должно содержать не более чем некоторое определенное число переменных. Упомянутая же методика одинаково применима для любых множеств переменных  $\tau$ .

Если заранее известны необходимое для анализа число значений каждой переменной, множества  $\tau^{(1)}, \dots, \tau^{(m)}$  и степень  $k$  полинома  $L^{-1}(\varphi)$ , то легко можно подсчитать число точек (узлов), задание в которых значений приближающей функции однозначно определяет последнюю. Например, если число переменных  $n = 10$ , каждое из множеств  $\tau$  (число их 10) содержит по одной переменной,  $k = 1$ , а требуемое число значений каждой переменной  $q = 10$ , то такое число точек равно 91. Прямое же применение теорем 1 и 2 требует объема экспериментов  $q^n = 10^{10}$ , который даже при упомянутом планировании экспериментов с уменьшением числа значений каждой переменной до 2 не может быть меньше  $2^{10} > 1000$ , т.е. такая методика может требовать иногда объем экспериментов, значительно превышающий число точек, достаточное для описания приближающей функции.

В связи с этим возникает потребность в методах сокращения объема экспериментов или, что почти то же самое, в приближении функции многих переменных не в многомерном параллелепипеде, а в некотором его подмножестве, имеющем значительно меньшее число точек, чем сам параллелепипед.

### 3. Приближение на множестве типа "латинский квадрат"

Пусть множество точек  $M$  является подмножеством параллелепипеда  $D$ , причем таким, что любая комбинация любых  $r$  переменных встречалась в нем обязательно и одинаковое число раз. Такие множества известны, например, латинские квадраты [17]. Примером простейшего латинского квадрата служит таблица

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ |
|-------|-------|-------|
| 1     | 1     | 2     |
| 1     | 2     | 1     |
| 2     | 1     | 1     |
| 2     | 2     | 2     |

Введем операцию осреднения на множестве  $M$  функции  $\varphi(\sigma_n)$  по множеству переменных  $\bar{\tau}_{n-q}$ , где  $\tau_q$  таково, что  $q \leq r$ :

$$\varphi(\tau) = \int_{M(\tau)} \varphi(\sigma_n) d\chi(\bar{\tau}) / \int_{M(\tau)} d\chi(\bar{\tau}), \quad (43)$$

где множество  $M(\tau)$  есть множество всех точек из  $M$ , имеющих ту же комбинацию значений переменных, входящих в  $\tau$ , что и комбинация значений переменных  $\tau$  в левой части (43).

Очевидно, что если  $M(\tau) = D(\bar{\tau})$ , то эта операция осреднения совпадает с операцией осреднения, введенной выше. Операция осреднения (43) обладает теми же свойствами 1...4 и (29). Отсюда следуют лемма 1' и теорема 1'.

*Лемма 1'* [18]. Если на множестве  $M$ , являющемся подмножеством  $n$ -мерного куба  $D = \{x_i = x_{i1}, \dots, x_{ip}; i = 1, \dots, n\}$ , таком, что любая комбинация значений любых  $r$  переменных встречается в нем обязательно и одинаковое число раз, функция  $\varphi(\sigma_n)$  представляется в виде  $\varphi(\sigma_n) = \sum_{1 \leq i_1 \leq \dots \leq i_m} f_i(\tau^{(i)})$ , причем  $\tau^{(1)}, \dots, \tau^{(m)}$  таковы, что  $q \leq r$  в  $\mu_q^{(ij)} = \tau^{(i)} \cup \tau^{(j)}$  ( $i, j = 1, \dots, m$ ), то она представляется в  $M$  в виде

$$\varphi(\sigma_n) = \sum_{1 \leq i_1 \leq \dots \leq i_m} \varphi(\tau^{(i)}) - \sum_{1 \leq i_1 \leq j_1 \leq \dots \leq i_m} \varphi(\tau^{(i)} \cap \tau^{(j)}) + \dots + (-1)^{(m+1)} \varphi(\tau^{(1)} \cap \dots \cap \tau^{(m)}).$$

*Теорема 1'* [18]. Среди функций вида  $\sum_{1 \leq i_1 \leq \dots \leq i_m} f_i(\tau^{(i)})$ , где  $q \leq r$  в  $\mu_q^{(ij)} = \tau^{(i)} \cup \tau^{(j)}$  ( $i, j = 1, \dots, m$ ), приближающих в  $M$  функцию  $\varphi(\sigma_n)$ , существует единственная наилучшая приближающая функция

$$\psi(\sigma_n) = \sum_{1 \leq i_1 \leq \dots \leq i_m} \varphi(\tau^{(i)}) - \sum_{1 \leq i_1 \leq j_1 \leq \dots \leq i_m} \varphi(\tau^{(i)} \cap \tau^{(j)}) + \dots + (-1)^{(m+1)} \varphi(\tau^{(1)} \cap \dots \cap \tau^{(m)}), \quad (44)$$

реализующая минимум среднеквадратического отклонения

$$\delta_0^2 = \int_M \{ \varphi(\sigma_n) - \psi(\sigma_n) \}^2 d\chi(\sigma_n) / \int_M d\chi(\sigma_n) = \left( \int_M \varphi^2(\sigma_n) d\chi(\sigma_n) - \int_M \psi^2(\sigma_n) d\chi(\sigma_n) \right) / \int_M d\chi(\sigma_n). \quad (45)$$

*Примечание:* теорему 1' можно рассматривать как обобщение многофакторного анализа (МФА) планирования экспериментов Р.А. Фишера [19] на произвольное число переменных факторов.<sup>4)</sup>

*Теорема 2'* [15, 16]. Пусть заданы система линейно-независимых на множестве  $M$  функций  $\varphi_1(\sigma_n), \dots, \varphi_k(\sigma_n)$  и положительно определенная симметричная матрица  $N$ . Тогда среди функций вида  $\sum_{1 \leq i_1 \leq \dots \leq i_k} \alpha_i \varphi_i(\sigma_n)$ , приближаемых на  $M$  функциями вида  $\sum_{1 \leq i_1 \leq \dots \leq i_m} f_i(\tau^{(i)})$ , где  $q \leq r$  в

<sup>4)</sup> С учетом Примечания и Теорем 2, 2' и 2'' рассматриваемый метод приобрел название НЛМФА.

$\mu_q^{(j)} = \tau^{(i)} \cup \tau^{(j)}$  ( $i, j = 1, \dots, m$ ), существует по крайней мере одна, для которой реализуется наименьшее относительно квадратичной формы  $\alpha N \alpha^T$  квадратичное отклонение, равное

$$\inf_{\alpha, f} \left( \int_M \left\{ \sum_{1 \leq i \leq k} \alpha_i \varphi_i(\sigma_n) - \sum_{1 \leq j \leq m} f_j(\tau^{(j)}) \right\} \right) / \left( \alpha N \alpha^T \int_M d\chi(\sigma_n) \right) = \inf_{\alpha} \frac{\alpha(\Phi - \Psi)\alpha^T}{\alpha N \alpha^T} = \lambda_{\min}, \quad (46)$$

где

$$\Phi = \left( \int_M \varphi_i(\sigma_n) \varphi_j(\sigma_n) d\chi(\sigma_n) / \int_M d\chi(\sigma_n) \right)_1^{(k)}, \quad (47)$$

$$\Psi = \left( \int_M \psi_i(\sigma_n) \psi_j(\sigma_n) d\chi(\sigma_n) / \int_M d\chi(\sigma_n) \right)_1^{(k)}, \quad (48)$$

$\psi(\sigma_n)$  – наилучшее (по теореме 1') приближение на  $M$  функции  $\varphi(\sigma_n)$  функцией вида  $\sum_{1 \leq i \leq m} f_i(\tau^{(i)})$ .

Если в качестве системы функций  $\varphi_1(\sigma_n), \dots, \varphi_k(\sigma_n)$  будем рассматривать систему степеней функции  $\varphi(\sigma_n)$ :  $\varphi(\sigma_n), \varphi^2(\sigma_n), \dots, \varphi^n(\sigma_n)$ , а в качестве матрицы  $N$  матрицу

$$\Phi' = \left( ij \int_M \varphi^{(i+j-2)}(\sigma_n) d\chi(\sigma_n) / \int_M d\chi(\sigma_n) \right)_1^{(k)}, \quad (49)$$

то получим решение задачи (11) на множестве  $M$ .

Пример 5. Значения функции  $\varphi(x, y, z) = \sqrt{x + y + z + 0,25} - 0,5$ , искаженные случайной погрешностью ( $\sigma \approx 0,01$ ), приведены в таблице, представляющей собой латинский квадрат:

| x | y | z | $\varphi$ | $L(\Sigma f)$ |
|---|---|---|-----------|---------------|
| 1 | 1 | 1 | 1,30      | 1,300         |
| 1 | 2 | 2 | 1,78      | 1,784         |
| 1 | 3 | 3 | 2,19      | 2,189         |
| 2 | 1 | 2 | 1,79      | 1,788         |
| 2 | 2 | 3 | 2,19      | 2,190         |
| 2 | 3 | 1 | 2,00      | 2,002         |
| 3 | 1 | 3 | 2,19      | 1,191         |
| 3 | 2 | 1 | 2,00      | 1,999         |
| 3 | 3 | 2 | 2,37      | 2,367         |

Применение теоремы 2' дает приближение со среднеквадратическим отклонением  $\approx 0,007$ :

$L^{-1}(\varphi) = 0,2076\varphi + 0,1984\varphi^2 \approx f_1(x) + f_2(y) + f_3(z)$ , где

| x, y, z  | 1       | 2       | 3      |
|----------|---------|---------|--------|
| $f_1(x)$ | 1,0076  | 1,2039  | 1,4062 |
| $f_2(y)$ | -0,2017 | -0,0015 | 0,2012 |
| $f_3(z)$ | -0,2027 | 0,0015  | 0,2012 |

Значения  $L\{f_1(x) + f_2(y) + f_3(z)\}$  приведены в исходной таблице в колонке  $L(\Sigma f)$ .

Теоремы 1' и 2', как и теоремы 1 и 2, позволяют так проводить планирование получения численной информации, чтобы получать модели типа (11) при возможно меньшем объеме исходной информации. Однако они предполагают, что информация определенным образом спланирована, т.е. представлена в таблицах вполне определенного вида.

На практике же сплошь и рядом возникают ситуации, когда желательно проанализировать численную информацию, из которой невозможно составить полной или ортогональной таблицы (эксперимент уже проведен и провести дополнительные эксперименты нельзя, экспериментальные возможности не дают провести эксперимент при некоторых сочетаниях значений параметров и т.д., и т.п.). Поэтому желательны методы, позволяющие решать задачу (7) при произвольном наборе информации, т.е. в случаях, когда в таблице не заполнены, вообще говоря, произвольные ячейки.

#### 4. Приближение в произвольной области

Пусть область  $U \subset D$  такова, что если функция  $\omega(\sigma_n) = \sum_{|s| \leq m} f_i(\tau^{(i)})$  определена в  $U$ , то тем самым она определена и в  $D$ . (Например, для  $\omega(\sigma_n) = f(0) = \text{const}$  этим свойством обладает любая непустая область  $U$ .)

Рассмотрим приближение в  $U$  функции  $\varphi(\sigma_n)$  функциями вида  $\sum_{|s| \leq m} f_i(\tau^{(i)})$ :

$$\inf_f \int_U \left\{ \varphi(\sigma_n) - \sum_{|s| \leq m} f_i(\tau^{(i)}) \right\}^2 d\chi(\sigma_n) = \int_U \left\{ \varphi(\sigma_n) - \sum_{|s| \leq m} f_i^*(\tau^{(i)}) \right\}^2 d\chi(\sigma_n), \quad (50)$$

где  $\sum_{|s| \leq m} f_i^*(\tau^{(i)})$  – пока неизвестная нам (и, как можно показать, единственная) наилучшая приближающая функция.

Образует в  $D$  функции

$$\Phi(\sigma_n) = \begin{cases} \varphi(\sigma_n) & \text{в } U; \\ 0 & \text{в } D-U, \end{cases} \quad (51)$$

$$\xi(\sigma_n) = \begin{cases} 0 & \text{в } U; \\ \sum_{|s| \leq m} f_i^*(\tau^{(i)}) & \text{в } D-U. \end{cases} \quad (52)$$

Тогда

$$\int_U \left\{ \varphi(\sigma_n) - \sum_{|s| \leq m} f_i^*(\tau^{(i)}) \right\}^2 d\chi(\sigma_n) = \int_D \left\{ \Phi(\sigma_n) + \xi(\sigma_n) - \sum_{|s| \leq m} f_i^*(\tau^{(i)}) \right\}^2 d\chi(\sigma_n). \quad (53)$$

$\xi(\sigma_n) - \psi_\xi(\sigma_n) = \psi_\Phi(\sigma_n)$  в  $D-U$ , где  $\psi_\xi(\sigma_n)$  и  $\psi_\Phi(\sigma_n)$  – наилучшие приближающие в  $D$  функции соответственно  $\xi(\sigma_n)$  и  $\Phi(\sigma_n)$  из класса  $\left\{ \sum_{|s| \leq m} f_i(\tau^{(i)}) \right\}$ .

Если  $\xi(\sigma_n)$  определить как

$$\xi(\sigma_n) = \sum_{|s| \leq l} a_i \eta_i(\sigma_n), \quad (54)$$

где  $l$  – число точек в  $D-U$ , а

$$\eta_i(\sigma_n) = \begin{cases} 1 & \text{при } \sigma_n = P_i; \\ 0 & \text{при } \sigma_n \neq P_i, P_i \in (D-U), \end{cases} \quad (55)$$

то справедливо

$$(\mathbf{I} - \Psi_\eta) \mathbf{a} = \psi_\Phi, \quad (56)$$

где

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad (57)$$

$$\Psi_\eta = \begin{bmatrix} \psi_{\eta_1}(P_1) & \psi_{\eta_1}(P_2) & \dots & \psi_{\eta_1}(P_l) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \psi_{\eta_l}(P_1) & \psi_{\eta_l}(P_2) & \dots & \psi_{\eta_l}(P_l) \end{bmatrix}, \quad (58)$$

$\psi_\eta(P_j)$  – значение в точке  $P_j, P_j \in (D-U)$  наилучшего в  $D$  приближения функции  $\eta(\sigma_n)$  функциями из класса  $\left\{ \sum_{1 \leq i \leq m} f_i(\tau^{(i)}) \right\}$ ,

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_i \end{bmatrix}, \Psi_\Phi = \begin{bmatrix} \Psi_\Phi(P_1) \\ \Psi_\Phi(P_2) \\ \dots \\ \Psi_\Phi(P_i) \end{bmatrix}. \quad (59)$$

Отсюда явствует, что может быть найден вектор  $\mathbf{a}$ , а следовательно, и функция  $\xi(\sigma_n)$ .

Заметим, в частности, что невырожденность матрицы  $\mathbf{I} - \Psi_\eta$  является необходимым и достаточным условием того, что функция  $\sum_{1 \leq i \leq m} f_i(\tau^{(i)})$ , определенная в  $U$ , имеет однозначное продолжение в  $D - U$ .

Таким образом, справедлива *Теорема 1''* [20]. Среди функций вида  $\sum_{1 \leq i \leq m} f_i(\tau^{(i)})$ , приближающих в области  $U$  функцию  $\varphi(\sigma_n)$ , существует единственная наилучшая приближающая функция

$$\begin{aligned} \psi(\sigma_n) = & \sum_{1 \leq i \leq m} [\Phi(\tau^{(i)}) + \xi(\tau^{(i)})] - \sum_{1 \leq i < j \leq m} [\Phi(\tau^{(i)} \cap \tau^{(j)}) + \xi(\tau^{(i)} \cap \tau^{(j)})] + \dots \\ & \dots + (-1)^{(m+1)} [\Phi(\tau^{(1)} \cap \dots \cap \tau^{(m)}) + \xi(\tau^{(1)} \cap \dots \cap \tau^{(m)})], \end{aligned} \quad (60)$$

реализующая минимум среднеквадратического отклонения, равный

$$\inf_f \int_U \left\{ \varphi(\sigma_n) - \sum_{1 \leq i \leq m} f_i(\tau^{(i)}) \right\}^2 d\chi(\sigma_n) = \int_D \{ \Phi(\sigma_n) + \xi(\sigma_n) - \psi(\sigma_n) \}^2 d\chi(\sigma_n). \quad (61)$$

Пример 6.

|                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| y              | x              |                |                |
|                | x <sub>1</sub> | x <sub>2</sub> | x <sub>3</sub> |
| y <sub>1</sub> | 3,6            | 5,4            | -              |
| y <sub>2</sub> | 6,3            | -              | 12,6           |
| y <sub>3</sub> | -              | 11,7           | 15,3           |

 $\approx$ 

|                    |                |                |                |
|--------------------|----------------|----------------|----------------|
| x                  | x <sub>1</sub> | x <sub>2</sub> | x <sub>3</sub> |
| $\Phi(x) + \xi(x)$ | 3,3 + 3,15     | 5,7 + 2,85     | 9,3 + 3,15     |

 $+$ 

$$+$$

|                    |                |                |                |
|--------------------|----------------|----------------|----------------|
| y                  | y <sub>1</sub> | y <sub>2</sub> | y <sub>3</sub> |
| $\Phi(y) + \xi(y)$ | 3 + 3,15       | 6,3 + 2,85     | 9,0 + 3,15     |

 $-$ 

|                    |
|--------------------|
| $\Phi(0) + \xi(0)$ |
| 6,1 + 3,05         |

 $=$

 $=$ 

|                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| y              | x              |                |                |
|                | x <sub>1</sub> | x <sub>2</sub> | x <sub>3</sub> |
| y <sub>1</sub> | 3,45           | 5,55           | (9,45)         |
| y <sub>2</sub> | 6,45           | (8,55)         | 12,45          |
| y <sub>3</sub> | (9,45)         | 11,55          | 15,45          |

Справедлива и Теорема 2'' [20]. Среди функций вида  $\sum_{1 \leq i \leq k} \alpha_i \varphi_i(\sigma_n)$  (где  $\varphi_1(\sigma_n), \dots, \varphi_k(\sigma_n)$  – система линейно-независимых функций), приближаемых функциями вида  $\sum_{1 \leq i \leq m} f_i(\tau^{(i)})$ , существует по крайней мере одна, для которой реализуется наименьшее квадратичное отклонение относительно положительно определенной формы  $\alpha N \alpha^T$ :

$$\inf_{\alpha, f} \frac{\int_U \left\{ \sum_{1 \leq i \leq k} \alpha_i \varphi_i(\sigma_n) - \sum_{1 \leq j \leq m} f_j(\tau^{(j)}) \right\}^2 d\chi(\sigma_n)}{\alpha N \alpha^T} = \inf_{\alpha} \frac{\alpha (F - \Psi) \alpha^T}{\alpha N \alpha^T} = \lambda_{\min}, \quad (62)$$

где

$$F = \left( \int_D \{ \Phi_i(\sigma_n) + \xi_i(\sigma_n) \} \{ \Phi_j(\sigma_n) + \xi_j(\sigma_n) \} d\chi(\sigma_n) \right)_1^{(k)}, \quad (63)$$

$$\Phi_i(\sigma_n) = \begin{cases} \varphi_i(\sigma_n) & \text{в } U; \\ 0 & \text{в } D - U, \end{cases} \quad (64)$$

$$\xi_i(\sigma_n) = \begin{cases} 0 & \text{в } U; \\ \psi_{\xi_i}(\sigma_n) + \psi_{\Phi_i}(\sigma_n) & \text{в } D - U; \end{cases} \quad (65)$$

$\psi_{\Phi_i}(\sigma_n)$  и  $\psi_{\xi_i}(\sigma_n)$  – наилучшие приближения в  $D$  функций  $\Phi_i(\sigma_n)$  и  $\xi_i(\sigma_n)$  из класса  $\left\{ \sum_{1 \leq i \leq m} f_i(\tau^{(i)}) \right\}$ ,

$$\Psi = \left( \int_D \{ \psi_{\Phi_i}(\sigma_n) + \psi_{\xi_i}(\sigma_n) \} \{ \psi_{\Phi_j}(\sigma_n) + \psi_{\xi_j}(\sigma_n) \} d\chi(\sigma_n) \right)_1^{(k)}. \quad (66)$$

Если под  $\varphi_1(\sigma_n), \dots, \varphi_k(\sigma_n)$  подразумевать степени функции  $\varphi(\sigma_n)$ :  $\varphi(\sigma_n), \dots, \varphi^r(\sigma_n)$ , то получим решение задачи (11) в области  $U$ .

### Заключение

НЛМФА дает возможность решать следующие задачи:

- выявлять разделение переменных в данных и на этой основе строить математические модели с “разделяющимися” переменными и планировать получение численной информации для построения этих моделей;
- находить шкалы измерения величин, при которых эти величины будут зависеть от “разделяющихся” переменных;
- находить взаимозависимость функций, зависящих от одних и тех же переменных (рассматривая, например, вместо  $\sum_{1 \leq i \leq k} \alpha_i \varphi_i(\sigma_n)$  сумму полиномов от нескольких функций).

Однако НЛМФА требует, чтобы данные были упорядочены в виде определенных многофакторных таблиц. Если же получение упорядоченных первичных данных невозможно (что на практике бывает сплошь и рядом), то иногда могут выручить методы интерполяции и экстраполяции или такой мощный современный инструмент, как “нейронные сети”. С их помощью на основе неупорядоченного массива первичных данных можно построить упорядоченный массив правдоподобных вторичных данных, который и следует подвергать НЛМФА, а путем визуализации построить проект модели, коэффициенты которой уточнить затем путем аппроксимации ею первичных данных.

Опыт применения НЛМФА (а это почти две сотни задач преимущественно атомной науки и техники, часть из них опубликована [21...30]) показал, что в 99 % случаев получаются удовлетворительные по точности аналитические и графо-аналитические модели.

Области приложения НЛМФА могут быть самыми разнообразными. Наиболее актуальными, по мнению автора, являются:

- выявление и описание закономерностей;
- управление качеством. МФА Фишера позволил в Японии в конце 40-х гг. перейти в производстве от допусков на каждую технологическую операцию (система Тейлора) к управлению качеством с помощью многофакторной модели зависимости конечного результата от всех операций (методы Тагучи), что резко повысило качество продукции. В США эти методы применяются с начала 80-х. НЛМФА расширит возможности такого подхода к управлению качеством;
- управление с помощью “нечеткой логики”. Ориентация в управлении не на четкую цель, а на ее ожидание (математическое, вероятностное и т.п.), позволила в Японии в 80-х гг. внедрить в новые виды продукции нечеткую логику (fuzzy logic), созданную в США в 60-х гг. НЛМФА расширит применение fuzzy logic для случаев учета многих влияющих факторов;
- интерфейс потребителя компьютера и особенно суперкомпьютера. Использование суперкомпьютеров позволяет многие задачи, например, в нейтронной физике, теплофизике и т.п. считать “в лоб”, не применяя различных упрощающих их решение предположений, приближений и моделей типа диффузионных и кинетических уравнений, групповых констант и пр. Новые возможности прямого моделирования обостряют проблему осмысления и наглядного представления результатов, так как чем больше деталей и особенностей учитывает численный метод моделирования, тем менее предсказуемы как сами результаты, так и их тенденции и закономерности. Поэтому компьютер требует совершенствования интерфейса пользователя для визуализации многомерных результатов, например, в виде номограмм и облегчения их осмысления, что особенно важно для управления и безопасности ядерных установок.

Потребность в выявлении разделения переменных в многомерных данных, в комплексной визуализации их существовала уже много веков. Почему же подобный результат не получен ранее, ведь основной инструмент, использованный в данной работе, – комбинаторика (сочетания) был известен в XV веке? Вероятно, дело в том, что основные формулы (25), (33) неочевидны и для доказательств необходимо сначала догадаться о них.

К сожалению, в России не только НЛМФА, но и МФА Фишера не нашли должного применения. Так, например, поисковая система Google

- на запрос «”планирование экспериментов” Фишер» выдает в 1000 раз меньше Web-страниц на русском языке, чем на английском;
- то же самое соотношение и по запросу «нанотехнологии “планирование экспериментов”».

Контактная связь – Мордашев Владимир Михайлович, тел.: (499)728-59-68 (д.), e-mail: [mrdshev@rambler.ru](mailto:mrdshev@rambler.ru)

### Список литературы

1. *Мордашев В.М.* Неклассический метод дискретного приближения функций многих переменных / Физика и техника ядерных реакторов (материалы школы ЛИЯФ). – Л.: ЛИЯФ, 1984, с. 4 – 36.
2. *Зенкевич Б.А., Песков О.Л., Петришева Г.А. и др.* Анализ и обобщение опытных данных по кризису теплоотдачи при вынужденном течении кипящей воды в трубах. – М.: Атомиздат, 1969.
3. *Ахиезер Н.И.* Лекции по теории аппроксимации. – М.: Наука, 1965.
4. *Васильев В.П.* Лекции по методам решения экстремальных задач. – М.: Изд-во МГУ, 1974.
5. *Иоффе А.Д., Тихомиров В.М.* Теория экстремальных задач. – М.: Наука, 1974.
6. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. – М.: Наука, 1965.
7. *Колмогоров А.Н.* О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиций непрерывных функций одного переменного и сложения // ДАН СССР, 1957, 114, № 5, с. 953 – 956.

8. Арнольд В.И. О представлении функций двух переменных в виде  $\chi[\varphi(x) + \psi(y)]$  // УМН, 1957, 12, № 2, с. 119 – 121.
9. Вайнштейн И.А., Крейнс М.А. О последовательности функций вида  $f[X(x) + Y(y)]$  // УМН, 1960, 15, № 4, с. 123 – 128.
10. Горева Г.А. О представимости непрерывной функции  $f(x, y)$  в виде суперпозиции  $\chi[\varphi(x) + \psi(y)]$ . Сб. “Некоторые дифференциальные уравнения математической физики и теории колебаний”. – Иваново: 1970, с. 64 – 79.
11. Хвостов А. О представимости функций двух переменных в виде  $\gamma[\alpha(x)\beta(y)]$  // Ученые записки Тартуского университета, 1965, 177, с. 165 – 167.
12. Мордашев В.М. О наилучшем приближении функции многих переменных суммой функций меньшего числа переменных // Математические заметки, 1969, 5, № 2, с. 217 – 226.
13. Мордашев В.М. Аппроксимация функций нескольких переменных суммой функций меньшего числа переменных // ДАН СССР, 1968, 183, № 4, с. 778 – 779.
14. Денисюк И.Н. Аналитические методы приближенной корреляции и соответствующие им функциональные задачи // Ученые записки МГУ, 1939, вып. XXVIII, с. 27 – 42.
15. Мордашев В.М. О линейной комбинации функций многих переменных, наилучшим образом приближающейся суммой функций меньшего числа переменных // ДАН СССР, 1971, 198, № 2, с. 290.
16. Мордашев В.М. Метод приближения функций многих переменных. Препринт ИАЭ-2362, 1974.
17. Mann H.B. On the Construction of Sets of Orthogonal Latin Squares // The Annals of Mathematical Statistics, dec. 1943, 14, № 4,.
18. Мордашев В.М. Метод приближения функций многих переменных на дискретном множестве типа “латинский квадрат”. Препринт ИАЭ-2405, 1974.
19. Fisher R.A. The Design of Experiments. – Edinburgh, 1935.
20. Мордашев В.М. Приближение функций многих переменных и их суперпозиций суммами функций меньшего числа переменных в области, не являющейся параллелепипедом. Препринт ИАЭ-3099, 1979.
21. Мордашев В.М. Мощность дозы захватного в воздухе гамма-излучения // Атомная энергия, 1967, 22, № 2, с. 133.
22. Мордашев В.М. Рассеяние нейтронов в воздухе // Атомная энергия, 1970, 28, № 2, с. 168 – 169.
23. Лелеков В.И., Мордашев В.М. Об использовании метода приближения функций многих переменных при проектировании оптимальной реакторной системы // ВАНТ, Сер. “Ядерная физика низких и средних энергий, реакторная физика”, 1977, вып. 5. – С. 4 – 36.
24. Мордашев В.М. Опыт применения метода приближения функций многих переменных к обработке данных по кризису теплообмена в круглой трубе. Препринт ИАЭ-2726, 1976.
25. Кабанов Л.П., Мордашев В.М., Никонов С.П. и др. Эмпирические зависимости для основных характеристик процесса теплоотвода при параметрах послеаварийного охлаждения ВВЭР. Препринт ИАЭ-3171, 1979.
26. Жолкевич Е.А., Мордашев В.М., Сидоренко В.Д. Эффективный расчет зашлаковывания топливной решетки реактора типа ВВЭР. Всес. семинар по проблемам физики реакторов “Физика выгорания топлива в ядерных реакторах”. – М.: МИФИ, 1979.
27. Кабанов Л.П., Мордашев В.М., Никонов С.П., Хасанов Р.Х. Процессы теплоотвода при повторном смачивании в трубах при охлаждении заполнением сверху, снизу и стекающей пленкой. Межд. семинар по теплообмену “Безопасность ядерных реакторов”, Югославия, Дубровник, 1980.
28. Землянухин В.В., Кабанов Л.П., Мордашев В.М. и др. Скорость фронта смачивания в 7-стержневой сборке из циркониевого сплава при параметрах аварийного охлаждения ВВЭР. Препринт ИАЭ-4118/3, 1985.
29. Zemlyanukhin V.V., Kabanov L.P., Mordashev V.M. et al. Reflooding Heat Transfer in Zirconium Alloy Rod Bundles of the VVER Reactor // Trans. of American Nuclear Society, Nov. 1988, Vol. 57, p. 384.
30. Мордашев В.М., Мордашев В.В., Мордашев М.В. Наглядность многофакторных явлений // Энергия, 1999, № 5, с. 42 – 45.

Статья поступила в редакцию 13 февраля 2008 г.  
 Вопросы атомной науки и техники.  
 Сер. Физика ядерных реакторов, 2008, вып. 2, с. 3 – 20.

**Поиск возможной структуры стационарной системы  
будущей ядерной энергетики с замкнутым ядерным топливным циклом  
на основе исследования нуклидных балансов**

*Л.Д. Алексеевский,*

ФГУ РНЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Излагаются результаты работы по исследованию замкнутых по тяжелым нуклидам ядерных топливных циклов (ЯТЦ). При замыкании ЯТЦ по тяжелым нуклидам возможно развитие ядерной энергетики (ЯЭ) без накопления долгоживущих радиоактивных нуклидов, а сырьевая база ЯЭ расширяется, обеспечивая долгосрочное развитие. Исследовались стационарные системы ЯЭ, включающие в себя 3 типа реакторов: тепловые реакторы (ТР), быстрые реакторы (БР)-"размножители" и жидкосольевые реакторы (ЖСР)-"перезжигатели". Сравнительный анализ различных структур ЯЭ проводился по двум важнейшим параметрам ЯТЦ: количество тяжелых нуклидов в системе, доли реакторов разного типа в общем энергопроизводстве. В рамках данного исследования рассмотрены 9 различных структур ЯЭ с U-Pu, U-Th и U-Pu-Th ЯТЦ.

**Analysis of acceptable stationary nuclear energy systems with closed fuel cycle based on nuclide balance study. L.D. Alekseevsky.** The results of closed nuclear fuel cycles (NFC) studies are presented. NFC closing makes it possible to develop nuclear energy (NE) without accumulating long-lived radioactive nuclides. At the same time it expands resource base of NE source providing its long-term development. In the present study systems with three types of reactors were considered: thermal reactors, fast "breeder" reactors and molten salt "incinerator" reactors. In the comparative analysis two general NFC characteristics are taken into account: heavy nuclides equilibrium quantities, distribution of energy production. Within the framework of the present study nine various structures of NE systems with U-Pu, U-Th and U-Pu-Th closed fuel cycle were considered.

Одновременно с тем, как в мире приходит понимание ограниченности органического топлива в качестве основы мировой энергетики (на долгую перспективу), общество все больше внимания уделяет поиску устойчивых энерготехнологий [1], которые должны удовлетворять следующим основным требованиям: а) большая ресурсная база, б) экономическая приемлемость, в) минимальное воздействие на окружающую среду.

Чтобы ЯЭ смогла удовлетворить всем этим требованиям, необходим ряд серьезных мер. Во-первых, это введение БР в систему ЯЭ, что кардинально увеличивает ее ресурсную базу. Во-вторых, это замыкание ЯТЦ по всем тяжелым нуклидам и наиболее опасным продуктам деления, что позволяет не накапливать долгоживущую радиоактивность, связанную в основном с тяжелыми нуклидами. В данной работе исследовались замкнутые по тяжелым нуклидам ЯТЦ.

Исследования замкнутых ЯТЦ показали [2], что для того, чтобы система ЯЭ могла удовлетворять всем требованиям, предъявляемым к современным энерготехнологиям, она должна включать в себя как минимум 3 типа реакторов, а именно: ТР, эффективно сжигающие Pu; БР, нарабатывающие топливо для ТР; реакторы-"перезжигатели", в которых трансмутируются и делятся все долгоживущие актиниды.

В качестве ТР в работе использовалась модель реактора ВВЭР-1000 [3]. В структурах UT-33BN и UPT-73BN в качестве БР применена модель БН-1500, в остальных – РБЕЦ-М [4]. В качестве реактора-"перезжигателя" рассматривался перспективный ЖСР [5], основное преимущество которого – возможность работы с произвольным нуклидным составом. Недостаток ЖСР – сложность конструкции и относительно высокая стоимость (пока технологии и эксплуатация не отработаны). Также следует учитывать, что по сравнению с твердотоплив-

ными реакторами в ЖСР снижено число барьеров на пути радиоактивных нуклидов (топливная матрица, оболочка твэла).

## 1. Стационарные состояния систем ЯЭ

Использование любого источника энергии можно разбить на 3 этапа:

- освоения источника энергии и наращивания мощности;
- постоянного по мощности производства энергии;
- постепенного снижения мощности энергопроизводства.

В условиях вышеупомянутых требований к устойчивым энерготехнологиям определяющей для той или иной структуры системы ЯЭ становится приемлемость ее стационарного состояния, при котором система имеет постоянную подпитку только сырьевыми нуклидами (U-238, Th-232) и постоянный нуклидный состав. Именно в таком состоянии количество тяжелых нуклидов в системе не растет со временем, а лишь пропорционально общей энергетической мощности.

Для сравнительного анализа приемлемости различных по структуре замкнутых систем ЯЭ в данной работе рассматривались именно стационарные состояния этих систем. В зависимости от организации потоков нуклидов между различными компонентами меняются характеристики стационарных состояний. Находя приемлемые с точки зрения нейтронного баланса стационарные состояния систем с разной структурой, их можно сравнивать по различным параметрам.

Моделирование равновесных состояний замкнутых систем ЯЭ математически сводится к решению системы алгебраических уравнений равновесия (баланса) для каждого нуклида каждого процесса ЯТЦ (реакторы, процессы выдержки и переработки). В качестве переменных в уравнениях выступают равновесные количества нуклида, а коэффициентами служат скорости появления и исчезновения нуклида в процессе. Для их вычисления необходимо знать средние по спектру реактора нейтронные микросечения всех нуклидов процесса.

## 2. Критерии сравнения

Одним из важнейших критериев оптимизации замкнутых ЯТЦ является количество тяжелых нуклидов в системе, минимизация которого облегчает решение задач по нераспространению делящихся материалов, радиационной безопасности и некоторых других.

Другой важный с точки зрения экономики критерий – доля БР и ЖСР в общем энергопроизводстве. Так как во всем мире технологии создания и эксплуатации ТР (особенно водородных) на данный момент самые отработанные и хорошо себя зарекомендовавшие, наиболее желаемыми являются такие структуры ЯЭ, в которых доля ТР максимальна. Также естественным видится максимально возможное сокращение долей БР и ЖСР в такой 3-компонентной системе ЯЭ вследствие относительно высокой стоимости БР, сложности конструкции ЖСР и высоких требований к культуре их эксплуатации (в реакторе сокращено число барьеров на пути радиоактивных нуклидов).

## 3. Используемые программы и методика расчета

Программный комплекс *ISTAR* разработан для исследования комплексных систем, включающих в себя различные процессы превращения нуклидов: ядерные реакторы, предприятия выдержки и переработки ядерного топлива, производство топлива и т.п., а также потоки нуклидов между ними.

Одна из задач, которую может решать программный комплекс ISTAR, – это нахождение квазистационарного (асимптотического) состояния замкнутых систем ЯЭ. С его помощью можно рассчитать равновесные количества радионуклидов в разных элементах системы ЯЭ, оценить нейтронную эффективность всей системы ЯЭ и таким образом проверить приемлемость различных структур и топливных циклов ЯЭ с точки зрения удовлетворения принципов устойчивого развития.

*Расчет одноклассовых ядерных сечений посредством MCNP5.* Для работы с моделями программного комплекса ISTAR необходимы одноклассовые нейтронные сечения для всех нуклидов в каждом ядерном реакторе моделируемой системы. Эти сечения рассчитываются посредством моделирования соответствующих реакторов программным комплексом MCNP.

В этом случае применялись файлы оцененных ядерных данных ENDFB-6 (ENDF-B/VI, JENDL-3.2, JEF-2.2) с программным комплексом предварительной обработки NJOY91/94. Для перевода результатов набора статистик взаимодействия ядер активной зоны (а.з.) с нейтронами из файла результатов MCNP в табличную форму формата, поддерживаемого комплексом ISTAR, использовался специальный программный модуль.

*Компьютерные модели нейронных сетей.* Для предсказания распределения нуклидных потоков, соответствующего приемлемым стационарным состояниям любой рассматриваемой системы ЯЭ, необходимо решать задачу интерполяции многомерной функции нескольких переменных. При рассмотрении систем с большим числом компонентов, а именно такие системы представляются наиболее целесообразными, такую задачу невозможно решить графически, а потому необходим другой, более сложный математический аппарат. В данной работе для этих целей привлечен аппарат нейронных сетей.

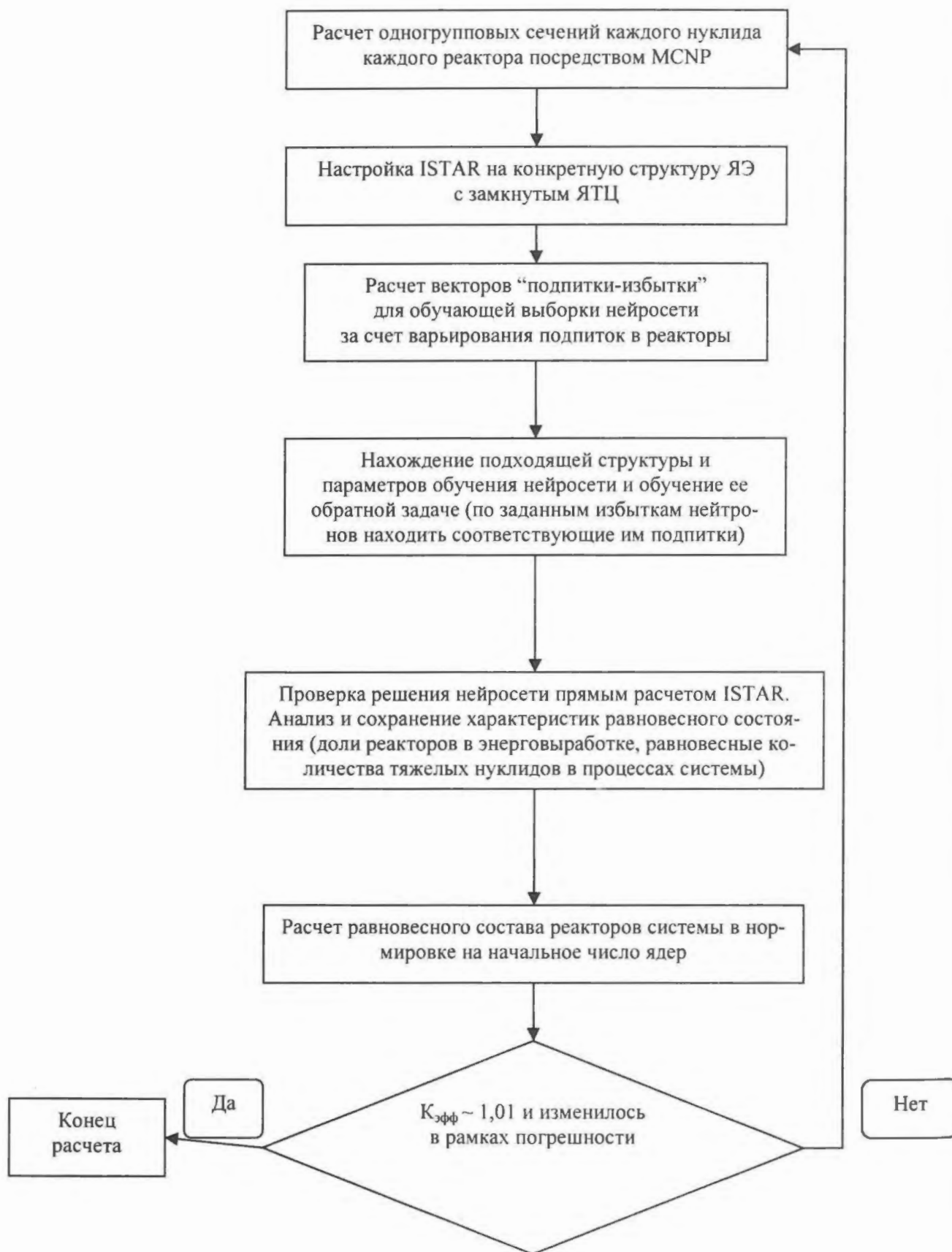
Моделирование нейронных сетей и их обучение [6] производилось посредством программного пакета Statistica Neural Networks. Из многочисленных типов нейронных сетей, моделируемых этим пакетом, наилучшим оказался многослойный перцептрон MLP. Функцией активации всех, кроме входного слоя, нейронных элементов служил гиперболический тангенс.

В качестве методов обучения нейронных сетей применялись метод обратного распространения ошибки (Back propagation) и квази-ньютонов метод (Quasi-Newton). При подозрении о наличии дополнительных решений вдали от уже найденного проводилось обучение на разных областях пространства входных данных. Однако при проведении исследований ни одного дополнительного решения не выявлено.

*Поиск приемлемых стационарных состояний.* Программный комплекс ISTAR при заданных подпитках компонентов структуры сырьевыми нуклидами рассчитывает величины избытков нейтронов для каждого компонента структуры. Для каждой структуры насчитывалось обучающее множество пар входов (коэффициентов, характеризующих подпитки реакторов системы) и выходов (избытки нейтронов всех реакторов системы). Для нормировки суммарная подпитка для всех систем принималась 1000 кг/год используемого тяжелого нуклида, что соответствует мощности системы ~ 1000 МВт(э). Для оптимизации процесса обучения нейронной сети в обучающей выборке применялись нормированные (0-1) коэффициенты, характеризующие распределение общей подпитки между различными реакторами.

Критерием реализуемости реакторов системы и одновременно с этим наилучшей эффективности использования нейтронов принималось равенство избытка нейтронов для каждого реактора в отдельности некоторому известному из опыта проектирования значению. Впоследствии критичность реакторов проверялась прямым расчетом  $K_{эфф}$  через модель MCNP. Ввиду существования обратной связи между одноклассовыми нейтронными сечениями и энергетическим спектром реактора необходима итерационная методика проведения вычислений (см. Схему 1).

Схема 1. Методика проведения вычислений



#### 4. Результаты исследования

В рамках данного исследования рассмотрены 9 различных по структуре (U-Pu, U-Th и U-Pu-Th) систем ЯЭ. На рис. 1...7 изображены структуры, а в табл. 1 и 2 приведены сравнительные данные долей реакторов в энерговыработке и равновесные количества тяжелых нуклидов во всех рассмотренных системах.

#### Заключение

Из полученных результатов следует, что с точки зрения минимизации количества радиационноопасных нуклидов в ЯТЦ наилучшими параметрами обладают замкнутые уран-ториевые системы. Однако при этом следует учитывать, что практически отсутствует опыт обращения с торием.

Что касается долей различных реакторов в общем энергопроизводстве, то в уран-ториевых системах доля ЖСР крайне мала (~2...3%). Однако при этом доля БР сильно возрастает по сравнению с уран-плутониевыми системами и составляет ~40%. В уран-плутониевой системе доля БР меньше (~30%), но доля ЖСР возрастает с ~2 до ~8%. Комбинированные U-Pu-Th системы оказываются компромиссным вариантом. Из рассмотрен-

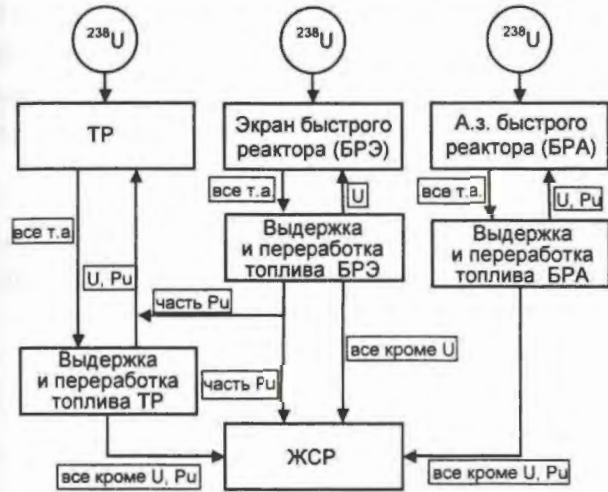


Рис. 1. Уран-плутониевая структура UP-23: т.а. – тяжелые актиниды

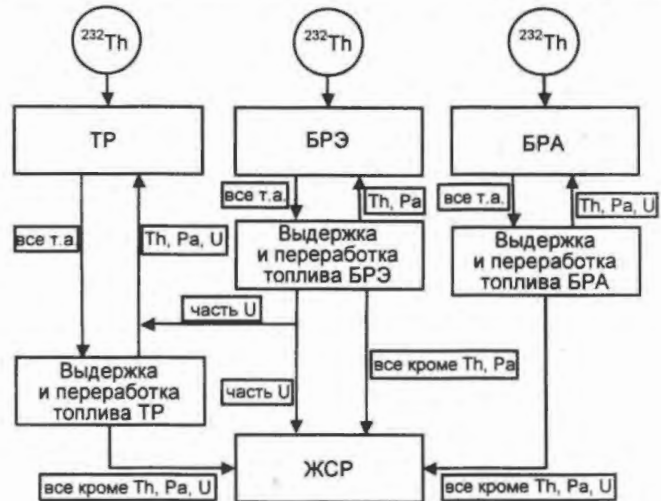


Рис. 2. Уран-ториевая структура UT-23

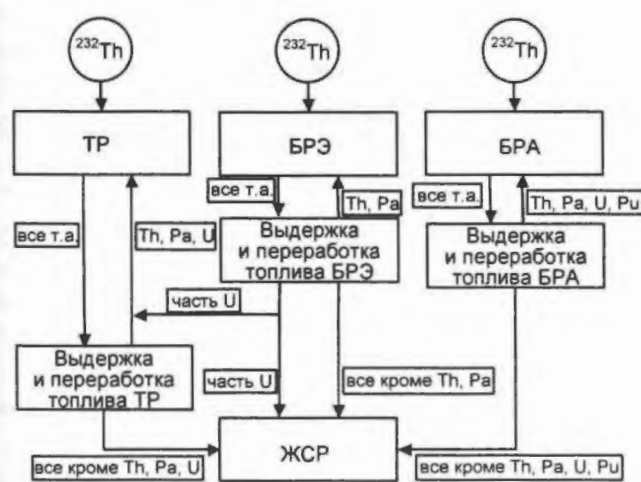


Рис. 3. Уран-ториевая структура UT-33BN (RBEC)

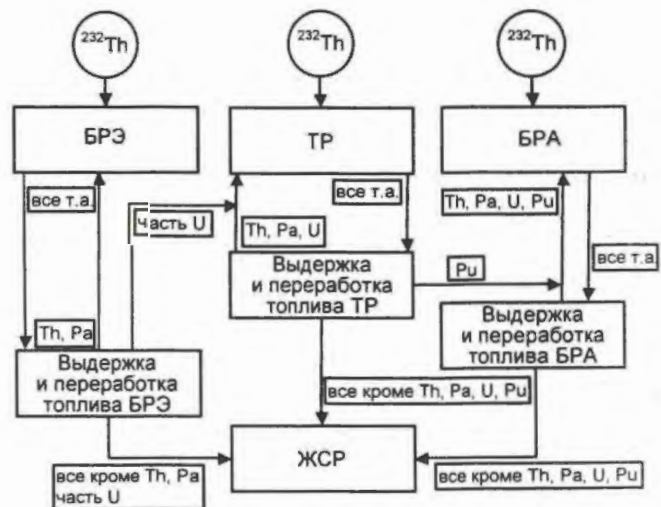


Рис. 4. Уран-ториевая структура UT-33C

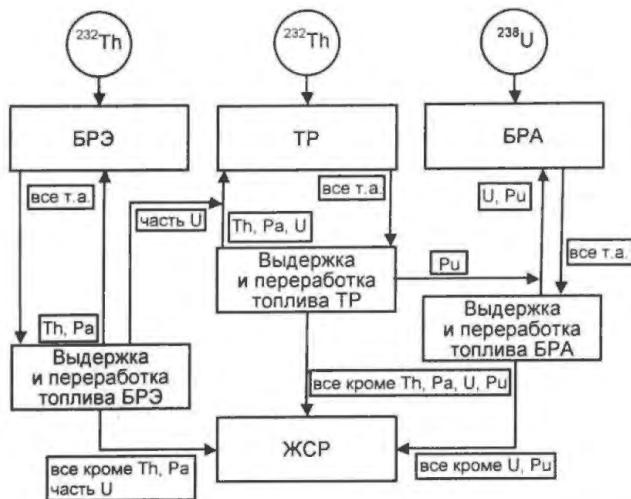


Рис. 5. Уран-плутоний-ториевая структура UPT-53

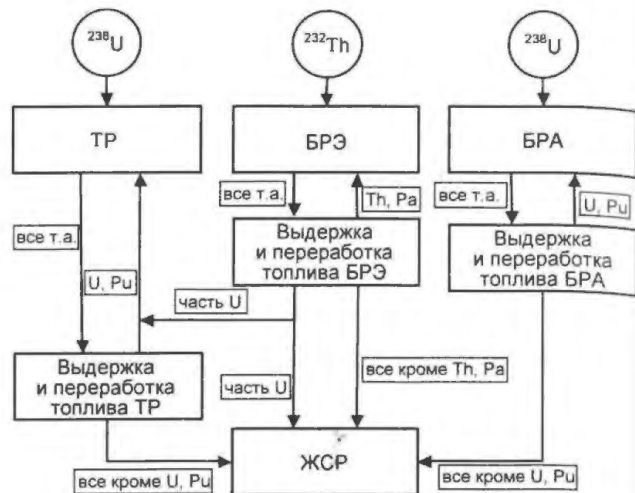


Рис. 6. Уран-плутоний-ториевая структура UPT-73BN(RBEC)

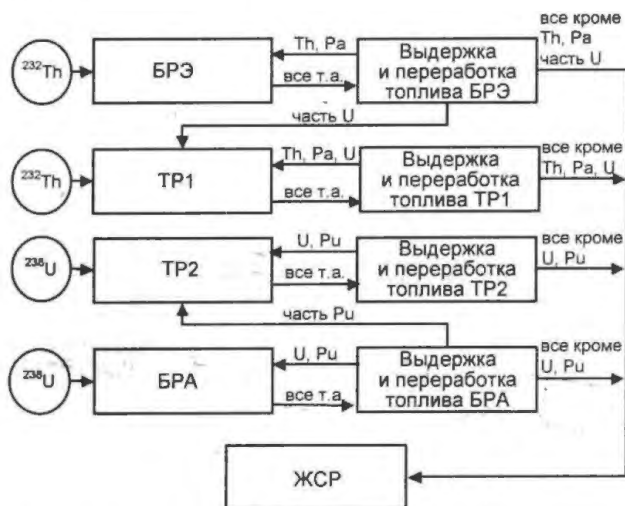


Рис. 7. Уран-плутоний-ториевая структура UPT

Таблица 1. Доли реакторов в общем энергопроизводстве

| Структура  | Вклад ТР |      | Вклад БР | Вклад ЖСР |
|------------|----------|------|----------|-----------|
|            | 1        | 2    |          |           |
| UP-23      | 0,59     | —    | 0,33     | 0,08      |
| UT-23      | 0,56     | —    | 0,41     | 0,03      |
| UT-33RBEC  | 0,56     | —    | 0,42     | 0,02      |
| UT-33BN    | 0,50     | —    | 0,48     | 0,03      |
| UT-33C     | 0,59     | —    | 0,39     | 0,02      |
| UPT-73BN   | 0,64     | —    | 0,28     | 0,08      |
| UPT-73RBEC | 0,68     | —    | 0,25     | 0,07      |
| UPT-53     | 0,88     | —    | 0,09     | 0,03      |
| UPT-74     | 0,63     | 0,18 | 0,15     | 0,04      |

ных структур наиболее перспективной с упомянутых выше позиций оказалась 3-компонентная U-Pu-Th система UPT-53 (рис. 5), характеризующаяся максимальной долей ТР (~ 88 %) и одновременно с этим малым равновесным количеством тяжелых актинидов.

Контактная связь – Алексеевский Лев Дмитриевич, тел.: (499)196-91-35, e-mail: levolex@yandex.ru

Таблица 2. Равновесные количества тяжелых нуклидов, т

| Структура  | ТР   |      | БР    | ЖСР  |
|------------|------|------|-------|------|
|            | 1    | 2    |       |      |
| UP-23      | 65,8 | —    | 126,0 | 0,13 |
| UT-23      | 25,8 | —    | 30,5  | 0,03 |
| UT-33RBEC  | 25,3 | —    | 29,6  | 0,03 |
| UT-33BN    | 22,2 | —    | 30,8  | 0,03 |
| UT-33C     | 26,7 | —    | 26,0  | 0,03 |
| UPT-73BN   | 76,9 | —    | 116,0 | 0,12 |
| UPT-73RBEC | 81,3 | —    | 113,0 | 0,11 |
| UPT-53     | 39,4 | —    | 34,1  | 0,03 |
| UPT-74     | 28,3 | 18,4 | 62,0  | 0,06 |

## Список литературы

1. *Велихов Е.П., Гагаринский А.Ю., Субботин С.А., Цибульский В.Ф.* Россия в мировой энергетике XXI века. – М.: ИздАТ, 2006.
2. *Алексеев П.Н., Дудников А.А., Субботин С.А.* Влияние длительности внешнего топливного цикла и потерь при переработке на структуру ядерной энергетики / PHYSOR 2004 – The Physics of Fuel Cycles and Advanced Nuclear Systems, Chicago, 2004.
3. *Афров А.М., Анрушечко С.А., Украинцев В.Ф. и др.* ВВЭР-1000: Физические основы эксплуатации, ядерное топливо, безопасность. – М.: Университетская книга, Логос, 2006.
4. *Алексеев П.Н., Васильев А.В., Микитюк К.О. и др.* Свинцово-висмутовый быстрый реактор РБЕЦ-М: оптимизация концептуальных решений. Препринт ИАЭ-6229/4, 2001.
5. *Алексеев П.Н., Васильев А.В., Дудников А.А., Субботин С.А.* Тестовая модель каскадного подкритического жидкосолевого реактора-пережигателя долгоживущих РАО атомной энергетики. – М.: РНЦ “КИ”, 2001.
6. *Головки В.А.* Нейронные сети: Обучение, организация и применение. – М.: ИПРЖР, 2001.

Статья поступила в редакцию 7 мая 2007 г.

Вопросы атомной науки и техники.

Сер. Физика ядерных реакторов, 2008, вып. 2, с. 21 – 27.

УДК 621.039.5

### Обратное решение уравнения точечной кинетики при интервальном описании параметров уравнения

*А.М. Дегтярев,*

ФГУ РНЦ “Курчатовский институт”, 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Разработанная методика обращенного (обратного) решения уравнения точечной кинетики (ОРУК) рассматривает параметры уравнения, исключая групповые константы запаздывающих нейтронов как случайные величины с заданными распределениями. Такое обобщение в большей мере отвечает действительным знаниям о параметрах кинетического уравнения и позволяет с достаточной методической строгостью привлечь имеющиеся данные по параметрам, в том числе и по их погрешности. Вероятностное описание, учитывающее случайную погрешность, распространяется и на результаты измерения нейтронного потока. На методическом примере проведено сравнение разработанной методики с традиционными модификациями ОРУК.

**Inverse solution of the one-point kinetic equation at interval description of the equation's parameters.** *A.M. Degtyarev.* The developed methodological approach to the inverse solution of the one-point kinetic equation considers the equation parameters (excluding delay neutron group constants) as random variables with given probability distributions. Such generalization is more corresponded to the real knowledge of the kinetic equation parameters and allows with sufficient methodological severity to retrieve available data on these parameters including their uncertainties. Probabilistic description which takes into account random uncertainty is propagated on the neutron flux measurement. Based on the methodical example, we carried out comparison of the developed approach with traditional methods for the inverse solution of the one-point kinetic equation.

## 1. Методика ОРУК в случае интервально определенных параметров уравнения

Уравнение точечной кинетики ([1, 2], подробную библиографию см. в [3]) можно записать в виде

$$l \frac{da(t)}{dt} = \rho a(t) + l(\varphi_x^+, q)/(\varphi_x^+, \frac{1}{v} \varphi_x) + \int_0^{\infty} d\tau \sum_i \lambda_i \beta_i a(t-\tau) \exp(-\lambda_i \tau) - \sum_i \beta_i a(t), \quad (1)$$

где  $a(t)$  и постоянная во времени функция  $\varphi_x$  определяются через плотность нейтронного потока  $\Phi$  выражением  $\Phi = a(t)\varphi_x$ ;  $\varphi_x^+$  – решение сопряженного условно-критического уравнения; остальные обозначения общеупотребимы.

Обратное решение уравнения (1) применяется для экспериментального определения реактивности. При этом в уравнение (1) подставляются точечные оценки значений входящих в него параметров, за исключением искомой реактивности  $\rho$ , измеренный экспериментальный сигнал  $B(t)$ , разрешая его относительно  $\rho$ . В таком случае при соотношении  $B(t) = (\Phi, p) = a(t)(\varphi_x, p)$  экспериментального сигнала  $B(t)$  и  $a(t)$ , где  $p$  – функционал, характеризующий систему детектирования, уравнение (1) принимает вид

$$l \frac{dB(t)}{dt} = \rho B(t) + s + \int_0^{\infty} d\tau \sum_i \lambda_i \beta_i B(t-\tau) \exp(-\lambda_i \tau) - \sum_i \beta_i B(t), \quad (2)$$

где  $s = l(\varphi_x^+, q)(\varphi_x, p)/(\varphi_x^+, \varphi_x/v)$ .

Существует модификация обратного решения уравнения [4], в которой неизвестным помимо реактивности полагается и параметр  $s$ , связанный с интенсивностью источника. В этой модификации уравнение (2) разрешается одновременно относительно  $\rho$  и  $s$ . Таким образом, при обратном решении кинетического уравнения его параметры рассматриваются с двух противоположных позиций – либо они задаются в соответствии с некоторыми точечными оценками, либо трактуются как неизвестные. Между тем имеющиеся до проведения эксперимента (априорные) данные по коэффициентам уравнения, не исключая и самой реактивности  $\rho$ , занимают промежуточное положение по отношению к указанным точкам зрения. Согласно этим данным параметры кинетического уравнения характеризуются интервальными оценками, рассматриваясь по существу в виде случайных величин с некоторыми распределениями плотности вероятности.

Обратимся к ОРУК в рамках такого описания его параметров. Сигнал  $B(t)$  аналогичным образом рассмотрим как случайную функцию, считая, что он представляет собой сумму точного сигнала и случайного шума. Сразу укажем на ограничения в применении указанного подхода. В части параметров кинетического уравнения он не распространяется на групповые константы запаздывающих нейтронов – относительные выходы и постоянные распада групп запаздывающих нейтронов. Усовершенствование методики, необходимое для преодоления данного ограничения, может быть предпринято, однако для практического учета неопределенности групповых констант дополнительно потребуется знание соответствующих ковариационных матриц, подобных приведенной в [5]. Об ограничениях, касающихся сигнала  $B(t)$ , будет сказано ниже.

Учитывая, что в системе может быть несколько делящихся нуклидов, запишем предпоследний член в уравнении (2) с использованием двухиндексных обозначений ( $i$  – нуклид,  $j$  – группа запаздывающих нейтронов), т.е.

$$\int_0^{\infty} d\tau \sum_{ij} \beta_i \varepsilon_{ij} \lambda_{ij} B(t-\tau) \exp(-\lambda_{ij} \tau), \quad (3)$$

где  $\beta_i$  – эффективная доля запаздывающих нейтронов в общем балансе нейтронов деления, приходящаяся на нуклид  $i$ ;  $\varepsilon_{ij}$  – относительный выход группы запаздывающих нейтронов  $j$  нуклида  $i$ ,  $\sum_j \varepsilon_{ij} = 1$ . С учетом (3), перейдя в уравнении (2) к переменной интегрирования  $t' = t - \tau$  и введя обозначение  $D_i(\tau) = \sum_j \varepsilon_{ij} \lambda_{ij} \exp(-\lambda_{ij} \tau)$ , получим

$$l \frac{dB(t)}{dt} = \rho B(t) + s + \int_{-\infty}^t dt' \sum_i \beta_i D_i(t-t') B(t') - \sum_i \beta_i B(t). \quad (4)$$

Пусть введение в реактор возмущающего воздействия завершается к моменту времени  $t_x$ . С этого момента все параметры уравнения (4) обращаются в константы, в том числе и реактивность  $\rho$ . Дополнительно потребуем постоянства источника  $q$ , чтобы обеспечить постоянство  $s$ , а также выполнения условия  $\beta_i(t < t_x) = \beta_i(t \geq t_x)$ . Как и при традиционных подходах, примем подлежащей определению постоянную величину  $\rho$  при  $t \geq t_x$ .

Выделив в области  $t \geq t_x$  конечную систему отрезков  $[t_k, t_{k+1}]$ ,  $k = 1 \dots K$  и проинтегрировав по ним уравнение (4), преобразуем его к виду

$$l(B(t_{k+1}) - B(t_k)) = \rho b_k + s \Delta t_k + \sum_i \beta_i q_{ik} + \sum_i \beta_i \sum_{k'=1}^k f_{kk'}^{(i)} b_{k'} - \sum_i \beta_i b_k; \quad k = 1 \dots K, \quad (5)$$

$$\text{где } b_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} B(t) dt; \quad q_{ik} = \int_{t_k}^{t_{k+1}} dt \int_{-\infty}^t dt' D_i(t-t') B(t'); \quad f_{kk'}^{(i)} = \begin{cases} b_k^{-1} \int_{t_k}^{t_{k+1}} dt \int_{t_k}^{\min(t, t_{k+1})} dt' D_i(t-t') B(t'), & k' \leq k; \\ 0, & k' > k. \end{cases}$$

Экспериментальные данные по потокам входят в уравнение (5), исключая его левую часть, в виде интегралов по временным отрезкам. Чтобы выразить  $B(t_{k+1}) - B(t_k)$  через вектор  $\mathbf{b} = (b_k)_{k=1}^K$ , воспользуемся кусочной аппроксимацией  $B(t)$  квадратичным полиномом. Для этого заметим, что квадратичный полином, проходящий через три соседних отрезка, однозначно определяется значениями на них  $b_k$ , поэтому, используя эти значения  $b_k$ , можно определить  $B(t_{k+1}) - B(t_k)$  для центрального отрезка.

В случае граничных отрезков для построения полиномов применяются рассматриваемый отрезок и два ближайших к нему внутренних. В результате приходим к выражению

$$\Delta \mathbf{b} = \mathbf{H} \mathbf{b}, \quad (6)$$

где  $\Delta \mathbf{b} = [B(t_2) - B(t_1) \dots B(t_{k+1}) - B(t_k) \dots B(t_{K-1}) - B(t_K)]^T$ ;  $\mathbf{H}$  – определяемая сеткой временных интервалов матрица, которая отличается от трехдиагональной матрицы наличием двух ненулевых элементов  $h_{1,3}$  и  $h_{K,K-2}$ . Используя (6) и введя обозначения  $\Delta \mathbf{t} = (t_2 - t_1 \dots t_{k+1} - t_k \dots t_{K+1} - t_K)^T$ ,  $\mathbf{q}^{(i)} = (q_{i,1} \dots q_{i,2} \dots q_{i,K})^T$ , запишем систему уравнений (5) в матричном виде

$$l \mathbf{H} \mathbf{b} = \rho \mathbf{b} + s \Delta \mathbf{t} + \sum_i \beta_i \mathbf{q}^{(i)} + \sum_i \beta_i \mathbf{F}^{(i)} \mathbf{b} - \sum_i \beta_i \mathbf{b}. \quad (7)$$

В дальнейшем рассмотрении воспользуемся следующими положениями: 1) обозначив точные значения параметров кинетического уравнения вектором  $\mathbf{u} = (l \rho \ s \ \beta_1 \ \beta_2 \dots \beta_n)^T$ , будем считать, что априорная оценка  $\mathbf{u}_a$  вектора  $\mathbf{u}$  представляет собой однократную реализацию случайного вектора, распределенного по нормальному закону с известной ковариационной матрицей  $\mathbf{K}_a$ , математическое ожидание которого равно точному значению  $\mathbf{u}$ :

$$\mathbf{u}_a \sim N(\mathbf{u}, \mathbf{K}_a); \quad (8)$$

2) обусловленное случайными шумами отклонение  $\delta \mathbf{b}$  экспериментального вектора  $\mathbf{b}$  от его точного в отсутствие шума значения подчиняется закону

$$\delta \mathbf{b} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{K}_b), \quad (9)$$

где  $\mathbf{0}$  – нулевой вектор размерности  $K$ ,  $\mathbf{K}_b$  – диагональная матрица ковариации с  $(\mathbf{K}_b)_{kk} = b_k$ . Отметим, что при более строгом подходе вместо нормального распределения в (9) следовало бы использовать распределение Пуассона и, определяя элементы матрицы  $\mathbf{K}_b$ , исходить из точного (и являющегося неизвестным) значения вектора  $\mathbf{b}$ . Однако в обычно встречающихся на практике ситуациях принятые упрощения играют незначительную роль.

Запишем (7) как

$$\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad (10)$$

где элементы матрицы  $\mathbf{A}$  образованы выражениями и коэффициентами при  $l, \rho, s, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  в уравнении (7) и содержат погрешность, обусловленную случайным характером вектора  $\mathbf{b}$ . При точном значении вектора  $\mathbf{b}$  матрица  $\mathbf{A}$  также принимает точное значение  $\mathbf{A}_\tau$ , и тогда вектор  $\mathbf{u}$  обращает (10) в тождество:

$$\mathbf{A}_\tau \mathbf{u} = \mathbf{0}. \quad (11)$$

Заметим, что в уравнении (7) и в форме его записи (10) сумма  $\sum_i \beta_i q^{(i)} + \sum_i \beta_i F^{(i)} \mathbf{b}$  представляет полную генерацию нейтронов по сетке временных отрезков  $[t_k, t_{k+1}]$  от образовавшихся ранее источников запаздывающих нейтронов. Поскольку эта сумма вычисляется по поведению  $B(t)$  на участке  $(-\infty, t]$  и включает в себя большой объем счета, ее можно полагать свободной от случайной погрешности сигнала  $B(t)$  и, таким образом, случайную погрешность вектора  $\mathbf{b}$  достаточно учитывать в членах  $l\mathbf{H}\mathbf{b}, \rho\mathbf{b}$  и  $\sum_i \beta_i \mathbf{b}$ . Отсюда с учетом (11)

имеем

$$\mathbf{A}\mathbf{u} = (\mathbf{A}_\tau + \delta\mathbf{A})\mathbf{u} = \mathbf{A}_\tau \mathbf{u} + \delta\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{E}(l, \rho, \sum_i \beta_i) \delta\mathbf{b}, \quad (12)$$

где  $\mathbf{E}(l, \rho, \sum_i \beta_i) = (-l\mathbf{H} + \rho\mathbf{I} - \sum_i \beta_i \mathbf{I})$ ,  $\mathbf{I}$  – единичная матрица размерности  $K$ . Для краткости обозначая вектором  $\mathbf{u}$  аргументы матрицы-функции  $\mathbf{E}$ , находим из (12) выражение для  $\delta\mathbf{b}$

$$\delta\mathbf{b} = \mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u})\mathbf{A}\mathbf{u}. \quad (13)$$

В практических ситуациях, когда  $\sum_i \beta_i \gg \rho \approx 0$  или  $\rho < 0$ , диагональные элементы матрицы-функции  $\mathbf{E}$ , равные  $-lh_{kk} + \rho - \sum_i \beta_i$ , существенно превосходят по модулю недиагональные члены, содержащие сомножителем  $l$ , и  $\mathbf{E}(\mathbf{u})$  обратима. Из выражения (13), учитывая (9), получим

$$\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u})\mathbf{A}\mathbf{u} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{K}_b). \quad (14)$$

Итак, имеющаяся информация по вектору  $\mathbf{u}$  заключается в распределении (8), описывающем априорные данные, и распределении (14), выражающем результаты эксперимента. Для оценки вектора  $\mathbf{u}$  по этим данным воспользуемся методом максимального правдоподобия [6, 7]. Составим функцию правдоподобия, которая в нашем случае принимает вид

$$L(\mathbf{u}) = L_b L_a = C \exp[-(0,5\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u})\mathbf{A}\mathbf{u})^T \mathbf{K}_b^{-1} (\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u})\mathbf{A}\mathbf{u})] \exp[-0,5(\mathbf{u} - \mathbf{u}_a)^T \mathbf{K}_a^{-1} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_a)], \quad (15)$$

с нормировочной константой  $C$ , не играющей роли в последующем изложении. Согласно методу максимального правдоподобия в качестве оценки рекомендуется принять значение  $\mathbf{u}$ , обеспечивающее максимум функции  $L(\mathbf{u})$  (15), что приводит к задаче

$$\min_{\mathbf{u}} [(\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u})\mathbf{A}\mathbf{u})^T \mathbf{K}_b^{-1} \mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u})\mathbf{A}\mathbf{u} + (\mathbf{u} - \mathbf{u}_a)^T \mathbf{K}_a^{-1} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_a)]. \quad (16)$$

Эту оценку  $\mathbf{u}$ , уточняющую априорную оценку по результатам эксперимента, назовем апостериорной. Если априорная информация имеется не о всех элементах вектора  $\mathbf{u}$ , в выражении  $(\mathbf{u} - \mathbf{u}_a)^T \mathbf{K}_a^{-1} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_a)$  векторы  $\mathbf{u}, \mathbf{u}_a$  и матрица  $\mathbf{K}_a^{-1}$  принимают усеченный вид. Не со-

ставляет трудностей перейти в этом выражении к тому же вектору  $\mathbf{u}$ , что и в оставшейся части (16). Достаточно задать произвольными числами отсутствующие координаты вектора  $\mathbf{u}_a$  и привести в соответствие с  $\mathbf{u}_a$  расположение элементов  $\mathbf{K}_a^{-1}$ , заполнив нулями образовавшиеся пустые строки и столбцы.

Присутствие члена  $\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u})$  в задаче (16) не позволяет решить ее методами линейной алгебры, вынуждая обратиться к численным методам итерационного типа. При этом на каждом шаге применительно к текущему значению вектора  $\mathbf{u}$  приходится переопределять квадратную матрицу  $\mathbf{E}(\mathbf{u})$  (см. (12)) и обращать ее. Для сокращения связанных с этим вычислительных затрат может оказаться целесообразным сведение задачи (16) к последовательности подзадач с приближенным представлением  $\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u})$ , чтобы избежать операции обращения матрицы на каждой итерации. Приближенное представление  $\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u})$  получим, применив разложение матрицы  $\mathbf{M}^{-1} = (\mathbf{M}_0 + \delta\mathbf{M})^{-1}$  при малых  $\delta\mathbf{M}$  [8]:

$$(\mathbf{M}_0 + \delta\mathbf{M})^{-1} = [\mathbf{I} - \mathbf{M}_0^{-1}\delta\mathbf{M} + (\mathbf{M}_0^{-1}\delta\mathbf{M})^2 - (\mathbf{M}_0^{-1}\delta\mathbf{M})^3 + \dots] \mathbf{M}_0^{-1}, \quad (17)$$

где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица той же размерности, что и матрица  $\mathbf{M}$ . Решение каждой подзадачи начинается с обращения матрицы  $\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u}_0)$ , где  $\mathbf{u}_0$  – решение предыдущей подзадачи. Затем минимизируется функционал задачи (16) с представлением матрицы-функции  $\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u})$  в виде разложения (17), где  $\mathbf{M}_0 = \mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u}_0)$  и, учитывая зависимость  $\mathbf{E}(\mathbf{u})$  (12),  $\delta\mathbf{M} = \delta\mathbf{E}(\mathbf{u}) = -(\mathbf{I} - \mathbf{l}_0)\mathbf{H} + (\rho - \rho_0)\mathbf{I} - \sum_i (\beta_i - \beta_{i0})\mathbf{I}$ .

Решение  $\mathbf{u}$  задачи (16) уточняет априорную оценку  $\mathbf{u}_a$  параметров кинетического уравнения, причем уточнение касается не только реактивности и связанного с источником параметра  $s$ , но и других компонент вектора  $\mathbf{u}$  – времени жизни  $l$  мгновенных нейтронов и частичных долей  $\beta_i$  запаздывающих нейтронов.

Перейдем к погрешности апостериорной оценки  $\mathbf{u}$ . Поскольку решение задачи (16) достаточно сложно зависит от исходных параметров в виде  $\mathbf{b}$  (присутствующего в матрице  $\mathbf{A}$ ) и  $\mathbf{u}_a$ , то для оценки его погрешности предлагается следующий приближенный подход. В качестве наводящего соображения заметим, что при известных точных значениях вектора  $\mathbf{u}$  и вектора счета  $\mathbf{b}$  можно было бы построить расчетную модель, учитывающую возможное рассеяние экспериментального значения  $\mathbf{b}$  и априорного вектора  $\mathbf{u}_a$  в окрестности точных значений, и с ее использованием оценить отклонение решения задачи (16) от точного вектора  $\mathbf{u}$ . Если при этом вместо точных воспользоваться достаточно хорошими оценками вектора  $\mathbf{u}$  и вектора счета  $\mathbf{b}$ , то можно ожидать, что полученная оценка отклонения  $\mathbf{u}$  будет близкой к действительной. Действуя указанным образом, примем в качестве такой оценки для  $\mathbf{u}$  само решение задачи (16), обозначив его  $\mathbf{u}_0$ . Оценку точного значения вектора счета, введя для него обозначение  $\mathbf{b}_0$ , получим из условия (11):

$$\mathbf{A}_T \mathbf{u}_0 = \mathbf{A}(\mathbf{b}_0) \mathbf{u}_0 = \mathbf{0}, \quad (18)$$

где явно обозначена зависимость матрицы-функции  $\mathbf{A}$  от вектора счета. Записав уравнение (18) в форме уравнения (7), нетрудно видеть, что при заданном векторе  $\mathbf{u}_0$  это уравнение представляет неоднородную систему линейных алгебраических уравнений относительно вектора  $\mathbf{b}_0$ . Решая ее, находим  $\mathbf{b}_0$ .

Используя  $\mathbf{u}_0$  и  $\mathbf{b}_0$  в качестве точных значений соответствующих векторов, исследуем рассеяние решения задачи (16) относительно  $\mathbf{u}_0$ , связанное с погрешностями  $\mathbf{u}_a$  и  $\mathbf{b}$ , т.е. в условиях (8) и (9). Умножив минимизируемый функционал (16) на 1/2, запишем его в виде

$$f = F + 0,5(\mathbf{u} - \mathbf{u}_a)^T \mathbf{K}_a^{-1}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_a), \quad (19)$$

где

$$F = 0,5(\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u})\mathbf{A}\mathbf{u})^T \mathbf{K}_b^{-1} \mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u})\mathbf{A}\mathbf{u} \quad (20)$$

– функционал от  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{b}$ .

Считая, что вектор  $\mathbf{u}$ , на котором достигается минимум функционала  $f$ , близок к  $\mathbf{u}_0$ , воспользуемся в выражении (19) для функционала  $F$  (20) его разложением в окрестности  $\mathbf{u}_0$

$$f = F|_{\mathbf{u}_0} + (\mathbf{u} - \mathbf{u}_0)^T \text{grad} F|_{\mathbf{u}_0} + 0,5(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0)^T \mathbf{G}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) + 0,5(\mathbf{u} - \mathbf{u}_a)^T \mathbf{K}_a^{-1}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_a), \quad (21)$$

где  $\mathbf{G}$  – матрица вторых производных  $F$  в точке  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0$  с элементами  $g_{ij} = \partial^2 F / \partial u_i \partial u_j |_{\mathbf{u}_0}$ . Отметим, что  $F|_{\mathbf{u}_0}$ ,  $\text{grad} F|_{\mathbf{u}_0}$  и  $\mathbf{G}$  в (21) являются функциями от  $\mathbf{b}$ . Явные выражения для

$\text{grad} F|_{\mathbf{u}_0}$  и матрицы  $\mathbf{G}$  получаются, исходя из (20). Так, для координат градиента имеем

$$(\text{grad} F|_{\mathbf{u}_0})_i = [\mathbf{A}^T(\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u}))^T \mathbf{K}_b^{-1}(\mathbf{u}) \mathbf{A} \mathbf{u}]_i + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^T(\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u}))^T \mathbf{K}_b^{-1}(\mathbf{u}) (-\partial \mathbf{E}(\mathbf{u}) / \partial \mathbf{u}) \mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u}) \mathbf{A} \mathbf{u}. \quad (22)$$

При выводе выражения (22) применялась формула дифференцирования обратного оператора, частным случаем которого является матрица-функция  $\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{u})$  [9]:  $dS^{-1}(x)/dx = S^{-1}(x)(-dS(x)/dx)S^{-1}(x)$ . Аналогичные выражения для матрицы  $\mathbf{G}$  не приводятся в связи с их громоздкостью. Приравняв градиент по  $\mathbf{u}$  функционала (21) к нулевому вектору, находим вектор  $\mathbf{u}$ , минимизирующий  $f$ ,

$$\mathbf{u} = (\mathbf{G} + \mathbf{K}_a^{-1})^{-1}(\mathbf{G} \mathbf{u}_0 + \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{u}_a - \text{grad} F|_{\mathbf{u}_0}). \quad (23)$$

Если априорная оценка вектора  $\mathbf{u}$  совпадает с точной и статистическая погрешность сигнала отсутствует, т.е.  $\mathbf{u}_a = \mathbf{u}_0$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{b}_0$ , формула (23), как легко видеть, дает  $\mathbf{u}_0$ . Достаточно заметить, что в этом случае выражение для  $\text{grad} F|_{\mathbf{u}_0}$  (22) в силу (18) обращается в  $\mathbf{0}$  и

$\mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{u}_a$  можно заменить на  $\mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{u}_0$ . Задача на минимизацию  $f$  (21) и ее решение (23) представляют собой приближенные аналоги задачи (16) и ее численного решения.

Исследуем поведение решения  $\mathbf{u}$  (23) в условиях случайных отклонений  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{u}_a$  от точных значений, предполагая, что эти отклонения достаточно малы, чтобы воспользоваться линейным описанием поведения  $\mathbf{u}$ . Исходя из (23), находим частные производные  $\mathbf{u}$  по  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{u}_a$  в точке  $\mathbf{b} = \mathbf{b}_0$  (напомним, что  $\mathbf{G}$  и  $\text{grad} F|_{\mathbf{u}_0}$  зависят от  $\mathbf{b}$ ), т.е.

$$\begin{aligned} \partial \mathbf{u} / \partial \mathbf{u}_a |_{\mathbf{b}_0} &= [(\mathbf{G} + \mathbf{K}_a^{-1})^{-1} \mathbf{K}_a^{-1}]_y; \quad \partial \mathbf{u}_i / \partial b_k |_{\mathbf{b}_0} = \left[ (\mathbf{G} + \mathbf{K}_a^{-1})^{-1} (-\partial \mathbf{G} / \partial b_k) (\mathbf{G} + \mathbf{K}_a^{-1})^{-1} (\mathbf{G} \mathbf{u}_0 + \right. \\ &\left. + \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{u}_a) + (\mathbf{G} + \mathbf{K}_a^{-1})^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial b_k} \mathbf{u}_0 - \frac{\partial}{\partial b_k} \text{grad} F|_{\mathbf{u}_0} \right) \right]_i, \end{aligned} \quad (24)$$

где значения правых частей берутся в точке  $\mathbf{b} = \mathbf{b}_0$  и во втором выражении учтено, что

$\text{grad} F|_{\mathbf{u}_0, \mathbf{b}_0} = \mathbf{0}$ . Для  $\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial b_k}$  и  $\frac{\partial}{\partial b_k} \text{grad} F|_{\mathbf{u}_0}$  в (24) получены явные выражения, которые не

приводятся. Используя представления (24), имеем

$$\delta \mathbf{u} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_0 = \mathbf{V}_a \delta \mathbf{u}_a + \mathbf{V}_b \delta \mathbf{b}, \quad (25)$$

где  $\delta \mathbf{u}_a = \mathbf{u}_a - \mathbf{u}_0$ ,  $\delta \mathbf{b} = \mathbf{b} - \mathbf{b}_0$ ,  $\mathbf{V}_a$  и  $\mathbf{V}_b$  – матрицы, составленные из частных производных вектора  $\mathbf{u}$ . Из выражения (25) следует, что математическое ожидание вектора  $\mathbf{u}$  равно  $\mathbf{u}_0$  и, таким образом, ковариационную матрицу  $\mathbf{K}_u$  вектора  $\mathbf{u}$  можно записать в следующем общем виде:  $\mathbf{K}_u = M \delta \mathbf{u} (\delta \mathbf{u})^T = M (\mathbf{V}_a \delta \mathbf{u}_a + \mathbf{V}_b \delta \mathbf{b}) (\mathbf{V}_a \delta \mathbf{u}_a + \mathbf{V}_b \delta \mathbf{b})^T$ , где символом  $M$  обозначен оператор математического ожидания. Последнее выражение неявным образом устанавливает связь матрицы  $\mathbf{K}_u$  с матрицами  $\mathbf{K}_a^{-1}$  и  $\mathbf{K}_b$ . Явное выражение для  $\mathbf{K}_u$  и его вывод опущены из-за их громоздкости.

## 2. Методический пример

Проиллюстрируем применения методики, сравнив ее при этом с традиционными версиями ОРУК, на примере простого переходного процесса, инициируемого введением отрицательной реактивности. В основу примера положен сброс некоторого числа стержней СУЗ в промышленном уран-графитовом реакторе (ПУГР) [10], работающем на нулевом уровне мощности. Будем считать, что реактивность вводится в течение 3 с с постоянной скоростью, в результате чего глубина подкритичности реактора увеличивается с 0,0005 до 0,015. Для времени жизни мгновенного нейтрона примем значение  $1,1 \cdot 10^{-3}$  с, а для параметра  $s$ , характеризующего источники нейтронов и систему детектирования, значение 24 1/с. Ограничивая рассмотрение нуклидов, участвующих в делении,  $^{235}\text{U}$ ,  $^{238}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$ , положим  $\beta_i^{\text{ф}}$ ,  $i = 5, 8, 9$  равными  $5,23 \cdot 10^{-3}$ ,  $1,36 \cdot 10^{-3}$  и  $2,20 \cdot 10^{-4}$ , соответственно (здесь и далее в аналогичных ситуациях для краткости индексы 5 и 8 обозначают изотопы  $^{235}\text{U}$  и  $^{238}\text{U}$ , а индекс 9 –  $^{239}\text{Pu}$ ).

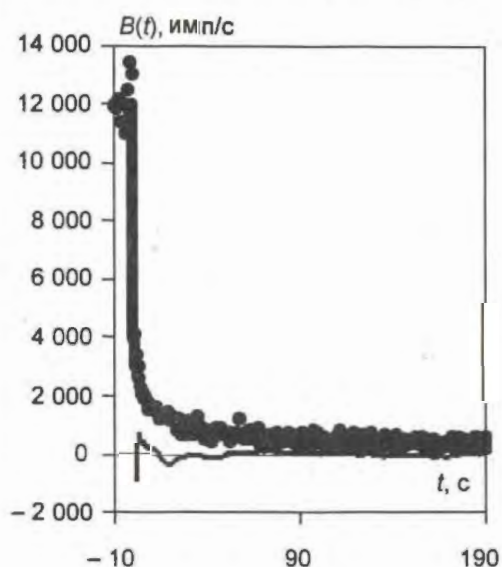
Отметим, что  $l$ , строго говоря, меняется в процессе погружения стержней. Для методического примера это обстоятельство однако не представляет значения, поскольку при ОРУК рассматривается временная область, когда стержни СУЗ пришли на нижний концевик с постоянным  $l$ , предшествующий же временной промежуток представлен (см. уравнение (5)) суммой  $\sum_i \beta_i q_{ik}$ , т.е. знание  $l$  на нем не требуется. При отсутствии статистической погрешности в сигнале счета  $B(t)$  его зависимость от времени в заданных условиях имеет вид, представленный на рисунке.

Если еще при этом априорные оценки  $l_a$ ,  $\rho_a$ ,  $s_a$ ,  $\beta_{ia}^{\text{ф}}$ ,  $i = 5, 8, 9$  равны параметрам реактора, то ОРУК согласно методике, изложенной в п. 1, с точностью до ошибки, связанной с приближенным характером уравнения (6), дало бы точное значение реактивности. Такой же результат получится и при использовании традиционных модификаций ОРУК.

В соответствии с принятыми допущениями положим, что действительный сигнал  $B(t)$ , полученный в эксперименте, загрязнен случайным шумом, подчиняющимся закону Пуассона, а имеющиеся априорные оценки  $u_a$  параметров кинетического уравнения являются однократной выборкой случайного вектора  $u$ , имеющего нормальное распределение в окрестности точного значения  $u_T$  с ковариационной матрицей  $K_a$ . Рассмотрим, каким образом результаты, полученные в такой ситуации по изложенной в п. 1 методике, будут соотноситься с точными значениями кинетических параметров.

Сначала составим модель, имитирующую условия эксперимента, т.е. определимся с сигналом  $B(t)$ , который с учетом загрязнения может быть получен в результате эксперимента, и вектором априорной оценки кинетических параметров.

Будем считать, что при измерении изменений нейтронного потока ширина окна счета, т.е. длительность временных отрезков, применяющихся для регистриро-



Динамика изменения счета  $B(t)$  в модельном переходном процессе; утолщенная сплошная линия и точки – счет без статистической погрешности и при ее наличии, соответственно; тонкая сплошная линия – умноженное на 10 отклонение сглаживающей кривой от счета без статистической погрешности;  $t$  – время от начала переходного процесса

вания импульсов, составляет 0,02 с. В соответствии с договоренностью на этот счет (см. п. 1) для числа экспериментально зафиксированных импульсов  $B_{\Delta l}$  в интервале  $l$  вместо распределения Пуассона воспользуемся нормальным распределением с математическим ожиданием и дисперсией, равными числу импульсов  $B_{tl}$  в отсутствие шума, т.е.

$$B_{\Delta l} \sim N(B_{tl}, B_{tl}). \quad (26)$$

Моделирование результатов эксперимента при наличии шума осуществлялось случайным розыгрышем  $B_{\Delta l}$  по всем временным отрезкам в соответствии с распределением (26). Результаты одного такого моделирования показаны на рисунке, где для лучшей наглядности оставлена одна компонента вектора  $\mathbf{B}$ , из каждых 50, т.е., иными словами,  $\mathbf{B}$ , представлен одним значением на отрезок 1 с.

Аналогичным образом путем случайного розыгрыша определяется и вектор  $\mathbf{u}_a$  априорных параметров кинетического уравнения. При этом в качестве точного вектора  $\mathbf{u}_t$  используются значения параметров кинетического уравнения, моделирующего условия проведения эксперимента. Рассеяние  $\mathbf{u}_a$  в окрестности  $\mathbf{u}_t$  анализировалось, исходя из физических особенностей ПУГР, условий проведения кинетических экспериментов, в том числе и в части контрольно-измерительной аппаратуры, а также точности применяемых нейтронно-физических программ. Согласно этому анализу, опущенному в настоящей статье,  $S(l) = 0,024$  отн. ед.,  $S(s) = 0,21$  отн. ед.,  $S(\rho) = 0,05$  отн. ед.,  $\text{cov}(l, s) = K_{ls} = 0,024^2 Ql$ . Для учета корреляции  $l$  и  $s$  представим  $s$  в виде произведения  $lX$ , где  $X$  – независимая от  $l$  случайная величина. Математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение  $X$ , исходя из величины  $l$  и  $s$  и их ковариации, имеют значения  $5,45 \cdot 10^{-3} 1/c^2$  и  $0,209$  отн. ед., соответственно.

В случае априорной оценки  $\beta_i$ ,  $i = 5, 8, 9$  случайным образом разыгрывались факторы погрешности  $\beta_i$ ,  $i = 5, 8, 9$ , связанные с микроконстантами  $^{238}\text{U}$  в быстрой области, библиотечными данными по запаздывающим нейтронам [11] и долей нуклидов в балансе генерации вторичных нейтронов. Применительно к полученному вектору  $\mathbf{u}_a$  находилась оценка матрицы  $\mathbf{K}_a$ . Данный шаг необходим, поскольку вычисление ковариационной матрицы опирается на неизвестный при проведении эксперимента вектор  $\mathbf{u}_t$ , вместо которого приходится использовать оценку  $\mathbf{u}_a$ , и поэтому различные, в общем случае априорные оценки  $\mathbf{u}_a$ , приведут к разным матрицам  $\mathbf{K}_a$ . По существу описанную выше процедуру можно описать так:

- на первом шаге, исходя из точного вектора  $\mathbf{u}_t$  и рассеяния его оценки, определяется однократная случайная выборка вектора  $\mathbf{u}_a$ , который выступает в качестве тех сведений по параметрам кинетического уравнения, которые имеются перед проведением эксперимента;
- на втором шаге вектор  $\mathbf{u}_t$ , который в действительности при проведении эксперимента неизвестен, “забывается” и исходя из вектора  $\mathbf{u}_a$  определяется оценка матрицы  $\mathbf{K}_a$ , применяемая в дальнейшем в качестве ее точного значения.

Теперь правее от точки  $t = 3$  с, т.е. точки завершения ввода реактивности, выделим область  $[t_1, t_{k+1}]$ , в которой будем решать обратное уравнение кинетики, и сформируем в ней сетку временных отрезков. В качестве этой области  $[t_1, t_{k+1}]$  примем  $[3,5; 190]$  с. Отметим, что отрезок  $[3; 3,5]$  с, непосредственно примыкающий к отрезку  $[0; 3,5]$  с, на котором в реактор вносится реактивность, исключен из рассмотрения из-за быстрого изменения счета, в связи с чем аппроксимация левой части уравнения (5) при переходе к уравнению (7) становится слишком грубой. Для формирования сетки отрезков  $[t_1, t_{k+1}]$  предварительно проведем сглаживание экспериментального сигнала  $\mathbf{B}$ , по следующей методике.

Для каждой экспериментальной точки выделяется временной интервал 20 с с центром в рассматриваемой точке и дополнительным условием, чтобы левая граница указанного интервала была не меньше 3,5 с. По точкам данного интервала строится регрессия в виде полинома 3-го порядка, после чего в качестве сглаженного значения экспериментального сиг-

нала в рассматриваемой временной точке берется значение регрессионного полинома. Сравнение сглаженного и точного сигналов на примере одной случайной реализации вектора  $\mathbf{B}_3$  представлено на рисунке. Отметим, что сглаженный сигнал используется только для построения сетки отрезков  $[t_1, t_{K+1}]$ , во всех других случаях методика оперирует с исходным экспериментальным сигналом  $\mathbf{B}_3$ . Сетка отрезков  $[t_k, t_{k+1}]$  строится из условия примерного равенства следующего показателя, учитывающего величину временного отрезка и изменение счета на нем:  $\xi = (\Delta t / \Delta t_{cp} - 1)^2 + (\Delta B_{cr} / \Delta B_{cr, cp} - 1)^2$ , где  $\Delta t_{cp} = (190 \text{ с} - 3,5 \text{ с}) / K$ ;  $\Delta B_{cr} = (B_{cr}(3,5 \text{ с}) - B_3(190 \text{ с})) / K$ ;  $K$  – число отрезков.

Поскольку  $B_{cr}$  зависит от случайным образом полученного исходного сигнала  $\mathbf{B}_3$ , то и сетка отрезков подвержена случайным, хотя и небольшим, возмущениям. Для принятой в работе сетки  $[t_k, t_{k+1}]$  из 20-ти отрезков пример ее одной реализации представлен в табл. 1.

Таблица 1. Пример отрезков  $[t_k, t_{k+1}]$

Суммированием экспериментальных сигналов в пределах указанных отрезков получим вектор  $\mathbf{b}$  в уравнении (7). Дисперсия компонент вектора  $\mathbf{b}$ , т.е. диагональные элементы  $\mathbf{K}_b$ , равна сумме дисперсий компонент вектора  $\mathbf{B}_3$  в пределах отрезка  $k$ , откуда с учетом (26)  $(\mathbf{K}_b)_{k,k} = b_k$ ,  $k = 1 \dots K$ . Из изложенного ясно, что полученный по результатам экспериментов вектор  $\mathbf{b}$  является случайной величиной, а корреляционная матрица  $\mathbf{K}_b$  – случайной оценкой действительной ковариационной матрицы, описывающей рассеяние  $\mathbf{b}$  в окрестности точного значения этого вектора.

Описанная процедура по существу имитирует условия проведения эксперимента в части как полученных в его ходе результатов измерений, так и располагаемой на момент проведения эксперимента априорной информации по коэффициентам кинетического уравнения. Отметим, что априорная оценка вектора  $\mathbf{u}_a$  кинетических параметров с ковариационной матрицей  $\mathbf{K}_a$  и вектор  $\mathbf{b}$  измеренного сигнала с ковариационной матрицей  $\mathbf{K}_b$  согласно процедуре их определения являются случайными величинами, и следовательно, в рассматриваемой модели эксперимента они могут принять произвольные значения, соответствующие своим распределениям.

Теперь можно перейти непосредственно к ОРУК с применением методики, изложенной в п. 1. Одновременно вычислим также те значения реактивности, которые в данных условиях дают традиционные методы ОРУК. В рамках одного из них, который условимся обозначать как ОРУК-р, реактивность  $\rho$  неизвестна, а остальные параметры полагаются известными. Для перехода к ОРУК-р подходу запишем систему уравнений (7) следующим образом:

$$\mathbf{A}_p \rho = \mathbf{C}_p \mathbf{u}_p, \quad (27)$$

где  $\mathbf{A}_p$  есть  $\mathbf{A}^{<2>}$  – второй столбец матрицы  $\mathbf{A}$ ; матрица  $\mathbf{C}_p$  составлена из столбцов матрицы  $\mathbf{A}$ , исключая второй;  $\mathbf{u}_p = (\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4 \beta_5 \beta_6 \beta_7 \beta_8 \beta_9)^T$ . Вектор  $\mathbf{u}_p$ , считающийся известным, сформируем из соответствующих компонент вектора  $\mathbf{u}_a$ . Система уравнений (27) по числу отрезков временной сетки состоит из  $K$  уравнений относительно одного неизвестного  $\rho$ , откуда ясно, что в общем она несовместна. В этой связи, используя применяемый обычно в математике подход для подобных ситуаций, перейдем к приближенному уравнению

| № отрезка | Границы отрезка, с |        |
|-----------|--------------------|--------|
|           | Левая              | Правая |
| 1         | 3,5                | 4,02   |
| 2         | 4,02               | 4,58   |
| 3         | 4,58               | 5,22   |
| 4         | 5,22               | 5,96   |
| 5         | 5,96               | 6,84   |
| 6         | 6,84               | 7,9    |
| 7         | 7,9                | 9,18   |
| 8         | 9,18               | 10,78  |
| 9         | 10,78              | 12,84  |
| 10        | 12,84              | 14,94  |
| 11        | 14,94              | 17,68  |
| 12        | 17,68              | 21,92  |
| 13        | 21,92              | 28,78  |
| 14        | 28,78              | 36,88  |
| 15        | 36,88              | 46,38  |
| 16        | 46,38              | 56,86  |
| 17        | 56,86              | 67,8   |
| 18        | 67,8               | 90,74  |
| 19        | 90,74              | 131,48 |
| 20        | 131,48             | 190    |

$$(\mathbf{A}_p \rho - \mathbf{C}_p \mathbf{u}_p)^2 \rightarrow \min, \quad (28)$$

решая которое, находим

$$\rho = (\mathbf{A}_p^T \mathbf{A}_p)^{-1} \mathbf{A}_p^T \mathbf{C}_p \mathbf{u}_p. \quad (29)$$

Согласно другой модификации ОРУК, которую обозначим ОРУК- $\rho s$ , неизвестными полагаются  $\rho$ ,  $s$ , остальные параметры кинетического уравнения считаются известными. Действуя так же, как и в случае ОРУК- $\rho$ , получим следующую задачу для неизвестных  $\rho$ ,  $s$ :

$$(\mathbf{A}_{\rho s}(\rho s)^T - \mathbf{C}_{\rho s} \mathbf{u}_{\rho s})^2 \rightarrow \min \quad (30)$$

с решением

$$(\rho s)^T = (\mathbf{A}_{\rho s}^T \mathbf{A}_{\rho s})^{-1} \mathbf{A}_{\rho s}^T \mathbf{C}_{\rho s} \mathbf{u}_{\rho s}, \quad (31)$$

где  $\mathbf{A}_{\rho s}$  – матрица из 2 и 3-го столбцов матрицы  $\mathbf{A}$ ; матрица  $\mathbf{C}_{\rho s}$  составлена из столбцов матрицы  $\mathbf{A}$ , исключая второй и третий;  $\mathbf{u}_{\rho s} = (1 \ \beta_5 \ \beta_8 \ \beta_9)^T$ . Заметим, что определение  $\rho$  в рамках указанных модификаций ОРУК в действительности может основываться на более тонких методах, однако существо модификаций при этом не затрагивается.

Как уже отмечалось, имеющиеся в распоряжении экспериментатора исходные данные в виде априорной оценки  $\mathbf{u}_a$  кинетических параметров, ковариационной матрицы  $\mathbf{K}_a$ , вектора  $\mathbf{b}$  измеренного сигнала и ковариационной матрицы  $\mathbf{K}_b$  являются случайными величинами. Для учета этого момента исследование методики и ее сравнение с традиционными модификациями ОРУК проводились на основе серии испытаний по методу Монте-Карло. В каждом испытании по изложенному выше алгоритму случайным образом разыгрывались векторы экспериментального сигнала с компонентами  $B_{ji}$  и априорной оценки  $\mathbf{u}_a$  кинетических параметров, исходя из которых определялись проинтегрированный по временным отрезкам вектор  $\mathbf{b}$  и ковариационные матрицы  $\mathbf{K}_a$  и  $\mathbf{K}_b$ .

Затем с использованием методики, изложенной в п. 1, и соотношений (29), (31) вычислялись реактивность  $\rho$ , относительная реактивность  $\rho / \sum \beta_i^*$ , которые сравнивались со своими точными значениями  $\rho = 0,015$  и  $\rho / \sum \beta_i^* = 0,0150 / 0,06817 = 2,20$ . Помимо области [3,5; 190] с, включающей 20 временных отрезков, определение реактивности проводилось также и для первых 10-ти отрезков (от 3,5 до примерно 15 с), что соответствует ситуации оценки реактивности в промежуточной точке переходного процесса. Серия состояла из 10-ти испытаний (табл. 2), однако и эта небольшая выборка служит достаточно представительной иллюстрацией сравнительных особенностей методик, поскольку выполняется в одинаковых условиях по исходным данным – априорной оценке  $\mathbf{u}_a$  и исходному сигналу  $\mathbf{b}$ .

Т а б л и ц а 2. Результаты сравнения методик ОРУК на модельной задаче

| Параметр                                      | Среднеквадратическое отклонение от точного значения |                               |
|---|---|-------------------------------|
|   | Временной отрезок [3,5; 190] с                      | Временной отрезок [3,5; 15] с |
| $\rho$ согласно методике п. 1                 | 0,0227  | 0,0273                        |
| $\rho / \sum \beta_i$ согласно методике п. 1  | 0,0117  | 0,0294                        |
| $\rho$ согласно ОРУК- $\rho$                  | 0,1266  | 0,0403                        |
| $\rho / \sum \beta_i$ согласно ОРУК- $\rho$   | 0,1272  | 0,0344                        |
| $\rho$ согласно ОРУК- $\rho s$                | 0,0287  | 0,0652                        |
| $\rho / \sum \beta_i$ согласно ОРУК- $\rho s$ | 0,0149  | 0,0614                        |

Для широкого диапазона [3,5; 190] с предлагаемая в работе методика показывает наилучшие результаты, хотя в сравнении с методикой ОРУК-рs ее превосходство относительно невелико. Последнее обуславливается схожестью исходной информации, которая применяется методиками для определения  $\rho$ . Действительно, как будет показано ниже, в согласии с опытом ОРУК решающую роль в определении реактивности играет наилучшая из тех точностей, с которыми известны суммарная доля  $\sum \beta_i$  запаздывающих нейтронов, коэффициент  $s$ , связанный с источником, и в случае предложенной в работе методики – априорная оценка реактивности  $\rho$ . Между тем в рассматриваемой ситуации из этих параметров наибольшую точность имеет  $\sum \beta_i$ . Для дисперсии суммы  $\sum \beta_i$  с учетом корреляции  $\beta_i$  среднеквадратическая погрешность составляет 0,023 отн. ед., что существенно меньше погрешности 0,05 отн. ед. априорной оценки  $\rho$  и тем более погрешности 0,21 отн. ед. априорной оценки  $s$ .

Поэтому пополнение априорных данных по  $\sum \beta_i$  также и данными по  $\rho$  и  $s$ , а именно в этом в целом и заключается переход от ОРУК-рs к предлагаемой методике, не улучшает принципиальным образом информационную базу для определения  $\rho$ . Отсюда ясно, что если точность имеющейся априорной оценки  $\sum \beta_i$  значительно превосходит точность оценки других параметров кинетического уравнения, отличие предлагаемой методики от ОРУК-рs сходит на нет. Единственное улучшение, которое в данных условиях она может принести, определяется корректным учетом статистической погрешности измерений. Результаты, полученные при использовании ОРУК-р, имеют значительно большую погрешность. Причиной тому служит трактовка в данной методике  $\sum \beta_i$  и  $s$  как точно известных параметров, которая в условиях большой неопределенности  $s$  приводит к значительным отклонениям оценки  $\rho$ .

При переходе к временному отрезку [3,5; 15] с объем данных, полученных в ходе кинетического эксперимента, уменьшается, что повышает важность априорной информации  $\rho$ . Как результат точность предлагаемой методики ухудшается в меньшей мере, чем ОРУК-рs, и ее преимущество над ОРУК-рs становится более заметным. Интересно отметить, что точность ОРУК-р в отличие от других модификаций улучшается при рассмотрении отрезка [3,5; 15] с. Причина этого состоит в том, что с увеличением рассматриваемого временного промежутка, как можно увидеть из уравнений (28) (с учетом (2)), значение  $\rho$  в рамках ОРУК-р все в большей мере определяется  $s$  и таким образом погрешность  $\rho$  стремится к погрешности  $s$ , составляющей в примере 0,21 отн. ед. В случае отрезка [3,5; 15] с точность ОРУК-рs уступает ОРУК-р, что обусловлено высокой вариативностью решения задачи минимизации (30) с двумя свободными параметрами  $\rho$  и  $s$  в условиях относительно малого объема экспериментальной информации. В этой ситуации пусть даже известные с относительно большой погрешностью априорные данные по  $s$ , использующиеся в модификации ОРУК-р, способствуют улучшению оценки в сравнении с ОРУК-рs.

Выполненная серия расчетов позволяет проверить методику оценки погрешности  $\rho$  из п. 1. Для этого в каждом из расчетов, следуя этой методике, определялась среднеквадратическая погрешность  $\rho$ . Полученные интервалы (0,020; 0,021) и (0,029; 0,033) отн. ед. значения погрешности для временных отрезков [3,5; 190] и [3,5; 15] с, соответственно, как видно из сравнения с данными табл. 2, вполне удовлетворительно согласуются с фактическими разбросами  $\rho$ . Таким образом, методика оценки погрешности  $\rho$  в рассматриваемых достаточно типичных практических условиях дает представительные результаты, и следовательно, ее ограничения по величине отклонений в данной ситуации не проявляют себя существенным образом.

Точно так же, как это имеет место в отношении реактивности  $\rho$ , по итогам эксперимента в сравнении с априорными оценками улучшаются оценки и других параметров кинетического уравнения. Иллюстрируя сказанное, рассмотрим ситуацию, когда вектор априорных параметров и счет случайным образом оказались равными своим точным значениям:  $u_a = u_t$ ,  $b_k = b_{tk}$ ,  $k = 1 \dots K$ . С точки зрения последующего анализа данная ситуация не представляет принципиальных особенностей и используется всего лишь как пример. Не предполагая, что в нашем распоряжении уже имеются точные значения вектора  $u_t$  кинетических параметров, будем действовать так же, как и выше, т.е. рассчитаем ковариационные матрицы  $K_a$  и  $K_b$ , после чего применим методику ОРУК из п. 1. Полученная в результате уточненная оценка  $u$  и  $K_u$  учитывают как априорные данные по вектору  $u$ , так и данные кинетического эксперимента. Согласно приведенным в табл. 3 данным уточнение затрагивает все параметры кинетического уравнения, хотя для разных параметров его величина сильно отличается.

Т а б л и ц а 3. Уточнение оценки параметров кинетического уравнения по результатам эксперимента

| Оценка                               | Параметр |         |        |           |           |           |                |
|--------------------------------------|----------|---------|--------|-----------|-----------|-----------|----------------|
|                                      | $l$      | $\rho$  | $s$    | $\beta_5$ | $\beta_8$ | $\beta_9$ | $\sum \beta_i$ |
| Априорная                            | 0,024    | -0,05   | 0,21   | 0,0267    | 0,0415    | 0,0568    | 0,0235         |
| Апостериорная, 20 временных отрезков | 0,0238   | -0,0204 | 0,0221 | 0,0246    | 0,0414    | 0,0568    | 0,0185         |
| Апостериорная, 10 временных отрезков | 0,0239   | -0,0312 | 0,1327 | 0,0256    | 0,0414    | 0,0568    | 0,0193         |

Нетрудно уследить зависимость величины уточнения от априорной точности параметра и его влияния на переходный процесс. Действительно, следует ожидать, что параметры с сильным влиянием на переходный процесс как раз и могут быть уточнены по его итогам. К таким параметрам относятся  $\rho$ ,  $s$  и  $\sum \beta_i$ , и, как видно из данных табл. 3, именно в их случае улучшение точности наиболее заметно. По своей апостериорной точности  $\rho$ ,  $s$  и  $\sum \beta_i$  в случае 20-ти временных отрезков выходят на один уровень, что определяется близостью этих параметров по значимости для решения кинетического уравнения. Соответственно в наибольшей мере уточняется параметр  $s$ , имеющий наихудшую априорную точность, и, напротив, минимальное уточнение наблюдается у параметра  $\sum \beta_i$  с наилучшей априорной оценкой.

В случае парциальных долей  $\beta_i$ ,  $i = 5, 8, 9$  запаздывающих нейтронов сообразно их вкладу наибольшее уточнение имеет место в случае  $\beta^{235}\text{U}$ , вносящего основной вклад в  $\sum \beta_i$ , а в случае  $\beta_i$ ,  $i = 8, 9$  оно незначительно. Также незначительное уточнение имеет место и в случае параметра  $l$ , оказывающего слабое влияние на переходный процесс и не имеющего сильной корреляции с  $\rho$ ,  $s$  и  $\sum \beta_i$ . Для участка [3,5; 15] с, охватываемого первыми 10-ю отрезками, параметры кинетического уравнения при уменьшении объема экспериментальной информации уточняются в меньшей мере по сравнению с участком [3,5; 190] с.

Чтобы количественно продемонстрировать взаимосвязь апостериорных оценок  $u$ , которая, в частности, позволяет судить о значимости кинетических параметров для точности оценки  $\rho$ , составим матрицу  $R$  корреляционных коэффициентов апостериорных оценок  $u$ , дополнив этот вектор параметром  $\sum \beta_i$ . Для значения элементов  $R$ , которые не лежат в одной строке или столбце с  $\sum \beta_i$ , с использованием ковариационной матрицы  $K_u$  имеем  $R_{i,j} = K_{i,j} / (K_{i,i} K_{j,j})^{1/2}$ . В противном случае, в том числе если  $u$  есть одно из  $\beta_i$ ,  $i = 5, 8, 9$ ,

$$K\left(\sum \beta_j, u_i\right) = M\left(\sum_j \beta_j u_i\right) - M\left(\sum_j \beta_j\right) M u_i = M\left(\sum_j \beta_j u_i\right) - \sum_j M(\beta_j^{\text{ап}}) M u_i = \\ = \sum_j K(\beta_j, u_i) + \sum_j M(\beta_j^{\text{ап}}) M u_i - \sum_j M(\beta_j^{\text{ап}}) M u_i = \sum_j K(\beta_j, u_i),$$

откуда  $R\left(\sum \beta_j, u_i\right) = \sum_j K(\beta_j, u_i) / [D(\sum \beta_j) D(u_i)]^{1/2}$ , где  $D(\sum \beta_j^{\text{ап}})$  дается следующим выражением применительно к апостериорной матрице корреляции  $K_u$ :  $D(\sum \beta_j^{\text{ап}}) = \sum K_{\beta_i, \beta_j}$ . Полученные результаты приведены в табл. 4.

Т а б л и ц а 4. Матрица  $R$  корреляционных коэффициентов апостериорной оценки  $u$ :  
а) для промежутка  $[3,5; 190]$  с

| Параметр       | Параметр |        |       |           |           |           |                |
|----------------|----------|--------|-------|-----------|-----------|-----------|----------------|
|                | $l$      | $\rho$ | $s$   | $\beta_5$ | $\beta_8$ | $\beta_9$ | $\sum \beta_i$ |
| $l$            | 1        |        |       |           |           |           |                |
| $\rho$         | -0,02    | 1      |       |           |           |           |                |
| $s$            | 0,02     | -0,97  | 1     |           |           |           |                |
| $\beta_5$      | 0,01     | -0,89  | 0,8   | 1         |           |           |                |
| $\beta_8$      | 0        | -0,03  | 0,04  | -0,24     | 1         |           |                |
| $\beta_9$      | 0        | 0,04   | -0,04 | -0,13     | -0,1      | 1         |                |
| $\sum \beta_i$ | 0,01     | -0,91  | 0,83  | 0,9       | 0,19      | -0,08     | 1              |

б) для промежутка  $[3,5; 15]$  с

| Параметр       | Параметр |        |       |           |           |           |                |
|----------------|----------|--------|-------|-----------|-----------|-----------|----------------|
|                | $l$      | $\rho$ | $s$   | $\beta_5$ | $\beta_8$ | $\beta_9$ | $\sum \beta_i$ |
| $l$            | 1        |        |       |           |           |           |                |
| $\rho$         | -0,06    | 1      |       |           |           |           |                |
| $s$            | 0,07     | -0,83  | 1     |           |           |           |                |
| $\beta_5$      | -0,01    | -0,35  | -0,13 | 1         |           |           |                |
| $\beta_8$      | 0        | -0,03  | 0,01  | -0,23     | 1         |           |                |
| $\beta_9$      | 0        | 0,02   | 0     | -0,12     | -0,1      | 1         |                |
| $\sum \beta_i$ | -0,01    | -0,37  | -0,13 | 0,91      | 0,18      | -0,07     | 1              |

Согласно данным табл. 4 в подтверждение высказанного ранее суждения точность апостериорной оценки  $\rho$  определяют в первую очередь точность  $s$  и  $\sum \beta_i$ , помимо, естественно, точности априорной оценки  $\rho$ . При этом параметр  $s$ , во всяком случае в рассматриваемом примере, оказывается важнее  $\sum \beta_i$ . Таким образом, рассуждая теоретически, предпочтительнее располагать как можно более точной оценкой  $s$ , нежели  $\sum \beta_i$ . Эффективное же время жизни  $l$  мгновенных нейтронов и парциальные доли  $\beta_i$  запаздывающих нейтронов за исключением  $\beta_5$  не оказывают значимого влияния на точность определения  $\rho$ . Корреляция  $\rho$ ,  $s$  и  $\sum \beta_i$  заметно уменьшается в области  $[3,5; 15]$  с, отражая тот факт, что при уменьшении объема экспериментальной информации  $K_u$  стремится к  $K_a$ , где эти параметры независимы.

Рассматриваемый пример служит простейшей проверкой ошибок, обусловленных округлением уравнения кинетики при его записи в форме (7), округлениями в процессе вычислений, а также проверкой алгоритма решения задачи (16). Действительно, в рассматри-

ваемом случае  $\mathbf{u}_a = \mathbf{u}_T$ ,  $b_k = b_{Tk}$ ,  $k = 1 \dots K$  задача (16) имеет очевидное решение, совпадающее с точным  $\mathbf{u}_a = \mathbf{u}_T$ , обращающим ее функционал в 0. Численное решение (16) в соответствии со схемой, изложенной в п. 1, совпало с  $\mathbf{u}_T$  с точностью до 4-й значащей цифры, причем с целью проверки устойчивости методики начальное значение  $\mathbf{u}$ , с которого начиналась минимизация (16), задавалось отличным от  $\mathbf{u}_T$ . Этот результат показывает незначительность указанных ошибок.

### Заключение

В развитие традиционных методов ОРУК точечного реактора с разделением параметров кинетического уравнения на известные и неизвестные разработанная методика рассматривает их, исключая постоянные распада и относительные выходы групп запаздывающих нейтронов, как случайные величины с заданными распределениями. Такое обобщение, в большей мере отвечающее действительным знаниям по параметрам кинетического уравнения, позволяет с достаточной методической строгостью привлечь для обратного решения уравнения имеющиеся априорные данные по коэффициентам кинетического уравнения, включая их погрешности. Подобное же вероятностное описание, учитывающее случайную погрешность, распространяется и на экспериментальные измерения нейтронного потока.

Исходя из априорной оценки и экспериментальных результатов, методика позволяет найти уточненную оценку параметров кинетического уравнения, причем не только реактивности, но и других параметров, связанных с источником и выходами запаздывающих нейтронов. Для ковариационной матрицы уточненной оценки получено выражение в случае малой погрешности априорных данных и результатов измерений.

На методическом примере продемонстрированы преимущества разработанной методики в сравнении с традиционными модификациями ОРУК по точности определения реактивности, а также в виде возможности корректной оценки погрешности реактивности и уточнения вместе с реактивностью и других параметров кинетического уравнения. Проверка на методическом примере показала, что погрешности методики вычислительного рода, в том числе обусловленные приближенной записью уравнения кинетики, имеют незначительную величину.

Автор благодарит А.А. Мясникова, который с привлечением программ MCU и MCNP получил некоторые результаты, использовавшиеся в работе, Н.Н. Андриющенко, консультировавшего автора по разным вопросам, связанным с проведением экспериментов, и Т.Е. Трофимову, оказавшую помощь в оформлении работы.

*Контактный тел.: (499)196-95-30, Дегтярев Алексей Михайлович*

### Список литературы

1. Белл Д., Глестон С. Теория ядерных реакторов. – М.: Атомиздат, 1974.
2. Колесов В.Ф., Ленник П.А., Павлов С.П. и др. Динамика ядерных реакторов / Под ред. Я.В. Шевелева. – М.: Энергоатомиздат, 1990.
3. Абрамов Б.Д. Некоторые вопросы классификации и оценки погрешностей метода ОРУК определения реактивности // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2004, вып. 3, с. 3 – 13.
4. Лебедев Г.В., Бобров А.А. Система исследований кинетики реакторов атомных станций. Труды V межд. научно-техн. конф. “Безопасность, эффективность и экономика атомной энергетики”, Москва, 19 – 21 апреля 2006 г., с. 263 – 269.
5. Пиксайкин В.М., Рощенко В.А., Королев Г.Г. Относительный выход запаздывающих нейтронов и период полураспада ядер-предшественников при делении  $^{238}\text{U}$  нейтронами в диапазоне энергии 14,2...17,9 МэВ // Атомная энергия, 2007, т. 102, вып. 2, с. 124 – 132.

6. *Вероятность* и математическая статистика: Энциклопедия / Под ред. Ю.В. Прохорова. – М.: Большая Российская Энциклопедия, 2003.
7. *Пугачев В.С.* Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Физматлит, 2002.
8. *Власова Е.А., Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н.* Приближенные методы математической физики. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001.
9. *Треногин В.А.* Функциональный анализ. – М.: Наука, 1993.
10. *Федуленко В.М.* К истории промышленных энергетических уран-графитовых реакторов / В кн. "История атомной энергетики Советского Союза и России", вып. 1. – М.: ИздАТ, 2001.
11. *Галанин А.Д.* Введение в теорию ядерных реакторов на тепловых нейтронах. – М.: Атомиздат, 1984.

Статья поступила в редакцию 11 октября 2007 г.  
 Вопросы атомной науки и техники.  
 Сер. Физика ядерных реакторов, 2008, вып. 2, с. 27 – 41.

УДК 621.039.51

### Учет пространственных эффектов при измерении реактивности

*И.П. Матвеевко, В.А. Литицкий, А.Г. Шокодъко,*  
 ФГУП "ГНЦ РФ-ФЭИ", 249033, г. Обнинск Калужской обл., пл. Бондаренко, 1

Представлено описание различных способов учета пространственных эффектов при измерении реактивности. Способы применяются как на критических стендах (в основном быстрых), так и на реакторе БН-600.

**On accounting of spatial effects related with reactivity measurements.** I.P. Matveenko, V.A. Lititsky, A.G. Shokod'ko. Various methods of taking in to account spatial effects related to reactivity measurements are presented. These methods are used in both critical facilities (mainly, fast neutron facilities) and BN-600 reactor.

При измерении реактивности на критических стендах ФЭИ используется широкий набор методик. Они включают в себя как различные разновидности импульсного нейтронного метода, так и методики, основанные на применении обращенного решения уравнения кинетики (ОРУК) и модифицированного метода обратного умножения (МОУ). Отработка методик учета влияния пространственных эффектов, которые могут использоваться на энергетических реакторах, потребовала применения реперного экспериментального метода – импульсного метода измерения реактивности.

#### 1. Импульсный нейтронный метод измерения реактивности

В качестве наиболее универсальной и точной методики измерения реактивности на критических стендах ФЭИ (как быстрых, так и тепловых) использовалась разновидность импульсного нейтронного метода, основанная на измерении асимптотической величины декремента затухания  $\alpha$  мгновенных нейтронов. При этом величина реактивности определялась из хорошо известного выражения  $\rho/\beta_{эфкр} = -(\alpha/\alpha_{кр})(\Lambda/\Lambda_{кр}) + (\beta_{эф}/\beta_{эфкр})$ , где  $\Lambda$  – время генерации мгновенных

нейтронов;  $\beta_{\text{эф}}$  – эффективная доля запаздывающих нейтронов (ЗН); индекс “кр” обозначает критическое состояние.

Практика использования этой методики показала весьма широкий диапазон ее применимости – до нескольких десятков  $\beta_{\text{эф}}$  и более. Что касается точности измерения реактивности, то следует принять во внимание следующее:

- погрешность измерения величины  $\alpha$  обычно составляет 0,5...1,5 %;
- расчетные поправки на изменение времени генерации вносят дополнительную погрешность в 2...6 %;
- таким образом, суммарная величина погрешности составляет несколько процентов.

Комплекс используемых расчетных программ включает двух-, трех- и многогрупповые коды расчета переходных процессов на мгновенных нейтронах.

## 2. Измерение реактивности по ОРУК

Теоретической основой практически любого метода измерения реактивности реактора служит уравнение кинетики реактора. С учетом поправочной функции на пространственные эффекты  $\varepsilon(t)$  – эффективности детектора оно имеет вид

$$\frac{\rho(t)}{\beta_{\text{эф}}} = 1 - \sum_{i=1}^M a_i \lambda_i \int_{-\infty}^t \frac{\varepsilon(t')}{\varepsilon(t, t')} \frac{n(t')}{n(t)} e^{-\lambda_i(t-t')} dt' - \frac{S_{\text{эф}}}{n(t)} + \frac{1}{n(t)} \frac{dn}{dt} \frac{\Lambda}{\beta_{\text{эф}}}. \quad (1)$$

Если в уравнении (1) исключить функцию  $\varepsilon$ , то оно станет уравнением кинетики в точечной модели.

Четкую интерпретацию параметров  $S_{\text{эф}}$ ,  $\beta_{\text{эф}}$ ,  $\Lambda$ ,  $a_i$  можно найти в работе [1]. В уравнении (1)  $\rho(t)$  – реактивность реактора;  $\rho(t) = (k_{\text{эф}}(t) - 1) / k_{\text{эф}}(t)$ ;  $k_{\text{эф}}$  – коэффициент размножения нейтронов в реакторе;  $n(t)$  – скорость отсчетов детектора нейтронов;  $a_i$  – расчетная относительная доля ЗН  $i$ -й группы;  $\lambda_i$  – постоянная распада эмиттеров ЗН (из литературных данных),  $i = 1...6, 1...12, \dots$ , в зависимости от числа делящихся изотопов;  $\beta_{\text{эф}}$  – эффективная доля ЗН;  $\Lambda$  – время генерации мгновенных нейтронов в реакторе;  $S_{\text{эф}}$  – эффективная интенсивность внешнего источника нейтронов в реакторе.

Для учета пространственных эффектов при измерении реактивности методом ОРУК вводится понятие эффективности детектора нейтронов  $\varepsilon(\mathbf{r}_d, t', t)$ , где  $\mathbf{r}_d$  – координата центра детектора,  $t$  – момент измерения реактивности,  $t'$  – время, предшествующее времени  $t$ . Согласно работам [1, 2]  $\varepsilon$  есть скорость отсчетов детектора, отнесенная к скорости производства ЗН деления, взвешенных их ценностью. В соответствии с этим скорость отсчетов детектора  $n(t')$  должна делиться на  $\varepsilon(t', t)$  и уравнение кинетики приобретает вид (1).

В общем случае использование этого уравнения для определения величины реактивности из показаний детектора требует введения расчетных поправок, т.е. расчета переходных процессов в реакторе при измерении реактивности. Однако в ряде случаев можно найти приближенные способы для решения этой задачи. Один из возможных подходов связан с упрощенным описанием переходных процессов в реакторе, и построенные на основе этого алгоритмы оказались достаточно эффективными в относительно широком диапазоне реактивности, по крайней мере в быстрых системах.

Простейшим рассмотренным вариантом является скачкообразное изменение реактивности, т.е. мгновенный сброс измеряемых стержней. В этом случае эффективность детектора можно

считать изменяющейся скачком от  $\varepsilon_1$  до  $\varepsilon_2$ , и нет необходимости задаваться законом изменения  $\varepsilon$  во время введения (выведения) органа регулирования в реактор. В этом случае возможно с помощью метода наименьших квадратов (МНК) определение трех параметров:  $\rho_2/\beta_{эф} \equiv R_2, S_{2эф}, \varepsilon_2/\varepsilon_1$ .

Более сложной для интерпретации является ситуация, когда стержень движется относительно медленно. Если при этом в начальном состоянии реактор имеет постоянный установившийся уровень мощности или установившийся период разгона  $T = 1/\alpha_0$ , то эффективность детектора  $\varepsilon = \varepsilon_1 = \text{const}$ . Как хорошее приближение принимаем и после окончания возмущения реактивности  $\varepsilon = \varepsilon_2 = \text{const}$ . При расположении детектора нейтронов в медианной плоскости реактора в активной зоне или сбоку реактора при вертикальном медленном перемещении стержня можно принять как хорошее приближение, что обратная величина эффективности детектора меняется линейно от  $\varepsilon_1$  до  $\varepsilon_2$  с вводимой реактивностью, т.е.

$$\varepsilon_2/\varepsilon(t') = \varepsilon_2/\varepsilon_1 + (1 - \varepsilon_2/\varepsilon_1)(R_1 - R(t'))/(R_1 - R_2) \text{ или } \varepsilon_1/\varepsilon_2 = w + (1 - w)u(t'). \quad (2)$$

Здесь  $w \equiv \varepsilon_2/\varepsilon_1$  — параметр пространственных эффектов,  $u(t') \equiv (R_1 - R(t'))/(R_1 - R_2)$ . Возможны и другие законы изменения эффективности детектора, например, изменение обратной величины эффективности детектора линейно со временем введения органа в реактор.

В соответствии с законом изменения  $\varepsilon(t')$  (2) разобьем интеграл в уравнении (1) на три интеграла по областям времени: 1)  $-\infty \dots t_n$ , где  $t_n$  — время начала возмущения реактивности; 2)  $t_n \dots t_k$  возмущения реактивности, где  $t_k$  — время конца возмущения реактивности; 3)  $t_k \dots t$  с постоянной реактивностью  $R_2$  при  $t > t_k$ . Детали вычисления этих интегралов можно найти в работе [2].

После этого для множества значений времени  $t_j$ , соответствующего концу  $j$ -го канала временного анализатора, в области с постоянной реактивностью  $R_2$  получим систему линейных условных уравнений

$$R_2 A_j + w B_j + S_2 + C_j = 0; \quad j = (k+1) \dots (k+m) \quad (3)$$

с целью получения параметров  $R_2, S_2$  и  $w \equiv \varepsilon_2/\varepsilon_1$  и их погрешностей по МНК. Число каналов  $m$  обычно охватывает время 200...300 с.

Для получения массива величин  $A_j, B_j$  и  $C_j$  применяются рекуррентное соотношение, начальные условия и числа  $N_j$  по каналам временного анализатора [2]. Из системы условных уравнений (3) следуют три нормальные уравнения, из которых и получаются три искомого параметра. Другим возможным подходом является определение расчетным путем местоположения детектора, где  $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 1$ , и получение по МНК двух параметров:  $R_2$  и  $S_2$ .

Наконец, в ряде случаев достаточно хорошим приближением может быть усреднение показаний детекторов, расположенных в разных местах, однако при этом, как правило, разумные результаты могут быть получены при расположении детекторов в активной зоне.

Результаты, полученные по методу ОРУК с учетом пространственных эффектов, интересно сравнить с результатами по традиционному МОУ при внесении в него расчетного поправочного множителя на пространственные эффекты, для чего необходимо надежно рассчитывать нейтронные поля от постоянного внешнего источника нейтронов.

2.1. *Измерения на стенде MASURKA.* Хорошей иллюстрацией решения задачи учета пространственных эффектов при измерении реактивностей на быстрых реакторах может послужить работа международного коллектива [3] США, Франции, России. В ней представлены результаты обработки первичных данных тремя научными группами по своим программам, полученных на сборке MASURKA. Сборка характеризуется весьма большими пространственными эффектами при сбросе стержней ( $\varepsilon_2/\varepsilon_1$  до 0,6) при их эффективности не

более  $1,2\beta_{эф}$ . Ее активная зона содержит  $^{239}\text{Pu}$  и  $^{238}\text{U}$ . Четыре стержня сбрасывались поочередно в активной зоне в точке  $E1$ , отстоящей от центра активной зоны на  $\sim$  две трети ее эффективного радиуса. Девять детекторов располагались в разных местах активной зоны ( $A...L$ ). Это  $\text{BF}_3$ ,  $^3\text{He}$ -счетчики и камеры деления. Эффективности стержней: 1,2; 0,8; 0,5 и  $0,25\beta_{эф}$ . Начальное состояние сборки – критическое при мощности 200 Вт. Наряду с методами ОРУК эффективности стержней получены и по модифицированному МОУ с привлечением расчетного поправочного множителя  $\text{ПМ}_{\text{МОУ}} = (\rho/\rho_0)(n/n_0)$ , где  $\rho_0$  и  $n_0$  – калибровочные реактивность и счет детектора, соответственно, а  $\rho$  и  $n$  – эти же величины для интересующего состояния реактора. В табл. 1 и 2 представлены значения  $\text{ПМ}_{\text{МОУ}}$  и отношения  $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = w$  для ОРУК и соответствующие им эффективности, полученные тремя группами авторов для стержня  $B1$ .

**Таблица 1.** Параметры пространственных эффектов, определенных статическим ( $\text{ПМ}_{\text{МОУ}}$ ) и кинетическим ( $w$ ) методами

| Метод                    | Детектор |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--------------------------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                          | A        | B     | C     | D     | E     | F     | G     | I     | L     |
| $\text{ПМ}_{\text{МОУ}}$ | 0,685    | 1,020 | 1,130 | 1,045 | 1,065 | 0,745 | 0,575 | 1,105 | 1,130 |
| КАЭ                      | 0,71*    | 1,01  | 1,10  | 1,04  | 1,01  | 0,71  | 0,61  | 1,03  | 1,11  |
| ФЭИ                      | 0,701*   | 1,017 | 1,078 | 1,040 | 1,003 | 0,695 | 0,593 | 0,032 | 1,120 |
| ANL                      | 0,709*   | 1,040 | 1,122 | 1,073 | 1,020 | 0,731 | 0,623 | 1,057 | 1,108 |

\* Отношение эффективностей для ОРУК ( $w$ )

**Таблица 2.** Эффективности стержня  $B1$ , полученные по методам МОУ и ОРУК с учетом  $w$

| Метод | A     | B     | C     | D     | E     | F     | G     | I     | L     | $\bar{\rho}, \%$ | $\sigma, \%$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------------------|--------------|
| МОУ   | 565,9 | 584,0 | 582,5 | 568,2 | 580,3 | 570,5 | 555,7 | 565,5 | 578,5 | 572,3            | 1,7          |
| КАЭ   | 594   | 569   | 570   | 575   | 567   | 569   | 573   | 571   | 579   | 574              | 1,5          |
| ANL   | 598,0 | 591,1 | 583,7 | 595,6 | 580,3 | 594,1 | 585,6 | 587,7 | 580,1 | 588,5            | 1,1          |
| ФЭИ   | 580,5 | 577,4 | 556,2 | 574,8 | 561,4 | 566,9 | 556,8 | 560,5 | 581,5 | 568,4            | 1,8          |

Из табл. 1 и 2 следует:

- поправочные МОУ-множители на пространственные эффекты составляют величины от 0,57 до 1,13;
- учет пространственных эффектов в методах понижает неопределенности получаемой реактивности до величины не более 1,8 % ( $1\sigma$ ) по девяти детекторам у всех трех научных групп.

Погрешности результатов измерений методом МОУ обусловлены погрешностями эталонной реактивности, скорости счета и поправочного МОУ-множителя. Учет этих слагаемых приводит к итоговой погрешности  $\sim 5\%$ .

**2.2. Измерения на реакторе БН-600.** При измерении реактивности на реакторе БН-600 необходимо было принимать во внимание, что все детекторы располагаются практически в одной точке по отношению к активной зоне. Хотя пространственные эффекты в быстрых реакторах и не такие значительные, как в типичных реакторах на тепловых нейтронах, их влиянием нельзя пренебрегать: типичная погрешность при измерении эффективности периферийных компенсаторов составляла десятки процентов при использовании точечной модели кинетики.

При обработке кривых счета нейтронных детекторов с целью получения реактивности реактора с учетом пространственных эффектов применялись следующие приближения:

- определение 3-х параметров:  $\rho/\beta_{эф}, S_{эф}, \varepsilon_2/\varepsilon_1$  при "мгновенном" сбросе стержня;
- определение 3-х параметров при заданном законе изменения эффективности детектора  $\varepsilon(t)$  при относительно медленном введении стержня в реактор;
- определение 2-х параметров  $\rho/\beta_{эф}$  и  $S_{эф}$  при введении расчетной поправки  $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ ;
- традиционное использование модифицированного МОУ.

В ряде случаев закон изменения  $\varepsilon(t)$  имел вид кривых с максимумом или минимумом (расчетные кривые) при торцевом положении детектора.

Измерения эффективности одиночных стержней СУЗ показали наличие достаточно сильных пространственных эффектов, приводящих к изменению эффективности детектора и соответственно появлению больших систематических погрешностей применяемых методик. Исключить эти погрешности удалось лишь при измерениях эффективностей отдельных стержней, используя алгоритм с учетом изменения эффективности детектора.

Опыт применения упомянутых выше алгоритмов при измерении эффективности органов СУЗ реактора БН-600 и быстрых критсборок БФС оказался достаточно удачным. Диапазон применения таких методик достаточно широк: до минус 6...10 %  $k_{эф}$ ; при этом дополнительная систематическая погрешность, связанная с влиянием пространственных эффектов, как правило, не превышает 5...6 % (в то время как использование точечной модели кинетики приводит к систематическим погрешностям в десятки процентов).

Основные составляющие погрешности ( $1\sigma$ ) эффективности системы компенсации обусловлены: погрешностями параметров ЗН ( $a_i, \lambda_i$ ), которые дают суммарную относительную погрешность от 1,5 до 4,5 % в зависимости от величины измеряемой реактивности; статистическими флуктуациями тока ионизационной камеры и погрешностями преобразования сигналов электронной аппаратурой (до 1 %); погрешностью расчета  $\beta_{эф}$  при переходе к реактивности, выраженной в процентах  $\Delta k/k$  ( $\sim 4$  %); систематическими погрешностями применяемых методик, неучтенными в процессе определения эффективности системы компенсации, и погрешностями применяемых расчетных коэффициентов (до  $\sim 3$  %).

Опишем реализацию приемов учета пространственных эффектов при определении эффективности системы из 18-ти компенсирующих стержней на реакторе БН-600 [4], названной системой КП-ТК (компенсирующий пакет-температурный компенсатор). Для решения этой задачи использовался ряд методов измерения реактивности. Результаты приведены в табл. 3.

Таблица 3. Эффективность системы стержней КП-ТК

| Метод измерения  | $\beta_{эф}, \%$ | $\% \Delta k/k$ |
|--|------------------|-----------------|
| Восстановление по градуировочной характеристике                | $7,83 \pm 0,31$  | $5,91 \pm 0,31$ |
| Метод полусумм   | $7,94 \pm 0,31$  | $5,99 \pm 0,32$ |
| Сумма одиночных стержней с введением поправки на интерференцию | $7,58 \pm 0,29$  | $5,72 \pm 0,30$ |
| Измерение на зоне с минимальной критической массой             | $7,47 \pm 0,39$  | $5,04 \pm 0,28$ |
| Суммирование по трем частям                                    | $8,16 \pm 0,42$  | $6,16 \pm 0,33$ |
| Расчетное значение   | —                | 6,30            |

При ряде измерений датчиками для цифрового реактиметра служили штатные камеры деления (расположенные за баком реактора) и камеры деления пусковой аппаратуры, размещенные над верхним торцевым экраном активной зоны. Это давало возможность оценить эффективность применяемых алгоритмов.

Что же касается непосредственного измерения эффективности системы стержней КП-ТК при ее движении, как это делалось в методах восстановления по градуировочной характеристике и суммирования по трем частям, то и в этом случае необходимо введение соответствующей расчетной поправки на изменение эффективности детектора.

Поправки рассчитывались на основе двумерной модели реактора БН-600 в  $(r, z)$ -геометрии при синхронном введении в активную зону двух колец компенсирующих стержней за время  $\sim 200$  с, что соответствовало реальной обстановке на реакторе. Расчеты, проведенные в двухгрупповом приближении по программе ДНЕСТР [5], позволили вычислить изменение эффективности детекторов: для штатного места расположения нейтронных детекторов минимальное изменение эффективности детектора составляет  $\sim 12\%$ .

Опыт изучения эффективности системы стержней КП-ТК на реакторе БН-600 показал, что наиболее экономичный по затратам времени и удобный из-за минимальных отклонений от регламента – это метод определения эффективности системы компенсации с использованием ее градуировочной характеристики, а также по эффективности одиночных стержней КП-ТК.

2.3. *Измерения на сборке БФС-62-3.* Наряду с пространственными эффектами погрешности измеряемой реактивности в значительной мере определяются и погрешностями параметров ЗН той или иной системы. В связи с этим возник вопрос выбора наиболее адекватной системы констант ЗН для метода ОРУК на БН-600. В качестве иллюстрации представляют интерес эксперименты на критической сборке БФС-62-3.

Сборка представляла собой полномасштабную модель гибридной зоны реактора БН-600. Боковой ее отражатель выполнен в секторе  $120^\circ$  из нержавеющей стали. В составе активной зоны сборки  $^{235}\text{U}$ ,  $^{238}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$  с вкладами 0,6206; 0,3175 и 0,0619, соответственно, в эффективную долю ЗН.

Измерения проведены тремя токовыми камерами КНК-56, расположенными на краю бокового отражателя через  $\sim 120^\circ$ . Измерялась, в частности, эффективность центрального макета компенсирующего стержня. Полученные временные зависимости обрабатывались по МНК с определением трех параметров –  $R_2$ ,  $S_2$  и  $w$ , применяя параметры ЗН по системам БНАБ-78, БНАБ-89 и ENDF/B6. Параметры  $a_i$  рассчитывались по программе TRIGEX [6]. Полученные результаты представлены в табл. 4.

Т а б л и ц а 4. Параметры  $R_1, R_2$  по разным системам ЗН для центрального макета компенсирующего стержня

| Система | $R_1, \% \beta_{\text{эф}}$ | $R_2, \% \beta_{\text{эф}}$ |
|---------|-----------------------------|-----------------------------|
| БНАБ-78 | $6,13 \pm 0,04$             | $-46,85 \pm 0,26$           |
| БНАБ-89 | $6,07 \pm 0,04$             | $-45,61 \pm 0,44$           |
| ENDF/B6 | $5,38 \pm 0,04$             | $-37,08 \pm 0,80$           |

В табл. 4  $R_1$  – реактивность реактора в состоянии разгона перед опусканием стержня,  $R_2$  – реактивность после опускания стержня. Погрешности по основному параметру  $R_2$  определены как средние по трем камерам среднеквадратические погрешности одного (из трехсот) значений реактивности.

Критерием предпочтительности системы принята минимизация отклонений экспериментальной кривой скорости счета детектора от кривых, полученных по МНК, т.е. сумма квадратов невязок при использовании параметров ЗН той или иной системы. Это в свою очередь приводит к минимизации погрешности определяемой реактивности.

Из табл. 4 видно, что предпочтительной получилась система БНАБ-78 с наименьшими погрешностями определяемых параметров. Обращает на себя внимание система ENDF/B6, давшая качественно неверный результат для параметра  $w$ : он меньше 1, а должен быть больше 1 при избранной геометрии эксперимента. Другие системы параметров ЗН, по-видимому, займут промежуточное положение среди трех рассмотренных систем. Аналогичные результаты получены и для других положений поглощающих стержней.

Модификация метода ОРУК с учетом пространственных эффектов применялась также на сборке стенда МАТР-2, моделирующей реактор ВВЭР-1000. Измерялась реактивность в широком диапазоне (до  $-20 \beta_{\text{эф}}$ ), однако анализ результатов еще не завершен.

## Заключение

1. В течение ряда лет в ФЭИ проводится отработка методик измерения реактивности в условиях влияния пространственных эффектов, главным образом, применительно к быстрым системам. При этом в качестве контрольного экспериментального метода используется импульсный нейтронный метод, основанный на измерении асимптотического декремента затухания мгновенных нейтронов.

2. Достаточно интересным является сравнение методик учета пространственных эффектов, применяемых в различных лабораториях. В частности, для этого использовались эксперименты, проведенные на французском стенде MASURKA. В сравнении участвовали три лаборатории: Кадараш (Франция), Аргонская Национальная Лаборатория (США), ФЭИ. При обработке результатов применялись следующие методики:

- ОРУК на основе точечной модели кинетики;
- модифицированный МОУ с введением расчетных поправок по предварительно верифицированным программам;
- усреднение результатов, полученных для детекторов в активной зоне;
- ОРУК с использованием расчетных поправок на пространственные эффекты;
- ОРУК с определением поправок на пространственные эффекты из одних кривых спада без применения расчетной информации.

Весьма перспективной оказалась последняя из используемых методик, которая в дальнейшем и применялась в экспериментах на критсборках и реакторе БН-600.

3. Конструкция реактора БН-600 такова, что все нейтронные детекторы расположены в одной точке по отношению к активной зоне, поэтому необходимо было найти способы учета пространственных эффектов при измерении реактивности в применении к отдельному детектору. Предложенные алгоритмы вычисления реактивности имеют достаточно широкий диапазон, в случае быстрых систем до  $\sim 10 \beta_{эф}$ , при этом остаточная систематическая погрешность составляет около 5 %.

4. Опыт применения найденных подходов на реакторах типа ВВЭР показывает, что при измерении достаточно больших отрицательных реактивностей необходимо дальнейшее совершенствование используемых методик.

*Контактная связь – Матвеенко Игорь Павлович, тел.: (48439)9-82-13; факс: (48439)9-89-77;  
e-mail: [matveenko@ippe.ru](mailto:matveenko@ippe.ru); Шокодько Алексей Григорьевич, тел.: (48439)9-49-03*

## Список литературы

1. Шокодько А.Г. Строгое уравнение кинетики ядерных реакторов // ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1988, вып. 4, с. 3 – 9.
2. Казанский Ю.А., Матвеенко И.П., Тютюнников П.Л., Шокодько А.Г. К учету пространственных эффектов при измерении реактивности методом обращенного решения уравнения кинетики // Атомная энергия, 1981, т. 51, вып. 6, с. 387 – 389.
3. Готье Ж.К., Матвеенко И.П., Карпенгер С.Г. и др. Сравнение эффективности поглощающих стержней быстрых реакторов // Атомная энергия, 1989, т. 66, вып. 5, с. 302 – 308.
4. Иванов А.П., Котырев А.П., Матвеев В.И. и др. Определение эффективности системы компенсирующих стержней на реакторе БН-600 // Атомная энергия, 1986, т. 61, вып. 4, с. 246 – 249.
5. Колесов В.Е., Макаров О.И., Матвеенко И.П., Шокодько А.Г. Программа ДНЕСТР и ее применение для учета пространственных эффектов при измерении реактивности методом ОРУК: Препринт ФЭИ-1162, 1981.
6. Серегин А.С., Кислицына Т.С., Цибуля А.М. // Аннотация комплекса программ TRIGEX.04: Препринт ФЭИ-2846, 2000.

Статья поступила в редакцию 4 мая 2007 г.

Вопросы атомной науки и техники.

Сер. Физика ядерных реакторов, 2008, вып. 2, с. 41 – 47.

## Совершенствование методики определения парового коэффициента реактивности РБМК

А.А. Балыгин, ФГУ РНЦ "Курчатовский институт", 123382, Москва, пл. Курчатова, 1,  
И.Ф. Моисеев, ОАО "ВНИИАЭС", 109507, Москва, Ферганская ул., 25

Рассматривается альтернативный метод обработки экспериментальных данных при измерении парового коэффициента реактивности (ПКР) РБМК. Предлагаемый метод позволяет существенно снизить зависимость результатов измерений от знака возмущения расхода питательной воды и дает возможность многократно уменьшить относительную погрешность измерения ПКР.

**Advanced method of voiding reactivity coefficient measuring for RBMK.** A.A. Balygin, I.F. Moiseev. Alternative method of voiding coefficient measuring is observed. This method gives possibility to appreciably decrease measuring results dependence from sign of feed water flow rate perturbation and decreases experimental error of voiding coefficient value.

Способ определения ПКР в РБМК, используемый в настоящее время, описан в [1] и основан на изучении отклика реактора на вносимое возмущение по плотности теплоносителя путем изменения расхода питательной воды, осуществляемого дистанционно задвижками питательных узлов. Обычно измерение ПКР состоит из трех циклов возмущений расхода питательной воды  $+200/-400$  т/час, разделенных значительным промежутком времени (несколько минут) с промежуточной стабилизацией параметров реактора. Возмущения по расходу питательной воды в рамках одного цикла разделяются примерно двухминутным интервалом.

При изменении расхода питательной воды меняется величина недогрева теплоносителя до температуры насыщения, что приводит к изменению аксиального профиля паросодержания ( $\Delta\varphi_{пв}$ ). Предполагается, что внесенное таким образом изменение реактивности компенсируется на интервале  $\sim 2$  мин в результате изменения тепловой мощности реактора ( $\Delta W$ ) и перемещения стержней интегрального или локального автоматических регуляторов мощности (АР, ЛАР). Этот временной интервал выбран с учетом следующих факторов:

- 1) растянутость во времени внесения возмущения – изменение расхода питательной воды происходит не мгновенно, а на временном интервале порядка 10 с;
- 2) размытость задержки поступления в активную зону теплоносителя с измененной температурой (30...40 с для каналов с различной длиной нижних водяных коммуникаций и разным расходом теплоносителя в них);
- 3) необходимость выдержки 35...50 с для полного проявления быстрой обратной связи после окончания процесса изменения  $\Delta\varphi_{пв}$ . Это составляет еще 3...4 характерных периода времени  $\tau$  релаксации твэла. В [1] данная величина предполагается равной 12-ти с.

Первоначальное изменение паросодержания  $\Delta\varphi_{пв}$  приводит к изменению размножающих свойств среды, т.е. вводу определенной реактивности, вызывая изменение мощности энерговыделения в топливе, соответствующее изменение температуры топлива и дополнительное изменение паросодержания ( $\Delta\varphi_w$ ). В рамках метода малых возмущений с характерными изменениями расхода питательной воды около 100 т/час знак возмущения каждый раз выбирается таким образом, чтобы изменение мощности реактора оставалось в пределах "коридора нечувствительности" АР. Тем самым удастся избежать перемещения регулирующих стержней. В этом случае можно записать следующее уравнение баланса реактивности:

$$\rho_{нач} + \alpha_{\varphi}^{пв} \Delta\varphi_{пв} + \alpha_w \Delta W = \rho_{ост}, \quad (1)$$

где  $\alpha_w = \alpha_t \partial T / \partial W + \alpha_\phi^m \partial \phi / \partial W$  – быстрый мощностной коэффициент реактивности;  $\alpha_\phi^m, \alpha_\phi^w$  – ПКР, соответствующие аксиальным профилям  $\Delta\phi_{пв}$  и  $\Delta\phi_w$ , соответственно;  $\alpha_t$  – топливный температурный коэффициент реактивности;  $\rho_{ост}$  – остаточная величина реактивности в конце временного интервала (близка к нулю);  $\rho_{нач}$  – начальная величина реактивности (близка к нулю);  $T$  – температура топлива;  $\Delta W$  – изменение тепловой мощности реактора.

Здесь важно отметить, что величины  $\alpha_\phi^m$  и  $\alpha_\phi^w$  не равны друг другу, так как им соответствуют разные аксиальные профили  $\Delta\phi$ . Связь между аксиальным профилем  $\Delta\phi$ , зависящим от способа создания возмущения по плотности теплоносителя, и величиной ПКР подробно рассмотрена в работе [2]. Согласно расчетным оценкам величина  $\alpha_\phi^m$  систематически выше величины  $\alpha_\phi^w$  примерно на 0,4...0,5  $\beta$ . В табл. 1 представлены соответствующие результаты для ряда состояний I энергоблока САЭС за период 2003...2007 гг.

Таблица 1. Расчетные оценки  $\alpha_\phi^m$  и  $\alpha_\phi^w$  по коду STEPAN

| Дата                   | 15.12.03 | 15.01.04 | 14.04.04 | 19.07.05 | 18.10.05 | 06.03.06 | 05.07.06 | 15.09.06 | 15.06.07 | 15.10.07 |
|------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $\alpha_\phi^m, \beta$ | 0,43     | 0,50     | 0,47     | 0,40     | 0,51     | 0,44     | 0,52     | 0,56     | 0,59     | 0,62     |
| $\alpha_\phi^w, \beta$ | -0,09    | 0,0      | -0,07    | -0,07    | 0,06     | 0,05     | 0,08     | 0,18     | 0,16     | 0,15     |

С учетом того, что  $\Delta W \partial \phi / \partial w = \Delta \phi_w$  и полное изменение паросодержания  $\Delta \phi = \Delta \phi_{пв} + \Delta \phi_w$ , уравнение (1) можно переписать в виде

$$\rho_{нач} + \alpha_\phi \Delta \phi + \alpha_t \Delta W \partial T / \partial W = \rho_{ост}, \quad (2)$$

где

$$\alpha_\phi = (\alpha_\phi^m \Delta \phi_{пв} + \alpha_\phi^w \Delta \phi_w) / \Delta \phi. \quad (3)$$

Уравнения (1) и (2) записаны для конца интервала, на котором практически полностью проявляется отрицательная обратная связь по мощности, которая в данном случае и служит единственным компенсатором входного возмущения реактивности. Таким образом, здесь используется идеология определения входного возмущения через экспериментальную оценку “компенсатора”.

В действующей редакции “Комплексной методики” [1] считается, что величины  $\alpha_\phi^m$  и  $\alpha_\phi^w$  равны и допускается применение любого из уравнений (1) или (2) для определения ПКР, исходя из того, что они должны давать одинаковый результат. На самом деле при использовании уравнения (1) определяется величина  $\alpha_\phi^m$ , а при использовании уравнения (2) определяемая величина ПКР представляет собой композицию двух различных величин:  $\alpha_\phi^m$  и  $\alpha_\phi^w$ . Отметим, что на разных АЭС применяются разные уравнения и соответственно определяются различные величины ПКР. Следует отметить, что при расчетных оценках ПКР по стационарным программам определяется  $\alpha_\phi^m$ , что следует иметь в виду при сравнении расчетных и экспериментальных оценок ПКР.

Указанный выше двухминутный интервал переходного процесса, вызванного возмущением расхода питательной воды, оказывается достаточно большим для того, чтобы начали проявляться медленные процессы, связанные с изменением температуры графита и концентрации ксенона в топливе. Это выражается в том, что к концу двухминутного интервала мощность не стабилизируется, что хорошо видно на рис. 1, где на фрагменте, относящемся к одному циклу измерений ПКР с двумя возмущениями по питательной воде +200/-400 т/час, представлено поведение регистрируемых параметров и, в частности, нейтронной мощности реактора.

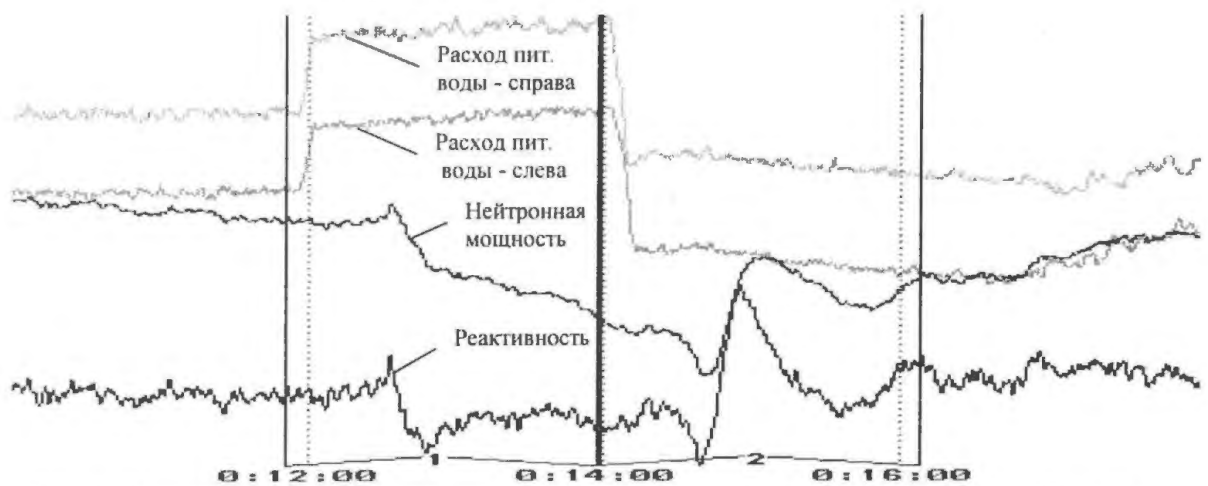


Рис. 1. Изменение реактивности, нейтронной мощности и расходов питательной воды в правой и левой половинах реактора при измерении ПКР: 1, 2 – опыты 1 и 2, соответственно

На рис. 1 представлены временные зависимости нейтронной мощности реактора, реактивности и расходов питательной воды по половинам активной зоны, полученные при измерениях на II блоке Смоленской АЭС 18 августа 2006 г. Здесь сверху вниз: две кривые поведения расхода питательной воды (по половинам реактора), далее кривая изменения нейтронной мощности реактора и самая нижняя – кривая изменения реактивности.

Вертикальные метки ограничивают временной интервал для события с возмущением расхода питательной воды и устанавливаются при обработке измерений. В первом опыте после изменения расхода питательной воды мощность продолжает монотонно снижаться со скоростью около 10 МВт/мин. Во втором мощность после начального роста стабилизируется и меняется не так значительно (средняя скорость роста мощности около 1 МВт в мин).

Оценку роли медленных процессов в опытах по измерению  $\alpha_p$  методом малых возмущений можно получить при расчетном моделировании таких измерений. Исходное возмущение задается изменением начальной величины энтальпии на входе в левой и правой половинах реактора, соответствующим сначала увеличению расхода питательной воды в половинах реактора на 50 т/час, а затем уменьшению на 50 т/час относительно начальных значений. Так, на рис. 2 сравниваются временные зависимости поведения мощности реактора при моделировании измерений  $\alpha_p$  с помощью программы STEPAN с учетом и без учета изменений

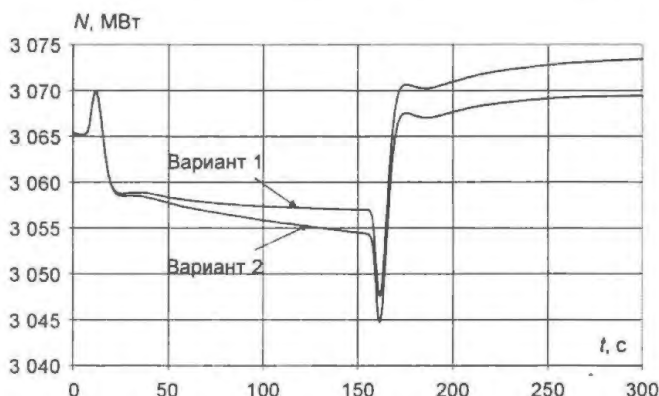


Рис. 2. Моделирование изменения нейтронной мощности при измерении ПКР: варианты 1, 2 – расчет проведен соответственно без и с учетом изменения температуры графита и концентрации ксенона

температуры графита и концентрации ксенона.

Проявление медленных процессов приводит к некоторому завышению результатов измерений в первых опытах каждого цикла с положительным возмущением расхода питательной воды и соответствующим снижением паросодержания и мощности реактора. Второй опыт в каждом цикле проводится в условиях частичной взаимной компенсации медленных процессов, формирующихся в первом и втором опытах цикла, что проявляется в лучшей стабилизации мощности для вторых опытов каждого цикла и соответственно в меньшем искажении результатов четных опытов.

Отметим, что программное обеспечение обработки измерений предполагает совмещение меток начала возмущения расхода питательной воды и начала отклика реактора на это возмущение, т.е. кривые мощности и реактивности смещаются примерно на 35 с, как это показано на рис. 3. Поскольку при этом возрастает временной интервал для проявления медленных процессов, то такая процедура приводит к еще большему искажению результатов измерений.

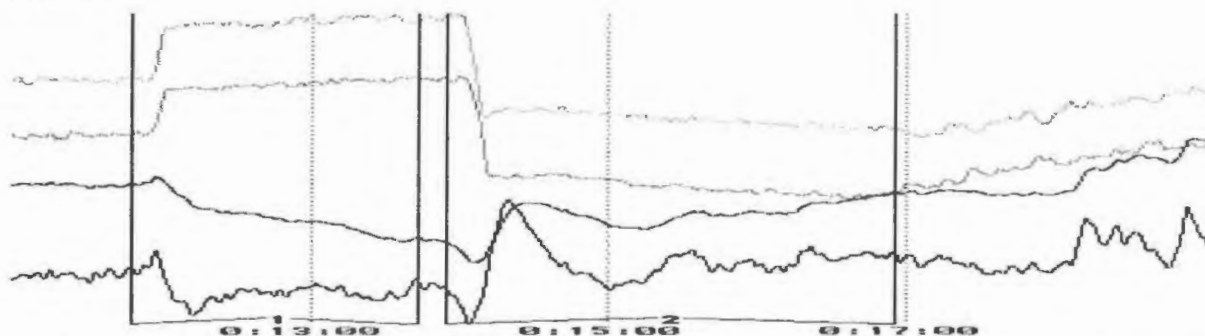


Рис. 3. Изменение реактивности, нейтронной мощности и расходов питательной воды в правой и левой частях реактора при измерении ПКР (кривые мощности и реактивности смещены назад на 35 с)

На приведенных экспериментальных кривых хорошо прослеживается эволюция отклика реактора на возмущение расхода питательной воды – вначале знак выделяемой реактивности соответствует отклику реактора с отрицательным ПКР и лишь затем знак реактивности меняется, что соответствует смене знака ПКР на положительный. Этот эффект может быть объяснен более быстрым приходом теплоносителя с изменившейся температурой в каналы с более открытыми запорно-регулирующими клапанами (каналы повышенной мощности, как правило, с более свежим топливом). Знак выделяемой реактивности начинает меняться, когда начинается поступление теплоносителя с изменившейся температурой в менее напряженные (более выгоревшие) каналы. Более подробно этот эффект рассмотрен в [3].

В ряде случаев может иметь место дополнительное снижение мощности, вызванное переходными процессами (графит и ксенон) в результате предварительного снижения мощности реактора. Согласно [1] штатное измерение ПКР должно проводиться на уровне мощности не выше 98 % от  $N_{ном}$  с условием поддержания ее постоянной не менее, чем за сутки до начала измерений. Однако нередко на АЭС измерения начинаются спустя всего лишь 1...2 часа после снижения мощности реактора [4] и выполняются на фоне переходного процесса, связанного со снижением температуры графита и отравлением ксеноном, обуславливающих дальнейшее медленное снижение мощности. Этот фактор оказывает влияние и на первый, и на второй опыт в каждом цикле, причем для нечетных опытов он проявляется в завышении результатов, а для четных – в занижении.

Суммарное влияние двух рассмотренных факторов (изменение температуры графита и концентрации ксенона, вызванное самим измерением и в результате предварительного снижения мощности) проявляется в заметном искажении результатов. По опыту измерений, особенно методом малых возмущений, величины ПКР, полученные при увеличении или уменьшении расхода питательной воды, могут различаться в 2...3 раза. Эффект зависимости результата измерений от знака возмущения является существенным недостатком измерения ПКР методом малых возмущений. При этом итоговая оценка ПКР, как будет показано ниже, оказывается заметно завышенной.

Как показано выше, время формирования нового первичного профиля паросодержания занимает около 20 с (размытость задержки в транспорте теплоносителя и растянутое во времени внесение возмущения). Изменение среднего по активной зоне паросодержания, рассчитанное по программе ТРАКТ для случая с увеличением расхода питательной воды, представлено на рис. 4.



Рис. 4. Изменение паросодержания при измерении ПКР. Здесь приведены две временные зависимости среднего по активной зоне паросодержания: вариант 1 – изменение паросодержания только за счет изменения расхода питательной воды ( $\Delta\phi_{пв}$ ); вариант 2 – суммарное изменение паросодержания за счет изменения расхода питательной воды и тепловой мощности реактора ( $\Delta\phi = \Delta\phi_{пв} + \Delta\phi_w$ )

Здесь предлагается иной по сравнению с [1] способ обработки экспериментальных данных, заметно уменьшающий систематическую погрешность измерения путем существенного сокращения времени измерения. Изменение величины  $\Delta\phi_{пв}$  практически прекращается примерно к 50-й с после начала изменения расхода питательной воды (рис. 4). Примерно к этому же моменту достигается второй экстремум в ходе реактивности (рис. 1). Начиная с этого момента времени правомерно использование стационарной программы ТРАКТ для расчета  $\Delta\phi_{пв}$ . Таким образом, для этого момента времени можно записать балансное уравнение для реактивности в следующем виде:

$$\alpha_{\phi}^{ин} \Delta\phi_{пв} + \alpha_w \Delta W = \rho_{изм} - \rho_{нач}, \quad (4)$$

где  $\rho_{изм}$  – измеренная величина реактивности в области второго экстремума.

В отличие от уравнений (1) и (2), записанных для конца интервала, на котором происходит практически полная компенсация входного возмущения реактивности отрицательной обратной связью по мощности, здесь рассматривается другой, более короткий интервал. На нем практически только начинается проявление мощностной обратной связи и соответствующий член в (4) не более чем поправка ко входному возмущению реактивности, для которого предпринимается попытка его непосредственного определения по расчетной кривой изменения реактивности в отличие от идеологии определения входного возмущения через “компенсатор”, как это делалось в соответствии с (1) и (2).

Из эксперимента имеем временную зависимость  $\Delta N(t)$  изменения нейтронной мощности. Для определения изменения  $\Delta W(t)$  тепловой мощности можно применять уравнение

$$\partial W / \partial t = (N(t) - W(t)) / \tau. \quad (5)$$

Величина  $\tau$  в уравнении (5) – время релаксации твэла. В разных источниках даются различные значения величины  $\tau$  для твэлов РБМК в диапазоне 5...15 с. Используя уравнение (5), можно получить величину тепловой мощности в любой момент времени. На рис. 5 представлены временные зависимости  $N(t)$  при измерении  $\alpha_{\phi}$  на II блоке САЭС 18.08.2006 г. и  $W(t)$ , полученные для трех разных величин  $\tau$  – 5, 8 и 12 с (соответственно  $W_5$ ,  $W_8$  и  $W_{12}$ ).

Видно, что изменение  $\Delta\phi_{пв}$  (вариант 1) завершается примерно через 50 с после начала изменения расхода питательной воды. В то же время  $\Delta\phi$  (вариант 2) к моменту времени 50 с практически равно  $\Delta\phi_{пв}$ , т.е. до этого момента времени  $\Delta\phi_w$  практически равно нулю. Дальнейшее поведение  $\Delta\phi$  обусловлено началом запаздывающего изменения тепловой мощности реактора, к которому далее добавляется дестабилизирующее проявление обратной связи по ксенону и графиту.

Таким образом, метод измерения  $\alpha_{\phi}$ , основанный на предположении, что в процессе эксперимента реактор переходит из одного стационарного состояния (начального) в другое (конечное), не совсем корректен, так как конечное стационарное состояние не достигается в результате того, что начинают действовать медленные обратные связи.

Видно, что все три зависимости тепловой мощности имеют форму, похожую на  $N(t)$ , но более сглаженную. Чем больше величина  $\tau$ , тем более сглаженной выглядит зависимость  $W(t)$ . Полученная зависимость тепловой мощности от времени позволяет вычислить член  $\alpha_v \Delta W$  в уравнении (4) и в итоге разрешить его относительно  $\alpha_\phi^m$ . В табл. 2 представлены результаты обработки измерений ПКР этим методом для состояния II блока САЭС на 18.08.2006.

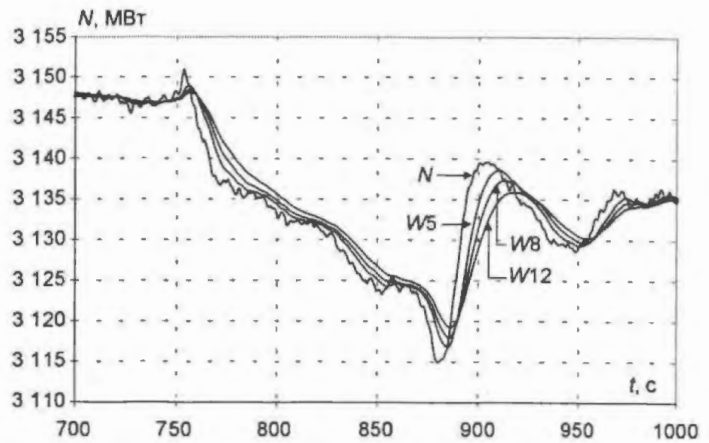


Рис. 5. Изменение нейтронной и тепловой мощности при измерении  $\alpha_\phi$

Т а б л и ц а 2. Результаты обработки измерений ПКР

| №                | $\Delta N$ , МВт | $\Delta W$ , МВт |          |          | $\rho_n, 10^{-2}\beta$ | $\rho_{изм}$ | $\Delta\rho, 10^{-2}\beta$ |          |          | $\Delta\phi_{пв}, \%$ | $\alpha_\phi^{на}, \beta$ |          |          |
|------------------|------------------|------------------|----------|----------|------------------------|--------------|----------------------------|----------|----------|-----------------------|---------------------------|----------|----------|
|                  |                  | $\tau=12$        | $\tau=8$ | $\tau=5$ |                        |              | $\tau=12$                  | $\tau=8$ | $\tau=5$ |                       | $\tau=12$                 | $\tau=8$ | $\tau=5$ |
| 1                | 2                | 3                | 4        | 5        | 6                      | 7            | 8                          | 9        | 10       | 11                    | 12                        | 13       | 14       |
| 1                | -9,6             | -2,18            | -3,13    | -4,49    | 0,0209                 | -0,1513      | -0,2215                    | -0,2429  | -0,2732  | -0,576                | 0,39                      | 0,42     | 0,47     |
| 2                | 12,2             | -0,82            | 0,82     | 3,22     | -0,0477                | 0,2370       | 0,2639                     | 0,3029   | 0,3594   | 1,061                 | 0,25                      | 0,29     | 0,34     |
| 3                | -12,3            | -3,27            | -4,53    | -6,14    | -0,0057                | -0,1530      | -0,2188                    | -0,2497  | -0,2861  | -0,507                | 0,43                      | 0,49     | 0,56     |
| 4                | 9,6              | -0,14            | 1,61     | 3,95     | -0,0543                | 0,1449       | 0,1961                     | 0,2356   | 0,2885   | 0,903                 | 0,22                      | 0,26     | 0,32     |
| 5                | -9,7             | -4,31            | -5,24    | -6,59    | -0,0487                | -0,1505      | -0,2092                    | -0,2302  | -0,2607  | -0,498                | 0,42                      | 0,46     | 0,52     |
| 6                | 10,5             | 0,41             | 2,29     | 4,76     | -0,0404                | 0,1658       | 0,2155                     | 0,2579   | 0,3138   | 0,840                 | 0,26                      | 0,31     | 0,37     |
| Средние значения |                  |                  |          |          |                        |              |                            |          |          |                       | 0,31                      | 0,35     | 0,41     |

В первом столбце приводится номер измерения, а во втором – изменение  $\Delta N = N_{изм} - N_n$  нейтронной мощности реактора, где  $N_{изм}$  – нейтронная мощность в момент времени достижения второго экстремума,  $N_n$  – нейтронная мощность перед началом измерения. В 3...5 столбцах приводятся изменения  $\Delta W = W_{изм} - W_n$  тепловой мощности реактора, определенные для трех значений времени релаксации твэла ( $\tau = 5,0; 8,0; 12,0$  с), где  $W_{изм}$  – тепловая мощность в момент времени достижения второго экстремума,  $W_n$  – тепловая мощность перед началом измерения. В 6-м столбце приведены величины реактивности  $\rho_n$  перед началом каждого опыта, а в 7-м –  $\rho_{изм}$  в области вторых экстремумов. В 8...10 столбцах приводится величина реактивности  $\Delta\rho = \rho_{изм} - \rho_n - \alpha_v \Delta W$ , внесенной в процессе измерения, где  $\alpha_v = -2,26 \cdot 10^{-4} \beta/\text{МВт}$  – величина быстрого мощностного коэффициента реактивности, полученная в измерении [2]; величины  $\Delta\rho$  приводятся для трех значений  $\tau$ . В 11-м столбце приводятся величины  $\Delta\phi_{пв}$  изменения паросодержания, полученные из расчета по программе ТРАКТ, а в 12...14 столбцах – ПКР  $\alpha_\phi = \Delta\rho/\Delta\phi$  для трех значений  $\tau$ .

Для сравнения приведем в табл. 3 результаты штатной обработки измерений (на интервале  $\Delta t = 2$  мин) в соответствии с уравнениями (1) –  $\alpha_\phi^{на}$  и (2) –  $\alpha_\phi$ .

Средние по 6-ти измерениям величины  $\alpha_\phi$  (средние значения в табл. 2 и 3 вычислялись с весами усредненных по половинам реактора изменений расходов питательной воды), их дисперсии, абсолютные и относительные среднеква-

Т а б л и ц а 3. Экспериментальные оценки  $\alpha_\phi^{на}$  и  $\alpha_\phi$  при штатной обработке измерений

| Номер опыта | $\Delta G_{пв}^{лев}, \text{т/час}$ | $\Delta G_{пв}^{пр}, \text{т/час}$ | Штатная обработка           |                        |
|-------------|-------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------|------------------------|
|             |                                     |                                    | По (1) – $\alpha_\phi^{на}$ | По (2) – $\alpha_\phi$ |
| 1           | 91,6                                | 85,9                               | 0,92                        | 0,71                   |
| 2           | -154,9                              | -173,5                             | 0,48                        | 0,36                   |
| 3           | 114,4                               | 49,5                               | 1,18                        | 0,81                   |
| 4           | -113,5                              | -178,2                             | 0,37                        | 0,35                   |
| 5           | 76,0                                | 63,3                               | 0,79                        | 0,77                   |
| 6           | -107,6                              | -119,8                             | 0,25                        | 0,27                   |
| Среднее     |                                     |                                    | 0,60                        | 0,49                   |

Т а б л и ц а 4. Средняя величина ПКР и характеристики качества обработки

| Параметр                        | $\tau = 12$ с | $\tau = 8$ с | $\tau = 5$ с | Штатная обработка |        |
|---------------------------------|---------------|--------------|--------------|-------------------|--------|
|                                 |               |              |              | По (1)            | По (2) |
| $\alpha_{\phi}, \beta$          | 0,31          | 0,35         | 0,41         | 0,60              | 0,49   |
| $D, 10^{-4}\beta^2$             | 15,7          | 17,1         | 18,6         | 221               | 105    |
| $\sigma, \beta$                 | 0,039         | 0,041        | 0,043        | 0,149             | 0,102  |
| $\delta = \sigma/\alpha_{\phi}$ | 0,127         | 0,118        | 0,105        | 0,248             | 0,209  |

дратические отклонения, полученные для  $\tau = 12, 8$  и  $5$  с, а также соответствующие величины, характеризующие штатную обработку измерений, приведены в табл. 4.

Сравнение штатных результатов и результатов обработки измерений в соответствии с новым подходом, когда величина внесенного возмущения

( $\alpha_{\phi}^m \Delta \phi_{\text{изм}}$ ) оценивается непосредственно по расчетной кривой реактивности ( $\Delta W_{\phi}$ ) в области возмущения до экстремума ( $\rho_{\text{изм}}$ ), а влияние медленных положительных обратных связей сведено к минимуму, поскольку существенно сокращен временной интервал, на котором рассматривается уравнение баланса для реактивности, показывает, как и ожидалось, выраженное снижение оценок  $\alpha_{\phi}^m$  для нечетных опытов, в то время как для четных опытов снижение либо выражено заметно меньше, либо вовсе отсутствует (ср. результаты в табл. 2 и 3). В целом новый подход к обработке измерений ПКР приводит:

- к заметно менее выраженной зависимости результатов отдельных опытов от знака возмущения расхода питательной воды;
- к осязательному снижению итоговых (средних) оценок  $\alpha_{\phi}^m$ ;
- к серьезному повышению достоверности итоговых результатов, относительная погрешность которых снижается более чем вдвое (табл. 4).

Предлагается дальнейшее усовершенствование метода, связанное с учетом фонового изменения мощности. Как уже отмечалось выше, вследствие отсутствия стабилизации параметров после очередного опыта следующий опыт проводится на “хвосте” неустановившейся мощности, что вызвано переходными процессами как инициированными в предыдущем опыте, так и предшествующими всей серии опытов. Назовем такой “хвост” фоновым изменением мощности и отметим, что для каждого опыта он носит индивидуальный характер.

Процедура первого этапа, нивелирующая за счет сокращения временного интервала обработки проявление медленных обратных связей, не учитываемых в уравнении баланса реактивности, существенно снизила результаты нечетных опытов и менее заметно сказалась на результатах четных опытов. Это объясняется тем, что для четных опытов проявление обратной связи, возникающей в нечетных опытах, служит входным фоновым искажающим фактором, который суммируется с проявлением медленной обратной связи другого знака, возникающей в ходе самого четного опыта.

При сокращении временного интервала превалирует входная составляющая, поэтому результаты четных опытов не только не возрастают, а несколько снижаются по сравнению со штатной обработкой, хотя и не так заметно, как результаты нечетных опытов. Таким образом, процедура первого этапа эффективна только для нечетных опытов и совсем неэффективна для четных, для них она даже привносит дополнительное искажение. Исправить положение можно с помощью процедуры второго этапа, исключая (вычитающей) фоновую входную составляющую изменения мощности при обработке измерений. Такая процедура эффективна прежде всего именно для четных опытов, поскольку фоновая составляющая изменения мощности для них выражена значительно сильнее, чем для нечетных.

Уравнение баланса реактивности для каждого опыта с учетом фоновых факторов может быть записано в следующем виде:

$$\alpha_{\phi}^m \Delta \phi_{\text{изм}} + \alpha_{\text{и}} (\Delta W - \Delta W_{\phi}) = \rho_{\text{изм}} - \rho_{\text{нач}}, \quad (6)$$

где новый (по сравнению с уравнением (4)) член эффективно учитывает вклад в изменение реактивности от проявления обратной связи по концентрации ксенона и температуре графита

та, вызванной переходными процессами, *предшествующими* данному опыту. Здесь  $\Delta W_\phi$  – оцененное по тренду изменения мощности на некотором базовом интервале времени, предшествующем данному опыту, значение фоновой составляющей изменения мощности на интервале, принятом для обработки данного опыта.

В табл. 5 приводятся величины тренда нейтронной и тепловой мощности для шести опытов по измерению  $\alpha_\phi$ , полученные из эксперимента на II блоке САЭС 18.08.2006.

**Т а б л и ц а 5.** Величины трендов нейтронной и тепловой мощности перед началом каждого из опытов

| № | $\Delta t_{\text{баз}},$<br>с | $\Delta N,$<br>МВт | $\Delta N/\Delta t_{\text{баз}},$<br>МВт/с | $\tau = 12$ с |                     | $\tau = 8$ с |                     | $\tau = 5$ с |                     |
|---|-------------------------------|--------------------|--|---------------|---------------------|--------------|---------------------|--------------|---------------------|
|   |                               |                    |  | $\Delta W$    | $\Delta W/\Delta t$ | $\Delta W$   | $\Delta W/\Delta t$ | $\Delta W$   | $\Delta W/\Delta t$ |
| 1 | 93,7                          | -4,66              | -0,050                                     | -4,06         | -0,043              | -4,19        | -0,045              | -4,25        | -0,045              |
| 2 | 85,1                          | -16,14             | -0,190                                     | -18,98        | -0,223              | -19,08       | -0,224              | -18,63       | -0,219              |
| 3 | 124,8                         | -5,64              | -0,045                                     | -6,65         | -0,053              | -6,38        | -0,051              | -6,06        | -0,049              |
| 4 | 57,5                          | -14,97             | -0,260                                     | -12,82        | -0,223              | -13,18       | -0,229              | -13,14       | -0,229              |
| 5 | 76,1                          | -12,03             | -0,158                                     | -9,38         | -0,123              | -9,89        | -0,130              | -10,38       | -0,137              |
| 6 | 42,2                          | -9,28              | -0,220                                     | -6,06         | -0,144              | -6,66        | -0,158              | -7,36        | -0,174              |

В первом столбце приводится номер измерения, во втором – базовый временной интервал в секундах для оценки изменения мощности перед началом каждого опыта, в третьем – изменение в МВт нейтронной мощности на базовом интервале, в четвертом – “средняя скорость” в МВт/с изменения нейтронной мощности на базовом интервале. В следующих шести столбцах приводятся изменение тепловой мощности на базовом интервале и скорость изменения тепловой мощности для случаев  $\tau = 5, 8$  и  $12$  с.

Из представленных данных видно, что особенно велик тренд мощности перед четными измерениями. В табл. 6 приведены значения  $\alpha_\phi$ , полученные с учетом вычитания фоновой составляющей изменения мощности, т.е. в соответствии с уравнением (6), для сравнения добавлены также ранее полученные результаты.

**Т а б л и ц а 6.** Результаты обработки измерений ПКР с корректировкой изменения мощности на фоновую составляющую

| №                | $\Delta t_{\text{изм}}$ | $\Delta p_\phi = \alpha_w \Delta W_\phi, 10^{-2} \beta$ |              |              | $\alpha_\phi, \beta$ (после корректировки) |              |              | $\alpha_\phi, \beta$ (до корректировки) |              |              | $\alpha_\phi, \beta$ (штатная обработка) |
|------------------|-------------------------|---|--------------|--------------|--|--------------|--------------|---|--------------|--------------|--|
|                  |                         | $\tau = 12$ с   | $\tau = 8$ с | $\tau = 5$ с | $\tau = 12$ с                              | $\tau = 8$ с | $\tau = 5$ с | $\tau = 12$ с                           | $\tau = 8$ с | $\tau = 5$ с |  |
| 1                | 24,3                    | 0,0238  | 0,0246       | 0,0249       | 0,35                                       | 0,38         | 0,43         | 0,39                                    | 0,43         | 0,49         | 0,92                                     |
| 2                | 25,1                    | 0,1265  | 0,1272       | 0,1242       | 0,37                                       | 0,41         | 0,46         | 0,25                                    | 0,29         | 0,34         | 0,48                                     |
| 3                | 26,0                    | 0,0313  | 0,0300       | 0,0285       | 0,37                                       | 0,43         | 0,51         | 0,43                                    | 0,49         | 0,56         | 1,18                                     |
| 4                | 26,5                    | 0,1335  | 0,1372       | 0,1368       | 0,37                                       | 0,41         | 0,47         | 0,22                                    | 0,26         | 0,32         | 0,37                                     |
| 5                | 22,5                    | 0,0627  | 0,0661       | 0,0694       | 0,29                                       | 0,35         | 0,38         | 0,42                                    | 0,46         | 0,52         | 0,79                                     |
| 6                | 27,8                    | 0,0902  | 0,0992       | 0,1096       | 0,36                                       | 0,43         | 0,50         | 0,26                                    | 0,31         | 0,37         | 0,25                                     |
| Средние значения |                         |   |              |              | 0,36                                       | 0,41         | 0,46         | 0,31                                    | 0,35         | 0,41         | 0,60                                     |

Средние по 6-ти измерениям величины  $\alpha_\phi$ , их дисперсии, абсолютные и относительные среднеквадратические отклонения, полученные для  $\tau = 12, 8$  и  $5$  с без учета и с учетом корректировки, приведены в табл. 7.

Данные, представленные в табл. 6, показывают существенное сближение оценок ПКР в нечетных и четных опытах. Сближение оценок после первого этапа обработки связано с их общим снижением, более выраженным для нечетных опытов. При корректировке

**Т а б л и ц а 7.** Средняя величина ПКР и характеристики качества обработки до и после корректировки изменения мощности на фоновую составляющую

| Параметр                      | До корректировки |              |              | После корректировки |              |              |
|-------------------------------|------------------|--------------|--------------|---------------------|--------------|--------------|
|                               | $\tau = 12$ с    | $\tau = 8$ с | $\tau = 5$ с | $\tau = 12$ с       | $\tau = 8$ с | $\tau = 5$ с |
| $\alpha_\phi, \beta$          | 0,31             | 0,35         | 0,41         | 0,36                | 0,41         | 0,46         |
| $D, 10^{-4} \beta^2$          | 15,7             | 17,1         | 18,6         | 1,76                | 1,90         | 3,83         |
| $\sigma, \beta$               | 0,039            | 0,041        | 0,043        | 0,013               | 0,014        | 0,020        |
| $\delta = \sigma/\alpha_\phi$ | 0,127            | 0,118        | 0,105        | 0,037               | 0,034        | 0,042        |

второго этапа оценки нечетных опытов продолжают незначительно снижаться, в то время как оценки четных опытов существенно растут. В итоге корректировка второго этапа приводит к небольшому росту средних оценок ПКР по сравнению со средними оценками первого этапа обработки. Отметим, что откорректированные результаты четных опытов близки к исходным результатам, полученным для них при штатной обработке.

В целом после второго этапа можно констатировать:

- осязаемое, примерно в полтора раза, снижение итоговых (средних) оценок  $\alpha_{\phi}^m$  по сравнению с оценками штатной обработки. Зависимость результатов обработки от величины  $t$  невелика и не превышает  $\pm 12\%$  в рассмотренном допустимом диапазоне значений этого параметра;
- практически полное исчезновение зависимости результатов отдельных опытов от знака возмущения расхода;
- существенный рост достоверности результатов измерений (погрешность итоговых результатов после второго этапа обработки в 3...4 раза ниже, чем после первого).

### Заключение

1) Уравнение баланса реактивности в штатном методе измерения  $\alpha_{\phi}$  записывается на двухминутном интервале времени (изменения параметров рассматриваются именно на этом интервале). Такой выбор обусловлен следующими причинами:

– предполагается, что названный интервал достаточен для полного проявления быстродействующих обратных связей и в то же время достаточно мал для проявления обратных связей по графиту и ксенону, что дает возможность пренебречь ими в уравнении баланса реактивности;

– полное проявление быстродействующих обратных связей и возможность пренебрежения обратными связями по графиту и ксенону в первом приближении позволяют говорить о наступлении нового стационарного состояния и, следовательно, о соблюдении условий применимости стационарной программы ТРАКТ для расчета профиля паросодержания в конце данного двухминутного интервала.

2) Установлено, что оценки быстродействующей обратной связи по мощности претерпевают искажения в результате проявления обратных связей по графиту и ксенону, которые по-разному проявляются в первом и втором опытах цикла измерений с возмущением расхода питательной воды, что приводит к осязаемой зависимости результата измерений от знака возмущения расхода питательной воды.

3) Возможность уменьшения этого эффекта лежит на пути сокращения временного интервала для записи уравнения баланса реактивности. В соответствии с новым подходом к обработке измерений величина внесенного возмущения  $\alpha_{\phi}^m \Delta \rho_{изм}$  реактивности для каждого опыта оценивается непосредственно по расчетной кривой реактивности в области второго экстремума ( $\rho_{изм}$ ) при исключении “фоновой” входной составляющей изменения мощности, обусловленной проявлением медленных обратных связей, инициируемых переходными процессами как в предшествующем опыте, так и до начала всей серии опытов.

4) Апробация нового подхода к обработке измерений ПКР при сравнении со штатной процедурой обработки показала практически полное избавление зависимости результатов измерений от знака возмущения расхода питательной воды и многократное снижение относительной погрешности определения величины ПКР.

5) В рамках штатной обработки в итоговых оценках следует ориентироваться на результаты четных опытов.

*Контактная связь – Балыгин Алексей Александрович, тел.: (499)196-72-33, e-mail: balyg@dcnr.vver.kiae.ru*

## Список литературы

1. *Комплексная методика определения физических и динамических характеристик реакторов РБМК-1000 / РДЭО 0137-2005.* – М.: концерн “Росэнергоатом”, 2005.
2. *Гальберг В.П.* Послечернобыльский период на Курской АЭС. Некоторые итоги и перспективы // Атомная энергия. 1997. Т. 83. Вып. 2. – С. 79 – 94.
3. *Балыгин А.А., Краюшкин А.В.* Изменение реактивности и мощности РБМК при измерении парового коэффициента реактивности // Атомная энергия. 2006. Т. 100. Вып. 3. – С. 171 – 173.
4. *Калинин П.В.* Пополнение баз данных состояний энергоблоков по результатам измерений динамических и нейтронно-физических характеристик РУ. Отчет ВНИИАЭС инв. № 2196 от 19.12.2006. – М.: ОАО “ВНИИАЭС”, 2006.

Статья поступила в редакцию 26 декабря 2007 г.  
Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2008, вып. 2, с. 48 – 57.

УДК 621.039

### Физические характеристики реакторного графита

*Н.Н. Пономарев-Степной, Е.С. Глушков, Г.В. Компаниец,  
В.И. Носов, Е.И. Чуняев, Е.В. Бурлаков, В.М. Качанов,  
В.Е. Житарев, В.А. Павшук, А.С. Каминский, Е.С. Субботин,*  
ФГУ РНЦ “Курчатовский институт”, 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Обобщены данные по физическим свойствам графита, используемого в РНЦ “КИ” на стендах АСТРА, РБМК и ГРОГ. На основе статистического анализа паспортных данных, результатов измерений размеров и весов графитовых блоков и длины диффузии тепловых нейтронов в графитовых кладках определены плотность графита, микроскопическое сечение поглощения тепловых нейтронов графита с учетом примесей и оценены неопределенности их значений. Показано, что рассматриваемый реакторный графит обладает высокой чистотой с малым содержанием поглощающих нейтроны примесей. Полученные на основе проведенного анализа физические характеристики реакторного графита стендов АСТРА, РБМК, ГРОГ хорошо согласуются между собой.

**Physical characteristics of reactor graphite.** N.N. Ponomarev-Stepnoi, E.S. Glushkov, G.V. Kompaniets, V.I. Nosov, E.I. Chunyaev, E.V. Burlakov, V.M. Kachanov, V.E. Zhitarev, V.A. Pavshuk, A.S. Kaminsky, E.S. Subbotin. The data on physical properties of the graphite used in RRC “Kurchatov Institute” at the ASTRA, RBMK and GROG facilities are summarized. Based on statistical analysis of the specification and measured data for weights and dimensions of the graphite blocks and for thermal diffusion length in the graphite stacking, graphite density has been determined, as well as the microscopic absorption cross-section for thermal neutrons with regard to impurities, and the uncertainties of these values have been estimated. The reactor graphite was demonstrated to be of high purity with low content of neutron-absorbing impurities. The physical characteristics of the reactor graphite obtained from the analysis for the ASTRA, RBMK and GROG facilities are in good agreement among themselves.

Ядерная энергетика будущего будет характеризоваться расширением применения атомной энергии для производства не только электроэнергии, но и высокотемпературного тепла для различных технологических целей. Высокотемпературные реакторы с гелиевым теплоносителем (ВТГР), топливом в виде частиц с многослойными керамическими покрытиями и графитом в качестве замедлителя и конструкционного материала являются одним из удачных решений, которое удовлетворяет этим требованиям [1, 2].

Реализация данной концепции основывается на многолетнем опыте проектирования, разработки и эксплуатации высокотемпературных реакторов в нашей стране и за рубежом [1...3]. Высокая температура гелия (850...1000 °С) в таких реакторах позволяет наряду с производством электроэнергии при высоком к.п.д. использовать тепло для технологических целей, например, для получения водорода из воды. Такая возможность существенно повышает экологическую привлекательность ядерной энергетики. Этому способствует также высокий температурный потенциал теплоносителя, снижающий тепловые сбросы в окружающую среду и позволяющий применить сухие градирни, что обеспечивает свободу в выборе площадок расположения станций независимо от наличия водного ресурса.

В настоящее время в мире ведутся разработки ВТГР модульного типа (ВТГР-М) с газовой турбиной, таких как ГТ-МГР с призматическими ТВС (США, Россия, Франция, Япония) [2] и RBMR с шаровыми топливными элементами (ЮАР) [3]. Реакторы такого типа обладают принципиальными преимуществами по безопасности, связанными с отсутствием плавления активной зоны при авариях с потерей теплоносителя. В РНЦ "КИ" имеются критические стенды по изучению нейтронно-физических параметров графитовых реакторов разного типа.

Используемый в таких реакторах графит должен обладать малым содержанием поглощающих нейтроны примесей [4...7]. Получение особо чистого реакторного графита и контроль требуемого малого содержания в нем примесей, поглощающих нейтроны, представляют собой сложную задачу [6, 7]. Определение количества примесей в таком графите химическими методами с требуемой высокой точностью практически невозможно. Поэтому для определения чистоты графита применяются физические методы, основанные на измерении характеристик диффузии тепловых нейтронов в графите.

Впервые интегральные измерения нейтронно-физических характеристик графита выполнены в РНЦ "КИ" в 1946 г., когда была сложена графитовая кладка с размерами 600×600×600 см и массой 365 т (плотность графита 1,7 г/см<sup>3</sup>). В результате проведения соответствующих экспериментов на этой графитовой кладке измерена длина диффузии и оценена величина среднего эффективного микроскопического сечения захвата нейтронов в графите, которое составило  $4,0 \pm 0,2$  мбарн [6]. Нейтронно-физические методы проверки чистоты графита опираются на методики неразрушающего контроля для проведения количественного и качественного анализов испытуемых изделий без влияния на их физическое и химическое состояния [8].

В этой работе обобщены данные по методам определения длины диффузии и физическим свойствам графита, полученные на стендах АСТРА, РБМК и ГРОГ. На основе анализа паспортных данных и результатов измерений показано, что реакторный графит обладает необходимой плотностью и требуемой высокой чистотой с малым содержанием поглощающих нейтроны примесей.

## 1. Краткое описание геометрии графитовых кладок

1.1. *Графитовая кладка критической сборки на стенде АСТРА* представляет собой прямой круговой цилиндр диаметром 380 см и высотой 460 см [4, 9, 10]. На центральной оси сборки находится графитовый внутренний отражатель (ВО), расположенный над нижним торцевым отражателем (НТО). Боковой отражатель (БО), НТО и ВО сборки собраны из графитовых блоков с размерами 25×25 см в сечении. Высота блоков БО составляет 60 см за исключением нижнего слоя, высота которого равна 40 см, а всех блоков НТО – 40 см. В каждом графитовом блоке имеется канал диаметром 114 мм, расположенный по вертикальной оси блока. Графитовые пробки того же диаметра установлены в части каналов БО, а также во всех каналах НТО и нижнего слоя БО. В некоторых графитовых блоках БО и ВО предусмотрены вертикальные экспериментальные каналы сечением 30×15 мм.

Для формирования внешней поверхности БО в виде кругового цилиндра с диаметром 380 см периферийные блоки БО прошли соответствующую механическую обработку. Часть графитовых блоков на внутренней границе БО и четыре периферийные колонны ВО также механически обработаны для образования в горизонтальном сечении формы восьмиугольника. Имеющаяся полость в средней части сборки между поверхностями ВО и БО заполнялась шаровыми элементами, образуя кольцевую активную зону. На рис. 1 приведен общий вид критической сборки АСТРА, моделирующей реактор ВТГР.

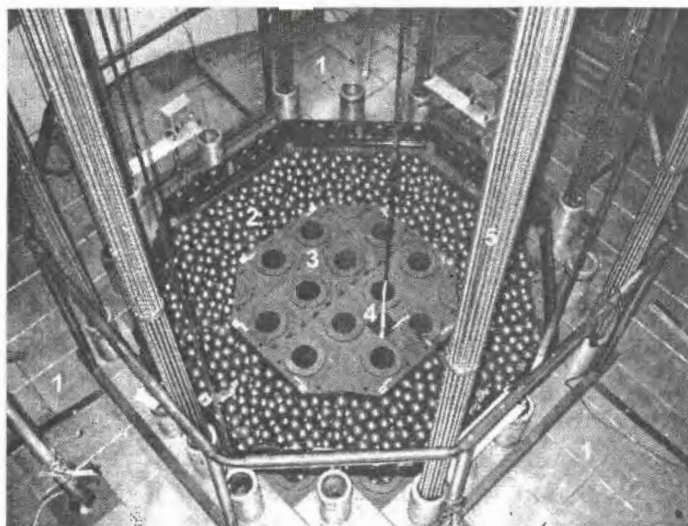


Рис. 1. Фотография критической сборки АСТРА с кольцевой активной зоной: 1 – графитовый БО с верхними крышками; 2 – кольцевая активная зона; 3 – ВО из графитовых блоков; 4 – канал КО7 для регулирующего стержня; 5 – регулирующий стержень

1.2. *Графитовая кладка стенда РБМК.* Критический стенд РБМК введен в строй в 1981 г. с графитовой кладкой из штатных графитовых блоков РБМК квадратного сечения со стороной  $250_{-1,6}^{-1,0}$  мм (рис. 2). Размер основания кладки  $4,5 \times 4,5$  м, высота

4,1 м. Кладка состоит из 324 ( $18 \times 18$ ) вертикальных графитовых колонн. Каждая колонна собрана из шести блоков высотой  $600 \pm 0,5$  мм и одного верхнего блока высотой  $500 \pm 0,5$  мм.

Все блоки имеют по центру вертикальное отверстие диаметром  $114_{+0,23}^{+0,23}$  мм для установки графитовых втулок с диаметрами  $114_{-0,34}^{-0,12} / 89_{+0,2}^{+0,2}$  мм и технологических каналов из сплава САВ-6 с диаметрами  $88_{-1,0}^{+0,2} / 80_{-0,2}^{+0,3}$  мм. Шаг решетки технологических каналов  $250 \pm 0,25$  мм.

С учетом допусков на размеры графитового блока, графитовой втулки и технологического канала существуют зазоры между графитовыми колоннами  $\sim 1,3$  мм, графитовыми втулками и блоками  $\sim 0,2$  мм, технологическими каналами и втулками  $\sim 0,8$  мм.

Средняя плотность графитовых блоков составляла  $1,715 \text{ г/см}^3$ . Эффективная плотность графита, полученная с гомогенизацией по зазорам между блоком, втулкой и технологическим каналом в пределах ячейки  $250 \times 250$  мм, равна  $1,687 \text{ г/см}^3$  (приложение I).

Для размещения источника нейтронов в кладке имеется горизонтальный канал, проходящий на расстоянии 2 м от низа кладки между двумя центральными ряда-

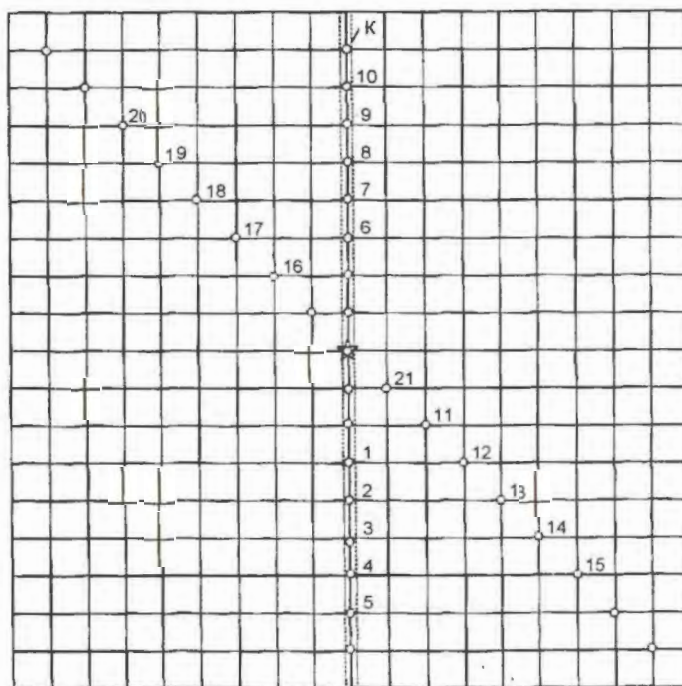


Рис. 2. Картограмма штатной графитовой кладки стенда РБМК и схема размещения источника и детектора нейтронов: №№ 1...20 – вертикальные каналы  $\varnothing 45$  мм для размещения в них детектора нейтронов при измерении  $\Phi_{\perp}(r)$ ; № 21 – канал для размещения детектора при измерении  $\Phi_{\parallel}(r)$ ; К – сквозной канал для ввода источника  $^{252}\text{Cf}$  в сборку; ☆ – канал с источником нейтронов  $^{252}\text{Cf}$

ми графитовых колонн. Внутри этого горизонтального канала установлена труба из сплава САВ-1 с диаметрами 43/41 мм.

Кроме того, кладка имеет 33 вертикальных каналов диаметром  $45^{+0,34}$  мм, заполненных графитовыми стержнями диаметром  $45^{+0,23}$  мм. Графитовая кладка покоится на стальной металлоконструкции коробчатого типа общей массой 6 900 кг и приподнята над бетонным полом на 46 см. Боковая поверхность кладки покрыта слоем кадмия толщиной 0,5 мм.

В 1989 г. на стенде РБМК проведена замена 196-ти ( $14 \times 14$ ) колонн центральной части штатной кладки на модернизированные, состоящие из графитовых блоков с поперечным сечением в форме правильного восьмиугольника со стороной 103 мм при сохранении габаритного размера 250 мм. В результате при сохранении шага решетки каналов количество графита в ячейке уменьшается примерно на 19,5 %, обеспечивая отрицательный паровой эффект реактивности на работающем реакторе с выгоревшим топливом. Модернизированная графитовая кладка смонтирована для реактора 5-го блока Курской АЭС.

Первый наружный ряд колонн и четыре угловые колонны второго ряда кладки стенда остались собранными из штатных блоков квадратного сечения. Остальные колонны второго ряда заменены на колонны из шестигранных блоков, у которых в отличие от штатных блоков срезаны два ребра, обращенные внутрь кладки. Картограмма модернизированной кладки стенда РБМК показана на рис. 3. В ней сохранен горизонтальный канал для источника нейтронов. Средняя плотность графитовых блоков  $1,725 \text{ г/см}^3$ , а эффективная плотность графита вне круглых и квадратных вертикальных каналов  $1,701 \text{ г/см}^3$  (приложение I).

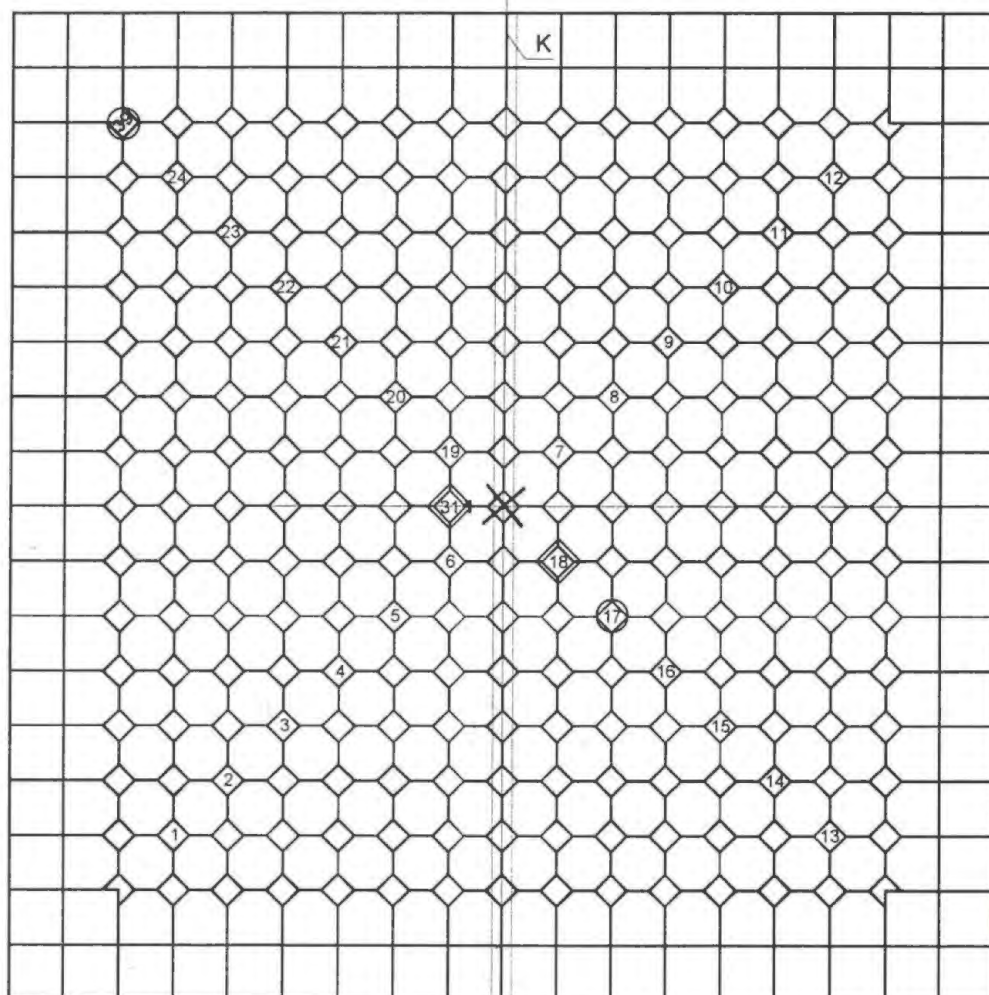


Рис. 3. Картограмма модернизированной графитовой кладки стенда РБМК и схема размещения источников и детектора нейтронов: №№ 1...24 – каналы для размещения детектора при измерении  $\Phi_{\perp}(r)$ ; № 18 – канал для размещения детектора при измерении  $\Phi_{\parallel}(r)$ ; № 39 – канал с источником (Pu-Be); ⊗ – центральный канал с источником  $^{252}\text{Cf}$

При заполнении вертикальных каналов сечением 103×103 мм в углах ячеек модернизированной кладки стенда графитовыми вкладышами возможен переход на вариант штатной графитовой кладки.

1.3. *Графитовая кладка стенда ГРОГ* представляет собой куб с размерами грани 4,5 м. Кладка состоит из колонн, собранных из графитовых блоков размерами 25×25 см в сечении и высотой 60, 30, 20 см. Основная часть блоков имеет 9 вертикальных отверстий диаметром 55 мм, расположенных по квадратной решетке с шагом 83,5 мм. Боковые колонны кладки собраны из блоков, используемых в реакторах типа РБМК, с центральным отверстием диаметром 114 мм. Кроме вышеуказанных цилиндрических отверстий (пористость  $\epsilon = 34\%$ ), в кладке имеются межблочные отверстия диаметром 16 мм и межблочные щели толщиной ~ 1 мм ( $\epsilon = 0,8\%$ ), которые образуются при монтаже графитовой кладки.

Измерения диффузионных характеристик проводились на сборках К-01 и К-02. Сборка К-01 представляла собой описанную выше кладку из графитовых колонн. В сборке К-02 отверстия в блоках заполнялись графитовыми пробками диаметром 50 мм, имеющими ту же плотность, что и основная масса графита. На рис. 4 приведены схемы поперечных сечений данныхборок.

## 2. Теоретическое обоснование метода определения длины диффузии

2.1. *Уравнение диффузии для неразмножающейся системы* в стационарном состоянии имеет вид [11]

$$D\nabla^2\Phi - \Sigma_a\Phi + S = 0, \quad (1)$$

где  $D$  – коэффициент диффузии;  $\Sigma_a$  – макроскопическое эффективное сечение поглощения;  $S$  – член уравнения, характеризующий интенсивность образования нейтронов в  $1\text{ см}^3$  за  $1\text{ с}$ .

Далее полагается, что член уравнения  $S$  равен нулю всюду за исключением места, в котором находится сам источник (точка, линия или плоскость). В этом случае уравнение (1) сводится к однородному виду, применяемому во всей системе кроме самого источника:

$$\nabla^2\Phi - \omega^2\Phi = 0, \quad (2)$$

где  $\omega^2 = \Sigma_a/D$ .

Для отыскания распределения нейтронного потока  $\Phi$  уравнение диффузии (2) решается вне области источников, а затем на решение для  $\Phi$  налагаются соответствующие граничные условия и учитывается наличие источников в местах их расположения. При этом оператор Лапласа выражается в таких координатах, которые удобно использовать при решении рассматриваемой задачи.

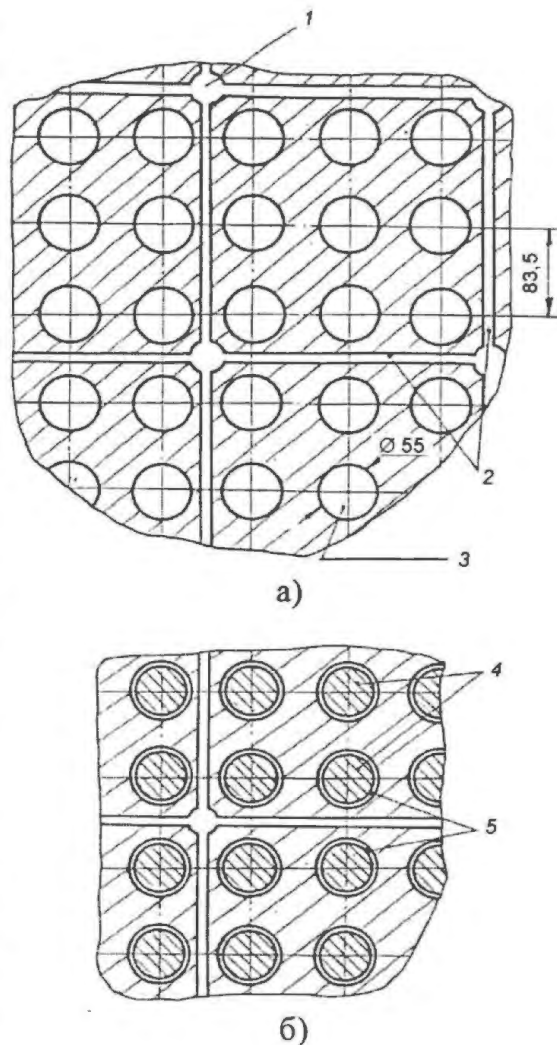


Рис. 4. Схемы поперечных сеченийборок К-01 (а) и К-02 (б) стенда ГРОГ: 1 – межблочные отверстия  $\text{Ø}16\text{ мм}$ ; 2 – щели толщиной 1 мм; 3 – отверстия под технологические каналы; 4 – графитовые заглушки  $\text{Ø}50\text{ мм}$ ; 5 – щели цилиндрические

2.2. *Решение для потока нейтронов в бесконечной однородной среде.* Рассматривается бесконечная однородная замедляющая среда с точечным источником быстрых нейтронов, расположенным в начале координат ( $r = 0$ ). Поскольку распределение нейтронного потока  $\Phi$  сферически симметрично, решение уравнения диффузии для  $\Phi$  имеет вид [11...13]

$$\Phi(r) = \frac{A}{r} \exp(-r/L), \quad (3)$$

где  $r$  – расстояние от источника;  $L$  – длина диффузии в бесконечной изотропной среде (или компонента тензора длины диффузии по выбранному направлению в анизотропной среде);  $A = 0,25\pi D$  – произвольная постоянная, определяемая из условия нормировки на мощность источника (один нейтрон за 1 с). В соответствии с соотношением (3) поток нейтронов в каждой точке рассматриваемой среды зависит только от расстояния  $r$  до источника при постоянных  $D$  и  $L$ .

2.3. *Решение для потока нейтронов в однородной прямоугольной сигма-призме.* Решение уравнения диффузии для потока тепловых нейтронов в однородной замедляющей среде, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда с источником быстрых нейтронов на одном его конце (координата  $z$ ), получено в работе [11]. При этом учитывалось, что в случае хорошего замедлителя большая часть быстрых нейтронов замедлится до тепловых энергий на сравнительно малом расстоянии от источника ( $> \sqrt{\tau}$ ). При дальнейшем рассмотрении предполагается, что нейтронный поток  $\Phi$  происходит от распределенного источника тепловых нейтронов, расположенного в плоскости  $z = 0$  поперек данного параллелепипеда из замедляющего материала.

Общее решение уравнения диффузии для потока нейтронов  $\Phi$  в однородной рассеивающей среде с источником нейтронов, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда (сигма-призма), записывается в следующем виде с учетом условия равенства нулю потока на экстраполированных границах призмы [11]:

$$\Phi(x, y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \operatorname{sh}[\gamma_{mn}(c-z)], \quad (4)$$

где  $a = a_0 + 2 \cdot 0,71\lambda_{\text{тр}}$ ,  $b = b_0 + 2 \cdot 0,71\lambda_{\text{тр}}$ ,  $c = c_0 + 0,71\lambda_{\text{тр}}$  – экстраполированные размеры призмы в направлениях  $X, Y, Z$ , соответственно;  $a_0, b_0, c_0$  – геометрические размеры призмы;  $\lambda_{\text{тр}}$  – транспортная длина свободного пробега нейтронов в исследуемой рассеивающей среде;  $m, n$  – целые нечетные числа, относящиеся к соответствующим гармоникам общего решения уравнения диффузии;  $\gamma_{mn}$  – величина, обратная длине релаксации для  $m, n$ -гармоник. Коэффициент релаксации  $\gamma_{mn}$  связан с физическими и геометрическими параметрами прямоугольной сигма-призмы выражением

$$\gamma_{mn}^2 = 1/L^2 + (\pi m/a)^2 + (\pi n/b)^2. \quad (5)$$

В соотношении (4) решение при больших  $z$  описывается экспонентой  $\exp[-\gamma_{mn}z]$ . С учетом условия нормировки на мощность источника  $S$  имеет место окончательное выражение для потока нейтронов  $\Phi$  [11]

$$\Phi(x, y, z) = \frac{2S}{abD} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_{mn}} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \exp(-\gamma_{mn}z). \quad (6)$$

В соотношении (6)  $\gamma_{mn}$  характеризует логарифмический декремент затухания потока вдоль оси  $Z$ . Каждый из членов ряда (6) при удалении от источника тепловых нейтронов экспоненциально спадает со своей длиной релаксации, равной  $1/\gamma_{mn}$ .

Как видно из (5), декремент затухания  $\gamma_{mn}$  возрастает с ростом  $m$  и  $n$ , и поэтому высшие гармоники спадают с расстоянием быстрее, чем главный член ряда с  $m = 1$  и  $n = 1$ , т.е. вклад высоких гармоник в полный поток становится незначительным. Таким образом, распреде-

ление потока тепловых нейтронов вдоль оси  $Z$  можно записать в следующем виде для точек, которые удалены от плоского источника тепловых нейтронов на расстояние двух-трех длин диффузии и от торца параллелепипеда на расстояние  $\sim$  двух длин релаксации:

$$\Phi(z) = \text{const} \exp(-\gamma_{11}z). \quad (7)$$

Из соотношения (7) следует, что распределение потока в полулогарифмическом масштабе имеет линейный характер в пределах вышеуказанных ограничений, т.е.

$$d \ln \Phi(z) / dz = -\gamma_{11}z. \quad (8)$$

При использовании решения уравнения диффузии в форме (6) начало координат совмещается с расположением фиктивного плоского источника.

2.4. *Решение для потока нейтронов в однородной цилиндрической сигма-призме* для основной гармоники  $\Phi_{11}(r, z)$  имеет следующий вид с учетом равенства нулю потока нейтронов на экстраполированных границах призмы [12]:

$$\Phi_{11}(r, z) = \text{const} J_0(j_{01}r/R) \text{sh}[\gamma_{11}(h-z)], \quad (9)$$

где  $R = R_0 + 0,71\lambda_{\text{тр}}$ ,  $h = h_0 + 0,71\lambda_{\text{тр}}$  – экстраполированные размеры цилиндрической призмы в направлениях  $R, Z$ , соответственно;  $R_0, h_0$  – геометрические размеры призмы;  $j_{01} = 2,405$  – первый корень функции Бесселя  $J_0(j_{01}r/R)$  нулевого порядка первого рода. Величины  $L, j_{01}/R$  и  $\gamma_{11}$  связаны соотношением

$$\gamma_{11}^2 = (j_{01}/R)^2 + 1/L^2. \quad (10)$$

Если размер цилиндрической призмы вдоль оси  $Z$  достаточно велик, то решение (9) для  $\Phi_{11}(r, z)$  сводится к соотношению (7).

2.5. *Соотношения для определения компонент тензора длины диффузии.* В произвольной гетерогенной среде диффузия нейтронов носит анизотропный характер, что является причиной введения понятия тензора диффузии [13, 14]. Для количественной характеристики тензора длины диффузии в гетерогенной среде с регулярной решеткой пустых параллельных каналов (вдоль оси  $Z$ ) достаточно определить следующие две компоненты тензора:  $L_{\parallel} = L_Z$  – длину диффузии в направлении канала ( $Z$ );  $L_{\perp}$  – длину диффузии в плоскости, ортогональной оси  $Z$ . Если в процессе проведения измерений определить эти компоненты тензора диффузии в системе, размеры которой по оси  $Z$  достаточно велики, то можно оценить значение длины диффузии  $L_0$  в среде без каналов.

*Кладка стенда РБМК.* Для связи величин  $L_{\parallel}, L_{\perp}$  и  $L_0$  использовались известные соотношения для  $L_{\parallel}/L_0$  [14] и  $L_{\perp}/L_0$  [15]

$$(L_{\parallel}/L_0)^2 = 1 + 2p + 1,5pRQ/\bar{\lambda}_0; \quad (11)$$

$$(L_{\perp}/L_0)^2 = 1 + 2p + \frac{pR}{\bar{\lambda}_0} \frac{1 + 2p + p\bar{\lambda}_0/(2R)}{1 + p/2 + R/\bar{\lambda}_0}, \quad (12)$$

где  $p = V_n/V_v$  – пористость исследуемой системы;  $V_n$  – объем каналов-пустот;  $V_v$  – объем вещества вне каналов;  $R = 2V_n/S_n^6$  – эффективный (гидравлический) радиус канала;  $S_n^6$  – боковая поверхность каналов;  $\bar{\lambda}_0 = 1/\bar{\Sigma}_0$  – средняя длина свободного пробега нейтронов в

среде вне каналов;  $Q = \bar{\ell}^2/\bar{\ell}^2$  – коэффициент формы сечения канала, равный отношению квадрата средней хорды к среднему квадрату хорды полости (для полостей круглого сечения  $Q = 4/3$  [13]). В среде с регулярной решеткой каналов все геометрические параметры относятся к одной элементарной ячейке системы.

В графитовой кладке стенда РБМК имеются квадратные и круглые цилиндрические полости, близкие по площади сечения и образующие вложенные решетки равного шага. Практически во всей исследуемой системе на одну элементарную ячейку приходится по одному.

каналу каждого типа, что уменьшает возможную погрешность при определении эффективных параметров пустот в соотношениях (11) и (12). Для оценки  $p$  и  $R$  применялись соотношения

$$p = (V_o + V_{\square}) / (V_{\text{яч}} - V_o - V_{\square}), \quad R = 2(V_o + V_{\square}) / (S_o^6 + S_{\square}^5), \quad (13)$$

где индексы "о" и "□" обозначают каналы разных типов для цилиндрических каналов соответственно с круговым и прямоугольным сечениями;  $V_{\text{яч}} = 625 \text{ см}^3$  – объем ячейки графитовой кладки на единицу высоты.

*Кладка стенда ГРОГ.* Для связи величин  $L_{\parallel}$ ,  $L_{\perp}$  и  $L_0$  использованы соотношения [13]

$$(L_{\parallel} / L_0)^2 = 1 + 2p + p^2 \frac{2R}{p\lambda_0} (e^{2R/(p\lambda_0)} - 1)^{-1} + \frac{3}{2} pQ \frac{R}{\lambda_0}, \quad (14)$$

$$(L_{\perp} / L_0)^2 = 1 + 2p + p^2 \frac{2R}{p\lambda_0} (e^{2R/(p\lambda_0)} - 1)^{-1} + \frac{3}{4} pQ \frac{R}{\lambda_0}. \quad (15)$$

Здесь обозначения такие же, как в выражениях (11), (12). Условие применимости этих формул в среде с пустыми каналами на расстоянии  $h$  от плоского источника, перпендикулярного каналам, имеет вид

$$R/h \ll 1, \quad R/(H-h) \ll 1, \quad (R/L_{\parallel})F(h/L_{\parallel}) \ll 1, \quad (16)$$

где  $(H-h)$  – расстояние от точки  $h$  до конца канала,

$$F(x) = \int_{\infty}^x \frac{e^t}{t} dt - \frac{e^x}{x} (1 + 1/x). \quad (17)$$

В гетерогенной среде с пустыми каналами коэффициенты релаксации для первой гармоники в случае продольной ( $\gamma_{\parallel}$ ) и поперечной ( $\gamma_{\perp}$ ) диффузии нейтронов связаны с физическими и геометрическими параметрами исследуемой призмы соответственно соотношениями [13]

$$\gamma_{\parallel}^2 = \frac{1}{L_{\parallel}^2} + \left(\frac{L_{\perp}}{L_{\parallel}}\right)^2 \left[ \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \right] = \frac{1}{L_{\parallel}^2} + B_{\parallel}^2 \left(\frac{L_{\perp}}{L_{\parallel}}\right)^2, \quad (18)$$

$$\gamma_{\perp}^2 = \frac{1}{L_{\perp}^2} + \left(\frac{L_{\parallel}}{L_{\perp}}\right)^2 \left[ \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c}\right)^2 \right] = \frac{1}{L_{\perp}^2} + B_{\perp}^2 \left(\frac{L_{\parallel}}{L_{\perp}}\right)^2, \quad (19)$$

где  $B_{\parallel}^2, B_{\perp}^2$  – части лапласиана, зависящие от направлений;  $a, b, c$  – экстраполированные размеры исследуемых призм.

### 3. Статистическая обработка данных графита стенда АСТРА

3.1. *Определение плотности графита.* В процессе монтажа графитовой кладки стенда АСТРА проводилось взвешивание на электронных весах "Меттлер Толодо" графитовых блоков ВО (рис. 1). Выполнено взвешивание 96-ти графитовых блоков ВО со второго по седьмой слой включительно. Схема поперечного сечения ВО с нумерацией блоков приведена на рис. 5, а в табл. 1 – результаты взвешивания графитовых блоков по слоям ВО. Оценка плотности  $\gamma_{с,л}$  графита по слоям  $л$  производилась следующим образом:  $\gamma_{с,л} = \sum_{i=1}^{16} \frac{M_m}{V_i} \omega_m$ , где  $M_m$

– вес графитового блока  $i$  в слое  $л$ ;  $M_n = \sum_{i=1}^{16} M_m$  – общий вес графита в слое  $л$ ;  $V_i$  – объем,

занятый графитом в каждом блоке  $i$  ВО;  $\omega_m = M_m / M_n$  – статистический весовой фактор.

Т а б л и ц а 1. Результаты взвешивания графитовых блоков ( $M_{in}$ , кг)

| Слой $n$ | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 2...7                   |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------------------------|
| Блок $i$ | $M_{i2}$ | $M_{i3}$ | $M_{i4}$ | $M_{i5}$ | $M_{i6}$ | $M_{i7}$ | $V_i$ , см <sup>3</sup> |
| 1        | 30,776   | 31,287   | 31,195   | 30,878   | 30,691   | 30,616   | 18 301,908              |
| 2        | 52,758   | 51,527   | 53,320   | 53,064   | 51,210   | 53,551   | 30 733,158              |
| 3        | 49,723   | 50,579   | 51,970   | 50,798   | 50,816   | 51,688   | 29 923,158              |
| 4        | 30,743   | 30,207   | 31,339   | 31,394   | 31,242   | 30,348   | 18 301,908              |
| 5        | 49,791   | 48,652   | 47,799   | 49,986   | 49,710   | 49,560   | 28 918,158              |
| 6        | 48,550   | 48,850   | 49,644   | 48,421   | 50,013   | 49,975   | 29 159,430              |
| 7        | 52,915   | 52,250   | 53,468   | 51,190   | 51,743   | 52,254   | 30 164,430              |
| 8        | 52,536   | 51,715   | 51,213   | 51,315   | 51,071   | 51,386   | 30 733,158              |
| 9        | 48,591   | 48,906   | 47,453   | 50,170   | 49,917   | 48,598   | 28 918,158              |
| 10       | 48,654   | 49,233   | 50,423   | 50,568   | 48,836   | 50,405   | 29 159,430              |
| 11       | 52,230   | 51,090   | 50,723   | 50,305   | 52,334   | 50,087   | 30 164,430              |
| 12       | 52,456   | 51,179   | 52,974   | 53,268   | 51,629   | 51,485   | 30 733,158              |
| 13       | 31,625   | 30,971   | 31,505   | 30,186   | 31,293   | 30,141   | 18 301,908              |
| 14       | 52,559   | 51,331   | 51,646   | 53,538   | 51,918   | 52,071   | 30 733,158              |
| 15       | 49,696   | 51,111   | 50,175   | 50,014   | 50,454   | 50,793   | 29 923,158              |
| 16       | 30,719   | 30,801   | 31,206   | 30,887   | 30,518   | 30,671   | 18 301,908              |

При расчете  $V_i$  использованы следующие размеры графитовых блоков, оцененные с учетом чертежной документации и технологических допусков: сторона в блоках квадратного сечения с номерами  $i = 2, 3, 5, \dots, 12, 14, 15$  равна 24,87 см; каждая из двух равных сторон в блоках треугольного сечения с номерами  $i = 1, 4, 13, 16$  также равна 24,87 см; диаметр отверстия во всех блоках ВО равен 11,412 см; диаметр графитовой пробки в блоках треугольного сечения с номерами  $i = 1, 4, 13, 16$  равен 11,389 см; диаметр цилиндрических каналов, расположенных около внешней границы ВО, равен 1,6 см; размеры каналов прямоугольного сечения в блоках с номерами  $i = 3, 7, 11, 15$  равны 1,5×3,0 см; сторона квадратной полости в блоках с номерами  $i = 5, 6, 9, 10$  равна 5,5 см; высота каждого графитового блока равна 60 см. В табл. 2 приведены результаты оценки плотности графита по слоям ВО.

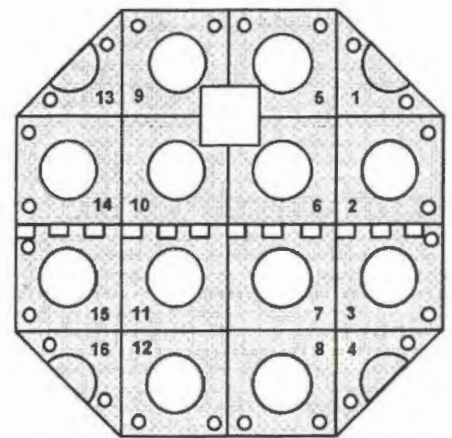


Рис. 5. Схема поперечного сечения ВО кладки АСТРА:  $i = 1 \dots 16$  – номера графитовых блоков в каждом слое ВО

Т а б л и ц а 2. Оценка плотности графита ( $\gamma_{c,n}$ ) по слоям ВО

| Слой $n$                                      | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       | 7       |
|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Вес слоя $n$<br>$M_n$ , кг                    | 734,322 | 729,689 | 736,053 | 735,982 | 733,395 | 733,629 |
| Плотность<br>$\gamma_{c,n}$ г/см <sup>3</sup> | 1,6984  | 1,6875  | 1,7027  | 1,7023  | 1,6961  | 1,6968  |

Величина средней плотности  $\gamma_C$  графита и неопределенности  $\sigma(\gamma_C)$  оценивалась следующим образом:  $\gamma_C = \sum_{n=2}^7 \gamma_{C,n} / 6$ ,  $\sigma(\gamma_C) = \sqrt{\frac{1}{6 \cdot 5} \sum_{n=2}^7 (\gamma_{C,n} - \gamma_C)^2}$ . В итоге получены оценки

величин средней плотности  $\gamma_C$  графита и стандартного отклонения  $\sigma(\gamma_C)$ :  $\gamma_C = 1,697 \text{ г/см}^3$ ,  $\sigma(\gamma_C) = 0,002 \text{ г/см}^3$ . По результатам статистической обработки паспортных данных графитовых блоков и пробок (всего 1 850), поставленных на стенд АСТРА, плотность графита составила  $1,699 \pm 0,001(1\sigma) \text{ г/см}^3$ .

3.2. *Оценка физического индекса и микроскопического сечения поглощения графита кладки.* Физический индекс  $f$  определялся на заводе-изготовителе по измерению длины диффузии тепловых нейтронов на графитовой призме с источниками нейтронов при помещении в нее проверяемых графитовых блоков. Величина  $f$  равна усредненному по спектру тепловых нейтронов ( $T = 293 \text{ К}$ ) микроскопическому сечению поглощения с учетом примесей в расчете на одно ядро углерода (в мбарнах). Погрешность измерений равна  $\pm 5\%$  [6], что соответствует неопределенности  $1\sigma = 0,1$  мбарн (равномерный закон). В результате статистической обработки паспортных данных получено среднее значение физического индекса для графитовых блоков и пробок, равное  $f = 3,71$ .

Микроскопическое сечение поглощения с учетом примесей в расчете на одно ядро углерода при энергии нейтронов  $0,0253 \text{ эВ}$  составляет  $\sigma_C(0,0253 \text{ эВ}) = 3,71 \cdot (2/\sqrt{\pi}) = 4,19 \pm 0,10(1\sigma)$  мбарн. Сечение поглощения чистого углерода равно  $\sigma_C(0,0253 \text{ эВ}) = 3,36$  мбарн. Поэтому на один атом углерода приходится приращение сечения поглощения, равное  $\Delta\sigma_C(0,0253 \text{ эВ}) = 0,83 \pm 0,10(1\sigma)$  мбарн. Такое приращение сечения поглощения соответствует эффективной концентрации естественного бора в графите  $1,0 \pm 0,1(1\sigma)$  ppm массовых (борный эквивалент). Таким образом, микроскопическое сечение поглощения с учетом примесей в расчете на одно ядро графита составит  $\sigma_C(0,0253 \text{ эВ}) = 4,2 \pm 0,1(1\sigma)$  мбарн.

#### 4. Исследование диффузионных свойств графита стенда РБМК

4.1. *Методика и постановка экспериментов.* Для исследования диффузионных свойств штатной графитовой кладки стенда РБМК [16] проводилось экспериментальное определение длин диффузии тепловых нейтронов по высоте кладки в направлении вертикальных каналов ( $L_{\parallel}$ ) и по "радиусу" кладки в плоскости, перпендикулярной вертикальным каналам ( $L_{\perp}$ ). Применялся экспоненциальный метод, заключающийся в измерении распределений плотности потока тепловых нейтронов  $\Phi_{\parallel}(r)$ ,  $\Phi_{\perp}(r)$  при установке точечного источника быстрых нейтронов в центре графитовой кладки. При условии, что линейные размеры кладки составляют несколько длин диффузии, можно выделить область измерений, удаленную от источника нейтронов и от внешних границ кладки, в которой асимптотическое распределение плотности потока нейтронов соответствует формуле (3).

После обработки асимптотических участков измеренных распределений  $\Phi_{\parallel}(r)$ ,  $\Phi_{\perp}(r)$ , используя метод наименьших квадратов с отбрасыванием крайних точек, можно определить компоненты  $L_{\parallel}$  и  $L_{\perp}$  тензора длины диффузии в гетерогенной среде с регулярной решеткой пустых вертикальных каналов. Далее с помощью формул (11) и (12) проводилась оценка величины длины диффузии  $L_0$  в сплошном графите без каналов. На штатной графитовой кладке стенда РБМК эксперименты выполнялись в трех случаях: после завершения монтажа графитовых блоков, после установки графитовых втулок в вертикальные каналы и после установки технологических каналов. При проведении измерений применялся источник быстрых нейтронов на основе  $^{252}\text{Cf}$  ( $Q \approx 0,68 \cdot 10^7 \text{ н/с}$ ), установленный в цилиндре из оргстекла в середине горизонтального канала для источника (рис. 2).

В качестве детектора нейтронов использовался пропорциональный борный счетчик СНМО-5, наполненный газом  $\text{BF}_3$ . Диаметр корпуса счетчика 35 мм, длина 300 мм. При измерениях  $\Phi_{\parallel}(r)$  счетчик устанавливался в вертикальный канал № 21 диаметром 45 мм, из верхней части которого извлечены графитовые стержни, т.е. выше отметки 180 см от низа кладки канал был пустой. Распределение  $\Phi_{\parallel}(r)$  измерялось в пяти точках с шагом 20 см, начиная с расстояния 85 см от уровня источника до середины счетчика.

При измерениях  $\Phi_{\perp}(r)$  счетчик последовательно устанавливался в вертикальные каналы диаметром 45 мм вдоль оси канала источника нейтронов – №№ 1...5, 6...10 и по диагонали кладки – №№ 11...15, 16...20 (рис. 2). Из верхних половин этих каналов извлечены графитовые стержни: каналы по диагонали были пустые с отметки 180 см от низа кладки, а каналы вдоль оси канала источника – с отметки 206 см. При измерениях по диагонали кладки середина высоты счетчика находилась на 5 см ниже горизонтальной плоскости источника нейтронов, а при измерениях вдоль оси канала источника – на 21 см выше этой плоскости. Распределение  $\Phi_{\perp}(r)$  измерялось в пяти точках по всем направлениям: в каналах №№ 1...5, 6...10 – начиная с расстояния 75 см от вертикальной плоскости источника с шагом 25 см, а в каналах №№ 11...15, 16...20 – с расстояния 71 см с шагом 35,4 см (диагональ ячейки).

Подобные эксперименты проведены на модернизированной графитовой кладке стенда РБМК, имеющей два типа вертикальных каналов: круглого сечения по центру блоков с установленными графитовыми втулками и квадратного сечения  $103 \times 103$  мм в углах каждой ячейки (рис. 3). Эти каналы образуют вложенные решетки равного шага, что увеличивает длину диффузии. Эксперименты на модернизированной кладке выполнялись в двух случаях: после установки втулок в вертикальные каналы блоков и после установки технологических каналов. В обоих случаях применялся источник быстрых нейтронов  $^{252}\text{Cf}$  ( $Q \approx 1 \cdot 10^7$  н/с), установленный в центре по длине горизонтального канала. В качестве детектора нейтронов выбран коронный гелиевый счетчик СНМ-16 (диаметр корпуса 18 мм, длина 130 мм, наполнен смесью  $^3\text{He}$  и  $\text{Ar}$ ), обладающий большей эффективностью регистрации по сравнению со счетчиком СНМО-5. Для исключения влияния эффекта “прострела” нейтронов в вертикальных каналах  $103 \times 103$  мм, где размещался детектор, он заключался в графитовый контейнер  $102 \times 102 \times 500$  мм с осевым каналом и закрывался с торцов графитовыми пробками.

Измерения  $\Phi_{\parallel}(r)$  проводились в каналах №№ 18 и 31 (рис. 3) выше и ниже источника нейтронов в 11 точках на расстояниях середины счетчика 43...188 см от плоскости источника. Распределения  $\Phi_{\perp}(r)$  измерены в горизонтальной плоскости источника в каналах №№ 1...5, 8...12 и 13...17, 20...24, т.е. по двум половинам каждой диагонали кладки (рис. 3).

Существенное возрастание  $L_{\parallel}$  и  $L_{\perp}$  в модернизированной кладке по сравнению со штатной заметно сократило область, в которой устанавливалось асимптотическое распределение плотности потока нейтронов вида (3). Поэтому уменьшилось число точек, используемых для построения линии регрессии при обработке распределений  $\Phi_{\parallel}(r)$ ,  $\Phi_{\perp}(r)$ , и возросла погрешность компонент длины диффузии.

На модернизированной кладке с установленными технологическими каналами (на втором этапе экспериментов) реализована схема, расширяющая область асимптотического распределения. При этом более мощный источник ( $\text{Pu-Be}$ ) быстрых нейтронов ( $Q \approx 2,4 \cdot 10^7$  н/с) устанавливался на границе кладки. В одном случае этот источник нейтронов размещался на дне канала № 17 и распределение  $\Phi_{\parallel}(r)$  измерялось по всей высоте кладки в канале № 18. В другом случае источник установлен в канале № 39 в углу кладки на середине ее высоты и распределение  $\Phi_{\perp}(r)$  измерялось по всей диагонали кладки в каналах №№ 15...23. При этом дополнительно исследовалась величина кадмиевого отношения  $R_{\text{Cd}}$  применительно к гелиевому счетчику в зависимости от расстояния до источника нейтронов.

Показано, что на расстояниях  $\geq 100$  см регистрируемая скорость счета практически обусловлена только тепловыми нейтронами  $\{(R_{\text{Cd}} - 1) > 225\}$ , а при измерении распределений

$\Phi_{II}(r)$  и  $\Phi_I(r)$  детектором без Cd для таких расстояний не требуется вводить поправки на регистрацию эпитепловых нейтронов. Результаты измерений с источником (Pu-Be) уточнили область координат вокруг источника  $^{252}\text{Cf}$ , в которой наиболее оправдано применение линейной аппроксимации для распределений  $\Phi_{II}(r)$  и  $\Phi_I(r)$ . Эти данные использованы при анализе результатов измерения в модернизированной кладке без технологических каналов, когда источник нейтронов размещался в центре кладки.

Измерения скорости счета в штатной и модернизированной кладках на каждом пространственном отрезке проводились в прямом и обратном направлениях и повторялись 2...3 раза. Скорость счета составляла  $(10...10^4)$  с<sup>-1</sup>. Шумы и внешний фон не превышали 0,5 %. Оценивалось мертвое время счетных каналов с вводом поправок (если нужно) на просчеты.

4.2. *Результаты измерений.* В табл. 3...5 представлены результаты измерений в штатной графитовой кладке стенда РБМК с источником нейтронов  $^{252}\text{Cf}$  в ее центре и приведены относительные пространственные распределения скорости счета детектора в асимптотической области. В таблицах приводится расстояние между детектором и плоскостью расположения источника нейтронов. Распределения измерены в трех последовательных модификациях кладки. Измерения  $\Phi_{II}(r)$  по высоте кладки (табл. 3) выполнены в одном канале и результаты повторных измерений усреднены. В скобках показаны среднеквадратические погрешности (единицы последнего разряда).

**Т а б л и ц а 3.** Относительное распределение  $\Phi_{II}(r)$  по высоте штатной кладки стенда РБМК в канале № 21

| Вариант кладки              | Расстояние от источника нейтронов, см |            |            |            |            |
|-----------------------------|---------------------------------------|------------|------------|------------|------------|
|                             | 85                                    | 105        | 125        | 145        | 165        |
| Только блоки                | 1                                     | 0,6512(50) | 0,4239(35) | 0,2762(26) | 0,1780(18) |
| Блоки с втулками            | 1                                     | 0,5957(34) | 0,3693(32) | 0,2272(19) | 0,1397(11) |
| С технологическими каналами | 1                                     | 0,5590(30) | 0,3095(40) | 0,1796(15) | 0,1045(15) |

**Т а б л и ц а 4.** Относительное распределение  $\Phi_I(r)$  в штатной кладке стенда РБМК вдоль оси канала источника

| Вариант кладки              | №№ каналов | Расстояние от источника нейтронов, см |            |            |            |           |
|-----------------------------|------------|---------------------------------------|------------|------------|------------|-----------|
|                             |            | 75                                    | 100        | 125        | 150        | 175       |
| Только блоки                | 1...5      | 1                                     | 0,5186(27) | 0,2757(11) | 0,1494(5)  | 0,0774(2) |
|                             | 6...10     | 1                                     | 0,5208(14) | 0,2756(9)  | 0,1490(4)  | 0,0779(4) |
| Блоки с втулками            | 1...5      | 1                                     | 0,4964(14) | 0,2531(14) | 0,1319(12) | 0,0671(4) |
|                             | 6...10     | 1                                     | 0,5038(72) | 0,2634(45) | 0,1370(23) | 0,0690(8) |
| С технологическими каналами | 1...5      | 1                                     | 0,4451(13) | 0,2069(13) | 0,0991(3)  | 0,0465(2) |
|                             | 6...10     | 1                                     | 0,4505(7)  | 0,2079(18) | 0,0997(7)  | 0,0471(5) |

**Т а б л и ц а 5.** Относительное распределение  $\Phi_I(r)$  по диагонали штатной кладки стенда РБМК

| Вариант кладки              | №№ каналов | Расстояние от источника нейтронов, см |            |           |           |           |
|-----------------------------|------------|---------------------------------------|------------|-----------|-----------|-----------|
|                             |            | 71                                    | 106        | 141       | 177       | 212       |
| Только блоки                | 11...15    | 1                                     | 0,3958(15) | 0,1639(4) | 0,0704(3) | 0,0296(2) |
|                             | 16...20    | 1                                     | 0,3979(9)  | 0,1644(6) | 0,0710(3) | 0,0304(3) |
| Блоки с втулками            | 11...15    | 1                                     | 0,3710(9)  | 0,1465(4) | 0,0606(3) | 0,0244(2) |
|                             | 16...20    | 1                                     | 0,3747(8)  | 0,1482(4) | 0,0610(3) | 0,0252(2) |
| С технологическими каналами | 11...15    | 1                                     | 0,3273(21) | 0,1163(9) | 0,0441(3) | 0,0162(3) |
|                             | 16...20    | 1                                     | 0,3297(18) | 0,1157(4) | 0,0438(4) | 0,0168(2) |

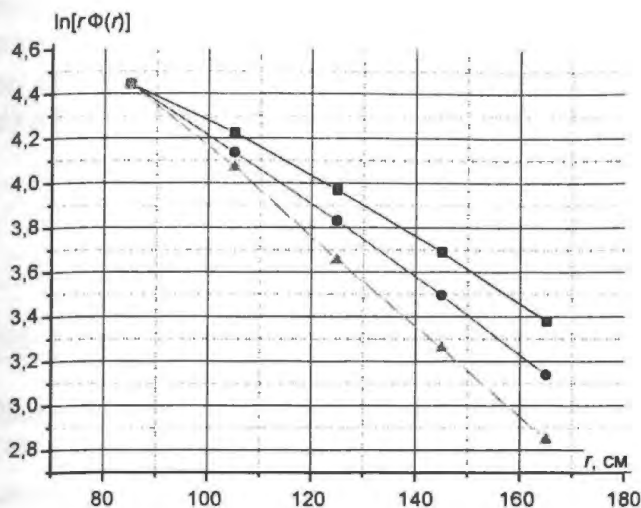


Рис. 6. Распределение значений функции  $\ln[r\Phi(r)]$  по высоте штатной графитовой кладки: ■ – только блоки; • – блоки и втулки; ▲ – технологические каналы

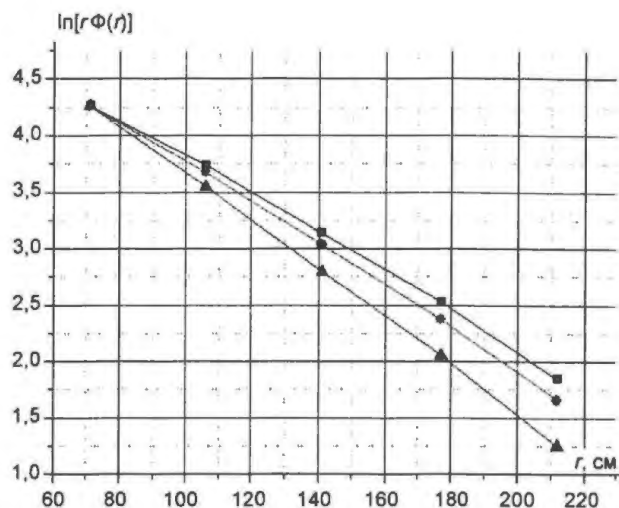


Рис. 7. Распределение значений функции  $\ln[r\Phi(r)]$  по диагонали в горизонтальной плоскости штатной графитовой кладки: ■ – только блоки; • – блоки и втулки; ▲ – технологические каналы

Измерения  $\Phi_1(r)$  по горизонтали (табл. 4 и 5) выполнены в двух направлениях (и в двух плоскостях) по обе стороны от источника в каждом случае (4 области измерения в каждом варианте кладки). Видно, что для одного направления и по разные стороны от источника распределения, как правило, совпадают в диапазоне погрешностей, что свидетельствует о достаточной однородности свойств графита в пределах кладки.

Процедура определения компонент длины диффузии из исходных абсолютных распределений скорости счета включала их обработку в виде зависимости  $\ln[r\Phi(r)]$  в каждом исследованном пространственном интервале и усреднение полученных результатов ( $L_{II}$ ,  $L_{I}$ ) для каждого варианта кладки. На рис. 6 и 7 приведены примеры распределений значений функции  $\ln[r\Phi(r)]$  по высоте и в горизонтальной плоскости разных вариантов штатной графитовой кладки стенда.

В табл. 6 показаны полученные результаты для компонент длины диффузии в трех вариантах кладки. Наибольшие отличия значений длины диффузии и погрешности наблюдаются для направления вдоль каналов кладки ( $L_{II}$ ). При ранних измерениях на стенде УГ в кладке из блоков и втулок РБМК для этого направления получен результат  $62,5 \pm 1,5$  см (в табл. 6 этот вариант отмечен знаком \*).

Т а б л и ц а 6. Компоненты длины диффузии нейтронов в штатной графитовой кладке стенда РБМК, см

| Длина диффузии | Вариант кладки |                  |                             |
|----------------|----------------|------------------|-----------------------------|
|                | Только блоки   | Блоки с втулками | С технологическими каналами |
| $L_{II}$       | $76,3 \pm 0,3$ | $63,8 \pm 0,3^*$ | $51,1 \pm 0,7$              |
| $L_{I}$        | $62,5 \pm 0,1$ | $57,7 \pm 0,2$   | $47,7 \pm 0,3$              |

В табл. 7 и 8 представлены относительные распределения скорости счета детектора нейтронов по высоте модернизированной кладки стенда в верхней и нижней ее половинах, соответственно. При этом калифорниевый источник нейтронов находился в центре кладки. Погрешность определена как среднеквадратическая из повторных измерений. Подобные результаты измерений по диагоналям в горизонтальной плоскости кладки приведены в табл. 9, где указано расстояние между детектором и плоскостью расположения источника нейтронов. Соответствующие графики функции  $\ln[r\Phi(r)]$  показаны на рис. 8 и 9. Видно небольшое отличие распределений выше и ниже источника по высоте кладки, связанное в основном с

неодинаковыми условиями на ее верхнем и нижнем торцах. Для определения длины диффузии  $L_{II}$  независимо обрабатывались распределения, измеренные в каналах №№ 18 и 31 выше и ниже плоскости расположения источника нейтронов. Распределения, измеренные по разным участкам диагоналей (табл. 9), очень близки для одного варианта кладки, что свидетельствует об однородности свойств графита в этих направлениях.

**Т а б л и ц а 7.** Относительное распределение  $\Phi_{II}(r)$  по высоте в верхней половине модернизированной кладки стенда РБМК

| Вариант кладки              | № канала | Расстояние от источника нейтронов, см |              |              |              |              |              |              |              |              |              |              |
|-----------------------------|----------|---------------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|                             |          | 43                                    | 53           | 65           | 78           | 92           | 106          | 120          | 135          | 149          | 164          | 179          |
| Блоки с втулками            | 18       | 0,906<br>(8)                          | 0,976<br>(8) | 1            | 0,972<br>(6) | 0,913<br>(6) | 0,823<br>(6) | 0,723<br>(6) | 0,610<br>(7) | 0,510<br>(6) | 0,405<br>(5) | 0,291<br>(4) |
|                             | 31       | 0,812<br>(7)                          | 0,933<br>(6) | 1            | 0,995<br>(7) | 0,935<br>(6) | 0,852<br>(5) | 0,744<br>(5) | 0,633<br>(4) | 0,527<br>(3) | 0,419<br>(3) | 0,297<br>(2) |
| С технологическими каналами | 18       | 0,962<br>(6)                          | 1            | 0,984<br>(6) | 0,932<br>(8) | 0,901<br>(7) | 0,708<br>(4) | 0,586<br>(5) | 0,482<br>(4) | 0,386<br>(3) | 0,295<br>(3) | 0,208<br>(2) |

**Т а б л и ц а 8.** Относительное распределение  $\Phi_{II}(r)$  по высоте в нижней половине модернизированной кладки стенда РБМК

| Вариант кладки              | № канала | Расстояние от источника нейтронов, см |               |               |               |               |               |               |               |               |              |              |
|-----------------------------|----------|---------------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------|--------------|
|                             |          | 50                                    | 61            | 74            | 87,5          | 101           | 115,5         | 130           | 144           | 159           | 174          | 188          |
| Блоки с втулками            | 18       | 0,971<br>(20)                         | 1             | 0,987<br>(21) | 0,930<br>(20) | 0,850<br>(17) | 0,752<br>(15) | 0,653<br>(13) | 0,552<br>(12) | 0,453<br>(11) | 0,347<br>(7) | 0,255<br>(4) |
|                             | 31       | 0,918<br>(18)                         | 0,992<br>(21) | 1             | 0,957<br>(20) | 0,876<br>(16) | 0,778<br>(15) | 0,674<br>(14) | 0,568<br>(12) | 0,463<br>(11) | 0,359<br>(8) | 0,267<br>(5) |
| С технологическими каналами | 18       | 1                                     | 0,994<br>(5)  | 0,942<br>(5)  | 0,842<br>(5)  | 0,736<br>(5)  | 0,624<br>(4)  | 0,513<br>(4)  | 0,413<br>(4)  | 0,321<br>(3)  | 0,244<br>(2) | 0,167<br>(2) |

**Т а б л и ц а 9.** Относительное распределение  $\Phi_{I}(r)$  по диагоналям модернизированной кладки стенда РБМК

| Вариант кладки              | №№ каналов | Расстояние от источника нейтронов, см |             |             |            |            |
|-----------------------------|------------|---------------------------------------|-------------|-------------|------------|------------|
|                             |            | 71                                    | 106         | 141         | 177        | 212        |
| Блоки с втулками            | 5...1      | 1                                     | 0,7075 (40) | 0,4440 (20) | 0,2659 (5) | 0,1469 (4) |
|                             | 8...12     | 1                                     | 0,7175 (35) | 0,4498 (12) | 0,2675 (8) | 0,1515 (2) |
|                             | 17...13    | 1                                     | 0,7093 (30) | 0,4444 (15) | 0,2655 (5) | 0,1475 (7) |
|                             | 20...24    | 1                                     | 0,7222 (40) | 0,4484 (10) | 0,2656 (6) | 0,1480 (5) |
| С технологическими каналами | 5...1      | 1                                     | 0,6111 (15) | 0,3240 (15) | 0,1672 (6) | 0,0815 (3) |
|                             | 8...12     | 1                                     | 0,6129 (16) | 0,3313 (15) | 0,1691 (5) | 0,0829 (5) |
|                             | 17...13    | 1                                     | 0,6084 (15) | 0,3302 (20) | 0,1671 (9) | 0,0832 (4) |
|                             | 20...24    | 1                                     | 0,6160 (17) | 0,3276 (18) | 0,1697 (8) | 0,0824 (3) |

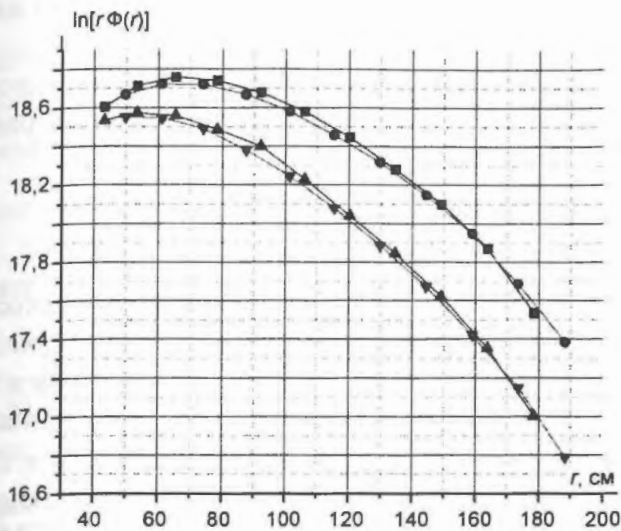


Рис. 8. Распределение значений функции  $\ln[r\Phi(r)]$  по высоте модернизированной графитовой кладки стенда РБМК: ■ – без труб (низ); ● – без труб (верх); ▲ – с трубами (низ); ▼ – с трубами (верх)

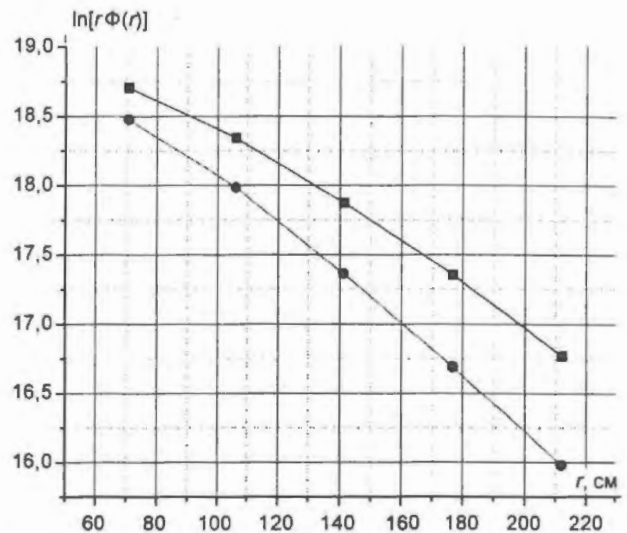


Рис. 9. Распределение значений функции  $\ln[r\Phi(r)]$  в горизонтальной плоскости модернизированной графитовой кладки стенда РБМК: ■ – без труб; ● – с трубами

Обработка исходных распределений скорости счета для получения значений компонент длины диффузии проведена по обычной схеме. Однако, из-за возрастания значений  $L_{\parallel}$  и  $L_{\perp}$  в более пористой модернизированной кладке увеличилась протяженность областей влияния источника и границ кладки в измеренных распределениях. Заметно снижается точность определения длины диффузии. Для уточнения области асимптотического распределения тепловых нейтронов в экспериментах с калифорниевым источником, расположенным в центре кладки, выполнены дополнительные исследования. В кладке с технологическими каналами проведены измерения по высоте и в горизонтальной плоскости с переносным источником (Pu-Be), расположенным у границ кладки. При этом существенно увеличена область асимптотического распределения. На рис. 9...11 показаны распределения значений функции  $\ln[r\Phi(r)]$ , полученные по результатам этих экспериментов. Обработка последних данных да-

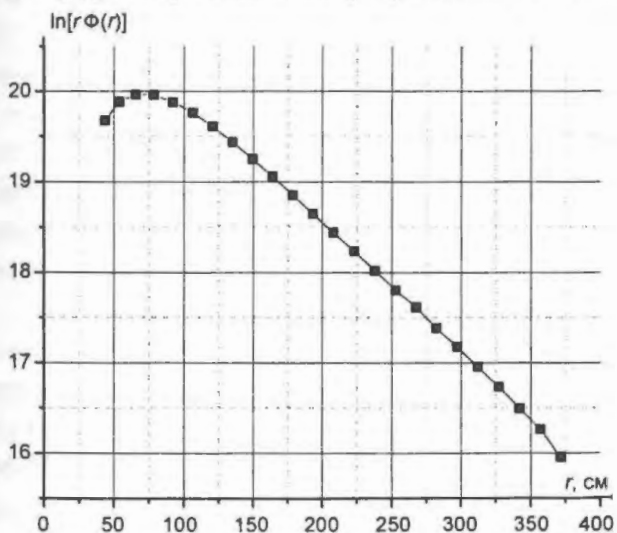


Рис. 10. Распределение значений функции  $\ln[r\Phi(r)]$  по высоте модернизированной графитовой кладки стенда РБМК с технологическими каналами и источником (Pu-Be)

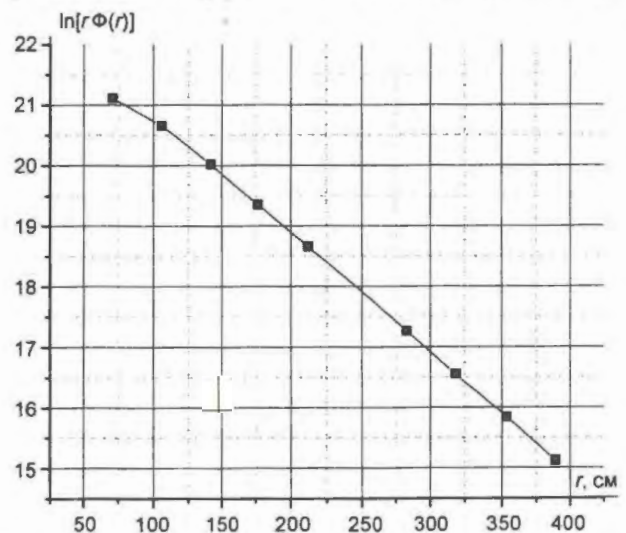


Рис. 11. Распределение значений функции  $\ln[r\Phi(r)]$  по горизонтальной диагонали модернизированной графитовой кладки стенда РБМК с технологическими каналами и источником (Pu-Be)

ла для кладки с технологическими каналами значения длины диффузии с погрешностью менее 1 %.

Итоговые данные по компонентам длины диффузии в модернизированной графитовой кладке стенда РБМК представлены в табл. 10. В скобках приведены области значений расстояния от детектора до плоскости расположения источника.

**Таблица 10.** Компоненты длины диффузии нейтронов в модернизированной графитовой кладке стенда РБМК

| Вариант кладки       | С технологическими каналами |                           | Блоки и втулки            |
|----------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------------------|
|                      | Pu-Be                       | <sup>252</sup> Cf         | <sup>252</sup> Cf         |
| $L_{\parallel}$ , см | 70,6 ± 0,5<br>(135...320)   | 71,0 ± 2,0<br>(101...159) | 92,0 ± 3,0<br>(110...145) |
| $L_{\perp}$ , см     | 50,8 ± 0,4<br>(106...390)   | 51,6 ± 1,0<br>(125...175) | 68,0 ± 3,0<br>(106...211) |

4.3. Оценка микроскопического сечения поглощения тепловых нейтронов в графите кладки стенда РБМК. В табл. 11 даны полученные результаты по компонентам  $L_{\parallel}$  и  $L_{\perp}$  для модернизированной и штатной графитовых кладок стенда РБМК (без труб технологических каналов),

а также оценки длины диффузии  $L_0$  в изотропной среде. В этой таблице приведены также некоторые параметры указанных кладок, использованные при расчетах по соотношениям (11) для  $L_0(L_{\parallel})$  и (12) для  $L_0(L_{\perp})$ .

**Таблица 11.** Компоненты длины диффузии нейтронов и некоторые параметры для модернизированной и штатной графитовых кладок РБМК

| Параметр   | Тип кладки        |                  |                  |
|--|-------------------|------------------|------------------|
|  | Модернизированная | Штатная          |                  |
|  |                   | Блоки с втулками | Блоки с втулками |
| $L_{\parallel}$ , см                                 | 92,0 ± 3,0        | 63,8 ± 3,0       | 76,3 ± 0,3       |
| $L_{\perp}$ , см                                     | 68,0 ± 3,0        | 57,7 ± 0,2       | 62,5 ± 0,1       |
| $L_0(L_{\parallel})$ , см                            | 50,5              | 50,0             | 50,2             |
| $L_0(L_{\perp})$ , см                                | 46,2              | 50,4             | 49,7             |
| $\bar{p}$  | 0,369             | 0,1105           | 0,1951           |
| $R$ , см   | 4,87              | 4,45             | 5,70             |
| $Q$  | 1,410             | 1,333            |                  |
| $\gamma_C$ , г/см <sup>3</sup>                       | 1,701 ± 0,009     | 1,687 ± 0,005    |                  |
| $\lambda_{tr}^c$ в среде вне каналов, см             | 2,408             | 2,427            |                  |
| $\bar{D}$ , см                                       | 0,800             | 0,807            |                  |
| $\bar{\Sigma}_a^{(c)} \cdot 10^4$ , см <sup>-1</sup> | 3,14 ± 0,14       | 3,21 ± 0,14      |                  |
| $\sigma_a^{(c)}$ , мбарн                             | 4,23 ± 0,18       | 4,36 ± 0,19      |                  |

\*  $\bar{\Sigma}_a^{(c)} = \bar{D}/L_0^2$ , где  $\bar{D}$  – оценка коэффициента диффузии тепловых нейтронов в графите.

Как следует из результатов анализа, приведенных в табл. 11, полученное значение длины диффузии в сплошном графите для модернизированной графитовой кладки  $L_0 = L_0(L_{\parallel}) = 50,5$  см близко к значению  $L_0 = 50,6$  см, рекомендуемому для реакторного графита РБМК (при  $\gamma_C = 1,70$  г/см<sup>3</sup>). Отличие между полученными оценками  $L_0(L_{\parallel})$  и  $L_0(L_{\perp})$  составляет около 10 %. Для штатной кладки оценки  $L_0(L_{\parallel})$  и  $L_0(L_{\perp})$  отличаются в пределах 1 % как между собой, так и для обоих вариантов кладки. Поэтому оправдано применение для штатной кладки среднего значения  $L_0 = 50,1$  см.

Для оценки величины сечения поглощения графита  $\sigma_a^{(C)}$  при энергии  $E = 0,0253$  эВ использованы результаты нейтронно-физических расчетов в кристаллическом графите в диапазоне от 0 до 1 эВ. В расчете получено соотношение между температурой  $T_n$  нейтронного газа и комнатной температурой:  $\sqrt{T_n/293} = 1,019$  графита. Для перехода от среднего сечения поглощения  $\bar{\sigma}_a^{(C)}$  к сечению поглощения  $\sigma_a^{(C)}$  при  $E = 0,0253$  эВ применялось соотношение  $\sigma_a^{(C)} = \bar{\sigma}_a^{(C)} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{T_n}{293}} = 1,150 \bar{\sigma}_a^{(C)}$ .

В итоге с учетом расчетно-экспериментальных значений коэффициента диффузии  $\bar{D} = 0,815$  ( $\gamma_c = 1,67$  г/см<sup>3</sup>), длины диффузии  $L_0 = 50,5$  см для модернизированной и  $L_0 = 50,1$  см для штатной кладок и оцененных погрешностей ( $\delta \bar{D} \cong 1,5$  %,  $\delta L_0 \cong 2$  %) получена следующая величина микроскопического сечения поглощения  $\sigma_a^{(C)}$  (0,0253 эВ) в графите:

$\sigma_a^{(C)}$  (0,0253 эВ) =  $4,23 \pm 0,18(1 \sigma)$  мбарн – модернизированная кладка;  $\sigma_a^{(C)}$  (0,0253 эВ) =  $4,36 \pm 0,19(1 \sigma)$  мбарн – штатная кладка.

### 5. Расчетно-экспериментальное исследование диффузионных свойств графита стенда ГРОГ

На стенде ГРОГ изучены диффузионные свойства графитовых сборок К-01 и К-02. Сборка К-01 с максимальной пористостью характеризовалась значительной анизотропией свойств в продольном и поперечном направлениях. Сборка К-02 с минимальной пористостью близка к плотной графитовой системе (раздел 1.3.). При постановке экспериментов на этих сборках и анализе полученных результатов измерений для повышения точности определения диффузионных свойств графитовой кладки потребовалось выполнить большой объем расчетных исследований из-за ограниченности экспериментальных возможностей и особенностей изучаемых сборок [17].

5.1. Процедура проведения экспериментов на графитовых сборках К-01 и К-02. Определение коэффициентов релаксации длин диффузии в сборках К-01, К-02 проводилось экспоненциальным методом с использованием источника спонтанного деления <sup>252</sup>Cf ( $Q \sim 1,3 \cdot 10^8$  н/с), имеющего габаритные размеры 3,5×55 мм. При измерении относительного распределения потока нейтронов и определении коэффициентов релаксации  $\gamma_{||}$ ,  $\gamma_{\perp}$  в продольном и поперечном направлениях данных сборок применялся малогабаритный борный счетчик СНМ-12. Измерение относительного распределения потока тепловых нейтронов по выбранному направлению проводилось с помощью детектора в кадмиевом чехле и без него последовательно по три раза в каждой точке измерения. По каждому направлению такие замеры проводились три раза.

Для повышения точности определения коэффициентов релаксации  $\gamma_{||}$ ,  $\gamma_{\perp}$  и соответственно длин диффузии  $L_{||}$ ,  $L_{\perp}$  выбиралась на основании расчетных распределений потоков нейтронов такая область расположения детекторов в сборках, чтобы влияние высших гармоник и утечки с торца призмы было минимальным в величинах потока нейтронов. Важность выбора области оптимального расположения детекторов обусловлена использованием в экспериментах малогабаритного источника быстрых нейтронов, имеющего ограниченную интенсивность. В процессе последовательных приближений (с учетом поправки на торец) увеличивалось число точек измерения, по которым методом наименьших квадратов определялись окончательные величины коэффициентов релаксации для поперечной и продольной диффузии. Поправка на влияние торца оценивалась в виде  $\delta = [1 - e^{-2\gamma_{||}(c-z)}]^{-1}$ .

Задача оптимизации расположения детекторов в сборках решалась на основе сравнения расчетных распределений потоков тепловых нейтронов в направлении  $Z$  с экспериментальными данными. Если отличие соответствующих расчетных распределений от экспериментальных данных находилось в пределах погрешности измерений ( $\sim 1\%$ ), то полагалось, что имеет место совпадение между экспериментальными и расчетными результатами.

В рассматриваемой задаче оптимизации при использовании решения уравнения диффузии (6) начало координат совмещается с расположением фиктивного плоского источника тепловых нейтронов (раздел 2.3). В качестве исходной информации для уравнения диффузии применялось экспериментальное распределение потока тепловых нейтронов на дальней от источника поверхности пьедестала. Расположение фиктивного источника практически определяется положением плоскости ( $X, Y$ ) по оси  $Z$  сразу за пьедесталом, который в исследуемых сборках представлял собой два крайних ряда графитовой кладки с соответствующими графитовыми заглушками (толщина пьедестала 50 см). За пьедесталом уже не происходит заметного замедления нейтронов и кадмиевое отношение достигает практически постоянного значения. В табл. 12 для сборки К-02 с минимальной пористостью приведены результаты анализа, характеризующие важность выбора оптимальных точек измерения для выбранных по  $Z$  направлений.

Таблица 12. Оценка вклада высших гармоник в значения потоков нейтронов, %

| Координаты точки измерения в плоскости ( $X, Y$ ) | Расстояние по $Z$ от пьедестала, см |       |       |       |       |       |       |       |
|---|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|   | 125                                 | 150   | 175   | 200   | 225   | 250   | 275   | 300   |
| $x = \pm 25$ см<br>$y = \pm 75$ см                | + 4,7                               | + 2,9 | + 1,8 | + 1,1 | + 0,7 | + 0,4 | + 0,2 | + 0,1 |
| $x = y = 0$                                       | -25,1                               | -21,7 | -18,7 | -16,2 | -14,0 | -12,1 | -10,4 | -9,0  |

Аналогичная зависимость наблюдается для сборки К-01, в которой для выбранных направлений спад высших гармоник по оси  $Z$  в потоке тепловых нейтронов более значительный, чем в сборке К-02 (при  $z \geq 150$  вклад высших гармоник меньше 1 %).

5.2. *Определение коэффициентов релаксации в сборке К-01.* Сборка К-01, имеющая форму куба с размером грани 4,5 м, представляла собой графитовую кладку стенда ГРОГ с пустыми вертикальными каналами, со всех сторон покрытую кадмиевым листом толщиной 1 мм (рис. 12). Измерение коэффициентов релаксации поперечной диффузии ( $\gamma_{\perp}$ ) выполнялось для взаимно перпендикулярных направлений. С этой целью перед проведением экспериментов на соответствующих боковых поверхностях сборки собирался пьедестал толщиной 50 см для эффективного замедления быстрых нейтронов (рис. 12, а). Перед измерением величины  $\gamma_{\parallel}$  для продольной диффузии в нижней части графитовой сборки собирался пьедестал высотой  $\sim 50$  см, а пьедестал, используемый в измерениях  $\gamma_{\perp}$ , разбирался. В этих измерениях нейтронный источник устанавливался в центре внешней поверхности соответствующего пьедестала (рис. 12, б).

Для каждого положения пьедестала определение величин коэффициентов релаксации проводилось по измерению потока тепловых нейтронов соответственно в двух направлениях для  $\gamma_{\perp}$  и четырех направлениях параллельно оси  $Z$  в случае  $\gamma_{\parallel}$  (табл. 13). Все рассмотренные направления характеризуются минимальным влиянием высших гармоник.

Рис. 12. Схема расположения источника и детекторов в сборке К-01 при измерении коэффициента релаксации для поперечной (а) и продольной (б) диффузии: 1 – источник быстрых нейтронов; 2 – пьедестал; 3 – детектор

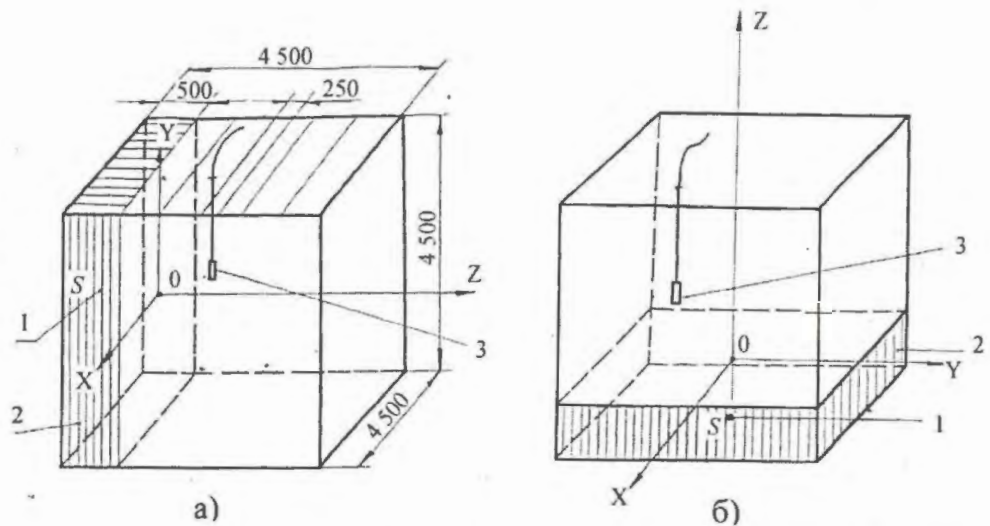


Таблица 13. Координаты точек измерения в плоскости (X, Y) при определении величин  $\gamma_{\perp}$  и  $\gamma_{\parallel}$  в сборке К-01

| Координаты точек измерения | Направление при определении $\gamma_{\perp}$ |    | Направление при определении $\gamma_{\parallel}$ |     |     |    |
|----------------------------|--|----|--|-----|-----|----|
|                            | 1  | 2  | 1  | 2   | 3   | 4  |
| x, см                      | -75  | 75 | 75   | -75 | -75 | 75 |
| y, см                      | 75   | 75 | -75  | -75 | 75  | 75 |

Детекторы располагались в межблочных отверстиях. При проведении измерений величины  $\gamma_{\perp}$  расстояние между соседними детекторами определялось шагом межблочных отверстий и равно 25 см. При определении коэффициентов релаксации  $\gamma_{\parallel}$  выбрана область измерения по оси Z от 150 до 325 см, а расстояние между соседними точками измерения составляло 12,5 см. Положение детектора по высоте кладки фиксировалось с помощью соответствующего приспособления. При выборе точек расположения детекторов учитывалась также необходимость достаточной статистики измерения (счета).

В табл. 14 приведены результаты определения коэффициентов релаксации  $\gamma_{\perp}$  и  $\gamma_{\parallel}$  для выбранных направлений (замеры по каждому направлению проводились по 3 раза). Как следует из результатов измерений, приведенных в табл. 14, различие между эксперименталь-

Таблица 14. Величины коэффициентов релаксации для поперечной и продольной диффузии

| Направление (табл. 13) | Результаты измерения коэффициентов релаксации $\gamma_{\perp}$ и $\gamma_{\parallel}$ (в скобках – погрешность аппроксимации коэффициента релаксации) |  |   |
|------------------------|---|--|---|
|                        | Поперечная диффузия $\gamma_{\perp}$ (рис. 12, а)   | Поперечная диффузия $\gamma_{\perp}^*$ | Продольная диффузия $\gamma_{\parallel}$ (рис. 12, б) |
| 1                      | 0,01616 (0,7 %)   | 0,01597 (0,4 %)                        | 0,01383 (0,4 %)                                       |
|                        | 0,01600 (0,4 %)   | 0,01600 (0,3 %)                        | 0,01383 (0,5 %)                                       |
|                        | 0,01589 (0,5 %)   | 0,01602 (0,6 %)                        | 0,01394 (0,5 %)                                       |
| 2                      | 0,01595 (0,4 %)   | 0,01588 (0,3 %)                        | 0,01380 (0,2 %)                                       |
|                        | 0,01586 (0,4 %)   | 0,01591 (0,6 %)                        | 0,01373 (0,2 %)                                       |
|                        | 0,01598 (0,5 %)   | 0,01583 (0,5 %)                        | 0,01382 (0,2 %)                                       |
| 3                      | –   | –                                      | 0,01382 (0,3 %)                                       |
|                        | –   | –                                      | 0,01385 (0,2 %)                                       |
|                        | –   | –                                      | 0,01387 (0,2 %)                                       |
| 4                      | –   | –                                      | 0,01391 (0,5 %)                                       |
|                        | –   | –                                      | 0,01407 (0,5 %)                                       |
|                        | –   | –                                      | 0,01396 (0,4 %)                                       |

\* Плоскость пьедестала повернута на угол  $90^{\circ}$  (относительно расположения на рис. 12, а)

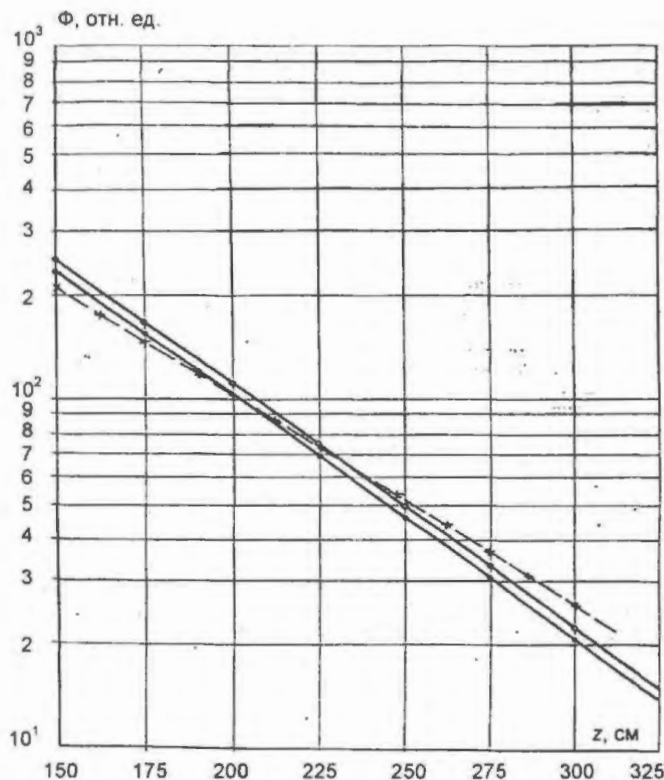


Рис. 13. Распределение потока тепловых нейтронов  $\Phi$  в сборке К-01 в поперечном и продольном направлениях относительно расположения каналов: •, ○ – распределения потоков при измерении поперечного коэффициента релаксации для двух взаимно перпендикулярных направлений; \* – при измерении продольного коэффициента релаксации;  $z$  – расстояние от источника тепловых нейтронов

соответствующие блоки ряда и на их место устанавливалось дистанционирующее устройство с кадмиевым покрытием.

В сборке К-02 с минимальной пористостью имеет место более быстрый спад потока нейтронов, чем в сборке К-01. Поэтому при определении коэффициентов релаксации выбрана область измерения по оси  $Z$  от 125 до 275 см. В эту область включены также точки измерения, в которых имеет место небольшой вклад высших гармоник в поток нейтронов (< 5%); при обработке результатов учитывались поправки, обусловленные влиянием этих гармоник. Определение коэффициентов релаксации проводилось по измерению потока тепловых нейтронов в двух направлениях для  $\gamma_{\perp}$  и  $\gamma_{\parallel}$  (табл. 15).

Таблица 15. Координаты точек измерения в плоскости ( $X, Y$ ) при определении величин  $\gamma_{\perp}$  и  $\gamma_{\parallel}$  в сборке К-02

| Координаты точек измерения | Направление при определении $\gamma_{\perp}$ |    | Направление при определении $\gamma_{\parallel}$ |    |
|----------------------------|--|----|--|----|
|                            | 1  | 2  | 1  | 2  |
| $x$ , см                   | -25  | 25 | -25  | 25 |
| $y$ , см                   | 75   | 75 | -75  | 75 |

ными значениями коэффициентов релаксации по выбранным направлениям для поперечной и продольной диффузии находится в пределах оцененной неопределенности. Поэтому можно говорить об однородности графитовой сборки К-01 как по вертикали, так и горизонтали.

В итоге получены следующие интервалы неопределенности для средних значений коэффициентов релаксации поперечной и продольной диффузии при доверительной вероятности  $P_c = 0,95$ :  $\gamma_{\perp} = (0,01594 \pm 0,00005) \text{ см}^{-1}$ ;  $\gamma_{\parallel} = (0,01387 \pm 0,00007) \text{ см}^{-1}$ . Как иллюстрация, на рис. 13 приведены экспериментальные распределения потока тепловых нейтронов, направленные на утечку с торца призмы в сборке.

5.3. *Определение коэффициентов релаксации в сборке К-02*, представляющей собой часть графитовой кладки стенда ГРОГ, в которой отверстия в блоках заполнены графитовыми пробками. С учетом достаточной представительности размер сборки составлял 1 500×4 500×4 500 мм ( $X, Y, Z$ ). Чтобы обеспечить выполнение условия равенства нулю потока нейтронов на плоской границе сборки, извлекались

В табл. 16 приведены результаты определения коэффициентов релаксации  $\gamma_{\perp}$  и  $\gamma_{\parallel}$  для выбранных направлений. Анализ данных, приведенных в табл. 16, показывает хорошую воспроизводимость определения коэффициентов релаксации по выбранным направлениям и позволяет сделать вывод об однородности сборки.

Т а б л и ц а 16. Величины коэффициентов релаксации для поперечной и продольной диффузии в сборке К-02

| Направление<br>(табл.15) | Результаты измерения коэффициентов релаксации $\gamma_{\perp}$ и $\gamma_{\parallel}$ (в скобках – погрешность аппроксимации коэффициента релаксации) |  |
|--------------------------|---|--|
|                          | Поперечная диффузия $\gamma_{\perp}$  | Продольная диффузия $\gamma_{\parallel}$ |
| 1                        | 0,02793 (0,5 %)   | 0,02755 (2,4 %)                          |
|                          | 0,02788 (0,4 %)   | 0,02773 (2,9 %)                          |
|                          | –   | 0,02784 (3,6 %)                          |
| 2                        | 0,02804 (0,7 %)   | 0,02764 (2,2 %)                          |
|                          | 0,02806 (0,6 %)   | 0,02700 (3,5 %)                          |
|                          | 0,02786 (0,5 %)   | 0,02696 (3,7 %)                          |

В итоге получены следующие интервалы неопределенности для средних значений коэффициентов релаксации поперечной и продольной диффузии при доверительной вероятности  $P_C = 0,95$ :  $\gamma_{\perp} = (0,02793 \pm 0,00011) \text{ см}^{-1}$ ;  $\gamma_{\parallel} = (0,02759 \pm 0,00039) \text{ см}^{-1}$ .

5.4. Оценка длин диффузии в сборках К-01, К-02 и анализ результатов измерений. Анализ и сравнение длин диффузии в сборках К-01, К-02 целесообразно провести, используя их оцененные значения для сплошной графитовой системы (без пористости). С этой целью для обработки экспериментальных данных, полученных на указанных сборках, применяются соответствующие теоретические формулы (14) и (15). Этот подход позволяет проверить согласованность полученных экспериментальных значений дляборок с различной пористостью и оценить применимость использованных формул для расчета таких систем. В табл. 17 приведены экспериментальные и расчетные значения длин диффузии ( $L_{\parallel}$ ,  $L_{\perp}$ ) в сборках К-01, К-02, а также в сплошной графитовой системе ( $L_0$ ).

При определении расчетного значения  $L_0^{(T)}$ , полученного с использованием паспортных данных на графитовые элементы, применялось соотношение

$$L_0^{(T)} = \frac{12,011}{6,023 \cdot 10^{23} \gamma_C} \sqrt{\frac{1}{3 \sigma_{\text{тр}}^{(C)} \bar{\sigma}_a^{(C)}}},$$

где  $\gamma_C = 1,689 \pm 0,001 \text{ г/см}^3$  – плотность графита по имеющимся паспортным данным;  $\bar{\sigma}_a^{(C)} = 3,59 \text{ мбарн}$  – среднее микроскопическое сечение поглощения в графите по паспортным данным;  $\sigma_{\text{тр}}^{(C)} = 4,56 \pm 0,18 \text{ барн}$  – табличное значение транспортного микросечения графита, которое вносит наибольшую погрешность в величину  $L_0^{(T)}$  (~ 4 %). В итоге получены следующие значения длины диффузии  $L_0^{(T)}$  и ее интервала неопределенности при доверительной вероятности  $P_C = 0,95$  и нормальном законе распределения:  $L_0^{(T)} = 53,2 \pm 1,1 \text{ см}$ . Методика оценки интервалов неопределенности изложена в приложении II.

При наличии пористости в кладках К-01 и К-02 учет поглощения нейтронов в воздухе вносит соответствующие поправки в значения длин диффузии  $L_{\parallel}$ ,  $L_{\perp}$  и  $L_0$ . Так, в сборке К-01 при пористости  $p = 0,52$  учет поглощения нейтронов в воздухе приводит к уменьшению длины диффузии на 3 %, а в сборке К-02 при  $p = 0,063$  – на 0,4 %. В табл. 17 расчетные значения  $L_{\parallel}$  и  $L_{\perp}$  приведены как без поправок, так и с учетом поправок на поглощение в воздухе. В величинах  $L_0(L_{\parallel})$  и  $L_0(L_{\perp})$ , полученных из экспериментальных результатов для различных направлений, учитывалась поправка на поглощение в воздухе.

Из результатов проведенного анализа можно сделать следующие выводы: экспериментальные значения длин диффузии  $L_{\parallel}$ ,  $L_{\perp}$  с учетом поправок на поглощение в воздухе совпадают в пределах интервалов неопределенности с соответствующими расчетными оценками, полученными по формулам (14), (15) с использованием паспортных данных на графитовые элементы; величины длин диффузии  $L_0(L_{\parallel})$  и  $L_0(L_{\perp})$ , полученные для различных направле-

**Т а б л и ц а 17.** Значения компонент  $L_{\parallel}$  и  $L_{\perp}$  тензора диффузии и оценка длины диффузии  $L_0$  в графитовых сборках К-01 и К-02 без пористости

| Сборка | Метод оценки                              | Вдоль каналов   |                      | Перпендикулярно каналам |                  |
|--------|---|-----------------|----------------------|-------------------------|------------------|
|        |   | $L_{\parallel}$ | $L_0(L_{\parallel})$ | $L_{\perp}$             | $L_0(L_{\perp})$ |
| К-01   | Эксперимент                               | $93,9 \pm 0,6$  | $54,1 \pm 0,7$       | $85,2 \pm 0,4$          | $54,3 \pm 0,7$   |
|        | Расчет:<br>без учета поглощения в воздухе | $95,0 \pm 2,6$  | –                    | $86,1 \pm 2,1$          | –                |
|        | с учетом поглощения в воздухе             | $92,2 \pm 2,6$  | –                    | $83,5 \pm 2,1$          | –                |
| К-02   | Эксперимент                               | $57,7 \pm 1,3$  | $54,1 \pm 1,3$       | $57,4 \pm 0,9$          | $54,1 \pm 0,9$   |
|        | Расчет:<br>без учета поглощения в воздухе | $56,9 \pm 1,1$  | –                    | $56,7 \pm 1,1$          | –                |
|        | С учетом поглощения в воздухе             | $56,8 \pm 1,1$  | –                    | $56,5 \pm 1,1$          | –                |

ний в сборках К-01 и К-02, практически совпадают; экспериментальное значение длины диффузии  $L_0 = 54,2 \pm 0,9$  см в сплошной графитовой системе совпадает в пределах интервалов неопределенности с расчетной величиной  $L_0^{(T)} = 53,2 \pm 1,1$  см (при доверительной вероятности 95 %); неопределенность расчетного значения  $L_0^{(T)}$  обусловлена в основном ошибкой в величине табличного значения транспортного сечения  $\sigma_{tr}^{(C)}$  (~ 4 %); погрешность величины микроскопического сечения поглощения графита, полученная с учетом интегральных данных, составляет ~ 6 %.

В итоге получена оценка для величины микроскопического сечения поглощения в графите с учетом измеренных интегральных данных в графитовой кладке стенда ГРОГ:  $\sigma_a^{(C)}(0,0253 \text{ эВ}) = 4,15 \pm 0,10(1\sigma)$  мбарн.

### Заключение

В инновационной атомной энергетике будут широко применяться ВТГР с графитовым замедлителем. В связи с этим важное значение имеют физические характеристики реакторного графита. В настоящей работе обобщены данные по физическим свойствам графита, полученные в РНЦ "КИ" на стендах АСТРА, РБМК и ГРОГ. В результате проведенной работы получены следующие основные результаты для российского реакторного графита. Средняя плотность графита, оцененная по имеющимся паспортным данным, составляет:

- $\gamma_C^{(П)} = 1,697 \pm 0,002(1\sigma)$  г/см<sup>3</sup> – для блоков стенда АСТРА;
- $\gamma_C^{(П)} = 1,720 \pm 0,009(1\sigma)$  г/см<sup>3</sup> – для блоков стенда РБМК;
- $\gamma_C^{(П)} = 1,689 \pm 0,001(1\sigma)$  г/см<sup>3</sup> – для блоков стенда ГРОГ.

В пределах неопределенности измерений имеет место совпадение экспериментальных значений длин диффузии в сплошной графитовой среде и соответствующих расчетных величин, полученных с использованием паспортных данных на графитовые изделия. В сплошном графите длина диффузии для штатной кладки стенда РБМК составляет 50,1 см, для модернизированной – 50,5 см, а для кладки стенда ГРОГ – 54,2 см.

На основе анализа результатов интегральных физических экспериментов на графитовых кладках стендов и паспортных данных по физическому индексу получены оценки микро-

скопических сечений поглощения тепловых нейтронов в графите с учетом примесей на один атом углерода:

- $\sigma_a^{(C)}(0,0253 \text{ эВ}) = 4,20 \pm 0,10(1\sigma)$  мбарн – кладка стенда АСТРА;
- $\sigma_a^{(C)}(0,0253 \text{ эВ}) = 4,36 \pm 0,19(1\sigma)$  мбарн – штатная кладка стенда РБМК;
- $\sigma_a^{(C)}(0,0253 \text{ эВ}) = 4,23 \pm 0,18(1\sigma)$  мбарн – модернизированная кладка стенда РБМК;
- $\sigma_a^{(C)}(0,0253 \text{ эВ}) = 4,15 \pm 0,10(1\sigma)$  мбарн – кладка стенда ГРОГ.

Полученные оценки микроскопических сечений примерно соответствуют эквивалентному содержанию в реакторном графите примеси 1 ppm вес. естественного бора (так называемый “борный эквивалент”). В процессе производства необходимо организовать неразрушающий контроль при определении чистоты реакторного графита, основанный на усовершенствованных интегральных физических измерениях, поскольку химические методы контроля являются разрушающими и малопредставительными ввиду чрезвычайно неравномерного распределения примесей по объему графитовых изделий.

Авторы весьма признательны научному сотруднику Р.П. Петрушенко за помощь при подготовке и оформлении данной работы.

*Контактная связь – Носов Виталий Иванович, тел.: (499)196-92-91, e-mail: rpp@adis.vver.kiae.ru*

### **Приложение I. Определение плотности графита в кладке стенда РБМК**

При монтаже штатной графитовой кладки стенда РБМК каждый графитовый блок взвешивался. Относительная погрешность массы равна  $\delta_m = 0,1 \%$ . Плотность каждого графитового блока определена делением результата взвешивания на объем блока, вычисленный с использованием средних размеров в диапазоне допусков. Относительная ошибка объема блока  $\delta_v = 0,41 \%$ . Эти погрешности массы и объема соответствуют максимальному отклонению в случае равновероятного распределения величин в пределах интервалов неопределенности. При этом стандартная погрешность плотности графитового блока ( $1\sigma$ ) равняется

$$\pm 0,004 \text{ г/см}^3: \delta\gamma_{бл} = \sqrt{(\delta_m / \sqrt{3})^2 + (\delta_v / \sqrt{3})^2}, \quad \sigma(\gamma_{бл}) = \gamma_{бл} \delta\gamma_{бл}.$$

Из 2 268 блоков кладки плотности графита известны для 2 252. По отдельным блокам значение плотности изменяется в пределах  $1,61 \dots 1,77 \text{ г/см}^3$  и имеет нормальный характер распределения. Однако неизвестны плотности 11-ти блоков нижнего слоя и пяти блоков второго ряда слоя. При монтаже кладки блоки старались располагать равномерно по плотности, сохраняя среднюю плотность по рядам и слоям. Средняя плотность графита по 2 252 блокам равна  $1,7146 \pm 0,0005 \text{ г/см}^3 (1\sigma)$ . Учитывая реальный разброс плотности блоков в разных областях кладки, особенно в периферийном ряду БО, в качестве погрешности средней плотности графита можно принять вышеприведенную величину средней квадратической погрешности  $1,715 \pm 0,004 \text{ г/см}^3$ . Если принять во внимание зазоры между блоками, вокруг втулок и технологического канала, то эффективная плотность сплошной графитовой кладки равна  $1,687 \pm 0,005 \text{ г/см}^3 (1\sigma)$ . При этом внутренний диаметр графитовой втулки принят равным внешнему среднему по допускам для диаметра 87,6 мм технологического канала.

Для большинства графитовых блоков модернизированной кладки имеются паспортные значения их плотности. Средняя плотность графита по высоте каждой колонны блоков, полученная при усреднении имеющихся паспортных данных, изменялась в диапазоне  $1,68 \dots 1,76 \text{ г/см}^3$ . При этом полный диапазон изменения плотности графитовых блоков кладки по паспортным данным составлял  $\gamma_i^{(n)} = 1,63 \dots 1,81 \text{ г/см}^3$ . В итоге средняя плотность всех блоков модернизированной кладки по паспортным данным равнялась  $\gamma_{бл}^{(n)} = 1,725 \text{ г/см}^3$ .

Значения плотности блоков в паспортах приведены с точностью до второго десятичного знака после запятой, и это обстоятельство вносит дополнительную погрешность при вычислении средней плотности. Для контроля паспортных данных, а также полученных оценок проведено взвешивание ста восьмигранных блоков и определены соответствующие параметры этой выборки, для которой диапазон изменения плотности блоков составлял  $\gamma_i = 1,680 \dots 1,801 \text{ г/см}^3$ :  $\gamma_{\text{бл}}^{(100)} \pm \sigma_{\gamma}^{(100)} = 1,733 \pm 0,003 \text{ г/см}^3 (1\sigma)$ .

Как следует из вышеприведенных данных, средняя плотность  $\gamma_{\text{бл}}^{(100)}$  по выборке незначительно отличается от средней плотности  $\gamma_{\text{бл}}^{(n)}$ , полученной по паспортным данным для модернизированной кладки, – на 0,5 %. Поэтому за среднюю плотность графита для модернизированной кладки принята величина по паспортным данным с оценкой ее среднеквадратической погрешности:  $1,725 \pm 0,009 \text{ г/см}^3 (1\sigma)$ . Для средней плотности кладки вне вертикальных пустот, т.е. каналов  $\varnothing 89 \text{ мм}$  и полостей сечением  $103 \times 103 \text{ мм}$ , получена величина  $\gamma_{\text{с}} = 1,701 \pm 0,009 \text{ г/см}^3 (1\sigma)$ . При оценке указанной погрешности учитывались погрешности объема блока, плотности за счет взвешивания блоков, плотности втулок, а также вклад неопределенности зазоров между блоками и между втулками и блоками.

### Приложение II. Методика оценки неопределенности результатов измерений

При определении доверительных погрешностей (неопределенностей) использовался метод квантильных оценок [18, 19]. По определению величина квантиля  $X_p$  для заданного уровня вероятности  $P$  находится из решения интегрального соотношения (при  $0 \leq P \leq 1$ )

$$F(X_p) = \int_{-\infty}^{X_p} f(x) dx = P, \text{ где } F(X_p) \text{ – функция распределения вероятностей случайной величин } X; f(x) \text{ – плотность распределения вероятностей } \left( \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \right).$$

Интервал значений случайной величины  $X$  между двумя квантилями называется интерквантильным промежутком  $d_{P_C}$  (доверительный интервал или интервал неопределенности) с доверительной вероятностью  $P_C$ . На основании такого подхода вводится понятие квантильных оценок неопределенностей  $\Delta_{P_C}$  (расширенная неопределенность), которые характеризуют границы доверительного интервала  $d_{P_C}$ , т.е.  $\pm \Delta_{P_C} = \pm d_{P_C} / 2$ .

В общем случае величина расширенной неопределенности  $\Delta_{P_C}$  определяется как произведение суммарного стандартного отклонения  $\sigma_X$  на коэффициент охвата  $K_{P_C}$ :  $\pm \Delta_{P_C} = K_{P_C} \sigma_X$ , где  $K_{P_C}$  – коэффициент охвата, величина которого зависит от закона распределения вероятностей и величины доверительной вероятности  $P_C$ . Для оценки расширенной неопределенности разумным приближением служит применение коэффициента охвата для нормального закона распределения. В этом случае при доверительной вероятности  $P_C = 0,95$  коэффициент охвата  $K_{P_C}$  равен 1,96.

В общем случае величина расширенной неопределенности  $\Delta_{P_C}$  определяется как произведение суммарного стандартного отклонения  $\sigma_X$  на коэффициент охвата  $K_{P_C}$ :  $\pm \Delta_{P_C} = K_{P_C} \sigma_X$ , где  $K_{P_C}$  – коэффициент охвата, величина которого зависит от закона распределения вероятностей и величины доверительной вероятности  $P_C$ . Для оценки расширенной неопределенности разумным приближением служит применение коэффициента охвата для нормального закона распределения. В этом случае при доверительной вероятности  $P_C = 0,95$  коэффициент охвата  $K_{P_C}$  равен 1,96.

Определение относительных дисперсий  $S^2(L_{\perp})$  и  $S^2(L_{\parallel})$ , которые зависят от случайных эффектов, и относительных дисперсий  $\theta^2(L_{\perp})$  и  $\theta^2(L_{\parallel})$ , обусловленных постоянными факторами, проводилось с использованием соотношений

$$S^2(L_{\perp}) = \frac{1}{4} \frac{\gamma_{\parallel}^4}{(\gamma_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2)^2 (\gamma_{\parallel}^2 \gamma_{\perp}^2 - B_{\parallel}^2 B_{\perp}^2)} \left[ \gamma_{\perp}^4 (\gamma_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2)^2 \varepsilon_{\gamma_{\perp}}^2 + B_{\perp}^4 (B_{\parallel}^2 + \gamma_{\perp}^2)^2 \varepsilon_{\gamma_{\parallel}}^2 \right],$$

$$\theta^2(L_{\perp}) = 0,3 \frac{B_{\perp}^4}{(\gamma_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2)^2 (\gamma_{\parallel}^2 \gamma_{\perp}^2 - B_{\parallel}^2 B_{\perp}^2)^2} \left[ \gamma_{\parallel}^4 (\gamma_{\perp}^2 + B_{\parallel}^2)^2 \theta_{B_{\perp}}^2 + B_{\parallel}^4 (\gamma_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2)^2 \theta_{B_{\parallel}}^2 \right],$$

$$S^2(L_{\parallel}) = \frac{1}{4} \frac{\gamma_{\perp}^4}{(\gamma_{\perp}^2 + B_{\parallel}^2)^2 (\gamma_{\parallel}^2 \gamma_{\perp}^2 - B_{\parallel}^2 B_{\perp}^2)^2} \left[ B_{\parallel}^4 (\gamma_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2)^2 \varepsilon_{\gamma_{\perp}}^2 + \gamma_{\parallel}^4 (\gamma_{\perp}^2 + B_{\parallel}^2)^2 \varepsilon_{\gamma_{\parallel}}^2 \right],$$

$$\theta^2(L_{\parallel}) = 0,3 \frac{B_{\parallel}^4}{(\gamma_{\perp}^2 + B_{\parallel}^2)^2 (\gamma_{\parallel}^2 \gamma_{\perp}^2 - B_{\parallel}^2 B_{\perp}^2)^2} \left[ \gamma_{\perp}^4 (\gamma_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2)^2 \theta_{B_{\parallel}}^2 + B_{\perp}^4 (\gamma_{\perp}^2 + B_{\parallel}^2)^2 \theta_{B_{\perp}}^2 \right].$$

Для верхней оценки суммарных стандартных отклонений  $\sigma(L_{\perp})$  и  $\sigma(L_{\parallel})$ , которые характеризуют неопределенность величин длин диффузии для поперечной и продольной диффузии нейтронов, применялись следующие соотношения, которые получены при коэффициенте корреляции, равном единице:  $\sigma(L_{\perp}) = S(L_{\perp}) + \theta(L_{\perp})$ ,  $\sigma(L_{\parallel}) = S(L_{\parallel}) + \theta(L_{\parallel})$ .

### Список литературы

1. *Кiryushin A.I., Ponomarev-Stepnoi N.N., Glushkov E.S. и др.* Роль и место газоохлаждаемых реакторов в структуре ядерного энергоснабжения // Атомная энергия, 1999, т. 87, вып. 2. – С. 87 – 91.
2. *Kiryushin A.I., Ponomarev-Stepnoi N.N., Glushkov E.S. et al.* Project of the GT-MHR high-temperature helium reactor with gas turbine // Nucl. Eng. and Des., 1997, v. 173, p. 119 – 129.
3. *Mulder E.J.* Pebble Bed Reactor with Equalized Core Power Distribution Inherently Safe and Simple, Forschungszentrum Jülich, JÜL-3632, Jan. 1999.
4. *Ponomarev-Stepnoi N.N., Kukharkin N.E., Glushkov E.S. et al.* Experiments on HTR criticality parameters at the ASTRA facility of the Kurchatov Institute // Nucl. Eng. and Des., 2003, v. 222, p. 215 – 229.
5. *Доллежалъ Н.А., Емельянов И.Я.* Канальный ядерный энергетический реактор. – М.: Атомиздат, 1980.
6. *Merkin V.I.* First Nuclear Reactor on the Eurasian Continent / In: Proc. of the Fifth Int. Conf. on Nuclear Criticality Safety, Albuquerque, USA, 1995, 17 – 21 September, v. 1, p. 3 – 11.
7. *Kachanov V.M., Kuz'min A.N., Zhitarev V.E.* (Russian Research Center Kurchatov Institute), *Dean V.F.* (Idaho National Engineering and Environmental Laboratory). RBMK Graphite Reactor: Uniform Configurations of U (1.8, 2.0, or 2.4 %  $^{235}\text{U}$ )O<sub>2</sub> Fuel Assemblies, and Configurations of U(2.0 %  $^{235}\text{U}$ )O<sub>2</sub> Assemblies with Empty Channels, Water Columns, and Boron or Thorium Absorbers, with or without Water in Channels. NEA/NSC/DOC/(95)03/IV // Int. Handbook of Evaluated Criticality Safety Benchmark Experiments, 2004, September 30, v. IV, LEU-COMP-THERM-060.
8. *Пonomarev-Stepnoi N.N., Бурлаков Е.В., Глушков Е.С. и др.* Физические характеристики реакторного графита. Препринт РНЦ "КИ", ИАЭ-6459/4, 2007.
9. *Bakulin V., Garin V.P., Glushkov E.S. et al.* Study of HTGR Nuclear Criticality Safety at the GROG and ASTRA Facilities / In: Proc. of the Fifth Int. Conf. on Nuclear Criticality Safety, Albuquerque, USA, 1995, 17 – 21 September, v. 1, p. 18 – 24.
10. *Пonomarev-Stepnoi N.N., Кухаркин Н.Е., Глушков Е.С. и др.* Эксперименты на критическом стенде Астра в обоснование нейтронно-физических параметров ВТГР модульного типа. Препринт ИАЭ-6340/4, 2004.
11. *Белл Д., Глестон С.* Теория ядерных реакторов. – М.: Атомиздат, 1974.
12. *Valente F.A.* Практическое руководство по экспериментальной физике реакторов (пер. с англ.). – М.: Атомиздат, 1965.
13. *Григорьев И.С., Новиков В.М.* Диффузия нейтронов в гетерогенных средах. – М.: Атомиздат, 1966.
14. *Behrens D.J.* The Effects of Holes in Reactor Materials in the Passage of Neutrons // Proc. Phys. Soc. A, 1949, v. 62.
15. *Carter C.J.* // Nucl. Energy Part A, 1961, v. 15, p. 76.

16. Качанов В.М., Кузьмин А.Н., Каманин П.М., Ластунов А.М. Влияние технологических допусков элементов однородных критических сборок из ТВС РБМК на эффективный коэффициент размножения / Матер. 3-го Всес. семинара по проблемам физики реактора. Сб. докладов. – М.: ЦНИИАтоминформ, 1983. – С. 46 – 52.
17. Аникина Л.А., Каминский А.С., Субботин Е.С. Измерение диффузионной длины графитовой кладки усовершенствованным методом призмы // ВАНТ. Сер.: Ядерные константы, вып. 4 (53). – М.: ЦНИИАтоминформ, 1983. – С. 11 – 48.
18. Носов В.И., Гарин В.П., Компаниец Г.В., Петрушенко Р.П. Оценка неопределенностей при обработке результатов измерений физических величин в реакторной технике. Препринт РНЦ “КИ”, ИАЭ-6315/15, 2004.
19. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоиздат, 1985.

Статья поступила в редакцию 6 марта 2008 г.  
Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2008, вып. 2, с. 57 – 82.

УДК 621.039.534.37

**Статистическая обработка характеристик шаровых тепловыделяющих, графитовых и поглощающих элементов ВТГР для стенда АСТРА**

*Н.Н. Пономарев-Степной, Е.С. Глушков, В.П. Гарин, В.Н. Гребенник, А.Е. Глушков, А.А. Зимин, Г.В. Компаниец, Н.Е. Кухаркин, В.И. Носов, С.Г. Недорезов, Д.Н. Поляков, Р.П. Петрушенко, О.Н. Смирнов, Е.И. Чуняев, В.Ф. Бояринов, В.А. Невиница, П.А. Фомищенко,*  
ФГУ РНЦ “Курчатовский институт”, 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

С помощью процедур математической статистики проведена обработка имеющейся информации по характеристикам изготовленных шаровых элементов, применяемых при проведении нейтронно-физических экспериментов на критическом стенде АСТРА. Разработан алгоритм и составлена программа статистической обработки данных по шаровым твэлам ВТГР, шаровым графитовым (ГЭ) и поглощающим (ПЭ) элементам. Проведен статистический анализ и сделано обобщение полученных результатов обработки.

**Statistical processing of characteristics of HTGR spherical fuel, graphite and absorption elements at the ASTRA facility.** N.N. Ponomarev-Stepnoi, E.S. Glushkov, V.P. Garin, V.N. Grebennik, A.E. Glushkov, A.A. Zimin, G.V. Kompaniets, N.E. Kukharkin, V.I. Nosov, S.G. Nedorezov, D.N. Polyakov, R.P. Petrushenko, O.N. Smirnov, E.I. Chunyaev, V.F. Boyarinov, V.A. Nevinitsa, P.A. Fomichenko. Available data on characteristics of the produced spherical fuel elements used in neutronics experiments at the ASTRA critical facility were processed by means of mathematical statistics procedures. An algorithm and a code for statistical processing of data on HTGR spherical fuel elements, spherical graphite elements and absorber elements were developed. The statistical analysis was performed, and the processing results were generalized.

В РНЦ “КИ” находится действующий стенд АСТРА [1...4], на критических сборках которого моделируются особенности физики разрабатываемых высокотемпературных газоохлаждаемых реакторов (ВТГР) и проводятся необходимые нейтронно-физические исследования с целью верификации расчетных программ, используемых для обоснования основных параметров и обеспечения безопасности проектируемых установок ВТГР [5, 6].

В последнее время на этом стенде проводились эксперименты на критических сборках, моделирующих физические особенности высокотемпературных реакторов с кольцевой активной зоной (типа ГТ-МГР [6] и RBMR [7]). Высокотемпературные графитовые реакторы этого типа относятся к четвертому поколению и являются одним из удачных решений для расширения применения ядерной энергии при производстве как электроэнергии, так и высокотемпературного тепла для разных технологических целей, включая получение водорода.

При изучении разрабатываемых систем важное значение имеет определение с необходимой точностью характеристик основных компонентов критическихборок и их технологических неопределенностей. К числу основных компонентов критическихборок стенда АСТРА относятся шаровые графитовые твэлы, в состав которых входит большое количество микротопливных частиц с многослойным покрытием, шаровые ГЭ и ПЭ. В работах [8, 9] на основе паспортных данных предприятий-изготовителей с помощью процедур математической статистики проанализированы и обобщены характеристики микротоплива с многослойным покрытием, входящего в состав шаровых твэлов ВТГР критического стенда АСТРА. В результате проведенного анализа найдены средние значения параметров микротоплива и сделана оценка их неопределенностей.

Имеющаяся информация по характеристикам вышеперечисленных компонентов критическихборок и результаты проведенных выборочных измерений обработаны, а затем проанализированы с помощью процедур математической статистики [10, 11]. В процессе анализа информации строились статистические контрольные карты качества. В данной статье приведены основные результаты проведенного исследования.

## 1. Статистическая обработка информации по шаровым твэлам

1.1. *Общая характеристика шаровых твэлов.* Критическая сборка с кольцевой активной зоной на стенде АСТРА представляет собой прямой графитовый круговой цилиндр, в средней части которого имеется полость, заполняемая шаровыми элементами (рис. 1 предыдущей статьи). Шаровой твэл имеет наружный диаметр  $60^{+0,3}$  мм и состоит из шарового топливного сердечника (ТС) диаметром  $50^{+0,5}$  мм и графитовой оболочки в форме сферического слоя толщиной около 5 мм, покрывающего ТС снаружи (рис. 1). ТС представляет собой графитовую матрицу, в которой равномерно случайным образом распределены топливные частицы с многослойным покрытием, имеющие сферическую форму.

Параметры микротоплива разных поставок не имеют статистически значимых различий, поэтому рекомендуется использовать следующие параметры микротоплива с неопределенностью  $\pm 1\sigma$ .

Микротопливо: диаметр  $d_{\text{мт}} = 1\,059 \pm 12$  мкм, доля урана 33,73  $\pm$  0,47 (% по массе); ядро из  $\text{UO}_2$  – диаметр  $d_{\text{UO}_2} = 511 \pm 5$  мкм, плотность с учетом примесей  $\gamma_{\text{UO}_2} = 10,27 \pm 0,10$  г/см<sup>3</sup> (без примесей 10,25066 г/см<sup>3</sup>); обогащение  $^{235}\text{U} - G_5 = 20,91 \pm 0,03$  (% по массе).

Покрытие микротоплива:

слой 1 (буферный) из пироуглерода (PyC) – толщина  $t_1 = 94 \pm 7$  мкм, плотность с учетом примесей  $\gamma_1 = 1,01 \pm 0,01$  г/см<sup>3</sup> (без примесей 1,0081 г/см<sup>3</sup>);

слой 2 (плотный) из PyC – толщина  $t_2 = 72 \pm 4$  мкм, плотность с учетом примесей  $\gamma_2 = 1,95 \pm 0,03$  г/см<sup>3</sup> (без примесей 1,94633 г/см<sup>3</sup>);

слой 3 из карбида кремния – толщина  $t_3 = 51 \pm 1$  мкм, плотность с учетом примесей  $\gamma_3 = 3,26 \pm 0,03$  г/см<sup>3</sup> (без примесей 3,25386 г/см<sup>3</sup>);

внешний слой 4 (плотный) из PyC – толщина  $t_4 = 57 \pm 1$  мкм, плотность с учетом примесей  $\gamma_4 = 1,89 \pm 0,03$  г/см<sup>3</sup> (без примесей 1,88644 г/см<sup>3</sup>).

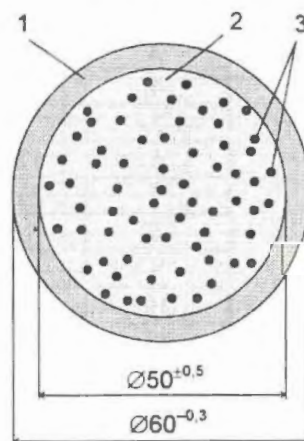


Рис. 1. Схема поперечного сечения шарового твэла ВТГР с микротопливом: 1 – графитовая оболочка; 2 – ТС; 3 – частицы микротоплива (размеры даны в мм)

Содержание примесей в микротопливе (кern + 4 слоя покрытия), % по массе: Fe – 0,144; Cr – 0,015; Ni – 0,008; B –  $3,2 \cdot 10^{-5}$ ; Li –  $3,0 \cdot 10^{-5}$ ; V – 0,003; W – 0,003; Co – 0,001; Cd –  $3,0 \cdot 10^{-5}$ ; Hf – 0,003; Zr – 0,01; Mn – 0,0012.

Изотопный состав урана в микротопливе получен на основании статистической обработки паспортных данных и результатов масс-спектрометрических испытаний образцов микротоплива, % по массе  $\pm 1\sigma$ :  $^{234}\text{U}$  –  $0,197 \pm 0,003$ ;  $^{235}\text{U}$  –  $20,91 \pm 0,03$ ;  $^{236}\text{U}$  –  $0,162 \pm 0,003$ ;  $^{238}\text{U}$  – 78,731.

Для проведения нейтронно-физических экспериментов для стенда АСТРА получены 173 партии шаровых твэлов в поставке 1 и 70 партий в поставке 2. Каждая изготовленная партия твэлов имеет регистрационный паспорт, в котором приводятся следующие основные данные: заводской номер партии с датой выпуска; число  $n_i$  шаровых твэлов в изготовленной партии  $i$ ; диаметр шаровых твэлов ( $60^{+0,3}$  мм); масса нетто всех шаровых твэлов в этой партии ( $M_i$ ); масса урана общего ( $P_{U_i}$ ); ссылка на паспорт партии микротоплива, применявшейся при изготовлении данной партии твэлов; обогащение  $G_{5_i}$  по  $^{235}\text{U}$  (% по массе); масса  $^{235}\text{U}$  в партии ( $W_{5_i}$ , г); загрузка  $^{235}\text{U}$  в твэле партии  $i$  (г/твэл); содержание  $^{238}\text{U}$  и  $^{235}\text{U}$  в графитовой матрице (соответственно  $< 0,5 \cdot 10^{-4}$  и  $1 \cdot 10^{-6}$  % по массе);  $F_i$  – физический коэффициент шаровых твэлов (в паспорте – коэффициент опасности), который интегрально характеризует поглощение нейтронов всеми регистрируемыми элементами примесей в твэле (кроме  $^{235}\text{U}$  и  $^{238}\text{U}$ ). Паспортные данные всех партий шаровых твэлов статистически обработаны на первом этапе расчета по годам изготовления партий, а затем полученные результаты обобщены по каждой поставке. Результаты обработки приводятся ниже.

1.2. Оценка средних параметров шаровых твэлов. В табл. 1 приведены результаты статистической обработки паспортных данных 17-ти партий шаровых твэлов поставки 1, вы-

Т а б л и ц а 1. Результаты статистической обработки паспортных данных партий твэлов поставки 1 (1983 г.)

| Партия $i$                  | Число твэлов $n_i$ | Масса твэла $\bar{m}_i$ , г | Масса U в твэле $\bar{p}_{U_i}$ , г | Обогащение $^{235}\text{U} - \bar{G}_{5_i}$ , % по массе | Масса $^{235}\text{U}$ в твэле $\bar{w}_{5_i}$ , г | Физический коэффициент $\bar{F}_i$ |
|-----------------------------|--------------------|-----------------------------|-------------------------------------|--|--|------------------------------------|
| 1                           | 300                | 212,91                      | 2,439                               | 20,91  | 0,510  | 1,86                               |
| 2                           | 210                | 213,90                      | 2,439                               | 20,91  | 0,510  | 1,85                               |
| 3                           | 140                | 213,89                      | 2,440                               | 20,91  | 0,510  | 1,75                               |
| 4                           | 17                 | 214,94                      | 2,439                               | 20,91  | 0,510  | 1,86                               |
| 5                           | 27                 | 210,37                      | 2,439                               | 20,91  | 0,510  | 1,85                               |
| 6                           | 120                | 213,43                      | 2,440                               | 20,91  | 0,510  | 1,25                               |
| 7                           | 211                | 214,10                      | 2,440                               | 20,91  | 0,510  | 1,83                               |
| 8                           | 15                 | 209,33                      | 2,440                               | 20,91  | 0,510  | 1,83                               |
| 9                           | 180                | 214,53                      | 2,440                               | 20,91  | 0,510  | 1,20                               |
| 10                          | 49                 | 214,04                      | 2,440                               | 20,91  | 0,510  | 1,83                               |
| 11                          | 286                | 213,69                      | 2,438                               | 20,91  | 0,510  | 1,82                               |
| 12                          | 261                | 211,74                      | 2,438                               | 20,91  | 0,510  | 1,75                               |
| 13                          | 10                 | 208,80                      | 2,439                               | 20,91  | 0,510  | 1,86                               |
| 14                          | 13                 | 209,46                      | 2,438                               | 20,91  | 0,510  | 1,82                               |
| 15                          | 109                | 210,73                      | 2,438                               | 20,91  | 0,510  | 1,74                               |
| 16                          | 111                | 211,00                      | 2,438                               | 20,91  | 0,510  | 1,74                               |
| 17                          | 143                | 213,84                      | 2,439                               | 20,91  | 0,510  | 1,93                               |
| По всем партиям             | 2 202              | 213,11                      | 2,439                               | 20,91  | 0,510  | 1,74                               |
| Стандарт $\sigma_{\bar{x}}$ | –                  | 0,31                        | 0,001                               | 0,00   | 0,000  | 0,06                               |

пущенных в течение 1983 г. Оценки параметров твэлов, приведенных в табл. 1, получены следующим образом:  $\bar{m}_i = M_i / n_i$  – средняя масса одного твэла в партии  $i$ ;  $\bar{p}_{U_i} = P_{U_i} / n_i$  – средняя масса урана общего в одном твэле;  $\bar{w}_{s_i} = W_{s_i} / n_i$  – средняя масса  $^{235}\text{U}$  в одном твэле;

$N_j = \sum_{i=1}^{K=17} n_i$  – полное число твэлов, изготовленных в течение одного года  $j$ .

Для оценки средних значений  $\hat{m}$ ,  $\hat{p}_U$ ,  $\hat{w}_s$ ,  $\hat{G}_s$ ,  $\hat{F}$  по всем партиям твэлов, изготовленных в течение одного года, использовалось следующее соотношение с учетом статистического вклада каждой партии:  $\hat{x} = \alpha_1 \bar{x}_1 + \dots + \alpha_i \bar{x}_i + \dots + \alpha_k \bar{x}_k$ , где  $\bar{x}_i$  – усредняемый параметр твэла;  $\alpha_i$  – соответствующий статистический множитель, определяющий вклад данных партии  $i$  в годовой выпуск твэлов;  $\alpha_i = n_i / \sum_{i=1}^{K=17} n_i$  при усреднении параметров  $\bar{m}_i$ ,  $\bar{p}_{U_i}$ ,  $\bar{w}_{s_i}$ ;

$\alpha_i = P_{U_i} / \sum_{i=1}^{K=17} P_{U_i}$  при усреднении величины обогащения  $\bar{G}_{s_i}$ ;  $\alpha_i = M_i / \sum_{i=1}^{K=17} M_i$  при усреднении физического коэффициента  $\bar{F}_i$ ;  $\sigma_{\bar{x}}^2 = \sum_{i=1}^K (\bar{x}_i - \hat{x})^2 / (K(K-1))$  – оценка дисперсии среднеарифметического значения анализируемого параметра  $\bar{x}_i$  (в табл. 1 даны стандарты  $\sigma_{\bar{x}}$  для соответствующих параметров).

Аналогичным образом произведена статистическая обработка паспортных данных партий для каждого года выпуска поставок 1 и 2. В табл. 2 приведены итоговые результаты статистической обработки параметров твэлов ( $\hat{x}$ ) на основе паспортных данных по годам выпуска партий шаровых твэлов в поставках 1 и 2.

Т а б л и ц а 2. Итоговые результаты статистической обработки паспортных данных шаровых твэлов поставок 1 и 2

| Год $j$ выпуска | Число $N_j$ твэлов | Масса твэла $\hat{m}_j$ , г | Масса U в твэле $\hat{p}_{Uj}$ , г | Обогащение $^{235}\text{U}$ – $\hat{G}_{s_j}$ , % по массе | Масса $^{235}\text{U}$ в твэле $\hat{w}_{s_j}$ , г | Физический коэффициент $\hat{F}_j$ |
|-----------------|--------------------|-----------------------------|------------------------------------|--|--|------------------------------------|
| Поставка 1      |                    |                             |                                    |  |  |                                    |
| 1 – 1983 г.     | 2 202              | 213,11                      | 2,439                              | 20,91  | 0,510  | 1,74                               |
| 2 – 1984 г.     | 7 748              | 214,14                      | 2,442                              | 20,93  | 0,511  | 2,08                               |
| 3 – 1985 г.     | 10 000             | 215,83                      | 2,430                              | 20,97  | 0,510  | 2,85                               |
| 4 – 1986 г.     | 9 017              | 216,45                      | 2,433                              | 20,96  | 0,510  | 2,17                               |
| 5 – 1987 г.     | 5 000              | 216,84                      | 2,437                              | 20,93  | 0,510  | 2,27                               |
| Поставка 2      |                    |                             |                                    |  |  |                                    |
| 1 – 1984 г.     | 1 500              | 212,67                      | 2,483                              | 20,54  | 0,510  | 1,27                               |
| 2 – 1985 г.     | 2 347              | 213,19                      | 2,462                              | 20,82  | 0,513  | 1,40                               |
| 3 – 1986 г.     | 2 376              | 211,10                      | 2,453                              | 20,79  | 0,510  | 1,67                               |
| 4 – 1987 г.     | 3 028              | 209,80                      | 2,438                              | 20,98  | 0,511  | 1,36                               |

1.3. *Обобщенные результаты статистической обработки паспортных данных.* При их оценке за весь период изготовления поставок 1 и 2 применялось соотношение

$x_m = \beta_1 \hat{x}_1 + \dots + \beta_j \hat{x}_j + \dots + \beta_i \hat{x}_i$ , где  $\beta_j$  – соответствующий статистический множитель, характеризующий вклад партий твэлов данного года  $j$  изготовления в поставки 1 или 2;  $\hat{x}_j$  – значение анализируемого параметра, полученного при усреднении паспортных данных твэлов

за один год  $j$  изготовления (табл. 2);  $t = 5$  лет в случае поставки 1 и  $t = 4$  года для поставки 2. Для поставок 1 и 2 при оценке итоговых параметров  $m_{av}$ ,  $p_{Uav}$ ,  $w_{sav}$  статистический весовой множитель  $\beta_j$  определялся как отношение  $N_j / \sum_{j=1}^t N_j$ , а при оценке параметров  $G_{sav}$  и  $F_{av}$  как отношение  $P_{Uj} / \sum_{j=1}^t P_{Uj}$  и  $M_j / \sum_{j=1}^t M_j$ , соответственно.

При расчете дисперсии  $S_{av}^2$  использовалось следующее соотношение (с учетом числа степеней свободы  $N_j - 1$ ):  $S_{av}^2 = \sum_{j=1}^t (N_j - 1) S_{\hat{x}_j}^2 / \sum_{j=1}^t (N_j - 1)$ , где  $S_{\hat{x}_j}^2$  — соответствующие дисперсии параметров  $\hat{m}_j$ ,  $\hat{p}_{Uj}$ ,  $\hat{w}_{sj}$ ,  $\hat{G}_{sj}$  и  $\hat{F}_j$ . В табл. 3 приводятся обобщенные результаты статистической обработки паспортных данных шаровых твэлов поставок 1 и 2 за весь период их изготовления.

**Т а б л и ц а 3.** Обобщенные результаты статистической обработки паспортных данных партий шаровых твэлов за весь период изготовления поставок 1 и 2

| Количество $N$<br>твэлов в по-<br>ставках 1 и 2 | Средние значения параметров |                                  |  |  |   |
|---|-----------------------------|----------------------------------|--|--|---|
|   | Масса твэла<br>$m_{av}$ , г | Масса U в<br>твэле $p_{Uav}$ , г | Обогащение<br>$^{235}\text{U}$ — $G_{sav}$ ,<br>% по массе | Масса $^{235}\text{U}$<br>в твэле<br>$w_{sav}$ , г | Физический<br>коэффици-<br>ент $F_{av}$ |
| Поставка 1 (1983 – 1987 гг.)                    |                             |                                  |  |  |   |
| 33 967  | 215,58                      | 2,435                            | 20,95  | 0,510  | 2,34                                    |
| Стандарт $S_{sav1}$                             | 0,20                        | 0,002                            | 0,01   | 0,001  | 0,08                                    |
| Поставка 2 (1984 – 1987 гг.)                    |                             |                                  |  |  |   |
| 9 251   | 211,43                      | 2,455                            | 20,82  | 0,511  | 1,44                                    |
| Стандарт $S_{sav2}$                             | 0,38                        | 0,004                            | 0,02   | 0,001  | 0,05                                    |

Как следует из приведенных в табл. 3 данных, различие между средними значениями массы  $^{235}\text{U}$  ( $w_{sav}$ ) в шаровом твэле первой и второй поставок статистически незначимо, поскольку для разности  $|Dx| = |w_{sav,1} - w_{sav,2}| = 0,001$  г выполняется следующее неравенство при доверительной вероятности  $P_C = 0,95$  [10, 11]:  $|Dx| \leq 2\sqrt{S_{sav1}^2(w_{sav}) + S_{sav2}^2(w_{sav})} = 0,003$  г. В связи с этим необходимо отметить, что основная характеристика изготовленных шаровых твэлов по содержанию  $^{235}\text{U}$  удовлетворяет требованиям, предъявляемым при проведении нейтронно-физических экспериментов на стенде АСТРА.

1.4. *Результаты статистической обработки подтверждающих измерений.* Контрольные измерения массы и диаметра шаровых твэлов проведены в РНЦ “КИ” методом неразрушающего контроля для выборки объемом 20 твэлов из поставки 2. Для взвешивания шаровых твэлов применялись электронные весы фирмы Меттлер – Толодо (серия PR2002), у которых величина абсолютной погрешности измерения массы составляет  $\pm 0,03$  г. Для определения диаметра шаровых ГЭ использовался микрометр МК-75 с пределами измерений от 50 до 75 мм, у которого цена одного деления измерения составляет 0,01 мм и допустимая погрешность измерения  $\pm 0,0004$  см [12]. Диаметр каждого шарового твэла измерялся в трех разных диаметральных направлениях, а затем полученные результаты усреднялись (всего 60 замеров).

Применение измерительных устройств приводит к необходимости рассмотрения двух категорий неопределенностей (типов А и В), обусловленных соответственно случайными и

систематическими эффектами [10]. Компоненты неопределенности типа  $A$  характеризуются стандартным отклонением  $s_A$  и оцениваются путем статистического анализа результатов измерений входной величины. При статистической обработке результатов измерений получены следующие оценки для среднего значения наружного диаметра твэла  $\bar{d}_{\text{ТВ}}$  и экспериментального стандартного отклонения среднего  $s_A(\bar{d}_{\text{ТВ}})$ :  $\bar{d}_{\text{ТВ}} = 5,985$  см,  $s_A(\bar{d}_{\text{ТВ}}) = 0,002$  см.

Систематическая погрешность часто рассматривается как стандартная неопределенность типа  $B$ , которая характеризуется оптимальной оценкой стандартного отклонения  $s_B$ , основанной на имеющейся информации о вероятности распределения измеряемой величины. В суммарной дисперсии  $\sigma^2$  стандартная неопределенность систематической погрешности учитывается таким же образом, как другие неопределенности, т.е.  $\sigma^2 = s_A^2 + s_B^2$ . При отсутствии сведений о вероятности распределения обычно полагают, что функция распределения вероятностей относится к классу высокоэнтропийных симметричных распределений (от равномерного до нормального). В рассматриваемом случае в предположении равномерного распределения, имеющего минимальное значение энтропийного коэффициента в этом классе распределений ( $k_e = 1,73$ ) [11], стандартная неопределенность равна  $s_B(\bar{d}_{\text{ТВ}}) = 0,0004 / \sqrt{3} \approx 0,0002$  см. Таким образом,  $\sigma = 0,002$  см и наружный диаметр шарового твэла равен  $d_{\text{ТВ}} = 5,985 \pm 0,002(1\sigma)$  см.

В результате взвешивания 20-ти твэлов из поставки 2 получены следующие оценки для среднего значения массы  $\bar{m}_{\text{ТВ}}$  одного твэла и экспериментального отклонения  $s_A(\bar{m}_{\text{ТВ}})$ :  $\bar{m}_{\text{ТВ}} = 210,84$  г,  $s_A(\bar{m}_{\text{ТВ}}) = 0,68$  г. Величина стандартного отклонения, обусловленная погрешностью измерения на весах, составляет  $s_B(\bar{m}_{\text{ТВ}}) = 0,03/\sqrt{3} \approx 0,02$  г. Таким образом, измеренная масса шарового твэла равна  $\bar{m}_{\text{ТВ}} = 210,84 \pm 0,68(1\sigma)$  г.

Из сравнения результатов взвешивания и статистической обработки паспортных данных следует, что разность между средними значениями массы одного твэла по паспортным данным поставки 2 и результатами измерений статистически незначима, поскольку для разности  $|Dx| = |m_{\text{ав2}} - \bar{m}_{\text{ТВ}}| = |211,43 - 210,84| = 0,59$  г выполняется следующее неравенство при доверительной вероятности  $P_C = 0,95$  [10]:

$$|Dx| \leq 2\sqrt{S_{\text{ав2}}^2(\bar{m}_{\text{ав2}}) + \sigma^2(\bar{m}_{\text{ТВ}})} = 2\sqrt{0,38^2 + 0,68^2} = 1,56 \text{ г.}$$

1.5. *Оценочные параметры шаровых твэлов ВТГР для стенда АСТРА.* В критических сборках стенда АСТРА используется смесь шаровых твэлов, состоящая из 2/3 шаровых твэлов поставки 1 и 1/3 поставки 2. В результате статистической обработки паспортных данных для этой стохастической смеси шаровых твэлов получена средняя масса твэла  $m_{\text{ТВ}} = 214,2 \pm 0,2(1\sigma)$  г.

*Характеристика ТС и графитовой матрицы.* В соответствии с конструкторской документацией диаметр ТС равен  $d_{\text{ТС}} = 50,0^{+0,5}$  мм. Для равномерного распределения в пределах допуска относительно номинального значения получим  $d_{\text{ТС}} = 5,00 \pm 0,03(1\sigma)$  см. В ТС одного шарового твэла содержится в среднем  $g_U = 2,440 \pm 0,002(1\sigma)$  г урана.

*Графит матрицы твэла.* На основе результатов статистической обработки паспортных данных шаровых твэлов и микротоплива получена оценка величины плотности графита ( $\gamma_C$ ) и неопределенности  $\sigma(\gamma_C)$ , которая проводилась следующим образом: вычислялись объем и масса одного микротвэла, а также масса урана в нем; с учетом известной средней массы урана  $g_U$  в одном шаровом твэле определялось число микротвэлов в нем, которое составило 3 866,3 частиц; объем графитовой матрицы твэла получался при вычитании из объема шарового твэла величины объема, занимаемого микротопливом; масса графитовой матрицы твэла находилась в результате вычитания массы микротоплива из массы шарового твэла. Для каж-

дой партии твэлов плотность графитовой матрицы с примесями находилась при делении полученной массы графитовой матрицы на ее объем.

В итоге средняя плотность графитовой матрицы шарового твэла, найденная с учетом вклада каждой партии по массе, и ее оцененная неопределенность получились равными  $\gamma_C = 1,885 \pm 0,003(1\sigma) \text{ г/см}^3$ . При изготовлении всех шаровых ГЭ для стенда АСТРА использовался графит высокой чистоты. На практике для определения чистоты реакторного графита широко применяется тестирование графитовых материалов с использованием неразрушающих нейтронно-физических методов контроля (например, с помощью сигма-призмы). Как показано в работе [13], содержание нейтронопоглощающих примесей соответствует примеси естественного бора в графите с концентрацией  $1,0 \pm 0,1(1\sigma) \text{ ppm}$  массовых (борный эквивалент).

В процессе анализа данных по шаровым твэлам проводилось построение соответствующих статистических контрольных карт качества [14], характеризующих отклонение анализируемого параметра от его среднего значения:

- контрольная карта разности масс  $\delta m_{\text{тв}}$  между средней массой  $\bar{m}_i$  одного твэла в партии  $i$  ( $i = 1 \dots 17$ ) и средним значением  $\bar{m}_{17}$  по всем партиям ( $\delta m_{\text{тв}} = \bar{m}_i - \bar{m}_{17}$ );
- контрольная карта разности масс  $\delta m_k$  между результатами выборочного измерения массы  $m_k$  одного твэла ( $k = 1 \dots 20$ ) и средним значением  $\bar{m}_N$  для выборки  $N = 20$  твэлов ( $\delta m_k = m_k - \bar{m}_N$ );
- контрольная карта разности объемов  $V_k$  и  $\bar{V}_N$  для выборки  $N = 20$  твэлов ( $\delta V_k = V_k - \bar{V}_N$ );
- контрольная карта разности плотностей  $\rho_k$  и  $\bar{\rho}_N$  для данной выборки твэлов ( $\delta \rho_k = \rho_k - \bar{\rho}_N$ ).

На рис. 2 в качестве примера приведена статистическая контрольная карта для разности масс  $\delta m_{\text{тв}} = \bar{m}_i - \bar{m}_{17}$  в случае 17-ти партий шаровых твэлов (табл. 1). По оси ординат отложены разность масс  $\delta m_i$  и значения контрольных пределов ( $\pm 2\sigma$  и  $\pm 3\sigma$ ); по оси абсцисс отложен порядковый номер партии  $i$ . При задании контрольных пределов на карте полагалось, что случайная величина  $\delta m_{\text{тв}}$  подчиняется нормальному закону распределения. Оценка дисперсии  $\sigma_{\delta m_{\text{тв}}}^2 = (\sigma_{\text{сигма}})^2 = \sigma_{\bar{m}_i}^2 + \sigma_{\bar{m}_{17}}^2$  получена в соответствии со следующими со-

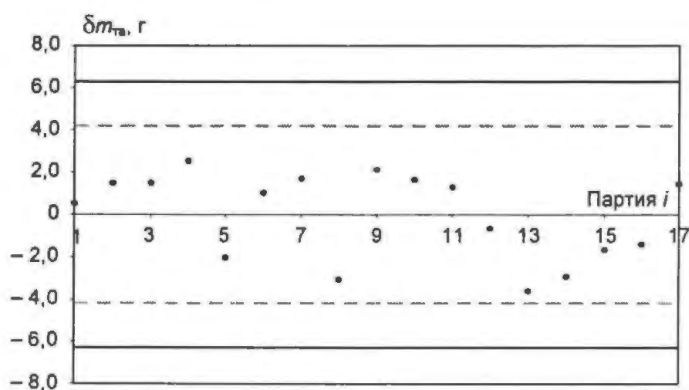


Рис. 2. Контрольная статистическая карта для разности масс  $\delta m_{\text{тв}} = \bar{m}_i - \bar{m}_{17}$  между средним значением массы  $\bar{m}_i$  твэла партии  $i$  и средним значением  $\bar{m}_{17}$  для 17-ти партий твэлов: - - -  $2\sigma$ ; —  $3\sigma$

отношениями:  $\sigma_{\bar{m}_i}^2 = \sum_{i=1}^{K=17} (\bar{m}_i - \bar{m}_{17})^2 / (K-1)$  –

оценка дисперсии случайной величины  $\bar{m}_i$ ,  $\sigma_{\bar{m}_{17}}^2 = \sigma_{\bar{m}_i}^2 / K$  – оценка дисперсии для среднеарифметического значения  $\bar{m}_{17} = \sum_{i=1}^{K=17} \bar{m}_i / K$ .

Как следует из анализа поведения данных на контрольной карте, величина отклонения  $\delta m_{\text{тв}}$  носит случайный характер и не выходит за контрольные пределы  $\pm 2\sigma = \pm 4,19$  г. Это означает, что результаты выборочных измерений массы шаровых твэлов подтверждают соответствующие паспортные данные для твэлов. Из приведенных в табл. 1 данных видно, что

средняя масса урана  $\bar{p}_U$ , в одном твэле изменяется в узком интервале значений по партиям ( $\bar{p}_{\max,i} - \bar{p}_{\min,i}$ ) = 0,002 г. Аналогичные карты построены для разности объемов  $\delta V_k$  и плотности твэлов  $\delta \rho_k$ . Из анализа полученных оценок следует, что результаты выборочных измерений параметров шаровых твэлов подтверждают соответствующие паспортные данные для них.

## 2. Статистическая обработка информации по шаровым ГЭ

2.1. *Общая характеристика шаровых ГЭ*, изготовленных из реакторного графита высокой чистоты путем механической обработки графитовых блоков РБМК. Для проведения экспериментов выпущены две поставки шаровых ГЭ – первая в количестве 5 000 и вторая в количестве 10 000 ГЭ. В паспортных данных приводятся следующие основные характеристики шаровых ГЭ: диаметр –  $60^{0,3}$  мм; средняя масса – 187 г; средняя плотность – 1,68 г/см<sup>3</sup>; физический коэффициент  $F$  – 3,8 и др. Для равномерного закона распределения в пределах допуска наружный диаметр шарового ГЭ составляет  $d_{ГЭ} = 5,985 \pm 0,002(1\sigma)$  см. Как отмечено в разделе 1.5, содержащиеся в ГЭ нейтронопоглощающие примеси учитываются с помощью эффективной концентрации естественного бора, эквивалентной по поглощению нейтронов в имеющихся примесях (борный эквивалент). Борный эквивалент составляет концентрацию В, равную 1,0 ppm по массе.

2.2. *Результаты статистической обработки подтверждающих измерений*. Методом неразрушающего контроля в РНЦ “КИ” проведены выборочные подтверждающие измерения массы и диаметра шаровых ГЭ. Для проведения измерений из первой и второй поставок ГЭ случайным образом отобраны выборки объемом по 50 штук шаровых ГЭ. Взвешивание каждого ГЭ проводилось на электронных весах PR2002, а измерение их диаметра выполнялось с помощью микрометра МК-75. Для каждой выборки построены соответствующие контрольные статистические карты, характеризующие отклонение анализируемой величины от ее среднего значения:

- контрольная карта разности масс  $\delta m_n$  между результатами выборочного измерения массы  $m_n$  одного шарового ( $n = 1 \dots 50$ ) и средним значением  $\bar{m}_N$  для выборки  $N = 50$  ГЭ ( $\delta m_{ГЭ} = \delta m_n = m_n - \bar{m}_N$ );
- контрольная карта разности объемов  $V_n$  и  $\bar{V}_N$  ( $\delta V_{ГЭ} = V_n - \bar{V}_N$ );
- контрольная карта разности плотностей  $\rho_n$  и  $\bar{\rho}_N$  ( $\delta \rho_{ГЭ} = \rho_n - \bar{\rho}_N$ ).

На рис. 3 приведена статистическая контрольная карта разности плотностей  $\delta \rho_{ГЭ}$  для выборки  $N = 50$  ГЭ из поставки 1. Как следует из анализа поведения данных на контрольной карте, дрейф отклонений  $\delta \rho_{ГЭ}$  носит случайный характер и не выходит за соответствующие контрольные пределы  $\pm 2\sigma$ . Аналогичные результаты получены при анализе других статистических контрольных карт.

В табл. 4 приводятся оценки средних плотностей ГЭ и их дисперсий для выбо-

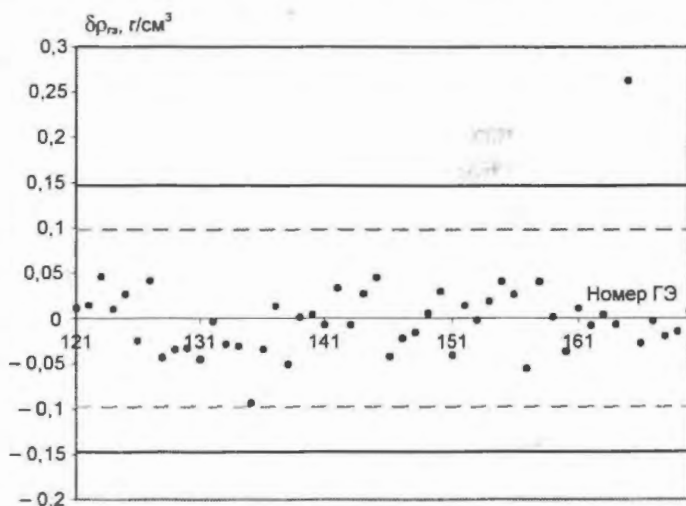


Рис. 3. Контрольная статистическая карта для разности плотностей  $\delta \rho_{ГЭ} = \rho_n - \bar{\rho}_{50}$  между плотностью  $\rho_n$  одного ГЭ и средним значением  $\bar{\rho}_{50}$  для выборки  $N = 50$  ГЭ: ---  $2\sigma$ ; —  $3\sigma$

рок 1 и 2. При проведении статистического анализа полагалось, что обе выборки взяты из нормально распределенных генеральных совокупностей с математическими ожиданиями  $m_{x1}$ ,  $m_{x2}$  и дисперсиями  $\sigma_{x1}^2$ ,  $\sigma_{x2}^2$ , соответственно. Проверяться нулевая гипотеза  $H_0: m_{x1} = m_{x2}$ . Нулевая гипотеза не отвергается при двустороннем критерии, если выполняется неравенство [11]

$$|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| < t_{1-\alpha/2} \sqrt{S_{x1}^2 + S_{x2}^2}, \quad (1)$$

где  $\bar{X}_1$ ,  $\bar{X}_2$  – средние значения, полученные по выборкам из нормально распределенных генеральных совокупностей;  $S_{x1}^2$ ,  $S_{x2}^2$  – выборочные дисперсии для выборок 1 и 2, соответственно;  $\alpha = 1 - P_c = 0,05$  – уровень значимости ( $P_c = 0,95$  – доверительная вероятность);  $t_{1-\alpha/2}(v)$  – критические значения двустороннего  $t$ -критерия. Число  $v$  степеней свободы оценива-

лось по формуле  $v = \frac{(S_{x1}^2 + S_{x2}^2)^2}{(S_{x1}^2)^2 + (S_{x2}^2)^2} (N - 1)$ , где  $N = 50$  – объем каждой выборки.

**Т а б л и ц а 4.** Результаты статистического анализа подтверждающих измерений для выборок шаровых ГЭ

| Параметры   | Выборка $i = 1$ ,<br>$N = 50$ ГЭ | Выборка $i = 2$ ,<br>$N = 50$ ГЭ |
|---|----------------------------------|----------------------------------|
| Плотность $\bar{\rho}_i$ , г/см <sup>3</sup>  | 1,671                            | 1,692                            |
| Дисперсия $S_{\bar{\rho}_i}^2$ ,<br>(г/см <sup>3</sup> ) <sup>2</sup>                     | $2,20 \cdot 10^{-4}$             | $0,47 \cdot 10^{-4}$             |
| $ \bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_2 $ , г/см <sup>3</sup>                                       | 0,021                            |                                  |
| $t_{1-\alpha/2}(v) \sqrt{S_{\bar{\rho}_1}^2 + S_{\bar{\rho}_2}^2}$ ,<br>г/см <sup>3</sup> | 0,032                            |                                  |

Как следует из проведенного статистического анализа выборочных подтверждающих измерений, различие между средними значениями плотностей  $\bar{\rho}_1$  и  $\bar{\rho}_2$  выборок 1 и 2 статистически незначимо, т.е. поставки шаровых ГЭ изготовлены из графита с одинаковой плотностью. В итоге статистической обработки данных получена оценка для плотности шарового ГЭ  $\gamma_{ГЭ} = 1,681 \pm 0,007(1\sigma)$  г/см<sup>3</sup>.

**2.3. Обобщение результатов химического анализа ГЭ.** Для подтверждения содержания нейтронопоглощающих примесей (Fe, В, Hf, Cd, Gd, Sm, Cl, Li) проведен химический анализ состава нескольких шаровых ГЭ методом разрушающего контроля. Борный эквивалент для совокупности этих элементов примеси в графите ГЭ рассчитан в соответствии с методикой работы [8]. Для шаровых ГЭ борный эквивалент оказался равным концентрации  $\sim 0,8$  ppm масс. естественного бора, что согласуется со значением 1,0 ppm масс., полученным на основе паспортных данных на реакторный графит, из которого изготовлены эти ГЭ.

Таким образом, на основании проведенного статистического анализа результатов выборочных измерений и полученных данных химического анализа по составу примесей ГЭ показано, что шаровые ГЭ изготовлены из чистого графита, который применяется для РБМК.

### 3. Статистическая обработка информации по шаровым ПЭ

**3.1. Общая характеристика шаровых ПЭ,** представляющих собой графитовую матрицу, в центральной части которой (поглощающий сердечник) случайным образом равномерно распределены частицы из карбида естественного бора. Каждая изготовленная партия шаровых ПЭ имеет отдельный регистрационный паспорт, в котором приводятся следующие основные параметры ПЭ: диаметр  $60^{+0,3}$  мм; масса и плотность; диаметр сердечника с частицами карбида естественного бора ( $\sim 40$  мм); средний размер частиц из карбида бора ( $\sim 60$  мкм); загрузка естественного бора в сердечнике ПЭ ( $0,1 \pm 0,01$  г); изотопный состав естест-

венного бора –  $^{10}\text{B} - 19,7 \pm 0,1(1\sigma)$  ат. %;  $^{11}\text{B} - 80,3 \pm 0,1(1\sigma)$  ат. %, что соответствует изотопному массовому составу бора:  $^{10}\text{B} - 18,242 \pm 0,100(1\sigma)$  % масс.,  $^{11}\text{B} - 81,758 \pm 0,100(1\sigma)$  % масс.

Имеющиеся в графите примеси, которые поглощают нейтроны, учитываются с помощью естественного бора с концентрацией, эквивалентной по поглощению нейтронов в примесях. Борный эквивалент примеси составляет 1,0 ppm масс. естественного бора.

3.2. *Статистический анализ паспортных данных.* При статистической обработке использованы паспортные данные всех партий шаровых ПЭ, содержащих 2 506 ПЭ. Итоговые результаты статистической обработки паспортных данных ПЭ представлены в табл. 5.

Таблица 5. Результаты статистической обработки паспортных данных для 2 506 ПЭ

| Средние значения параметров ПЭ |                           |                                      |                              |                                | Стандартные отклонения $\sigma_{\bar{x}}$ |                         |   |
|--------------------------------|---------------------------|--------------------------------------|------------------------------|--------------------------------|---|-------------------------|---|
| Масса<br>$\bar{M}$ , г         | Диаметр<br>$\bar{d}$ , мм | Объем<br>$\bar{V}$ , см <sup>3</sup> | Плотность, г/см <sup>3</sup> |                                | $\sigma_{\bar{M}}$ , г                    | $\sigma_{\bar{d}}$ , мм | $\sigma_{\bar{\rho}}$ , г/см <sup>3</sup> |
|                                |                           |                                      | $\bar{\rho}_n$               | $\bar{\rho} = \bar{M}/\bar{V}$ |   |                         |   |
| 198,59                         | 59,93                     | 112,70                               | 1,763                        | 1,762                          | 0,07                                      | 0,01                    | 0,001                                     |

По результатам усредненных паспортных данных.

Таким образом, средние значения плотностей ПЭ, полученные при различных процедурах статистической обработки, согласуются друг с другом. Для среднего значения наружного диаметра и плотности ПЭ получены следующие оценки:  $\bar{d}_{\text{из}} = 5,993 \pm 0,001(1\sigma)$  см и  $\bar{\rho}_{\text{из}} = 1,763 \pm 0,001(1\sigma)$  г/см<sup>3</sup>. Диаметр сердечника ПЭ с частицами карбида бора составляет 4,0 см, загрузка естественного бора в сердечнике ПЭ –  $0,100 \pm 0,006(1\sigma)$  г.

3.3. *Результаты статистической обработки выборочных подтверждающих измерений.* Методом неразрушающего контроля проведены выборочные контрольные измерения массы и диаметра шаровых ПЭ (для выборки объемом из 20 ПЭ). Взвешивание графитовых ПЭ проводилось на электронных весах PR2002, а измерение их диаметра выполнялось с помощью микрометра МК-75.

В процессе статистического анализа полученных данных проводилось построение соответствующих контрольных карт, характеризующих отклонение анализируемого параметра от его среднего значения:

- контрольная карта разности масс  $\delta m_{\text{пэ}}$  между массой  $m_j$  одного графитового ПЭ в выборке ( $j = 1 \dots 20$ ) и средним значением  $\bar{m}_{20}$  для выборки  $N = 20$  ПЭ ( $\delta m_{\text{пэ}} = m_j - \bar{m}_{20}$ );
- контрольная карта разности объемов  $V_j$  и  $\bar{V}_{20}$  графитовых ПЭ ( $\delta V_{\text{пэ}} = V_j - \bar{V}_{20}$ );
- контрольная карта разности плотностей  $\rho_j$  и  $\bar{\rho}_{20}$  ( $\delta \rho_{\text{пэ}} = \rho_j - \bar{\rho}_{20}$ ).

На рис. 4 приведена статистическая контрольная карта разности плотностей  $\rho_{\text{пэ}}$  для выборки  $N = 20$  ПЭ. Как следует из анализа поведения данных на контрольной карте, дрейф отклонений  $\delta \rho_{\text{пэ}}$  носит случайный характер и не выходит за соответ-

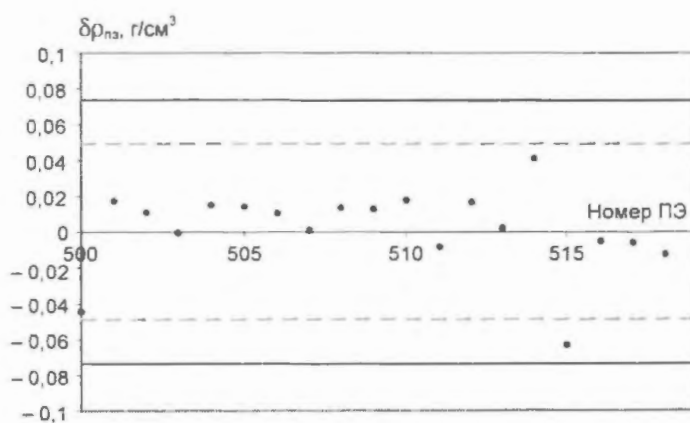


Рис. 4. Контрольная статистическая карта для разности плотностей  $\delta \rho_{\text{пэ}} = \rho_j - \bar{\rho}_{20}$  между плотностью  $\rho_j$  одного графитового ПЭ и средним значением  $\bar{\rho}_{20}$  для выборки  $N = 20$  ПЭ: --- 2sigma; — 3sigma

ствующие контрольные пределы  $\pm 2\sigma$ . Аналогичные результаты получены при построении других вышеуказанных статистических контрольных карт. В итоге результаты выборочных измерений параметров шаровых ПЭ подтверждают соответствующие паспортные характеристики ПЭ.

Методом разрушающего контроля в РНЦ "КИ" проведен выборочный металлографический анализ нескольких ПЭ, который подтвердил паспортные данные по диаметру поглощающего сердечника (40 мм). Анализ состава частиц в ПЭ показал, что плотность карбида бора в них равна  $2,52 \text{ г/см}^3$ . Для оценки размеров частиц карбида бора взята их произвольная выборка из порошка образца-свидетеля с массой 0,137 г. Эта выборка частиц распределена

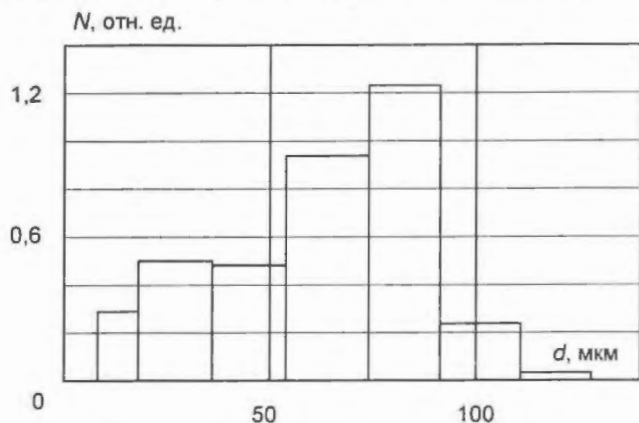


Рис. 5. Распределение  $N$  частиц карбида бора по их размерам:  $d$  – эквивалентный диаметр частиц

на поверхности контрастного материала таким образом, чтобы частицы карбида бора, отстоящие друг от друга, заметно выделялись на его фоне. Затем осуществлено их фотографирование под микроскопом с увеличением в 54 раза и произведена оценка размеров каждой частицы, попавшей в поле съемки. Результаты статистической обработки размеров частиц из карбида бора представлены на рис. 5. Среднее значение эквивалентного диаметра частиц из карбида бора в ПЭ составляет 63 мкм, что подтверждает паспортные данные.

В итоге с учетом данных табл. 5 получена плотность графита в ПЭ  $\gamma_c = 1,762 \text{ г/см}^3$ , что подтверждает паспортные данные  $1,763 \pm 0,001(1\sigma) \text{ г/см}^3$ .

### Заключение

Представлены результаты выполненной работы по сбору, статистической обработке и обобщению имеющейся информации по характеристикам шаровых твэлов ВТГР, шаровых ГЭ и ПЭ, применяемых при проведении нейтронно-физических экспериментов на критическом стенде АСТРА в РНЦ "КИ".

С помощью процедур математической статистики разработан алгоритм обработки параметров шаровых элементов и составлена программа их статистической обработки. Показано, что при их изготовлении использовался графит высокой чистоты, а параметры поставленных шаровых элементов соответствуют предъявляемым требованиям к шаровым твэлам ВТГР, шаровым ГЭ и ПЭ.

Полученные результаты применяются в расчетной модели критической сборки АСТРА с шаровыми элементами. В результате проделанного статистического анализа паспортных данных рекомендуется использовать для стенда АСТРА следующие характеристики шаровых твэлов, микротоплива, шаровых ГЭ и ПЭ:

#### Шаровой твэл

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| Диаметр шарового твэла           | $59,85 \pm 0,02(1\sigma) \text{ мм}$      |
| Диаметр ТС                       | $50,0 \pm 0,3(1\sigma) \text{ мм}$        |
| Плотность графита оболочки твэла | $1,885 \pm 0,003(1\sigma) \text{ г/см}^3$ |
| Плотность графита матрицы ТС     | $1,885 \pm 0,003(1\sigma) \text{ г/см}^3$ |
| Масса урана в ТС твэла           | $2,440 \pm 0,002(1\sigma) \text{ г}$      |

#### Микротопливо

Диаметр  $1\ 059 \pm 12(1\sigma) \text{ мкм}$ ; доля урана  $33,73 \pm 0,47 \%$  масс. КERN из  $\text{UO}_2$ : диаметр  $511 \pm 5(1\sigma) \text{ мкм}$ ; плотность  $10,27 \pm 0,10(1\sigma) \text{ г/см}^3$ ; обогащение по  $^{235}\text{U}$  –  $20,91 \pm 0,03(1\sigma) \%$  масс.

Слой покрытий микротоплива:

слой 1 из  $\text{PuC}$  плотностью  $1,01 \pm 0,01(1\sigma)$  г/см<sup>3</sup>, толщиной  $94 \pm 7(1\sigma)$  мкм;  
слой 2 из  $\text{PuC}$  плотностью  $1,95 \pm 0,03(1\sigma)$  г/см<sup>3</sup>, толщиной  $72 \pm 4(1\sigma)$  мкм;  
слой 3 из  $\text{SiC}$  плотностью  $3,26 \pm 0,03(1\sigma)$  г/см<sup>3</sup>, толщиной  $51 \pm 1(1\sigma)$  мкм;  
слой 4 из  $\text{PuC}$  плотностью  $1,89 \pm 0,03(1\sigma)$  г/см<sup>3</sup>, толщиной  $57 \pm 1(1\sigma)$  мкм.

*Шаровой ГЭ*

Диаметр ГЭ  $59,85 \pm 0,02(1\sigma)$  мм, плотность графита  $1,681 \pm 0,007(1\sigma)$  г/см<sup>3</sup>.

*Шаровой ПЭ*

Диаметр  $59,93 \pm 0,01(1\sigma)$  мм; плотность графита  $1,763 \pm 0,001(1\sigma)$  г/см<sup>3</sup>; диаметр сердечника с частицами карбида естественного бора 40 мм; средний размер частиц из карбида бора 60 мкм, плотность карбида бора в них равна  $2,52$  г/см<sup>3</sup>; содержание естественного бора в сердечнике ПЭ  $0,100 \pm 0,006(1\sigma)$  г; изотопный состав естественного бора, % масс.:  $^{10}\text{B} - 18,242 \pm 0,100(1\sigma)$ ,  $^{11}\text{B} - 81,758 \pm 0,100(1\sigma)$ .

Содержание нейтронопоглощающих примесей в графите рассматриваемых в данной работе шаровых элементов рекомендуется учитывать с помощью борного эквивалента, равно го концентрации естественного бора в графите 1 ppm по массе.

Контактная связь – Носов Виталий Иванович, тел.: (499)196-92-91, e-mail: rpp@adis.vver.kiae.ru

### Список литературы

1. *Ponomarev-Stepnoi N.N., Kukharkin N.E., Glushkov E.S. et al.* Experiments on HTR criticality parameters at the ASTRA facility of the Kurchatov Institute // Nucl. Eng. and Des., June 2003, v. 222, p. 215 – 229.
2. *Бояринов В.Ф., Глушков Е.С., Гомин Е.А. и др.* Расчетное моделирование экспериментов на критическом стенде АСТРА по изучению физических особенностей ВТГР с кольцевой активной зоной // ВАНТ Сер.: Физика ядерных реакторов, 2006, вып. 1. – С. 120 – 128.
3. *Пономарев-Степной Н.Н., Кухаркин Н.Е., Глушков Е.С. и др.* Эксперименты на критическом стенде Астра в обоснование нейтронно-физических параметров ВТГР модульного типа. Препринт ИАЭ-6340/4, 2004.
4. *Пономарев-Степной Н.Н., Брызгалов В.И., Глушков Е.С. и др.* Использование программы MSU для анализа результатов критических экспериментов с шаровыми твэлами ВТГР на стенде «Астра» // Атомная энергия, 2004, т. 97, вып. 4. – С. 243 – 252.
5. *Кiryushin A.I., Пономарев-Степной Н.Н., Глушков Е.С. и др.* Роль и место газоохлаждаемых реакторов в структуре ядерного энергоснабжения // Атомная энергия, 1999, т. 87, вып. 2. – С. 87 – 91.
6. *Kiryushin A.I., Ponomarev-Stepnoi N.N., Glushkov E.S. et al.* Project of the GT-MHR high-temperature helium reactor with gas turbine // Nucl. Eng. and Des., 1997, v. 173, p. 119 – 129.
7. *Mulder E.J.* Pebble Bed Reactor with Equalized Core Power Distribution Inherently Safe and Simple, Forschungszentrum Jülich, JÜL-3632, Jan. 1999.
8. *Носов В.И., Глушков Е.С., Гарин В.П. и др.* Использование методов математической статистики для обработки информации по характеристикам микротоплива твэлов ВТГР. Препринт ИАЭ-6360/4, 2005.
9. *Глушков Е.С., Гарин В.П., Глушков А.Е. и др.* Статистический анализ паспортных данных микротоплива твэлов ВТГР // Атомная энергия, 2007, т. 103, вып. 4. – С. 237 – 241.
10. *Носов В.И., Гарин В.П., Компаниец Г.В., Петрушенко Р.П.* Оценка неопределенностей при обработке результатов измерений физических величин в реакторной технике. Препринт ИАЭ-6315/15, 2004.
11. *Новицкий П.В., Зограф И.А.* Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоиздат, 1985.
12. *Паспорт* микрометра МК-75 № 4670. Московский инструментальный завод «Калибр».
13. *Пономарев-Степной Н.Н., Бурлаков Е.В., Павишук В.А. и др.* Физические характеристики реакторного графита. Препринт ИАЭ-6459/4, 2007.
14. *Джонсон Н., Лион Ф.* Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. – М.: Изд-во «Мир», 1980.

Статья поступила в редакцию 6 марта 2008 г.

Вопросы атомной науки и техники.

Сер. Физика ядерных реакторов, 2008, вып. 2, с. 82 – 93.

## Трансмутация технеция-99 в реакторах РБМК с модернизированной графитовой кладкой и МКЭР

*В.С. Ермолин, В.С. Окунев,*

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 107005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5

Обсуждаются возможности трансмутации долгоживущего  $^{99}\text{Tc}$  в водографитовых реакторах с уменьшенной долей графита (V блок РБМК Курской АЭС, МКЭР). Скорость трансмутации максимальна при размещении  $^{99}\text{Tc}$  непосредственно в топливе. Кроме того  $^{99}\text{Tc}$  – слабовыгорающий поглотитель, т.е. отчасти может заменить  $^{167}\text{Er}$ . Наличие  $^{99}\text{Tc}$  в активной зоне способствует минимизации парового коэффициента реактивности, а оптимизация размещения  $^{99}\text{Tc}$  – выравниванию энерговыделения. Технеций может отчасти заменить эрбий в каналных реакторах с более жестким нейтронным спектром, где не предполагается использование эрбия.

**Transmutation of Technetium-99 in RBMK with modernized graphite piling and MKER.** V.S. Ermolin, V.S. Okunev. The opportunities of long-living Technetium-99 transmutation in water-graphite nuclear reactors with reduced share of graphite (V block RBMK of Kursk NPP, MKER) are discussed. The rate of transmutation is maximal within accommodation  $^{99}\text{Tc}$  directly in fuel. Besides  $^{99}\text{Tc}$  – the “low-burnable” absorber, i.e. partly can replace  $^{167}\text{Er}$ . The presence  $^{99}\text{Tc}$  in a core lead to minimization of steam reactivity factor. The optimization of accommodation  $^{99}\text{Tc}$  in a core can promote alignment the levelling of power excretion. It can be useful in water-graphite reactors with the more hard neutron spectrum (where erbium is not apply). Technetium-99 can partly replace an erbium in channel reactors with a more rigid neutron spectrum (where use of erbium is not supposed).

### 1. Необходимые условия для эффективной трансмутации технеция

Для эффективной трансмутации долгоживущих продуктов деления (например,  $^{99}\text{Tc}$ ) нейтронами в ядерном реакторе необходимо максимизировать число  $\nu_f$  нейтронов, рождающихся при делении тяжелых ядер, и сечение трансмутации  $\sigma_{n,\gamma}$  радиационного захвата. При большом числе избыточных нейтронов эффективная трансмутация долгоживущих продуктов деления возможна в мягком или резонансном спектрах. Однако требования  $\nu_f \rightarrow \max$  и  $\sigma_{n,\gamma} \rightarrow \max$  противоречивы: при уменьшении кинетической энергии  $E$  нейтронов уменьшается  $\nu_f$  и увеличивается  $\sigma_{n,\gamma}$ . По этой причине долгоживущие продукты деления предлагается трансмутировать в быстром реакторе, размещая их вместе с замедлителем в боковом отражателе [1].

Реакторы на тепловых нейтронах характеризуются меньшим  $\nu_f$ , но большим  $\sigma_{n,\gamma}$  на ядрах  $^{99}\text{Tc}$ . Вовлечение плутония в топливный цикл таких реакторов несколько повышает  $\nu_f$ . Определенный интерес представляет возможность трансмутации долгоживущих продуктов деления (в первую очередь  $^{99}\text{Tc}$ ) в РБМК с модернизированной графитовой кладкой и МКЭР.

### 2. О возможности снижения парового эффекта реактивности

С целью снижения парового эффекта реактивности в РБМК предлагается ужесточить спектр за счет повышения обогащения топлива или уменьшения доли графита. На V блоке Курской АЭС планируется использовать модернизированную графитовую кладку в форме восьмигранных призм [2]. В МКЭР уменьшена доля графита за счет перехода к более тесной решетке топливных каналов по сравнению с РБМК [2].

В РБМК с традиционной графитовой кладкой выгорающий поглотитель – эрбий интенсивно поглощает нейтроны при увеличении паросодержания и обезвоживании канала: пер-

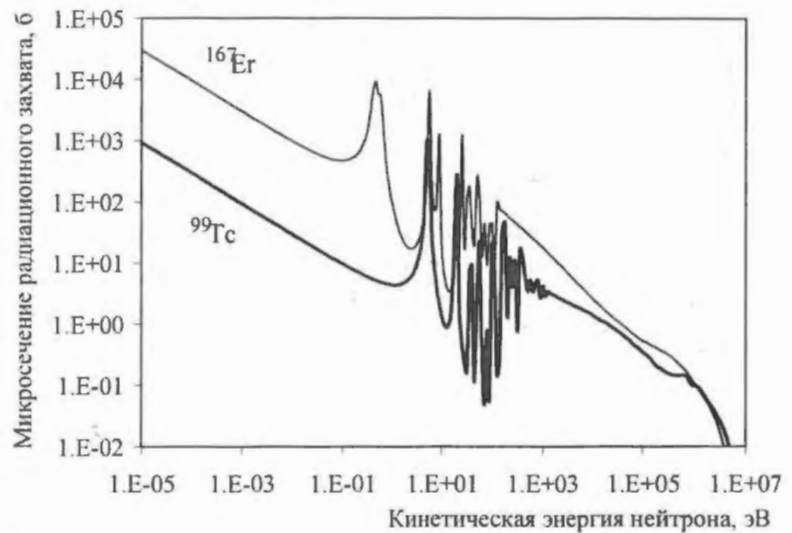
вый резонанс в зависимости  $\sigma_{n,\gamma}(E)$  у  $^{167}\text{Er}$  – 9 128 барн при  $E \approx 0,45$  эВ. (В природной смеси изотопов эрбия  $^{167}\text{Er}$  – единственный изотоп с нечетным числом нейтронов, следовательно, с максимальным сечением поглощения.)

Ужестчение спектра при увеличении обогащения и уменьшении доли графита в активной зоне (переходе к модернизированной кладке или тесной решетке топливных каналов) делает непривлекательным применение эрбия в РБМК: во-первых,  $^{167}\text{Er}$  – паразитный поглотитель нейтронов, во-вторых, смещение спектра в любую сторону может привести к увеличению реактивности, так как  $^{167}\text{Er}$  – резонансный поглотитель.

$^{99}\text{Tc}$ , как и  $^{167}\text{Er}$ , – резонансный поглотитель нейтронов: в зависимости  $\sigma_{n,\gamma}(E)$  у  $^{99}\text{Tc}$  первый резонанс (995 барн) расположен при  $E \approx 5$  эВ (рисунок). Эта особенность дает возможность использовать  $^{99}\text{Tc}$  вместо  $^{167}\text{Er}$  в РБМК с более жестким спектром или в МКЭР.

$^{99}\text{Tc}$  – выгорающий поглотитель, хотя поглощает нейтроны не так интенсивно, как  $^{167}\text{Er}$ . Ядра  $^{99}\text{Tc}$  имеют четное число нейтронов: вследствие эффекта спаривания неупругие процессы на таких ядрах пороговые и реализуются с малой вероятностью. Поглощение нейтронов ядрами  $^{99}\text{Tc}$  практически полностью определяется радиационным захватом. Порог других реакций, связанных с поглощением нейтрона ядрами  $^{99}\text{Tc}$ , – почти 10 МэВ. Таким образом, практически реализуем единственный канал трансмутации  $^{99}\text{Tc}$  в ядерных реакторах:  $^{99}\text{Tc}(n, \gamma)^{100}\text{Tc} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$ . Период полураспада  $\beta^-$  ядер  $^{100}\text{Tc}$  – 15,8 с. Сечение поглощения тепловых нейтронов рутением – несколько барн.

Среди долгоживущих продуктов деления, подлежащих трансмутации, практически только  $^{99}\text{Tc}$  способствует эффективному снижению парового эффекта реактивности в канальных водографитовых реакторах с ужесточенным спектром: первый резонанс в зависимости сечения  $\sigma_a$  поглощения (причем  $\sigma_a \approx \sigma_{n,\gamma}$ ) для прочих долгоживущих продуктов деления расположен при гораздо большей энергии, а значение  $\sigma_{n,\gamma}$  в резонансе не столь велико, как у  $^{99}\text{Tc}$  (таблица).



Зависимость микросечения радиационного захвата от кинетической энергии нейтрона для  $^{167}\text{Er}$  (тонкая кривая) и  $^{99}\text{Tc}$  (толстая кривая). Данные JEF 2.2. (Запись 1.E+03 следует читать как  $10^3$ .)

Среди долгоживущих продуктов деления, подлежащих трансмутации, практически только  $^{99}\text{Tc}$  способствует эффективному снижению парового эффекта реактивности в канальных водографитовых реакторах с ужесточенным спектром: первый резонанс в зависимости сечения  $\sigma_a$  поглощения (причем  $\sigma_a \approx \sigma_{n,\gamma}$ ) для прочих долгоживущих продуктов деления расположен при гораздо большей энергии, а значение  $\sigma_{n,\gamma}$  в резонансе не столь велико, как у  $^{99}\text{Tc}$  (таблица).

Т а б л и ц а характеристик некоторых долгоживущих продуктов деления (JEF 2.2)

| Параметр  | $^{99}\text{Tc}$ | $^{107}\text{Pd}$ | $^{129}\text{I}$ | $^{135}\text{Cs}$ |
|---|------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| Период полураспада, млн. лет  | 0,2              | 6,5               | 15,7             | 2,3               |
| Выход в реакции деления $^{235}\text{U}$ тепловыми нейтронами, %    | 6,18             | 0,14              | 0,78             | 6,58              |
| Выход в реакции деления $^{235}\text{U}$ быстрыми нейтронами, %     | 5,96             | 0,24              | 1,17             | 6,37              |
| Выход в реакции деления $^{239}\text{Pu}$ тепловыми нейтронами, %   | 6,18             | 3,17              | 1,40             | 7,24              |
| Выход в реакции деления $^{239}\text{Pu}$ быстрыми нейтронами, %    | 5,84             | 3,03              | 1,30             | 7,54              |
| Энергия первого резонанса в зависимости $\sigma_{n,\gamma}(E)$ , эВ | 5,0              | 39,8              | 70,8             | 44,7              |
| Значение $\sigma_{n,\gamma}$ в первом резонансе, барн               | 995,4            | 297,6             | 44,6             | 241,6             |

Оптимизируя размещение  $^{99}\text{Tc}$  по объему активной зоны, можно выравнять энерговыделение. Конечно, вследствие меньшего  $\sigma_a$  на ядрах  $^{99}\text{Tc}$  (по сравнению с  $^{167}\text{Er}$ ) возможности выравнивания энерговыделения размещением технеция меньше, но в проектах РБМК с модернизированной графитовой кладкой и МКЭР эрбий отсутствует.

### 3. Варианты размещения технеция, подлежащего трансмутации

Технеций, подлежащий трансмутации, можно разместить в топливе или в пустых каналах поперечным сечением 102,5 мм, образованных модернизированной графитовой кладкой V блока Курской АЭС. При первом варианте размещения  $^{99}\text{Tc}$  в РБМК можно дожигать отработавшее ядерное топливо ВВЭР вместе с содержащимся в нем плутонием и  $^{99}\text{Tc}$ , т.е. не выделяя  $^{99}\text{Tc}$  при переработке топлива. Наличие  $^{239}\text{Pu}$  в топливе приводит к улучшению нейтронного баланса за счет увеличения  $\nu_f$ .

При втором варианте размещения графитовая кладка играет роль ловушки тепловых нейтронов ( $\sigma_{n,\gamma} \rightarrow \max$ ), а пустые каналы – каналов для облучения образцов в некоторых исследовательских реакторах. При этом есть возможность извлечения или замены стержней с  $^{99}\text{Tc}$ . Технеций может находиться в полостях, образованных модернизированной графитовой кладкой, в течение всего срока эксплуатации РУ, постепенно трансмутируясь в стабильный слабопоглощающий нейтроны  $^{100}\text{Ru}$ . При этом  $^{99}\text{Tc}$  следует заключить в оболочку из алюминия или никеля. (Более интенсивное поглощение нейтронов никелем компенсируется тем, что никель лучше удерживает  $^{99}\text{Tc}$  даже при меньшей толщине оболочки.)

### 4. Результаты расчетных исследований

Расчетные исследования проведены по программе WIMS-D4 для бесконечной решетки топливных каналов (т.е. без учета утечки нейтронов), что соответствует консервативной оценке парового эффекта и коэффициента реактивности.

Исследовалось изменение парового коэффициента реактивности при разных значениях массового паросодержания: 0; 7,5; 14,5 и 22 % и эффекта реактивности при полном обезвоживании топливного канала РБМК с модернизированной графитовой кладкой. Для РУ МКЭР шаг размещения топливных каналов принимался равным 225 мм, среднее массовое паросодержание 27,9 %.

Рассматривались варианты активной зоны без специально размещенного в ней  $^{99}\text{Tc}$ , с  $^{99}\text{Tc}$  в пустых каналах графитовой кладки (технециевые стержни диаметром 10 мм в алюминиевой оболочке) и с  $^{99}\text{Tc}$ , размещенным непосредственно в топливе (8 кг на 1 топливный канал, содержащий 18 твэлов).

Размещение технеция в полостях графитовой кладки РБМК с обогащением топлива 2 % по  $^{235}\text{U}$  приводит к снижению парового эффекта реактивности на  $1/3 \beta$ . Если  $^{99}\text{Tc}$  разместить в топливе такого реактора, то паровой эффект снизится приблизительно на  $\beta$ . Для выгоревшего топлива (1 год работы реактора на мощности) это дает снижение парового эффекта на 1,5 и 3  $\beta$ , соответственно.

Увеличение обогащения топлива до 3 % приводит к уменьшению парового эффекта и коэффициента реактивности. Размещение технеция в полостях кладки и топливе приводит к дополнительному снижению парового эффекта в начале кампании приблизительно на 0,5  $\beta$  и 1  $\beta$ , соответственно. Через 1 год работы реактора на мощности дополнительное снижение парового эффекта равно 1 и 2  $\beta$  при размещении технеция в полостях кладки и топливе, соответственно.

При обогащении топлива 3 % по  $^{235}\text{U}$  и массовом паросодержании 22 % в топливном канале РБМК (верхняя часть активной зоны) при размещении  $^{99}\text{Tc}$  в полостях графитовой кладки скорость трансмутации  $^{99}\text{Tc}$  составляет около 10 г/год на одну полость.

Технеций, подлежащий трансмутации, можно размещать не по всей высоте активной зоны. Зависимость от паросодержания в топливном канале позволяет выбрать оптимальную

координату для размещения  $^{99}\text{Tc}$ . (Этим можно воспользоваться для выравнивания энерговыделения по высоте.) Применяя стержни, содержащие  $^{99}\text{Tc}$ , разного диаметра в различных каналах РБМК, можно минимизировать паровой коэффициент и коэффициент неравномерности энерговыделения по радиусу активной зоны.

При размещении  $^{99}\text{Tc}$  непосредственно в топливе РБМК с модернизированной графитовой кладкой (8 кг на 1 топливный канал) скорость трансмутации равняется около 45 г  $^{99}\text{Tc}$  в год на 1 топливный канал. Аналогичные результаты получаются для РУ МКЭР.

Исследования, проведенные для РУ МКЭР форсированной мощности (МКЭР-1500 с относительно высоким (4 %) обогащением по  $^{235}\text{U}$ ), показали, что дальнейшее увеличение обогащения топлива и паросодержания может привести к смещению спектра реактора в область первого резонанса в сечении радиационного захвата нейтрона технецием и увеличению парового коэффициента реактивности. При размещении  $^{99}\text{Tc}$  в топливе реактора МКЭР-1500 при обогащении топлива 4 % и массовом паросодержании 27,9 % скорость трансмутации  $^{99}\text{Tc}$  – около 100 г/год при загрузке 8 кг технеция на 1 топливный канал.

Таким образом, дальнейшее ужесточение нейтронного спектра водографитового реактора приводит, с одной стороны, к увеличению скорости трансмутации  $^{99}\text{Tc}$ , с другой, – к увеличению парового эффекта и коэффициента реактивности.

### Заключение

Особенности, связанные с размещением  $^{99}\text{Tc}$  в активной зоне РБМК с модернизированной графитовой кладкой и МКЭР, являются следствием ядерно-физических свойств технеция: 1) возможна трансмутация  $^{99}\text{Tc}$ ; 2)  $^{99}\text{Tc}$  – слабовыгорающий поглотитель, т.е. отчасти может заменить  $^{167}\text{Er}$ ; 3)  $^{99}\text{Tc}$  способствует минимизации парового коэффициента реактивности; 4) оптимизация размещения  $^{99}\text{Tc}$  в активной зоне может способствовать выравниванию энерговыделения; 5) максимизация скорости трансмутации технеция и минимизация парового эффекта реактивности носят конфликтный характер.

Контактная связь – Ермолин Владимир Сергеевич, тел.: (495)263-65-79; e-mail: vladimirermolin@mail.ru, en7@power.bmstu.ru

### Список литературы

1. Higano N., Wakabayashi T. Feasibility Study on the Transmutation of Long Lived Fission Products in a Fast Reactor // Proc. "Global'97". 1997. – Vol. 1. – P. 1322 – 1326.
2. Габараев Б.А., Гроздов И.И., Михайлов М.Н. и др. Развитие канального направления в отечественном реакторостроении / Межд. научно-техн. конф. "Канальные реакторы: проблемы и решения", ФГУП НИКИЭТ им. Н.А. Доллежала. CD-ROM: Plenary Session / 03\_Cherkashov\_NIKIET. – М.: 2004.

Статья поступила в редакцию 28 февраля 2007 г.

Вопросы атомной науки и техники.

Сер. Физика ядерных реакторов, 2008, вып. 2, с. 94 – 97.

# АННОТАЦИИ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ, АТТЕСТОВАННЫХ РОСТЕХНАДЗОРОМ РФ

## ПРОГРАММА СТАР-1

Приведено описание программы СТАР-1 для стационарного теплогидравлического расчета реактора и I контура.

The STAR-1 code. E.I. Levin, V.P. Yagov, V.N. Lubyanko, V.V. Babykin, I.A. Voronkov. It is described STAR-1 for stationary thermohydraulic calculation of reactor and primary coolant circuit.

### 1. НАЗВАНИЕ ПРОГРАММЫ

Программа для ЭВМ – стационарный теплогидравлический расчет реактора и I контура.

### 2. ЭВМ

IBM PC-486, Pentium.

### 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Программа СТАР-1 предназначена для теплогидравлических расчетов реакторных установок (РУ) с водо-водяным энергетическим реактором (ВВЭР) в стационарных режимах работы. Программа производит:

- расчет режимов РУ на различных уровнях мощности с разным числом подключенных циркуляционных петель, включая режимы с обратным током теплоносителя через петли с отключенными главными циркуляционными насосами (ГЦН);
- расчет режима работы РУ на нулевом уровне тепловой мощности;
- расчет теплогидравлических характеристик активной зоны (а.з.) реактора (без циркуляционных петель);
- поиск тепловой мощности реактора, при которой достигается кризис теплоотдачи в а.з. при постоянном расходе.

Предусмотрена возможность учета следующих факторов:

- различия геометрических и гидравлических характеристик основного оборудования петель (ГЦН, трубопроводов, парогенераторов – ПГ);
- наличия перфорации чехлов рабочих кассет (РК);
- протечек теплоносителя через лабиринтные уплотнения тепловыделяющих сборок (ТВС) и межкассетные зазоры;
- возможность комплектации а.з. РК и ТВС с различными энерговыделением и геометрическими и гидравлическими характеристиками.

В результате расчета по программе могут быть получены следующие данные:

- расход теплоносителя через реактор и распределение расходов по петлям I контура и каналам а.з.;
- распределение статического давления и перепадов давления на элементах реактора и I контура;
- напор и подача ГЦН (рабочая точка);
- распределение температур (энтальпий) теплоносителя по тракту циркуляции;

– коэффициенты запаса до кризиса теплоотдачи – минимальные отношения критического теплового потока к локальному (определяются консервативно с учетом инженерных коэффициентов запаса и погрешностей замыкающих соотношений).

#### 4. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Система уравнений, описывающая реактор и I контур, решается при помощи разностного аналога метода Ньютона, а система исходных нелинейных алгебраических уравнений относительно приращений неизвестных – с помощью стандартной процедуры.

Абсолютная погрешность решения общей системы уравнений методом Ньютона (величина максимальной невязки) равна 0,01, а уравнения теплопередачи в ПГ – 0,001. Максимальное количество итераций при решении общей системы уравнений равно 20.

#### 5. ОГРАНИЧЕНИЯ СЛОЖНОСТИ ЗАДАЧИ

Программа СТАР-1 ориентирована на расчет РУ типа ВВЭР. Тепловыделяющая часть твэлов разбивается максимум на 60 участков по высоте. Максимальное число групп циркуляционных петель – 8. Максимальное число каналов а.з. (РК и АРК) – 60.

Ограничения применимости по основным параметрам охватывают диапазоны режимных параметров РУ с ВВЭР-440, ВВЭР-1000 и перспективных РУ с ВВЭР: давление 0,1...20 МПа, энтальпия 40...1 800 кДж/кг, температура 10...360 °С.

#### 6. ТИПИЧНОЕ ВРЕМЯ СЧЕТА

Время счета по программе зависит от:

- быстродействия используемой ПЭВМ;
- исходных данных рассчитываемого варианта (числа групп РК и АРК, числа петель с включенными и отключенными ГЦН, числа участков разбиения твэла по высоте);
- числа итераций, обеспечивающих требуемую точность.

#### 7. ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММЫ

Программа предназначена для расчета стационарных режимов в нормальных условиях эксплуатации.

#### 8. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ И СОПУТСТВУЮЩИЕ ПРОГРАММЫ

#### 9. СОСТОЯНИЕ ПРОГРАММЫ

Программа находится в производственной эксплуатации, включена в ОФАП-ЯР, аттестационный паспорт ГАН РФ № 127 от 12.04.2001 г.

#### 10. ССЫЛКИ

1. Юза Я. Уравнения для термодинамических свойств воды и водяного пара, предназначенные для вычислительных машин // Теплоэнергетика, № 1, 1967.
2. Смолин В.М. Критический тепловой поток при продольном обтекании пучка стержней // Теплоэнергетика, № 4, 1967.
3. Тонг Л. Кризис кипения и критический тепловой поток. – М.: Атомиздат, 1976.

4. *Безруков Ю.А. и др.* Экспериментальное исследование и статистический анализ данных по кризису теплообмена в пучках стержней для реакторов ВВЭР // Теплоэнергетика, № 2, 1976.
5. *Осмачкин В.С.* Исследование теплогидравлических характеристик моделей топливных сборок реакторов в ИАЭ им. И.В. Курчатова / Сб. докладов семинара СЭВ "Исследования критических тепловых потоков в пучках стержней", Москва, 1974.
6. *Астахов В.И. и др.* Исследования влияния профиля тепловыделения по длине на кризис теплообмена в пучках стержней / В кн. "Семинар ТФ-78", СЭВ, Будапешт, 1978.

#### 11. ТРЕБОВАНИЯ К ЭВМ

Оперативная память не менее 8 Мб.

#### 12. ЯЗЫКИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Фортран-77.

#### 13. ОПЕРАЦИОННАЯ СИСТЕМА

MS-DOS-6.22 + NDP 4.0.

#### 14. ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Тестовый (контрольный) вариант.

#### 15. АВТОРЫ ПРОГРАММЫ

Е.И. Левин, В.П. Ягов, В.Н. Лубянко, В.В. Бабыкин, И.А. Воронков, ФГУП ОКБ "ГИДРОПРЕСС".

#### 16. ИМЕЮЩИЕСЯ МАТЕРИАЛЫ

Программа и описание применения.

#### 17. РУБРИКИ И КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

С, Н; реактор, I контур, реакторная установка, активная зона, рабочая кассета, ТВС, твэл.

### ПРОГРАММА КЛАСТ

Приведено описание программы КЛАСТ для расчета динамических характеристик органов регулирования (ОР).

The KLAST code. V.I. Abramov, A.G. Tkachenko. It is described the code KLAST for calculation of dynamic characteristics of VVER-1000 control clusters.

#### 1. НАЗВАНИЕ ПРОГРАММЫ

Программа для ПЭВМ – расчет динамических характеристик ОР.

## 2. ЭВМ

IBM PC-386, 486, Pentium.

## 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Программа КЛАСТ предназначена для проведения расчета динамических характеристик органов регулирования СУЗ реакторов типа ВВЭР-1000. В программе определяются следующие динамические характеристики ОР СУЗ: пройденный путь, скорость перемещения, ускорение, усилия и текущие перегрузки, действующие на ОР СУЗ, как функции времени.

В основу программы положены общеизвестные уравнения движения и гидравлики. Уравнение движения представляет собой баланс сил, действующих на ОР СУЗ в процессе его падения и демпфирования, а уравнение гидравлики – баланс перепадов давлений на участках канала ОР СУЗ.

Система уравнений дополняется зависимостями для расчета сил, действующих на ОР СУЗ во время его падения и демпфирования и входящих в уравнение движения, а также зависимостями для расчета гидравлических потерь на участках канала ОР СУЗ, входящих в уравнение гидравлики.

Для нулевого момента времени задаются начальные скорость и координата положения ОР СУЗ по высоте. Ограничение процесса перемещения ОР СУЗ в программе осуществляется заданием в исходных данных предельного значения координаты для нижнего положения ОР СУЗ, при достижении которой процесс счета прекращается.

Гидравлические усилия на штанге учитываются как функция от скорости и координаты перемещения штанги и/или от перепада давления на штанге. Перепад давления и гидравлические усилия на поглощающем стержне (ПС) зависят от скорости движения и координаты перемещения ПС и перепада давления на активной зоне.

## 4. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для решения уравнений, описывающих процесс перемещения ОР СУЗ во времени, используется итерационный метод Ньютона [1], в котором для улучшения сходимости и обеспечения требуемой устойчивости численных решений шаг итераций делится пополам. Точность сходимости расчетных величин при итерациях составляет 0,01 % по скорости ОР СУЗ и 0,001 % по перепаду давления на активной зоне при решении уравнения гидравлики.

## 5. ОГРАНИЧЕНИЯ СЛОЖНОСТИ ЗАДАЧИ

Программа КЛАСТ ориентирована на расчет динамических характеристик ОР СУЗ реакторов типа ВВЭР-1000.

## 6. ТИПИЧНОЕ ВРЕМЯ СЧЕТА

Время счета задачи определяется заданным максимальным значением физического времени процесса, заданным шагом интегрирования и быстродействием используемой ПЭВМ. Время счета контрольного варианта – 1 с на ПЭВМ Pentium II-MMX.

## **7. ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММЫ**

Программа определяет динамические характеристики ОР СУЗ в процессе падения и демпфирования при срабатывании аварийной защиты в проектных режимах работы (режимах НЭ, ННЭ, аварийных режимах разрыва ГЦТ и чехла привода). Если в процессе демпфирования ОР СУЗ выбирается полностью запас хода демпфирующих пружин, происходит соударение ОР с плитой головки кассеты. Процесс соударения относится к задачам прочности и в настоящей программе не рассматривается. Ограничение процесса перемещения ОР СУЗ в программе осуществляется заданием в исходных данных предельных значений координат положения ОР СУЗ по высоте. Математическая модель разработана для условий однофазного теплоносителя.

## **8. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ И СОПУТСТВУЮЩИЕ ПРОГРАММЫ**

## **9. СОСТОЯНИЕ ПРОГРАММЫ**

Программа находится в опытно-промышленной эксплуатации, включена в ОФАП-ЯР, аттестационный паспорт ГАН РФ № 128 от 12.04.2001 г.

## **10. ССЫЛКИ**

1. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. – М.: Наука, 1978.

## **11. ТРЕБОВАНИЯ К ЭВМ**

Оперативная память не менее 640 кб.

## **12. ЯЗЫКИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

TURBO-PASCAL-5.5.

## **13. ОПЕРАЦИОННАЯ СИСТЕМА**

MS-DOS-6.22, WINDOWS-95.

## **14. ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ**

Тестовый (контрольный) вариант.

## **15. АВТОРЫ ПРОГРАММЫ**

В.И. Абрамов, А.Г. Ткаченко, ФГУП ОКБ "ГИДРОПРЕСС".

## **16. ИМЕЮЩИЕСЯ МАТЕРИАЛЫ**

Описание программы и применения.

## **17. РУБРИКИ И КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА**

С, Н; динамические характеристики, скорость перемещения, время падения, органы регулирования, активная зона, режимы работы.

## ПРОГРАММА ПУЧОК-1000

Приведено описание программы ПУЧОК-1000 для расчета запаса до кризиса теплоотдачи в пучках тепловыделяющих стержней.

The PUCHOK-1000 code. E.I. Levin, V.I. Abramov, Yu.M. Konoval'tsev, E.V. Glubokova. It is described the code PUCHOK-1000 for departure from nucleate boiling ratio (DNBR) calculation in fuel rod bundle.

### 1. НАЗВАНИЕ ПРОГРАММЫ

Программа для ПЭВМ – расчет запасов до кризиса теплоотдачи в пучках тепловыделяющих стержней.

### 2. ЭВМ

IBM PC-486, Pentium.

### 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пучок тепловыделяющих стержней (элементов) рассматривается как система взаимодействующих параллельных каналов (ячеек). Каждая ячейка в сечении пучка выделяется твердой поверхностью тепловыделяющих стержней, других элементов, чехла сборки и некоторой фиктивной поверхностью раздела.

Рассматривается продольное обтекание тепловыделяющих стержней теплоносителем (водой или пароводяной смесью), который подогревается за счет тепла, выделяемого в стержнях пучка. При этом рассчитываются локальные параметры теплоносителя в ячейках пучка и анализируется возможность возникновения кризиса теплообмена в пучке стержней. В методике предусматривается возможность определения текущего и минимального коэффициентов запаса до кризиса теплоотдачи по высоте и сечению пучка с использованием различных корреляций для критического теплового потока. Под коэффициентом запаса до кризиса понимается отношение критического теплового потока, определяемого для локальных параметров теплоносителя, к локальному действительному тепловому потоку в данном сечении по высоте и в данной ячейке пучка.

Для определения локальных параметров теплоносителя (расхода, температуры, энтальпии, паросодержания, плотности) по высоте и сечению пучка наряду с учетом различной геометрии и обогрева ячеек учитываются факторы турбулентного перемешивания и конвективных перетоков теплоносителя между ячейками.

### 4. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Состояние теплоносителя описывается уравнениями сохранения энергии, движения и неразрывности. Распределение локальных параметров определяется при решении системы уравнений, которые в конечноразностном виде на каждом расчетном участке по высоте выражают равенство перепадов давления на ячейках и уравнения неразрывности, движения, энергии. При решении уравнений применен метод итераций с делением интервала пополам и с использованием коэффициента релаксации для обеспечения требуемой устойчивости и сходимости итерационного счета.

В программе реализованы метод поячеечного анализа теплогидравлических характеристик в пучке и определение на основе локальных параметров запасов до кризиса с применением корреляций ОКБ "ГИДРОПРЕСС", Смолина, Тонга, Осмачкина и Миропольского [1...5] для критического теплового потока. Выбор зависимости для критического теплового потока осуществляется в соответствии с режимными параметрами пучка с учетом пределов применимости этих формул.

## 5. ОГРАНИЧЕНИЯ СЛОЖНОСТИ ЗАДАЧИ

Программа ПУЧОК-1000 ориентирована, главным образом, на задачи теплогидравлического расчета надежности охлаждения тепловыделяющих сборок и активных зон реакторов типа ВВЭР в стационарных режимах. Соответственно рекомендуемая область применения программы определена пределами геометрических характеристик и режимных параметров активных зон типа ВВЭР в нормальных условиях эксплуатации.

Программа позволяет проводить расчеты для произвольного разбиения поперечного сечения пучка на ячейки (до 1000 ячеек) и разбиения по высоте пучка (до 60-ти участков), задавать и проводить расчет за один цикл до 100 вариантов по режимным параметрам пучка (мощности, расхода, давления, энтальпии теплоносителя на входе).

## 6. ТИПИЧНОЕ ВРЕМЯ СЧЕТА

Время счета одного варианта режимных параметров зависит от количества ячеек расчетного массива пучка, количества участков разбиения по высоте, количества вариантов по режимным параметрам и от быстродействия ПЭВМ. Для варианта, в котором поперечное сечение пучка разбито на 36 ячеек, а высота пучка на 25 участков, время счета одного варианта по режимным параметрам занимает ~ 10 с на ПЭВМ IBM PC-486.

## 7. ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММЫ

Программа ПУЧОК-1000 предназначена для расчета запасов до кризиса теплоотдачи в пучках с тепловыделяющими и необогреваемыми стержнями любой геометрии в стационарном режиме при заданных мощности, распределении энерговыделения по сечению и высоте пучка и параметрах теплоносителя на входе (расход, температура, давление). Теплоносителем служат недогретая до энтальпии насыщения вода или пароводяная смесь.

## 8. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ И СОПУТСТВУЮЩИЕ ПРОГРАММЫ

## 9. СОСТОЯНИЕ ПРОГРАММЫ

Программа находится в производственной эксплуатации, включена в ОФАП-ЯР, аттестационный паспорт ГАН РФ № 129 от 12.04.2001 г.

## 10. ССЫЛКИ

1. *Астахов В.И., Безруков Ю.А. и др.* Исследование влияния профиля тепловыделения по длине на кризис теплообмена в пучках стержней / Сб. докладов "Семинар ТФ-78", СЭВ, Будапешт, 1978.
2. *Смолин В.Н.* Критический тепловой поток при продольном обтекании пучка стержней // Теплоэнергетика, № 5, 1967.
3. *Тонг Л.* Кризис кипения и критический тепловой поток. – М.: Атомиздат, 1976.

4. *Осмачкин В.С.* Исследование теплогидравлических характеристик моделей топливных сборок реакторов в ИАЭ им. И.В. Курчатова / Сб. докладов "Семинар ТФ-74". – М.: 1974.
5. *Миропольский З.Л., Виноградова М.Н.* Статистические закономерности при исследовании кризиса теплообмена // Теплоэнергетика, № 7, 1969.

#### 11. ТРЕБОВАНИЯ К ЭВМ

Оперативная память не менее 4 Мб.

#### 12. ЯЗЫКИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Фортран 5 и 77.

#### 13. ОПЕРАЦИОННАЯ СИСТЕМА

MS-DOS-6.22.

#### 14. ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Тестовый (контрольный) вариант.

#### 15. АВТОРЫ ПРОГРАММЫ

Е.И. Левин, В.И. Абрамов, Ю.М. Коновальцев, Е.В. Глубокова,  
ФГУП ОКБ "ГИДРОПРЕСС"

#### 16. ИМЕЮЩИЕСЯ МАТЕРИАЛЫ

Комплект программных документов.

#### 17. РУБРИКИ И КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

С, Н; ВВЭР, активная зона, пучок стержней, кризис теплоотдачи.

УДК 621.039.58

### ПРОГРАММНОЕ СРЕДСТВО "АРБИТР" (ПК АСМ СЗМА)

Приводится краткое описание программного средства АРБИТР: "Программный комплекс автоматизированного структурно-логического моделирования и расчета надежности и безопасности систем" (ПК АСМ СЗМА, базовая версия 1.0), разработанного в ОАО "Специализированная инжиниринговая компания "Севзапмонтажавтоматика" (ОАО "СПИК СЗМА").

**Code ARBITR. A.S. Mozhaev.** ARBITR code complex for automated structural logic simulation and assessment of the system reliability and safety measures (SC ASLS SZMA) base version 1.0 is described. SC ASLS SZMA is developed by JSC "SPIK SZMA".

## 1. НАЗВАНИЕ ПРОГРАММЫ

АРБИТР – “Программный комплекс автоматизированного структурно-логического моделирования и расчета надежности и безопасности систем (ПК АСМ СЗМА), базовая версия 1.0” [1...3].

## 2. ЭВМ

ПЭВМ, компьютер класса IBM-PC с процессором Pentium II и выше.

## 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Программный комплекс АРБИТР (ПК АСМ СЗМА) [1...3] предназначен для автоматизированного математического моделирования и расчета вероятностных характеристик надежности (ГОСТ 27.002-89) и безопасности (технического риска [4], вероятности возникновения или невозникновения аварийных ситуаций и аварий вследствие отказов элементов) структурно-сложных систем опасных производственных объектов (ОПО) и объектов использования атомной энергии (ОИАЭ), включая АЭС с реакторами любых типов, радиационные источники, пункты хранения ядерных материалов и радиоактивных веществ, хранилища радиоактивных отходов [5, 6].

На этапе постановки задач пользователь ПК АРБИТР выполняет следующие действия:

– разрабатывает структурную схему функциональной целостности (СФЦ) исследуемого свойства надежности или безопасности системы, представляющую блок-схему работоспособности, дерево отказов (ДО) или дерево событий (допускаются неограниченное использование циклических связей, двухуровневая декомпозиция и размножение вершин на одном уровне декомпозиции);

– определяет исходные значения параметров надежности элементов системы (вероятность безотказной работы или отказа, средняя наработка до отказа, среднее время восстановления, время работы элементов и системы), устанавливает признаки принадлежности элементов к группам несовместных событий (ГНС), группам отказов по общей причине (ООП), кратности вершин и др.;

– задает логический критерий функционирования (ЛКФ), который совместно с СФЦ определяет общие условия реализации системой исследуемого свойства надежности или безопасности (безотказности, отказа, частичной работоспособности, возникновения или невозникновения аварийных ситуаций и аварий различного уровня последствий и др.);

– вводит подготовленные исходные данные (СФЦ, ЛКФ, параметры элементов) в комплекс АРБИТР, устанавливает режим его работы (статический, вероятностно-временной или приближенный расчеты) и включает сеанс автоматического моделирования и расчетов.

После этого комплекс АРБИТР автоматически строит логическую функцию (кратчайшие пути успешного функционирования (КПУФ), минимальные сечения отказов (МСО) или их немонотонные комбинации), точный расчетный многочлен вероятностной функции (ВФ) исследуемого свойства надежности или безопасности (технического риска) системы и вычисляет значения соответствующих системных показателей.

## 4. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Теоретической основой комплекса АРБИТР служит общий логико-вероятностный метод (ОЛВМ) анализа структурно-сложных системных объектов и процессов различных видов, классов и назначения [7...9]. Новые возможности ОЛВМ, реализованные в комплексе АРБИТР, определяются следующими положениями.

1. Принципиально новым является разработанный в ОЛВМ и реализованный в комплексе АРБИТР графический аппарат СФЦ [7, 9] для структурного описания исследуемых

свойств надежности (безотказности) и безопасности (технического риска). Аппарат СФЦ по построению реализует функционально полный набор логических операций И, ИЛИ и НЕ алгебры логики. Это позволяет с помощью СФЦ логически корректно представлять практически все виды типовых структурных схем систем (блок-схем, графов связности, ДО и деревьев событий), а также строить принципиально новый класс немонотонных структурных моделей надежности, живучести и безопасности сложных системных объектов различного назначения. Логическая универсальность ОЛВМ и аппарата СФЦ впервые предоставляет пользователю комплекса АРБИТР возможность строить структурные модели как безотказности (безаварийности) исследуемого объекта, так и отказа (аварии) системы. Причем в обеих формах структурного описания системы обеспечивается одинаковая точность автоматического построения как МСО, так и КПУФ.

2. В классических логико-вероятностных методах (использующих только блок-схемы, графы связности и ДО) на структурном и аналитическом уровнях моделирования применяется функционально неполный базис операций И и ИЛИ. Это дает возможность строить только монотонные модели надежности и безопасности систем. В ОЛВМ на всех уровнях моделирования и расчетов впервые используется функционально полный базис логических операций И, ИЛИ, НЕ [7...9]. На этой основе в комплексе АРБИТР реализованы все возможности основного аппарата моделирования алгебры логики, что позволяет автоматически строить как все прежние виды монотонных моделей, так и принципиально новый класс немонотонных моделей надежности, живучести, безопасности и риска функционирования структурно-сложных системных объектов различного назначения.

3. В четырех ранее аттестованных программных средствах аналогичного назначения (две версии "Risk Spectrum" (Швеция), "РИСК", "CRISS 4.0" (РФ)) реализована только технология ДО. Применение в комплексе АРБИТР принципиально нового графического аппарата СФЦ для структурного описания свойств надежности, живучести, безопасности и технического риска систем впервые позволило представлять как все прежние типовые монотонные структурные модели (блок-схемы, графы связности, ДО, деревья событий), так и новый класс немонотонных структурных моделей надежности и безопасности систем. Поэтому комплекс АРБИТР в полном объеме реализует новую технологию АСМ сложных системных объектов и процессов.

4. Все комплексы, реализующие технологию ДО, позволяют пользователю применять только один обратный подход для постановки задач анализа надежности и безопасности систем. Этот подход требует от разработчика точного представления и графического описания условий отказа, неработоспособности, возникновения аварийной ситуации или аварии в исследуемой системе. Если система сложная, например, с множественными циклическими связями элементов, то безошибочное построение соответствующего ДО часто превращается в трудно разрешимую проблему [10]. Используемые в комплексе АРБИТР графический аппарат СФЦ и технология АСМ предоставляют пользователю на выбор три вида подходов к постановке задачи автоматизированного анализа системы:

- традиционный обратный подход, в результате которого пользователь разрабатывает СФЦ дерева отказов исследуемого свойства системы;
- прямой подход, в результате которого пользователь разрабатывает СФЦ блок-схемы работоспособности (безотказности, невозникновения аварии), причем с возможностью неограниченного представления циклических (мостиковых) связей, существующих в системе;
- комбинированный (смешанный) подход, впервые позволяющий строить немонотонные СФЦ надежности, живучести, безопасности и риска функционирования структурно-сложных системных объектов.

Независимо от того, какой подход применяется при разработке СФЦ, с помощью ОЛВМ [7...9], реализованного в комплексе АРБИТР, далее могут автоматически определяться и КПУФ, и МСО, а также различные их немонотонные комбинации [2]. Научные исследования и практика показали, что прямой и комбинированный подходы позволяют пользователю разрабатывать более сложные и высокоразмерные структурные схемы систем, чем традиционный обратный подход, использующий только аппарат ДО [2, 10].

5. Все ранее аттестованные программные средства аналогичного назначения вычисляют только приближенные вероятностные показатели надежности и безопасности исследуемых систем. Корректность данных вычислений обеспечивается только при условии задания вероятностей отказов элементов не более 0,01. Комплекс АРБИТР изначально разрабатывался как инструмент точного моделирования и расчетов вероятностных показателей (в рамках принятых допущений и ограничений). Основой точных вычислений служит впервые разработанная в ОЛВМ и реализованная в комплексе АРБИТР комбинированная процедура автоматического построения правильного многочлена расчетной ВФ [11]. Поэтому корректные (правильные в рамках заявленных ограничений и допущений) расчеты вероятностных характеристик систем в ПК АРБИТР впервые выполняются во всем диапазоне возможных значений вероятностных параметров элементов (от 0 до 1 включительно) [2].

В комплексе АРБИТР реализован дополнительный (вспомогательный) режим приближенного моделирования и расчетов вероятностных показателей. Приближенные расчеты выполняются по двум методикам: для независимых отказов элементов (аналог методики, используемой в комплексах "Risk Spectrum" и "Saphire-7") и с учетом трех типов отказов элементов – "отказ на требование", "отказ в режиме работы" и "скрытый отказ в режиме ожидания" (методы разработаны специалистами ФГУП "ОКБМ" и впервые реализованы в комплексе "CRISS 4.0").

Разработанный на основе ОЛВМ комплекс АРБИТР реализует следующие основные функциональные возможности:

- обеспечивает ввод структурных моделей свойств надежности и безопасности исследуемых системных объектов, представленных в виде одно- и двухуровневых (декомпозированных) СФЦ (до 40 000 вершин);
- обеспечивает ввод значений исходных параметров элементов (вероятности событий, средние наработки до отказа, среднее время восстановления, признаки ГНС и кратности, собственное время работы и др.), задание режимов статического, вероятностно-временного и приближенного моделирования и расчетов показателей надежности и безопасности исследуемых систем;
- задает с помощью ЛКФ различные монотонные и немонотонные условия реализации или нереализации системой исследуемых свойств ее надежности, живучести или безопасности  $Y_S = f(\{y_i, \bar{y}_i\}, i = 1 \dots N)$ , где  $N$  – общее число вершин СФЦ;

• автоматически строит логические функции работоспособности систем (ФРС) СФЦ:  $G(X, Y)$  }  $\Rightarrow$  ФРС:  $Y_F = Y_F(\{x_i, \bar{x}_i\}, i = 1 \dots H)$  ( $H$  – число элементов системы), которые ЛКФ:  $Y_F^*$

в зависимости от вида СФЦ и ЛКФ представляют КПУФ, МСО и разные их немонотонные комбинации (размеры ФРС ограничиваются техническими характеристиками компьютера);

- автоматически строит точные многочлены расчетных ВФ  $Y_F(\{x_i, \bar{x}_i\}, i = 1 \dots H) \Rightarrow P_F(t) = P_F(\{p_i, q_i\}, i = 1 \dots H; t)$ , которые используются для машинных вычислений вероятностных показателей надежности и безопасности исследуемых систем (размеры ограничиваются техническими характеристиками компьютера);

- автоматически рассчитывает следующие показатели структурной надежности и безопасности систем [2]:
  - статическую вероятность оцениваемого системного события – безотказности, отказа, частичного отказа, безопасности, риска возникновения аварийной ситуации или аварии;
  - вероятность безотказной работы невосстанавливаемой системы;
  - среднюю наработку до отказа невосстанавливаемой системы;
  - коэффициент готовности восстанавливаемой системы;
  - среднюю наработку на отказ восстанавливаемой системы;
  - среднее время восстановления системы;
  - вероятность безотказной работы (или отказа) восстанавливаемой системы;
  - вероятность готовности смешанной системы, состоящей из восстанавливаемых и невосстанавливаемых элементов;
  - положительный вклад каждого отдельного элемента системы;
  - значимость каждого отдельного элемента системы;
  - отрицательный вклад каждого отдельного элемента системы;
  - приближенные вероятностные показатели надежности и безопасности системы без отсечки и с отсечкой малозначимых путей и сечений;
  - вероятности реализации отдельных путей функционирования и МСО системы;
  - значимости и суммарные значимости сечений отказов по Fussell-Vesely;
  - значимости, коэффициенты уменьшения и увеличения риска элементов по Fussell-Vesely;
  - приближенные вероятностные характеристики системы с учетом трех типов отказов элементов: отказ на требование, отказ в режиме работы и скрытый отказ в режиме ожидания (аналог методики, разработанной специалистами ОКБМ);
  - вероятностные показатели с учетом ООП групп элементов (модели альфа-фактора, бета-фактора и множественных греческих букв);
  - вероятностные показатели с учетом различных видов зависимостей элементов, представляемых ГНС;
  - системные показатели надежности и безопасности при двухуровневой декомпозиции структурной схемы системы и применении дизъюнктивных и конъюнктивных кратностей сложных элементов (подсистем);
  - системные показатели с учетом неограниченного числа циклических (мостиковых) связей между элементами и подсистемами;
  - системные показатели с учетом различных комбинаторных отношений ( $K$  из  $N$ ) между группами элементов и подсистем;
- выводит результаты моделирования и расчетов на экран монитора и сохраняет их в файле результатов для использования при выработке и обосновании решений в области обеспечения надежности и безопасности исследуемых систем.

## 5. ОГРАНИЧЕНИЯ СЛОЖНОСТИ ЗАДАЧИ

1. Вероятностно-временные показатели надежности и/или безопасности систем (средние наработки) рассчитываются только для прямых монотонных логико-вероятностных моделей исследуемой системы.

2. Исследуются системы, для которых приемлемой является гипотеза о независимости в совокупности отказов (поражений) всех элементов и неограниченности их восстановлений.

3. В автоматически формируемых математических моделях и при выполнении расчетов могут учитываться только те стохастические зависимости и множественные состояния элементов, которые представляются с помощью аппарата ГНС ОЛВМ.

4. Для вероятностно-временных расчетов применяется только экспоненциальный закон распределения времени безотказной работы и восстановления элементов.

5. Число уровней односвязной структурной декомпозиции СФЦ исследуемых системных объектов  $\leq 2$ .

6. Задание групп размноженных функциональных вершин, ГНС и ООП допускается только в пределах основной и/или отдельных декомпозированных СФЦ подсистем.

7. Максимальное количество элементов мажоритарных ( $K$  из  $N$ ) подсистем, представляемых СФЦ,  $\leq 8$ .

8. Максимальное количество элементов в группе ООП –  $\leq 8$ .

9. Комплекс нельзя использовать для проведения анализа неопределенности и автоматизированного анализа чувствительности.

10. Комплекс не применяется для выполнения полномасштабного вероятностного анализа безопасности ЯЭУ.

11. Допустимые значения параметров:

|       |   |  |
|-------|---|--|
| 11.1  | Вершины СФЦ   | – функциональные, фиктивные, эквивалентированные                     |
| 11.2  | Дуги СФЦ  | – конъюнктивные прямые и инверсные, дизъюнктивные прямые и инверсные |
| 11.3  | Число уровней декомпозиции  | – 2  |
| 11.4  | Число вершин основной СФЦ   | – до 400   |
| 11.5  | Число вершин подсистем СФЦ  | – до 100   |
| 11.6  | Значения вероятностей элементарных событий  | – от 0 до 1 включительно   |
| 11.7  | Количество элементов в одной группе ООП при прямом отображении ООП на графе       | – до 4   |
| 11.8  | Количество элементов в одной группе ООП при автоматизированном учете ООП          | – до 8   |
| 11.9  | Количество элементов в одной группе ООП при использовании встроенной утилиты      | – до 8   |
| 11.10 | Число комбинаторных связей при прямом отображении условий мажоритарности на графе | – до 8   |
| 11.11 | Число комбинаторных связей при использовании утилиты агрегирования                | – до 30  |
| 11.12 | Число комбинаторных связей при использовании утилиты формирования комбинаций      | – до 20  |

## 6. ТИПИЧНОЕ ВРЕМЯ СЧЕТА

Время решения задач комплексом АРБИТР зависит от числа элементов, сложности структуры исследуемой системы и определяется в основном размерностью автоматически формируемых логической и расчетной вероятностной моделей. В комплексе предусмотрены специальные средства (кратные вершины, односвязная структурная декомпозиция исходной СФЦ, режим приближенных расчетов и отсечка малозначимых конъюнкций), во много раз сокращающие время моделирования систем большой размерности и высокой структурной сложности. Так, например, при решении тестовой задачи № 9 Отчета о верификации [2] без декомпозиции для построения логической модели размерностью 4 992 конъюнкции и многочлена ВФ размерностью 52 160 одночленов потребовалось 16 мин (ПЭВМ Pentium-4; 2,0 ГГц). После декомпозиции СФЦ этой системы задача решена на той же ЭВМ за 1 с, а максимальные размеры логической и вероятностной моделей составили 8 конъюнкций и 15 одночленов, соответственно. При этом полностью сохранена точность расчета вероятности безотказной работы системы, значимостей и вкладов элементов, а средняя наработка до отказа вычислена с приближением в сторону уменьшения, что допустимо в инженерных расчетах. В другом тестовом примере № 10.5 выполнен анализ системы, состоящей из 225 элементов с множественными циклическими связями. Сформированная ПК АРБИТР прямая декомпозируемая модель безотказности оценивается  $3.49E+19$  конъюнкций (КПУФ), а обратная модель отказа системы оценивается 8 621 131 МСО. В обоих случаях вычислены точные значения вероятностных характеристик. Время решения этих высокоразмерных задач составило 1 с.

## 7. ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММЫ

Модульный принцип построения ПК АРБИТР обеспечивает возможность его эффективного усовершенствования, модернизации и адаптации к разным предметным областям. Это означает, что на основе данной аттестованной базовой версии можно разрабатывать различные специализированные версии ПК АРБИТР, в которых учитываются особенности предметных областей промышленного применения исследуемых систем, типы системных объектов и классы задач автоматизированного моделирования, расчета показателей, оптимизации параметров и обеспечения разных видов деятельности пользователей по выработке и обоснованию различных управленческих решений в области обеспечения надежности, живучести, безопасности и риска ОИАЭ и других ОПО.

## 8. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ И СОПУТСТВУЮЩИЕ ПРОГРАММЫ

Рабочим прототипом ПК АРБИТР служит ПК АСМ 2001 [12]. Разработанный на его основе программный модуль автоматического построения логических и вероятностных функций [11], является непосредственной составной частью программного средства АРБИТР. В комплекс АРБИТР встроены три вспомогательные расчетные утилиты:

- расчета вероятностных параметров базовых событий для трех типовых моделей ООП групп элементов (модели бета-фактора, множественных греческих букв и альфа-фактора);
- расчета вероятностных характеристик односвязных однородных (все элементы одинаковые) комбинаторных подсистем  $K$  из  $N \leq 30$  методом агрегирования;
- моделирования и расчета вероятностных характеристик односвязных неоднородных (элементы имеют разные значения параметров надежности) комбинаторных подсистем  $K$  из  $N \leq 20$  методом формирования комбинаций.

Эти утилиты могут использоваться автономно, а также обеспечивают более удобную работу пользователя при подготовке исходных данных специальных задач автоматизированного моделирования.

## 9. СОСТОЯНИЕ ПРОГРАММЫ

В настоящее время эксплуатация ПК АРБИТР осуществляется рядом организаций, в том числе:

- ОАО “СПИК СЗМА” (С.-Петербург) – разработчик комплекса АРБИТР; выполнены проектные расчеты надежности АСУТП ОПО: ООО “Киришинефтеоргсинтез”, 6 проектов; ООО НПО “МИР”, 1 проект; ООО “Мозырский НПЗ”, Республика Беларусь, 4 проекта; ОАО “Казаньоргсинтез”, Республика Татарстан, 2 проекта и ряд других;
- “Межотраслевой экспертно-сертификационный, научно-технический и контрольный центр ядерной и радиационной безопасности” (РЭСцентр, С.-Петербург), выполнено 13 проектов по расчету показателей надежности, остаточного ресурса и рисков ОИАЭ (ФГУП “ПО Севмаш”, г. Северодвинск) [4, 5];
- ЗАО “Компания СЗМА” (С.-Петербург) выполнен расчет надежности Автоматизированной информационно-измерительной системы коммерческого учета электрической энергии (ФГУП “Петербургский метрополитен”);
- ОАО “Гипровостокнефть” (г. Самара) выполняет работы по расчету надежности систем объектов нефтехимической промышленности Сибири и Дальнего Востока;
- Российский государственный технологический университет им. К.Э. Циолковского (МАТИ, Москва) использует ПК АРБИТР в учебном процессе университета;
- ЗАО “ТЕЛРОС” (С.-Петербург) применяет комплекс для аудита безопасности объектов жизнеобеспечения.

Стандарты и Руководящие документы, поддерживаемые комплексом АРБИТР:

- 1) ГОСТ 24.701-86. Надежность автоматизированных систем управления. Основные положения. – М.: ИПК Изд-во стандартов, 1986.
- 2) ГОСТ 27.301-95. Надежность в технике. Расчет надежности. Основные положения. – М.: ИПК Изд-во стандартов, 1996.
- 3) РД 03-418-01. Методические указания по проведению анализа риска опасных производственных объектов // Нормативные документы межотраслевого применения по вопросам промышленной безопасности и охраны недр. Сер. 3. Вып. 10. – М.: Госгортехнадзор России, НТЦ “Промышленная безопасность”, 2001.
- 4) ГОСТ Р 51901-2002 (МЭК 60300-3-9:1995). Управление надежностью. Анализ риска технологических систем. – М.: ИПК Изд-во стандартов, 2002.
- 5) ГОСТ Р 51901.14-2005 (МЭК 61078:1991). Менеджмент риска. Метод структурной схемы надежности. – М.: Стандартиформ, 2005.
- 6) ГОСТ Р 51901.13-2005 (МЭК 61025:1990). Менеджмент риска. Анализ дерева неисправностей. – М.: Стандартиформ, 2005.
- 7) РД 34.20.501-95. Правила технической эксплуатации электрических станций и сетей Российской Федерации. Приказ Минэнерго № 229 от 19.06.2003 г., приказ Ростехнадзора РФ от 01.08.2006 г. № 738.

В 2004-2005 гг. программа применялась в комплексной НИР [10] трех организаций: СПБАЭП (ПК “Risk Spectrum”, Швеция), ИПУ РАН (ПК “Relax”, США) и ОАО “СПИК СЗМА” (ПК АСМ СЗМА) и успешно прошла сравнительный анализ трех указанных технологий и программных комплексов.

Сравнение результатов приближенных и точных решений, выполненных при верификации ПК АРБИТР, выявило одну важную новую закономерность. При использовании тради-

ционных приближенных методов моделирования и расчетов с отсечкой (вспомогательный режим ПК АРБИТР) оказалось, что чем меньше количество исключаемых из полной логической модели малозначимых конъюнкций (МСО), тем точность приближенных вычислений вероятности вершинного события ДО не увеличивается, а уменьшается. Это объясняется накоплением погрешности при использовании традиционных методов приближенных расчетов на основе МСО (комплексы "Risk Spectrum", "Saphire-7" и др.), которая сокращается при удалении малозначимых МСО.

## 10. ССЫЛКИ

1. **АРБИТР** – Программный комплекс автоматизированного структурно-логического моделирования и расчета надежности и безопасности АСУТП на стадии проектирования (ПК АСМ СЗМА), базовая версия 1.0. Автор: Можяев А.С. Правообладатель: ОАО "СПИК СЗМА". Свидетельство № 2003611101 от 12 мая 2003 г. об официальной регистрации программ, Роспатент РФ, Москва, 2003. Аттестационный паспорт № 222 от 21 февраля 2007 г. Совета по аттестации ПС Федеральной службы по экологическому, технологическому и атомному надзору (Ростехнадзор) РФ.
2. **Можяев А.С., Киселев А.В., Струков А.В., Скворцов М.С.** Отчет о верификации программного средства "Программный комплекс автоматизированного структурно-логического моделирования и расчета надежности и безопасности систем" (ПК АСМ СЗМА, базовая версия 1.0). Заключительная редакция. – СПб.: ОАО "СПИК СЗМА", 2006.
3. **Можяев А.С.** Технология и программный комплекс автоматизированного моделирования и оценки надежности, безопасности и риска опасных производственных объектов / Сб. тезисов докладов V тематического семинара "Об опыте декларирования промышленной безопасности и страхования ответственности. Развитие методов оценки риска аварий на опасных производственных объектах". – М.: Федеральная служба по экологическому, технологическому и атомному надзору. НТЦ "Промышленная безопасность", 2004. – С. 50 – 58.
4. **РД 03-418-01.** Методические указания по проведению анализа риска опасных производственных объектов // Нормативные документы межотраслевого применения по вопросам промышленной безопасности и охраны недр. Вып. 10. – М.: ГУП "НТЦ ПБ" Госгортехнадзора России, 2001.
5. **Можяев А.С., Камынов Ш.В., Рылов М.И., Нозик А.А.** Методика применения программного комплекса АСМ СЗМА для расчета показателей безотказности и безаварийности стенда физических измерений // Вопросы анализа риска, № 1 (9). – М.: ООО "АНКИЛ", 2007. – С. 63 – 72.
6. **Рылов М.И., Анисимов Н.А., Можяев А.С. и др.** Оптимизация риска при утилизации АПЛ // Управление риском, № 3, 2003. – С. 25 – 32.
7. **Можяев А.С.** Общий логико-вероятностный метод анализа надежности сложных систем. Уч. пос. – Л.: ВМА, 1988.
8. **Mozhaev A.S.** Theory and practice of automated structural-logical simulation of system. Int. Conf. on Informatics and Control (ICI&C'97). Vol. 3. St.Petersburg: SPIIRAS, 1997, p. 1109 – 1118.
9. **Можяев А.С.** Общий логико-вероятностный метод автоматизированного структурно-логического моделирования надежности, безопасности и риска сложных систем. Многотомное издание "Безопасность России". Анализ риска и проблем безопасности. В четырех частях. Часть I, с. 153 – 197. Часть III, с. 243 – 293. – М.: МГФ "Знание", 2007.
10. **НИР** "Сравнительный анализ технологий деревьев отказов и автоматизированного структурно-логического моделирования, используемых для выполнения работ по вероятно-

стному анализу безопасности АЭС и АСУТП на стадии проектирования” (шифр “Технология 2004”), ФГУП СПбАЭП, ОАО “СПИК СЗМА”, ИПУ РАН. – 2005.

11. *Можжаев А.С., Гладкова И.А.* Библиотека программных модулей автоматического построения монотонных и немонотонных логических функций работоспособности систем и многочленов вероятностных функций (ЛОГ & ВФ). Свидетельство № 2003611100 об официальной регистрации программ. – М.: Роспатент РФ, 12 мая 2003 г.

12. *Можжаев А.С., Гладкова И.А.* Программный комплекс автоматизированного структурно-логического моделирования сложных систем (ПК АСМ 2001). Свидетельство № 2003611099 об официальной регистрации программ. – М.: Роспатент РФ, 12 мая 2003 г.

#### **11. ТРЕБОВАНИЯ К ЭВМ**

Для полноценного применения программного комплекса требуются следующие системные ресурсы ПК:

- компьютер класса IBM-PC с процессором Pentium II и выше;
- привод CD-ROM;
- не менее 32-х Мбайт памяти (для обеспечения быстродействия комплекса и большей размерности СФЦ желательно иметь ОЗУ 128 Мбайт и больше);
- не менее 5 Мбайт свободного пространства на жестком диске;
- VGA графическая видеосистема и выше, желательно super VGA с числом цветов не менее 256, рекомендуемое разрешение экрана 1 024×768.

#### **12. ЯЗЫКИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Borland Object Pascal, среда разработки Borland Delphi Professional, Version 7.0 (Build 4.453).

#### **13. ОПЕРАЦИОННАЯ СИСТЕМА**

Windows 95, Windows 98, Windows Me, Windows NT, Windows 2000, Windows XP, Windows 2003.

#### **14. ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ**

Программное средство АРБИТР (ПК АСМ СЗМА), базовая версия 1.0 имеет: Свидетельство № 2003611101 от 12 мая 2003 г. об официальной регистрации программ в Роспатенте РФ и Аттестационный паспорт № 222 от 21 февраля 2007 г. Совета по аттестации программных средств НТЦ ЯРБ Федеральной службы по экологическому, технологическому и атомному надзору (Ростехнадзор) РФ.

#### **15. АВТОРЫ ПРОГРАММЫ**

А.С. Можжаев, ОАО “СПИК СЗМА”, С.-Петербург, пер. Каховского, 10.

#### **16. ИМЕЮЩИЕСЯ МАТЕРИАЛЫ**

Диск с инсталляционной программой, руководство пользователя, Отчет о верификации с Тестовыми и Контрольными примерами [2].

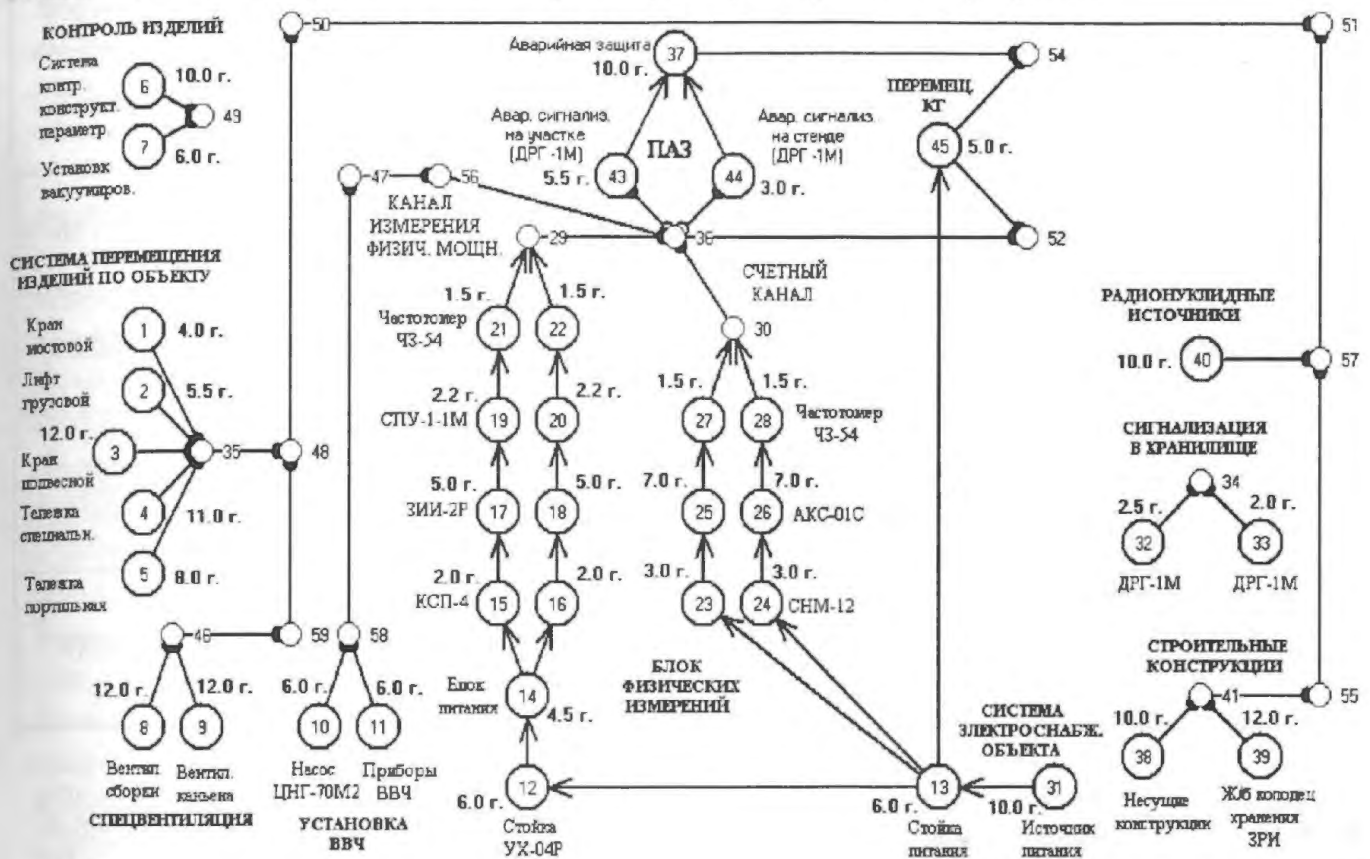
#### **17. РУБРИКИ И КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА**

Надежность, безопасность, технический риск, общий логико-вероятностный метод, технология автоматизированного структурно-логического моделирования.

## 18. ПРИМЕР

### Вероятностный анализ надежности и безопасности стенда физических измерений

Пример разработан в Межотраслевом, экспертно-сертификационном, научно-техническом и контрольном центре ядерной и радиационной безопасности (РЭСцентр) [5], имеющем разрешение на использование комплекса АРБИТР. Полное описание решений задач данного примера приведено в Отчете о верификации [2]. СФЦ надежности и безопасности стенда физических измерений (СФИ) изображена на рисунке.



СФЦ работоспособности СФИ

Функциональными вершинами на схеме (большие кружки) обозначены события безотказной работы элементов СФИ. Приведены наименования соответствующих элементов и значения средней наработки до отказа в годах. В СФЦ представлены 13 подсистем (наименования выделены), отказы элементов которых могут привести к функциональному отказу СФИ в целом, его проектной аварии, локализации аварийных ситуаций или возникновению запроектной аварии (неуправляемой самоподдерживающейся цепной реакции деления).

При построении данной СФЦ применялся смешанный подход. Все подсистемы СФИ представлены фрагментами СФЦ условий их работоспособности (безаварийности). Поэтому СФЦ в целом подобна исходной функциональной схеме СФИ и ее построение не вызывает больших затруднений.

На схеме представлено одно немонотонное условие (см. рисунок, инверсные выходы фиктивной вершины 36) возникновения отказа каналов блока физических измерений или установки воды высокой чистоты. Это условие требует выполнения функций подсистемой аварийной защиты для локализации возможной запроектной аварии СФИ.

В таблице приведены основные результаты моделирования и вероятностного анализа надежности и безопасности СФИ, полученные с помощью комплекса АРБИТР.

Т а б л и ц а результатов вероятностного анализа СФИ

| № | Исследуемое свойство СФИ и логический критерий его реализации                         | Логическая функция (число КПУФ или МСО) | ВФ (число одночленов) | Вероятность события                                  |
|---|---|---|-----------------------|--|
| 1 | Безотказность<br>$Y_{49}Y_{34}Y_{51}Y_{52}$   | 4<br>(КПУФ)                             | 9                     | $P_{\text{СФИ}}(1000 \text{ час}) = 0,6346585752$    |
| 2 | Отказ<br>$\bar{Y}_{49} \vee \bar{Y}_{34} \vee \bar{Y}_{51} \vee \bar{Y}_{52}$         | 46<br>(МСО)                             | 190                   | $Q_{\text{СФИ}}(1000 \text{ час}) = 0,3653414248$    |
| 3 | Возникновение проектной аварии<br>$\bar{Y}_{51} \vee Y_{54}$                          | 68<br>(немонотон.)                      | 356                   | $P_{\text{ПА}}(100 \text{ час}) = 0,0220151844$      |
| 4 | Невозникновение проектной аварии<br>$Y_{51}\bar{Y}_{54}$                              | 9<br>(немонотон.)                       | 23                    | $Q_{\text{ПА}}(100 \text{ час}) = 0,9779848156$      |
| 5 | Локализация запроектной аварийной ситуации<br>$\bar{Y}_{36}Y_{54}$                    | 58<br>(немонотон.)                      | 346                   | $P_{\text{Лок ЗАС}}(100 \text{ час}) = 0,0087402877$ |
| 6 | Возникновение запроектной аварии исходного СФИ<br>$\bar{Y}_{36}\bar{Y}_{54}$          | 89<br>(немонотон.)                      | 521                   | $P_{\text{ЗА}}(100 \text{ час}) = 0,0030695642$      |
| 7 | Возникновение запроектной аварии модернизированного СФИ<br>$\bar{Y}_{36}\bar{Y}_{54}$ | 89<br>(немонотон.)                      | 2 079                 | $P_{\text{ЗА}}(100 \text{ час}) = 0,0000350589$      |

Моделирование и расчет надежности СФИ выполнен для наработки  $t = 1000$  час (продолжительность типового цикла работы СФИ). Анализ безопасности выполнен для наработки  $t = 100$  час (средняя продолжительности цикла физических измерений). Возможности ПК АРБИТР позволяют строить прямые модели (безотказность, безаварийность) и обратные модели (отказ, авария) исследуемой системы на основе одной СФЦ исследуемой системы (см. таблицу, задачи №№ 1, 2 и 3, 4).

Задачи моделирования и расчета вероятности локализации и возникновения запроектной аварии (см. таблицу, задачи №№ 5 и 6) характеризуют наиболее опасные отказы элементов (технический риск [4]) СФИ. Кроме вероятностной оценки надежности и безопасности системы комплекс АРБИТР вычисляет значимости и вклады каждого элемента в соответствующие системные характеристики. Так, например, при моделировании запроектной аварии (см. таблицу, задача № 6) с помощью ПК АРБИТР определено, что наибольший положительный вклад в уменьшение вероятности возникновения запроектной аварии внесут мероприятия, направленные на увеличение надежности элементов 13 и 31 подсистемы электроснабжения (например, их поэлементное резервирование). Моделирование такого модернизированного варианта СФИ показало (см. таблицу, задача № 7), что при резервировании элементов 13 и 31 вероятность возникновения запроектной аварии уменьшается на два порядка. Это показывает, что комплекс АРБИТР можно использовать для выработки и обоснования эффективных управленческих решений, направленных на повышение надежности и безопасности сложных системных объектов.

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| <i>Мордашев В.М.</i> Планирование и анализ данных для синтеза многомерных закономерностей (нелинейный многофакторный анализ).....  | 3  |
| <i>Алексеевский Л.Д.</i> Поиск возможной структуры стационарной системы будущей ядерной энергетики с замкнутым ядерным топливным циклом на основе исследования нуклидных балансов.....   | 21 |
| <i>Дегтярев А.М.</i> Обратное решение уравнения точечной кинетики при интервальном описании параметров уравнения.....  | 27 |
| <i>Матвеев И.П., Литицкий В.А., Шокодько А.Г.</i> Учет пространственных эффектов при измерении реактивности.....   | 41 |
| <i>Балыгин А.А., Моисеев И.Ф.</i> Совершенствование методики определения парового коэффициента реактивности РБМК.....  | 48 |
| <i>Пономарев-Степной Н.Н., Глушков Е.С., Компаниец Г.В., Носов В.И., Чуняев Е.И., Бурлаков Е.В., Качанов В.М., Житарев В.Е., Павшук В.А., Каминский А.С., Субботин Е.С.</i> Физические характеристики реакторного графита.....   | 57 |
| <i>Пономарев-Степной Н.Н., Глушков Е.С., Гарин В.П., Гребенник В.Н., Глушков А.Е., Зимин А.А., Компаниец Г.В., Кухаркин Н.Е., Носов В.И., Недорезов С.Г., Поляков Д.Н., Петрушенко Р.П., Смирнов О.Н., Чуняев Е.И., Бояринов В.Ф., Невиница В.А., Фомиченко П.А.</i> Статистическая обработка характеристик шаровых тепловыделяющих, графитовых и поглощающих элементов ВТГР для стенда АСТРА..... | 82 |
| <i>Ермолин В.С., Окунев В.С.</i> Трансмутация технеция-99 в реакторах РБМК с модернизированной графитовой кладкой и МКЭР.....  | 94 |

### АННОТАЦИИ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ, АТТЕСТОВАННЫХ РОСТЕХНАДЗОРОМ РФ

|  |     |
|--|-----|
| Программа СТАР-1.....                            | 98  |
| Программа КЛАСТ.....                             | 100 |
| Программа ПУЧОК-1000.....                        | 103 |
| Программное средство "АРБИТР" (ПК АСМ СЗМА)..... | 105 |

## CONTENTS

|   |    |
|---|----|
| <i>Mordashev V.M.</i> Data planning and analysis for synthesis of multi-dimensional laws.....   | 3  |
| <i>Alekseevsky L.D.</i> Analysis of acceptable stationary nuclear energy systems with closed fuel cycle based on nuclide balance study .....  | 21 |
| <i>Degtyarev A.M.</i> Inverse solution of the one-point kinetic equation at interval description of the equation's parameters .....   | 27 |
| <i>Matveenko I.P., Lititsky V.A., Shokod'ko A.G.</i> On accounting of spatial effects related with reactivity measurements.....   | 41 |
| <i>Balygin A.A., Moiseev I.F.</i> Advanced method of voiding reactivity coefficient measuring for RBMK .....  | 48 |
| <i>Ponomarev-Stepnoi N.N., Glushkov E.S., Kompaniets G.V., Nosov V.I., Chunyaev E.I., Burlakov E.V., Kachanov V.M., Zhitarev V.E., Pavshuk V.A., Kaminsky A.S., Subbotin E.S.</i> Physical characteristics of reactor graphite.....   | 57 |
| <i>Ponomarev-Stepnoi N.N., Glushkov E.S., Garin V.P., Grebennik V.N., Glushkov A.E., Zimin A.A., Kompaniets G.V., Kukharkin N.E., Nosov V.I., Nedorezov S.G., Polyakov D.N., Petrushenko R.P., Smirnov O.N., Chunyaev E.I., Boyarinov V.F., Nevinitsa V.A., Fomichenko P.A.</i> Statistical processing of characteristics of HTGR spherical fuel, graphite and absorption elements at the ASTRA facility..... | 82 |
| <i>Ermolin V.S., Okunev V.S.</i> Transmutation of Technetium-99 in RBMK with modernized graphite piling and MKER.....   | 94 |

### ABSTRACTS OF THE CODES CERTIFIED BY ROSTECHNADZOR RF

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| The STAR-1 code .....      | 98  |
| The KLAST code .....       | 100 |
| The PUCHOK-1000 code ..... | 103 |
| Code ARBITR .....          | 105 |

## Правила оформления статей

При подготовке статьи в сборник автор должен руководствоваться стандартом “Оригиналы авторские и текстовые издательские” (ОСТ 29.115 – 88). К авторским оригиналам, передаваемым для издания, предъявляются следующие требования:

1. Экземпляр статьи должен быть первым, отпечатан на одной стороне листа формата А4 шрифтом № 12 через 2 интервала. Статья должна быть составлена в следующем порядке: индекс УДК; заглавие; инициалы и фамилии авторов; место работы каждого автора с почтовым адресом; аннотация на русском и английском языках (не более 10 строк каждая); текст; список литературы; рисунки; подрисуночные подписи (на отдельном листе).

2. Статья должна также предоставляться обязательно в виде электронной версии обычным шрифтом № 11 Times New Roman, междустрочный интервал – одинарный, в редакторе Word 97 или более поздних версий. Текст не форматируется, в качестве имени файла используется ФИО первого автора статьи. Кавычки в тексте ставятся при английской раскладке клавиатуры (“..”).

3. Содержание статьи должно быть кратким и четким. Исключаются общие рассуждения, известные положения. Не допускается дублирование материала в тексте, таблицах, подрисуночных надписях. Необходимо соблюдать единообразие в написании терминов, наименований физических величин и единиц измерения, условных обозначений, сокращений, символов. Наименования и обозначения единиц физических величин необходимо приводить в системе СИ.

Необходимо обращать внимание на написание прописных и строчных букв: русские и греческие буквы ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\varphi$  и т.д.) набираются прямо, а латинские ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $w$  и т.д.) – курсивом. Те же требования в обозначениях нужно соблюдать при написании индексов и степеней в формулах. Обозначения матриц и векторов набираются полужирным шрифтом прямо. Формулы, включенные в текст, следует набирать без увеличения интервала между строками, например  $b/d$ ,  $\exp(x/e)$ .

4. Таблицы нумеруются, каждая таблица должна иметь заголовок. Сокращения в графах таблицы не допускаются. В тексте необходимы ссылки на все таблицы. Таблицы печатаются в общем тексте после первой ссылки.

5. Формулы и буквенные обозначения величин должны быть размечены и сразу расшифрованы. Формулы нумеруются арабскими цифрами, номер ставится с правой стороны листа в круглых скобках. Нумеровать следует только те формулы и уравнения, на которые есть ссылка в последующем изложении. Формулы выполняются в редакторе Equation 3.0

при невозможности набора на клавиатуре ( $x_n^2$ ,  $y_m^n$ ,  $\sqrt{x}$ ,  $\int_0^1 x$ ,  $\frac{1}{y}$  и т.д.). Подстрочные и надстрочные индексы вводятся с клавиатуры ( $x_3$ ,  $\text{км}^2$  и т.д.), греческие буквы вставляются через Меню *Вставка* → *символ*.

6. В тексте статьи рисунок обязательно представляется на отдельном листе формата не более А4. На рисунках допускается минимальное число обозначений – краткие цифровые (по порядку номеров слева направо или по часовой стрелке) или буквенные обозначения. Все пояснения выносятся в подрисуночные подписи. На обороте каждого рисунка указываются фамилии авторов, название статьи, номер рисунка, обозначения верха и низа. Внутренние надписи на рисунках набираются шрифтом № 10. Внизу каждого рисунка должны быть приведены его номер и подрисуночная подпись шрифтом № 10. При наличии нескольких различных графиков на одном рисунке каждый из них обозначается русскими буквами а), б), в) и т.д. и расшифровывается.

В компьютерном виде рисунки представляются в отдельных файлах, выполненные в графических редакторах *Paint*, *PhotoShop*, *CorelDraw* в черно-белом цвете (фотографии в растровом формате *tif*, *dpi-300*). Рисунки в *Word* не вставлять кроме случаев, когда рисунок изначально выполнен в *Word*.

7. Ссылки на литературу в тексте даются по порядку арабскими цифрами в квадратных скобках. Список литературы составляется в той же последовательности, в которой приводятся ссылки на литературу. Фамилии и инициалы авторов набираются полужирным курсивом.

8. Список литературы следует оформлять в соответствии с Государственным стандартом “Библиографическое описание документа” (ГОСТ 7. 1-2003), в частности, необходимо указать :

а) для журнальных статей – фамилии и инициалы авторов (не менее трех первых), название статьи, название журнала (без кавычек), год, том, выпуск, номер, страницы;

б) для книг – фамилии и инициалы авторов, полное название книги, место издания, издательство (без кавычек), год издания;

в) для авторефератов диссертаций – фамилию и инициалы автора, название автореферата диссертации, на соискание какой ученой степени написана диссертация, место и год защиты;

г) для препринтов – фамилии и инициалы авторов, название препринта, наименование издающей организации, шифр и номер, место и год издания;

д) для патентов – фамилии и инициалы авторов, название патента, страну, номер и класс патента, дату и год заявления и опубликования патента;

е) для отчетов – фамилии и инициалы авторов, название отчета, инвентарный №, наименование организации, год выпуска;

ж) для электронных источников – полный электронный адрес, позволяющий обратиться к публикации.

9. В конце текста перед списком литературы указываются контактный телефон и, желательно, адрес электронной почты.

## Вниманию читателей

научно-технического сборника

**“Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика ядерных реакторов”!**

Редколлегия сборника “ВАНТ. Серия: Физика ядерных реакторов” информирует авторов и читателей сборника об организации со II полугодия 2007 г. подписки на “ВАНТ. Серия: Физика ядерных реакторов”. Сборник включен в Каталог “Издания органов научно-технической информации” Агентства “Роспечать” (индекс 66675, подписная цена 200 руб. за один экземпляр).

Напоминаем, что “ВАНТ. Серия: Физика ядерных реакторов” по-прежнему издается в трех выпусках: Физика и методы расчета ядерных реакторов, Динамика и безопасность ядерных энергетических установок и Импульсные реакторы и простые критические сборки.

Призываем заинтересованных специалистов поддержать активной подпиской сборник “ВАНТ. Серия: Физика ядерных реакторов”.

## **ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ**

С е р и я: Физика ядерных реакторов

**Выпуск 2**

Ответственный за выпуск С.М. Зарицкий

Редактор В.В. Пчелин

Подписано в печать 23.06.08. Формат 70×108/16  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 13,6. Уч.-изд. л. 15,5. Тираж 250. Индекс 3646. 12 статей. Заказ 42

Отпечатано в Российском научном центре “Курчатовский институт”  
123182, Москва, пл. Академика Курчатова, 1

Индекс 3646

ISSN 0205—4671. Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2008, вып. 2, 1—120