

621.069.5  
B74

ISSN 0205—4671

РОССИЙСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР  
“КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ”

# ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

СЕРИЯ:

Физика ядерных реакторов

ВЫПУСК

4

2010

621.038.5

Б74

РОССИЙСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР «КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ»

**В О П Р О С Ы  
А Т О М Н О Й  
Н А У К И  
И  
Т Е Х Н И К И**

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК

СЕРИЯ:

**ФИЗИКА ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ**

ИЗДАЕТСЯ с 1989 г.

ВЫПУСК 4

**ФИЗИКА И МЕТОДЫ РАСЧЕТА  
ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ**

ИЗДАЕТСЯ с 1989 г.

РОССИЙСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР

Центральная научно-техническая  
библиотека

«КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ»

МОСКВА – 2010

39976 нф  
64 97668

Сборники "Вопросы атомной науки и техники" (ВАНТ) включены в Перечень ведущих изданий Высшей аттестационной комиссии (ВАК). Подписные индексы ОАО Агентство "Роспечать": 66675 в каталоге "Издания органов научно-технической информации" и 32067 с 2010 г. в каталоге "Газеты. Журналы".

Выпуски "Физика и методы расчета ядерных реакторов" подготавливаются Российским научным центром "Курчатовский институт".

*Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. При перепечатке и цитировании ссылка на сборник ВАНТ обязательна. Перепечатка материалов допускается только с письменного разрешения редакции.*

#### **Редакционная коллегия серии :**

главный редактор – Ю.М. Семченков;

заместители главного редактора – С.М. Зарицкий, В.Ф. Колесов, А.Е. Крошили, В.В. Пчелин;

ответственный секретарь – Е.А. Старостина;

члены редколлегии – П.Н. Алексеев, Е.В. Бурлаков, А.Ю. Гагаринский,  
М.П. Лизоркии, В.Д. Павлов, Я.И. Штромбах.

В выпусках "Физика и методы расчета ядерных реакторов" публикуются материалы по следующим вопросам:

- математические проблемы теории переноса и теории реакторов;
- теория и методы расчета ядерных реакторов, бланкетов термоядерных реакторов, радиационной защиты, переноса излучений;
- проблемы обеспечения расчетных и экспериментальных исследований программами для ЭВМ; описания и аннотации программ, комплексов и систем программ;
- расчетные исследования по физике ядерных реакторов, бланкетов термоядерных реакторов, радиационной защиты, переноса излучений;
- экспериментальные методы и экспериментальные исследования по физике ядерных реакторов и в перечисленных смежных областях;
- общие проблемы ядерной энергетики.

Материалы для опубликования следует направлять в Российский научный центр "Курчатовский институт" на имя главного редактора серии.

Materials related to the topics described below are published in series "Nuclear Reactor Physics":

- mathematical problems of transport and nuclear reactor theory;
- theory and calculational methods for nuclear reactors, fusion reactor blankets, radiation shielding and radiation transport;
- codes for calculational and experimental investigations; descriptions and abstracts of codes, code complexes and systems;
- calculational analysis of reactor, blanket and shielding performances and radiation transport; calculational analysis of some nuclear energy development aspects;
- experimental methods and experimental analysis in field of nuclear reactor physics and other above mentioned items;
- general problems of nuclear power.

## Функции ценности в задаче расчета выгорания топлива в ВВЭР

В.Н. Семенов,

РНЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Поступила в редакцию 23.06.2008 г.

Приводятся уравнения, описывающие выгорание топлива в ВВЭР. Уравнения для плотности потока нейтронов и содержания продуктов деления представлены в канонической форме Коши. Такая форма записи уравнений удобна для использования их при решении задач оптимизации процесса выгорания топлива в реакторе. Приводятся также уравнения для функций ценности нейтронов и продуктов деления, соответствующие основной системе уравнений для фазовых переменных.

**Ключевые слова:** выгорание топлива в реакторе, плотность потока нейтронов, концентрация продуктов деления, нормировка, критичность, функции ценности нейтронов и продуктов деления, оптимизация.

**Importance Functions in VVER Fuel Burnup Calculation.** V.N. Semyonov, RRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182. The equations describing the VVER fuel burnup are given. The equations of neutron flux density and fission products concentrations are presented in the Cauchy canonic form. This form is convenient for reactor fuel burnup optimization problem solution. Also the equations for the importance functions of neutrons and fission products are given.

**Key Words:** Fuel Burnup in the Reactor, Neutron Flux Density, Density of the Fission Products, Normalization, Criticality, Importance Functions of Neutrons and Fission Products, Optimization.

### Введение

Получены уравнения, описывающие выгорание топлива в ВВЭР, в форме, удобной для определения функций распределения плотности нейтронов и концентрации шлаков (продуктов деления) и их изменения во времени и пространстве. Уравнения записаны в канонической форме задачи Коши относительно временной переменной. Пространственный интегральный оператор с ядром специального вида с обобщенной функцией Грина (ОФГ) обеспечивает в расчетах автоматическое сохранение в любой момент времени заданной нормировки распределения нейтронов [1, 2].

Выполнение условия критичности реактора достигается благодаря явному учету действия системы компенсации избыточной реактивности в любой момент кампании. Это отражено в виде нелинейных операторов (типа функционала), входящих в уравнение баланса.

Из принципа сохранения и переноса ценности частиц, участвующих в процессе выгорания, выводятся уравнения для изменения во времени и в пространстве функций ценности нейтронов и шлаков по от-

ношению к измеряемым целевым функционалам.

Качество работы ядерного энергетического реактора зависит от эффективности реализуемого в нем режима выгорания топлива, а также от изменения ряда параметров, рассматриваемых в качестве управления. Некоторые из них могут быть изменены во время работы реактора циклами, в частности, дискретно во времени (для ВВЭР) в моменты перегрузки топливных сборок (ТВС).

Примерами служат обогащение топлива ТВС, расстановка ТВС, параметры стержней с выгорающим поглотителем (СВП) или изменение характеристик твэлов с гадолинием (твэгов) с целью оптимизации режима выгорания. Указанные параметры в этих случаях рассматриваются как данные, изменяемые в дискретно выбранные моменты времени.

Помимо дискретного во времени воздействия возможно непрерывное воздействие на процесс выгорания путем согласованного изменения расположения механических органов СУЗ и изменения содержания борной кислоты в теплоноси-

теле, используемых для компенсации избыточной реактивности. Таким образом можно воздействовать на форму пространственного распределения нейтронов в ходе выгорания. В некоторых проектах ВВЭР предлагаются специальные конструкции ТВС, управляющие размножающими свойствами (в частности, величинами  $K_{\infty}$  и  $K_B$ ) в процессе выгорания посредством "изменения нейтронного спектра", воздействуя таким образом на длительность циклов выгорания.

При постановке и решении различных задач оптимизации выгорания можно использовать теорию оптимальных процессов, развитую Л.С. Понтрягиным и другими [3, 4]. Решающую роль в успешном решении таких задач играют функции ценности фазовых переменных, рассматриваемых в задаче.

Полученные уравнения для основных функций и функций ценности имеют вид гамильтоновой системы с известным Гамильтонианом. Функции ценности играют роль "обобщенных импульсов" в задаче. Они весьма удобны для постановки и решения различных задач оптимизации выгорания для разных целевых функционалов при выбранных управляющих параметрах или функциях управления. К полученной

$$M^2 \nabla^2 N(\mathbf{r}, t) + [K_{\infty}(\mathbf{r}, N, J, \delta K_{\text{в.п.}}(\beta)) - \delta K_{\text{пер}}(t) - 1] N(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (1)$$

В уравнении (1)  $J(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\lambda} \int_0^t N(\mathbf{r}, t') dt'$  - интегральное облучение в  $\mathbf{r}$ ,  $K_{\infty}$  - коэффициент размножения в точке  $\mathbf{r}$ ,  $\lambda$  - время жизни нейтрона,  $\delta K_{\text{в.п.}}(\beta)$  - снижение размножающих свойств за счет присутствия выгораю-

$$M^2 \nabla N(\mathbf{r}, t) + [K_{\infty}^0(\mathbf{r})/K_{\text{эф}}^0 - 1] N(\mathbf{r}, t) = - [K_{\infty}(\mathbf{r}, N, J, \Delta K_{\text{в.п.}}(\beta)) - \delta K_{\text{пер}}(t) - K_{\infty}^0(\mathbf{r})/K_{\text{эф}}^0] N(\mathbf{r}, t) \quad (2)$$

и граничное условие  $N(\mathbf{r}, t)|_S$  на внешней поверхности  $S$  задается.

Функции  $N_0(\mathbf{r})$ ,  $K_{\infty}^0(\mathbf{r})/K_{\text{эф}}^0$  удовлетворяют уравнению

$$M^2 \nabla^2 N_0(\mathbf{r}) + (K_{\infty}^0(\mathbf{r})/K_{\text{эф}}^0 - 1) N_0(\mathbf{r}) = 0, \quad \text{где}$$

$N_0|_S$  задано и соответствует некоторому критическому состоянию реактора, близ-

$$N(\mathbf{r}, t) = N_0(\mathbf{r}) + \int T(\mathbf{r}', \mathbf{r}) [K_{\infty}(\mathbf{r}', N(\mathbf{r}', t), J(\mathbf{r}', t), \Delta K_{\text{в.п.}}(\beta)) - K_{\infty}^0(\mathbf{r}')/K_{\text{эф}}^0 - \delta K_{\text{пер}}(t)] N(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' \quad (3)$$

системе уравнений полностью применима математическая теория оптимальных процессов, развитая Л.С. Понтрягиным и др.

Уравнения для функций ценности получаются с использованием известных подходов [3], если задана система уравнений для фазовых переменных, описывающая процесс выгорания.

### 1. Уравнения для функций плотности нейтронов и продуктов деления при выгорании

Опишем процесс выгорания топлива функциями  $N(\mathbf{r}, t)$  и  $\rho(\mathbf{r}, t)$  - соответственно числом нейтронов в единице объема и количеством продуктов деления в точке  $\mathbf{r}$  в момент времени  $t$ .

Применим при этом простейшее, но зачастую достаточное для практических целей одногрупповое диффузионное приближение [5...12]. С учетом сохранения при выгорании постоянной величины нормировки функции  $N(\mathbf{r}, t)$  и с учетом эффективности действия гомогенной системы регулирования  $\delta K_{\text{пер}}(t)$ , удерживающей реактор в критическом состоянии в процессе выгорания, будем иметь следующую систему уравнений для функций  $N(\mathbf{r}, t)$  и  $\rho_{\text{ш}}(\mathbf{r}, t)$ :

щего поглотителя,  $\beta$  - оптическая толщина выгорающего поглотителя (СВП или ТВЭР),  $M^2$  - квадрат длины миграции нейтронов в решетке.

Уравнение (1) перепишем в виде

кому по свойствам решетки  $K_{\infty}^0(\mathbf{r})$  к рассматриваемому при  $t = 0$ .

Следуя работе [1], уравнение (2) с использованием ОФГ можно переписать в интегральной форме (с ядром  $T(\mathbf{r}', \mathbf{r})$  в виде

при условии ортогональности (критичности) правой части (2) к функции  $N_0(\mathbf{r})$  при любом  $t$ . Из условия критичности в любой

$$\delta K_{\text{пер}}(t) = \frac{\int_V [K_{\infty}(\mathbf{r}, N, J, \Delta K_{\text{в.п.}}, \beta) - K_{\infty}^0(\mathbf{r})/K_{\text{эф}}^0] N(\mathbf{r}, t) N_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\int_V N(\mathbf{r}, t) N_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}$$

В силу свойств ОФГ ([1] и П-1) автоматически при любом  $t$  выполняется нормировка (в том числе и для нелинейных задач):

$\int_V N(\mathbf{r}, t) \chi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_V N_0(\mathbf{r}) \chi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ , где  $\chi(\mathbf{r})$  — любая положительная функция больше нуля ( $\chi(\mathbf{r}) > 0$ ).

К уравнению (3) необходимо добавить уравнение, описывающее накопление продуктов деления  $\rho_{\text{ш}}(\mathbf{r}, t)$ , число которых в точке  $\mathbf{r}$  пропорционально интегральному облучению  $J(\mathbf{r}, t)$ :

$$d\rho_{\text{ш}}(\mathbf{r}, t)/dt = K_{\infty} N(\mathbf{r}, t)/\lambda. \quad (4)$$

Обозначим  $T$  конец цикла выгорания, когда  $\delta K_{\text{пер}}(T) = 0$ . Более подробно величины, входящие в (3), приведены в приложениях П-1 и П-2 (там же и соотношения между ними).

$$2.1. \Delta K_{\text{сумм}} = \left[ [K_{\infty}(\mathbf{r}, N, \rho_{\text{ш}}, \Delta K_{\text{в.п.}}, \beta) - K_{\infty}^0(\mathbf{r})/K_{\text{эф}}^0] - \Delta K_{\text{пер}}\{\rho_{\text{ш}}, N\} \right] \ll (1/K_{\text{эф}}^{(1)} - 1/K_{\text{эф}}^0) \text{ или}$$

$$[\Delta K_{\text{сумм}}] \frac{R^2}{M^2} \ll (\mu_1^2 - \mu_0^2) (\cong 15 \dots 20),$$

где  $R$  — радиус активной зоны,  $\mu_0^2$  и  $\mu_1^2$  — основной и следующий геометрические параметры зоны.

2.2. Скорость изменения  $\Delta K_{\text{пер}}\{\rho_{\text{ш}}, N\}$  во времени определяется в основном выгоранием топлива, а не перераспределением нейтронов в  $N(\mathbf{r}, t)$ . При выполнении этих условий параметрическое по  $t$  уравнение выгорания преобразуется к каноническому виду в форме задачи Коши. Время  $t$  входит

$$\frac{dN(\mathbf{r}, t)}{dt} = \int T(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \left[ \frac{dK_{\infty}}{d\rho_{\text{ш}}} K_{\infty} \frac{1}{\lambda} N^2(\mathbf{r}', t) - \frac{\int \frac{dK_{\infty}}{d\rho_{\text{ш}}} K_{\infty} \frac{1}{\lambda} N^2 N_0 d\mathbf{r}}{\int N(\mathbf{r}, t) N_0 d\mathbf{r}} N(\mathbf{r}', t) \right] d\mathbf{r}'; \quad (5)$$

$$d\rho_{\text{ш}}(\mathbf{r}, t)/dt = K_{\infty} N(\mathbf{r}, t)/\lambda. \quad (6)$$

Заданы  $N(\mathbf{r}, 0)$  и  $\rho_{\text{ш}}(\mathbf{r}, 0)$ .

Процесс, описываемый уравнениями (5) и (6), является марковским в отличие от

момент  $t$  получим необходимую эффективность регулятора, т.е.

## 2. Уравнения выгорания топлива в реакторе в форме Коши

### Исходные предположения

1) 1.1. ВВЭР. Размер ТВС  $R_{\text{ТВС}} \gg L$ , ТВС однородна,  $R_{\text{ТВС}}$  — размер ТВС,  $L$  — длина диффузии тепловых нейтронов.

1.2. Асимптотическое приближение. Одна группа:  $N(\mathbf{r}, t)$ ,  $K_{\infty}(\mathbf{r}, N, \rho_{\text{ш}}, \Delta K_{\text{выг}}, \beta)$ ,  $M^2$ ,  $N(\mathbf{r}, t)$  — замедляющиеся нейтроны. Система регулирования гомогенная.

1.3.  $M^2$  не зависит от  $\mathbf{r}$  и  $t$ .

2) Изменение во времени  $t$  местных размножающих свойств, вызванное суммарно выгоранием и изменением концентрации бора в теплоносителе, невелико, так что при всех  $t$  выполнено условие

в уравнение (3) неявно в качестве параметра.

Для приведения уравнения (1) к форме Коши, удобной для применения теории оптимального управления Л.С. Понтрягина, поступаем следующим образом. Даем малое приращение времени  $dt$  и, рассматривая моменты  $t$  и  $t + dt$ , после необходимых преобразований получаем для производных по времени

$$dN(\mathbf{r}, t)/dt \text{ и } d\rho_{\text{ш}}(\mathbf{r}, t)/dt :$$

уравнения выгорания (3), где время  $t$  — параметр. Условие 2.1 может быть ослаблено путем учета следующего слагаемого разложения в ряд при нахождении (5) методом последовательных приближений.

Запись уравнений выгорания  $dN/dt$  в форме задачи Коши при этом сохраняется. Нормировка автоматически (!) выполняется (и в нелинейных случаях).

### 3. Ценности нейтронов и продуктов деления

Вывод уравнений для функций ценности в задаче выгорания топлива в реакторе основывается на свойстве марковости про-

цесса последовательности событий. Сохранение и перенос ценности частиц в истории их поколений и превращений друг в друга приводит к следующим уравнениям для  $\psi_1(\mathbf{r}, t)$  и  $\psi_2(\mathbf{r}, t)$  ценности нейтрона и шлага (продукта деления) (подробный вывод уравнений приведен ниже).

### 4. Вывод уравнений для функций ценности в задаче выгорания топлива в реакторе

*Марковский процесс последовательности событий*

$$1) \psi_1(\mathbf{r}, t - \Delta t) = \psi_1(\mathbf{r}, t) + 1 \cdot \Delta t \frac{1}{\lambda} \frac{\partial}{\partial N} \left[ \frac{dK_{\infty}}{d\rho_{\text{ш}}} N^2(\mathbf{r}, t) K_{\infty} \right] \int_V T(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}') \psi_1(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' -$$

$$- 1 \cdot \Delta t \frac{\partial}{\partial N} \left[ N \frac{\partial}{\partial t} \{ \Delta K_{\text{пер}} \} \right] \int_V T(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}') \psi_1(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' + 1 \cdot \Delta t \frac{K_{\infty}}{\lambda} \psi_2(\mathbf{r}, t) + 1 \cdot \Delta t \frac{K_{\infty}}{\lambda} \psi_0;$$

$$2) \psi_2(\mathbf{r}, t - \Delta t) = \psi_2(\mathbf{r}, t) + 1 \cdot \frac{\Delta t}{\lambda} \frac{\partial f_1(\mathbf{r})}{\partial \rho_{\text{ш}}} \int_V T(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}') \psi_1(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' +$$

$$+ 1 \cdot \Delta t \frac{dK_{\infty}}{d\rho_{\text{ш}}} \frac{1}{\lambda} N(\mathbf{r}, t) \psi_2(\mathbf{r}, t) + 1 \cdot \Delta t \frac{dK_{\infty}}{d\rho_{\text{ш}}} \frac{1}{\lambda} N(\mathbf{r}, t) \psi_0, \text{ где}$$

$$f_1(N, \rho_{\text{ш}}) = \frac{dK_{\infty}}{d\rho_{\text{ш}}} N^2(\mathbf{r}, t) K_{\infty} - \frac{\int_V \frac{dK_{\infty}}{d\rho_{\text{ш}}} K_{\infty} N^2(\mathbf{r}', t) N_0(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{\int_V N(\mathbf{r}', t) N_0(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'} N(\mathbf{r}, t).$$

Устремим  $\Delta t$  к нулю ( $\Delta t \rightarrow 0$ ) и получим изменение функций ценности при выгорании:

$$-\frac{\partial \psi_1}{\partial t} = \frac{1}{\lambda} \left\{ \frac{\partial}{\partial N} \left[ \frac{dK_{\infty}}{d\rho_{\text{ш}}} N^2(\mathbf{r}, t) K_{\infty} \right] - \frac{\partial}{\partial N} \left[ N(\mathbf{r}, t) \frac{\int_V \frac{dK_{\infty}}{d\rho_{\text{ш}}} K_{\infty} N^2 N_0 d\mathbf{r}'}{\int_V N(\mathbf{r}, t) N_0(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'} \right] \right\} \times$$

$$\times \int_V T(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}') \psi_1(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' + \frac{K_{\infty}}{\lambda} \psi_2(\mathbf{r}, t) + \frac{K_{\infty}}{\lambda} \psi_0; \quad (7)$$

$$-\frac{\partial \psi_2}{\partial t} = \frac{1}{\lambda} \frac{df_1(N, \rho_{\text{ш}})}{d\rho_{\text{ш}}} \int_V T(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}') \psi_1(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial K_{\infty}}{\partial \rho_{\text{ш}}} N(\mathbf{r}, t) \psi_2(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial K_{\infty}}{\partial \rho_{\text{ш}}} N(\mathbf{r}, t) \psi_0, \quad (8)$$

$\psi_0$  – константа ( $\pm 1$ ), где

$$f_1(N, \rho_{\text{ш}}) = \frac{dK_{\infty}}{d\rho_{\text{ш}}} N^2(\mathbf{r}, t) K_{\infty} - \frac{\int_V \frac{dK_{\infty}}{d\rho_{\text{ш}}} K_{\infty} N^2(\mathbf{r}, t) N_0(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{\int_V N(\mathbf{r}, t) N_0(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'} N(\mathbf{r}, t).$$

Система уравнений для  $\psi_1(\mathbf{r}, t)$  и  $\psi_2(\mathbf{r}, t)$  – линейная.

$\Pi = \int_0^T dt \int_V K_{\infty} \frac{1}{\lambda} N(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}'$  – функционал

цели (полная выработка энергии за время  $T$ ).

Константа  $\psi_0$  равна +1 или -1 в зависимости от максимума или минимума функционала цели  $\Pi$ . Могут быть другие функционалы цели, например, интегральная по времени концентрация  $\text{H}_3\text{BO}_3$  или запас реактивности, компенсируемый системой регулирования.

Система для  $\psi_1(\mathbf{r}, t)$  и  $\psi_2(\mathbf{r}, t)$  решается по времени от  $T$  до  $t = 0$ . Условия трансверсальности при  $t = T$  на  $\psi_1(\mathbf{r}, T)$  и  $\psi_2(\mathbf{r}, T)$  вытекают из  $\delta K_{\text{пер}}(T) = 0$ , т.е. из условия

$$\psi_1(\mathbf{r}, T) = \left\{ \frac{\partial K_{\infty}}{\partial N} \Big|_T N(\mathbf{r}, T) + \left( K_{\infty}(\mathbf{r}, N, \rho_{\text{ш}}) \Big|_T - \frac{K_{\infty}^0(\mathbf{r})}{K_{\text{эф}}^0} \right) \right\} N_0(\mathbf{r}); \quad \psi_2(\mathbf{r}, T) = \frac{\partial K_{\infty}}{\partial \rho_{\text{ш}}} \Big|_T N(\mathbf{r}, T) N_0(\mathbf{r}).$$

Для функций  $\psi_1(\mathbf{r}, t)$  и  $\psi_2(\mathbf{r}, t)$  необходимо добавить условия трансверсальности в момент времени конца выгорания  $t = T$ . Эти условия следуют из условия обращения в ноль эффективности системы регулирования  $\Delta K_{\text{пер}}(T) = 0$  в конце выгорания.

Уравнения (7) и (8) решаются в обратном направлении по времени, т.е. от  $t = T$  до  $t = 0$ . Отметим, что приведенная в приложении П-2 зависимость  $K_{\infty}$  от различных переменных дана в качестве примера.

Если процесс немарковский и время  $t$  входит в уравнение баланса нейтронов в качестве параметра, то уравнения для фазовых переменных и функций ценности  $\psi_1$  и  $\psi_2$  приведены в приложениях П-3 и П-4.

### Заключение

Получены уравнения для плотности нейтронов и содержания продуктов деления в активной зоне реактора при выгорании топлива, а также уравнения для функций ценности указанных частиц при выгорании топлива по отношению к различным целевым функционалам (разным детекторам). Сформулированы условия трансверсальности для функций ценности нейтронов и шлаков в конечный момент времени  $T$ .

Могут быть рассмотрены различные целевые функционалы от решения  $N(\mathbf{r}, t)$  и  $\rho_{\text{ш}}(\mathbf{r}, t)$ , в частности, длительность кампании, минимальная интегральная за время

$$\int_V (K_{\infty}(\mathbf{r}, N, \rho_{\text{ш}}^k) - K_{\infty}^0(\mathbf{r})/K_{\text{эф}}^0) N(\mathbf{r}, T) N_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 0,$$

где  $\rho_{\text{ш}}^k$  — конечное содержание шлаков в точке  $\mathbf{r}$ .

Условия трансверсальности имеют вид

$$\int_V [\psi_1(\mathbf{r}, T) \delta N(\mathbf{r}, T) + \psi_2(\mathbf{r}, T) \delta \rho_{\text{ш}}^k(\mathbf{r}, T)] d\mathbf{r} = 0$$

при  $t = T$ .

Вариация  $\Delta K_{\text{пер}}(T) = 0$  по  $N$  и  $\rho_{\text{ш}}$  дает для  $\psi_1(\mathbf{r}, T)$  и  $\psi_2(\mathbf{r}, T)$ :

кампании величина запаса реактивности на выгорание, компенсируемая системой регулирования.

Использование ОФГ в интегральном пространственном операторе автоматически обеспечивает в ходе кампании сохранение постоянной заданной нормировки решения. Поддержание критического состояния реактора при выгорании топлива обеспечивается действием системы регулирования (операторы функционального типа, учитывающие действие системы компенсации избыточной реактивности).

Характер и вид нелинейных обратных связей могут быть разными, в том числе и описывающими положительные обратные связи по выгоранию выгорающего поглотителя или по мощности.

В качестве "управления" выбираются удобные в реализации управляющие функции  $U(\mathbf{r}, t)$  или параметры  $U \in (U_{\text{min}} \dots U_{\text{max}})$  управления. Это могут быть некоторые физические параметры ТВС, положение во времени механических регуляторов в активной зоне, воздействующих на форму распределения плотности нейтронов или распределения мощности, концентрация и тип (скорость сгорания) выгорающих поглотителей, вводимых в ТВС с целью оптимизации целевого функционала.

Система основных уравнений (5), (6) и уравнений для ценности (7), (8) в виде задачи Коши имеет свойства гамильтоновой системы с известным Гамильтонианом [13, 14]. Величина целевого функционала рас-

считывается с помощью функций ценности, обладает свойством экстремальности, что удобно при использовании теории возмущений.

Для изменения величины  $\delta\Pi$  при возмущении фазовых переменных  $\delta N(\mathbf{r}, t)$  и  $\delta\rho_{ш}(\mathbf{r}, t)$  получим

$$H(N, \rho_{ш}, \psi_1, \psi_2, U) = \int_V \{ \psi_1(\mathbf{r}, t) f_1(N, \rho_{ш}, U) + \psi_2(\mathbf{r}, t) f_2(N, \rho_{ш}, U) + \psi_0 f_0 \} d\mathbf{r},$$

где функции  $f_1(N, \rho_{ш}, U)$  и  $f_2(N, \rho_{ш}, U)$  есть правые части уравнений (5), (6) [13, 14], зависящие также и от  $U(t)$ . В этом случае ищется максимум  $H(N, \rho_{ш}, \psi_1, \psi_2, U(t))$  по величине управляющей функции  $U(t)$ .

#### Приложение П-1.

##### Функция Грина $T(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$

$$M^2 \Delta N_0 + [K_{\infty}^0(\mathbf{r})/K_{эф}^0 - 1] N_0 = 0, \quad N_0|_S = 0;$$

$$M^2 \Delta T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + [K_{\infty}^0(\mathbf{r})/K_{эф}^0 - 1] T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + \chi(\mathbf{r}) N_0(\mathbf{r}');$$

$$\chi(\mathbf{r}) > 0 \text{ и } \int_V \chi(\mathbf{r}) N_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 1, \text{ причем}$$

$$T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = T(\mathbf{r}', \mathbf{r}), \quad \int_V T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 0.$$

#### Приложение П-2.

Аппроксимация  $K_{\infty}(\mathbf{r}, N, \rho_{ш}, \Delta K_{в.п.}, \beta)$  (как пример)

#### Приложение П-3. Стационарная задача

Плотность нейтронов  $N(\mathbf{r})$

$$N(\mathbf{r}) - \int_V T(\mathbf{r}', \mathbf{r}) [K_{\infty}(\mathbf{r}', N(\mathbf{r}')) - K_{эф}^0/K_{эф}^0 - \Delta K_{пер}\{N\}] N(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = N_0(\mathbf{r});$$

$$\int_V T(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \chi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 0; \quad \int_V N(\mathbf{r}) \chi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_V N_0(\mathbf{r}) \chi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 1, \quad \chi(\mathbf{r}) > 0.$$

Ценность нейтронов  $\psi(\mathbf{r})$

$$\psi(\mathbf{r}) - [K_{\infty}(\mathbf{r}, N(\mathbf{r})) - K_{эф}^0/K_{эф}^0 - \Delta K_{пер}\{N\}] \int_V T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \psi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \chi(\mathbf{r});$$

$$\int_V T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = 0; \quad \psi(\mathbf{r}) = \chi(\mathbf{r}); \quad \int_V N(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_V N_0(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}.$$

#### Приложение П-4. Нестационарные уравнения

$$N(\mathbf{r}, t) - \int_V T(\mathbf{r}', \mathbf{r}) f[\mathbf{r}', N(\mathbf{r}', t), \rho_{ш}(\mathbf{r}', t)] N(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' = N_0(\mathbf{r});$$

$$\delta\Pi = \int_0^T \int_V [\delta N(\mathbf{r}, t) \psi_1(\mathbf{r}, t) + \delta\rho_{ш}(\mathbf{r}, t) \psi_2(\mathbf{r}, t)] d\mathbf{r} dt.$$

В задачах оптимизации, когда можно выделить управляющий параметр  $U(t)$ , Гамильтониан системы (5), (6) имеет вид

$$1/B = 1 + A(\mathbf{r})\rho_{ш} + aq + \Delta K_{Xc}^0 K_{\infty}^0 N/(N + N_{Xc}) + \Delta K_{в.п.}(\beta) + (\Delta K/K)_{\gamma}^{спект};$$

$$N_{Xc} = \frac{1}{\nu} \frac{\lambda_{Xc}}{\sigma_{Xc}^0}; \quad \Delta K_{в.п.} = 1/(q_0 + q_1 + 1),$$

где  $q_0(\beta)$  и  $q_1$  — соответственно внутренний и внешний блок-эффекты для ячейки с СВП или ячейки с твэг,  $\beta(\rho_{ш})$  — оптическая толщина СВП, твэг или других поглотителей.

$$e^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}\beta(J)} - 1 = \left( e^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}\beta(0)} - 1 \right) e^{-bJ} \text{ при одно-}$$

родном выгорании поглотителя или при его обгорании с поверхности. Параметр  $b$  зависит от отношения микросечений выгорающего поглотителя и делящегося изотопа (U-235 и Pu-239) или от аппроксимаций сечений, если фазовые переменные  $\rho_5, \rho_9, \rho_{ш}$  и т.д.

$$\frac{d\rho_{\infty}}{dt} = \frac{1}{\lambda} K_{\infty}(\mathbf{r}, N(\mathbf{r}, t), \rho_{\infty}) N(\mathbf{r}, t); \quad \int_V N(\mathbf{r}, t) \chi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_V N_0(\mathbf{r}) \chi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}.$$

Уравнения в вариациях

$$\begin{aligned} \delta N(\mathbf{r}, t) - \int_V T(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \left[ f[(\mathbf{r}', N(\mathbf{r}', t), \rho_{\infty}(t))] + \frac{\partial f(\mathbf{r}, N(\mathbf{r}', t), \rho_{\infty})}{\partial N} N(\mathbf{r}', t) \right] \delta N(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' - \\ - \int_V T(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \frac{\partial f(\mathbf{r}', N(\mathbf{r}', t), \rho_{\infty})}{\partial \rho_{\infty}} \delta \rho_{\infty} N(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' = 0; \\ \left( \frac{\partial K_{\infty}}{\partial N} N + K_{\infty} \right) \delta N + \left[ \frac{\partial K_{\infty}}{\partial \rho_{\infty}} N - \lambda \frac{\partial}{\partial t} \right] \delta \rho_{\infty}(\mathbf{r}, t) = 0. \end{aligned}$$

Уравнения для ценностей  $\psi_1(\mathbf{r}, t)$  и  $\psi_2(\mathbf{r}, t)$

$$\begin{aligned} \psi_1(\mathbf{r}, t) - \left[ f(\mathbf{r}, N(\mathbf{r}, t), \rho_{\infty}(\mathbf{r}, t)) + \frac{\partial f(\mathbf{r}, N, \rho_{\infty})}{\partial N} N(\mathbf{r}, t) \right] \int_V T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \psi_1(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' + \\ + \left[ \frac{\partial K_{\infty}}{\partial N} N + K_{\infty} \right] \psi_2(\mathbf{r}, t) = \chi(\mathbf{r}); \\ - \frac{\partial f(\mathbf{r}, N(\mathbf{r}, t), \rho_{\infty})}{\partial \rho_{\infty}} N(\mathbf{r}, t) \int_V T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \psi_1(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' + \frac{\partial K_{\infty}}{\partial \rho_{\infty}} N(\mathbf{r}, t) \psi_2(\mathbf{r}, t) + \lambda \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = 0 \end{aligned}$$

или приближенно, если  $\psi_1(\mathbf{r}, t) \approx \chi(\mathbf{r}) \tilde{\psi}_1(t)$ ,  $\psi_2(\mathbf{r}, t) \approx \chi(\mathbf{r}) \tilde{\psi}_2(t)$ :

$$\tilde{\psi}_1(t) = \tilde{\psi}_1(T) + \frac{K_{\infty}}{\lambda} \frac{1}{a} \{ l^{-a(t-T)} - 1 \} \tilde{\psi}_2(T); \quad \tilde{\psi}_2(t) = \tilde{\psi}_2(T) l^{-a(t-T)}, \quad \text{где } a = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial K_{\infty}}{\partial \rho_{\infty}} \bar{N}.$$

### Список литературы

1. Семенов В.Н. Обобщенная функция Грина оператора Гельмгольца и ее связь с нормировкой решения уравнения // ЖВММФ, 1972, т. 12, № 5, с. 1337–1342.
2. Семенов В.Н. Обобщенная функция Грина и ее использование для решения реакторных задач. Дисс. на соиск. учен. степени к.ф.-м.н. М.: МИФИ, 1973.
3. Понтрягин Л.С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969.
4. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1969.
5. Семенов В.Н. Подавление пространственных ксенонных колебаний в больших энергетических реакторах // ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1979, вып. 4(8), с. 50–58.
6. Шевелев Я.В., Айрапетян А.А., Шахабасян Н.В., Тадевосян В.О. Алгоритм быстрого расчета полей энерговыделения в реакторе ВВЭР-440 // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 1991, вып. 1, с. 22–26.

7. Афанасьев А.М., Афанасьева А.А. Быстродействующий алгоритм расчета полномасштабных трехмерных полей нейтронов в реакторе // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 1991, вып. 5, с. 47–51.
8. Петрунин Д.М., Семенов В.Н. Трехмерные программы-имитаторы работы ВВЭР // ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1985, вып. 9, с. 44–54.
9. Новиков А.Н. Задачи анализа нейтронно-физических данных эксплуатации реакторов ВВЭР-440 / Матер. 4-го совещ. специалистов ВМК, г. Фрунзе, 1976, с. 567–580.
10. Новиков А.Н., Семенов В.Н., Сапрыкин В.В. и др. Проверка точности расчетов температурного коэффициента реактивности и других величин по данным экспериментов на реакторах НВАЭС и КАЭС. Там же, с. 581–591.
11. Семенов В.Н., Королев Б.А., Губарева Л.Б. Обзор нейтронно-физических данных эксплуатации реакторов ВВЭР и сравнение с расчетами. Там же, с. 651–679.

12. Сапрыкин В.В., Новиков А.Н. Предварительные результаты обчета данных эксплуатации реактора V блока НВАЭС ВВЭР-1000 / XII Симп. ВМК по физике ВВЭР, 1984, т. 1, с. 61–74.

13. Семенов В.Н. Оценка качества баланса нейтронов в тепловых энергетических реакторах. Там же, с.75–80.

14. Семенов В.Н., Толмачева Л.А. Управление процессом сжигания горючего. Отчет ИАЭ инв. №32/1-152-88, 1988.

*Контактная информация –  
Семенов Владимир Николаевич, в. н. с., тел.:  
(499)196-98-62, e-mail: lenalistik@mail.ru*

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4,  
с. 3–10.

УДК 621.039

## Статистическая погрешность результатов расчетов реакторов методом Монте-Карло

*М.А. Калугин, Д.С. Олейник, Е.А. Сухино-Хоменко,  
РНЦ “Курчатовский институт”, 123182, Москва, пл. Курчатова, 1  
Поступила в редакцию 24.08.2010 г.*

Описаны алгоритмы расчета статистической погрешности с учетом корреляций между поколениями, построенные на основе статистического анализа результатов расчетов методом Монте-Карло. Следствием решения проблемы расчета статистической погрешности являются простые правила выбора параметров расчетной схемы методом Монте-Карло, таких как количество промоделированных поколений, необходимое для достижения заданной точности, и количество первых отброшенных поколений.

*Ключевые слова:* метод Монте-Карло, оценка, дисперсия, корреляция.

**A Variance of the Nuclear Reactors Calculations Results Using Monte Carlo Method.** *M.A. Kalugin, D.S. Oleynik, E.A. Sukhino-Khomenko. RRC “Kurchatov Institute”, 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.* A variance calculation techniques are described taking into account a correlation effects between neutrons generations. Using these techniques the simple rules are formulated for a choice of the Monte Carlo modeling parameters such as numbers of generations needed for achieve a desired accuracy and number of the first active generation.

*Key Words:* Monte Carlo Method, Estimate, Variance, Correlation.

### Введение

При моделировании процесса переноса нейтронов в системах, размеры которых во много раз превышают площадь миграции нейтронов, возникают определенные сложности, связанные с выбором параметров моделирования методом Монте-Карло, таких как начальное распределение, число частиц в поколении, число поколений, необходимое для достижения заданной точности. Кроме того существует проблема, связанная с расчетом статистической погрешности результатов. Данной проблеме посвящено много работ как российских, так и за-

рубежных специалистов (обзор литературы дан в работе [1]).

Получен ряд важных теоретических результатов, в том числе Л.В. Майоровым выведена формула для оценки систематической погрешности результатов расчета любых функционалов нейтронного потока методом Монте-Карло [1]. Им же получены результаты исследований другой важной проблемы решения однородных уравнений методом Монте-Карло – учета влияния корреляции вкладов в функционал на соседних поколениях на правильность оценки статистической погрешности.

Алгоритмы расчета статистической погрешности с учетом корреляций между поколениями, построенные на основе статистического анализа результатов расчета методом Монте-Карло, реализованы в виде модуля MCU\_STAT программы MCU [2].

### 1. Общая схема метода Монте-Карло

При решении задач о критичности методом Монте-Карло обычно применяется метод поколений с использованием фиксированного суммарного веса источников нейтронов одного поколения. При этом фазовые координаты нейтронов начального (нулевого) поколения могут быть выбраны произвольным образом. Для вычисления функционалов  $F$  нейтронного потока, таких как эффективный коэффициент размножения и скорости реакций в регистрационных зонах, используется некоторая случайная величина  $\xi$ , выборочными значениями которой служат элементарные оценки  $x_n$ , рассчитываемые для так называемых серий, каждая из которых включает заданное пользователем число поколений NBAT (при NBAT = 1 понятия серии и поколения совпадают).

Оценки строятся так, чтобы их математические ожидания  $M\xi$  были бы равны  $F$ :

$$M\xi = \bar{x} = F. \quad (1)$$

Сами функционалы рассчитываются как арифметические средние значений элементарных оценок:

$$X = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n, \quad (2)$$

где  $N$  – число промоделированных серий (поколений при NBAT = 1), а  $n$  – номера серий. Решение задачи обеспечивается выполнением условия  $M\bar{x} = F$ .

Таким образом, имеем две случайные величины:  $x_n$  – оценка функционала на  $n$ -й серии,  $n = 1 \dots N$ ;  $\bar{x}$  – среднее по  $N$  сериям значение функционала.

В дальнейшем для упрощения изложения так же, как в работе [3], будем использовать обозначение  $x_n$  и для выборочного значения случайной величины  $\xi$ , и для самой случайной величины. Аналогично обо-

значение  $\bar{x}$  применяется и для выборочного среднего значения, и для случайной величины.

Наилучшая оценка дисперсии случайной величины  $x_n$  (выборочная дисперсия)

$$D(x_n) = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2, \quad (3)$$

$s = \sqrt{D(x_n)}$  – среднее квадратическое отклонение.

Оценкой дисперсии случайной величины  $\bar{x}$  при условии независимости случайных величин  $x_n$  и постоянства их функции распределения для всех  $n$  служит привычная формула

$$D\left(\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n\right) = \frac{D(x_n)}{N}, \quad (4)$$

$s_{\bar{x}} = s / \sqrt{N}$  – среднее квадратическое отклонение.

По центральной предельной теореме доверительный интервал для оценки функционала  $\bar{x}$  с надежностью 95 % определяется как  $P\{|\bar{x} - m| < 2s/\sqrt{N}\} \approx 0,95$ .

Из сказанного ясно, что статистическая погрешность расчета методом Монте-Карло или, что то же самое, доверительный интервал для среднего  $\bar{x}$  определяется дисперсией  $D(\bar{x})$ , которая обычно вычисляется по формуле (4) в предположении о независимости  $x_n$ . Для улучшения точности расчета дисперсии необходимо минимизировать корреляции между поколениями. Для этого применяется стандартный прием: как уже упоминалось, NBAT последовательных поколений объединяют в серии [3].

Используется следующее приближение: считается, что при достаточно большом объеме серии, т.е. при достаточно большом значении параметра NBAT дисперсию можно вычислить по формуле (4) без учета корреляций между сериями. Однако, как показывают проведенные исследования, при достаточно большом объеме серии корреляционную поправку можно уменьшить, но сделать ее равной нулю нельзя. Вычислению дисперсии с учетом корреляций между сериями и посвящена настоящая работа.

## 2. Общая формула для дисперсии с учетом корреляций между серийными оценками

Получим формулу для дисперсии с учетом корреляций между серийными оценками. Из свойства  $D(c\xi) = c^2D(\xi)$  следует

$$D(\bar{x}) = D\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^N x_n\right) = \frac{1}{N^2}D\left(\sum_{n=1}^N x_n\right). \quad (5)$$

Применим формулу для дисперсии  $D(\xi) = M\xi^2 - (M\xi)^2$  к сумме  $x_n$ :

$$D\left(\sum_{n=1}^N x_n\right) = M\left(\sum_{n=1}^N x_n\right)^2 - \left(M\sum_{n=1}^N x_n\right)^2. \quad (6)$$

После простых преобразований получим

$$D\left(\sum_{n=1}^N x_n\right) = \sum_{n=1}^N (Mx_n^2 - (Mx_n)^2) + 2 \sum_{1 \leq l < m \leq N} (Mx_l x_m - Mx_l Mx_m). \quad (7)$$

Первое слагаемое в формуле (7) – сумма дисперсий  $x_n$ , второе – сумма коэффициентов ковариации  $K_{l,m}$  двух случайных величин  $x_l$  и  $x_m$ .

Подставляя (7) в (5), получим общую формулу для дисперсии среднего

$$D(\bar{x}) = \frac{1}{N^2} \left( \sum_{n=1}^N Dx_n + 2 \sum_{1 \leq l < m \leq N} K_{l,m} \right). \quad (8)$$

При практических расчетах дисперсии по формуле (8) возникают две проблемы: определения  $Dx_n$  для всех  $n = 1 \dots N$  и коэффициентов ковариации  $K_{l,m}$ .

Первая проблема, как правило, решается с использованием предположения о постоянстве функции распределения случайных величин  $x_n$ . В этом случае

$\sum_{n=1}^N Dx_n = NDx_n$ . Однако, строгое обоснование этого положения требует проведения дополнительных исследований. Что касается коэффициента ковариации  $K_{l,m}$ , то его нахождение для всех  $l, m$  связано с определенными вычислительными трудностями.

Таким образом, практически выполнение этих двух пунктов хотя и возможно, но крайне затруднительно, поэтому необходимо преобразовать выражение (8), чтобы получить простую расчетную формулу для дисперсии среднего.

## 3. Элементы теории случайных процессов

Для каждого регистрируемого функционала имеется последовательность  $\{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_N\}$ , которая, вообще говоря, представляет собой случайный процесс, так как каждый элемент последовательности  $x_n$  является случайной величиной.

Напомним основные определения, касающиеся параметров случайных процессов [4, 5]. Случайным процессом  $X(t)$ , заданным на множестве  $T$ , называют функцию, значения которой при каждом  $t \in T$  представляют собой случайную величину. Различают случайные процессы с непрерывным (когда  $T$  – интервал на числовой оси) и с дискретным временем. В нашем случае  $T$  – натуральный ряд:  $T = \{1, 2, \dots, n, \dots, N\}$ , где  $n$  – номер серии.

Математическое ожидание случайного процесса  $X(t)$  – это функция  $m(t)$  такая, что для каждого  $t$  значение функции  $m(t)$  является математическим ожиданием случайной величины  $X(t)$ :  $m(t) = M[X(t)]$ . Функцию  $m(t)$  часто называют средним значением процесса  $X(t)$ .

Ковариационная функция случайного процесса  $X(t)$  – это функция  $B(t, s)$ :  $B(t, s) = \text{cov}(X(t), X(s)) = M[(X(t) - m(t))(X(s) - m(s))]$ . Дисперсия случайного процесса  $X(t)$ :  $D(X(t)) = B(t, t)$ .

Корреляционная функция случайного процесса  $X(t)$  – это функция  $\text{corr}(X(t), X(s)) = \text{cov}(X(t), X(s)) / (\sigma(t)\sigma(s))$ . При фиксированных  $t$  и  $s$   $\text{corr}(X(t), X(s))$  является коэффициентом корреляции случайных величин  $X(t)$ ,  $X(s)$ .

Важную роль в теории случайных процессов играет понятие стационарности. Напомним, что случайный процесс  $X(t)$  называется стационарным, если его среднее значение  $m(t)$  постоянно, а ковариационная функция  $B(t, s)$  зависит только от расстояния между аргументами, т.е. от  $|t - s|$  [5...7]. Из последнего утверждения следует, что значение дисперсии  $D(X(t))$  также постоянно.

Основной характеристикой стационарных случайных процессов служит автокорр-

реляционная функция  $r(k)$  или  $r_k$ :  $r(k) = \text{corr}(X(t), X(t+k))$ , где  $k > 0$  – целое число. Величина  $k$  называется задержкой или лагом, для которого вычисляется коэффициент корреляции.

Для оценки среднего значения случайного процесса по одной реализации применяют оценку  $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$ . В теории случай-

ных процессов доказывается, что это среднее может служить оценкой математического ожидания процесса  $X(t)$  при выполнении следующих условий [4]:

- 1) стационарность случайного процесса;
- 2) автокорреляционная функция  $r_k \rightarrow 0$  при  $k \rightarrow \infty$ .

Из стационарности случайного процесса следует несмещенность оценки  $M\bar{x} = F$ . Из второго условия (автокорреляционная функция  $r_k$  стремится к 0 при  $k \rightarrow \infty$ ) следует состоятельность оценки:  $D(\bar{x}_N) \rightarrow 0$  при  $N \rightarrow \infty$ , т.е. при увеличении числа промоделированных поколений оценка  $\bar{x}$  приближается к истинному значению функционала.

Таким образом видно, что для статистической обработки результатов расчетов методом Монте-Карло необходим анализ не только функции  $\bar{x}_N$  в зависимости от  $N$ , но и автокорреляционной функции.

В настоящей работе изучались результаты расчета методом Монте-Карло одного из состояний полномасштабной трехмерной модели ВВЭР-1000 энергоблока № 1 Волгодонской АЭС [8]. В данной модели активная зона разбита на  $163 \times 14 = 2\,282$  ноды. Рассматривались два случайных процесса  $\{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_N\}$ :

- 1)  $x_n = k_n$ , где  $k_n$  – серийные оценки эффективного коэффициента размножения;
- 2)  $x_n = R_n$ , где  $R_n$  – серийные оценки скорости реакции деления в центральной ноде 8-го высотного слоя снизу.

Расчеты проводились по программе MSU [2] со следующими параметрами: число частиц в поколении NTOT – 2 000, полное число промоделированных историй –  $2 \cdot 10^8$ . Отличительной особенностью программы MSU является расчет статистических погрешностей на этапе обработки ре-

зультатов, полученных в ходе моделирования. Для этого оценки функционалов всех поколений в процессе моделирования записываются в отдельный файл и обрабатываются после окончания расчета. Эта технология предложена, реализована и опробована Л.В. Майоровым [1].

#### 4. Последовательность серийных оценок $x_n$ – стационарный случайный процесс

Покажем, что случайный процесс  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ , где  $x_n = R_n$ , является стационарным случайным процессом.

На рис. 1 показано отклонение среднего от “точного решения” в процентах:

$$100 \% \times \frac{\bar{x}_N - \bar{x}_{N_f}}{\bar{x}_{N_f}}, N = 1, 2, \dots, N_f, \text{ где } N_f = 10^5,$$

а также зависимость удвоенного относительного стандартного отклонения  $s_{\bar{x}} / \bar{x}_N$  от числа промоделированных поколений  $N$ . Под точным “решением” понимается решение, полученное в результате моделирования большого количества историй. Доверительный интервал вычислен с учетом корреляций между сериями по формуле, приведенной ниже.

На рис. 2 показано отклонение  $x_n = R_n$  от “точного решения” в процентах:

$$100 \% \times \frac{x_n - \bar{x}_{N_f}}{\bar{x}_{N_f}}, n = 1, 2, \dots, N_f, \text{ где } N_f = 10^5,$$

а также зависимость удвоенного относительного стандартного отклонения  $s/x_n$  от номера поколения  $n$ .

Необходимо отметить, что “случайный процесс в любой динамической системе начинается с нестационарной стадии – с так называемого “переходного процесса”. После затухания переходного процесса система обычно переходит на установившийся режим и тогда случайные процессы, протекающие в ней, могут считаться стационарными” [7].

В случайном процессе, изображенном на рис. 1, присутствуют эти две стадии: переходная и стационарная. Из графика, представленного на рис. 1, видно, что в пределах статистической ошибки среднее  $\bar{x}_N$  постоянно, а из графика на рис. 2, что диспер-

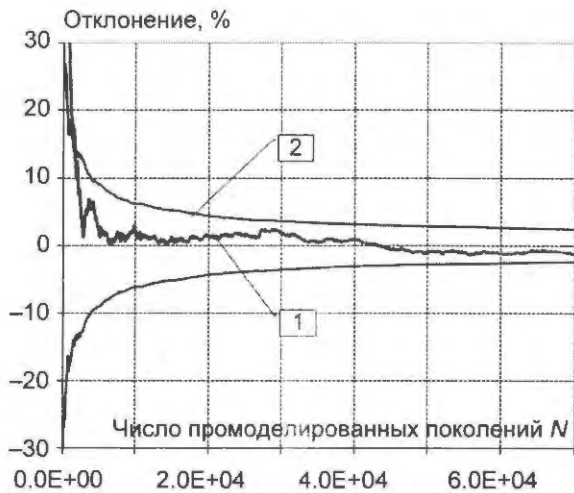


Рис. 1. Отклонение среднего  $\bar{x}_N$  от точного решения  $\bar{x}_{N_f}$  в процентах (1); доверительный интервал (2)

сия  $D(x_n)$  практически постоянна. Причем постоянство среднего и дисперсии наблюдается для стационарной стадии случайного процесса.

Выборочное значение автокорреляционной функции  $r_k$  вычисляется по одной реализации случайного процесса следующим образом (см, например, [6]):

$$r_k = \frac{\sum_{n=n_0-k}^{N-k} (x_n - \bar{x})(x_{n+k} - \bar{x})}{\sum_{n=n_0-k}^{N-k} (x_n - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{n=n_0-k}^{N-k} (x_n - \bar{x})(x_{n+k} - \bar{x})}{D(x_n)}, \quad (9)$$

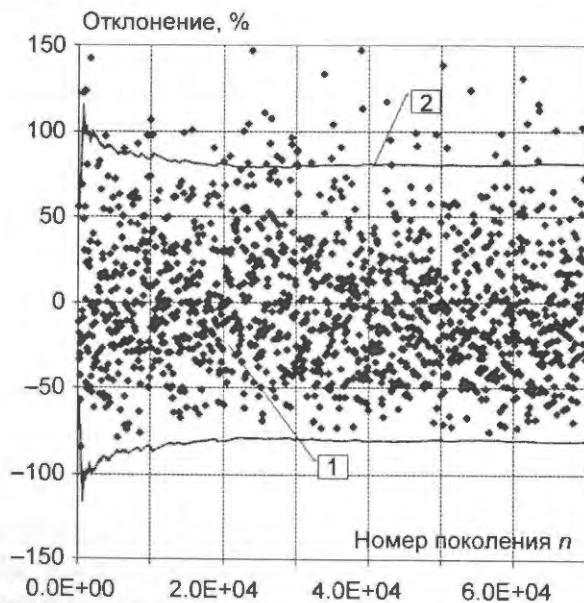


Рис. 2. Отклонение серийных оценок  $x_n$  от точного решения  $\bar{x}_{N_f}$  в процентах (1); доверительный интервал (2) в зависимости от номера поколения  $n$



Рис. 3. График зависимости автокорреляционной функции  $r_k$  от номера лага  $k$  для случайного процесса  $R_n$ . Параметры счета: NTOT = 2 000, NBAT = 5

где  $n_0 = \text{NSER0}$  – номер первой активной серии,  $k < n_0$ .

График зависимости автокорреляционной функции  $r_k$  от номера лага  $k$  для случайного процесса  $x_n = R_n$  представлен на рис. 3. Видно, что  $r_k \rightarrow 0$  при  $k \rightarrow \infty$ . Такое поведение автокорреляционной функции характерно для стационарных случайных процессов.

Таким образом, из анализа графиков, показанных на рис. 1...3, следует, что случайный процесс  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ ,  $x_n = R_n$ , является стационарным и оценка  $\bar{x}_N$  состоятельная и несмещенная.

Для случайного процесса  $x_n = k_n$  вид зависимостей среднего  $\bar{x}_N$  от  $N$  и серийных оценок  $x_n$  от  $n$  аналогичен тем, которые представлены на рис. 1 и 2. Что касается автокорреляционной функции данного процесса, то уже при числе частиц в поколении NTOT = 1000  $r_k = 0$  для всех  $k = 1, 2, \dots$ , т.е. корреляционной связи между серийными оценками  $k_n$  практически нет.

### 5. Расчетная формула для дисперсии с учетом корреляций между серийными оценками

Преобразуем формулу (8) с учетом стационарности процесса. Для стационарных случайных процессов  $D(x_n) = \text{const}$ , поэтому  $\sum_{n=1}^N D x_n = N D x_n$ . Кроме того, для стационарных случайных процессов

$$\text{cov}(x_l, x_m) = \text{cov}(x_n, x_{n+k}), \quad (10)$$

где  $k = |l - m|$ , т.е. коэффициент ковариации зависит от разницы  $|l - m|$ .

Вычислив автокорреляционную функцию по формуле (9), можно рассчитать и дисперсию (см., например, [9]):

$$D(\bar{x}) = \frac{D(x_n)}{N} + \frac{2}{N^2} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-m} \text{cov}(x_n, x_{n+k}) = \frac{D(x_n)}{N} \left( 1 + \frac{2}{N} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-m} r_k \right). \quad (11)$$

Член  $\frac{2}{N} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-m} r_k$  в формуле (11) представляет собой сумму элементов корреляционной матрицы за исключением элементов, стоящих на главной диагонали:

$$r = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & r_3 & \dots & r_{N-1} \\ & 1 & r_1 & r_2 & r_3 & \dots & r_{N-2} \\ & & 1 & r_1 & r_2 & r_3 & \dots & r_{N-3} \\ & & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & & & & 1 & r_1 \\ & & & & & & & 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

поэтому  $D(\bar{x})$  вычисляется следующим образом:

$$D(\bar{x}) = \frac{D(x_n)}{N} \left( 1 + 2r_1 \frac{N-1}{N} + 2r_2 \frac{N-2}{N} + \dots + 2r_L \frac{N-L}{N} \right), \quad (13)$$

где  $L$  – количество элементов автокорреляционной функции, значимо отличающихся от нуля.

В программном модуле статистического анализа MCU\_STAT для  $N < 120$  принято, что  $r_k$  значимо отличается от нуля, если  $|r_k| > (2/\sqrt{N})$  [6]. Для  $N > 120$  используется другой критерий: считается, что  $r_k$  значимо отличается от нуля, если  $|r_k| > 0,1$ .

При больших значениях  $N$ , т.е. при  $N > 1000$ , формула (12) упрощается:

$$D(\bar{x}) = \frac{D(x_n)}{N} (1 + 2r_1 + 2r_2 + \dots + 2r_L). \quad (14)$$

Эта формула и применяется в программе статистического анализа для вычисления дисперсии. Напомним, что  $D(x_n)$  вычисляется по формуле (3). Отметим, что при расчете доверительного интервала, по-

казанного на рис. 1, использовалась формула (11).

### 6. Оценка дисперсии при расчете на многопроцессорной ЭВМ

При расчете на многопроцессорной ЭВМ при определении дисперсии среднего существуют особенности, связанные с алгоритмом параллельного счета. В программе MCU [2] реализован такой алгоритм, в котором расчеты на разных процессорах проходят независимо – это гарантируется выбором генератора псевдослучайных чисел [10]. Поэтому случайные процессы на каждом процессоре могут рассматриваться как различные независимые реализации одного случайного процесса.

Введем следующие обозначения:

$x_{pn}$  – случайная величина – оценка функционала  $F$  на  $n$ -й серии на  $p$ -м процессоре;

$\bar{x} = \frac{1}{NP} \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P x_{pn}$ , где  $N$  – число серий,  $P$  – число процессоров;

$x_n = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P x_{pn}$  – среднее значение  $x_{pn}$  по  $P$  процессорам на  $n$ -й серии;

$x_p = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_{pn}$  – среднее значение  $x_{pn}$  по  $N$  сериям на  $p$ -м процессоре;

$D(\bar{x}) = \frac{1}{N^2 P^2} D \left[ \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P x_{pn} \right]$  – дисперсия среднего.

После несложных преобразований получается формула, аналогичная (8), из которой в силу стационарности случайных процессов получается выражение, аналогичное (11):

$$D(\bar{x}) = \frac{D(x_n)}{N} \left( 1 + \frac{2}{N} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{N-m} r_k \right), \quad (15)$$

где, напомним,  $x_n$  – среднее значение  $x_{pn}$  по  $P$  процессорам на  $n$ -й серии и  $r_k = \text{cov}(x_n, x_{n+k})$ . Вычисление  $D(\bar{x})$  по формуле (15) назовем алгоритмом А.

Существует альтернативный алгоритм расчета дисперсии: алгоритм Б. В конце расчета задачи на многопроцессорной ЭВМ

имеем  $P$  оценок  $x_p$  для функционала  $F$  на каждом  $p$ -м процессоре. Тогда

$$D(\bar{x}) = \frac{1}{P} D(x_p) = \frac{1}{P} \left( \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P x_p^2 - (\bar{x})^2 \right), \quad (16)$$

$$\text{где } \bar{x} = \frac{1}{NP} \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P x_{np} = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P x_p.$$

Расчеты показывают, что алгоритмы А и Б дают близкие результаты в пределах доверительного интервала для среднего квадратического отклонения [11, с. 220].

### 7. Выбор параметров счета NGEN, NSERO

Если установлено, что случайный процесс стационарный и автокорреляционная функция стремится к нулю при увеличении  $k$ , то для выбора параметров счета NGEN и NSERO, где NGEN – необходимое число поколений для достижения заданной точности, а NSERO – номер первой активной серии, можно использовать следующие простые правила.

Параметр NGEN определяется из требований к точности расчета поля энерговыделения в реакторе. Когда величина  $2s_{\bar{x}}/\bar{x}$  станет равной требуемой точности, например 0,01, задача решена.

Для NSERO расчеты показывают, что при использовании равномерного по активной зоне начального распределения нейтронов нулевого поколения результаты расчета не зависят от номера первой активной серии. Из графиков рис. 4 видно, что для NSERO = 1 и NSERO = 2 000 поведение зависимости одинаково: первая фаза случайного процесса носит нестационарный характер, а при некотором  $N$  процесс становится стационарным.

Доверительный интервал, показанный на рис. 4, относится к случаю NSERO = 1. Так же, как и доверительный интервал, приведенный на рис. 1, он рассчитывался с учетом корреляций между сериями. Формально параметр NSERO может быть выбран из простого соображения: NSERO =  $k$ , где  $k$  – номер лага, при котором автокорреляционная функция становится равной 0. Тогда  $x_n$  и  $x_{n+k}$  независимы и, следовательно,  $x_k$  не зависит от начального приближения.



Рис. 4. Отклонение среднего  $X_N$  от точного решения  $X_{Nf}$  в процентах, NSERO = 1 (1), NSERO = 2 000. (2); доверительный интервал (3), NBAT = 5

Из рис. 3 видно, что для скорости реакции деления в нодах автокорреляционная функция  $r_k$  значительно отличается от нуля для номеров лага  $k = 1 \dots 4$ .

Параметр NGEN на многопроцессорной ЭВМ определяется так же, как и на одном процессоре. Из вышеизложенного следует, что если имеется стационарный случайный процесс на каждом процессоре, то статистическая погрешность расчета на многопроцессорной ЭВМ по сравнению с расчетом на одном процессоре уменьшается как  $1/\sqrt{P}$ , где  $P$  – число процессоров (рис. 5, б). Количество поколений, которое необходимо промоделировать на каждом процессоре, определяется требованиями к точности расчета.

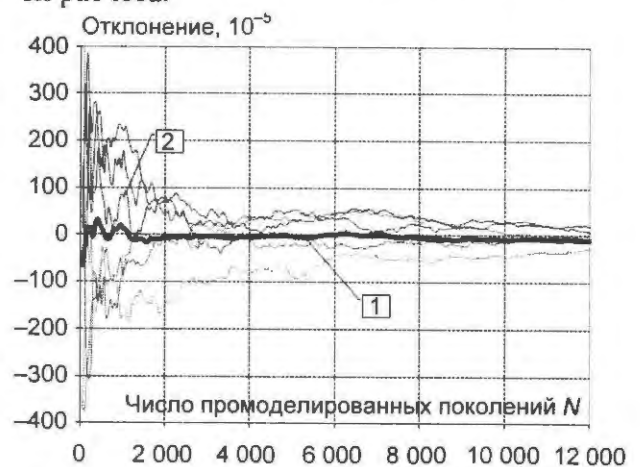


Рис. 5. Отклонение  $K_N$  от точного решения  $K_{Nf}$  в процентах: среднее по 14-ти процессорам (1); на первых шести процессорах (2)

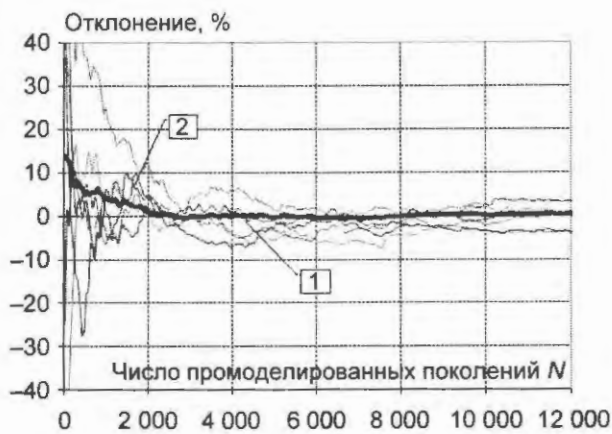


Рис. 6. Отклонение  $\bar{K}_N$  от точного решения  $K_N$  в процентах: среднее по 14-ти процессорам (1); на первых шести процессорах (2)

### Заключение

В данной работе показано, что если для рассматриваемого типа реактора случайный процесс  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ , где  $x_n$  – оценка либо эффективного коэффициента размножения, либо скорости реакции деления в ноде на  $n$ -й серии, является стационарным, то из стационарности этого случайного процесса и характерного поведения автокорреляционной функции:  $r_k \rightarrow 0$  при  $k \rightarrow \infty$ , можно сделать следующие выводы.

1. Оценка  $\bar{x}_N = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$  является состоятельной и несмещенной.

2. Для практических расчетов дисперсии средней по сериям оценки функционала  $x_n$  можно использовать формулу (II), в которой для учета корреляций серийных оценок применяется автокорреляционная функция.

3. Для выбора необходимого числа промоделированных поколений для достижения требуемой точности расчета используется вычисленная дисперсия оценки.

4. Номер первой активной серии определяется исходя из анализа поведения автокорреляционной функции – он равен лагу  $k$ , при котором автокорреляционная функция становится равной нулю.

5. При применении равномерного по активной зоне начального распределения источников нейтронов нулевого поколения характер поведения  $\bar{x}_N$  от  $N$  не зависит от NSER0. Показано, что при NSER0 = 1, 2 000

характер зависимости одинаковый: случайный процесс имеет две фазы – переходную и стационарную.

6. При расчете на многопроцессорной ЭВМ статистическая погрешность расчета по сравнению с расчетом на одном процессоре уменьшается как  $1/\sqrt{P}$ , где  $P$  – число процессоров. Параметр NGEN на многопроцессорной ЭВМ определяется так же, как и на одном процессоре, т.е. исходя из требований к точности расчета.

Представленные в статье результаты получены в рамках выполнения НИР по проекту АЭС-2006. В заключение авторы выражают благодарность Е.А. Гомину за общую постановку задачи и полезные многочисленные обсуждения и дискуссии; М.И. Гуревичу за высказанные им ценные идеи, С.С. Городкову и П.А. Андросенко за полезные многочисленные обсуждения и дискуссии.

### Список литературы

1. Майоров Л.В. Оценки смещения результатов при расчете реакторов и хранилищ ядерного топлива методом Монте-Карло // Атомная энергия, 2005, т. 99, вып. 4, с. 243–256.
2. Гомин Е.А. Статус MCU-4 // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2006, вып. 1, с. 6–32.
3. Франк-Каменецкий А.Д. Моделирование траекторий нейтронов при расчете реакторов методом Монте-Карло. М.: Атомиздат, 1978.
4. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Статистический анализ данных на компьютере. Под ред. В.Э. Ф и г у р н о в а. М.: ИНФРА-М, 1998.
5. Яглом А.М. Корреляционная теория стационарных случайных функций (с примерами из метеорологии). М.: Гидрометеиздат, 1981.
6. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М.: Мир, 1974.
7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Физматлит, 1958.
8. Олейник Д., Калугин М., Сухино-Хоменко Е. и др. Полномасштабная математическая модель переноса нейтронов в активной зоне реактора ВВЭР-1000, основанная на методе Монте-Карло и реализованная на многопроцессорных ЭВМ. Шестая межд. научно-техн. конф. “Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР”. 26-29 мая 2009 г., ОКБ “ГИДРОПРЕСС”.
9. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования. М.: Наука, 1976.

10. Marsaglia G., Zaman A., Tsang W.W. // Stat. Prob. Lett. Volume 35, Issue 9, 1990.

11. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. 9-е изд., стер. М.: Высшая школа, 2003.

Контактная информация –  
Сушино-Хоменко Евгения Алексеевна, м. н. с.,  
тел.: (499)196-96-43, e-mail: sukhino-khomenko  
@adis.vver.kiae.ru

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4,  
с. 10–18.

УДК 621.039

## Программа LUCKY. Решение уравнения переноса и гамма-излучения нейтронов с использованием параллельных технологий

А.В. Моряков,

РНИЦ “Курчатовский институт”, 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Поступила в редакцию 24.06.2010 г.

Представлены основные положения методики параллельного счета, реализованной в программе LUCKY. Даны базовые балансные соотношения и итерационная схема. Обсуждаются перспективы дальнейшего развития программы.

*Ключевые слова:* программа,  $P_m S_n$  метод, уравнение, функция, параллельные вычисления.

**Multiprocessor LUCKY Code. Transport Equation Solution by Parallel Technology.** A.V. Moryakov, RRC “Kurchatov Institute”, 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182. This paper is devoted for computer code LUCKY that was developed specially for multiprocessor supercomputers. Basic balance equations are presented. Algorithm to get solution is described. Future trends are discussed.

*Key Words:* Program,  $P_m S_n$  Method, Equation, Function, Parallel Calculations.

### Введение

Программы LUCKY и LUCKY\_C [1] создавались для получения стационарного решения задач защиты, задач с делением и источником и критических задач в больших и сложных по геометрии системах, когда мощности обычного персонального компьютера недостаточно. В программах реализован численный  $P_m S_n$  (метод дискретных ординат) метод решения многогруппового уравнения Больцмана [2].

Используемая геометрия – только X-Y-Z, прямоугольная. Все другие виды геометрии моделируются возможностью применять в X-Y-Z геометрии очень мелкий пространственный шаг сетки для конечно-разностной аппроксимации оператора уравнения переноса, что позволяет рассматривать прямоугольную X-Y-Z геометрию как универсальную, в рамках которой могут быть достаточно точно определены сложные пространственные структуры с дискретиза-

цией, равной шагу локальной пространственной сетки.

Простота, однородность свойств пространственных объектов в этой геометрии и возможность легко переносить объекты в разные системы координат делают эту геометрию очень перспективной для параллельных вычислений. К примеру, в криволинейной геометрии пространственные преобразования в различные локальные системы координат более сложные и использование параллельных технологий менее перспективно.

В программах LUCKY и LUCKY\_C для получения ядерных данных применяются многогрупповые библиотеки ядерных констант до  $P_n$ -приближения ( $n$  не ограничено) в разложении ядерных констант по полиномам Лежандра в формате GIT (Group Independent Tape) [3].

Программы разрабатывались для работы на многопроцессорных компьютерах, поддерживающих интерфейс MPI [4] для

обмена между процессорами и имеющих транслятор с языка FORTRAN 90 [5...7], и легко переносимы с компьютера на компьютер. Отметим, что алгоритм, заложенный в программах, имеет очень высокий потенциал, который может быть реализован через средства программирования на графических сопроцессорах на узлах многопроцессорных систем, использующих технологию CUDA (Computing Universal Data Architecture) [8] или средства OPEN MP [4]. Это увеличит производительность программ в несколько раз за счет переноса вычислений на графические процессоры.

Именно такой гибрид MPI и CUDA позволит в полной мере в будущем использовать все потенциальные возможности программ. Автор надеется, что в ближайшее время появится возможность применять технологию CUDA на суперкомпьютере MBC 1000 (~ 9 000 процессоров Xeon 3,0 Ghz). На данный момент появляются компьютерные платформы, представляющие такие гибридные технологии.

Но следует помнить, что потери на обмен данными между процессорами ограничивают производительность даже самого совершенного по быстродействию гибрида, так как такие потери неизбежны. Предложенная параллельная методика, реализованная в программах LUCKY и LUCKY\_C, основанная на пространственном разбиении всей области расчета на отдельные пространственные объекты с последующим расчетом каждого объекта на отдельном процессоре, показала хорошую эффективность на машинах с распределенной памятью благодаря оригинальной методике итерационного процесса получения решения. Наличие автоматического параллельного генератора сеток и средств визуализации через графический пакет AUTOCAD [9] с использованием заранее созданных библиотек объектов позволяет пользователю очень легко задавать (конструировать) и контролировать геометрию задачи.

### 1. Метод решения

Для решения многогруппового уравнения переноса Больцмана в программе LUC-

KY применяется численный  $P_m S_n$  метод [7, 8], в рамках которого угловой поток в каждой пространственной точке представляется конечным набором направлений на угловой сфере. Индикатриса рассеивания представляется в виде ряда по полиномам Лежандра, а угловое решение в каждой пространственной точке может быть представлено и храниться в виде моментов разложения по полной системе шаровых функций. Используется групповой подход в представлении энергетической зависимости решения.

Геометрия расчета только X-Y-Z – прямоугольная и при достаточно мелких пространственных шагах может быть применена как универсальная геометрия. Решение получается в процессе классического итерационного процесса. Для задачи на собственное значение в программе LUCKY\_C проводятся внешние итерации по источнику деления до получения собственного значения с необходимой точностью и используется полная матрица сечений с возможностью учета переходов из каждой энергетической группы в каждую. Решение получается с заданной точностью с возможностью перенормировки или без перенормировки результата. Программы работают с групповыми угловыми потоками в качестве искомой функции решения уравнения переноса Больцмана.

### 2. Основные положения методики параллельных вычислений

Существуют два очевидных способа распараллелить процесс получения решения. Первый основан на разбиении всей пространственной области расчета на отдельные подобласти-объекты. Если рассматривать задачу переноса излучения для каждого объекта как задачу с известными граничными условиями, то можно решать эту задачу на отдельном процессоре суперкомпьютера, организовав таким образом параллельные процессы для всех объектов. Обеспечив сшивку решения посредством итерационного процесса по общим граничным поверхностям для всех объектов, можно получить искомое решение.

Второй способ распараллелить процесс получения решения применим для задач на поиск собственного значения и основан на параллельном нахождении решения во всех энергетических группах. В рамках внешних итераций учитывается вклад отдельных групп в интеграл деления и рассеяния и, таким образом, через итерационный процесс получается искомое решение.

В программе LUCKY реализован первый способ распараллеливания процесса получения решения, а в программе LUCKY\_C совмещены сразу два способа, т.е. наряду с распараллеливанием получения решения по энергетическим группам, используется параллельный процесс получения решения по пространственным областям. Представим основные положения параллельной схемы, реализованной в программах LUCKY и LUCKY\_C.

1). Вся область расчета ("базовое тело") разбивается на отдельные независимые подобласти-объекты (сетка объектов). Число объектов может быть любым, но не больше числа процессоров на суперкомпьютере.

2). Каждый объект рассчитывается на отдельном процессоре суперкомпьютера.

3). Связь между объектами происходит через граничные потоки по общим граничным поверхностям с помощью средств MPI.

4). Для отдельной энергетической группы проводится итерационный процесс (после каждой итерации обмен граничными потоками между объектами) до получения решения с необходимой точностью в данной группе.

5). На каждом объекте существует локальная пространственная сетка (локальная сетка) для детального описания геометрии расчета и аппроксимации решения. Размерность локальной сетки для всех объектов одинакова. Шаг локальной сетки для всех объектов один и тот же. Таким образом, все объекты одинаковы по числу выполняемых на них операций, что обеспечивает равномерную нагрузку на вычислительные процессы.

Применение локальных сеток на объектах различной размерности не оправдано из-за необходимости синхронизации в процессе расчета решений на объектах для обмена решениями по общим граничным поверхностям. Различное время расчета решения на разных объектах из-за наличия различных локальных сеток приводило бы к ожиданию процессов друг друга, что не рационально. Таким образом, задав 6 чисел (3 числа для описания сетки объектов, определяющие разбивку области расчета по координатным осям системы, 3 числа для описания локальной сетки, которые определяют разбивку по координатным осям внутри объекта) пользователь полностью задает геометрическую дискретизацию области расчета.

6). Геометрия задачи описывается как комбинация простых тел из библиотеки геометрического модуля, используя принцип вложения (каждое следующее тело вытесняет общую часть предыдущего тела). Мощный геометрический модуль в случае необходимости может создавать вложения неограниченного порядка из простейших тел, объявляя вновь созданные элементы как простейшие, воспроизводить блоки из вложений (группы элементов со своей системой координат) и матрицы из блоков.

Пользователи фактически могут создавать сложнейшие геометрические элементы и библиотеки элементов для своих профилированных задач независимо друг от друга и собирать геометрию задачи только на стадии вычисления. Создание локальной сетки на объектах по материальным зонам и пространственным интервалам осуществляется автоматически встроенным в программу параллельным генератором сеток, после работы которого генерируется файл lucky.lsp для программы AUTOCAD в целях контроля заданной геометрии расчета.

7). В программе LUCKY\_C осуществляется как пространственное распараллеливание, так и распараллеливание по энергетическим группам. Каждый пространственный объект в своей энергетической группе рассчитывается на отдельном процессоре с последующим обменом решениями, полу-

ченными во всех энергетических группах для данного пространственного объекта, с целью нахождения источника деления и рассеяния.

Таким образом, полное число параллельно применяемых процессоров для данной программы равно числу пространственных объектов, умноженному на число энергетических групп. В связи с этим необходимое число процессоров для решения многогрупповой критической задачи будет больше, чем для решения той же по геометрии и энергетическим группам задачи на прохождение излучения.

8). Один процессор используется как управляющий (контрольный) для проверки сходимости решения и обработки результатов (расчета функционалов), следовательно, необходимое число процессоров равно числу объектов плюс один для программы LUCKY и числу энергетических групп, умноженному на число объектов плюс один для программы LUCKY\_C.

При применении большого числа процессоров у пользователя появляется возможность задавать очень мелкую пространственную сетку для конечно-разностной аппроксимации оператора переноса и таким образом использовать прямоугольную X-Y-Z геометрию как универсальную для описания тел любой формы. Перед пользователем стоит задача описать геометрию для расчета, нанести объектовую и локальную сетки на каждом объекте. Это очень сложная задача и решить ее можно только с использованием компьютера. Для решения этих задач создан геометрический модуль, работающий параллельно на всех процессорах, ведущих расчет своих объектов. Кроме этого, пользователь должен иметь возможность контролировать процесс правильности задания исходных данных. Эта задача успешно решается через построение заданной геометрии программой AUTOCAD.

### 3. Балансные соотношения для решений в элементарной ячейке

Предлагаемый алгоритм получения решения конечно-разностного аналога группового уравнения переноса Больцмана ос-

нован на двух основных положениях. Первое – это возможность получить и использовать в дальнейшем набор элементарных решений, получающихся при решении уравнения Больцмана для элементарных ячеек, из которых состоит исследуемая система. Второе основное положение предложенного алгоритма основано на возможности представить решаемую задачу через последовательность краевых задач, когда всю область расчета можно разбить на последовательность подобластей, связанных друг с другом по общим граничным поверхностям.

Элементарные решения в ячейках насчитываются заранее до проведения основного итерационного расчета. Полученные элементарные решения применяются для нахождения искомого решения.

Функции, через которые реализуются граничные условия для решения краевых задач в ячейках, представляются в виде ряда по элементарным базовым функциям. Решения краевых задач от этих базовых функций и называются элементарными решениями. Решаемое уравнение линейно, и только данное свойство линейности решаемого уравнения позволяет использовать предложенный алгоритм. Вероятно, данная методика расчета может рассматриваться как одна из разновидностей метода поверхностных гармоник, разработанного Лалетиным Н.И. [10].

Рассмотрим формулы для получения элементарных решений. Функция для углового потока частиц в ячейке представляется в виде ряда Тейлора с учетом только линейной части по переменным  $x, y, z$ , т.е.

$$\varphi_i = a_0 + a_1x + a_2y + a_3z + a_4xy + a_5xz + a_6yz + a_7xyz,$$

где  $i$  – номер углового направления. Таким образом, базовыми функциями на поверхностях ячейки для данного представления будут:  $F1 = 1, F2 = x, F3 = y, F4 = z, F5 = xy, F6 = xz, F7 = yz$ .

Исходное групповое уравнение переноса Больцмана для ячейки (с одним материальным составом) имеет вид

$$\begin{aligned} & \Omega_{xi} \frac{\partial \varphi(x, y, z, \Omega_i)}{\partial x} + \Omega_{yi} \frac{\partial \varphi(x, y, z, \Omega_i)}{\partial y} + \\ & + \Omega_{zi} \frac{\partial \varphi(x, y, z, \Omega_i)}{\partial z} + \Sigma_{tot} \varphi(x, y, z, \Omega_i) = \\ & = q(x, y, z, \Omega_i) + \int_{\Omega} P(x, y, z, \Omega' \rightarrow \Omega) \times \\ & \times \varphi(x, y, z, \Omega') d\Omega', \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\Omega_{xi}, \Omega_{yi}, \Omega_{zi}$  – косинусы единичного вектора,  $\Sigma_{tot}$  – полное сечение,  $q(x, y, z, \Omega_i)$  – распределенный источник,  $P(x, y, z, \Omega' \rightarrow \Omega)$  – вероятность рассеивания частицы с угла  $\Omega'$  в угол  $\Omega$ .

Коэффициенты  $a_0, a_1 \dots a_6$  находятся из условия равенства функции значениям в узлах сетки на поверхностях ячейки XY, XZ, YZ. На рисунке представлена схема элементарной ячейки с размерами  $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ .

Запишем уравнения для нахождения коэффициентов  $a_0, a_1 \dots a_6$  по известным значениям функций в узлах  $f1 \dots f7$  ячейки:

$$\begin{aligned} a_0 &= f1; \quad f2 = a_0 + a_1 \Delta x; \quad a_1 = (f2 - a_0) / \Delta x; \\ f3 &= a_0 + a_2 \Delta y; \quad a_2 = (f3 - a_0) / \Delta y; \\ f5 &= a_0 + a_3 \Delta z; \quad a_3 = (f5 - a_0) / \Delta z; \\ f4 &= a_0 + a_1 \Delta x + a_2 \Delta y + a_4 \Delta x \Delta y; \\ a_4 &= (f4 - a_0 - a_1 \Delta x - a_2 \Delta y) / (\Delta x \Delta y); \\ f6 &= a_0 + a_1 \Delta x + a_3 \Delta z + a_5 \Delta x \Delta z; \\ a_5 &= (f6 - a_0 - a_1 \Delta x - a_3 \Delta z) / (\Delta x \Delta z); \\ f7 &= a_0 + a_2 \Delta y + a_3 \Delta z + a_6 \Delta y \Delta z; \\ a_6 &= (f7 - a_0 - a_2 \Delta y - a_3 \Delta z) / (\Delta y \Delta z). \end{aligned} \quad (2)$$

Если будут известны решения от базовых функций, то результирующее решение для данного октанта можно найти как суперпозицию элементарных решений, умно-

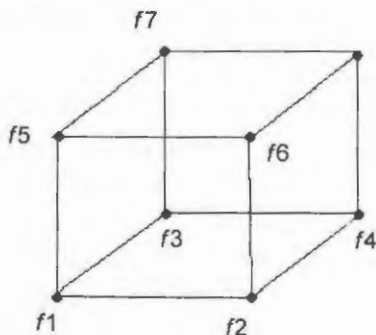


Схема элементарной ячейки

женных на соответствующие коэффициенты при них, которые можно найти из уравнения (2). Теперь, если найти решение для всех 8 октантов единичной сферы, результирующее решение будет равно сумме решений в 8 октантах плюс решение от распределенного источника.

Составим уравнения для нахождения решений от базовых функций для элементарной ячейки размером  $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ .

1). Для базовой функции  $F1 = 1$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F1 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\begin{aligned} & \Omega_{xi} \alpha(\Omega_i)yz + \Omega_{yi} \alpha(\Omega_i)xz + \alpha(\Omega_i)xy + \\ & + \Sigma_{tot} \alpha(\Omega_i)xyz = -\Sigma_{tot} + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' + \\ & + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega) \alpha(\Omega')xyz d\Omega'. \end{aligned} \quad (3)$$

Решив данное уравнение для ячейки, используя какую-либо конечно-разностную схему, получим элементарное решение для первой базовой функции  $F1 = 1$ .

2). Для базовой функции  $F2 = x$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F2 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\begin{aligned} & \Omega_{xi} \alpha(\Omega_i)yz + \Omega_{yi} \alpha(\Omega_i)xz + \alpha(\Omega_i)xy + \\ & + \Sigma_{tot} \alpha(\Omega_i)xyz = -\Sigma_{tot}x - \Omega_{xi} + \int_{\Omega} xP(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' + \\ & + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega) \alpha(\Omega')xyz d\Omega'. \end{aligned} \quad (4)$$

Решив данное уравнение для ячейки, используя какую-либо конечно-разностную схему, получим элементарное решение для второй базовой функции  $F2 = x$ .

3). Для базовой функции  $F3 = y$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать

в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F3 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\Omega_{xi}\alpha(\Omega_i)yz + \Omega_{yi}\alpha(\Omega_i)xz + \alpha(\Omega_i)xy +$$

$$+ \sum_{tot}\alpha(\Omega_i)xyz = -\sum_{tot}y - \Omega_{xi} + \int_{\Omega} yP(\Omega' \rightarrow \Omega)d\Omega' +$$

$$+ \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega)\alpha(\Omega')xyzd\Omega'. \quad (5)$$

Решив данное уравнение для ячейки, используя какую-либо конечно-разностную схему, получим элементарное решение для третьей базовой функции  $F3 = y$ .

4). Для базовой функции  $F4 = z$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F4 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\Omega_{xi}\alpha(\Omega_i)yz + \Omega_{yi}\alpha(\Omega_i)xz + \alpha(\Omega_i)xy +$$

$$+ \sum_{tot}\alpha(\Omega_i)xyz = -\sum_{tot}z - \Omega_{zi} + \int_{\Omega} zP(\Omega' \rightarrow \Omega)d\Omega' +$$

$$+ \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega)\alpha(\Omega')xyzd\Omega'. \quad (6)$$

Решив данное уравнение для ячейки, используя какую-либо конечно-разностную схему, получим элементарное решение для четвертой базовой функции  $F4 = z$ .

5). Для базовой функции  $F5 = xy$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F5 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\Omega_{xi}\alpha(\Omega_i)yz + \Omega_{yi}\alpha(\Omega_i)xz + \alpha(\Omega_i)xy +$$

$$+ \sum_{tot}\alpha(\Omega_i)xyz = -\sum_{tot}xy - \Omega_{xi}y - \Omega_{yi}x +$$

$$+ \int_{\Omega} xyP(\Omega' \rightarrow \Omega)d\Omega' + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega)\alpha(\Omega')xyzd\Omega'. \quad (7)$$

Решив данное уравнение для ячейки, используя какую-либо конечно-разностную схему, получим элементарное решение для пятой базовой функции  $F5 = xy$ .

6). Для базовой функции  $F6 = xz$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F6 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\Omega_{xi}\alpha(\Omega_i)yz + \Omega_{yi}\alpha(\Omega_i)xz + \alpha(\Omega_i)xy +$$

$$+ \sum_{tot}\alpha(\Omega_i)xyz = -\sum_{tot}xz - \Omega_{xi}z - \Omega_{zi}x +$$

$$+ \int_{\Omega} xzP(\Omega' \rightarrow \Omega)d\Omega' + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega)\alpha(\Omega')xyzd\Omega'. \quad (8)$$

Решив данное уравнение для ячейки, используя какую-либо конечно-разностную схему, получим элементарное решение для шестой базовой функции  $F6 = xz$ .

7). Для базовой функции  $F7 = yz$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F7 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\Omega_{xi}\alpha(\Omega_i)yz + \Omega_{yi}\alpha(\Omega_i)xz + \alpha(\Omega_i)xy +$$

$$+ \sum_{tot}\alpha(\Omega_i)xyz = -\sum_{tot}yz - \Omega_{yi}z - \Omega_{zi}y +$$

$$+ \int_{\Omega} yzP(\Omega' \rightarrow \Omega)d\Omega' + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega)\alpha(\Omega')xyzd\Omega'. \quad (9)$$

Решив данное уравнение для ячейки, используя какую-либо конечно-разностную схему, получим элементарное решение для седьмой базовой функции  $F7 = yz$ .

8). Наконец, найдем решение от единичного распределенного по ячейке источника. Функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 1$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\Omega_{xi}\alpha(\Omega_i)yz + \Omega_{yi}\alpha(\Omega_i)xz + \alpha(\Omega_i)xy +$$

$$+ \sum_{tot}\alpha(\Omega_i)xyz = q(x, y, z, \Omega_i) +$$

$$+ \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega)\alpha(\Omega')xyzd\Omega'. \quad (10)$$

Решив данное уравнение для ячейки, используя какую-либо конечно-разностную схему, найдем искомое решение.

Результатом решения уравнений (3)... (10) будут выходящие из узлов элементарной ячейки угловые потоки, которые впоследствии применяются для нахождения коэффициентов уравнения (2). Используя полученные элементарные решения для энергетической группы для ячеек различных типов, можно получить решение в больших системах, состоящих из таких ячеек.

Следует особо отметить, что интеграл столкновения в последующих вычислениях для получения окончательного искомого решения через итерационный процесс, в отличие от классического метода нахождения решения, больше никогда вычисляться не будет. Это значительно сократит время расчета и поднимет эффективность вычислительного процесса.

Кроме того, данная методика нечувствительна по временным затратам к применяемому порядку индикатрисы рассеивания, что выгодно ее отличает от классического метода нахождения решения методом дискретных ординат. Если учесть, что типов ячеек для реальных физических задач обычно бывает несколько десятков, то получение элементарных решений не занимает значительного времени.

#### 4. Конечно-разностная аппроксимация уравнений в ячейке

Проинтегрировав уравнения (3)...(10) по объему ячейки и поделив на объем ячейки, получим следующие соотношения для уравнений нахождения элементарных решений. Параметр  $\omega$  определяет порядок конечно-разностной схемы ( $0,5 < \omega < 1$ ),  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  — геометрические размеры ячейки.

1). Для базовой функции  $F1 = 1$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F1 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник при-

нимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\begin{aligned} & \Omega_{xi} \alpha(\Omega_i) \Delta y \Delta z \omega^2 + \Omega_{yi} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta z \omega^2 + \\ & + \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \omega^2 + \sum_{\text{tot}} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 = \\ & = -\sum_{\text{tot}} + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' + \\ & + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega) \alpha(\Omega') \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 d\Omega'. \quad (11) \end{aligned}$$

Решив данное уравнение для ячейки, получим элементарное решение для первой базовой функции  $F1 = 1$ .

2). Для базовой функции  $F2 = x$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F2 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\begin{aligned} & \Omega_{xi} \alpha(\Omega_i) \Delta y \Delta z \omega^2 + \Omega_{yi} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta z \omega^2 + \\ & + \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \omega^2 + \sum_{\text{tot}} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 = \\ & = -\sum_{\text{tot}} \Delta x \omega - \Omega_{xi} + \int_{\Omega} \Delta x P(\Omega' \rightarrow \Omega) \omega d\Omega' + \\ & + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega) \alpha(\Omega') \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 d\Omega'. \quad (12) \end{aligned}$$

Решив данное уравнение для ячейки, получим элементарное решение для второй базовой функции  $F2 = x$ .

3). Для базовой функции  $F3 = y$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F3 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\begin{aligned} & \Omega_{xi} \alpha(\Omega_i) \Delta y \Delta z \omega^2 + \Omega_{yi} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta z \omega^2 + \\ & + \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \omega^2 + \sum_{\text{tot}} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 = \\ & = -\sum_{\text{tot}} \Delta y \omega - \Omega_{xi} + \int_{\Omega} \Delta y P(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' + \\ & + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega) \alpha(\Omega') \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 d\Omega'. \quad (13) \end{aligned}$$

Решив данное уравнение для ячейки, получим элементарное решение для третьей базовой функции  $F3 = y$ .

4). Для базовой функции  $F4 = z$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F4 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\begin{aligned} & \Omega_{xi} \alpha(\Omega_i) \Delta y \Delta z \omega^2 + \Omega_{yi} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta z \omega^2 + \\ & + \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \omega^2 + \sum_{\text{tot}} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 = \\ & = -\sum_{\text{tot}} \Delta z \omega - \Omega_{zi} + \int_{\Omega} \Delta z \omega P(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' + \\ & + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega) \alpha(\Omega') \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 d\Omega'. \quad (14) \end{aligned}$$

Решив данное уравнение для ячейки, получим элементарное решение для четвертой базовой функции  $F4 = z$ .

5). Для базовой функции  $F5 = xy$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F5 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\begin{aligned} & \Omega_{xi} \alpha(\Omega_i) \Delta y \Delta z \omega^2 + \Omega_{yi} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta z \omega^2 + \\ & + \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \omega^2 + \sum_{\text{tot}} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 = \\ & = -\sum_{\text{tot}} \Delta x \Delta y \omega^2 - \Omega_{xi} \Delta y \omega - \Omega_{yi} \Delta x \omega + \\ & + \int_{\Omega} \Delta x \Delta y \omega^2 P(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' + \\ & + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega) \alpha(\Omega') \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 d\Omega'. \quad (15) \end{aligned}$$

Решив данное уравнение для ячейки, получим элементарное решение для пятой базовой функции  $F5 = xy$ .

6). Для базовой функции  $F6 = xz$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F6 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\begin{aligned} & \Omega_{xi} \alpha(\Omega_i) \Delta y \Delta z \omega^2 + \Omega_{yi} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta z \omega^2 + \\ & + \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \omega^2 + \sum_{\text{tot}} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 = \\ & = -\sum_{\text{tot}} \Delta x \Delta z \omega^2 - \Omega_{xi} \Delta z \omega - \Omega_{zi} \Delta x \omega + \\ & + \int_{\Omega} \Delta x \Delta z \omega^2 P(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' + \\ & + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega) \alpha(\Omega') \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 d\Omega'. \quad (16) \end{aligned}$$

Решив данное уравнение для ячейки, получим элементарное решение для шестой базовой функции  $F6 = xz$ .

7). Для базовой функции  $F7 = yz$  функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = F7 + \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 0$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\begin{aligned} & \Omega_{xi} \alpha(\Omega_i) \Delta y \Delta z \omega^2 + \Omega_{yi} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta z \omega^2 + \\ & + \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \omega^2 + \sum_{\text{tot}} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 = \\ & = -\sum_{\text{tot}} \Delta y \Delta z \omega^2 - \Omega_{yi} \Delta z \omega - \Omega_{zi} \Delta y \omega + \\ & + \int_{\Omega} \Delta y \Delta z \omega^2 P(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' + \\ & + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega) \alpha(\Omega') \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 d\Omega'. \quad (17) \end{aligned}$$

Решив данное уравнение для ячейки, получим элементарное решение для седьмой базовой функции  $F7 = yz$ .

8. Наконец, найдем решение от единичного распределенного по ячейке источника. Функцию решения для краевой задачи со свободными граничными условиями будем искать в следующем виде:  $\varphi(x, y, z, \Omega_i) = \alpha(\Omega_i)xyz$ , распределенный источник принимаем  $q(x, y, z, \Omega_i) = 1$ , подставив  $\varphi$  в уравнение (1) получаем уравнение для  $\alpha(\Omega_i)$ :

$$\begin{aligned} & \Omega_{xi} \alpha(\Omega_i) \Delta y \Delta z \omega^2 + \Omega_{yi} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta z \omega^2 + \\ & + \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \omega^2 + \sum_{\text{tot}} \alpha(\Omega_i) \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 = \\ & = q(x, y, z, \Omega_i) + \int_{\Omega} P(\Omega' \rightarrow \Omega) \times \\ & \times \alpha(\Omega') \Delta x \Delta y \Delta z \omega^3 d\Omega'. \quad (18) \end{aligned}$$

Решив данное уравнение для ячейки, найдем искомое решение.

При значении  $\omega = 1$  схема превращается в шаговую схему первого порядка точности. Для всех остальных значений  $\omega$  получается WDD схема второго порядка точности. При желании, если это необходимо, возможно получение различных элементарных решений с разными  $\omega$ .

Необходимо отметить, что элементарные решения в ячейках могут быть получены различными численными методами, а не только методом дискретных ординат, например методом Монте-Карло, с требуемой точностью. В существующей реализации LUCKY эти решения получаются тем же методом дискретных ординат. Фактически численное решение уравнения Больцмана проводится только для элементарных ячеек расчетной системы. Все дальнейшие вычисления связаны с итерационным процессом сшивки решений на поверхностях соседних объектов, сопровождаемым своим вычислительным процессом на суперкомпьютере.

Полученные решения для угловых потоков по угловой переменной  $\Omega$  в пространственной точке для энергетической группы хранятся в виде моментов разложения по шаровым функциям. Эти моменты разложения в последующем используются для получения источника рассеивания в другие энергетические группы из данной группы.

Источник рассеянных частиц в энергетическую группу  $i$ , имеющий направление  $\Omega$  для пространственной точки  $k$ , получается по стандартной формуле как сумма всех пришедших в группу частиц из верхлежащих по энергии групп:

$$q_{i,k}(\Omega) = \sum_{l=1}^m \sum_{j=1}^n \sigma_{l \rightarrow i,j} \phi_{l,j}^j Y_j^j(\Omega),$$

где  $n$  – число моментов в разложении,  $m$  – число верхлежащих групп по энергии относительно группы  $i$ ,  $\phi_{l,j}^j$  – моменты разложения функции в группе  $l$  по угловой переменной по шаровым функциям,  $\sigma_{l \rightarrow i,j}$  – моменты разложения сечения рассеивания из энергетической группы  $l$  в энергетическую группу  $i$ . Для задач с внешними итерациями, где присутствует процесс рассеивания в верхлежащие энергетические группы

из какой-либо группы, матрица  $\sigma_{l \rightarrow i,j}$  может быть полной.

Шаровые функции определяются через присоединенные полиномы Лежандра следующим образом [11]:

$$Y_n^{(m)}(\mu, \varphi) = P_n^{(m)}(\mu) \sin(m\varphi), \quad m > 0;$$

$$Y_n^{(-m)}(\mu, \varphi) = P_n^{(m)}(\mu) \cos(m\varphi), \quad m \geq 0.$$

Эти функции образуют полную ортогональную систему в области  $-1 \leq \mu \leq 1$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ .  $P_n^{(m)}(\mu)$  – присоединенный полином Лежандра, который определяется через полиномы Лежандра

$$P_n^{(m)}(\mu) = (1-\mu^2)^{m/2} \frac{d^m}{d\mu^m} P_n(\mu),$$

$P_n(\mu) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{d\mu^n} (\mu^2 - 1)^n$ , образующие полную ортогональную систему на отрезке  $[-1; 1]$ .

## 5. Итерационная схема

Итерационная параллельная схема, реализованная в программе LUCKY, достаточно проста и основана на возможности разбиения пространственной расчетной области на конечное число подобластей (подобластей-объектов, каждый объект – это отдельный вычислительный процесс), где независимо друг от друга решаются краевые задачи группового уравнения переноса Больцмана. Основные положения итерационного процесса:

1). Соседей у объекта может быть не более 6 по числу граней параллелепипеда. Это предопределено используемой X-Y-Z геометрией, в которой объект – это параллелепипед. Решение для объекта формируется как суперпозиция решений для 8 краевых задач по числу октантов угловой единичной сферы и решения от распределенного источника внутри объекта.

2). После получения решения краевых задач для всех 8 октантов единичной сферы и результирующего решения итерация считается завершенной.

3). Далее идет расчет относительной погрешности решения на объектах для оп-

ределения того, достигнута ли требуемая точность для искомого решения. В случае, если сходимость с необходимой точностью не достигнута, проводится следующая итерация, в которой снова находятся решения краевых задач для 8 октантов единичной сферы.

4). После получения решения для объекта влияние этого объекта на соседние объекты учитывается через "входящие" потоки на общих границах объектов. Связь объекта только со своими соседями числом не более 6 обеспечивает умеренный MPI обмен в параллельном процессе.

5). Передача углового решения от объекта своим соседям в качестве граничного условия при решении краевой задачи только по общей поверхности обеспечивает умеренную нагрузку на сеть суперкомпьютера ( $\sim n^2$ , где  $n$  – линейный размер локальной сетки на объекте, а не  $n^3$ ), что приводит к малым потерям времени на обмен и, как следствие, дает хорошую эффективность параллельного процесса.

6). Внутри объекта решение краевой задачи получается путем последовательного решения краевых задач для соседних элементарных ячеек, связанных друг с другом через входящие потоки на общих границах. Граничное решение для поверхности представляется через сумму элементарных решений с некими коэффициентами, вычисляемыми по известным значениям решения в узлах на общих поверхностях граничащих ячеек (см. формулы (2)).

7). Таким образом, процесс нахождения решения сводится к итерационному процессу нахождения решения краевых задач для 8 октантов единичной сферы элементарных ячеек с применением заранее рассчитанных элементарных решений для краевых задач. Еще раз следует подчеркнуть, что использовать данный достаточно простой алгоритм удастся только благодаря линейности решаемого уравнения Больцмана. Получается как бы вложенный итерационный процесс: сначала по ячейкам внутри объекта, потом по всем объектам системы.

8). После получения решения для группы вычисляется источник рассеивания из верхлежащих по энергии групп в следую-

щую группу и насчитываются элементарные решения ячеек для следующей группы. Далее для текущей энергетической группы проводится описанный выше итерационный процесс.

## 6. Методы ускорения сходимости итерационного процесса

Ускорить параллельный итерационный процесс, описанный выше, достаточно сложно по следующим причинам:

1) граничные условия строго определены только на границах всей области расчета (базового тела). На каждом пространственном объекте нет постоянных граничных условий (за исключением внешних поверхностей базового тела) и в процессе итераций решение на границах объектов все время меняется, но по мере сходимости все слабее и слабее;

2) неизвестна заранее мера влияния объектов друг на друга, достаточно сложно предсказать поведение погрешности в процессе итераций.

Тем не менее для ускорения итерационного процесса успешно применяется достаточно простой, но эффективный метод Гаусса – Зейделя. Схема этого метода достаточно проста: полученная в текущей итерации часть решения используется для нахождения другой части решения в этой же итерации. Итерация считается законченной, когда последовательно получено решение для всех октантов единичной сферы.

В программе LUCKY применяется "двухуровневая" схема Гаусса – Зейделя, когда ускорение используется для нахождения решения внутри объекта в процессе получения решения по локальной пространственной сетке и в процессе обмена граничными потоками по угловым октантам между объектами.

Таким образом, решение, полученное для объекта в каком-либо угловом октанте, может быть сразу же передано на граничную поверхность соседнего объекта и затем использовано для нахождения решения в других октантах для этого объекта. Для работы по этой схеме все объекты автоматически собираются в группы по 8 штук по числу октантов на единичной сфере.

Впоследствии при получении решения по угловым октантам проводится сдвинутая по октантам схема получения решения на каждом из 8 объектов отдельной группы. В результате применения данной схемы для получения решения каждый объект из своей восьмерки “видит” граничное решение от соседних объектов уже в текущей итерации, а не в следующей, как при обычной, не сдвинутой по октантам схеме нахождения решения.

Эффективность (выигрыш по числу итераций) такого ускорения составляет в среднем  $\sim 1,8$  для групп гамма-квантов, а для нейтронных групп  $\sim 1,3$  и зависит в основном от геометрии задачи. Чем более вытянуто “базовое тело” по какой-либо координатной оси, тем эффективнее будет предложенная схема ускорения. Для программы LUCKY\_C используется классический метод перенормировки, когда полученное на внешней итерации решение после перерасчета источника деления применяется в качестве начального приближения для проведения следующей внешней итерации.

### **7. Перспективы развития программ LUCKY и LUCKY\_C**

Главным недостатком разработанных программ, по мнению автора, является на данный момент отсутствие возможности проводить расчеты с рестартом. Без этого значительно снижается надежность проведения сложных расчетов, когда задача считает более 10 часов по времени. Любой суперкомпьютер – достаточно сложная система с большим тепловыделением, и время наработки на отказ – основной показатель надежности всей системы.

Было бы удобно проводить расчеты с продолжением в случае незапланированного сбоя оборудования. Хранить огромные поля данных на одном сетевом диске представляется проблематичным. К сожалению, все попытки использовать различные методики сжатия данных не привели к желаемому результату. Размеры файлов после сжатия данных остаются достаточно значительными.

Единственно возможный способ – это хранить решения на узлах (отдельных процессорных модулях) суперкомпьютера на локальных дисках. Но тогда необходимо решать задачу последующего рестарта с определенной карты процессоров. Отметим, что все узлы, из которых состоит суперкомпьютер, имеют свои уникальные номера и стартовать задачу на определенную карту номеров очень сложно (из-за коллективно-го применения суперкомпьютера).

К сожалению, на данный момент попытки организовать рестарт с заведомо известной карты процессоров, карты с предыдущего запуска, на компьютере Межведомственного Суперкомпьютерного Центра (МСЦ) не представляются возможными по чисто техническим причинам, хотя данная задача успешно решается на суперкомпьютерах вне России. Задача рестарта может быть решена двумя способами: либо через решение задачи с заведомо известной карты процессоров, либо посредством другой организации файловой системы суперкомпьютера, позволяющей обращаться с файловой системой суперкомпьютера как с единой файловой системой, доступной из любого процессорного узла суперкомпьютера.

Автор надеется, что со временем эта проблема будет решена и на суперкомпьютерах МСЦ Академии наук.

Несколько слов об использовании гибрида (применение на суперкомпьютерах технологии MPI&CUDA или OPEN MP) для параллельных задач. Технология итерационного процесса, реализованная в программе, позволяет, если это будет технически возможно, параллельно находить решение сразу для всех 8 октантов единичной сферы для ячейки в процессе итераций (дополнительно разбивать процесс вычисления на 8 параллельных процессов), что делает перспективным использовать вложенное распараллеливание на уровне объекта, сопровождаемого своим вычислительным процессом. Если этому процессу доступны либо графические, либо другие сопроцессоры, а все операции в итоге фактически сводятся к умножению матрицы на матрицу, то это делает гибридный перспективным.

Эффективность такого гибридного суперкомпьютера будет определяться главным образом эффективностью MPI-процессов при решении задач. Средние потери на обмен между процессами при расчетах по программе LUCKY составляют около 30 %. Это означает, что даже если оставшиеся 70 % расчетного времени с применением гибрида будут сведены к 0, ускорение процесса вычисления решения составит не более чем ~ 3 раз. Значит, гибрид будет достаточно эффективен только при потерях времени на обмен данными ~ 10 %, что определит возможное ускорение вычислительного процесса до 10 раз. А это значит, что только развитие высокоскоростной сети между узлами позволит в полной мере использовать такие суперкомпьютеры-гибриды.

## 8. Особенности программы LUCKY

К особенностям программ можно отнести возможность параллельно работать на большом числе процессоров (опыт работы от 1000 до 5 000 процессоров) с достаточно хорошей эффективностью (~ 2 %).

Кроме этого, программа LUCKY способна проводить расчеты с продолжением геометрии по какой-либо выбранной пользователем координатной оси расчетной области, что делает программу перспективной для решения больших задач переноса излучения. Работая в таком режиме, программа записывает файл с выходящими угловыми потоками с поверхности предпоследнего объектового слоя, ортогонального выбранной оси.

Запись решения не на границе расчетной области, где ставится свободное граничное условие, а на поверхности, удаленной на несколько пробегов от границы вглубь системы, исключает сильное влияние граничного условия на записанное решение. В последующем расчете записанные групповые потоки с данной поверхности применяются в качестве граничного условия для задачи как входящие в систему. Таким образом, пользователь имеет возможность считать задачи, как бы продлевая расчетную систему по выбранной оси.

## Заключение

Предложена оригинальная методика решения многогруппового уравнения переноса Больцмана с применением параллельных вычислений. Разработаны методы оптимизации получения решения на многопроцессорной технике с использованием MPI-стандарта. Созданы программы LUCKY и LUCKY\_C, способные работать на большом числе процессоров суперкомпьютера с хорошей эффективностью.

## Список литературы

1. *Моряков А.В.* Использование параллельных технологий для решения многогруппового уравнения переноса методом дискретных ординат // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2002, вып. 4, с. 3–14.
2. *Лебедев В.И., Марчук Г.И.* Численные методы в теории переноса нейтронов. М.: Атомиздат, 1971.
3. *Doors 3.2 : One-, Two- and Three-Dimensional Discrete Ordinates Neutron/Photon Transport Code System.* RSIC Code Package CCC-650.
4. *Воеводин В.В., Воеводин Вл.В.* Параллельные вычисления. СПб.: БХВ-Петербург, 2002.
5. *Горелик А.М.* Программирование на современном ФОРТРАНЕ. М: Финансы и статистика, 2006.
6. *PVF – Parallel Fortran for Scientists and Engineers.* The Portland Group Simicroelectronics Two Centerpointe Drive Lake Oswey, OR 87035 Copyright 2010, Simicroelectronics Inc, USA, 2010.
7. *Visual Fortran Compiler Professional, Edition 11.1,* Copyright Intel Corporation, USA, 2010.
8. *NVIDIA CUDA, ver 3.0. Reference Manual* NVIDIA Corporation. Santa Clara, USA, 2010.
9. *Красковский Д.Г., Виноградов А.В.* AutoCAD 2000 для всех. М.: Компьютер Пресс, 1999.
10. *Лалетин Н.И.* Об уравнении гетерогенного реактора // ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1981, вып. 5, с. 31.
11. *Смелов В.В.* Лекции по теории переноса нейтронов. М.: Атомиздат, 1978.

*Контактная информация –  
Моряков Алексей Владимирович, с. н. с., тел.:  
(499)196-71-98, e-mail: [sailor@yauza.ru](mailto:sailor@yauza.ru)*

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4,  
с. 18–29.

## Результаты расчетов по программе LUCKY. Сравнение с другими программами и экспериментальными данными

*А.В. Моряков,*

РНЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Поступила в редакцию 02.07.2010 г.

Обсуждаются результаты расчетов по программе LUCKY, использующей методики параллельных вычислений на многопроцессорном компьютере МВС-1000. Даны сравнения результатов тестовых расчетов, полученных по программам LUCKY и TORT, и экспериментальных данных.

*Ключевые слова:* программа,  $P_m S_n$  метод, верификация.

**Calculated Results by LUCKY Code and Comparison with other Computer Codes and Experimental Data.** *A.V. Moryakov, RRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.* This paper is devoted for computer code LUCKY that was developed specially for multiprocessor supercomputers. Results for test problems that were obtained by computer codes LUCKY and TORT are discussed. The comparison of experimental data and calculated results for benchmark experiment of Balakovo NPP and other tasks are presented.

*Key Words:* Program,  $P_m S_n$  Method, Verification.

### Введение

Человечество все больше и больше потребляет энергии, которая требуется для развития различных отраслей производства и комфортной жизни. В современном мире доля ядерной энергетики неуклонно возрастает, что объясняется разными причинами. Ресурсы углеводородов неограничены, а запасов ядерного топлива на данный момент достаточно, чтобы обеспечить необходимые темпы развития энергопроизводства.

Планами государства предусматривается построение нескольких десятков энергоблоков АЭС типа ВВЭР различной мощности. Кроме того, возможность устанавливать локально ядерные энергетические установки (ЯЭУ) небольшой мощности в труднодоступных, удаленных от основных транспортных магистралей местах, способные достаточно долгое время работать на одной топливной загрузке, делает эти установки незаменимыми в производстве энергии.

Развитие такой высокотехнологичной отрасли, как ядерная энергетика, требует применения самых современных технологий, которые позволят успешно развивать эту отрасль и решать поставленные перед ней задачи.

Техническое сопровождение существующих ЯЭУ в атомной энергетике и создание новых установок являются одной из приоритетных инженерных задач, которые включают решение следующих проблем: расчет эксплуатационных характеристик активных зон, решение задач защиты ЯЭУ от нейтронного и гамма-излучений, неизбежно сопровождающих работу этих установок. Кроме того, не всегда возможно или требует значительных финансовых вложений проведение большого количества прямых экспериментов, моделирующих работу ЯЭУ.

Поэтому создание совершенных расчетных моделей для математического моделирования сложных физических процессов – главная задача, решение которой даст значительный экономический эффект. Доступные на данный момент мощные вычислительные машины при моделировании этих процессов будут эффективны только в том случае, если методы расчета позволят использовать все преимущества этой техники.

Огромные ресурсы в сочетании с высокой производительностью позволяют переходить к моделированию процессов переноса излучения на новом, высокоточном уровне, совершенствуя существующие математические модели и создавая новые.

Возможность практически точно с мелким шагом геометрической детализации описывать сложную геометрию решаемых задач, применять более детальное разбиение энергетической области при многогрупповых расчетах, поднимает качество таких расчетных моделей до нового высокоточного уровня, когда погрешность расчета составляет не более 10 % от экспериментальных результатов.

Значительные размеры ЯЭУ требуют больших пространственных сеток для адекватного описания уравнения переноса Больцмана в конечно-разностном представлении. Поэтому для решения полномасштабных задач защиты уже не хватает ресурсов обычных персональных ЭВМ. Мощные вычислительные машины, состоящие из нескольких тысяч процессоров и способные работать параллельно, — это суперкомпьютеры, которые разрешают эти задачи на высокоточном уровне.

Многопроцессорные вычислительные машины можно разделить на два основных типа: компьютеры с общей и распределенной памятью. Главное отличие их — в форме доступа вычислительных процессов к данным, находящимся в памяти.

Для машин с общей памятью в основном используется стандарт OPEN MP [1, 2], позволяющий многим параллельным процессам (нитям), запущенным задачей, применять одноадресное пространство общей памяти через средства синхронизации доступа к данным, находящимся в ней. Наличие ограниченной памяти, хотя и достаточно большой, можно отнести к недостаткам таких компьютеров. Главным достоинством этих систем служат общность памяти и, как следствие, очень быстрый обмен данными, обеспеченный параллельным алгоритмом.

Для машин с распределенной памятью очень широко используется стандарт MPI (Message Passing Interface) [1]. Суть его заключается в возможности связать параллельные процессы посредством обмена данными по очень быстрой локальной сети Myrinet [1], соединяющей различные вычислительные узлы суперкомпьютера, применяя средства MPI библиотек языков про-

граммирования, таких как ФОРТРАН или СИ [1, 2]. Эти машины не имеют общей памяти.

Сеть связывает процессы, запущенные параллельно на независимых вычислительных узлах суперкомпьютера, обеспечивая быструю пересылку данных между узлами. К достоинствам таких компьютеров можно отнести практически неограниченные вычислительные ресурсы, такие как оперативная память, внешняя память на локальных дисках. Задачи для таких машин легко масштабируются (если это позволяет параллельный алгоритм) посредством использования все большего количества вычислительных узлов.

К недостаткам таких систем можно отнести неизбежные потери времени на пересылку данных от одного вычислительного узла к другому. Но если параллельный алгоритм обладает таким свойством, что потери на обмен данными между узлами не превышают 10...20 % от времени расчета, такой алгоритм можно считать эффективным и успешно применять MPI-стандарт в обмене для параллельного алгоритма.

На данный момент одним из самых доступных в России является суперкомпьютер МВС-1000 [3...5], имеющий ~ 9 000 процессоров, стоящий в Межведомственном Суперкомпьютерном Центре РАН. А самым производительным компьютером в мире служит суперкомпьютер, работающий в США, имеющий около 220 000 процессоров (список Top 500).

Сейчас во многих исследовательских организациях устанавливаются мощные суперкомпьютеры, примером может служить суперкомпьютер, установленный в МГУ, имеющий ~ 35 000 процессоров.

Любая программа требует детальной верификации. Только после верификации можно быть уверенным в правильности полученных результатов. Данная статья посвящена рассмотрению ряда тестовых задач для оценки правильности работы программы LUCKY [6], реализующей  $P_m S_n$  метод дискретных ординат [7] для решения многогруппового уравнения Больцмана с использованием параллельных технологий.

Программа создана для работы на суперкомпьютерах, применяющих MPI-стандарт. Для визуализации геометрии расчета используется программа AUTOCAD [8].

### 1. Расчет модельной задачи-макета для типичной композиции ВВЭР-1000

Для сравнения программы LUCKY с широко известной программой TORT [9] предложена модельная задача-макет, отражающая типичную композицию ВВЭР-1000. Программа TORT, как и программа LUCKY, реализует многогрупповой метод дискретных ординат для решения уравнения переноса Больцмана. Обе программы применяют библиотеки ядерных данных в одном и том же формате GIT [9], чтобы достаточно легко сравнивать результаты расчетов.

Для расчета предложена композиция из 7 пространственных зон, состоящих из 7 тел в виде кубов разного размера, вложенных друг в друга, с различным материальным составом, типичным для реакторов типа ВВЭР-1000. Приведем размеры X-Y-Z в сантиметрах материальных зон для расчета:

- 1). 35×35×35 – топливо, активная зона;
- 2). 40×40×40 – 5 см стали, выгородка;
- 3). 45×45×45 – 5 см воды, вода до корзины;
- 4). 50×50×50 – 5 см стали, корзина;
- 5). 70×70×70 – 20 см воды, вода до корпуса;
- 6). 90×90×90 – 20 см железа, корпус;
- 7). 100×100×100 – 10 см воды.

Таким образом, полные размеры расчетной области 100×100×100 см. Расчеты проводились в  $P_3S_8$  приближении для 22-х нейтронных групп, сечения для материальных составов получены из библиотеки BUGLE 96 [10].

Источник нейтронов, имеющий по энергии распределение спектра деления, распределен равномерно по 1-й зоне. Остальные зоны источника не имеют.

Пространственная сетка для программы LUCKY составляла 9 261 000 пространственных точек, задача решалась на 1000 процессорах суперкомпьютера МВС-1000 с шагом 5 мм дискретизации по всем пространственным осям, использовалась взве-

шенная схема с весом 0,51, время расчета 10 мин.

Суммарная пространственная сетка для расчета по программе TORT составляла 3 375 000 пространственных точек. Шаг дискретизации по защитным областям составлял 5 мм, в области источника 1 см. Время расчета теста 120 мин.

Граничные условия для задачи заданы следующим образом: слева – условие зеркального отражения, справа – свободное, фронт – условие зеркального отражения, сзади – свободное, снизу – условие зеркального отражения, сверху – свободное.

Свободное граничное условие подразумевает ноль влета частиц в систему. Схема расчетной модели представлена на рис. 1, 2, а результаты расчетов скалярных потоков и сравнения – в табл. 1.

Анализ результатов показывает хорошее совпадение результатов, полученных

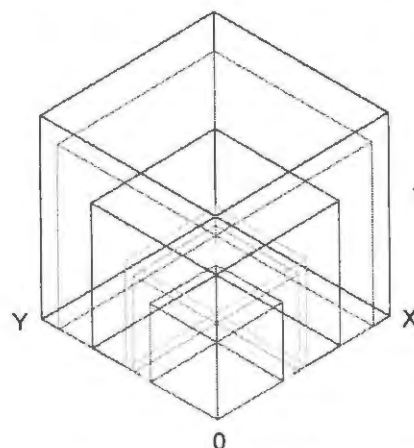


Рис. 1. Схема расчетной модели

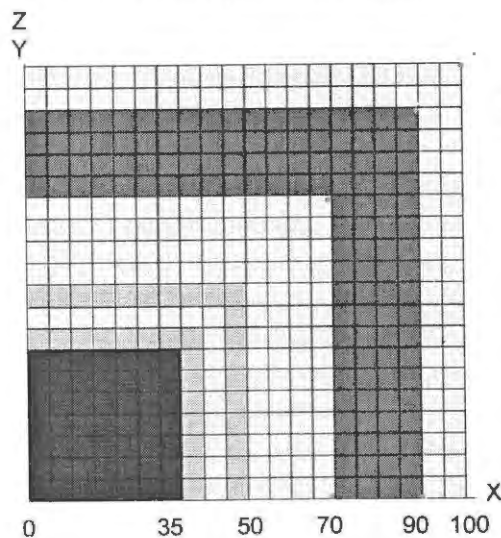


Рис. 2. План задачи в плоскости XY

**Таблица 1.** Сравнения спектров нейтронов в контрольных точках для потоков нейтронов в группе ( $\delta_{гр} = (TORT - LUCKY)/TORT$ , для сумм по группам  $\delta_{инт} = (TORT - LUCKY)/TORT$ ,  $E$  – верхняя граница энергетической группы)

Координаты точек $x, y, z$ , см		70. 0. 0.		90. 0. 0.		35. 35. 35.		70. 70. 70.		90. 90. 90.	
Но-мер	$E$ , эВ	$\delta_{гр}$ , %	$\delta_{инт}$ , %	$\delta_{гр}$ , %	$\delta_{инт}$ , %	$\delta_{гр}$ , %	$\delta_{инт}$ , %	$\delta_{гр}$ , %	$\delta_{инт}$ , %	$\delta_{гр}$ , %	$\delta_{инт}$ , %
1	1.7330E+07	1.48	1.48	0.82	0.82	2.06	2.06	6.05	6.05	4.24	4.24
2	1.4190E+07	0.99	1.11	0.58	0.64	2.27	2.23	6.51	6.39	4.75	4.59
3	1.2210E+07	1.00	1.02	0.44	0.49	2.54	2.48	8.02	7.56	7.14	6.32
4	1.0000E+07	0.92	0.96	0.27	0.36	2.67	2.60	8.23	7.94	8.46	7.40
5	8.6070E+06	0.81	0.88	0.26	0.31	2.67	2.65	7.77	7.85	9.26	8.12
6	7.4080E+06	0.64	0.74	0.43	0.38	2.57	2.60	7.70	7.77	9.44	8.65
7	6.0650E+06	0.66	0.71	0.76	0.54	2.46	2.52	7.12	7.50	9.43	8.91
8	4.9660E+06	0.67	0.69	1.26	0.87	2.57	2.55	6.93	7.28	9.38	9.08
9	3.6790E+06	0.61	0.67	1.32	0.99	2.61	2.57	6.88	7.20	10.00	9.28
10	3.0120E+06	0.48	0.64	1.59	1.10	2.66	2.59	6.52	7.12	10.67	9.47
11	2.7250E+06	0.48	0.61	1.60	1.19	2.57	2.59	6.57	7.05	10.67	9.62
12	2.4660E+06	0.44	0.60	1.75	1.24	2.58	2.59	6.59	7.02	10.95	9.71
13	2.3650E+06	0.44	0.60	1.61	1.25	2.61	2.59	5.61	7.00	9.96	9.71
14	2.3460E+06	0.34	0.58	1.71	1.30	2.60	2.59	6.21	6.95	11.48	9.87
15	2.2310E+06	0.03	0.49	1.87	1.44	2.49	2.57	6.09	6.82	11.55	10.20
16	1.9210E+06	-0.15	0.39	2.06	1.60	2.37	2.53	5.78	6.68	11.25	10.46
17	1.6530E+06	-0.19	0.30	2.25	1.79	2.07	2.44	5.63	6.50	10.98	10.62
18	1.3530E+06	-0.67	0.12	2.98	2.27	1.11	2.13	4.48	6.02	10.19	10.40
19	1.0030E+06	-0.51	0.05	3.41	2.59	1.12	2.00	3.67	5.64	9.69	10.08
20	8.2090E+05	0.59	0.08	3.53	2.69	1.26	1.95	5.96	5.66	8.68	9.92
21	7.4270E+05	-1.83	-0.15	2.49	2.62	0.26	1.65	2.21	4.73	9.23	9.49
22	6.0810E+05	0.05	-0.13	3.76	2.85	0.50	1.54	3.86	6.05	7.94	9.04
23	4.9790E+05										

по программам LUCKY и TORT для спектров нейтронов и суммарных потоков по группам. Наблюдаемая разница в решениях объясняется применением различных разностных схем для расчета, использование которых при значительном ослаблении в 7...9 порядков приводит к расхождению полученных данных до 10 % в спектрах.

## 2. Расчет потока быстрых нейтронов на корпус реактора Балаковской АЭС

Для верификации программы выбран тест, демонстрирующий возможность практического применения программы LUCKY для решения задач защиты в реальных ЯЭУ. Примером такой задачи служит определение потока быстрых нейтронов на корпус реально работающих ВВЭР-1000. В основу для сравнения с результатами, полу-

ченными по программе LUCKY, взяты результаты международного бенчмарк эксперимента, проведенного на корпусе атомной станции Балаково. Результаты измерений и детальное описание бенчмарка представлены в работе [11].

### 2.1. Краткое описание расчетной модели

Установка ВВЭР-1000 рассчитывалась в трехмерной геометрии с детальным описанием всех пространственных зон. Размер расчетной области (базового тела) составлял 310 см по осям X и Y, 355 см по оси Z. Шаг пространственной сетки 0,26 см по осям X и Y, 0,8 см по оси Z. Источник для расчета в активной зоне реактора взят из программы ПЕРМАК [12] потвэльного трехмерного расчета активной зоны ВВЭР.

Программа LUCKY имеет возможность использовать файл с потвэльным трехмер-

ным распределением из программы ПЕР-МАК как входной для автоматического получения источника нейтронов. Рис. 3...5

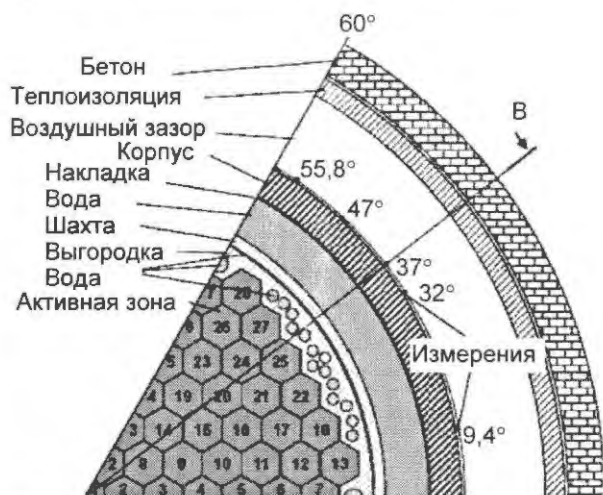


Рис. 3. Композиция расчетной области установки в плане XY

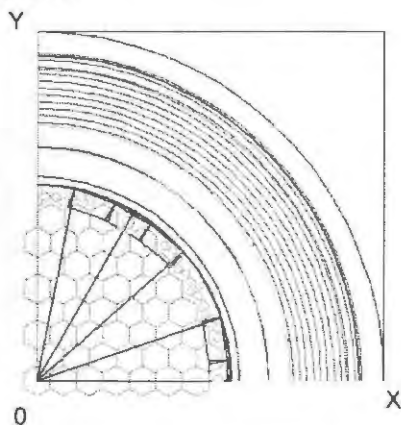


Рис. 4. Геометрия расчета ВВЭР-1000 в плане XY, полученная через программу AUTOCAD

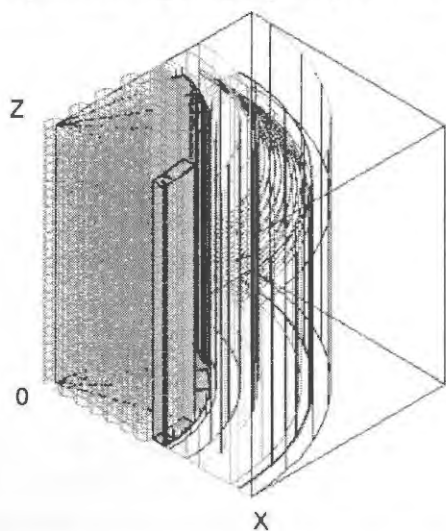


Рис. 5. Изометрическое изображение геометрии расчета ВВЭР-1000, полученное через программу AUTOCAD

отражают геометрию расчетов. Для получения ядерных констант для расчетов применялась библиотека ядерных данных BUGLE 96. Расчеты проводились для 30-ти групп нейтронов (нижняя граница по энергии 0,026 МэВ).

За базовые брались расчеты, проводимые в  $P_3S_8$ -приближении. Вычислялись скорости реакций детекторов  $^{237}\text{Np}(n, f)$ ,  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{93}\text{Nb}(n, n)$ ,  $^{93m}\text{Nb}$ ,  $^{238}\text{U}(n, f)$ ,  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{58}\text{Ni}(n, p)$ ,  $^{58}\text{Co}$ ,  $^{54}\text{Fe}(n, p)$ ,  $^{54}\text{Mn}$ ,  $^{46}\text{Ti}(n, p)$ ,  $^{46}\text{Sc}$ ,  $^{63}\text{Cu}(n, \alpha)$ ,  $^{60}\text{Co}$ .

Полученные результаты по программе LUCKY сравнивались с результатами измерений по азимуту внешней поверхности корпуса в центральном сечении и результатами расчетов по программе TORT. Результаты расчетов скоростей реакций на ядро и сравнение с экспериментальными данными представлены в табл. 2...4. Задача считалась на 3381-м процессоре суперкомпьютера МВС-1000, время расчета, например, варианта  $P_3S_{10}$  составляло ~ 800 мин.

### 2.2. Анализ полученных результатов

Наблюдается хорошее совпадение расчетных данных, полученных по программам TORT, LUCKY, и экспериментальных данных. Результаты попадают в доверительный интервал погрешности эксперимента по всем позициям измерений.

### 2.3. Проблема двойной точности

Принимая во внимание, что число процессоров, используемых в расчетах по программе LUCKY, достигает нескольких тысяч, а число пространственных точек на каждом вычислительном процессе – 500 000 точек и более, возникает вопрос о возможной потере точности при вычислении решения.

Программы LUCKY и LUCKY\_C имеют версии с двойной точностью, легко получаемые из базовой версии заменой в операторе IMPLICIT integer4 на integer8, real4 на real8. Автором проведены исследования влияния двойной точности расчетов на получаемое решение в задаче расчета радиационной нагрузки на корпус Балаковской АЭС. Для расчетов этой задачи по

Таблица 2. Результаты расчетов в  $P_3S_{10}$  приближении ( $\delta = (LUCKY-E)/E$ , LUCKY – результат по LUCKY,  $E$  – экспериментальный результат,  $E_p$  – порог энергии)

Реакция	$E_p$ , МэВ	Азимутальный угол, градусы														
		9,4			32			37			47			55,8		
		$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$			
$^{237}\text{Np}(n, f)^{137}\text{Cs}$	0.5	7.37E-15	-8.43	3.98E-15	-13.21	4.35E-15	-8.59	6.83E-15	-7.36	7.87E-15	-9.19					
$^{93}\text{Nb}(n, n)^{93m}\text{Nb}$	1.0	3.96E-16	-3.94	2.07E-16	-9.58	2.26E-16	-4.06	3.81E-16	-6.72	4.19E-16	-4.83					
$^{238}\text{U}(n, f)^{137}\text{Cs}$	1.5	5.11E-16	5.44	2.47E-16	0.88	2.80E-16	4.22	4.83E-16	3.72	5.64E-16	-1.43					
$^{58}\text{Ni}(n, p)^{58}\text{Co}$	2.5	1.26E-16	9.93	5.83E-17	8.26	6.61E-17	12.03	1.17E-16	10.05	1.33E-16	5.81					
$^{54}\text{Fe}(n, p)^{54}\text{Mn}$	3.0	8.88E-17	10.09	4.11E-17	7.75	4.63E-17	12.31	8.23E-17	10.39	9.44E-17	4.79					
$^{46}\text{Ti}(n, p)^{46}\text{Sc}$	5.0	1.73E-17	-3.96	8.19E-18	-6.93	9.36E-18	-4.52	1.63E-17	-4.99	1.85E-17	-10.26					
$^{63}\text{Cu}(n, \alpha)^{60}\text{Co}$	6.1	1.18E-18	0.49	5.82E-19	-4.25	6.85E-19	-5.05	1.15E-18	-3.62	1.26E-18	-6.40					

Таблица 3. Результаты расчетов в  $P_3S_8$  приближении ( $\delta = (LUCKY-E)/E$ , LUCKY – результат по LUCKY,  $E$  – экспериментальный результат,  $E_p$  – порог энергии)

Реакция	$E_p$ , МэВ	Азимутальный угол, градусы														
		9,4			32			37			47			55,8		
		$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$			
$^{237}\text{Np}(n, f)^{137}\text{Cs}$	0.5	7.37E-15	-8.62	3.98E-15	-13.9	4.35E-15	-9.11	6.83E-15	-8.61	7.87E-15	-9.5					
$^{93}\text{Nb}(n, n)^{93m}\text{Nb}$	1.0	3.96E-16	-3.90	2.07E-16	-10.28	2.26E-16	-4.52	3.81E-16	-7.89	4.19E-16	-5.37					
$^{238}\text{U}(n, f)^{137}\text{Cs}$	1.5	5.11E-16	5.91	2.47E-16	0.15	2.80E-16	3.92	4.83E-16	2.57	5.64E-16	-2.46					
$^{58}\text{Ni}(n, p)^{58}\text{Co}$	2.5	1.26E-16	10.93	5.83E-17	7.50	6.61E-17	11.89	1.17E-16	8.99	1.33E-16	3.80					
$^{54}\text{Fe}(n, p)^{54}\text{Mn}$	3.0	8.88E-17	11.21	4.11E-17	7.00	4.63E-17	12.22	8.23E-17	9.38	9.44E-17	2.57					
$^{46}\text{Ti}(n, p)^{46}\text{Sc}$	5.0	1.73E-17	-2.52	8.19E-18	-7.59	9.36E-18	-4.44	1.63E-17	-5.65	1.85E-17	-13.22					
$^{63}\text{Cu}(n, \alpha)^{60}\text{Co}$	6.1	1.18E-18	2.22	5.82E-19	-4.98	6.85E-19	-4.87	1.15E-18	-4.10	1.26E-18	-10.19					

Таблица 4. Результаты расчетов в  $P_3S_6$  приближении ( $\delta = (LUCKY-E)/E$ , LUCKY – результат по LUCKY,  $E$  – экспериментальный результат,  $E_p$  – порог энергии)

Реакция	$E_p$ , МэВ	Азимутальный угол, градусы														
		9,4			32			37			47			55,8		
		$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$	$E$	$\delta, \%$			
$^{237}\text{Np}(n, f)^{137}\text{Cs}$	0.5	7.37E-15	-6.77	3.98E-15	-12.01	4.35E-15	-6.14	6.83E-15	-9.08	7.87E-15	-7.10					
$^{93}\text{Nb}(n, n)^{93m}\text{Nb}$	1.0	3.96E-16	-1.99	2.07E-16	-8.51	2.26E-16	-1.55	3.81E-16	-8.65	4.19E-16	-3.09					
$^{238}\text{U}(n, f)^{137}\text{Cs}$	1.5	5.11E-16	8.01	2.47E-16	1.74	2.80E-16	6.89	4.83E-16	1.08	5.64E-16	-0.51					
$^{58}\text{Ni}(n, p)^{58}\text{Co}$	2.5	1.26E-16	13.19	5.83E-17	8.77	6.61E-17	14.85	1.17E-16	6.42	1.33E-16	5.25					
$^{54}\text{Fe}(n, p)^{54}\text{Mn}$	3.0	8.88E-17	13.49	4.11E-17	8.15	4.63E-17	15.11	8.23E-17	6.56	9.44E-17	3.87					
$^{46}\text{Ti}(n, p)^{46}\text{Sc}$	5.0	1.73E-17	-0.31	8.19E-18	-6.89	9.36E-18	-2.12	1.63E-17	-9.35	1.85E-17	-12.81					
$^{63}\text{Cu}(n, \alpha)^{60}\text{Co}$	6.1	1.18E-18	4.71	5.82E-19	-4.41	6.85E-19	-2.67	1.15E-18	-8.73	1.26E-18	-10.24					

программе LUCKY использовались 3 381 процессор с пространственной локальной сеткой 169 000 точек на каждый процессор с применением угловой квадратуры  $S_{10}$ .

Результаты для скоростей реакций пороговых детекторов, полученные на внешней поверхности корпуса реактора при одинарной и двойной точности расчета, отличались на десятые доли процента друг от друга. Внешний радиус корпуса составлял 2,28 м.

Полученные соотношения результатов с разной точностью друг к другу позволяют полагать, что вполне можно использовать обычную точность расчетов в задачах такого типа и влияние двойной точности на результат незначительно.

Полученный результат, вероятно, можно объяснить тем фактом, что вклад в решение (наиболее "ценный" для решения) дают нейтроны, удаленные от точки, где формируется решение, всего лишь на несколько длин свободных пробегов. Поэтому значительного снижения точности расчета для этой задачи не наблюдается, так как потеря точности в окружающей пространственной области, дающей основной вклад в искомое решение, незначительна. Вклад же удаленных областей в решение незначителен, даже если он и рассчитывается с потерей точности. Это не означает, что не существуют таких задач, в которых эффект потери точности, в силу их специфики, при вычислении может быть существенным и потребуются проводить расчеты с двойной точностью (например, задачи на собственное значение).

### 3. Расчет тестовой задачи с воздушными полостями

В 2000 г. международный коллектив предложил тест [13], представляющий из себя одностороннюю задачу с локальным изотропным источником и известными сечениями, имеющую в геометрии полости различной формы, с целью сравнения результатов, полученных при решении данной задачи по программам, использующим разные методы решения задачи переноса частиц.

Предложены два варианта задачи: с абсолютным поглощением и сечением рассеивания, равным 50 % от полного сечения. В случае варианта без рассеивания возможно нахождение точного решения путем прямого интегрирования вклада частиц от заданного изотропного источника. Для варианта с 50 % рассеиванием за точное решение принято решение, полученное по программе GMVP(JAERI), реализующей метод Монте-Карло для получения решения.

Полости в задаче представлены тремя вариантами: объемная полость, полость в виде протяженного канала, полость в виде изогнутого канала. Геометрия задач дана на рис. 6...9. Сечения для расчетных областей представлены в табл. 5.

Расчеты по программе LUCKY проводились с пространственным шагом по осям расчетной области, равным 2 мм, по шаговой конечно-разностной схеме, что при пробеге 10 см обеспечивало хорошую конечно-разностную аппроксимацию оператора переноса уравнения Больцмана. Порядок  $S_n$ -приближения по квадратуре – макси-



Рис. 6. Описание геометрии к задаче 1

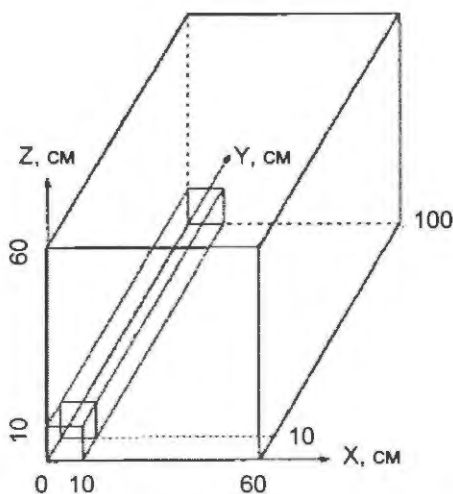


Рис. 7. Описание геометрии к задаче 2

мально доступный ( $S_{16}$ ). Расчеты проводились на 1 001 процессоре, время расчетов в зависимости от варианта составляло 20...65 мин. Проведены расчеты нескольких вариантов с пространственным шагом в 1 мм. Расхождение результатов, полученных с шагами 2 мм и 1 мм, незначительно.

Таблица 5. Сечения по расчетным областям

Область	Источник, $n \cdot \text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$	Полное сечение, $\text{см}^{-1}$
1	1	0,1
2	0	0,0001
3	0	0,1

В табл. 6...8 даны скалярные потоки, полученные по программе LUCKY, и сравнение этих потоков с потоками, полученными по программе TORT, и точным решени-



Рис. 8. Описание геометрии к задаче 3

ем. Программа TORT выбрана для сравнения исходя из критерия наибольшей близости по методу решения с программой LUCKY.

*Анализ результатов.* Полученные результаты по программе LUCKY для всех вариантов тестовых задач достаточно хорошо согласуются с результатами, полученными по программе TORT, и точным решением. Расхождение результатов, полученных по программам, реализующим в качестве метода решения метод дискретных ординат, с точными результатами обусловлено методической "слабостью" данного метода (наличие "Ray"-эффекта) при получении решения в средах с малым полным сечением и сечением рассеивания.

Для компенсации "Ray"-эффекта возможно применение прямого интегрирования по ячейке для метода дискретных ординат, что снизит колебания решения для уг-

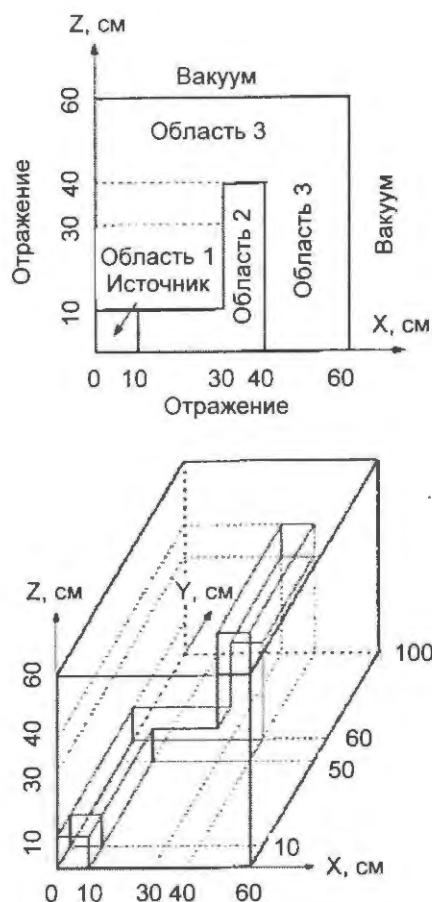


Рис. 9. План геометрии к задаче 3

ловых потоков в воздушных полостях, где малое полное сечение и сечение рассеивания обуславливают эти колебания. Данная компенсация "Ray"-эффекта будет реализована в программе LUCKY в ближайшее время.

### Заключение

Наличие различных по составу защитных композиций и достаточно больших ослаблений в задачах для нейтронного излучения в совокупности с широким набором экспериментальных данных дает возможность всестороннего тестирования программы LUCKY и на основе анализа результатов сделать вывод о возможности применения данной программы для проведения практических расчетов в типичных защитных композициях. На основании представленных материалов можно сделать следующие выводы.

1. Созданы компьютерные программы LUCKY и LUCKY\_C (язык программирования ФОРТРАН 90 [1, 2]). Программы используют оригинальную методику параллельного решения многогруппового уравнения переноса Больцмана  $P_m S_n$  методом дискретных ординат. Предложенная методика показала хорошую (~ 2 %) эффективность на суперкомпьютерах с распределенной памятью, на большом числе процессоров (более 1000), применяющих MPI-стандарт для передачи данных. Программы способны работать на максимально доступном числе процессоров суперкомпьютера. Для решения практических задач на данный момент используется максимально доступное число процессоров на суперкомпьютере МВС-1000 (от 1000 до 5 000).

2. Проведены расчеты по программе LUCKY ряда тестовых модельных задач и дано сравнение результатов с программой TORT и другими программами. Проведены расчеты по программе LUCKY реальной защитной композиции ВВЭР-1000 и дано сравнение результатов с экспериментальными данными.

3. Результаты сравнения дают основание полагать, что возможно успешное применение программы LUCKY для решения задач защиты от нейтронного и гамма-излучений в проектируемых и работающих ЯЭУ.

### Список литературы

1. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. СПб.: БХВ-Петербург, 2002.
2. Горелик А.М. Программирование на современном ФОРТРАНЕ. М.: Финансы и статистика, 2006
3. Zabrodin A.V., Levin V.K., Korneev V.V. The Massively Parallel Computer System MBC-100. Parallel Computing Technologies. Third Int. Conf., PaCT-95, St. Petersburg, September 1995, Proc.
4. Забродин А.В. Параллельные вычислительные технологии. Состояние, перспективы. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 71, 1999 (<http://www.parallel.ru> – дата обращения: 10.10. 2008).

**Таблица 6.** Тестовая задача 1. Сравнение результатов:

L/E = Lucky/Exact, T/E = TORT/Exact, Exact – точное решение

Координата x, y, z, см	100 % поглощения			50 % рассеивания		
	Exact	Lucky	L/E & T/E	Exact	Lucky	L/E & T/E
5. 5. 5.	5.95	5.96	1.001 1.001	8.29	8.31	1.002 1.002
5. 15. 5.	1.37	1.41	1.029 1.05	1.87	1.92	1.026 1.02
5. 25. 5.	5.00E-1	5.57E-1	1.114 1.05	7.13E-1	7.87E-1	1.103 1.15
5. 35. 5.	2.52E-1	2.71E-1	1.075 0.9	3.84E-1	4.02E-1	1.046 1.04
5. 45. 5.	1.50E-1	1.02E-1	0.680 0.55	2.53E-1	1.91E-1	0.754 0.6
5. 55. 5.	5.95E-2	3.74E-2	0.628 0.7	1.37E-1	1.06E-1	0.773 0.77
5. 65. 5.	1.53E-2	1.28E-2	0.836 0.95	4.65E-2	4.35E-2	0.935 0.97
5. 75. 5.	4.17E-3	4.52E-3	1.083 1.4	1.58E-2	1.65E-2	1.044 1.05
5. 85. 5.	1.18E-3	1.42E-3	1.203 0.95	5.47E-3	5.80E-3	1.060 1.15
5. 95. 5.	3.46E-4	3.34E-4	0.965 0.45	1.85E-3	1.79E-3	0.967 1.01
15. 15. 15.	4.70E-1	3.87E-1	0.823 0.9	6.63E-1	5.52E-1	0.832 0.8
25. 25. 25.	1.69E-1	1.94E-1	1.147 1.1	2.68E-1	3.00E-1	1.119 1.2
35. 35. 35.	8.68E-2	7.56E-2	0.870 0.8	1.56E-1	1.39E-1	0.891 0.8
45. 45. 45.	5.25E-2	4.42E-2	0.842 0.87	1.04E-1	9.49E-2	0.912 0.95
55. 55. 55.	1.33E-2	1.29E-2	0.969 1.05	3.02E-2	2.93E-2	0.970 1.15
65. 65. 65.	1.45E-3	1.6E-3	1.103 1.3	4.06E-3	4.22E-3	1.039 1.3
75. 75. 75.	1.75E-4	1.94E-4	1.108 1.35	5.86E-4	6.07E-4	1.035 1.3
85. 85. 85.	2.24E-5	2.3E-5	1.026 1.3	8.66E-5	8.62E-5	0.995 1.2
95. 95. 95.	3.01E-6	2.63E-6	0.873 1.2	1.12E-5	1.05E-5	0.937 0.9
5. 55. 5.	5.95E-2	3.74E-2	0.628 0.7	1.37E-1	1.05E-1	0.766 0.75
15. 55. 5.	5.50E-2	5.62E-2	1.021 1.05	1.27E-1	1.31E-1	1.031 1.03
25. 55. 5.	4.80E-2	3.66E-2	0.762 0.9	1.13E-1	9.69E-2	0.857 0.9
35. 55. 5.	3.96E-2	3.90E-2	0.984 0.98	9.59E-2	9.54E-2	0.994 0.9
45. 55. 5.	3.16E-2	3.18E-2	1.006 1.2	7.82E-2	7.91E-2	1.011 1.01
55. 55. 5.	2.35E-2	2.41E-2	1.025 1.15	5.67E-2	5.71E-2	1.007 1.01
65. 55. 5.	5.83E-3	6.53E-3	1.120 0.9	1.88E-2	1.95E-2	1.037 1.03
75. 55. 5.	1.56E-3	1.62E-3	1.038 0.9	6.46E-3	6.41E-3	0.992 0.99
85. 55. 5.	4.53E-4	3.10E-4	0.684 0.4	2.28E-3	2.02E-3	0.885 0.8
95. 55. 5.	1.37E-4	5.44E-5	0.397 0.4	7.93E-4	6.57E-4	0.828 0.75

**Таблица 7.** Тестовая задача 2. Сравнение результатов:

L/E = Lucky/Exact, T/E = TORT/Exact, Exact – точное решение

Координата x, y, z, см	100 % поглощения			50 % рассеивания		
	Exact	Lucky	L/E & T/E	Exact	Lucky	L/E & T/E
5. 5. 5.	5.95	5.96	1.001 1.001	8.61	8.62	1.001 1.001
5. 15. 5.	1.37	1.41	1.029 1.07	2.16	2.21	1.023 1.01
5. 25. 5.	5.00E-1	5.57E-1	1.114 1.08	8.93E-1	9.58E-1	1.072 1.1
5. 35. 5.	2.52E-1	2.71E-1	1.075 0.9	4.77E-1	4.97E-1	1.042 1.05
5. 45. 5.	1.50E-1	1.02E-1	0.68 0.55	2.88E-1	2.34E-1	0.812 0.7
5. 55. 5.	9.91E-2	6.21E-2	0.626 0.75	1.88E-1	1.45E-1	0.771 0.75
5. 65. 5.	7.01E-2	5.86E-2	0.836 1.25	1.31E-1	1.15E-1	0.877 0.85
5. 75. 5.	5.22E-2	5.65E-2	1.082 1.45	9.49E-2	9.76E-2	1.028 1.08
5. 85. 5.	4.03E-2	4.80E-2	1.19 1.1	7.12E-2	7.79E-2	1.094 1.25
5. 95. 5.	3.20E-2	2.98E-2	0.931 0.6	5.44E-2	4.95E-2	0.909 1.2
5. 95. 5.	3.20E-2	2.98E-2	0.931 0.6	5.44E-2	4.95E-2	0.909 1.2
15. 95. 5.	1.70E-3	1.73E-3	1.017 1.017	6.58E-3	6.95E-3	1.056 1.03
25. 95. 5.	1.40E-4	5.79E-5	0.413 0.2	1.28E-3	1.21E-3	0.945 0.85
35. 95. 5.	3.27E-5	3.96E-5	1.211 1.3	4.13E-4	4.53E-4	1.096 1.05
45. 95. 5.	1.08E-5	6.97E-6	0.645 0.25	1.55E-4	1.58E-4	1.019 0.9
55. 95. 5.	4.14E-6	1.94E-6	0.468 0.7	6.02E-5	5.87E-5	0.975 0.85

**Таблица 8.** Тестовая задача 3. Сравнение результатов:  
L/E = Lucky/Exact, T/E = TORT/Exact, Exact – точное решение

Координата x, y, z, см	100 % поглощения			50 % рассеивания		
	Exact	Lucky	L/E & T/E	Exact	Lucky	L/E & T/E
5. 5. 5.	5.95	5.96	1.001 1.001	8.61	8.62	1.001 1.001
5. 15. 5.	1.37	1.41	1.029 1.06	2.16	2.21	1.023 1.023
5. 25. 5.	5.00E-1	5.57E-1	1.114 1.08	8.93E-1	9.58E-1	1.072 1.1
5. 35. 5.	2.52E-1	2.71E-1	1.075 0.9	4.78E-1	4.98E-1	1.041 1.03
5. 45. 5.	1.50E-1	1.02E-1	0.680 0.5	2.89E-1	2.35E-1	0.813 0.65
5. 55. 5.	9.91E-2	6.21E-2	0.626 0.65	1.92E-1	1.48E-1	0.770 0.73
5. 65. 5.	4.22E-2	3.53E-2	0.836 1.03	1.04E-1	9.36E-2	0.900 0.9
5. 75. 5.	1.14E-2	1.24E-2	1.087 1.4	3.37E-2	3.39E-2	1.006 1.006
5. 85. 5.	3.24E-3	3.88E-3	1.197 1.01	1.08E-2	1.11E-2	1.027 0.95
5. 95. 5.	9.48E-4	9.07E-4	0.956 0.5	3.39E-3	3.13E-3	0.923 1.02
5. 55. 5.	9.91E-2	6.21E-2	0.626 0.85	1.92E-1	1.48E-1	0.771 0.75
15. 55. 5.	2.45E-2	2.13E-2	0.869 0.95	6.72E-2	6.30E-2	0.937 0.96
25. 55. 5.	4.54E-3	4.17E-3	0.918 0.9	2.21E-2	2.20E-2	0.995 0.99
35. 55. 5.	1.42E-3	1.37E-3	0.964 1.4	9.90E-3	1.04E-2	1.050 1.08
45. 55. 5.	2.64E-4	2.91E-4	1.102 1.2	3.39E-3	3.92E-3	1.156 1.15
55. 55. 5.	9.14E-5	9.87E-5	1.079 0.7	1.05E-3	1.17E-3	1.114 1.1
5. 95. 35.	3.27E-5	3.96E-5	1.211 1.2	3.44E-4	3.58E-4	1.040 1.04
15. 95. 35.	2.68E-5	7.43E-5	2.772 3.4	2.91E-4	3.83E-4	1.316 1.3
25. 95. 35.	1.70E-5	3.46E-6	0.203 0.4	2.05E-4	1.83E-4	0.892 0.85
35. 95. 35.	3.37E-5	4.73E-5	1.403 1.2	2.62E-4	2.84E-4	1.083 1.25
45. 95. 35.	6.04E-6	4.05E-6	0.670 0.5	1.05E-4	1.08E-4	1.028 0.95
55. 95. 35.	3.36E-6	2.34E-6	0.696 0.2	4.44E-5	4.53E-5	1.020 0.9

5. **Баранов А.В., Лацис А.О., Сажин С.В., Храмцов М.Ю.** Руководство пользователя системы МВС-1000/М ([www.jscc.ru](http://www.jscc.ru) – дата обращения: 10.10.2008). ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Отдел ИВСиЛС, сектор эксплуатации МВС.

6. **Моряков А.В.** Использование параллельных технологий для решения многогруппового уравнения переноса методом дискретных ординат // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2002, вып. 4, с. 3–14.

7. **Лебедев В.И., Марчук Г.И.** Численные методы в теории переноса. М.: Атомиздат, 1971.

8. **Красковский Д.Г., Виноградов А.В.** AutoCAD 2000 для всех. М.: Компьютер Пресс, 1999.

9. **Doors 3.2:** One-, Two- and Three-Dimensional Discrete Ordinates Neutron/Photon Transport Code System. RSIC Code Package, CCC-650.

10. **White J.E. et al.** BUGLE-96: Coupled 47 Neutron, 20 Gamma-Ray Group Cross Section Library Derived from ENDF/B-VI for LWR Shielding and Pressure Vessel Dosimetry Application, RSIC Data Library Collection, DLC-185, March 1996.

11. **Borodkin G., Boehner B., Noack K., Khrennikov N.** Balakovo-3 VVER-1000 Ex-Vessel Neut-

ron Dosimetry Benchmark Experiment. SINBAD – an International Database for Integral Shielding Experiments, <http://www.nea.fr/html/science/shielding/sinbad/sinbad/sinbadis.htm>, 2004 (дата обращения: 10.05.2010).

12. **Лизоркин М.П., Курченкова Г.И., Лебедев В.И.** Аннотация программы ПЕРМАК-У // ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1988, вып. 4.

13. **Keisuke Kobayashi, Naoki Sugimura, Yasunobu Nagaya.** 3-D Radiation Transport Benchmark Problems and Results for Simple Geometries with Void Regions. Nuclear Science Committee, Nuclear Energy Agency Organisation for Economic Cooperation and Development. November 2000.

*Контактная информация –*

*Моряков Алексей Владимирович, с. н. с., тел.: (499)196-71- 98, e-mail: [sailor@yauza.ru](mailto:sailor@yauza.ru)*

Вопросы атомной науки и техники.

Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4, с. 30–40.

## Использование процедуры спектральной проекции для определения реактивности в физически больших ядерных реакторах

А.Л. Черезов, Н.В. Шукин, А.А. Семенов, Д.А. Соловьев,  
НИЯУ "МИФИ", 115409, Москва, Каширское шоссе, 31

Поступила в редакцию 01.05.2010 г.

В статье анализируются способы определения реактивности, в основе которых лежат процедура восстановления нейтронного поля и метод спектральной проекции (СП). Предлагаются приближенные методы определения реактивности, которые могут быть использованы на практике. На расчетных моделях демонстрируется эффективность предлагаемых методов по сравнению с методами, применяющимися при эксплуатации АЭС.

*Ключевые слова:* спектральная проекция, реактивность, нейтронно-физический расчет.

**The Procedure of the Spectral Projection for Determining the Reactivity in Physically Large Nuclear Reactors.** *A.L. Cherezov, N.V. Schukin, A.A. Semyonov, D.A. Solov'yov, National Research Nuclear University "MEPhI", 31, Kashirskoe Sh., Moscow, 115409.* The article deals with reactivity estimation methods, which are based on a reconstruction procedure of the neutron field and the procedure of the spectral projection. The approximate methods of reactivity estimate, which can be used in practice, are offered. The efficiency of the proposed methods is compared on the computer models with the methods applied in practical measurements.

*Key Words:* Spectral Projection, Reactivity, Neutron-Physical Calculations.

### 1. Определение параметров безопасности

Определение параметров безопасности – нейтронно-физических характеристик, на основе которых построена методика обоснования ядерной безопасности реакторов (ОПБ-88/97 [1]), дается исходя из понятия "реактивность" – меры отклонения реактора от своего стационарного состояния [2]. Конкретные определения реактивности зависят от способа задания "меры" и могут быть весьма многообразны. Здесь речь идет о классической реактивности, определенной как  $1 - 1/k_{eff}$ . Измерение реактивности служит ключевым звеном в методике определения параметров безопасности ядерных реакторов ("Комплексная методика..." для РБМК [3], "Методики расчета..." для ВВЭР [4], для БН [5]).

В физически больших ядерных реакторах, например РБМК, переходные процессы сопровождаются относительно большими по амплитуде и продолжительности пространственными перераспределениями полей, вследствие чего измеренное значение реактивности может содержать значительную методическую погрешность (до 25 %).

Классическая реактивность не может характеризовать реактор как распределенный по фазовому пространству  $(r, E, \Omega)$  объект, так как это понятие вводится и "существует" только в рамках одноточечного приближения. Попытка оперировать термином "реактивность" в рамках распределенной модели приводит к возникновению так называемых "пространственных эффектов", которые следует интерпретировать как неинвариантность реактивности по отношению к местоположению измеряющего ее детектора. Это "фантомное" явление, зачастую вносящее основной вклад в погрешность измеренного значения реактивности, становится настоящей проблемой на практике в случае использования теоретически необоснованных методов определения реактивности.

Процедура "измерения" реактивности подразумевает определение реактивности по дискретному множеству временных сигналов детекторов, расположенных внутри и /или вне активной зоны. Теоретически обоснованные методы определения реактивности основываются на трудоемкой с вычислительной точки зрения процедуре об-

работки этих сигналов (включающей в себя восстановление нейтронного поля).

Ранее из-за недостаточно высокого уровня вычислительной техники применение таких методов в практике эксплуатации АЭС было недоступно. В настоящее время этой проблемы не существует. Поэтому формулируемые и обсуждаемые в данной статье теоретически обоснованные методы определения реактивности могут представлять реальный практический интерес.

## 2. Способы определения реактивности

Рассмотрим газокинетическую модель нейтронной кинетики ядерного реактора с учетом запаздывающих нейтронов без обратных связей. Будем предполагать наличие внутреннего источника мгновенных нейтронов в реакторе, не зависящего от времени. Поведение реактора в таком приближении описывается системой интегродифференциальных уравнений в частных производных, входящей в состав абстрактной задачи Коши,

$$\left. \begin{aligned} \partial_t \mathbf{u}(x, t) &= \Lambda \mathbf{u}(x, t) + \mathbf{S}(x); \\ \mathbf{u}(x, 0) &= \mathbf{u}_0(x), \quad t \in [0, T], \quad x = (\mathbf{r}, E, \Omega), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

в которой вектор-функция

$\mathbf{u}(x, t) = [\varphi(x, t), R_1(x, t), \dots, R_I(x, t)]^T$  состоит из функций нейтронного поля  $\varphi(x, t)$  и поля запаздывающих нейтронов  $R_i(x, t) = \chi_i(E) C_i(\mathbf{r}) / 4\pi$ ,  $i = \overline{1, I}$ ;  $C_i(\mathbf{r})$  – концентрация эмиттеров запаздывающих нейтронов;  $\chi_i(E)$  – спектр запаздывающих нейтронов;  $\mathbf{S}(x) = [s(x), 0, \dots, 0]^T$  – внутренний источник мгновенных нейтронов.

В условиях принятых предположений оператор  $\Lambda: L_{D, I+1}^p \rightarrow L_{D, I+1}^p$ ,  $1 \leq p \leq \infty$  является линейным неограниченным замкнутым и автономным оператором в прямом произведении лебеговых пространств

$$L_{D, I+1}^p = \underbrace{L_D^p \times \dots \times L_D^p}_{I+1 \text{ раз}}$$

$D = \{\forall x = (\mathbf{r}, E, \Omega) : \mathbf{r} \in V, E \in [0, E_0], \Omega \in [0, 4\pi]\}$ ,  
и имеет следующий вид:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} v(-L + K_s + K_p) & vZ_1 I & \dots & vZ_I I \\ K_d^1 & -Z_1 I & \dots & \Theta \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_d^I & \Theta & \dots & -Z_I I \end{pmatrix}, \quad (1a)$$

где  $v = v(E)$  – скорость нейтронов,  $L$  – оператор переноса нейтронов,  $K_p$  – оператор генерации мгновенных нейтронов,  $K_d^k$  – оператор генерации запаздывающих нейтронов ( $k = \overline{1, I}$ ),  $K_s$  – оператор рассеяния нейтронов,  $Z_k$  – постоянная распада эмиттеров запаздывающих нейтронов группы  $k = \overline{1, I}$ ,  $I, \Theta$  – соответственно единичный и нулевой операторы.

Будем обозначать оператор деления  $K_f = K_p + \sum_{j=1}^I K_d^j$ . Более подробную формулировку представленной модели и описание ее математических свойств можно найти в [6, 7].

Известно, что спектральное множество  $\sigma(\Lambda)$  оператора  $\Lambda$  разбивается на три взаимонепересекающиеся области:

$$\sigma(\Lambda) = P\sigma(\Lambda) \cup C\sigma(\Lambda) \cup R\sigma(\Lambda)$$

(точечный, непрерывный и остаточный спектры). В нашем случае наиболее интересна первая область. Кратко сформулируем основные свойства точечного спектра  $P\sigma(\Lambda)$ .

1.  $P\sigma(\Lambda)$  локализован в ограниченной области и состоит из не более чем счетного множества нормальных собственных значений (с.з.)  $\{\xi_i\}_{i \in N}$ , которым соответствует ортонормированная система собственных (с.ф.) и присоединенных функций  $\{\chi_i(x)\}_{i \in N}$  ( $\{\chi_i^+(x)\}_{i \in N}$  для сопряженного оператора  $\Lambda^+$ ). Возможные точки накопления:  $\{\forall \xi \in \Phi : \operatorname{Re} \xi = -\alpha\} \cup \{-Z_i\}_{i=1}^I$ ,

$\alpha = \operatorname{vrai} \min \sqrt{E} \cdot \Sigma_{\text{tot}}(\mathbf{r}, E)$ , эти точки принадлежат непрерывному спектру  $C\sigma(\Lambda)$ .

2. Существует  $\xi_0 \in P\sigma(\Lambda)$ : действительное, простое с.з., наибольшее среди всех прочих с.з. точечного спектра по величине  $\operatorname{Re} \xi_i$ ; ему соответствует неотрицательная

с.ф.  $\chi_0(x)$ . Решение задачи (1) записывается в виде

$$\mathbf{u}(x, t) = \mathbf{T}(\Lambda, t)\mathbf{u}_0(x) + \int_0^t \mathbf{T}(\Lambda, t - \tau)\mathbf{S}(x)d\tau, \quad (2)$$

где  $\mathbf{T}(\Lambda, t)$  – эволюционный оператор (полугруппа). Справедливо разложение

$$\mathbf{T}(\Lambda, t) = \sum_{j=0}^J e^{\xi_j t} \sum_{k=1}^{j-1} \frac{t^k}{k!} (\Lambda - \xi_j I)^k \mathbf{P}_{\xi_j}(\Lambda) + \mathbf{T}_1(\Lambda, t), \quad J \in N, \quad (3)$$

в котором оператор  $\mathbf{T}_1(\Lambda, t)$ , описывающий поведение высших пространственно-энергетических гармоник, таков, что  $\|\mathbf{T}_1(\Lambda, t)\|_p e^{-\xi_0 t} \rightarrow 0$ ,  $\mathbf{P}_{\xi_j}(\Lambda)\mathbf{T}_1(\Lambda, t) = 0$ ,  $\forall j = \overline{0, J}$ .

Оператор  $\mathbf{P}_{\xi_j}(\Lambda): L_{D, I+1}^p \rightarrow M_j \subset L_{D, I+1}^p$  называется проекционным оператором и обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\xi_j}(\Lambda)\mathbf{u}(x, t) &= \langle \mathbf{u}_0(x), \chi_j^+(x) \rangle e^{\xi_j t} \chi_j(x); \\ \mathbf{P}_{\xi_j}(\Lambda)\mathbf{P}_{\xi_i}(\Lambda) &= \mathbf{P}_{\xi_i}(\Lambda)\delta_{ij}, \quad \forall \xi_i, \xi_j \in P\sigma(\Lambda). \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим классическое определение реактивности, которым пользуются в практике эксплуатации,

$$\rho = 1 - 1/k_{\text{eff}}, \quad (5)$$

где  $k_{\text{eff}}$  – эффективный коэффициент размножения второго рода, который по определению есть ведущее с.з. условно-критической задачи (УКЗ):

$$-\mathbf{L}\psi_0(x) + \mathbf{K}_s\psi_0(x) + (1/k_{\text{eff}})\mathbf{K}_f\psi_0(x) = 0; \quad (6)$$

$$-\mathbf{L}^+\psi_0^+(x) + \mathbf{K}_s^+\psi_0^+(x) + (1/k_{\text{eff}})\mathbf{K}_f^+\psi_0^+(x) = 0. \quad (6a)$$

Нормированную форм-функцию нейтронного потока  $\psi_0(x)$  (ценности нейтронов  $\psi_0^+(x)$ ) назовем условно-критическим нейтронным потоком (условно-критической ценностью).

Связь между реактивностью и переходным процессом  $\varphi(x, t)$  установлена Усачевым Л.Н. [8] и определяется обращенным решением уравнений нейтронной кинетики (ОРУК)

$$\begin{aligned} \rho &= \beta_{\text{eff}}(t) + T_0(t)\partial_t \ln P_1(t) - \\ &- \frac{1}{P_2(t)} \left( q + \sum_j \lambda_j e^{-\lambda_j t} \int_{-\infty}^t \beta_j(\tau) P_2(\tau) e^{\lambda_j \tau} d\tau \right), \end{aligned} \quad (7)$$

в котором  $\beta_j(t) = \frac{\langle \mathbf{K}'_d \varphi(x, t), \psi_0^+(x) \rangle}{\langle \mathbf{K}_f \varphi(x, t), \psi_0^+(x) \rangle}$  – доля

запаздывающих нейтронов группы  $j = \overline{1, I}$ ;

$\beta_{\text{eff}}(t) = \sum_{j=1}^I \beta_j(t)$  – эффективная доля запаздывающих нейтронов;

$T_0(t) = \frac{\langle v^{-1} \varphi(x, t), \psi_0^+(x) \rangle}{\langle \mathbf{K}_f \varphi(x, t), \psi_0^+(x) \rangle}$  – среднее время жизни мгновенных нейтронов;

$q = \langle s(x), \psi_0^+(x) \rangle$  – мощность внутреннего источника.

Сигналы, которые следует подавать на вход ОРУК:

$$P_1(t) = \langle v^{-1} \varphi(x, t), \psi_0^+(x) \rangle,$$

$$P_2(t) = \langle \mathbf{K}_f \varphi(x, t), \psi_0^+(x) \rangle. \quad (8)$$

Утверждение 1. Наибольшее с.з. оператора  $\Lambda$  из (1) –  $\xi_0 \in R$  (соответствует с.ф.  $\chi_0(x) = [\eta_0(x), r_1(x), \dots, r_I(x)]^T$ ,  $\eta_0(x), r_i(x) \in L_D^p$ ), ведущее с.з.  $k_{\text{eff}}$  УКЗ (6), (6a) и реактивность  $\rho$  связаны соотношением

$$\rho = 1 - \frac{1}{k_{\text{eff}}} = \xi_0 \left( T_0^\infty + \sum_{i=1}^I \frac{\beta_i^\infty}{\xi_0 + Z_i} \right) \quad (9)$$

(так называемое уравнение “обратных часов”), в котором

$$T_0^\infty = \frac{\langle v^{-1} \eta_0(x), \psi_0^+(x) \rangle}{\langle \mathbf{K}_f \eta_0(x), \psi_0^+(x) \rangle}, \quad \beta_i^\infty = \frac{\langle \mathbf{K}'_d \eta_0(x), \psi_0^+(x) \rangle}{\langle \mathbf{K}_f \eta_0(x), \psi_0^+(x) \rangle}.$$

Ход доказательства основывается на матричной форме записи (1a) оператора  $\Lambda$ , уравнении (6a) и в целом повторяет процедуру вывода уравнений точечной кинетики, предложенную Л.Н. Усачевым [8].

Справедливость этого утверждения может быть показана также, исходя из следующих простых рассуждений. Реактивность является функцией (5) ведущего с.з. положительного линейного оператора  $(-\mathbf{L} + \mathbf{K}_s)^{-1} \mathbf{K}_f$ , который не зависит от внутреннего источника нейтронов  $\mathbf{S}(x)$ .

Воспользуемся этим фактом и рассмотрим задачу (1) с “выключенным” источником ( $\mathbf{S} \equiv \mathbf{0}$ ,  $q = 0$ ). Из свойств спектра оператора  $\Lambda$  и разложения (3) следует, что на

асимптотических масштабах времени  $t \rightarrow \infty$  решение  $\mathbf{u}_\infty(x, t)$  будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{u}(x, t) \rightarrow \langle \mathbf{u}_0(x), \chi_0^+(x) \rangle e^{\xi_0 t} \chi_0(x) \equiv \mathbf{u}_\infty(x, t). \quad (10)$$

Путем подстановки решения (10) в уравнение (7) устанавливается взаимосвязь между реактивностью  $\rho$  и с.з.  $\xi_0$  (9).

Если известны нейтронное поле  $\mathbf{u}(x, t)$ , с.ф.  $\chi_k$  и построена биортонормированная

$$= \sum_{k=0}^{v_j-1} \left\langle \frac{t^k}{k!} \mathbf{u}_0(x) - \frac{1}{\xi_j} \sum_{n=0}^k \frac{(-1)^n t^{k-n}}{(k-n)! \xi_j^n} \mathbf{S}(x), \chi_{i,j}^+(x) \right\rangle e^{\xi_j t} + \frac{1}{\xi_j^{k+1}} \langle \mathbf{S}(x), \chi_{i,j}^+(x) \rangle \equiv C_j(t). \quad (11)$$

Функция  $C_j(t)$  (СП) представляет собой произведение полинома степени  $v_j - 1$  на экспоненту  $e^{\xi_j t}$ . Выполнив некоторые элементарные преобразования  $\mathbf{B}$  над  $C_j(t)$ , получим искомую величину

$$\xi_j = \mathbf{B} C_j(t). \quad (12)$$

Известны (как минимум) три альтернативных способа, по которым реактивность, определенная уравнениями (5), (6), может быть вычислена теоретически точно.

Первый метод – непосредственно из определения реактивности (5) путем решения УКЗ (6) или (6а). Этот метод в настоящее время фактически предписывается руководящими документами для определения расчетного значения реактивности (для этого применяются программы нейтронно-физического расчета (НФР) STEPAN, POLARIS, SADC0, ЭНЕРГИЯ и др. для РБМК; БИПР, КАСКАД и др. для ВВЭР; ГЕФЕСТ, ТРИГЕКС и др. для БН).

Второй метод, используемый в практике эксплуатации действующих АЭС для получения измеренного значения реактивности, основан на формулах ОРУК (7), (8).

Третий метод, наиболее последовательный с физической точки зрения, в силу вычислительных трудностей в настоящее время не применяется на практике. Он состоит из последовательного выполнения двух этапов. На первом определяется величина  $\xi_0 \in \mathbb{R}$  по соотношениям (11) и (12), которые, учитывая особые свойства с.з.  $\xi_0$ , имеют вид

система присоединенных функций  $\{\chi_{i,k}\} (\{\chi_{i,k}^+\})$  оператора  $\Lambda (\Lambda^+)$ , определяющих корневое подпространство  $M(\xi_k)$ , может быть вычислено соответствующее с.з.  $\xi_k \in \Phi$ . Используя свойства проектора (4), нетрудно убедиться в том, что, например, для любого действительного  $\xi_j \neq 0$

$$\langle \mathbf{P}_j \mathbf{u}(x, t), \chi_{i,j}^+(x) \rangle =$$

$$\langle \mathbf{P}_0 \mathbf{u}(t), \chi_0^+ \rangle \equiv C_0(t) = \begin{cases} \left\langle \mathbf{u}_0 - \frac{1}{\xi_0} \mathbf{S}, \chi_0^+ \right\rangle e^{\xi_0 t} + \left\langle \frac{1}{\xi_0} \mathbf{S}, \chi_0^+ \right\rangle, & \xi_0 \neq 0; \\ \left\langle \mathbf{u}_0, \chi_0^+ \right\rangle + \left\langle \mathbf{S}, \chi_0^+ \right\rangle t, & \xi_0 = 0; \end{cases} \quad (11^*)$$

$$\xi_0 = \partial_t \ln(\partial_t C_0(t)). \quad (12^*)$$

На втором этапе определяется величина введенной реактивности  $\rho$ . Для этого найденное собственное число  $\xi_0$  с помощью уравнения “обратных часов” (9) “пересчитывается” в реактивность  $\rho$ . Следует отметить, что относительная погрешность определенного этим способом значения числа  $\rho$  предположительно должна быть больше, чем относительная погрешность значения  $\xi_0$  (из-за наличия погрешностей параметров  $T_0^\infty, \beta_i^\infty$ , входящих в уравнение (9)).

Одной из наиболее важных целей определения параметров безопасности служит “настройка” расчетных моделей, описывающих динамику ЯЭУ. Очевидно, чтобы модель с наименьшей погрешностью вычисляла требуемый функционал  $F$  (например, максимальную линейную нагрузку, максимальную температуру топлива, тепловую мощность и т.п.), ее следует “настраивать” по таким параметрам, которые имеют наибольшую ценность по отношению к функционалу  $F$  и по возможности наименьшую погрешность. С этих позиций при выборе между различными параметрами “настройки” модели предпочтение следует отдать

тем параметрам, которые определяются непосредственно через с.з.  $\xi_0$ .

Преимуществами описываемого метода (который естественно назвать методом СП) являются:

- возможность одновременного определения с.з.  $\xi_0$  нестационарной задачи и реактивности  $\rho$ ;
- отсутствие необходимости в расчете мощности внутреннего источника  $s(x)$  (или его функционала  $q = \langle s(x), \psi_0^+(x) \rangle$ ), что следует из утверждения 1.

### 3. Приближенные методы определения реактивности

Использование теоретически точных выражений (8) для определения измеренной реактивности по методу ОРУК предполагает умение находить детальное (по всем фазовым переменным  $x = (r, E, \Omega)$ ) распределение нейтронного потока  $\varphi(x, t)$ .

Для этого требуется решать трудоемкие с вычислительной точки зрения задачи восстановления полей по дискретному множеству зависящих от времени функционалов нейтронного поля (интеграл по энергетической переменной, проинтегрированной по объему детектора) – токов детекторов внутриреакторного контроля, которые удается регистрировать на практике.

По этой причине применяются различные упрощенные способы “подготовки” сигналов (8), которые в целом сводятся к формированию одного сигнала в виде суммы показаний детекторов  $I_i(t)$  с весовыми коэффициентами  $\alpha_i$ :

$$P_1(t) \approx P_2(t) \approx \sum_i \alpha_i I_i(t). \quad (13)$$

Помимо этого предполагается, что  $\beta_j \approx \text{const}_j$ ,  $\beta_{\text{eff}} \approx \text{const}$ ,  $T_0 \approx \text{const}$ .

Весовые коэффициенты могут быть найдены, исходя из вида асимптотического распределения энерговыделения  $w_a(r)$  (т.е.  $\alpha_i = w_a(r_i)$ ,  $r_i$  – место расположения детектора), либо вычислены методом наимень-

ших квадратов (полагая  $\alpha_i$  и  $\rho = \text{const}$  – неизвестными варьируемыми параметрами в ОРУК (7)). Оба метода обоснованы для применения на практике и дают хорошие результаты для ВВЭР [9] и БН [10]. Исчерпывающе подробное описание всех методов ОРУК можно найти в статье [11].

В тепловых реакторах (РБМК, ВВЭР – для которых предлагается данный подход) возникающее вследствие возмущения энергетическое перераспределение нейтронов происходит за времена  $< 10^{-3}$  с. С практической точки зрения формирование энергетического спектра происходит мгновенно. Это предполагает, что достаточно восстанавливать лишь какую-нибудь распределенную по пространственной переменной  $r$  функцию нейтронного поля  $F[\varphi(x, t)]$  (например, поле энерговыделения) и тогда сформированные следующим образом сигналы (8)

$$P_1(t) \approx P_2(t) \approx \langle F[\varphi(x, t)], F[\psi_0(x)] \rangle_\nu \equiv C(t) \quad (14)$$

позволят практически точно найти значение реактивности.

Численные расчеты подтверждают это предположение и показывают, что от конкретного выбора функции  $F[\varphi(x, t)]$  скорость спада погрешности измеренной реактивности зависит незначительно.

В программной среде Mathematica построена двухгрупповая диффузионная модель вида (1) одномерного однородного реактора с макроскопическими параметрами и размерами, соответствующими РБМК. Учтена одна группа эмиттеров запаздывающих нейтронов. По пространственной переменной произведена конечно-разностная аппроксимация ( $N = 100$  расчетных точек), так что в модели (1) оператор  $\Lambda : E_{4N} \rightarrow E_{4N}$ .

До момента времени  $t = 0$  с реактор находится в критическом состоянии. Затем локально вносится возмущение (эквивалентное изменению реактивности  $\Delta\rho = -4,42 \beta_{\text{eff}}$ ) в виде положительной добавки  $\delta\Sigma_a$  к сечению поглощения  $\Sigma_a$ .

На рис. 1 изображен нормированный асимптотический вектор нейтронного потока, показано место внесения возмущения.

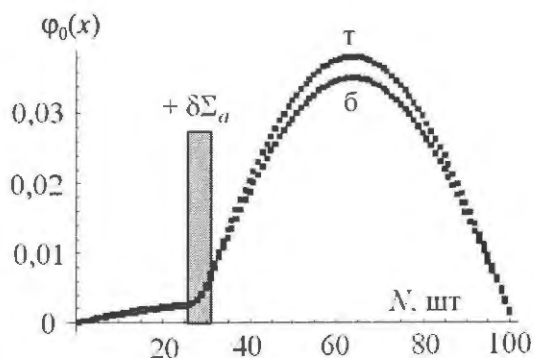


Рис. 1. Асимптотический нейтронный поток ( $\beta$  – для быстрых,  $\tau$  – для тепловых нейтронов)

Основные параметры рассматриваемой модели:  $\lambda = 0,1 \text{ с}^{-1}$ ,  $\beta_{\text{eff}} = 0,64 \%$ ,  $\Lambda_0 = 0,227 \text{ с}^{-1}$ ,  $H = 1000 \text{ см}$ . Переходный процесс  $\mathbf{u}(t) = [\Phi(t), \mathbf{R}(t)]^T \in E_{4N}$  рассчитывался аналитически по соотношениям (2) и (3), для чего численно рассчитан и проанализирован спектр возмущенного оператора  $\Lambda'$ .

В качестве сигнала  $C(t)$ , подаваемого на вход реактиметра (в соответствии с приближением (14)), рассматривались несколько функций:

– полное энерговыделение

$$q(t) = \left\| \sum_f^{(B)} \Phi^{(B)}(t) + \sum_f^{(T)} \Phi^{(T)}(t) \right\|_{l_i};$$

– скалярные произведения векторов:

$\Phi(t) \equiv [\Phi^{(B)}(t), \Phi^{(T)}(t)]^T$  на вектор асимптотического нейтронного потока  $\Phi_0(t)$ ;

$\Phi(t)$  на вектор асимптотической ценности нейтронов  $\Phi_0^+$ ;

$\Phi(t)$  на вектор условно-критического потока  $\Psi_0$ ;

$\Phi(t)$  на вектор условно-критической ценности  $\Psi_0^+$ ;

энерговыделения

$\mathbf{w}(t) \equiv \sum_f^{(B)} \Phi^{(B)}(t) + \sum_f^{(T)} \Phi^{(T)}(t)$  на вектор асимптотического энерговыделения

$$\mathbf{w}_0(t) \equiv \sum_f^{(B)} \Phi_0^{(B)}(t) + \sum_f^{(T)} \Phi_0^{(T)}(t);$$

энерговыделения  $\mathbf{w}(t)$  на вектор условно-критического энерговыделения

$$\mathbf{w}_0(t) \equiv \sum_f^{(B)} \Psi_0^{(B)}(t) + \sum_f^{(T)} \Psi_0^{(T)}(t).$$

Вычисленные функции подавались в качестве входных сигналов в ОРУК (7), который выдавал “измеренное” значение ре-

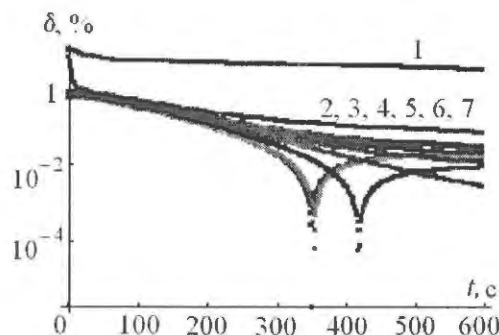


Рис. 2. Относительная погрешность измеренного значения реактивности в зависимости от длительности измерения

активности. Относительное отклонение измеренной реактивности от “истинной” (которая определялась посредством решения УКЗ и определения (5)) для всех случаев показано на рис. 2. Можно наблюдать, что вид весовой функции в (14) слабо влияет на величину погрешности измерения.

Использование метода СП требует решения задачи динамического восстановления нейтронного поля, чтобы правильно восстанавливать поле запаздывающих нейтронов и напрямую воспользоваться описанной выше схемой метода СП. На практике в настоящее время распространены методы статического восстановления полей энерговыделения. В связи с этим для применения на практике метода СП требуется некоторая его модификация.

Интегральная мощность  $W(t)$  реактора согласно (2), (3) представляется в виде бесконечной суммы

$$W(t) = \sum_{j=0}^{\infty} A_j e^{\xi_j t}. \quad (15)$$

Свойства с.ф.  $\{\chi_k(x)\}$  оператора  $\Lambda$  дают основание считать, что функция

$$\tilde{C}(t) = \langle \Phi(x, t), \eta_0^+(x) \rangle \approx \sum_{i=0}^l A_i e^{\xi_i t} \quad (16)$$

разлагается в экспоненциальный ряд, состоящий из конечного числа  $l + 1$  членов. Этот факт имеет практическую ценность, так как предлагает простой способ определения с.з.  $\xi_0$  по найденному статическим методом восстановления нейтронному полю  $\Phi(x, t)$ .

Для этого рассчитываем функцию  $\tilde{C}(t)$ , затем аппроксимируем ее рядом (16) (ис-

пользуя, например, метод наименьших квадратов) и определяем наибольший среди всех остальных показателей экспоненты, который и будет приближенно равен  $\xi_0$ .

Ниже приведен пример, на котором продемонстрирована эффективность предлагаемых методов. Для расчета применялась следующая модель: трехмерный цилиндрический реактор ( $D = 12$  м,  $H = 7$  м), одностороннее диффузионное приближение, одна группа запаздывающих нейтронов ( $\beta = 0,65$  %,  $\lambda = 0,1$  с<sup>-1</sup>), без внутреннего источника, без обратных связей. Макроскопические сечения получены для элементарной ячейки РБМК с помощью комплекса НФР GETERA.

Расчет проводился в программе трехмерного моделирования ядерных реакторов ROSA-N3D [12]. Эта программа является результатом научно-исследовательской работы, выполненной в рамках реализации ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" в 2009-2010 гг. Расчетная модель: прямоугольная расчетная сетка  $48 \times 48$  точек в плане и 10 точек по высоте, конечно-разностная аппроксимация по пространственным переменным, неявная схема Эйлера (временной шаг  $\tau = 0,1$  с). Начальное состояние – однородная активная зона, стационарное состояние.

Моделировались переходные процессы  $\mathbf{u}(x, t) \equiv [\Phi(x, t), \mathbf{R}(x, t)]^T$  на отрезке времени от 0 до 120 с, возникшие в результате внесения в начальный момент времени возмущений: мгновенный сброс до нижнего концевика одного стержня ("локальное" возмущение), 16-ти стержней ("несимметричное" возмущение) и 33-х стержней аварийной защиты (АЗ) ("однородное" возмущение). Картограммы загрузки реактора для всех случаев представлены на рис. 3...5, черным цветом обозначены места расположения стержней АЗ.

Реактивность определялась тремя методами: метод № 1 – традиционный метод ОРУК с входным сигналом в виде интегральной мощности, метод № 2 – ОРУК с

входным сигналом в виде проекции энерговыделения на условно-критическое распределение энерговыделения, метод № 3 – метод СП.

Значение реактивности, вычисленное путем решения УКЗ (б), (ба), принято за истинное значение, относительно которого определялась относительная погрешность "измеряемого" значения реактивности (рис. 6...8). Систематическое отклонение "измеряемой" реактивности от "истинной" обусловлено погрешностью численного метода интегрирования (при уменьшении временного шага интегрирования отклонение исчезает).

Внесение локального (рис. 3, б) и несимметричного (рис. 4, 7) возмущений приводит к существенным пространственным перекосам поля энерговыделения и, как следствие, к значительным погрешностям измерений реактивности традиционным методом ОРУК (метод 1). В то же время методы 2 и 3 показывают значительно более хорошие результаты. В случае однородного возмущения (рис. 5, 8) погрешность, получаемая классическим методом ОРУК, приближается к погрешности, даваемой методами 2 и 3, но все еще уступает ей.

В таблице представлены времена, за которые кривые погрешностей измерения реактивности входят в диапазон  $|\delta| \leq 1$  %. По этому показателю можно оценить выигрыш во времени измерения, получаемый при использовании методов 2 и 3 по сравнению с классическим методом ОРУК (для разного вида возмущений).

Из таблицы следует, что в случае неоднородного возмущения скорость уменьшения погрешности определения реактивности, измеряемой традиционным методом ОРУК, значительно ниже, чем в случае однородного возмущения. В то же время из приводимых результатов можно видеть, что на погрешность измерения реактивности по методам 2, 3 форма возмущения не оказывает существенного влияния.

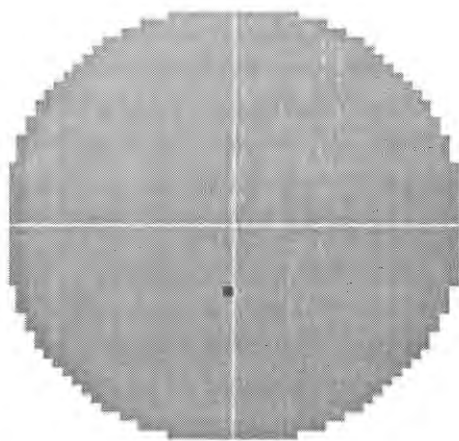


Рис. 3. Картограмма загрузки (локальное возмущение)

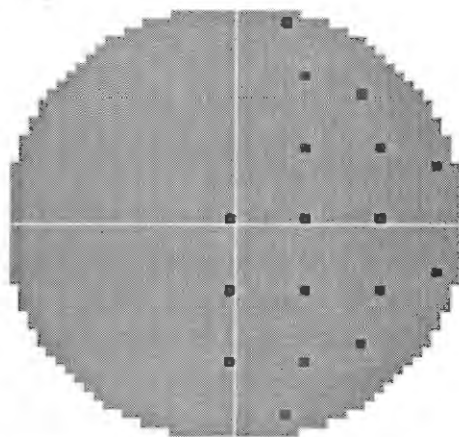


Рис. 4. Картограмма загрузки (несимметричное возмущение)

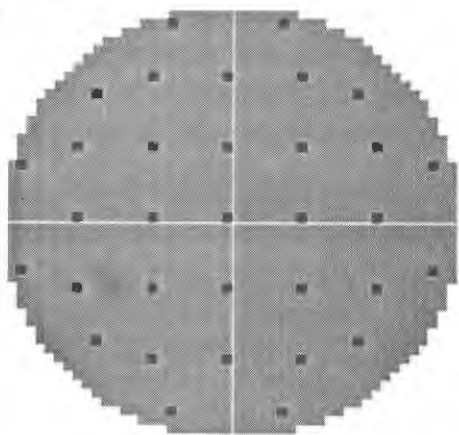


Рис. 5. Картограмма загрузки (однородное возмущение)

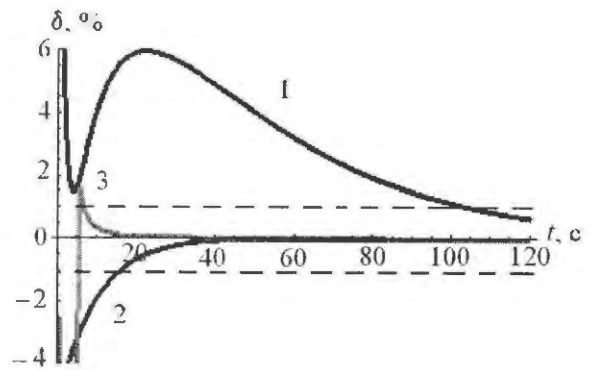


Рис. 6. Относительная погрешность реактивности в зависимости от времени измерения ( $\rho = -0,18 \beta_{\text{eff}}$ )

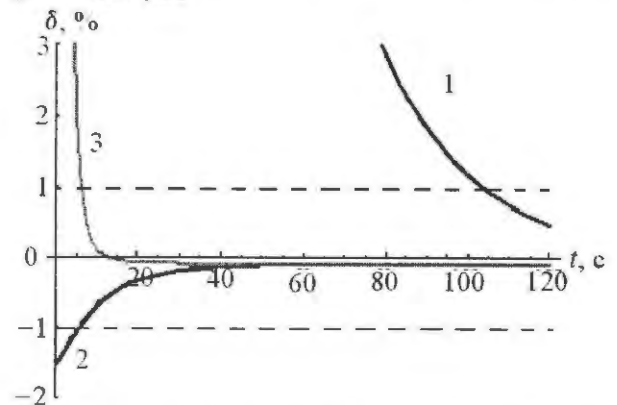


Рис. 7. Относительная погрешность реактивности в зависимости от времени измерения ( $\rho = -0,85 \beta_{\text{eff}}$ )

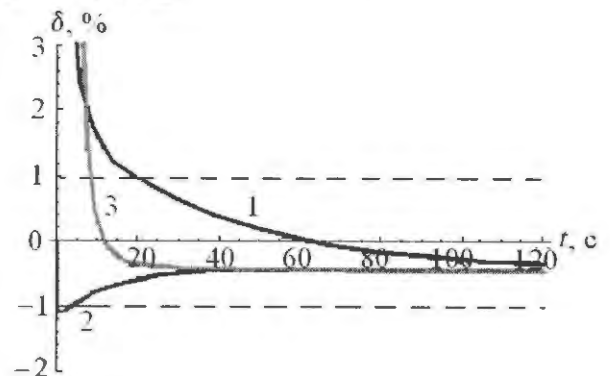


Рис. 8. Относительная погрешность реактивности в зависимости от времени измерения ( $\rho = -3,32 \beta_{\text{eff}}$ )

Таблица времени достижения относительной погрешности 1 %

Метод Возмущение	№ 1, ОРУК (интегральная мощность)	№ 2, ОРУК (проекция)	№ 3, СП
Локальное	105 с	17 с	8 с
Несимметричное	105 с	6 с	7 с
Однородное	20 с	5 с	9 с

## Заключение

Понятие “реактивность” играет ключевую роль в методике обоснования ядерной безопасности ЯЭУ. Процедура измерения реактивности представляет собой обработку сигналов, поступающих от дискретного множества детекторов, расположенных внутри и/или вне активной зоны реактора. В настоящее время в качестве метода обработки этих сигналов применяется метод ОРУК, записанный в условиях выполнимости одноточечного приближения. Сигналом, подаваемым на его вход, как правило, служит сумма сигналов от всех детекторов.

Основной проблемой при измерении реактивности классическим методом ОРУК является низкая скорость спада погрешности измерения в случае значительных пространственных перераспределений нейтронного поля.

Для “борьбы” с этим явлением на практике используются различные методы “корректировки”, которые в целом сводятся к суммированию измеряемых сигналов с разными весовыми коэффициентами и увеличению числа детекторов. Такой подход существенно увеличивает скорость спада погрешности измерения для реакторов типа ВВЭР и БН, но для физически больших ядерных реакторов (например, РБМК) в определенных ситуациях этот показатель остается по-прежнему неудовлетворительным.

В настоящей работе рекомендуется применять методы, основанные на обработке восстановленных по показаниям детекторов полей энерговыделения. Основная идея предлагаемых методов изложена ранее в статье [12] и проистекает из результатов строгого математического анализа уравнений переноса нейтронов [6...8].

Предлагаемый подход заключается в “фильтрации” пространственно-временного переходного процесса (вызванного внесенным возмущением) от высших гармоник посредством процедуры СП, последующем выделении амплитуды мощности  $C_0(t)$ , реа-

лизуемой на “нулевой” гармонике, и анализе функции  $C_0(t)$  с целью определения реактивности. Погрешность вычисленной этим способом реактивности теоретически не должна зависеть от амплитуд и пространственных форм вносимых возмущений.

Определение реактивности по функции  $C_0(t)$  может быть осуществлено либо с помощью ОРУК, либо путем определения наибольшего собственного числа нестационарной задачи (методом наименьших квадратов) с последующим пересчетом по формуле “обратных часов” в реактивность.

Модельные численные расчеты (диффузионное приближение, 3D геометрия, “физически большой” реактор) показывают, что различные варианты реализации предлагаемых подходов дают приблизительно одинаковый и ощутимый выигрыш по сравнению с обычно используемым при штатных реакторных измерениях методом ОРУК. Следует ожидать, что на практике предлагаемые методы окажутся настолько же эффективными, как показывают расчетные оценки.

Следующим этапом этой работы будут обработка данных реальных стендовых и реакторных измерений и выработка рекомендаций по совершенствованию руководящего документа “Комплексная методика...” РБМК [3] и аналогичных документов для других типов реакторов.

Следует отметить, что похожие по физическому и математическому содержанию методы предлагаются в работах А.В. Краюшкина и А.В. Кубарева [14], С.В. Цыганова и Л.К. Шишкова [9, 15], О.Ю. Кавуна, А.И. Попыкина и Р.А. Шевченко [16], В.М. Качанова и др. [17, 18].

## Список литературы

1. *Правила* ядерной безопасности реакторных установок атомных станций. НП-082-07, 21 января 2008 г.
2. *Шевелев Я.В.* Динамика ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1990.
3. *Комплексная методика* определения физических и динамических характеристик реакто-

ров РБМК. РДЭО-1.1.2.09.0137-2009. М.: Росэнергоатом, 2009.

4. *Методики* расчета нейтронно-физических характеристик по данным физических экспериментов на энергоблоках атомных электростанций с реакторами ВВЭР-1000. РД ЭО-0151-2004. М.: Росэнергоатом, 2005.

5. *Номенклатура* эксплуатационных нейтронно-физических расчетов АЭС с реактором БН-600. РД ЭО-0409-02. М.: Росэнергоатом, 2002.

6. *Ершов Ю.И., Шихов С.Б.* Математические основы теории переноса. Т. 1, 2. М.: Энергоатомиздат, 1985.

7. *Кузнецов Ю.А.* Математические задачи динамики ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1994.

8. *Усачев Л.Н.* Уравнение для ценности нейтронов, кинетика реакторов и теория возмущений. В кн.: Реакторостроение и теория реакторов. М.: АН СССР, 1955.

9. *Цыганов С.В., Шишков Л.К.* Об измерении эффективности аварийной защиты ВВЭР // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2004, вып. 3, с. 85–89.

10. *Шокодько А.Г., Матвеев И.П. и др.* Отчет о верификации и обосновании комплекса программ WCR реактиметра реактора БН-600 (заключительный). Обнинск, 2008.

11. *Абрамов Б.Д.* Некоторые вопросы классификации и оценки погрешностей метода ОРУК определения реактивности // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2004, вып. 3, с. 3–13.

12. *Черезов А.Л., Шукин Н.В.* Модуль пространственной нейтронной кинетики комплекса РОСА // Изв. ВУЗов. Ядерная энергетика, 2009, № 1, с. 48–55.

13. *Шукин Н.В., Черезов А.Л.* Задачи интерпретации измерений динамических характерис-

тик с позиций математической теории реакторов / Научная сессия МИФИ-2009. Сб. научных трудов в 6 томах. Том II. Ядерная физика и энергетика. М.: НИЯУ “МИФИ”, 2009, с. 25–31.

14. *Краюшкин А.В., Кубарев А.В.* Роль пространственных эффектов в измерениях нейтронно-физических характеристик в больших энергетических реакторах // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 1992, вып. 1, с. 51–55.

15. *Цыганов С.В., Шишков Л.К.* Измерение эффективности органов регулирования ВВЭР // Атомная энергия, 2004, т. 96, вып. 3, с. 183–188.

16. *Кавун О.Ю., Попыкин А.И., Шевченко Р.А.* Расчеты ввода большой реактивности в реактор ВВЭР-1000 // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2007, вып. 1, с. 35–42.

17. *Житарев В.Е., Качанов В.М., Сергеев А.Ю., Федоров В.А.* Измерение подкритичности методом сброса стержней СУЗ в подкритическом состоянии на критическом стенде РБМК и реакторе РБМК. В кн.: Безопасность, эффективность и экономика атомной энергетики. Межд. н/т конф. М.: ВНИИАЭС, 2008.

18. *Kachanov V.M., Burlakov E.V., Kuzmin A.N. et al.* Kinetic Transient Experiments for the RBMK Design: CD Rom, Proc. Int. Conf. on the New Frontiers of Nuclear Technology: Reactor Physics, Safety and High-Performance Computing (Physor 2002), Seoul, Korea, Oct. 7-10, 2002.

*Контактная информация –*

*Черезов Алексей Леонидович, инженер, тел.: 8(916)776-99-98, e-mail: alex4444@list.ru*

Вопросы атомной науки и техники.

Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4, с. 41–50.

## Теплофизические процессы в РБМК при обезвоживании контура охлаждения СУЗ

*А.И. Достов,*

РНИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Поступила в редакцию 16.03.2010 г.

Проведен углубленный анализ безопасности РБМК при авариях с обезвоживанием контура охлаждения СУЗ. Показано, что ряд теплофизических процессов, которые до настоящего времени не учитывались при исследовании аварий этого типа, могут существенно воздействовать на температурный режим канала СУЗ и органов управления реактором. Выделение энергии Вигнера в облученном графите элементов ячейки СУЗ реактора и окисление циркониевой трубы канала СУЗ могут привести к разрушению труб вытеснителей и каналов СУЗ, проникновению воздуха к графиту вытеснителей и кладки замедлителя и последующему горению графита. Это коренным образом меняет существующие представления о характере этой аварии.

*Ключевые слова:* безопасность РБМК, энергия Вигнера, окисление циркония, горение графита.

**Thermal Physics Processes in RBMK under Avoiding Conditions of Power Control System Cooling Circulation Circuit.** *A.I. Dostov, RRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.*

A deep thorough RBMK safety analysis in accidents with loss of water in the cooling circulation circuit of the power control system (PCS) was performed. It is shown that a number of thermal physics processes, which have not been taken into account in studying of this type accidents, can essentially effect upon the temperature condition of the PCS channel tube and the reactor controls. Wigner energy release in the irradiated graphite of PCS cell elements and oxidation of zirconium tube of the PCS channel can result in destruction of the PCS displacements and channel tubes, penetration of air to displacement and moderator stack graphite and followed by combustion of graphite. It changes the present view of these accident features.

*Key Words:* RBMK Safety, Wigner Energy, Zirconium Oxidation, Graphite Combustion.

### Введение

Для обеспечения заданного температурного режима органов управления и защиты РБМК во всех режимах работы блока (пуск, останов, работа на мощности, нарушение условий нормальной эксплуатации) предназначена специальная система охлаждения каналов СУЗ. В соответствии со статусом этой системы аварийное обезвоживание каналов СУЗ рассматривается как проектная авария, т.е. как авария, последствия которой должны быть предотвращены средствами обеспечения безопасности реактора.

При аварийном обезвоживании каналов СУЗ, которое может произойти по нескольким причинам, реактор автоматически останавливается аварийной защитой. Из активной зоны вода сливается за 40 секунд. После этого каналы заполняются застойным воздухом и начинается разогрев трубы канала, стержней-поглотителей и графитовых блоков вытеснителей СУЗ.

Авария "Обезвоживание контура СУЗ" подробно исследовалась при обосновании безопасности РБМК [1]. При этом рассчитывался температурный режим трубы канала СУЗ и стержней-поглотителей для всего периода протекания аварии и ликвидации ее последствий. В качестве исходных событий рассматривались события, способствующие наиболее быстрому процессу обезвоживания и формированию наиболее длительного состояния обезвоживания каналов СУЗ.

В результате проведенных расчетов установлено, что через 5...6 минут после обезвоживания температура трубы канала достигает максимального значения, равного 473 °С, а затем медленно снижается по мере остывания графита кладки замедлителя. Температура оболочки стержня-поглотителя растет медленнее и достигает максимального значения 350 °С через 84 мин.

К этому моменту графитовые блоки замедлителя и труба канала остывают до тем-

пературы, меньшей температуры стержня-поглотителя, и тепло начинает передаваться от стержня к графитовой кладке и через нее к теплоносителю в контуре многократной принудительной циркуляции. Согласно этим результатам температурный режим СУЗ удовлетворяет принятым нормам.

Эти исследования нельзя, однако, считать исчерпывающими, поскольку не учитывался ряд теплофизических процессов, которые могут существенно воздействовать на температурный режим органов управления реактором и коренным образом изменить характер протекания аварии. К таким процессам относятся:

- выделение энергии Вигнера, накопленной при облучении потоком нейтронов в графитовых элементах канала СУЗ (втулках, отделяющих трубу канала от блоков кладки замедлителя, и блоках вытеснителей СУЗ);

- окисление сплава циркония, из которого выполнена труба канала СУЗ. Особую роль при этом играет детальный учет особенностей нестационарных процессов теплопередачи в составных конструкциях, каковыми служат ячейки каналов СУЗ.

### 1. Задача теплопроводности в составных конструкциях

Задача исследования температурного режима элементов СУЗ РБМК сводится к решению задачи о нестационарном температурном поле в графитовых блоках замедлителя, графитовых кольцах, циркониевой трубе канала, в графитовом блоке вытеснителя СУЗ и его защитной оболочке. Все эти элементы разделены газовыми зазорами и образуют в целом составную конструкцию – ячейку СУЗ, подобную конструкции, изображенной на рис. 1. Характерной чертой таких конструкций является неконцентрическое расположение элементов относительно друг друга.

Такое расположение может возникнуть как при монтаже каналов, так и в процессе эксплуатации реактора за счет изменения размеров элементов ячейки под влиянием потока нейтронов [2]. Смещение элементов,

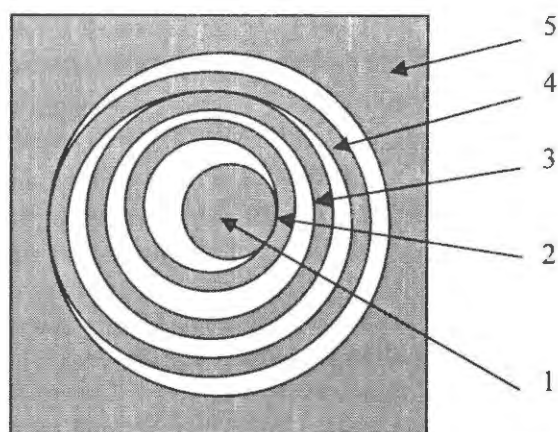


Рис. 1. Составная конструкция ячейки СУЗ: 1 – блок вытеснителя, 2 – труба вытеснителя, 3 – труба канала СУЗ, 4 – графитовая втулка, 5 – блок замедлителя

квадратная форма сечения графитового блока замедлителя, а также несимметричные граничные условия на его поверхности формируют несимметричные поля температур в рассматриваемой области, что существенно усложняет решение задач теплопроводности. В частности, возникают трудности описания теплопередачи через жидкостные прослойки.

Процессы теплопроводности в составных конструкциях сложной формы служат предметом исследований на протяжении достаточно длительного времени [3, 4]. Приведем здесь строгую математическую формулировку задачи.

Каждая составная конструкция может рассматриваться как сборка отдельных элементов, выполненных из однородных материалов, теплофизические свойства которых являются в общем случае функциями температуры. При определении границ поверхностей раздела включений и условий теплопередачи между ними геометрические размеры зазоров полагаются равными нулю.

Задача состоит в определении поля температуры  $T(r, t)$  в составной области  $G$ , теплопроводность  $\lambda$  и теплоемкость  $\rho c_p$  которой представляют собой кусочно-гладкие функции координат и температуры, будучи при этом непрерывными внутри каждого отдельного включения. Температура удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$\rho c \partial T / \partial \tau = \nabla \lambda \nabla T + q_v(\mathbf{r}, \tau, T). \quad (1)$$

На границе области  $G$  задаются условия конвективной теплоотдачи

$$\lambda \nabla T \mathbf{n} + h(T - T_0) = 0. \quad (2)$$

Начальное распределение температуры в области представляется в виде

$$T(\tau = 0) = F(\mathbf{r}). \quad (3)$$

На поверхностях разрывов используется физическое условие непрерывности теплового потока, т.е.

$$(\lambda_i \nabla T_i) \mathbf{n} = (\lambda_{i+1} \nabla T_{i+1}) \mathbf{n}. \quad (4)$$

Теплопередача через газовые зазоры учитывается путем введения в рассмотрение контактного термического сопротивления на границах зон. При заданном тепловом потоке через поверхность раздела существует скачок температуры на поверхности раздела, который рассчитывается по формуле

$$(\lambda_i \nabla T_i) \mathbf{n} + h_{i+1}(T_i - T_{i+1}) = q_F. \quad (5)$$

В уравнениях (1)...(5)  $i$  обозначает  $i$ -ю поверхность раздела,  $T_0$  – температуру окружающей среды,  $h$  – коэффициент теплопередачи через газовую прослойку,  $\mathbf{n}$  – внешнюю нормаль на поверхности включения,  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $q_F$  – поверхностные источники тепла,  $\tau$  – время.

Процедура численного расчета распределения температуры в составной конструкции при такой постановке задачи может быть только итерационной, состоящей из следующих шагов.

1. Для области  $G_i$ , ограниченной поверхностью  $S_i$ , находится распределение температуры и вычисляется тепловой поток через поверхность при условии, что температура на поверхности  $S_i$  задана.
2. Для области  $G_j$  ( $i \neq j$ ) решается аналогичная задача при следующих условиях: на границе  $S_j$  задана температура  $T(S_j)$ , а на границе  $S_i$ , отделяющей область  $G_j$  от области  $G_i$ , задан тепловой поток, найденный в предыдущем расчете (п. 1).
3. Температура на границе  $S_i$ , вычисленная в п. 2, корректируется, если между областями  $G_i$  и  $G_j$  существует газовый зазор. В этом случае к рассчитанному указанному способу значению температу-

ры добавляется перепад температуры в зазоре, который получается путем деления теплового потока на проводимость зазора. Расчеты по пп. 1...3 повторяются до выполнения критерия сходимости.

4. По указанной схеме расчеты проводятся для всей исследуемой области.

Коэффициент теплопередачи через газовый зазор определяется как сумма коэффициентов теплопередачи за счет теплопроводности и излучения  $h = h_c + h_r$ , где  $h_c = \lambda_r / \delta$ ,  $h_r = \epsilon \sigma_0 \cdot 10^{-8} (T_i + T_j)(T_i^2 + T_j^2)$ . (6)

Здесь  $\lambda_r$  – теплопроводность газа с учетом поправки на конвекцию газа в зазоре,  $\delta$  – ширина зазора,  $\epsilon$  – приведенный коэффициент черноты для поверхностей раздела включений,  $\sigma_0 = 5,67032$  – постоянная Стеффана – Больцмана,  $T_i$  – температура в градусах Кельвина.

Метод расчета коэффициента теплопередачи излучением использует два существенные предположения:

- 1) температуры поверхности в фиксированный момент времени не изменяются в зависимости от координаты на поверхности;
- 2) процесс лучистого обмена энергией стационарен.

Отсюда следует, что принятые закономерности для теплопередачи могут быть применены только в квазистационарных процессах и при наличии осевой симметрии в распределении температуры. Применительно к конструкции канала СУЗ РБМК это, в частности, означает, что при учете излучения в рамках изложенной методики могут рассматриваться только те конфигурации ячейки, в которых цилиндрические элементы (трубы канала и вытеснителя СУЗ, графитовые кольца, блоки замедлителя) расположены без смещения осей и в качестве блока замедлителя используется модель цилиндрического блока.

Учет теплопередачи излучением важен в нестационарных процессах, когда необходимо исследовать деформацию элементов рассматриваемой конструкции с целью определения повреждения защитных оболочек вытеснителей и нарушения в связи с этим их герметичности.

При номинальных условиях работы СУЗ, когда температура элементов конструкции достаточно низкая, чтобы пренебречь теплообменом путем излучения, важно учитывать эксцентриситет в расположении элементов, образующих зазоры. Для теоретической оценки этих эффектов можно выразить величину зазора как функцию азимутального угла [5]. Для более точного определения проводимости переменного по углу газового зазора необходим, однако, учет

– расстояний, на которых происходит температурный скачок, обусловленный неполной термической аккомодацией газовых молекул к температуре поверхности;

– неспособности газовых молекул оторваться от поверхностей для полного обмена энергией с соседними газовыми молекулами, что приводит к нелинейному температурному градиенту вблизи рассматриваемых поверхностей.

Вопросы этого рода детально разработаны в программе FRAP-T6 [6] применительно к стержневым твэлам. Для составных конструкций СУЗ РБМК таких работ не проводилось, насколько это известно автору. Отсутствие методов детального расчета проводимости газовых зазоров в ячейках СУЗ приводит к неопределенностям в расчетах нестационарных теплофизических процессов, величину которых трудно оценить в настоящее время.

## **2. Эффекты смещения элементов в составной конструкции**

В работе [5] показано, что эффекты смещения элементов от концентрического расположения могут оказаться существенными в задачах исследования безопасности РБМК, поскольку при этом сильно снижается температура графитовых элементов и, как следствие, возрастает количество запасенной энергии в них при облучении потоком нейтронов.

Снижение температуры облучения графитовых колец и втулок может произойти также из-за истощения газового зазора между ними и трубой канала СУЗ. Участок

канала СУЗ, расположенный в активной зоне, изготавливается из сплава Zr-2,5 % Nb. После установки канала СУЗ в реактор диаметральный зазор между трубой и графитовой втулкой составляет 1,75 мм, а между втулкой и внутренней поверхностью графитового блока – 4,5 мм. Исчерпание газового зазора происходит из-за уменьшения внутреннего диаметра графитового кольца при облучении потоком нейтронов и увеличения диаметра трубы канала вследствие ползучести и радиационного роста примерно в линейной зависимости от флюенса нейтронов.

Практика эксплуатации РБМК показала, что зазоры истощаются через несколько лет, а затем снова могут начать увеличиваться. Однако непосредственно после начала обратного процесса, т.е. при переходе от усадки графита к распуханию, обычно происходит появление трещин в графитовых элементах под действием внутренних напряжений. Это обстоятельство способствует сохранению такого состояния конструкции, когда следует принимать условие отсутствия газового зазора между трубой канала и графитовым кольцом.

На рис. 2 представлен схематично участок активной зоны РБМК, содержащий канал СУЗ с блоком вытеснителя и графитовый блок замедлителя. Цифры на рис. 2 обозначают, соответственно: 1 – графитовый блок вытеснителя СУЗ, 2 – оболочка блока вытеснителя, 3 – труба канала СУЗ, 4 – графитовое кольцо, 5 – блок замедлителя.

На рис. 2а) указанные элементы расположены в соответствии с проектом, т.е. выдержано условие концентрического расположения. В результате в горизонтальном сечении рассматриваемый участок представляет собой набор вложенных друг в друга колец с зазорами, заполненными гелием (между элементами 1 и 2) и гелиево-азотной смесью (между элементами 3 и 4 и элементами 4 и 5). Зазор между элементами 2 и 3 представляет собой поперечное сечение канала для охлаждения СУЗ водой.

Расположение элементов, показанное на рис. 2б), соответствует случаю, когда блок вытеснителя и графитовое кольцо сме-

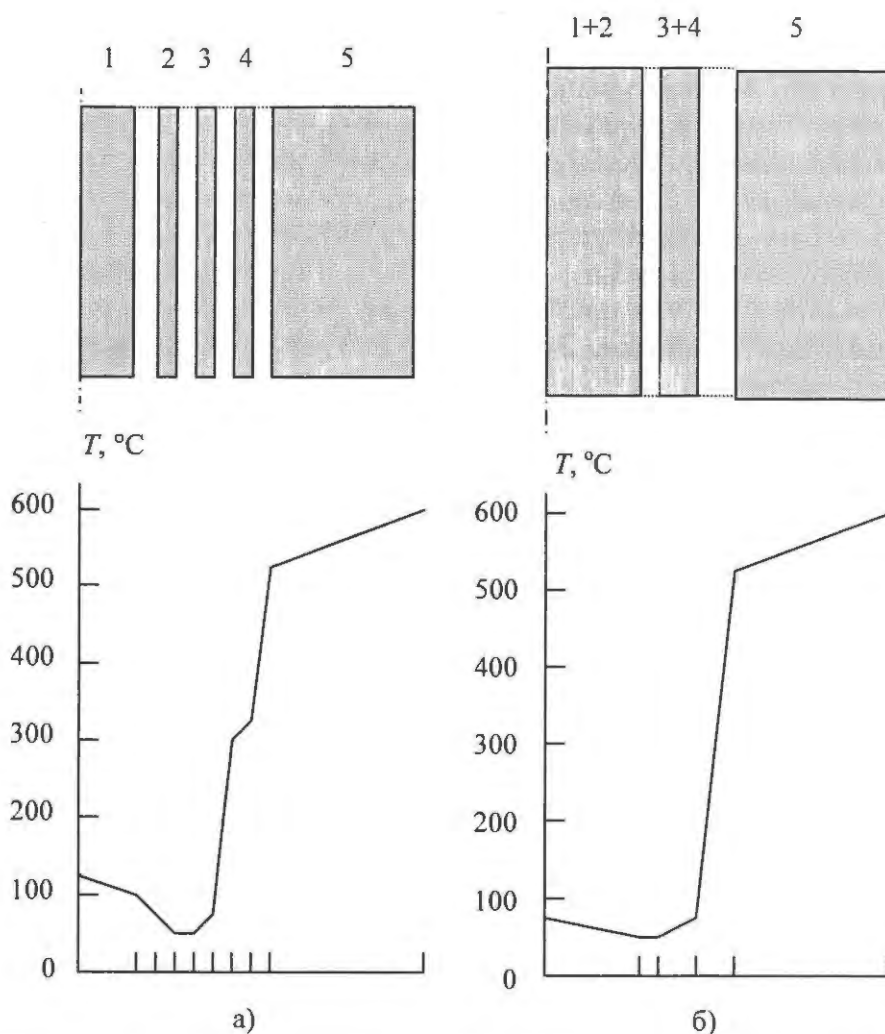


Рис. 2. Распределение температуры по радиусу ячейки СУЗ: а) при концентрическом расположении элементов; б) при касании графитового блока и трубы вытеснителя, а также трубы канала СУЗ и втулки

щены так, что касаются оболочки вытеснителя и трубы канала СУЗ, соответственно. Такое смещение приводит к изменению распределения температуры по сечению рассматриваемого участка. Происходит снижение температуры блока вытеснителя, как это уже отмечено выше, а также резкое уменьшение температуры графитового кольца ниже  $100^\circ\text{C}$ .

Чтобы продемонстрировать это на численном примере, решена задача о стационарной теплопроводности в системе блок вытеснителя – труба вытеснителя и системе колец, включающей трубу канала СУЗ, графитовое кольцо и блок замедлителя. Блок замедлителя заменен при этом кольцом с эквивалентным радиусом, рассчитанным из условия равенства площадей поперечного

сечения реального блока и его кольцевой модели. Радиационный теплообмен в зазорах не учитывался. Эти две системы разделены кольцевым зазором между трубами вытеснителя и канала СУЗ, по которому течет охлаждающая вода со средней температурой  $50^\circ\text{C}$ . Давление в контуре охлаждения  $3,5 \text{ кг/см}^2$ , средняя скорость воды составляет  $5 \text{ м/с}$ . Оценки показывают, что при этом средний коэффициент теплоотдачи от нагретых поверхностей к воде составляет  $2,5 \cdot 10^3 \text{ Вт/(м}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$ .

Замена многослойного цилиндра, образуемого элементами 3 и 4 и зазорами между ними, а также между элементами 4 и 5, на многослойную плоскую стенку не приводит к большим погрешностям в определении перепадов температуры на них, по-

сколькx отношение ширины этих элементов к их диаметрам меньше 0,1 (табл. 1). Кроме того, перепады температур по радиусу трубы канала и втулки, обусловленные внутренним тепловыделением, весьма малы (порядка 1 °С), поскольку малы сами интенсивности этих тепловыделений (табл. 1). При этих условиях перепады температуры по ширине элементов 3 и 4 и газовых зазоров между элементами 3...5 можно считать пропорциональными их толщине, т.е.  $\Delta T_i = q\delta_i/\lambda_i$ , где  $i$  – номер элемента или газового зазора,  $q$  – тепловой поток через элемент,  $\lambda_i$  – теплопроводность материала элемента или зазора,  $\delta_i$  – толщина элемента или зазора. Исходные данные для расчета сведены в табл. 1.

Положение стержней СУЗ вместе с вытеснителями постоянно меняется при работе реактора в пределах их рабочего хода. В активной зоне РБМК находятся стержни двух типов. Вытеснители стержней первого типа (стержни ручного и автоматического регулирования РР и АР, соответственно) состоят из четырех элементов и расположены ниже поглотителей, вытеснители стержней второго типа (укороченные стержни-поглотители – УСП) состоят из шести элементов и установлены выше поглотителей.

На рис. 3 для примера показано положение стержней УСП в верхнем и нижнем

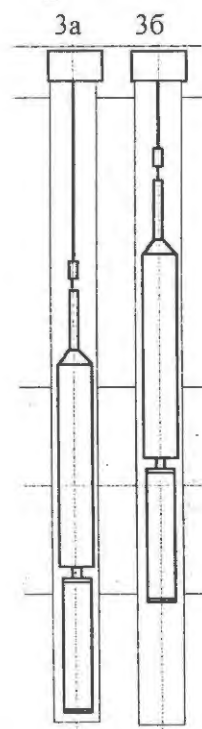


Рис. 3. Положение стержней УСП в нижнем (3а) и верхнем (3б) положениях

положениях. Положение стержня в зоне при работе реактора на мощности зависит от многих факторов и является непредсказуемым. В то же время важно отметить, что при нахождении элементов вытеснителя в верхней части активной зоны температура графитовых блоков этих элементов будет ниже, чем при положении в центре или в нижней части зоны. Это объясняется тем,

Таблица 1. Геометрические размеры и теплофизические свойства элементов ячейки СУЗ РБМК

Размеры и свойства	Элемент				
	1 Блок вытеснителя	2 Оболочка вытеснителя	3 Труба канала	4 Втулка	5 Блок замедлителя
Материал	Графит	Сплав САВ1	Сплав Zr2,5%Nb	Графит	Графит
Теплопроводность, Вт/(м·°С)	20	200	20	20	20
Внутренний диаметр, м	0	0,069	0,082	0,0915	0,114
Наружный диаметр, м	0,066	0,074	0,088	0,111	0,280
Источник тепла, Вт/м	420	172	2 510	7 747	7 747

При расчете распределения энерговыделения в ячейке СУЗ предполагалось, что канал СУЗ окружен восемью рабочими каналами с одинаковой тепловой мощностью 2 Мвт [7]

что температура воды, охлаждающей эти элементы, меньше, чем в нижней части активной зоны, на 30...40 °С, а внутреннее тепловыделение в блоке пропорционально плотности потока нейтронов, распределение которой неравномерно по высоте активной зоны РБМК и имеет, как правило, максимум вблизи центра активной зоны.

При перемещении вытеснителей из верхней части в нижнюю разность температур графитовых блоков, соответствующих стационарным состояниям в этих частях зоны, может превысить порог, после которого начинается выделение накопленной энергии. Этот порог по разным оценкам составляет 30...50 °С. В результате при накоплении энергии Вигнера в вытеснителях СУЗ за время их службы в реакторе может происходить неоднократно промежуточный отжиг.

Отжиг дефектов, возникающих при облучении в условиях низких температур и доз (менее  $10^{20}$  см<sup>-2</sup>), происходит достаточно быстро. Причем для таких дефектов в интервале от 200 до 300 °С производная от запасенной энергии  $S$  по температуре  $T$  достигает максимума [8]. Дефекты других типов могут отжигаться только при более высоких температурах (выше 400 °С). Дефекты такого рода накапливаются в большом количестве, так как период эксплуатации СУЗ РБМК достаточно длителен. Таким образом, количество накопленной энергии и скорость ее выделения зависят от предистории рассматриваемого графитового элемента, что может оказаться существенным при расчетном исследовании его температурного режима в процессах с выделением запасенной энергии.

### 3. Эффекты нелинейности краевой задачи теплопроводности

Нелинейность краевой задачи (1)...(5) обусловлена зависимостью от температуры коэффициентов теплопроводности материалов включений в составной конструкции, источников тепла и краевых условий.

На распределение температуры в графитовых элементах существенно влияет

как абсолютная величина коэффициента теплопроводности графита, так и зависимость его от температуры. Эти свойства графита зависят от дозы и температуры облучения. Полученные экспериментально в работе [9] коэффициенты теплопроводности графита марки ГР-93, облученного в РБМК, существенно отличаются от использованных значений в предыдущих исследованиях [2]. Так, коэффициент теплопроводности графита вытеснителей СУЗ при флюенсе нейтронов  $10^{21}$  нейтр./см<sup>2</sup> равен 12...20 Вт/(м·°С), что в 3...5 раз выше значений, принимаемых ранее на основе экспертных оценок.

В области изменения температуры от 50 до 150 °С согласно экспериментальным данным [9] коэффициент теплопроводности можно считать линейно зависимым от температуры:  $\lambda = \lambda_0 + bt = 11 + 0,055T$ . В [9] показано также, что вследствие этой зависимости снижается максимальное значение температуры и происходит сглаживание неравномерности распределения температуры по радиусу блока.

Процесс выделения запасенной энергии является термически активируемым, поэтому источники тепла  $q_v$  в уравнении (1), пропорциональные скорости выделения запасенной энергии и действующие внутри этих областей, зависят от температуры. Для конкретного образца из облученного графита кинетика выделения запасенной энергии может быть описана уравнением

$$\partial S / \partial \tau = F(S) \exp(-E(S)/(KT)), \quad (7)$$

где  $S$  – энергия Вигнера, выделившаяся к текущему моменту времени;  $E(S)$  – энергия активации, которая в общем случае является функцией запасенной энергии  $S$ ;  $K$  – константа Больцмана;  $T$  – температура в градусах Кельвина;  $\tau$  – время. Вид функций  $F(S)$  и  $E(S)$  зависит от марки графита и условий его облучения. Современная теория не дает возможности найти эти зависимости. Они могут быть определены только экспериментально.

Теплопередача между включениями происходит путем теплопроводности и излучения. Составляющая коэффициента теплопередачи через зазор за счет излучения

является сильно нелинейной функцией температуры.

Поверхностный источник  $q_F$  в краевом условии (5) является также нелинейной функцией температуры, поскольку обусловлен окислением циркония при заполнении канала СУЗ воздухом. Известно, что реакция окисления циркония сильно экзотермическая. Выделяющееся при этой реакции тепло может оказать существенное влияние на температурный режим трубы канала СУЗ. Оценим мощность источников тепла при окислении циркония.

В приближении параболического закона роста толщины окислившегося слоя, в настоящее время широко применяемого при анализе аварий с потерей теплоносителя в ядерных реакторах [10], математическое выражение закона нарастания окисного слоя имеет следующий вид:

$$d\delta/d\tau = k \exp(-U/(RT))/\delta,$$

где  $\delta$  – толщина окислившегося слоя циркония,  $k$  – константа Аррениуса,  $U$  – энергия активации,  $R$  – газовая постоянная.

Мощность источника тепла выражается тогда следующим образом:  $Q = CA\delta/d\tau$ , где  $C$  – количество тепла, выделяющееся при реакции в единице объема  $Zr$ , и  $A$  – площадь поверхности, на которой происходит реакция. Учитывая, что площадь поверхности рассматриваемого элемента длиной  $H$  равна  $A \cong 2\pi r_0 H$ , где  $r_0$  – номинальный внутренний радиус трубы канала, получим следующее выражение для интенсивности генерации тепла за счет реакции окисления циркония:

$$q = C2\pi r_0 H \frac{d\delta}{d\tau} = C2\pi r_0 H k \frac{1}{\delta} \exp(-U/(RT)). \quad (8)$$

Таким образом, для моделирования источников тепла необходимо знать толщину слоя прореагировавшего циркония. Пусть  $r_{вн}$  и  $r_{нар}$  будут мгновенными значениями радиусов поверхностей раздела  $ZrO_2$  – воздух и  $ZrO_2$  –  $Zr$ , соответственно ( $r_{нар} > r_{вн}$ ). После начала окисления  $r_{вн}$  уменьшается (движется внутрь трубы) из-за объемного расширения при превращении  $Zr$  в  $ZrO_2$ . В то же самое время  $r_{нар}$  увеличивается.

Толщина окисного слоя к моменту  $\tau$  получается интегрированием уравнения (7):

$$\delta_\tau = [\delta_{\tau-\Delta\tau}^2 + 2k\Delta\tau \exp(-U/(RT))]^{1/2}, \quad (9)$$

где  $\delta_{\tau-\Delta\tau}$  – толщина слоя циркония, прореагировавшего к моменту  $\tau - \Delta\tau$ . Следовательно,  $r_{вн} = r_0 - \delta_\tau$ . Вводя в рассмотрение плотность циркония и молекулярный вес  $ZrO_2$ , получим связь толщины слоя  $ZrO_2$  с толщиной прореагировавшего слоя циркония:  $\delta_{ZrO_2} = 1,5913\delta_\tau$ .

Для радиуса поверхности раздела  $ZrO_2$  – воздух получим соответственно следующее выражение:  $r_{нар} = r_{вн} + \delta_{ZrO_2}$ . При  $\delta_{\tau-\Delta\tau} = 0$  получим из (9)  $\delta_\tau = [2k\Delta\tau \exp(-U/(RT))]^{1/2}$ . Подставляя это выражение во второе равенство соотношения (8), получим

$$q = \pi r_0 H C k^{1/2} \Delta\tau^{-1/2} \exp(-U/(2RT)).$$

Пользуясь этой формулой, оценим величину тепловыделения  $q_F$ , отнесенную к поверхности трубы радиусом  $r_0$  и длиной 1 м для моментов времени, соответствующих одной секунде ( $\Delta\tau_1 = 1$  с) и 30 мин ( $\Delta\tau_2 = 1800$  с) после начала процесса окисления при постоянной температуре  $T = 1000$  °С. Константы, входящие в расчетные уравнения, примем согласно рекомендациям Урбаника и Хейдрика [11] для интервала температур  $1100 \text{ K} < T < 1850 \text{ K}$ :

$$U/R \cong 16820 \text{ K}, \quad k = 3,45 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}, \\ C = 4,22 \cdot 10^7 \text{ кВт} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-3}.$$

В результате для потоков тепла  $q_F$  получим

$$q_F(\Delta\tau_1) = \\ = 4,22 \cdot 10^7 \cdot 0,587 \cdot 10^{-3} \exp(-6,6) = 3,2 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2, \\ q_F(\Delta\tau_2) =$$

$$= \frac{1}{42,42} 4,22 \cdot 10^7 \cdot 0,587 \cdot 10^{-3} \exp(-6,6) = 7,5 \cdot 10^2 \\ \text{Вт/м}^2.$$

Заметим, что полученные таким образом величины потоков быстро уменьшаются со временем, составляя через 30 мин только 1/42 часть от потока в первую секунду. Однако к этому моменту может измениться сам механизм окисления циркония. Известно, что при температурах ниже 300 °С окисная пленка гарантирует высокую химическую стойкость циркония.

Однако уже при температуре 450 °С цирконий и его сплавы энергично взаимодействуют с кислородом воздуха [12]. При этом процесс окисления проходит по вре-

мени две стадии. Сначала идет рост защитной пленки согласно параболическому закону (8). Затем кинетика окисления изменяется. Интенсивность окисления становится пропорциональной  $\tau^{\mu}$ ,  $\mu > 1$ .

На графических зависимостях прироста прореагировавшей массы металла от времени появляются характерные точки перегиба (рис. 4). Это явление получило название разрушающего (катастрофического) окисления. Во многих случаях оно определяет время работоспособности конструктивных материалов современной ядерной энергетики. Суть этого явления заключается в ускорении процесса окисления за счет деградации защитных свойств окисной пленки металла [13].

Разрушающее окисление циркония может принципиальным образом сказаться на сценарии аварии РБМК, инициируемой потерей охлаждающей воды в канале СУЗ. Оценки показывают [14], что разрушающее окисление может оказать существенное влияние на прочность трубы канала СУЗ в температурном интервале 600...1 050 °С при продолжительности процесса окисления 100...30 мин.

В этой работе на основе теоретических и экспериментальных данных по окислению циркониевого сплава [13, 15, 16] определены времена достижения перегиба на кривых изотермического окисления для температур 600, 700, 800, 900, 1000 и 1 050 °С (табл. 2). При этом полагалось, что при температуре ниже 600 °С окисление незначительно. В промежутках между указанными значениями температуры время, соот-

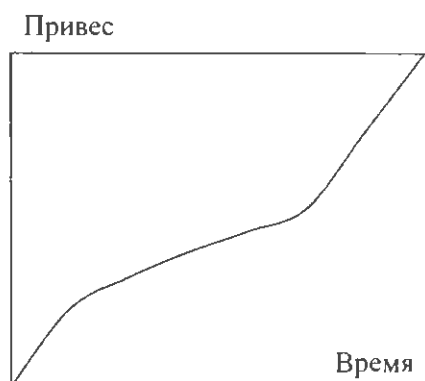


Рис. 4. Кинетика окисления циркония на стадиях защитного и разрушающего окислений

ветствующее точкам перегиба, определялось на основе линейной интерполяции.

Т а б л и ц а 2. Время достижения перегиба на кривых изотермического окисления

Температура, °С	600	700	800	900	1000	1 050
Время, мин	200	100	80	60	45	25

Разрушение труб каналов СУЗ может привести к проникновению воздуха в кладку замедлителя. Замещение в реакторном пространстве азотно-гелиевой смеси воздухом ухудшит сток остаточного тепловыделения из кладки в технологические каналы. Это приведет к разогреву кладки, выделению энергии Вигнера в ней, дальнейшему повышению температуры графитовых блоков и, как следствие, к горению графита.

Относительно горения графита в кладках целесообразно привести следующие известные факты [17]. Для решения вопроса о том, возможно или нет возгорание графита на воздухе, необходимо знать температуры графита и воздуха, скорость воздуха в каналах кладки, образуемых зазорами между блоками кладки, и отношение потерь тепла из графита к теплу, генерируемому в графите при реакции горения. Быстрое окисление графита на воздухе поглощает кислород и генерирует  $\text{CO}_2$  и  $\text{CO}$ , которые совместно с азотом воздуха подавляют реакцию окисления.

Самоподдерживающееся окисление графита возможно только в том случае, если существует возможность отвода продуктов реакции и замещения их свежим реагентом. Экспериментальное изучение этих вопросов в графитовых кладках, геометрически подобных кладке РБМК, показало, что самоподдерживающийся процесс окисления необлученного графита в условиях малого отвода тепла за счет теплопроводности и излучения становится возможным, если температура графита будет выше 650 °С. Для ответственного решения этих вопросов применительно к РБМК требуются тем не менее специальные исследования.

Исследование механизма разрушающего окисления циркония выходит за рамки настоящей работы. В то же время следует

подчеркнуть, что дальнейшая разработка теории этого явления, основы которой изложены в работе [13], является актуальной задачей с точки зрения безопасности РБМК.

#### 4. Скорость выделения энергии Вигнера

Выделение энергии Вигнера в активной зоне РБМК может играть двоякую роль. Во-первых, из-за выделения этой энергии могут возникнуть локальные перегревы важных элементов СУЗ выше допустимых с точки зрения прочности значений. Во-вторых, нагрев трубы канала СУЗ за счет выделения запасенной энергии в графитовых втулках, разделяющих трубу и кладку замедлителя РБМК, может послужить в качестве триггера для разрушающего окисления трубы канала. Температура облучения этих колец в нормальных режимах эксплуатации РБМК согласно расчетам, проведенным в соответствии с проектным относительным расположением элементов ячейки СУЗ, лежит в пределах 300...350 °С (рис. 2а)).

Однако при касании графитовой втулки трубы канала, которое может произойти по указанным выше причинам, температура втулки снижается до величины порядка 100 °С. Флюенс нейтронов при облучении втулки составляет при этом величину порядка  $10^{22}$  н/см<sup>2</sup>. Косвенно этот факт подтверждается результатами экспериментов [9]. Действительно, в этой работе экспериментально установлено, что запасенная энергия в графите вытеснителя СУЗ составляет 200 кал/г. Температура облучения блока вытеснителя при этом согласно расчетам равна 80 °С. Используя рис. 5, отражающий известные зависимости величины запасенной энергии от флюенса нейтронов при разных температурах облучения [9], получим, что флюенс нейтронов на блок вытеснителя составляет около  $0,7 \cdot 10^{21}$  см<sup>-2</sup>.

Поскольку время службы стержней СУЗ составляет 5 лет, а время службы втулок 30 лет, то можно считать, что флюенс нейтронов на втулку составит не менее  $4 \cdot 10^{21}$  см<sup>-2</sup>. Запасенная энергия во втулках при этом

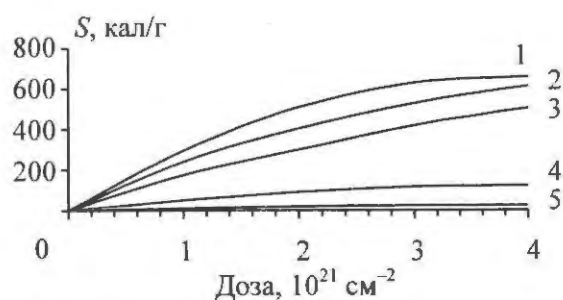


Рис. 5. Зависимость запасенной энергии от флюенса нейтронов при температурах облучения 30, 100, 200, 300, 400 °С (соответственно кривые 1...5)

согласно рис. 5 может составлять от 100 до 600 кал/г. В качестве опорной величины запасенной энергии во втулках примем среднее значение 350 кал/г. При выделении этого количества энергии в адиабатических условиях с учетом того, что теплоемкость графита равна примерно 0,3 кал/г, эти графитовые элементы могут нагреться более чем на 1 200 °С.

При обезвоживании канала СУЗ сток тепла из кладки замедлителя в канал резко снижается, температура колец повышается на 40...50 °С и в результате возникают условия для выделения энергии Вигнера в графитовых втулках. Этот процесс происходит в условиях теплообмена с окружающими элементами ячейки СУЗ – трубой канала СУЗ и блоком замедлителя.

Естественно при этом предполагать, что труба канала СУЗ нагреется до температуры, когда существенным становится процесс разрушительного окисления циркониевого сплава, из которого изготовлена эта труба. Для расчета нестационарной теплопередачи в ячейке СУЗ необходимо знать скорость выделения запасенной энергии, которая представляет собой сложную функцию локальной температуры и выделившейся энергии Вигнера.

В работе [18] предложен метод расчета скорости  $dS/d\tau$  выделения энергии Вигнера, согласно которому для определения этой функции может быть использовано уравнение

$$\frac{dS}{d\tau} = \left( \frac{dS}{d\tau} \right)_1 e^{-\frac{E(S)}{K} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_1} \right)}. \quad (10)$$

В уравнение (10) входят зависимости  $(dS/d\tau)_1$  и  $T_1 = \varphi(\tau)$  от времени, полученные экспериментально в адиабатическом процессе отжига графитового образца. При условии, что эти функции известны, можно найти удобное выражение для источников тепла, обусловленных выделением запасенной энергии. В качестве образцов для получения этих функций могут быть применены отработавшие свой срок графитовые элементы активной зоны реактора или графитовые образцы, облученные в эквивалентных условиях в реакторах с высоким потоком нейтронов.

В адиабатическом процессе отжига  $S$  вычисляется по формуле

$$S_a = \int_{T_{a0}}^{T_a} c dT = \bar{c}(T_a - T_{a0}), \text{ где } \bar{c} - \text{среднее значение теплоемкости в интервале температур } T_{a0} \dots T_a, T_{a0} - \text{некоторая стартовая температура отжига, } T_a = T_1 = \varphi(\tau).$$

Очевидно также, что

$$(dS/d\tau)_a = \bar{c} dT/d\tau, \quad (11)$$

где  $(dS/d\tau)_a$  — производная по времени от запасенной энергии в адиабатическом процессе отжига. Выражение для внутренних источников тепла  $q_v$  в уравнении (1), обусловленных выделением энергии Вигнера, запишется тогда с учетом соотношения (11) следующим образом:

$$q_v = \rho \bar{c} \frac{d\varphi}{d\tau} \exp \left[ -\frac{E(S)}{K} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{\varphi(\tau)} \right) \right]. \quad (12)$$

Современная теория не дает возможности найти вид функции  $E(S)$  в уравнении (12). Типичная зависимость  $E(S)$ , найденная экспериментально для графита реактора ВЕРО, приведена в [18] на рис. 1. Согласно этой кривой активационная энергия растет с ростом выделившейся энергии Вигнера, причем этот рост происходит ступенчатым образом. При изменении  $S$  от 0 до 140 Дж/г активационная энергия остается постоянной и равной 1,7 эВ. Это обстоятельство дает основание использовать величину  $E = 1,7$  эВ в расчетах, поскольку сами расчеты носят оценочный характер.

Таким образом,  $q_v$  в уравнении теплопроводности зависит от времени и темпера-

туры. В том случае, когда источник тепла зависит от температуры, решение краевой задачи (5), (6) не может быть получено аналитически. Для исследования нестационарных температурных полей требуется привлечение конечно-разностных методов.

## 5. Оценка температурного режима вытеснителя СУЗ РБМК

Анализ температурного режима вытеснителя СУЗ РБМК проведем так же, как и в [1], для исходных событий, которые приводят к быстрому и наиболее длительному обезвоживанию каналов СУЗ. Как отмечается в этой работе, указанные условия дают основание полагать, что рассматривается максимально напряженный температурный режим вытеснителей СУЗ. Моменты обезвоживания сечений каналов СУЗ на участке активной зоны определяются так же, как в [1], на основе предварительных расчетов.

Наибольший интерес представляют сечения активной зоны, в которых на трубу канала надеты графитовые втулки. Это соответствует положению нижнего элемента вытеснителя при приведении его согласно регламенту в крайнее верхнее положение при рассматриваемой аварии.

В расчетах использовались следующие допущения:

1. Температура внутренней поверхности графитовых блоков, сквозь которые проходит канал СУЗ, изменяется так же, как и в режиме срабатывания аварийной защиты РБМК без расхолаживания контура циркуляции реактора и при условии, что канал СУЗ окружен технологическими каналами средней мощности (рис. 6, а также рис. 3 в [1]).
2. Температура трубы канала изменяется так же, как и в расчетах, выполненных в [1] (рис. 6, см. также рис. 3 в [1]).
3. Графитовый блок вытеснителя СУЗ касается трубы вытеснителя, что соответствует, как это отмечалось выше, либо смещению оси блока относительно оси трубы, либо увеличению диаметра блока вследствие радиационного воздействия.

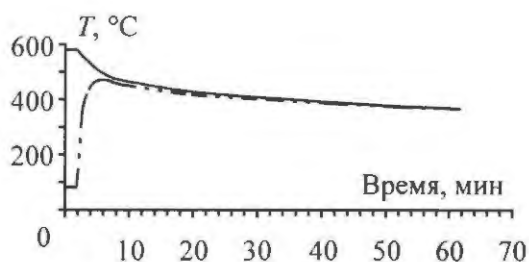


Рис. 6. Температуры графита замедлителя (сплошная линия) и трубы канала СУЗ (штрихпунктирная линия)

4. Термическое сопротивление стенки трубы вытеснителя пренебрежимо мало вследствие высокой теплопроводности алюминиевого сплава, из которого изготовлена эта труба.

Заметим, что первые два предположения приведут заведомо к занижению расчетной температуры трубы вытеснителя, так как введение дополнительного источника тепла (скорости выделения запасенной энергии) в рассматриваемую конструкцию по сравнению с предположениями, принятыми в [1], должно увеличить общий уровень температуры.

Подчеркнем также, что настоящие оценки носят методический характер. Более детальный анализ следует проводить на основе указанной выше итеративной процедуры и подпрограммы численного решения соответствующей краевой задачи для изотропных областей с осевой симметрией. Примерами таких подпрограмм могут служить подпрограммы в [18, 19].

Тогда температурное поле в графитовом блоке, применяя выражение (12) для внутренних источников тепла, находится из решения следующей краевой задачи:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} + \rho \bar{c} \frac{d\varphi}{d\tau} \exp \left[ -\frac{E(S)}{K} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{\varphi(\tau)} \right) \right]; \quad (13)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} + h(T - T_0) \Big|_{r=r_0} = 0; \quad (14)$$

$$T(\tau = 0) = F(r). \quad (15)$$

Коэффициент теплопередачи  $h$  вычисляется по формуле (6), где следует положить  $T_i = T$ ,  $T_j = T_0$ . В качестве  $T_0$  в данном случае выступает температура трубы канала. Из рис. 5 следует, что труба канала быс-

тро принимает температуру кладки графита и затем медленно снижается. В качестве начального условия  $T = T_n(r)$  при  $\tau = 0$  можно взять, например, распределение температуры по радиусу блока вытеснителя, полученное в [9] для стационарной задачи теплопроводности и условий работы реактора в номинальном режиме. Показано, что это распределение пологое и в среднем близко к  $80^\circ\text{C}$ .

Если считать, что выделение запасенной энергии начинается при температуре на  $50^\circ\text{C}$  выше начальной, то с достаточным для данных оценок приближением можно принять в качестве начальной в задаче (13)...(15) температуру  $130^\circ\text{C}$ . Отметим однако, что в определении начальной температуры отжига существуют трудно оцениваемые неопределенности, обусловленные непредсказуемостью положения стержней регулирования в активной зоне, неопределенностью величины тепловыделения в графитовом блоке в номинальном режиме работы реактора и др.

Для определения функции  $\varphi(\tau)$  в уравнении (13) необходимо учитывать различия в форме кривых отжига в зависимости от стартовой температуры отжига, температуры и дозы облучения. Анализ кривых на рис. 7 и 8 изменения температуры образцов при адиабатическом отжиге образцов из графита реактора ВЕРО [8] показывает, что вид кривых сильно изменяется в зависимо-

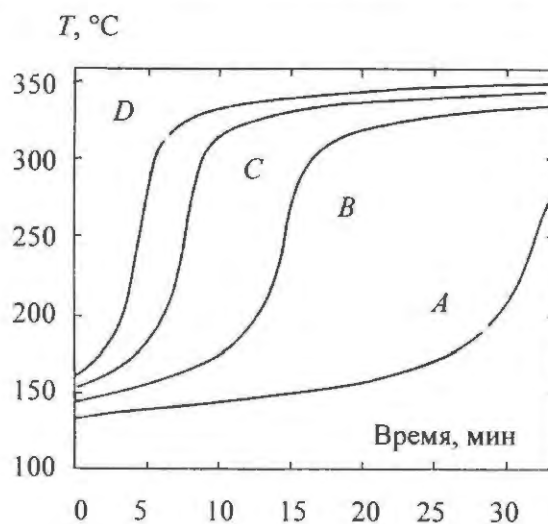


Рис. 7. Форма кривых отжига в зависимости от стартовой температуры отжига

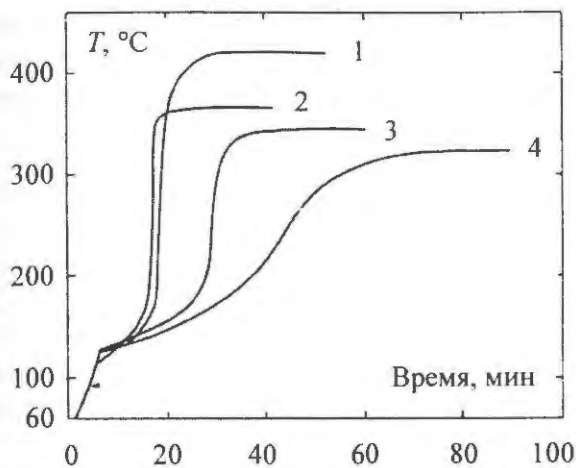


Рис. 8. Форма кривых отжига в зависимости от температуры и дозы облучения: 1 – 35 °С, полная доза  $4,5 \cdot 10^{20}$  см<sup>-2</sup>, после отжига  $2,4 \cdot 10^{20}$  см<sup>-2</sup>; 2 – 35 °С, без отжига  $1,9 \cdot 10^{20}$  см<sup>-2</sup>; 3 – 70 °С, без отжига  $3,2 \cdot 10^{20}$  см<sup>-2</sup>; 4 – 70 °С, полная доза  $8,0 \cdot 10^{20}$  см<sup>-2</sup>, после отжига  $4,3 \cdot 10^{20}$  см<sup>-2</sup>

ти от указанных параметров. При этом однако у этих кривых сохраняются некоторые общие черты, чтобы описать их с хорошим приближением одной функцией вида

$$T = T_n + \Delta T \text{th}^n(a\tau), \quad (16)$$

где  $T_n$  – начальная (стартовая) температура отжига,  $\Delta T = T_{\max} - T_n$  – максимальный нагрев образца при адиабатическом отжиге,  $n$  – показатель степени,  $a$  – константа. Значения  $T_n$  и  $\Delta T$  известны априори. Варьируя показатель  $n$  и константу  $a$ , можно с хорошей точностью воспроизвести любую из кривых на этих рисунках.

На рис. 9 показаны рассчитанные таким образом кривые для графита с запасенной энергией 200 кал/г при стартовой температуре  $T_n = 130$  °С для четырех наборов параметров  $a$  и  $n$ . При  $n = 4$  и  $a = 0,4$  скорость нагрева образца достигает 10 °С/с. Это максимальная скорость нагрева, на-

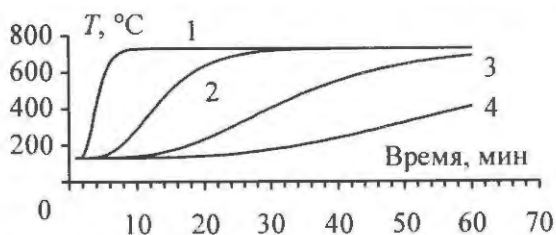


Рис. 9. Функция  $T = T_n + \Delta T \text{th}^n(a\tau)$ : 1 –  $n = 4$ ,  $a = 0,4$ ; 2 –  $n = 4$ ,  $a = 0,1$ ; 3 –  $n = 4$ ,  $a = 0,04$ ; 4 –  $n = 4$ ,  $a = 0,02$

блюдавшаяся в такого рода экспериментах. При  $n = 4$  и  $a = 0,04$  нагрев образца до максимальной температуры  $T_{\max} = 730$  °С происходит примерно за 1 час.

На рис. 6 видно, что за это время температура графита становится заметно ниже 400 °С. Таким образом, можно ожидать, что характерным временем процессов теплопередачи в рассматриваемой конструкции является 1 час. Если при заданной постановке задачи за это время температура исследуемого элемента не превысит предельно допустимого значения, то она не превысит его и при последующем протекании процесса. Это подтверждается результатами расчетов, приводимыми ниже.

Краевая задача (13), (15) при определении функции  $\varphi(\tau)$  в правой части уравнения (13) по формуле (1) решалась численным методом с использованием конечно-разностной схемы, детально изложенной в статье [18]. Температура трубы канала СУЗ считалась постоянной во все время процесса. Исследовались два варианта, в которых  $T_0$  равна 500 и 400 °С, соответственно. Расчеты проводились для каждой кривой, представленной на рис. 9.

Расчеты показали, что максимальная температура трубы вытеснителя и время ее достижения слабо зависят от формы кривой  $\varphi(\tau)$  для трех случаев, соответствующих времени достижения максимальной температуры образца в пределах 1 часа (рис. 9). Для двух рассмотренных вариантов температуры трубы канала отличия в характере изменения со временем температуры трубы вытеснителя несущественны (рис. 10).

При температуре трубы канала СУЗ, равной 500 °С, труба канала нагревается до

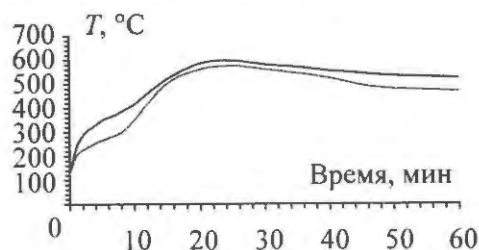


Рис. 10. Температура трубы вытеснителя СУЗ в зависимости от времени: верхняя кривая при температуре графита  $T_0 = 500$  °С, нижняя кривая при  $T_0 = 400$  °С

температуры, близкой к температуре плавления сплава, из которого она изготовлена (сплав САВ1). При этом высокая температура трубы вытеснителя держится длительное время, так что, учитывая ухудшение прочностных свойств сплава САВ1 при высоких температурах, можно прогнозировать разрушение вытеснителя в рассматриваемых условиях. Расчетная температура трубы вытеснителя может возрасти, если учесть теплоту реакции окисления трубы канала в воздушной среде.

Разрушение трубы вытеснителя СУЗ приведет к проникновению воздуха к графиту блока вытеснителя и окислению графита в воздушной среде. Выделяющееся при этом тепло будет идти на нагрев как графитового блока вытеснителя, так и трубы канала СУЗ, создавая тем самым условия для разрушительного окисления циркония.

### Заключение

Проведенные исследования показывают, что при аварии с обезвоживанием контура охлаждения СУЗ РБМК могут произойти разрушение труб вытеснителей и каналов СУЗ и возникнуть горение графита в кладке замедлителя и в вытеснителях СУЗ. Исследования носят оценочный характер. Для более точного определения температуры защитных труб вытеснителей и труб каналов СУЗ, а также интенсивности окисления циркония в воздушной среде необходимы дополнительные экспериментальные данные и теоретические разработки.

В частности, нужно экспериментально определить уровень запасенной энергии в графитовых втулках, получить экспериментальные зависимости температуры облученных образцов графита вытеснителей и втулок от времени при их адиабатическом отжиге, определить спектр энергии активации графита РБМК, разработать аналитические зависимости для интенсивности выделения тепла в реакции окисления циркония на стадии разрушительного окисления. При этом необходим корректный учет этих явлений при решении вопросов нестационарной теплопередачи в составных конструк-

циях рассмотренного типа. Мотивацией для такого рода исследований служит угроза тяжелых последствий, которые могут возникнуть при возгорании графита.

### Список литературы

1. *Канальный* ядерный энергетический реактор РБМК Под общей ред. Ю.М. Черкашова. М.: ГУП НИКИЭТ, 2006.
2. *Гончаров В.В., Бурдаков Н.С., Виргильев Ю.С. и др.* Действие облучения на графит ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1978.
3. *Donea J., Diuliani S.* Finite element analysis of steady-state nonlinear heat transfer problems // Nucl. Eng. and Design, 1974, V. 30, P. 205–213.
4. *Baker-Jarvis J., Inguva R.* Heat conduction in layered, composite materials // J. Appl. Phys., 1985, V. 57, P. 1569–1573.
5. *Достов А.И.* Энергия Вигнера в вытеснителях СУЗ РБМК // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2001, вып. 3, с. 22–31.
6. *Siefken L.J.* FRAP-T6: A computer code for the transient analysis of oxide fuel rods. EGG-CDAP-540, 1981.
7. *Балыгин А.А., Кватер В.М.* Энерговыведение в материалах активной зоны и бассейна выдержки РБМК. Препринт ИАЭ-5874/5, 1995.
8. *Cotrell A., Bell J., Greenough G.* Theory of annealing kinetics applied to the release of stored energy from irradiated graphite in air-cooled reactors // In: Proc. Second United Nations Int. Conf. on the Atomic Energy, 1958, V. 7, P. 315–327.
9. *Платонов П.А., Бурлаков Е.В., Достов А.И. и др.* Расчетно-экспериментальные исследования энергии Вигнера и физических свойств графита вытеснителей СУЗ РБМК // Атомная энергия, 2003, т. 94, вып. 4, с. 270–283.
10. *RELAP5/MOD3 Code Manual.* NUREG/CR-5535, INEL-95/0174, V. 1, Code Structure, System Models and Solution Methods, 1993.
11. *Urbanic V.F., Heidrick T.R.* High-temperature oxidation of zircaloy-2 and zircaloy-4 in steam // J. Nucl. Mater., 1977, V. 75, P. 251–261.
12. *Костад П.* Высокотемпературное окисление металлов. М.: Мир, 1969.
13. *Кириллов И.А., Русанов В.Д., Фридман А.А.* О механизме катастрофического окисления циркония. Препринт ИАЭ-4993/3, 1990.
14. *Ткачев В.В., Рубцов В.С., Желтухин К.К.* Анализ применимости расчетной базы для детерминированного и вероятностного анализа повреждаемости твэл при проектных авариях. Отчет ИАЭ инв.№ 33-08/41, 1994.

15. *Николаев А.И.* Исследование окисления оболочек твэлов ВВЭР в условиях аварии с потерей теплоносителя. Отчет ВИАМ инв. № 42/10-87, 1987.

16. *Вртликва В.* Статистический анализ уравнений кинетики окисления. UJP 637. Прага: Институт ядерных топлив, 1989.

17. *Schweizer D., Gurinsky D., Kaplan E., Sastre C.* A safety assessment of the use of graphite in nuclear reactors licensed by the USA NRC. NUREG/CR-4981, BNL-NUREG-52092, 1989.

18. *Достов А.И.* Метод расчета скорости выделения энергии Вигнера в задачах теплопроводности для облученного графита // Теплофизика

высоких температур, 2005, т. 43, № 2, с. 267–273.

19. *RELAP4/MOD6.* A computer program for transient thermal-hydraulic analysis of nuclear reactors and related systems. ANCR-NUREG-1335. 1976.

*Контактная информация –*

*Достов Анатолий Ильич, в. н. с., тел.: (499)196-75-26, e-mail: [dostov@dcnr.vver.kiae.ru](mailto:dostov@dcnr.vver.kiae.ru)*

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4,  
с. 51–65.

УДК 621.039.54

## Эффективные коэффициенты диффузии металлических продуктов деления в кернах микротоплива ВТГР с учетом влияния задерживаемой доли

*А.С. Иванов, А.А. Русинкевич,*

РНИЦ “Курчатовский институт”, 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Поступила в редакцию 12.05.2010 г.

Проведен анализ влияния задерживаемой доли на выход металлических продуктов деления (ПД) из керна микротоплива ВТГР. Учет этого эффекта необходим для создания моделей выхода металлических ПД (МПД) из топливных ядер и оценки радиационной безопасности реакторной установки ВТГР. Показано, что связывание части диффундирующего компонента не сказывается на коэффициентах его диффузии, но приводит к существенно другому результату по выходу ПД. Поэтому в исследованиях переноса ПД необходимо использовать известные эффективные коэффициенты диффузии и вместе с тем определять задерживаемую долю химически связанного компонента из термодинамических расчетов.

*Ключевые слова:* топливный керн, микротвэл, продукты деления, задерживаемая доля, выгорание, коэффициенты диффузии, база данных.

**The Effective Fission Products Diffusion Coefficients in HTGR Microfuel Kernels with Delayed Share Influence.** *A.S. Ivanov, A.A. Rusinkevich, RRC “Kurchatov Institute”, 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.* The influence of delayed share on the metal fission products (FP) output from HTGR microfuel kernel has been analyzed. This effect is required to create models of metal FP output from the fuel kernels and evaluation of radiation safety of the HTGR reactor plant. It is shown that binding of the diffusing component will not affect the diffusion coefficients of diffusing component, but leads to a significantly different result for the FP output. Therefore, in studies of the FP transfer is necessary to use known effective diffusion coefficients, and at the same time, to determine delayed share of chemically bound component from the thermodynamic calculations.

*Key Words:* Fuel Kernel, Microfuel, Fission Products, Delayed Share, Burnup, Diffusion Coefficients, Data Base.

### Введение

Топливный керн микротвэлов (МТ) служит первым барьером, препятствующим выходу ПД в теплоноситель. Этот барьер

может обеспечивать заметную задержку ПД при низких выгораниях и температурах топлива. Процессы переноса ПД в кернах существенным образом зависят от величин коэффициентов диффузии.

Данные по коэффициентам диффузии необходимы для разработки и модификации моделей выхода МПД из топливных кернов с целью снижения неопределенностей расчетной оценки активности отложений на оборудовании I контура, выброса активности в окружающую среду и т.п., важных для обоснования радиационной безопасности реакторной установки ВТГР.

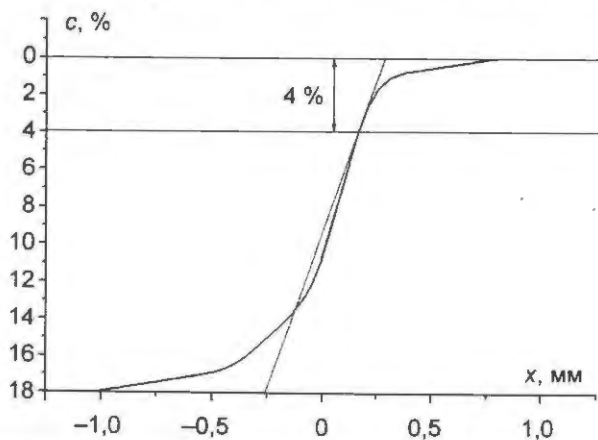
В процессе выгорания топлива часть какого-либо ПД может связаться в устойчивые химические соединения с другими компонентами системы и исключается из процесса диффузии. Эту часть иногда называют задерживаемой долей.

Учет задерживаемой доли может оказать существенное влияние в расчетах интегрального выхода МПД из неповрежденных и поврежденных МТ. Также существует предположение, что задерживаемая доля сильно влияет на эффективные коэффициенты диффузии, что приводит к необходимости существенной модификации базы данных по коэффициентам диффузии при расчетах выхода ПД из топлива. В работе будет проведен анализ этого влияния.

### Определение коэффициентов диффузии

На опыте эффективные коэффициенты диффузии определяются различными методами, в частности по концентрационному профилю исследуемого компонента.

На рисунке приведена экспериментальная зависимость концентрации диффундирующего через пластину вещества от координаты.



Определение эффективных коэффициентов диффузии по результатам эксперимента

динаты. В точке, отвечающей концентрации для примера 4 %, проведена касательная к графику. В данной точке коэффициент диффузии  $D = f(c)$  находится как тангенс угла наклона касательной к оси ординат.

Для определения коэффициентов диффузии ПД в топливных ядрах применяют метод, в своей основе близкий к методу испарения [1]. При этом вместо зависимости концентрации от координаты в методе испарения исследуется временная зависимость выхода ПД.

Если в сплаве один из компонентов имеет относительно высокую упругость паров, то при нагревании в вакууме он будет легко испаряться. При этом в сплаве создается градиент концентрации, и в дальнейшем этот компонент будет испаряться с поверхности в той мере, в какой будет обеспечен путем диффузии транспорт вещества к поверхности.

Учитывая количество испарившегося (продиффундировавшего) вещества, можно определить коэффициент диффузии компонента с большой упругостью паров. При этом обычно предполагается, что концентрация на поверхности образца удовлетворяет условию

$$\left. \frac{\partial c}{\partial x} \right|_{x=R} = -a(c) \Big|_{x=R}, \quad (1)$$

где  $a = \alpha / D$ ,  $R$  – значение координаты на поверхности,  $\alpha$  – “коэффициент испарения”. Когда  $\alpha \gg D$ , то можно положить  $c|_{x=R} = 0$  (концентрация на поверхности равна нулю). Исходя из такого граничного условия, решается уравнение диффузии.

На основании изложенного рядом исследователей [2...6] разработан метод испарения для определения коэффициента диффузии. Исходя из формул, предложенных в [2], Солок и Передистый, а также Булгаков и Нескучаев [7] вывели ряд расчетных формул для коэффициента диффузии в случае цилиндрических образцов. Для не слишком большого времени нагрева они дают

$$D = (R^2 / \mu_1^2 t) \ln(Q_0 / Q), \quad (2)$$

где  $R$  – радиус образца,  $\mu_1^2 = 5,78$ ,  $Q_0$  – начальное количество диффундирующего ве-

щества в образце, а  $Q$  – его оставшееся количество ко времени  $t$ .

При применении этого метода для образцов, обладающих сферической симметрией, необходимо вспомнить решение уравнения Фика в сферически симметричном случае. Вообще говоря, при использовании изотопных методик одним из изменяемых параметров является поток радиоактивных изотопов, выходящих из образца.

Однако, в рассматриваемом случае высоких температур и достаточно больших парциальных давлений паров диффундирующих компонентов задача может быть сведена к задаче с граничными условиями первого рода. Действительно, граничное условие на поток  $\partial c / \partial r|_{r=R}$  в случае быстрого испарения компонентов с поверхности может быть заменено на граничное условие первого рода  $c|_{r=R} = 0$ .

При этом задача по определению распределения концентраций может быть записана в виде

$$\partial c(r, t) / \partial t = D \nabla^2 c \quad (3)$$

или в сферических координатах

$$\frac{\partial c(r, t)}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 c(r, t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial c(r, t)}{\partial r} \right); \quad (4)$$

$$t > 0; r \in (0, R).$$

При этом начальное и граничные условия записываются следующим образом:

$$c(r, 0) = c_0; c(R, t) = 0; c(0, t) \neq \infty; \quad (5)$$

$$\partial c(0, t) / \partial r = 0.$$

Последнее условие представляет собой условие симметрии. Уравнение (4) легко преобразуется к виду

$$\partial [rc(r, t)] / \partial t = D \partial^2 [rT(r, t)] / \partial r^2. \quad (6)$$

Если сделать замену переменных  $rc(r, t) = \theta$ , то уравнение (4) относительно  $\theta$  переходит в уравнение для неограниченной пластины. Частное решение этого уравнения хорошо известно:

$$\theta = rc(r, t) = [A \sin(kr) + B \cos(kr)] e^{-Dk^2 t}, \quad (7)$$

где  $A, B$  – константы.

Следовательно,

$$c(r, t) = \left( A \frac{\sin(kr)}{r} + B \frac{\cos(kr)}{r} \right) e^{-Dk^2 t}. \quad (8)$$

В силу ограниченности функции  $c(r, t)$   $B = 0$  при  $r \rightarrow 0$ . Таким образом

$$c(r, t) = A \frac{\sin(kr)}{r} e^{-Dk^2 t}. \quad (9)$$

В соответствии с граничными условиями  $c(R, t) = 0$  имеем  $\sin(kR)/R = 0$ , т.е.  $k_n R = n\pi = \mu_n$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$

Значения  $\mu_n$  берутся, начиная с  $\pi$ , так как при  $n = 0$  соответствующий член будет равен нулю для всех точек  $r < R$ . Общее решение является суммой частных решений

$$rc(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\mu_n^2 t} \sin(k_n r). \quad (10)$$

Константы  $A_n$  определяются из начальных условий. Рассмотрим сначала более общий случай  $c(r, 0) = f(r)$ :

$$rc(r, 0) = rf(r) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(k_n r). \quad (11)$$

Если функция  $rf(r)$  удовлетворяет условиям Дирихле, то ее можно разложить в ряд Фурье. Умножим равенство (9) на  $\sin(k_m r)$  и проинтегрируем в пределах от 0 до  $R$ , тогда

$$\int_0^R rf(r) \sin(k_m r) dr = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^R A_n \sin(k_n r) \sin(k_m r) dr. \quad (12)$$

Можно показать [8], что

$$A_n = \frac{2}{R} \int_0^R rf(r) \sin(k_n r) dr. \quad (13)$$

При равномерном начальном распределении компонентов  $c(r, 0) = c_0$  получим

$$\frac{2}{R} \int_0^R rc_0 \sin\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) dr = - (2RT_0 / \mu_n) \cos \mu_n = (-1)^{n+1} 2RT_0 / \mu_n. \quad (14)$$

Таким образом, окончательно имеем решение поставленной задачи в виде

$$\frac{c(r, t)}{c_0} = R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n} \frac{\sin\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{r} e^{-\mu_n^2 \frac{Dt}{R^2}}. \quad (15)$$

Для определения вышедшего к моменту  $t$  количества диффундирующего компонента найдем среднюю по объему его концентрацию:

$$\overline{c(t)} = \frac{3}{R^3} \int_0^R r^2 c(r, t) dr. \quad (16)$$

Подставляя в (16) соотношение (15) и интегрируя по радиусу, находим

$$\frac{\overline{c(t)}}{c_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{\mu_n^2} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{Dt}{R^2}\right),$$

$$\mu_n = \pi n \quad (n = 1, 2 \dots). \quad (17)$$

То же самое соотношение, очевидно, справедливо и для отношения оставшегося в образце  $Q(t)$  и исходного  $Q_0$  количества диффундирующего компонента:

$$\frac{Q}{Q_0} = 6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_n^2} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{Dt}{R^2}\right). \quad (18)$$

Если для больших  $t$  ограничиться первым членом ряда, то

$$\frac{Q}{Q_0} = 6 \frac{1}{\pi^2} \exp\left(-\pi^2 \frac{Dt}{R^2}\right) \quad (19)$$

или

$$D = (R^2/\pi^2 t) \ln[6Q_0/(\pi^2 Q)]. \quad (20)$$

Критерием применимости соотношения (20) является условие  $[6Q_0/(\pi^2 Q)] > 1$ .

В противном случае возникает необходимость учета следующих членов разложения (18). В монографии [1] приведено решение аналогичной задачи для случая цилиндрической симметрии. При этом утверждается, что соотношение типа (20) может служить основой для определения коэффициентов диффузии в эксперименте. В таком случае на базе этого соотношения может быть проведен анализ влияния эффекта задерживаемой доли на экспериментально измеренные значения коэффициентов диффузии в ядрах микротоплива ВТГР.

Пусть  $Q_0^*$  — исходное количество изотопа в ядре, а  $Q^*(t)$  — количество изотопа, оставшееся к моменту времени  $t$ . Положим, что часть атомов рассматриваемого изотопа связана химическим взаимодействием с другими компонентами и не участвует в процессе диффузии. Обозначим через  $Q_c$  эту часть атомов. Тогда исходное количество вещества, участвующего в диффузии,

$$Q_0 = Q_0^* - Q_c, \quad (21)$$

а конечное к моменту времени  $t$  количество вещества, участвующего в диффузии,

$$Q(t) = Q^*(t) - Q_c. \quad (22)$$

Соответственно этому

$$Q_0/Q(t) = (Q_0^* - Q_c)/(Q^*(t) - Q_c). \quad (23)$$

Отношение  $Q_c/Q_0^* = \gamma$  представляет собой долю атомов рассматриваемого компонента, химически связанного в ядре и не участвующего в процессе диффузии.

Диффузионный поток, конечно, зависит от задерживаемой доли, так как от нее зависит градиент концентрации компонента, определяемый разницей в концентрациях во внутренней области и на поверхности образца.

Однако, величина коэффициента диффузии от градиента концентрации (в приближении отсутствия концентрационной зависимости) не зависит и задерживаемая доля, вообще говоря, не должна сказываться на результатах измерения. Покажем это, основываясь на соотношениях (18), (19), полученных ранее.

В эксперименте коэффициент диффузии может быть найден по графику зависимости от времени регистрируемого потока компонента, выходящего из ядра. Количество вышедшего компонента к моменту времени  $t$  составляет  $Q_0^* - Q^*(t)$ . Следовательно, полный поток компонента равен  $Y(t) = -dQ^*(t)/dt$ .

Поскольку  $Q^*(t) = Q(t) + Q_c$ , а  $Q_c$  от времени не зависит, в соответствии с соотношениями (19), (23)

$$Y(t) = -\frac{dQ^*(t)}{dt} = (Q_0^* - Q_c) \frac{6D}{R^2} \exp\left(-\pi^2 \frac{Dt}{R^2}\right). \quad (24)$$

При этом очевидно, что  $Y(t)$  зависит от  $\gamma$ . Однако производная от логарифма потока от  $\gamma$  не зависит. Логарифм потока представляет собой линейную функцию времени. Дифференцируя  $\ln Y(t)$  по  $t$ , находим

$$D = -(R/\pi)^2 d \ln Y(t)/dt. \quad (25)$$

Таким образом, полученный по тангенсу угла наклона функции  $\ln Y(t)$  коэффици-

ент диффузии в рассматриваемом приближении не зависит от задерживаемой доли диффундирующего компонента.

Следует отметить, что характерные времена диффузии в керне существенно меньше этих времен для силовой оболочки SiC. Поэтому проделанный анализ имеет определенное значение для понимания процессов переноса в топливе в двух случаях: во-первых, на начальной стадии работы реактора или в переходных процессах и, во-вторых, для изучения поведения топливных частиц с поврежденной силовой оболочкой.

### Заключение

1. Проведен анализ влияния эффекта задерживаемой доли на измеряемые в опыте эффективные коэффициенты диффузии ПД в ядрах микро топлива ВТГР. Отмечены возникшие противоречия в интерпретации полученных ранее результатов. Для разрешения этих противоречий выполнено исследование влияния эффекта задерживаемой доли на измеряемые в опыте эффективные коэффициенты диффузии.

2. Показано, что связывание части диффундирующего компонента не сказывается на его коэффициентах диффузии, но приводит к существенно другому результату по выходу ПД. Поэтому в исследованиях переноса ПД необходимо использовать известные эффективные коэффициенты диффузии и вместе с тем определять задерживаемую долю химически связанного компонента из термодинамических расчетов.

3. Таким образом, коэффициенты диффузии, измеряемые в эксперименте по тангенсу угла наклона временной зависимости потока, в рассматриваемом приближении не зависят от задерживаемой доли диффундирующего компонента и отпадает необходимость модификации базы данных, применяемой в расчетах транспорта ПД.

### Список литературы

1. Герцикен С.Д., Дехтяр И.Я. Диффузия в металлах и сплавах в твердой фазе. М.: Физматлит, 1960.
2. Гринберг Г. // ЖЭТФ, 1, № 5, 245 (1931).
3. Langmuir L. // Phys. Rev., 22, 357 (1923).
4. Dunn I.S. // J. Chem. Phys. Soc., 598, 2973 (1926).
5. Булгаков В., Рыбалко Ф. // Techn. Phys. USSR, 2, № 6, 617 (1935).
6. Петренко Б.Т., Рубинштейн Б.Е. // ЖФХ, 13, № 4, 508 (1939).
7. Булгаков В., Нескучаев В. Диффузия металлов. М.: ОНТИ, 1937.
8. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967.

### Контактная информация –

Иванов Александр Сергеевич, проф., тел.: (499)196-72-38, e-mail: asi.kiae@gmail.com;  
Русинкевич Андрей Александрович, аспирант, тел.: (499)196-71-86, (903)735-56-80, e-mail: rusinkevich\_andr@mail.ru

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4,  
с. 65–69.

## Эволюция изотопного состава регенерированного урана при многократном рецикле в легководных реакторах с подпиткой природным ураном

А.Ю. Смирнов, Г.А. Сулаберидзе,

НИЯУ "МИФИ", 115409, Москва, Каширское шоссе, 31,

П.Н. Алексеев, А.А. Дудников, В.А. Невиница, В.Н. Проселков, А.В. Чибиняев,

РНИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Поступила в редакцию 17.07.2009 г.

Для анализа физических проблем многократного использования регенерированного урана в топливном цикле легководных реакторов применен комплексный подход на базе согласованного моделирования нейтронно-физических процессов и процессов каскадного разделения изотопов. Рассмотрен ряд сценариев многократного использования регенерированного урана в легководных реакторах. При этом избыточное поглощение нейтронов изотопом  $^{236}\text{U}$  компенсировалось дополнительным обогащением по изотопу  $^{235}\text{U}$ . Получены удельные расходы природного урана на дообогащение регенерированного урана в зависимости от содержания изотопа  $^{232}\text{U}$ .

**Ключевые слова:** регенерированный уран, коэффициент компенсации, каскад с дополнительным потоком питания.

**Evolution of Multi Recycled Uranium Isotope Composition in Closed Fuel Cycle of Light Water Reactors with Natural Uranium Feed.** A.Yu. Smirnov, G.A. Sulaberidze, National Nuclear Research University "MEPhI", 31, Kashirskoe Sh., Moscow, 115409, P.N. Alekseev, A.A. Dudnikov, V.A. Nevinitsa, V.N. Proselkov, A.V. Chibinyayev, RRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182. The physical problems of recycled uranium multiple usage in a light water reactors fuel cycle were analyzed. For that it was applied the complex approach on the basis of the simultaneous modeling of neutron-physical processes and processes of cascade separation of isotopes. In this study a set of scenarios of multiple irradiation of recycled uranium in light water reactors was considered. Thus additional absorption of neutrons by  $^{236}\text{U}$  isotope was compensated by additional enrichment on  $^{235}\text{U}$  isotope. Specific expenditures of natural uranium for enrichment of recycled uranium were received depending on the contents of  $^{232}\text{U}$  isotope.

**Key Words:** Recycled Uranium, Compensation Factor, Cascade with Additional Flow Feed.

### Введение

Отработавшее ядерное топливо (ОЯТ) более чем на 90 % состоит из урана, однако современное состояние ядерной науки и ядерных технологий таково, что проблема применения уже добытого и однократно использованного урана чаще всего откладывается либо на отдаленное будущее, либо навсегда. Опыт повторного применения урана в настоящее время имеет лишь ограниченное число стран [1]. Однако и этот имеющийся опыт ограничивается лишь однократным использованием регенерированного урана. При этом его многократное применение может снизить потребности в разработке новых урановых месторождений и повысить эффективность использования уже добытого урана [2].

Как показывают расчеты, остаточное содержание  $^{235}\text{U}$  в выгоревшем топливе ВВЭР-1000 выше, чем в природном уране, вплоть до выгораний 60 МВт·сут/кг. На рис. 1 для примера приведены результаты расчетов изменения массовых содержаний  $^{235}\text{U}$  и  $^{236}\text{U}$  при облучении в одном из вари-



Рис. 1. Содержание изотопов  $^{235}\text{U}$  и  $^{236}\text{U}$  в ОЯТ ВВЭР-1000 в зависимости от глубины выгорания

антов перспективных топливных загрузок ВВЭР-1000 с четырех-пяти годичным топливным циклом при ежегодной перегрузке (со средней по всем выгружаемым ТВС глубиной выгорания около 56,7 МВт·сут/кг). Эти результаты говорят не только о целесообразности повторного применения урана, выделенного из ОЯТ, но и необходимости проанализировать возможные сценарии его вторичного использования.

Повторное применение регенерированного урана, выделенного из ОЯТ, затруднено из-за наличия в изотопном составе  $^{236}\text{U}$  и  $^{232}\text{U}$ , которые образуются при облучении топлива. На рис. 2 показаны основные цепочки ядерных превращений, приводящие к образованию этих изотопов. Кроме них в регенерированном уране, естественно, присутствуют и другие изотопы, однако их отрицательное влияние на возможность вторичного использования регенерированного урана при изготовлении ядерного топлива существенно слабее.

Влияние  $^{232}\text{U}$  на нейтронно-физические характеристики пренебрежимо мало ввиду низкого содержания этого изотопа в топливе, содержащем регенерированный уран. Однако этот изотоп оказывает существенное воздействие на радиационные характеристики [1...3]. В течение долгого времени в России при изготовлении топлива на основе регенерированного урана (для РБМК-1000, а впоследствии и ВВЭР) содержание  $^{232}\text{U}$  ограничивалось уровнем  $2 \cdot 10^{-7}$  % от массы всех изотопов урана [4]. В настоящее время с учетом внедрения современных технологий изготовления твэлов рассматривается возможность повышения этого уровня.

Влияние  $^{236}\text{U}$  сказывается в дополнительном поглощении нейтронов и ухудшении нейтронно-физических характеристик топлива (сокращение длительности топливного цикла). Для сохранения нейтронно-физических характеристик необходимо компенсировать влияние  $^{236}\text{U}$  путем повышения исходной концентрации  $^{235}\text{U}$  [4]. Содержание  $^{234}\text{U}$  в регенерированном уране относительно мало по сравнению с  $^{236}\text{U}$  и в настоящее время не компенсируется [4],

хотя эта возможность в будущем не исключена.

Под коэффициентом компенсации понимается равенство

$$K_{236} = (C_{235}^{\text{г.у.}} - C_{235}^{\text{ф.у.}}) / C_{236}^{\text{г.у.}}, \quad (1)$$

где  $C_{235}^{\text{г.у.}}$ ,  $C_{236}^{\text{г.у.}}$  – концентрации соответственно  $^{235}\text{U}$  и  $^{236}\text{U}$  в топливе, изготовленном с применением регенерированного урана;  $C_{235}^{\text{ф.у.}}$  – концентрация  $^{235}\text{U}$  в штатном топливе.

Коэффициент компенсации определяется из требования сохранения длительности интервала работы между перегрузками при замене штатного топлива на изготовленное с применением регенерированного урана.

В работе [4] приведены результаты серии нейтронно-физических расчетов выгорания топлива в реакторах типа ВВЭР с фиксированной исходной концентрацией  $^{236}\text{U}$  и различной исходной концентрацией  $^{235}\text{U}$ . Анализ полученных результатов расчетов приводит к выводу, что для опытных партий топлива ВВЭР-1000, содержащего регенерат, можно рекомендовать коэффициент компенсации  $^{236}\text{U}$ , равный  $0,3 \pm 0,05$ . Реально это означает, что на каждый 1 кг  $^{236}\text{U}$  содержание  $^{235}\text{U}$  необходимо увеличить на  $300 \pm 50$  г по сравнению с его содержанием в штатном топливе того же обогащения [4]. В настоящей работе для анализа физических проблем многократного использования регенерированного урана в топливном цикле легководных реакторов применен комплексный подход на базе согласованного моделирования нейтронно-физических процессов и процессов каскадного разделения изотопов.

#### Сценарии рециклирования урана

В качестве топлива начальной загрузки рассматривалось топливо, полностью изготовленное из природного урана, которое затем облучалось в реакторе. Изотопный состав свежего топлива, полученного обогащением природного урана в каскаде из газовых центрифуг, рассчитан исходя из следующих предположений:

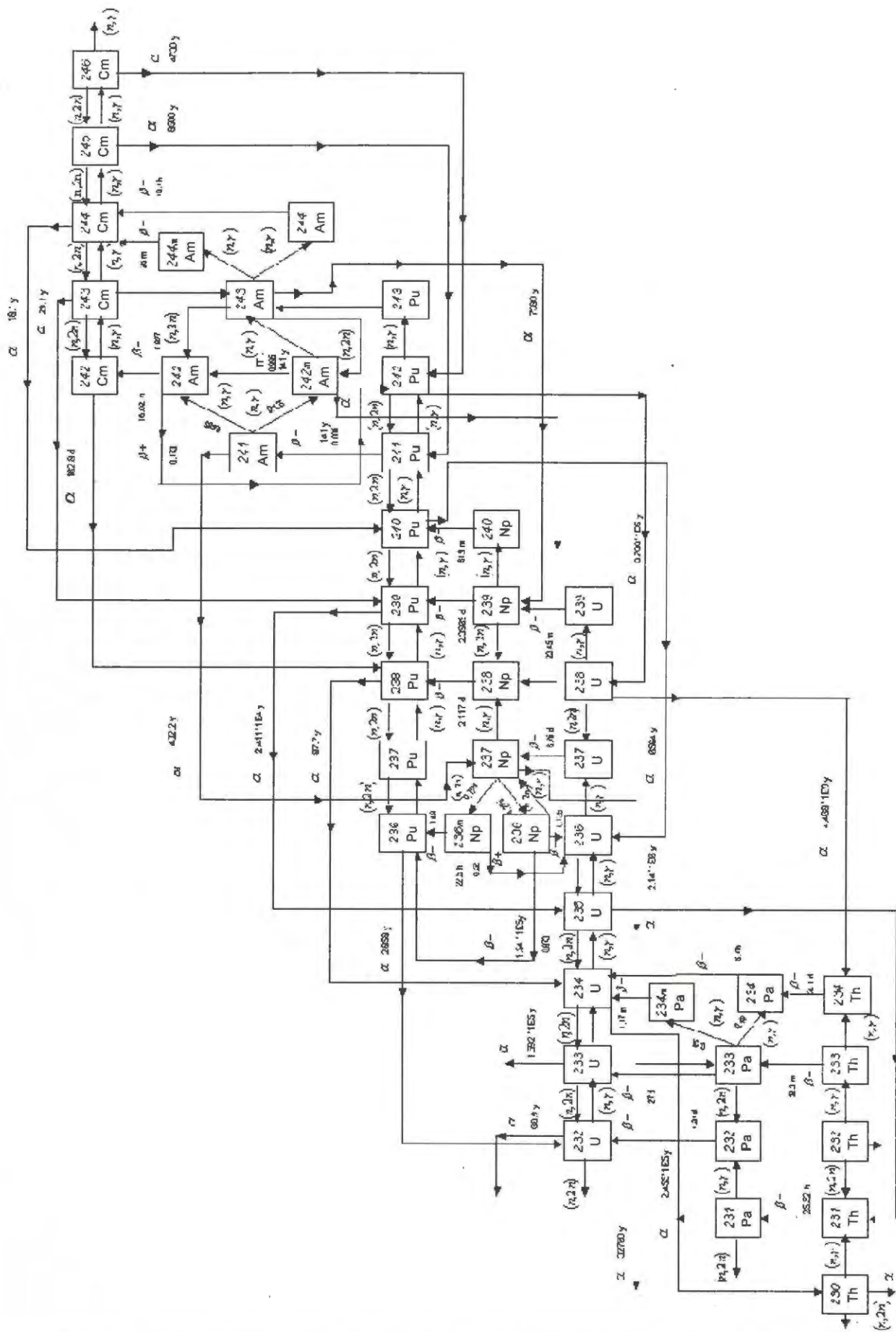


Рис. 2. Фрагмент цепочек ядерных превращений при облучении топлива в активной зоне

- рассмотрен идеальный каскад (с несмешиванием в “узлах” каскада по концентрациям компонентов  $^{235}\text{UF}_6$  и  $^{238}\text{UF}_6$ );
- коэффициент разделения ступени принят равным 1,2 [5].

В рассмотренных сценариях после облучения в реакторе типа ВВЭР до заданной глубины выгорания топливо выдерживается в течение 10 лет и далее перерабатывается. Выделенный из отработавшего топлива уран направляется для повторного использования в качестве ядерного топлива.

Для расчета количественного состава свежего топлива с регенератором урана применена модель квазиидеального каскада с дополнительным потоком питания (модельный каскад, используемый в теории разделения многокомпонентных смесей), в котором наряду с потоком  $F$  питания природным ураном предусмотрен дополнительный входящий поток  $E$ , подпитывающий каскад регенерированным ураном [6] (рис. 3).

Поскольку в регенерированном уране присутствует изотоп  $^{236}\text{U}$ , эквивалентная массовая концентрация  $C_{235\text{eq}}^P$   $^{235}\text{U}$  в потоке  $P$  обогащенного продукта рассчитывалась по формуле  $C_{235\text{eq}}^P = C_{235\text{nat}}^P + K_{236} C_{236}^P$ , где  $C_{235\text{nat}}^P$  – концентрация изотопа  $^{235}\text{U}$  в обогащенном продукте, полученном из урана природного

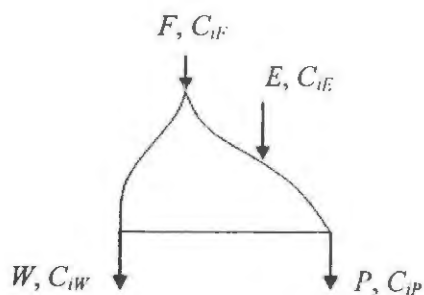


Рис. 3. Схема разделительного каскада с дополнительным потоком питания:  $P$  – поток продукта (отбор),  $W$  – поток отвала,  $E$  – дополнительный поток питания (регенерат),  $F$  – поток питания (природный уран),  $C_{iP}$  – концентрация  $i$ -го элемента в потоке отбора (продукта),  $C_{iW}$  – концентрация  $i$ -го элемента в потоке отвала,  $C_{iE}$  – концентрация  $i$ -го элемента в дополнительном потоке питания,  $C_{iF}$  – концентрация  $i$ -го элемента в потоке питания

состава;  $C_{236}^P$  – концентрация изотопа  $^{236}\text{U}$  в потоке отбора.

После того, как свежее топливо, изготовленное с применением регенерата, вновь облучено в реакторе, его опять выдерживают в течение 10 лет, затем перерабатывают и вновь направляют в обоганительный каскад. Таким образом, рассмотрен ряд сценариев многократного рециклирования урана в легководных реакторах (рис. 4), основные параметры сценариев приведены ниже:

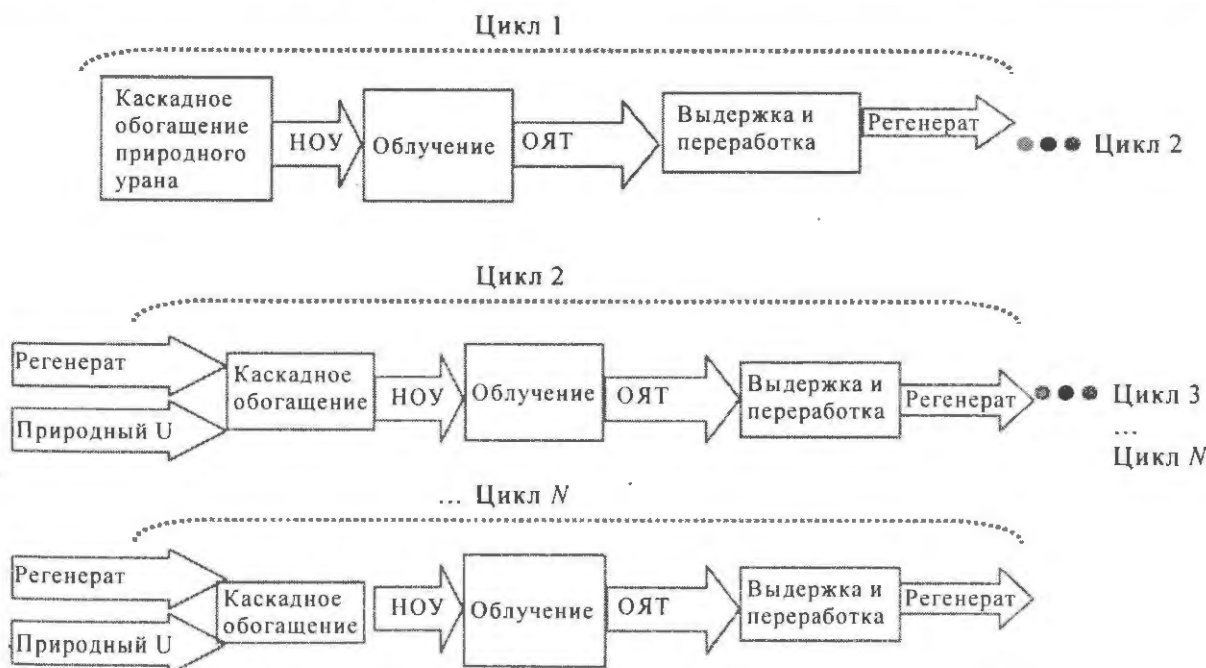


Рис. 4. Сценарии многократного использования регенерированного урана

глубина выгорания – 48 МВт·сут/кг;  
обогащение ( $C_{235nat}^P$ ) – 4,0 %;

содержание  $^{235}\text{U}$  в потоке отвала  $C_{235}^{II}$  – 0,1.

Рассмотрены следующие ограничения на содержание  $^{232}\text{U}$  в потоке продукта ( $C_{232}^P$  % тяжелых атомов):

- $C_{232}^P \leq 2 \cdot 10^{-7}$  % тяжелых атомов,
- $C_{232}^P \leq 5 \cdot 10^{-7}$  % тяжелых атомов,
- без ограничений.

Ниже на диаграммах (рис. 5...8) приведены основные результаты расчетного моделирования этих сценариев для содержащего регенерированный уран топлива с обогащением, эквивалентным 4,0 %, с учетом компенсации поглощения нейтронов изотопом  $^{236}\text{U}$  с дополнительным обогащением по изотопу  $^{235}\text{U}$ .

Как уже сказано выше, рассчитывалось выгорание до 48 МВт·сут/кг типичного топлива ВВЭР-1000 с обогащением 4,0 %. С этой целью использовалась гетерогенная модель топливной ячейки. Расчет скоростей реакций проводили с применением программы MCNP5, в которой реализован метод Монте-Карло. Нейтронные данные получены при помощи программы NJOY99

(версия 99.161) из файлов оцененных ядерных данных ENDF/B, JEFF и JENDL.

Для каждого нуклида подготовлен набор величин ядерных данных для требуемых температур. Система уравнений изотопной кинетики относительно единого вектора тяжелых ядер и осколков деления решалась в топливной зоне расчетной ячейки. При помощи программы MCNP5 для тяжелых ядер подготовлены сечения реакций  $\sigma(n, \gamma)$ ,  $\sigma(n, \text{fission})$ ,  $\sigma(n, 2n)$ ,  $\sigma(n, 3n)$ ,  $\sigma(n, n' + \alpha)$ ,  $v_{\text{total}}$ ; для осколков деления –  $\sigma(n, \gamma)$ .

Параметры радиоактивных распадов ( $\alpha$ ,  $\beta^-$ ,  $\beta^- + n$ ,  $\beta^+$ ), в том числе параметры распадов в дочерние нуклиды в первом возбужденном состоянии,  $\beta^+$ -распадов, изомерных переходов из первого возбужденного состояния в основное, изомерных переходов из второго возбужденного состояния в первое, параметры спонтанного деления – получены из библиотек распада файлов оцененных ядерных данных ENDF/B-6.

Параметры продуктов деления получены с учетом данных по выходам продуктов деления из ENDF/B-6. С использованием специальной процедуры размерность вектора выхода продуктов деления снижена с 1 325 до 1 098, для некоторых нуклидов до-

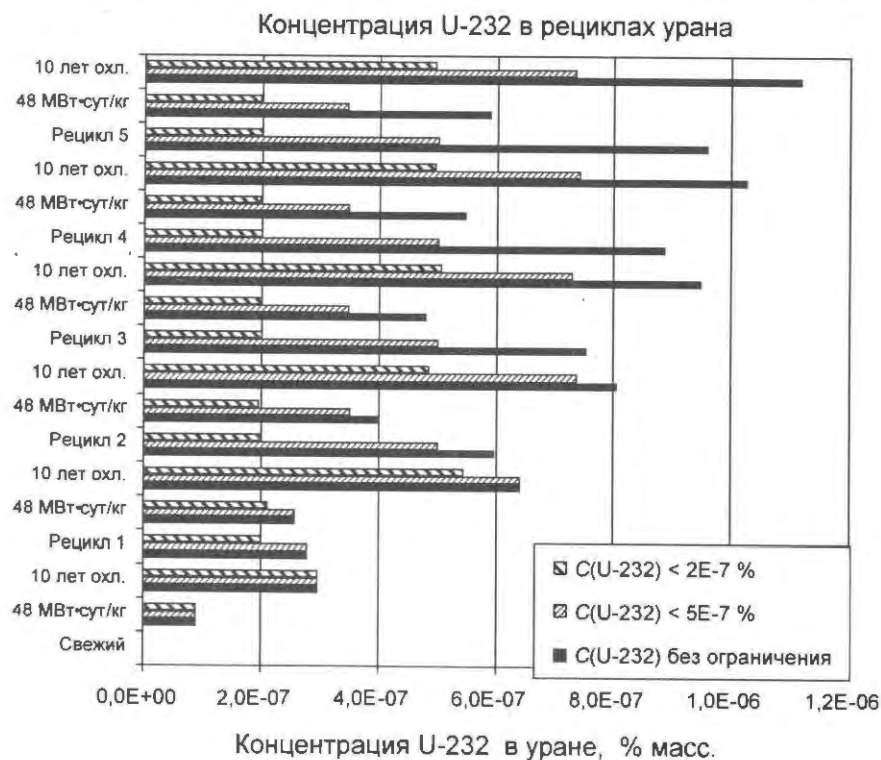


Рис. 5. Изменение массовой доли  $^{232}\text{U}$  в процессе многократного рециклирования

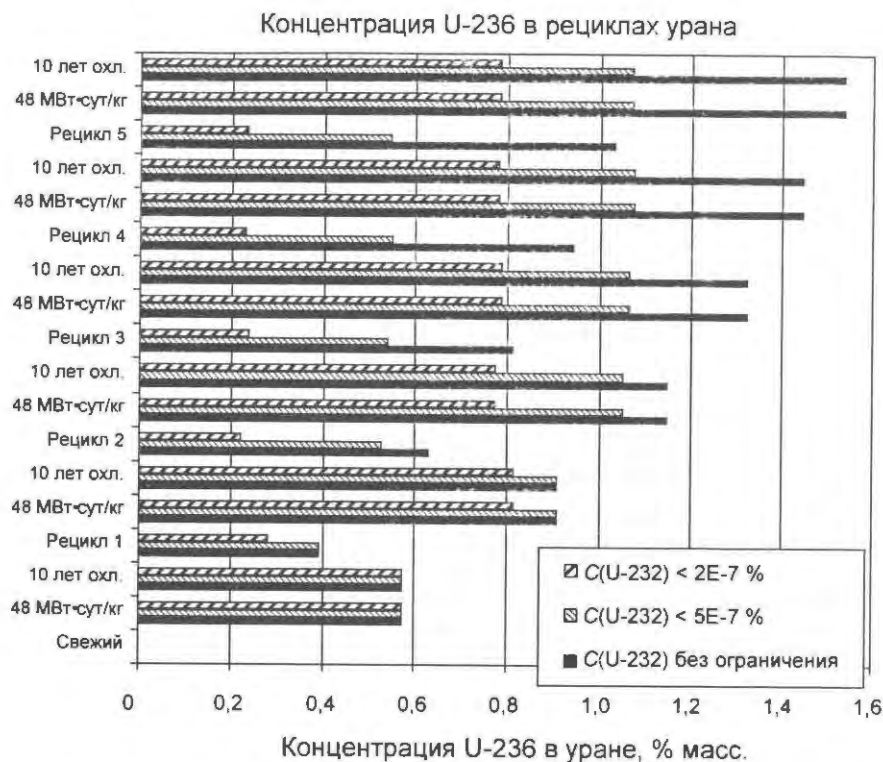


Рис. 6. Изменение массовой доли  $^{236}\text{U}$  в процессе многократного рециклирования

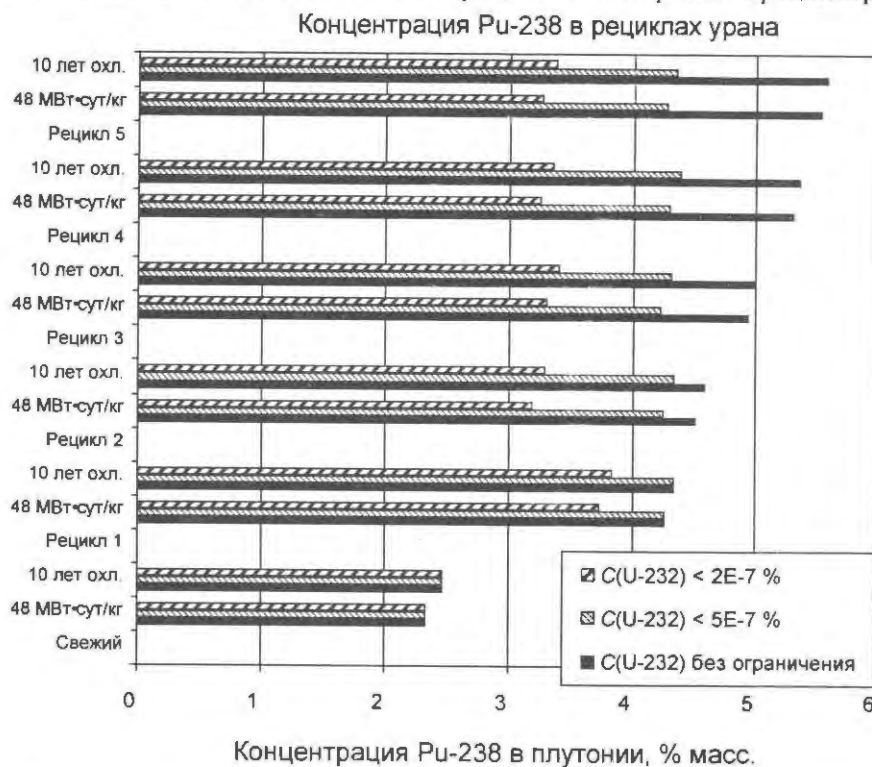


Рис. 7. Изменение массовой доли  $^{238}\text{Pu}$  в процессе многократного рециклирования

бавлены данные из файлов оцененных данных JENDL-3.2 таким образом, чтобы конечные нуклиды цепочек радиоактивного распада и  $(n, \gamma)$  реакций принадлежали бы к одним и тем же векторам продуктов деления.

Вероятности образования  $^{236m}\text{Np}$  в реакции  $^{237}\text{Np}(n, 2n)$ ,  $^{242m}\text{Am}$  в реакции  $^{241}\text{Am}(n, \gamma)$ ,  $^{242m}\text{Am}$  в реакции  $^{243}\text{Am}(n, 2n)$ ,  $^{244m}\text{Am}$  в реакции  $^{243}\text{Am}(n, \gamma)$  усреднены по спектру топливной зоны ячейки. С учетом этих данных автоматически формировалась матрица

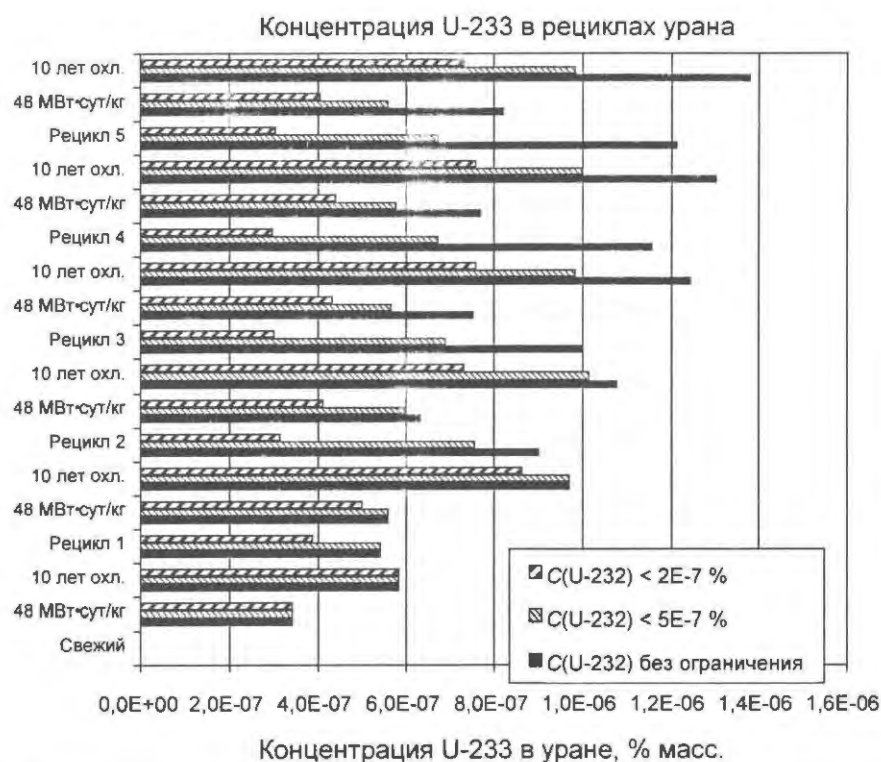


Рис. 8. Изменение массовой доли  $^{233}\text{U}$  в процессе многократного рециклирования

ядерных превращений, после чего система уравнений изотопной кинетики численно решалась на заданных интервалах облучения.

Из результатов расчетов следует (рис. 5...7), что при отсутствии ограничений на массовую концентрацию изотопа  $^{232}\text{U}$  концентрации  $^{232}\text{U}$  и  $^{236}\text{U}$  возрастают с числом рециклов. Также возрастает массовая концентрация  $^{238}\text{Pu}$  в отработавшем топливе.

Влияние всех указанных факторов, с одной стороны, приведет к затруднениям с точки зрения повторного применения регенерированного урана из-за роста концентраций излучателей жестких гамма-квантов; с другой стороны, из-за роста концентрации  $\alpha$ -активного  $^{238}\text{Pu}$  будет затруднено использование выделенного из отработавшего топлива плутония (например, в виде MOX топлива). Концентрация  $^{233}\text{U}$  также возрастает с числом рециклов, однако вследствие очень малых концентраций влияние этого изотопа на размножающие свойства топлива пренебрежимо мало (рис. 8).

Введение ограничений на содержание  $^{232}\text{U}$  в свежем топливе, изготовленном с применением регенерата, приводит (при выбранном способе дообогащения) к уста-

новлению равновесных массовых концентраций  $^{236}\text{U}$  и  $^{238}\text{Pu}$ , при этом однако возрастает потребление природного урана, затрачиваемого на дообогащение регенерата до заданных параметров (рис. 9).

Физическую сущность явлений, возникших при ограничениях на содержание  $^{232}\text{U}$  в свежем топливе, проиллюстрируем на примере второго рецикла регенерированного урана при ограничении  $C_{232}^P \leq 5 \cdot 10^{-7} \%$ . Как видно из графика зависимости концентрации изотопа  $^{232}\text{U}$  в потоке отбора от величины относительного потока дополнительного питания (поток регенерата урана)  $E/P$  (рис. 10), соблюдение условия  $C_{232}^P \leq 5 \cdot 10^{-7} \%$  возможно только до определенной величины  $E/P$ . Заметим, что каждая точка на прямой  $C_{232}^P = f(E/P)$  представляет собой каскад, обеспечивающий заданные концентрации по целевому изотопу.

Видно, что свыше "критического значения"  $E/P$  построение каскада, обеспечивающего жестко заданные внешние параметры и выполнение условия  $C_{232}^P \leq 5 \cdot 10^{-7} \%$ , а также возврат полного количества регенерата из предыдущего цикла, невозможно.

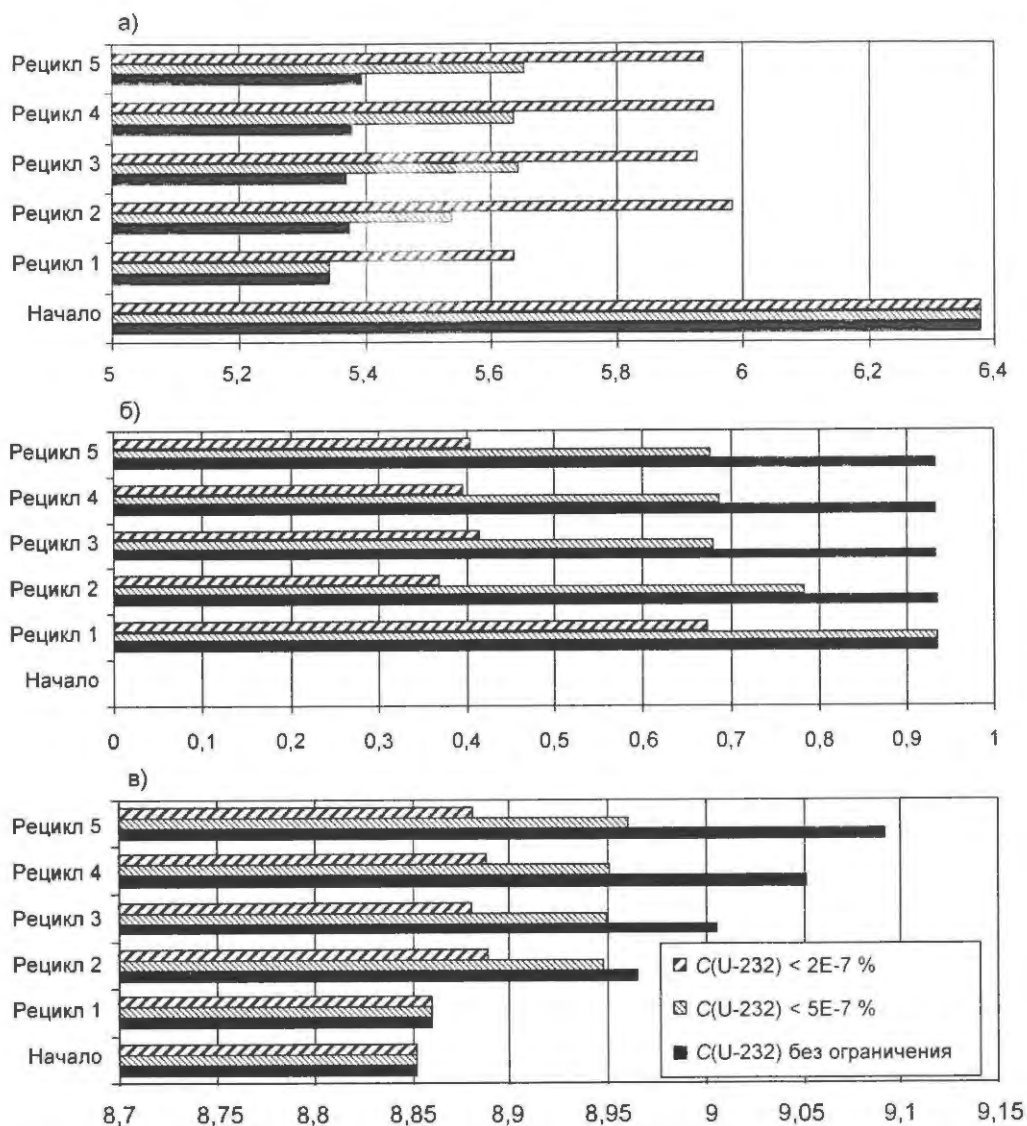


Рис. 9. Удельный расход природного урана (а), регенерированного урана (б) и удельные затраты работы разделения (в) в зависимости от числа рециклов

Это связано с тем, что величина  $E/P$  имеет ограничения, вызванные необходимостью соблюдения закона сохранения вещества, так как в разделительном каскаде всегда должны выполняться уравнения покомпонентного баланса и баланса внешних потоков каскада

$$PC_{iP} + WC_{iW} - FC_{iF} - EC_{iE} = 0, \quad (2)$$

$$P + W - F - E = 0, \quad (3)$$

в которых использованы обозначения в соответствии с рис. 3.

Из (2) и (3) можно получить связь величин  $E/P$  и  $F/P$  в виде

$$F/P = (C_{iP} - C_{iW}) / (C_{iF} - C_{iE}) - (E/P)(C_{iE} - C_{iW}) / (C_{iF} - C_{iE}). \quad (4)$$

Заметно, что при фиксированных значениях концентраций компонентов смеси величина  $F/P$  уменьшается с ростом  $E/P$ , что согласуется с зависимостью на рис. 11. С другой стороны, с ростом  $E/P$  возрастает влияние примесных изотопов на процесс разделения, что приводит к увеличению удельной работы разделения (рис. 12).

Из рис. 13...15 следует, что при отсутствии ограничений на содержание  $^{232}\text{U}$  в свежем топливе существует устойчивая тенденция к росту массовой концентрации  $^{232}\text{U}$  (и  $^{236}\text{U}$ ) в отработавшем топливе. При наличии ограничений на содержание  $^{232}\text{U}$  эта тенденция постепенно сменяется тенденцией выхода массовой концентрации

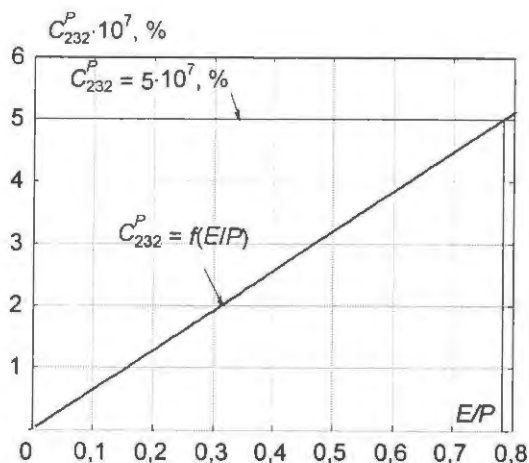


Рис. 10. Зависимость концентрации изотопа  $^{232}\text{U}$  в отборе из каскада от величины отношения потоков  $E/P$

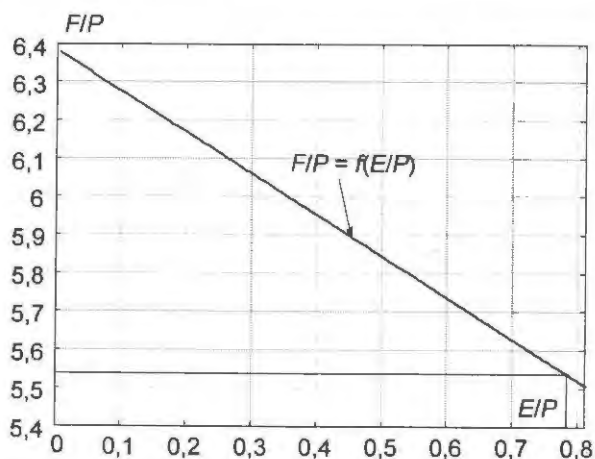


Рис. 11. Зависимость величины относительного потока основного питания  $F/P$  от величины относительного потока дополнительного питания  $E/P$

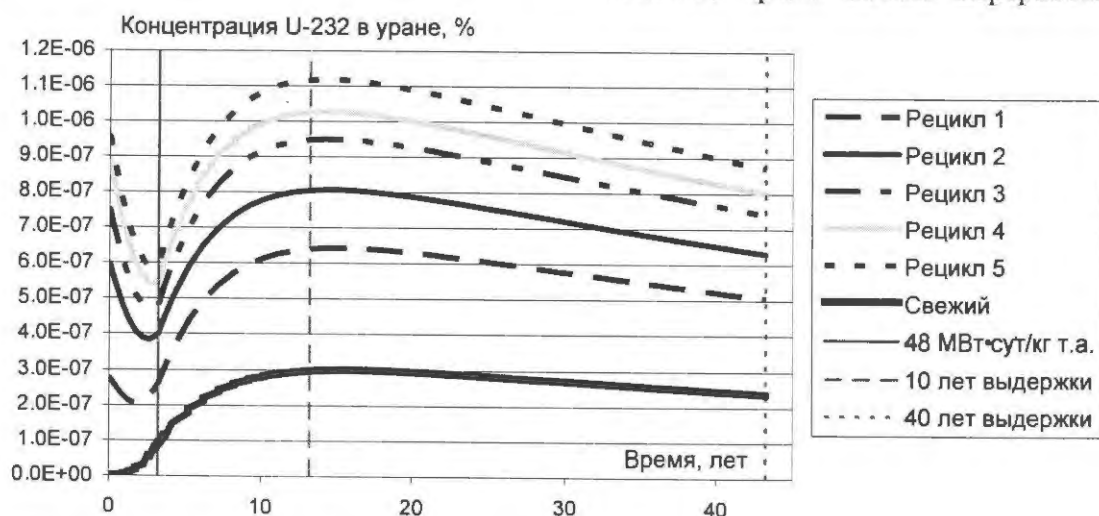


Рис. 13. Временная зависимость массовой концентрации  $^{232}\text{U}$  при различном числе рециклов без ограничений по содержанию  $^{232}\text{U}$

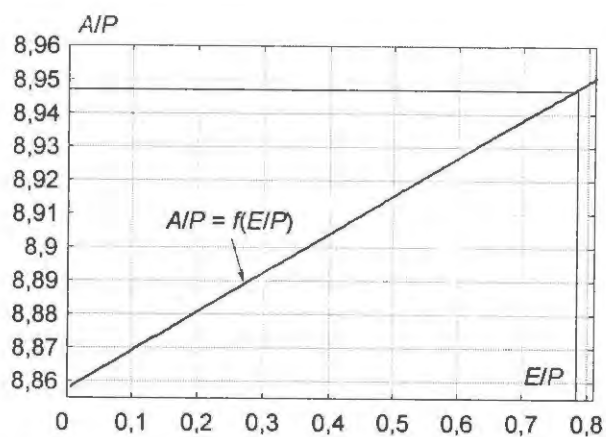


Рис. 12. Зависимость величины удельной работы разделения  $A/P$  от величины относительного потока дополнительного питания  $E/P$   $^{232}\text{U}$  (и  $^{236}\text{U}$ ) в отработавшем топливе в равновесие, особенно ярко это проявляется в случае ограничения  $C_{232}^P \leq 2 \cdot 10^{-7}$ .

Следует отметить, что время между выгрузкой и переработкой облученного топлива (10 лет), принятое в настоящей работе, не является оптимальным с точки зрения минимизации содержания  $^{232}\text{U}$  в отработавшем топливе.

Другими словами, в настоящей работе смоделирована ситуация, когда переработка топлива осуществляется в тот момент, когда массовая доля  $^{232}\text{U}$  близка к максимальной, т.е. в условиях, приближенных к наиболее неблагоприятным. Как видно из рис. 13...15, с точки зрения повторного применения регенерированного урана оптимальное время начала переработки ОЯТ

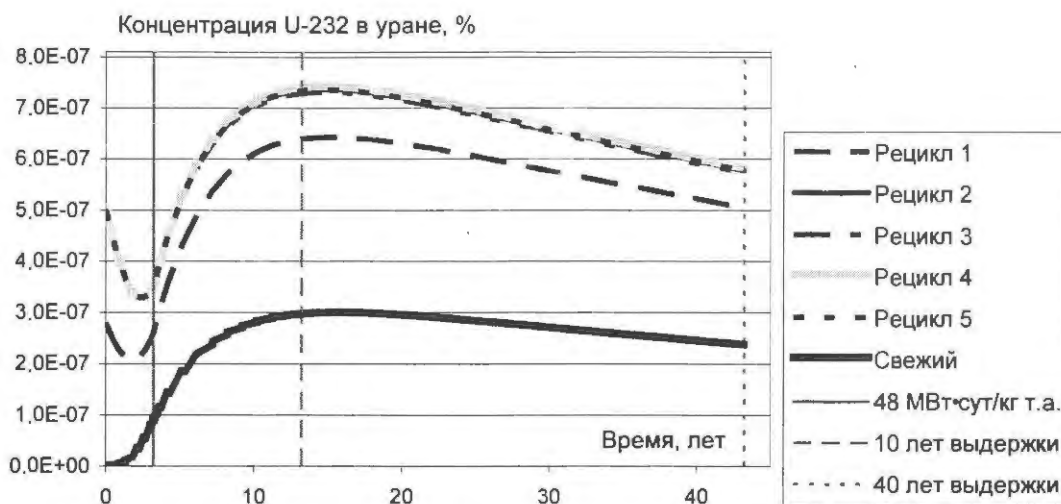


Рис. 14. Временная зависимость массовой концентрации  $^{232}\text{U}$  при различном числе рециклов при ограничении на содержание  $^{232}\text{U} \leq 5 \cdot 10^{-7} \%$

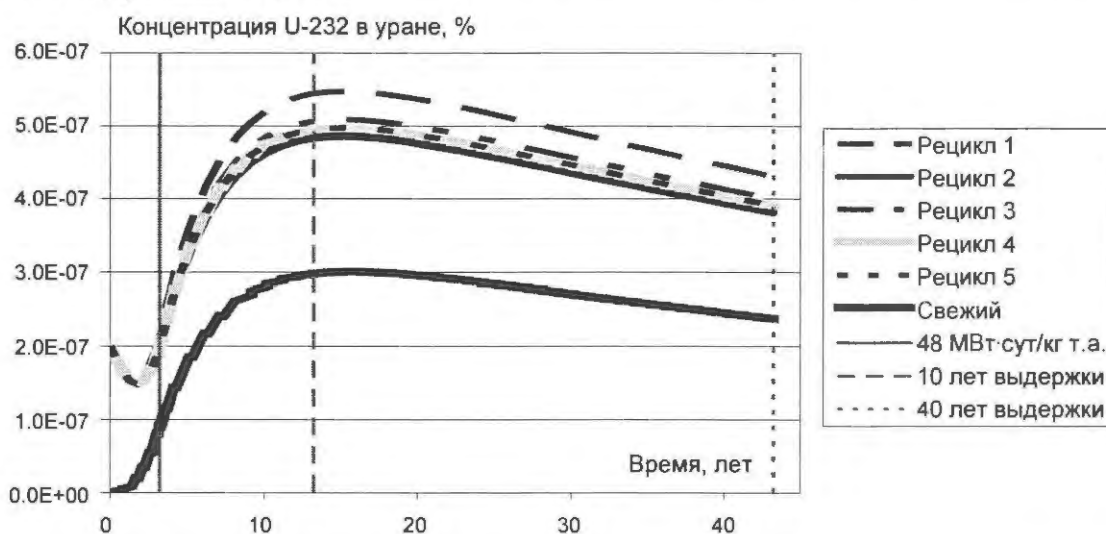


Рис. 15. Временная зависимость массовой концентрации  $^{232}\text{U}$  при различном числе рециклов при ограничении на содержание  $^{232}\text{U} \leq 2 \cdot 10^{-7} \%$

должно быть как можно ближе к моменту выгрузки из активной зоны.

### Заключение

В работе рассмотрен процесс эволюции изотопного состава многократно регенерированного урана в топливном цикле легководных реакторов с подпиткой природным ураном. Исследованы следующие закономерности:

- влияние числа рециклов на удельное потребление природного урана,
- зависимость удельного потребления природного урана от ограничений на содержание  $^{232}\text{U}$  в свежем топливе,

– особенности достижения равновесного состава топлива при наличии ограничений на содержание  $^{232}\text{U}$ .

Анализ данных, полученных в результате вычислений, позволяет сформулировать следующие выводы применительно к рассмотренным сценариям.

1. Многократное использование регенерированного урана без ограничений на содержание изотопа  $^{232}\text{U}$  снижает затраты природного урана примерно на 16 % при глубине выгорания 48 МВт·сут/кг.
2. При наличии ограничений на содержание изотопа  $^{232}\text{U}$  выигрыш в расходе природного урана снижается (до 7 % в случае ограничения  $2 \cdot 10^{-7} \%$  масс.).

3. Введение ограничений на содержание изотопа  $^{232}\text{U}$  позволяет остановить рост массовой доли урана  $^{236}\text{U}$  в свежем топливе и получить практически не меняющееся с номером рецикла содержание этого изотопа. Следует отметить, что чем на более низком уровне при выбранном способе дообогащения установлено ограничение на содержание изотопа  $^{232}\text{U}$ , тем более низким оказывается содержание изотопа  $^{236}\text{U}$  в свежем топливе (и соответственно содержание  $^{236}\text{U}$ ,  $^{238}\text{Pu}$  и  $^{237}\text{Np}$  в отработавшем топливе).

4. С ростом числа рециклов величина массовой концентрации  $^{232}\text{U}$  в отработавшем топливе растет, при наличии ограничений на концентрацию  $^{232}\text{U}$  в свежем топливе эта тенденция сменяется постепенным переходом к некоторому стационарному значению. Особенно эта закономерность проявляется в случае ограничения  $2 \cdot 10^{-7}$  % масс.

Авторы работы выражают свою признательность сотруднику ИЯР РНЦ "КИ" Татаурову А.Л. за высказанные им замечания, способствовавшие улучшению статьи.

#### Список литературы

1. *Матвеев Л.М., Ценгер Э.М.* Уран-232 и его влияние на радиационную обстановку в ядерном топливном цикле. М.: Энергоиздат, 1985.

2. *Hida K., Kusuno S., Seino T.* Simultaneous Evaluation of the Effects of  $^{232}\text{U}$  and  $^{236}\text{U}$  on Uranium Recycling in Boiling Water Reactors // Nuclear Technology, 75, 148 (1986).

3. *Zaritskaya T.S., Zaritskiy S.M., Kruglov A.K. et al.* Dependence of  $^{232}\text{U}$  formation in nuclear fuel on neutron spectrum // Atomic Energy, 1980, v. 48, No 2, pp. 71–75.

4. *Проселков В.Н., Алешин С.С., Попов С.Г. и др.* Анализ возможности использования топлива на основе регенерата урана в ВВЭР-1000 // Атомная энергия, 2003, т. 95, вып. 6, с. 422–428.

5. *Палкин В.А., Комаров Р.С.* Оптимизация параметров каскада газовых центрифуг для разделения регенерированного урана. В кн. "Физико-химические процессы при селекции атомов и молекул", Звенигород, октябрь 2005, с. 50–55.

6. *Sulaberidze G.A., Borisevich V.D., Xie Quanxin.* Quasi-ideal cascades with an additional flow for separation of multicomponent isotope mixtures // Theoretical Foundations of Chemical Engineering, 2006, Vol. 40, No 1, pp. 5–14.

#### Контактная информация –

*Смирнов Андрей Юрьевич, аспирант, тел.: (495)323-92-76, e-mail: a.y.smirnoff@rambler.ru;*  
*Невиница Владимир Анатольевич, ученый секр., тел. (499)196-70-16, e-mail: neva@dhtp.kiae.ru*

Вопросы атомной науки и техники.  
 Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4,  
 с. 70–80.

**К вопросу об оптимальной структуре развития ядерной энергетики России***А.В. Клименко,*

НИЯУ "МИФИ", 115409, Москва, Каширское шоссе, 31

Поступила в редакцию 17.03.2010 г.

Выполнены расчеты оптимальной структуры развития ядерной энергетики (ЯЭ) России, используя математическую модель оптимизации развития энергосистемы компьютерного кода TOBAS и исходные данные междисциплинарного исследования Массачусетского технологического института. Оптимальная структура ЯЭ представлена в конкуренции с угольной энергетикой и энергетикой на природном газе. Сделана оценка выгодности замкнутого ядерного топливного цикла (ЯТЦ) по критерию суммарных приведенных затрат на всю программу развития энергосистемы на бесконечном интервале планирования.

*Ключевые слова:* оптимальная структура, ядерная энергетика, энергосистема, конкурентоспособность, ядерные энергетические установки, ядерный топливный цикл.

**Optimal Structure of Development of Nuclear Power in Russia.** *A.V. Klimenko, National Research Nuclear University "MEPhI", 31, Kashirskoe Sh., Moscow, 115409.* The calculations of optimal structure of development of nuclear power in Russia are carried out, using mathematical model of optimization of power system development of a computer code TOBAS and results of interdisciplinary Massachusetts Institute of Technology study. The optimal structure of nuclear power is submitted in a competition to coal and natural gas power. The advantage of the closed nuclear fuel cycle by criterion of the total discounted costs on an infinite interval of planning is evaluated.

*Key Words:* Optimal Structure, Nuclear Power, Power System, Competitiveness, Nuclear Power Installations, Nuclear Fuel Cycle.

Эта статья является первой в цикле "Математическая модель оптимизации энергосистемы и ее приложения", состоящем из четырех статей и публикуемых в журнале ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов. Вторая статья посвящена приложениям – расчетам конкурентоспособности ядерных энергетических установок (ЯЭУ) и оценке выгоды замкнутого ЯТЦ для России. В третьей статье будет дано математическое описание системы ограничений, порождающей пространство допустимых планов в модели развития энергосистемы. Наконец, в четвертой статье приводится описание функционала, подлежащего оптимизации на множестве допустимых планов, и инструментов оптимизации – приведенных прибыли, выручки, затрат, цены энергии, а также дается работающий алгоритм оптимизации вырожденных задач большой размерности, к которым относится задача развития энергосистемы.

Таким образом, предполагается, что у читателя после ознакомления с этим циклом статей сложится довольно полное

представление о классе народнохозяйственных задач оптимизации для принятия решений о вводе в эксплуатацию энергетических установок (ЭУ) и среди них ЯЭУ.

**Введение**

В работе [1] сделан вывод о том, что на свободном рынке ЯЭ неконкурентоспособна в сравнении с энергетическими технологиями на угле и природном газе, т.е. стоимость ее энергии выше. Конкурентоспособной она становится, если учесть плату за вредные выбросы  $\text{CO}_2$  в размере  $\sim \$200$  за тонну выбросов. При этом ЯЭУ выгодно применять в открытом ЯТЦ. Там же расчетами показана более чем четырехкратная экономическая выгода от использования открытого ЯТЦ по сравнению с замкнутым (сравнивались топливные составляющие удельных расчетных затрат электроэнергии). Расчеты выполнены для тщательно подготовленных исходных данных и предполагают ввод ЯЭУ до середины XXI века, а далее ранее введенные мощности выраба-

тывают свой срок, так что интервал планирования составляет около 90 лет. В работе осторожно оговаривается, что эти выводы сделаны для условий развития США.

Работа [1] названа, и по сути является, междисциплинарным исследованием, выполненным большим коллективом экспертов уважаемого в мировом научном сообществе Массачусетского технологического института. Выводы сделаны серьезные, а высокий научный престиж Массачусетского технологического института заставляет внимательно отнестись к этой работе и ее выводам.

В этой же работе отмечается, что в будущем ситуация может измениться настолько, т.е. могут измениться исходные данные и усовершенствоваться модели исследования, что станет выгодным замкнутый ЯТЦ. Отмечается также, что не было проведено системной оптимизации, а все расчеты выполнены по балансным соотношениям (уравнениям) для умозрительно построенных правдоподобных схем ЯЭ и ЯТЦ.

Учитывая важность сделанных в [1] выводов, оценим выгодность ЯЭ и замкнутого ЯТЦ для России, максимально используя исходные данные работы [1] и применив математическую модель оптимизации энергосистемы [2].

## 1. Исходные данные.

### Основные допущения и определения

В расчетах стратегий энергосистемы России принимались следующие исходные данные.

#### 1.1. *Норма дисконтирования и эффективная процентная ставка*

Существование любой страны предполагает прогнозирование ее развития. Любой вариант прогноза (представления об изменении во времени) экономической жизни страны включает предполагаемый список объектов (хозяйственных мероприятий) и моменты их "ввода в эксплуатацию". Если качество варианта прогноза определять значением некоторой величины (целевой функции, функционала), то сравнение вариан-

тов предполагает знание критерия оптимизации (максимизации или минимизации) функционала.

Сам функционал, описывающий прогноз ввода в эксплуатацию объектов в разные моменты времени, должен учитывать ценность самого времени для развития. Другими словами, функционал должен с помощью функции ценности времени обеспечивать не только соизмерение разновременных факторов, но и их приведение к одному моменту времени (например, моменту начала интервала прогнозирования). Это обеспечивает сопоставимость сравниваемых значений функционала различных вариантов прогноза.

Функция ценности времени обычно включает переменную во времени норму, называемую нормой  $\rho = \rho(t)$  дисконтирования; саму же функцию ценности времени принято называть функцией дисконтирования. Норма дисконтирования служит одним из важнейших регуляторов экономических и социальных процессов в обществе. В развитых странах существует механизм отслеживания этой величины, например, с помощью учетной ставки рефинансирования центрального банка.

Чем больше значение  $\rho$ , тем большая доля богатства общества проедается и тем меньшая тратится на развитие (или будущее потребление). Если народное хозяйство располагает небольшим капиталом, то запуск механизма управления экономикой, направленного на поддержание низкого значения нормы дисконтирования, и сбалансированное экономическое развитие обеспечат высокий уровень жизни членов общества в будущем [3].

Решение задачи проводилось при четырех значениях нормы дисконтирования: 0,00; 0,05; 0,10 и 0,15 год<sup>-1</sup> (или 0; 5; 10; 15 %/год), отражающих разное состояние экономики.

Назначение  $\rho = 0,00$  год<sup>-1</sup> в одном из расчетных вариантов продиктовано теоретическим интересом. В настоящее время в мире разразился экономический кризис. Многие страны Европы, а также США, снижают учетную ставку рефинансирования

своих центральных банков, ответственных за выпуск государственных ценных бумаг (обязательств) и прежде всего денежных знаков, и тем самым снижают прокатную цену денег. Федеральная резервная система США (частный аналог центрального банка в США) летом 2009 г. объявила о снижении своей ставки до 0,5 % в год, а Европейский центральный банк начал выдавать кредиты банкам под 1 % в год.

В [1] в качестве нормы дисконтирования применена эффективная процентная ставка  $\rho_{\text{eff}}$ , на которую ориентирована их методика анализа для условий США. Предполагается, что для строительства, эксплуатации и вывода из эксплуатации любого энергетического объекта создается акционерное общество, и программа финансирования этого объекта частично использует банковский заем, а остальную ее часть составляют средства акционеров.

В этом случае эффективная процентная ставка вычисляется как сумма произведений процентной ставки банка (заемного капитала) на долю заемного капитала и ставки ожидаемого дохода акционеров на долю акционерного капитала. В дальнейшем изложении, принимая терминологию и логику [1], будем пользоваться следующим грубым допущением: дисконтирование всех факторов задачи (затрат всех видов, выпусков продукции и т.д.) произведем по ставке  $\rho(t) = \rho_{\text{eff}}(t)$ .

Таким образом, включая в анализ значение  $\rho = 0,00 \text{ год}^{-1}$  среди прочих, можно надеяться на установление тенденций поведения оптимального плана энергосистемы.

### 1.2. Интервал планирования

Истинный оптимальный план динамической оптимизационной задачи получается, когда в интервале  $(0, T)$  планирования его длительность  $T = +\infty$ . При решении таких задач численными методами ось времени приходится разбивать на подынтервалы и для каждого подынтервала записывать систему ограничений, связывая эти подынтервальные системы условиями на границах подынтервалов. Чтобы приблизиться к правильному решению задачи число под-

ынтервалов времени приходится увеличивать, из-за чего размерность задачи растет не менее чем экспоненциально.

Задача получается большой размерности и вызывает серьезные трудности при ее решении (до сих пор нет эффективных методов решения сильно вырожденных оптимизационных задач большой размерности, к которым относятся задачи оптимального планирования народного хозяйства). Это побуждает исследователей снижать число подынтервалов времени, а вместе с ним уменьшать длительность  $T$  интервала планирования. Последнее упрощение приводит к тому, что полученное решение сильно отличается от оптимального.

Поэтому большой интервал планирования является необходимым требованием динамических оптимизационных задач планирования. Существует минимальное граничное значение длительности  $T$  интервала планирования, меньше которого решение динамической оптимизационной задачи будет искажено. Как показано в [3], если нужно получить оптимальное решение на ближайшее будущее, то интервал планирования следует выбирать из соотношения  $\rho T \geq 6 \dots 7$ .

Чтобы удовлетворить этому соотношению для значения нормы дисконтирования (и эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}}$ ), равного  $0,05 \text{ год}^{-1}$ , интервал  $T$  должен быть не менее 125...140 лет. Оптимизация при значительно меньшем  $T$  даст решение, которое будет сильно отличаться от оптимального [3] уже на начальном участке интервала планирования, например, на первых 10...20 годах. Так, при  $\rho T \cong 3 \dots 3,5$  значения параметров на первом подынтервале искажаются в два и более раз, в связи с чем принятые в практике нашей страны интервалы планирования длиной всего лишь в 20 или даже 30 лет вызывают большую тревогу за их научную обоснованность. Во избежание этого в расчетах интервал планирования принят равным 150 годам.

Неопределенность далекого будущего велика. Для больших интервалов планирования влияние этой неопределенности снижается, так как все факторы, входящие в

функционал, умножаются на функцию дисконтирования. При больших временах  $t$  значения функции дисконтирования малы и добавки "будущих периодов" в функционал невелики. Мы можем ошибиться в определении планов на *далекое* будущее, но его следует учесть в любом виде, чтобы правильно определить наше *ближайшее* будущее. Поступит новая информация о будущем и мы сможем скорректировать наше ближайшее будущее с учетом уже построенного настоящего.

Конечно, длины этого интервала в 150 лет недостаточно для расчетов по ставке  $\rho = 0,00 \text{ год}^{-1}$ , т.е. без дисконтирования. При этом интегралы в функционале при  $T \rightarrow +\infty$  становятся несобственными и расходящимися, если верхний предел их искусственно не ограничить. Понимая всю условность расчетов по ставке  $\rho = 0,00 \text{ год}^{-1}$ , интервал планирования в этом случае также принят равным 150 годам.

В расчетах учтена энергетическая предистория до начала интервала планирования, т.е. на интервале  $(-\infty, 0)$ .

### 1.3. Энергосистема и спрос на энергию

Под энергетической системой будем понимать энергосистему планеты либо континента, либо группы стран, либо страны, либо области страны, либо района области, либо одну энергоплощадку, на которой размещены энергоблоки, или даже один энергоблок.

Сценарии глобального развития мировой энергетики обычно основываются на динамике мирового энергопотребления. Некоторые исследования [4...7] расчленяют мир на географические регионы (Северная Америка, Латинская Америка, Западная Европа, Восточная Европа, Африка, Ближний Восток и Саудовская Аравия, Азиатско-Тихоокеанский регион), прогнозируют темпы роста населения в них, удельное потребление электроэнергии на душу населения и таким образом выходят на суммарное потребление электроэнергии по регионам и миру. Эти оценки предполагают для 2050 г. суммарное население по всем регионам от 8,7 до 11,3 млрд. человек и минимальную

потребность в первичной энергии в разных вариантах развития от 690 до 1 407 ЭДж, а для 2100 г. – соответственно от 7 до 15 млрд. человек и 827...2 228 ЭДж.

В настоящем исследовании для России и стран, куда могут быть проданы ее энергия и энергопроизводящая продукция, т.е. для энергетического рынка России, взята одна из последних и, по мнению автора, существенных экспертных оценок [1], которая критически анализировала среди прочих и экспертные оценки МАГАТЭ. В ее основе лежат мировая динамика и условное расчленение мира на ансамбли стран по степени их развитости (1 – развитые страны; 2 – страны, которые во времена СССР входили в Совет Экономической Взаимопомощи (СЭВ); 3 – наиболее развитые страны из числа развивающихся стран; 4 – менее развитые страны из числа развивающихся стран; 5 – наименее развитые страны).

Эта оценка предполагает, что до 2050 г. развитые страны и страны, входившие в СЭВ, продолжат тенденцию умеренного (не более 1 % в год) увеличения использования электроэнергии на душу населения, а развивающиеся страны приблизятся к отметке в 4 000 кВт·час на человека в год (если достижение ее для них вообще возможно). Для 2050 г. суммарное мировое потребление электроэнергии оценивается величиной 39 000 ТВт·час.

Для определенности будем считать энергопроизводящим рынком (энергосистемой) России такой рынок, который включает потребности и возможности не только России, но и стран, которые во времена СССР входили в СЭВ, а также часть потребностей азиатских стран.

Неопределенность данных о спросе на энергию в настоящих расчетах задавалась интервально [8, 9]. Одной границей этого интервала является напряженное развитие народного хозяйства, соответствующее верхнему уровню (ВУ) спроса на энергию, другой границей – спокойное (и даже медленное) развитие, соответствующее нижнему уровню (НУ). ВУ и НУ спросов на энергию всех видов приведены к эквива-

лентным уровням спроса на электроэнергию.

Применяя экспертную оценку [1], в табл. 1 дан общий спрос на энергию в соответствии с вышеприведенными допущениями, а в табл. 2 – спрос на энергию, который может быть удовлетворен за счет развития ядерного топливно-энергетического комплекса. За “нулевой” год принят 2000-й год. Детальное представление спроса на энергию, использованное в расчетах, дано на рис. 1.

**Таблица 1.** Спрос на энергию, производимую энергопроизводящим рынком России, ТВт·час

Спрос на энергию В году	НУ	ВУ
0	1 202	1 202
50	1 598	1 598
100	1 598	2 635
150	1 598	2 635

**Таблица 2.** Спрос на энергию, производимую рынком ЯЭ России, ТВт·час

Спрос на энергию В году	НУ	ВУ
0	213	213
50	433	677
100	714	1 116
150	714	1 116

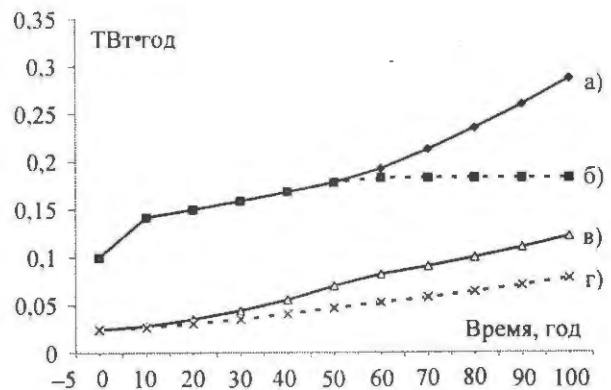
**Таблица 4.** Запасы РФ по урановым ресурсам в залежах (в тоннах природного урана)

Категория залежей урана по классификации МАГАТЭ <sup>*1)</sup>	Стоимость добычи 1 кг природного урана, \$		
	< 40	< 80	< 130
RAR	66 100	145 000	Нет данных
EAR-I	17 200	36 500	Нет данных
EAR-II	0	56 300	104 500
SR <sup>*2)</sup>	Нет данных	Нет данных	550 000

\*1) Категории залежей урана по классификации МАГАТЭ:

1. RAR (Reasonable Assured Resources) – запасы урана оцениваются по характеристикам образцов и параметрам пластов залегания урана. Высокая степень надежности оценок.
2. EAR-I (Estimated Additional Resources – Category I) – дополнительные запасы урана, оцениваемые по имеющимся или похожим образцам. Менее надежная степень оценки, чем RAR.
3. EAR-II (Estimated Additional Resources – Category II) – дополнительные предполагаемые запасы, оцененные главным образом по тенденциям и характеристикам подобных, хорошо известных залежений. Еще меньшая степень надежности оценок, чем EAR-I.
4. SR (Speculative Resources) – в дополнение к предыдущей категории EAR-II предполагается, что эти запасы урана существуют главным образом на базе косвенных свидетельств и геологических экстраполяций.

\*2) В категории SR указано дополнительно 450 000 т природного урана без определения стоимости добычи.



**Рис. 1.** Спрос на энерговыработку для России: а) суммарный ВУ спроса; б) суммарный НУ спроса; в) ВУ спроса для ЯЭ; г) НУ спроса для ЯЭ

#### 1.4. Ресурсы первичных энергоисточников

Интегральная оценка запасов традиционных первичных извлекаемых топливных ресурсов для России взята из [10] и дана в табл. 3. Оценка запасов урана для России взята из работы [11] и сведена в табл. 4.

**Таблица 3.** Оценка традиционных первичных извлекаемых топливных ресурсов для России, Гт н.э.

Вид топлива	Разведанные запасы	Прогнозируемые запасы
Уголь	121	894
Сырая нефть и газовый конденсат	45	62
Природный газ	40	200

Кроме того, к запасам урана для нужд ЯЭ без определения стоимости отнесены 500 т высокообогащенного оружейного урана, а также 300 000 т отвального урана с концентрацией 0,36 % урана-235, накопленных до начала интервала планирования [8]. Запасы хранящегося плутония (оружейного и в топливных сборках), доступного России до начала интервала планирования, принимались равными 200 т [12, 13].

Термин “запасы” относится к известным условным ресурсам, которые могут быть извлечены с применением существующей технологии в современных экономических условиях при различной стоимости извлечения. Замыкающей технологией добычи урана в расчетах принималась техноло-

гия его добычи из воды мирового океана по цене от 500 до 1000 \$/кг.

#### 1.5. Стоимости переделов ЯТЦ

В табл. 5 приведены стоимости переделов ЯТЦ, оцененные в работе [1] в долларах США 2002 г. Эти данные брались за основу в расчетах. Однако, поскольку многие переделы в настоящих расчетах оптимизировались, то нет необходимости принимать за истину все сильно упрощенные фиксированные значения стоимостей табл. 5. Например, нет смысла использовать статью “закупка руды” по цене 30 \$/кг природного урана, если в расчетах оптимизационная задача сама определяет темп добычи руды (т.е. потоки добычи природного урана) при

**Таблица 5.** Стоимость переделов для однократного ЯТЦ и ЯТЦ с повторным использованием топлива (MOX-топлива)

Составляющая стоимости	OECD/NEA (2002)*	DOEGEN-IV**	Fetter, Bunn, Holdren ***	Наилучшие рекомендации [1]
Закупка руды, \$/кг	20-30-40****	20-30-80	33	30
Переработка руды, \$/кг	3-5-7	3-5-8	4-6-8	8
Изотопное обогащение, \$/кг ЕРР	50-80-110	50-80-120	50-100-150	100
Изготовление уранового топлива (UOX), \$/кг ТМ	200-250-300	200-250-350	150-250-350	275
Хранение и захоронение ОЯТ, \$/кг ТМ	410-530-650	210-410-640	0-150-300 (больше, чем для ВАО)	400
Переработка UOX-топлива, \$/кг ТМ	700-800-900	500-800-1 100	500-1000-1 600	1000
Переработка MOX-топлива, \$/кг ТМ	700-800-900	500-800-1 100	—	—
Хранение и захоронение ВАО, \$/кг ТМ	63-72-81	80-200-310	0-150-300 (меньше, чем для ОЯТ)	300
Изготовление MOX-топлива, \$/кг ТМ	900-1 100-1 300	600-1 100-1 750	700-1 500-2 300	1 500

\*OECD/NEA, Accelerator-riven Systems and Fast Reactors in Advanced Nuclear Fuel Cycles, 2002.

\*\*DOE, Generation 4 Roadmap – Report of the Fuel Cycle Crosscut Group, 2001.

\*\*\*Fetter, Bunn, Holdren. The Economics of Reprocessing vs. Direct Disposal of Spent Nuclear Fuel, 1999.

\*\*\*\*) Левое значение величины означает нижнюю границу, правое – верхнюю, среднее – промежуточное значение между нижним и верхним граничными значениями.

уже заданных условиями задачи запасах природного урана по стоимостным категориям (табл. 4). Все же для определенности и общности приведем эту таблицу.

### 1.6. Энергетические технологии и участие их в покрытии спроса на энерговыработку

Энергетические технологии, участвующие в покрытии спроса на электроэнергию, представляют собой ядерные энерготехнологии, а также энерготехнологии на органическом топливе: угле и природном газе. Широкий спектр энергоисточников (нефть, гидроэнергия, солнечная энергия, ветровая и т.д.) в настоящей работе, как и в работе [1], не рассматривался, поскольку цель – показать, насколько выгодны замкнутый ЯТЦ и ориентированные на его использо-

вание ЯЭУ, т.е. их способность конкурировать не только с другими ЯЭУ открытого ЯТЦ, но и с традиционными ЭУ.

В табл. 6 приведены технико-экономические характеристики ЯЭУ, а в табл. 7 – угольных ЭУ и ЭУ на природном газе. В табл. 8 даны общие физико-технические характеристики ЯЭУ, а в табл. 9 – характеристики топливных циклов реакторов ЯЭУ для расчетных вариантов, т.е. вариантов с существующими ЭУ, среди которых ЯЭУ с ядерными реакторами типа:

- РБМК-3-1000(U-Pu) – уран-плутониевый канальный реактор для работы в замкнутом ЯТЦ;
- ВВЭР-О-1000(U) – урановый водо-водяной энергетический реактор для работы в открытом ЯТЦ;

Таблица 6. Техничко-экономические характеристики ЯЭУ

Параметр \ ЯЭУ	РБМК-3-1000 (U-Pu)	ВВЭР-О-1000 (U)	ВВЭР-3-1000 (U-Pu)	БН-3-800 (U-Pu)
1. Уровень инфляции, %	0	0	0	0
2. Учетная банковская ставка, % /год, при:				
$\rho_{\text{eff}} = 0$	0,0	0,0	0,0	0,0
$\rho_{\text{eff}} = 5$	5,0	5,0	5,0	5,0
$\rho_{\text{eff}} = 10$	10,0	10,0	10,0	10,0
$\rho_{\text{eff}} = 15$	15,0	15,0	15,0	15,0
3. Ожидаемая доходность для акционера, % /год, при:				
$\rho_{\text{eff}} = 0$	0,0	0,0	0,0	0,0
$\rho_{\text{eff}} = 5$	5,0	5,0	5,0	5,0
$\rho_{\text{eff}} = 10$	10,0	10,0	10,0	10,0
$\rho_{\text{eff}} = 15$	15,0	15,0	15,0	15,0
4. Отношение заемного капитала к акционерному	50/50	50/50	50/50	50/50
5. Срок возврата заемного капитала, лет	10	10	10	10
6. Срок службы ЭУ, лет	40	40	40	40
7. Удельный расход топлива, г н.э.*/(кВт(э)·час)	–	–	–	–
8. Стоимость 1 кВт установленной электрической мощности без процентов, \$	2 000	2 000	2 000	2 000
9. Продолжительность строительства, лет	5	5	5	5
10. Период после строительства	–	–	–	–
11. Амортизационный регламент, лет	ускоренный, 15	ускоренный, 15	ускоренный, 15	ускоренный, 15
12. Модернизация:				
доля затрат, %	20	20	20	20
временной период, через каждые	20 лет	20 лет	20 лет	20 лет

Таблица 6. Окончание

13. Доля затрат на снятие с эксплуатации, %	17,5	17,5	17,5	17,5
14. Приростные капитальные затраты, $\$/(\text{кВт}(\text{э})\cdot\text{час})$	20	20	20	20
15. Покупная цена топлива, $\$/\text{т н.э.}$	–	–	–	–
16. Эскалация (темп роста) стоимости топлива, %	0	0	0	0
17. Сбор на ядерные отходы, $\text{с}\$^{**}/(\text{кВт}(\text{э})\cdot\text{час})$	0,1	0,1	0,1	0,1
18. Фиксированные затраты на эксплуатацию и техническое обслуживание, $\$/(\text{кВт}(\text{э})/\text{год})$	63	63	63	63
19. Переменные затраты на эксплуатацию и техническое обслуживание, $\text{с}\$ /(\text{кВт}(\text{э})\cdot\text{час})$	0,047	0,047	0,047	0,047
20. Эскалация (темп роста) расходов на эксплуатацию и техническое обслуживание, %	0	0	0	0
21. Оплата ущерба от единичной аварии с полной потерей теплоносителя, Г\$	20	20	20	20

<sup>\*</sup> г н.э. – граммы нефтяного эквивалента, <sup>\*\*</sup> с\$ – центы доллара США

Таблица 7. Техно-экономические характеристики традиционных ЭУ

ЭУ Параметр	ЭУ-У1	ЭУ-У2	ЭУ-Г1	ЭУ-Г2
1. Уровень инфляции, %	0	0	0	0
2. Учетная банковская ставка, % /год, при:				
$\rho_{\text{eff}} = 0$	0,0	0,0	0,0	0,0
$\rho_{\text{eff}} = 5$	5,0	5,0	5,0	5,0
$\rho_{\text{eff}} = 10$	10,0	10,0	10,0	10,0
$\rho_{\text{eff}} = 15$	15,0	15,0	15,0	15,0
3. Ожидаемая доходность для акционера, % /год, при:				
$\rho_{\text{eff}} = 0$	0,0	0,0	0,0	0,0
$\rho_{\text{eff}} = 5$	5,0	5,0	5,0	5,0
$\rho_{\text{eff}} = 10$	10,0	10,0	10,0	10,0
$\rho_{\text{eff}} = 15$	15,0	15,0	15,0	15,0
4. Отношение заемного капитала к акционерному	60/40	60/40	60/40	60/40
5. Срок возврата заемного капитала, лет	10	10	10	10
6. Срок службы ЭУ, лет	40	40	40	40
7. Удельный расход топлива, г н.э./ $(\text{кВт}(\text{э})\cdot\text{час})$	233,4	233,5	180,6	160,6
8. Стоимость 1 кВт установленной электрической мощности без процентов, \$	1 300	1 300	500	500
9. Продолжительность строительства, лет	4	4	2	2

Таблица 7. Окончание

10. Период после строительства	–	–	–	–
11. Амортизационный регламент, лет	ускоренный, 15	ускоренный, 15	ускоренный, 15	ускоренный, 15
12. Модернизация:				
доля затрат, %	20	20	20	20
временной период, через каждые	20 лет	20 лет	20 лет	20 лет
13. Доля затрат на снятие с эксплуатации, %	–	–	–	–
14. Приростные капитальные затраты, \$/(кВт(э)·час)	15	15	6	6
15. Покупная цена топлива, \$/т н.э. <sup>*)</sup>	47,8	47,8	139,5	139,5
16. Эскалация (темп роста) стоимости топлива, %	0	0	0	0
17. Сбор на ядерные отходы, с\$/(кВт(э)·час)	–	–	–	–
18. Фиксированные затраты на эксплуатацию и техническое обслуживание, \$/(кВт(э)/год)	23	23	16	16
19. Переменные затраты на эксплуатацию и техническое обслуживание, с\$/(кВт(э)·час)	0,338	0,338	0,052	0,052
20. Эскалация (темп роста) расходов на эксплуатацию и техническое обслуживание, %	0	0	0	0
21. Электрическая мощность (нетто), МВт	1000	1000	1000	1000
22. Коэффициент использования установленной мощности (КИУМ), отн.ед.	0,80	0,80	0,80	0,80

\*) т н.э. – тонна нефтяного эквивалента

Таблица 8. Общие физико-технические характеристики ЯЭУ

ЯЭУ Параметр	РБМК-3-1000 (U-Pu)	ВВЭР-О-1000 (U)	ВВЭР-3-1000 (U-Pu)	БН-3-800 (U-Pu)
1. Вид ЯТЦ	Замкнутый	Открытый	Замкнутый	Замкнутый
2. Полная тепловая мощность, МВт	3 200	3 200	3 200	2 100
3. Электрическая мощность (нетто), МВт	913	1000	1000	800
4. К.п.д. (нетто), %	28,5	31,2	31,2	38,1
5. КИУМ, отн. ед.	0,80	0,80	0,80	0,80
6. Тип замедлителя	графит	вода	вода	–
7. Тип теплоносителя	вода + водяной пар	вода	вода	натрий
8. Вероятность аварии с полной потерей теплоносителя, (реактор·год) <sup>-1</sup>	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-6</sup>
9. Тип реактора	канальный	корпусной	корпусной	корпусной

Таблица 9. Характеристики топливных циклов реакторов ЯЭУ

ЯЭУ Параметр	РБМК-3- 1000 (U-Pu)	ВВЭР-О- 1000 (U)	ВВЭР-3- 1000 (U-Pu)	БН-3- 800 (U-Pu)
	1	2	3	4
1. Вид топлива: активная зона боковая зона воспроизводства торцевая зона воспроизводства	UO <sub>2</sub> -PuO <sub>2</sub>	UO <sub>2</sub>	UO <sub>2</sub> -PuO <sub>2</sub>	$\frac{UO_2 - PuO_2}{U(мет.)}$ $\frac{U(мет.)}{U(мет.)}$
2. Масса топлива, т ТМ : активная зона первая топливная загрузка стационарный режим боковая зона воспроизводства торцевая зона воспроизводства	162,4 214	70 70	70 70	$\frac{12,65}{13,18}$ 11,72
3. Время между перегрузками топлива, год	1	1	1	0,48
4. Средняя длительность кампаний топлива, год	3	3	3	–
5. Время пребывания топлива во внешнем топливном цикле, год	1	1	1	1
6. Обогащение отвального урана, % урана-235	0,2	0,2	0,2	0,2
7. Средняя глубина выгорания выгружаемого топлива в стационар- ном режиме, МВт·сут/кг ТМ	20,0	41,0	45,0	–
8. Ежегодный расход топлива в стационарном режиме при КИУМ = 0,80, т ТМ/год	46,7	22,8	20,8	–

- ВВЭР-3-1000(U-Pu) – уран-плутониевый водо-водяной энергетический реактор для работы в замкнутом ЯТЦ;
- БН-3-800(U-Pu) – уран-плутониевый быстрый натриевый реактор для работы в замкнутом ЯТЦ.

Характеристики ЯЭУ взяты из [14... 16], относятся к 1990-м годам и, с точки зрения сегодняшнего дня, отражают пессимистическую картину физико-технических характеристик. Тем не менее в этих работах представлены подробно изотопные составы топлива первых загрузок и установившегося режима перегрузок, что является несомненным достоинством этих работ, поскольку современные модели оптимизации структуры ЯЭ и ее ЯТЦ способны учесть оптимальное “движение” во времени и пространстве сотен потоков изотопов, что в свою очередь более правильно определяет моменты ввода в эксплуатацию ЯЭУ и, следовательно, структуру ЯЭ.

Традиционная энергетика в расчетах представлена ЭУ с характеристиками, взятыми из [1]:

- на угольном топливе с условным названием “ЭУ-У1” и “ЭУ-У2”;
- на природном газе с условным названием “ЭУ-Г1” и “ЭУ-Г2”.

Мы сознательно учитывали в настоящих расчетах только действующие энергетические технологии в отношении ЯЭУ (правда, БН-3-800(U-Pu) только строится, но в инженерном плане он близок к действующему БН-600 на урановом топливе). В отношении ЭУ на природном газе учитывались также перспективные энергетические технологии ЭУ-Г2. Конечно, на плановом интервале в 150 лет будут разработаны и введены новые, более экологически чистые, безопасные и экономичные ЯЭУ, ЭУ на традиционном топливе и ЭУ, использующие возобновляемые источники энергии.

Причем разработка перспективных ЯЭУ дается труднее таковой для ЭУ на традиционном топливе и не всегда может

Таблица 9. Окончание

	9. Средняя концентрация изотопов первой загрузки, кг/г ТМ				10. Средняя концентрация изотопов топлива подпитки в стационарном режиме, кг/г ТМ :				11. Средняя концентрация изотопов выгружаемого топлива в стационарном режиме, кг/г ТМ			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
U-235	20,00	31,20	22,10	<u>2,34</u> 3,00 3,00	19,34	44,00	37,60	<u>2,34</u> 3,00 3,00	6,37	12,40	11,87	<u>1,98</u> 1,52 1,44
U-236	-	-	5,00	-	10,52	-	-	-	11,52	5,00	9,41	-
U-238	980,00 0	968,8 0	962,8 0	<u>841,31</u> 997,00 997,0	960,90	956,0 0	947,3 0	<u>841,31</u> 997,00 997,0	949,7	929,2 0	917,6 3	<u>841,31</u> 990,34 987,3
Np-237	-	-	-	-	2,65	-	5,60	-	-	0,70	0,77	-
Pu-238	-	-	-	-	3,05	-	2,10	-	-	-	-	-
Pu-239	-	-	-	<u>156,35</u> 0 0	0,96	-	1,80	<u>156,35</u> 0 0	2,66	6,20	6,47	<u>135,51</u> 7,93 10,97
Pu-240	-	-	-	-	2,57	-	0,60	-	3,06	2,20	3,09	-
Pu-241	-	-	-	-	-	-	-	-	0,97	2,00	2,35	-
Pu-242	-	-	-	-	-	-	-	-	2,69	0,70	1,61	-

увенчаться успехом. Учет только действующих ЯЭУ, более дорогих в сравнении с проектируемыми, приводит к большим значениям функционала и заведомо делает ЯЭУ менее конкурентоспособными с другими ЭУ. Тем важнее получить сравнительную оценку конкурентоспособности ЯЭУ.

В табл. 6 и 7 приведены значения характеристик, взятые из [1]. Исключением служат принятые автором для расчетов значения уровня инфляции, учетной банковской ставки, ожидаемой доходности акционера, характеристики модернизации ЭУ и снятия ее с эксплуатации, а также оплата ущерба от единичной аварии с полной потерей теплоносителя. Это объясняется стремлением выполнить расчеты российской энергетики не только для экономических условий США, но и рассмотреть более широкий диапазон изменений экономической ситуации.

Стоимостные характеристики, если это специально не оговаривается, даны для 2002 г. В табл. 8 и 9 приведены значения характеристик только для ЯЭУ.

#### 1.7. Поставка корпусов для ядерных реакторов

Принималось, что машиностроительная промышленность способна поставлять корпуса ядерных реакторов требуемого ассортимента на интервале планирования со следующей интенсивностью: 2 корпуса в год на подынтервале (0, 30 лет), 4 корпуса в год на подынтервале (31, 40 лет), 6 корпусов в год на подынтервале (41, 50 лет). Начиная с

51 года ограничение на поставку корпусов снималось, т.е. предполагалось, что любое требуемое оптимальным планом количество корпусов будет поставлено.

Если окажется, что на ограничительном подынтервале (0, 50 лет) оптимизация энергосистемы установит предпочтительность использования ЯЭУ с корпусными реакторами, но интенсивность их поставки будет недостаточна, то нехватка ядерных энергетических мощностей может быть восполнена ЯЭУ с канальными реакторами типа РБМК-3-1000(U-Pu). Разумеется, оптимизация установит выгодность применения ЯЭУ с канальными реакторами типа РБМК-3-1000(U-Pu) и в других случаях.

Несмотря на потерю Атоммаша (г. Волгоград Ростовской области), принятая интенсивность поставок корпусов представляется осуществимой силами России и Чешской Республики.

#### 1.8. Выбросы энерготехнологиями вредных химических соединений в окружающую среду

В табл. 10 даны удельные величины учитываемых вредных химических соединений, выбрасываемых в атмосферу при использовании соответствующих энерготехнологий и их топливных циклов: ядерного, угольного, нефтяного и на природном газе [17]. Заметим, что для ЯТЦ данные табл. 10 отражают реальности сегодняшнего дня, когда отдельные передельные ядерного топлива применяют электроэнергию и тепло разных потенциалов, вырабатываемые на теп-

**Таблица 10.** Атмосферные выбросы от различных топливных циклов, включая стадию производства электроэнергии, г/(кВт·час)

Топливный цикл Вид выброса	ЯТЦ	Угольный	Нефтяной	На природном газе
SO <sub>x</sub>	1,500	12,50	8,30	13,70
NO <sub>x</sub>	0,400	3,00	4,50	3,40
CO	0,010	0,24	0,61	0,06
CH <sub>4</sub>	0,005	0,05	1,25	0,01
CO <sub>2</sub>	8,000	1 100,00	640,00	530,00
Твердые частицы	0,400	0,90	0,86	0,14

ловых электростанциях и в котельных, а также дизельное топливо для многотоннажных грузовиков, используемых при добыче урана на рудниках и в открытых карьерах.

В будущем нужды ЯТЦ в энергии могут удовлетворяться за счет ядерных энерготехнологий, вследствие чего данные табл. 10 для ЯТЦ могут сильно измениться в сторону снижения. Заставляя ЯЭ оплачивать штрафы ЯТЦ будущего по “расценкам” сегодняшнего дня, мы тем самым искусственно ставим ядерные энерготехнологии в невыгодное положение по сравнению с традиционными энерготехнологиями.

В табл. 11 приведены значения денежных штрафов (в немецких марках – DM за тонну выбросов), разработанных в Институте прикладной экологии (Institute for Applied Ecology / Oeko-Istitut, Германия) [17]. Старая денежная единица – DM действовала в Германии до перехода на общеевропейскую валюту EURO.

Табл. 10 и 11 нетрудно пересчитать в эквивалентные выбросы CO<sub>2</sub> и штрафы за них (табл. 12). При пересчете принималось во внимание, что в Германии в течение длительного периода времени перед переходом на современную денежную единицу EURO существовал курс доллара США: \$1 = 1,65 DM.

Из табл. 12 следует, что чем больше выбросов CO<sub>2</sub> приходится на эксплуатацию энерготехнологии, тем меньшим штрафом следует ее облагать! По этой логике получается самой экологически чистой угольная энерготехнология, ей уступает нефтяная, затем – на природном газе, а самой экологически грязной – ЯЭ, каждую тонну выбросов CO<sub>2</sub> которой следует нещадно (мно-

гократно) штрафовать в отличие от такой же тонны CO<sub>2</sub> угольной энерготехнологии. Нам представляется, что эксперты Института прикладной экологии допустили логическую ошибку. К сожалению, именно эти рекомендации фигурируют в расчетах и экспертных оценках, которые выполняются уважаемым Институтом для стран Евросоюза.

Логичнее не отдавать преимуществ ни одной энерготехнологии и, следовательно, для всех них считать штраф единым. В этом случае дело сводится к определению величины штрафа, достаточной для перевода экологически грязных энерготехнологий в разряд замыкающих экологический баланс и даже экономически несостоятельных. Тем не менее табл. 11 важна, так как дает дифференцированные оценки штрафов для разных вредных химических соединений, а полученная нами табл. 12 свидетельствует, что эти оценки штрафов не оптимизированы. Оптимизированные оценки штрафов за тонну выбросов химического соединения не давали бы преимущества ни одному виду топливного цикла.

В [1] рекомендуют установить “углеродный налог” (налог на выбросы CO<sub>2</sub>) в размере от 50 до 200 \$/т, считая, что величина “углеродного налога” в 200 \$/т сделает ЯЭ конкурентоспособной.

Табл. 12 ставит ЯТЦ в заведомо невыгодное положение по отношению к угольному, нефтяному и на природном газе топливным циклам. Чтобы воспользоваться в расчетах дифференцированными значениями штрафов за каждый вид выбросов, в табл. 10 и 11 нужно нивелировать явную нелогичность этих штрафов в отношении

**Т а б л и ц а 11.** Штрафы за выбросы в атмосферу, DM/т

Вид выброса	SO <sub>x</sub>	NO <sub>x</sub>	CO	CH <sub>4</sub>	CO <sub>2</sub>	Твердые частицы
Штраф	5 000	4 000	500	2 000	10...100	1000

**Т а б л и ц а 12.** Эквивалентные штрафы за выбросы в атмосферу CO<sub>2</sub> для разных топливных циклов, \$/т

Топливный цикл	ЯТЦ	Угольный	Нефтяной	На природном газе
Штраф	720...730	48...102	66...120	100...155

ЯТЦ. Это можно сделать, если воспользоваться экспертной оценкой [1], в которой спрос на ЯЭ мира и России обоснован и детерминирован.

## 2. Сравнительный анализ результатов

Чтобы ответить на вопрос, выгоден ли замкнутый ЯТЦ для России, нужно провести следующие оптимизационные расчеты. Оптимизация энергосистемы, в которой наряду с ЯЭУ свободно конкурируют угольные ЭУ и ЭУ на природном газе, даст оптимальный план со своим значением функционала. В этот план могут войти как ЯЭУ, работающие в открытом ЯТЦ, так и ЯЭУ, работающие в замкнутом ЯТЦ.

В общем случае, если ЯЭУ, работающая в открытом или замкнутом ЯТЦ, не входит в оптимальный план, то можно искусственно задать спрос на ее продукцию, и тогда задача оптимизации включит ее в план (иначе нарушатся ограничения на удовлетворение искусственно заданного спроса), – в этом случае будет получен локально-оптимальный план со своим значением функционала, большим по величине, чем значение функционала в оптимальном плане (если функционал оптимизационной задачи минимизируется). По величине разности значений функционалов “локально-оптимального” и “оптимального” планов можно судить, насколько далеко отстоит “локально-оптимальный план” от “оптимального”, т.е. о степени выгоды “локально-оптимального плана”.

Расчеты оптимальных и локально-оптимальных планов энергосистемы на всем расчетном интервале ( $-\infty$ , 150 лет) времени проведены для ВУ и НУ спроса на вырабатываемую энергию для широкого диапазона изменений значений эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}}$ : 0; 5; 10; 15 %/год.

Поскольку для сравниваемых вариантов при оптимизации энергосистемы польза от работы энергосистемы была одна и та же по условиям задачи, то оптимизация проводилась по критерию минимума функционала – суммарных приведенных затрат на всю программу развития энергосистемы на всем

расчетном интервале времени – в оптимизационной модели энергосистемы кода TOBAS [2].

Чтобы сравнить стоимость открытого и замкнутого ЯТЦ, в исходных данных удельные капитальные затраты, текущие эксплуатационные расходы без топливной составляющей и вредные выбросы химических соединений для всех типов ЯЭУ приняты одинаковыми (как и в работе [1]), тем самым максимально снизив влияние на стоимость ЯТЦ факторов, непосредственно не связанных с ядерным топливом. Полностью избавиться от влияния указанных факторов не удастся. Это связано с тем, что в оптимизационной модели энергосистемы [2] оптимизируются моменты ввода энергетических объектов и среди них – энергоблоков, в частности, ЯЭУ разных типов.

Моменты ввода являются управляющими параметрами оптимизационной модели – так что, если в какой-то момент времени удельные капитальные затраты, текущие эксплуатационные расходы без топливной составляющей, вредные выбросы химических соединений, топливная составляющая для ЯЭУ ниже таковых для угольных ЭУ или ЭУ на природном газе, то из этого не следует, что выгодно вводить ЯЭУ; ЯЭУ может не вестись в эксплуатацию по причине того, что для ее топлива, включающего сложную композицию изотопов, к этому моменту еще не накоплен на стадии фабрикации топлива один из изотопов композиции и нужно еще подождать.

Так топливный цикл ЯЭУ через моменты ввода ЭУ (и наоборот) влияет на все составляющие затрат, изменения которых учитываются в функционале по меньшей мере двояко: посредством приведения во времени и как функции установленных мощностей, в свою очередь зависящих от моментов ввода. В этом состоит некорректность сравнения открытого и замкнутого ЯТЦ только по величине топливной составляющей функционала. Поэтому сравнение конкурентоспособности ЭУ и выгоды замкнутого ЯТЦ проводилось по величине функционала всей энергосистемы.

Несмотря на то, что удельные капитальные затраты, текущие эксплуатационные расходы без топливной составляющей и вредные выбросы химических соединений для всех типов ЯЭУ приняты одинаковыми, ЯЭУ с БН-З-800(U-Pu) ни в один оптимальный план не вошли по причине использования ими более дорогого топлива в сравнении с другими ЯЭУ. Иначе говоря, применение ЯЭУ с БН-З-800(U-Pu) требует запуска более дорогого замкнутого ЯТЦ.

Во всех оптимальных планах в структуру ЯЭ вошли только ЯЭУ с реакторами типа ВВЭР-О-1000(U) и ВВЭР-З-1000(U-Pu). ЯЭУ с канальными реакторами типа РБМК-З-1000(U-Pu) в оптимальный план не попали, что по-видимому связано с использованием в расчетах устаревших (двадцатилетней давности) физико-технических характеристик этих реакторов, – так что принятая в п. 1.7 интенсивность поставок корпусов ядерных реакторов оказалась достаточной. Во всех оптимальных планах небольшие усилия, которые требовались от работы замкнутого ЯТЦ, связаны в основном с получением изотопов плутония и непутия, входящих в состав топлива ЯЭУ типа ВВЭР-З-1000(U-Pu).

Чтобы заставить работать замкнутый ЯТЦ, половина спроса на энергию, постав-

ляемую в энергосистему ЯЭ, адресно (искусственно) передавалась для выработки ЯЭУ с БН-З-800(U-Pu). В этом случае при оптимизации энергосистемы получался локально-оптимальный план.

Каждый оптимальный или локально-оптимальный план описывается согласованным поведением около 1000 функций времени. Из-за громадного объема численной информации приводить его полностью имеет смысл только в научно-технических отчетах. Представление о структуре развития энергосистемы России в оптимальном и локально-оптимальном планах, например, для эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}} = 10\%$ /год и ВУ спроса на энерговыработку, можно получить из рис. 2 и 3, а для НУ – из рис. 4 и 5.

Структура дана в виде графиков загрузки текущей мощностью вошедших в план ЭУ, так что выделенные на рисунках площади отражают энерговыработку этими ЭУ. Несмотря на то, что оптимизация проводилась на интервале 150 лет, для всех вариантов оказалось достаточно ресурсов (запасов урана, угля и природного газа). Изменения в структуре энергосистемы для каждого плана легко объясняются приведенными выше исходными данными и направлены на обеспечение минимального значения

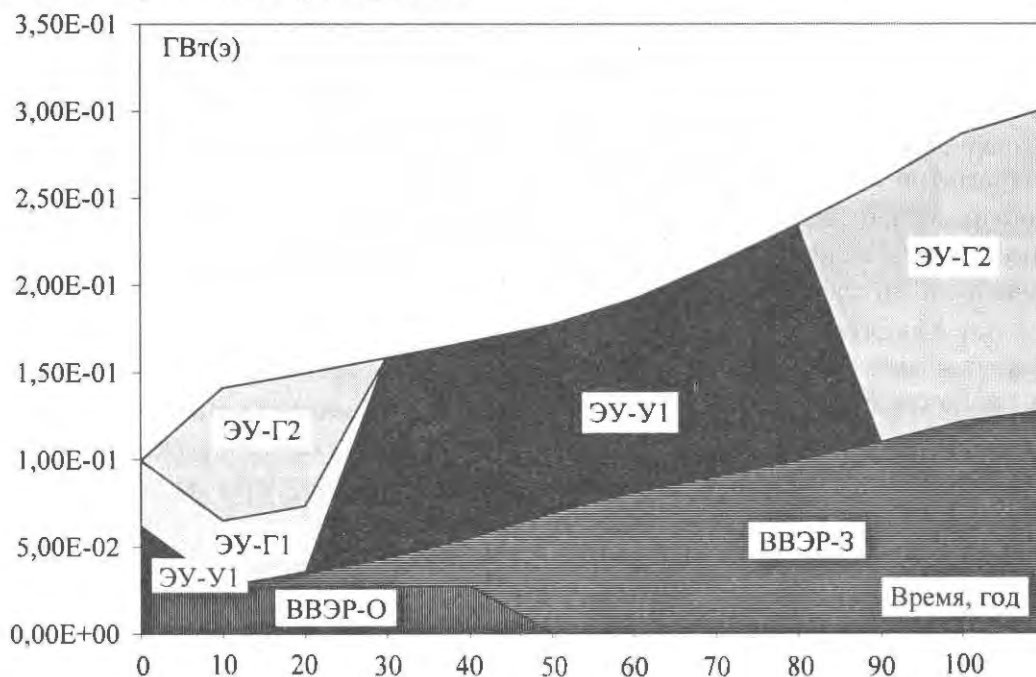


Рис. 2. Графики текущей мощности (загрузки) во времени в оптимальном плане для ВУ спроса на энерговыработку России при эффективной процентной ставке 10 % в год

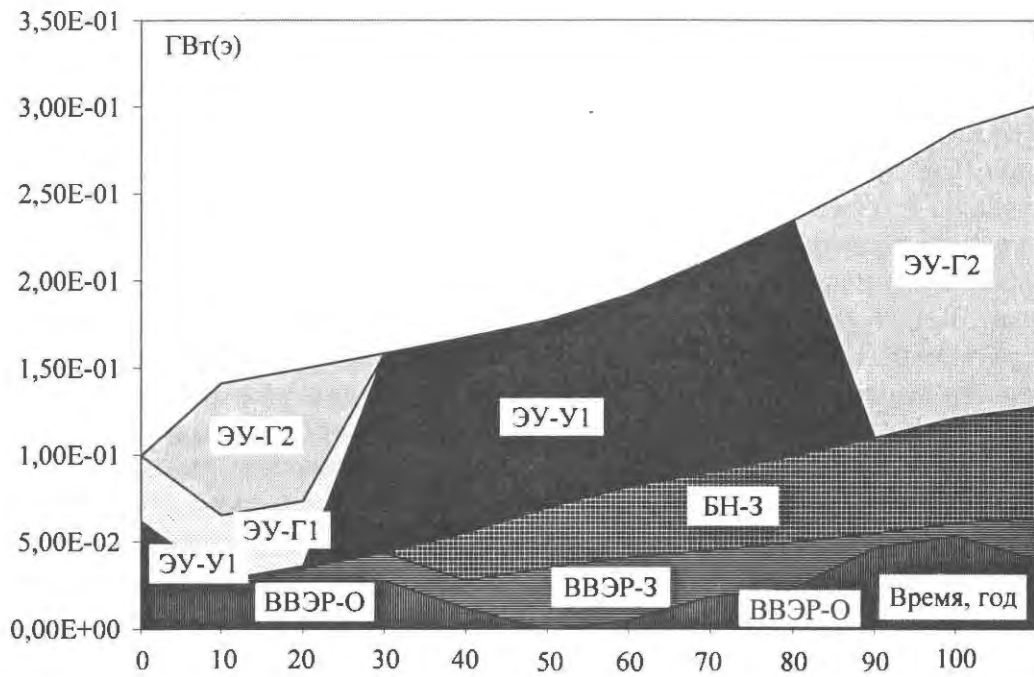


Рис. 3. Графики текущей мощности (загрузки) во времени в локально-оптимальном плане для ВУ спроса на энерговыработку России при эффективной процентной ставке 10 % в год

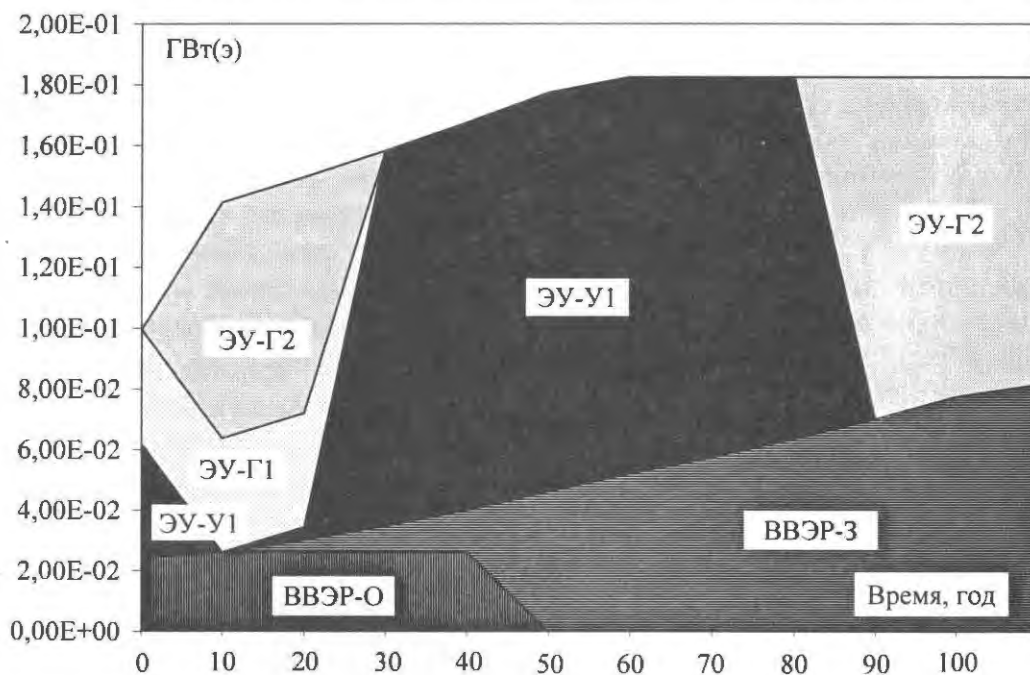


Рис. 4. Графики текущей мощности (загрузки) во времени в оптимальном плане для НУ спроса на энерговыработку России при эффективной процентной ставке 10 % в год

функционала этого плана. Расчеты показывают, что, например, в окрестности середины XXI века в энергосистеме выгодно использовать ВВЭР-О-1000(U), ВВЭР-3-1000 (U-Pu), БН-3-800(U-Pu) и ЭУ-Г2, если народное хозяйство будет сбалансировано и достигнет высочайшего уровня производительности труда ( $\rho_{\text{eff}} = 0 \%$ /год).

Если же экономика страны достигнет сбалансированности и экономический рост обеспечит приемлемую для развития минимальную норму прибыли ( $\rho_{\text{eff}} = 5...10 \%$ /год), то в окрестности середины XXI века в энергосистеме выгодно применять ВВЭР-О-1000(U), ВВЭР-3-1000(U-Pu), БН-3-800 (U-Pu) и ЭУ-У1, оставив энергетическое ис-

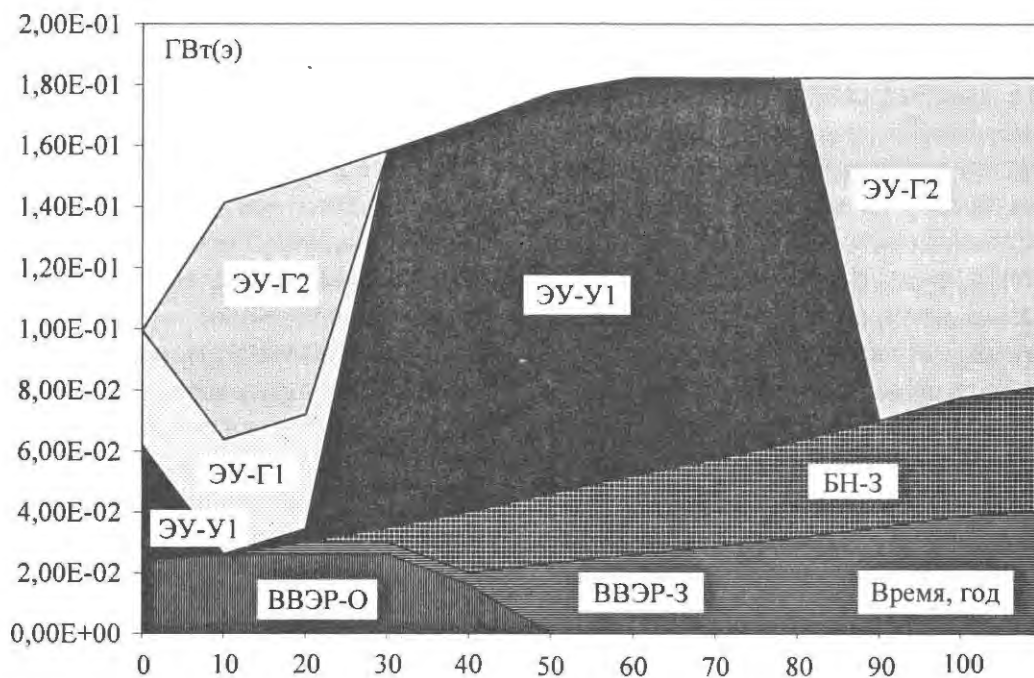


Рис. 5. Графики текущей мощности (загрузки) во времени в локально-оптимальном плане для НУ спроса на энерговыработку России при эффективной процентной ставке 10 % в год

пользование природного газа на конец текущего века и начало следующего (если к тому времени ему не найдут более достойного применения). Эта же картина структуры развития энергосистемы остается верной и для высокой эффективной процентной ставки ( $\rho_{\text{eff}} = 15\%$ /год), когда народное хозяйство по разным причинам вынуждено много потреблять и мало инвестировать, т.е. мало вкладывать в будущее потребление.

Отметим также, что в локально-оптимальных планах для ВУ спроса на энерговыработку для  $\rho_{\text{eff}} = 5, 10, 15\%$ /год (соответственно на рис. 3 для  $\rho_{\text{eff}} = 10\%$ /год) ЯЭУ типа ВВЭР-О-1000(U) работают не только в начале интервала планирования, но и на конечном его участке. В этом случае сочетания ВУ спроса и эффективных процентных ставок на конечном участке интервала планирования оказывается более выгодной следующая стратегия: облученное ядерное топливо перерабатывается на радиохимических заводах для получения плутония и других неурановых актиноидов в основном для запуска и подпитки ЯЭУ с быстрыми реакторами БН-3-800(U-Pu) и лишь отчасти для подпитки введенных ранее и вводимых в текущий момент ЯЭУ с

тепловыми реакторами ВВЭР-3-1000(U-Pu); добыча же урана ведется в объеме, необходимом для запуска и подпитки ЯЭУ типов ВВЭР-О-1000(U), ВВЭР-3-1000(U-Pu), БН-3-800(U-Pu). Причем ЯЭУ типа ВВЭР-3-1000(U-Pu) вводятся, когда для них затраты на ЯТЦ становятся равными затратам на ЯТЦ для ЯЭУ типа ВВЭР-О-1000(U), т.е. ЯЭУ типа ВВЭР-3-1000(U-Pu) среди перечисленных ЯЭУ являются замыкающими.

Описанная стратегия для конечного участка интервала планирования повторяется и для локально-оптимальных планов для НУ спроса на энерговыработку для  $\rho_{\text{eff}} = 5$  и  $15\%$ /год. Локально-оптимальный план для НУ спроса на энерговыработку на рис. 5, соответствующий  $\rho_{\text{eff}} = 10\%$ /год, показывает, что в этом случае сочетания НУ спроса и эффективной процентной ставки для конечного участка интервала планирования выгодной является другая стратегия, при которой перерабатывается облученное ядерное топливо в количестве, в точности равном для получения плутония и неурановых актиноидов для запуска и подпитки ЯЭУ с быстрыми реакторами БН-3-800(U-Pu) и для подпитки введенных ранее и вводимых в текущий момент ЯЭУ с

тепловыми реакторами ВВЭР-3-1000(U-Pu); добыча же урана ведется в объеме, необходимом для запуска и подпитки этих реакторов.

Теория принятия решений рекомендует при рассмотрении изменений (вариаций) больших народнохозяйственных систем, каковой по определению п. 1.3 является энергосистема, опираться на функционал всей системы. Сравнение величин функционалов оптимальных и локально-оптимальных планов развития энергосистемы для условий России, т.е. сравнение вариантов развития ЯЭ с открытым ЯТЦ и замкнутым ЯТЦ, дано в табл. 13. В ней наряду со сравниваемыми значениями функционалов дано их относительное изменение  $\delta$ , определенное в процентах как отношение разности функционалов локально-оптимального и оптимального планов к функционалу оптимального плана.

Численное значение функционала суммарных приведенных затрат на всю программу развития энергосистемы на всем расчетном интервале времени показывает, в какую сумму денег обойдется реализация этой программы в момент, к которому приводятся все затраты (обычно это момент принятия решения), чтобы обеспечить полное ее финансирование. Если изменить момент приведения, то изменится только абсолютное значение функционала, а оптимизированный ранее план при этом не изменится.

Как видно из табл. 13, использование замкнутого ЯТЦ в сравнении с открытым дорожает по мере снижения эффективной процентной ставки. Это удорожание достигает максимального значения для  $\rho_{\text{eff}} = 0$  %/год, равного  $\sim 5...8$  % от функционала всей энергосистемы России. Значение  $\rho_{\text{eff}} = 0$  %/год соответствует состоянию сбалансированной экономики общества, в котором весь доход общества расходуется на создание новых технологий, машин, оборудования и т.п., т.е. на то, что в конечном счете повышает производительность труда общества и позволит ему жить лучше в будущем, и практически ничего не тратится на текущее потребление. Это пограничное состояние общества.

Другая крайность состояния общества, в котором весь доход общества тратится на текущее потребление, не оставляя ничего для будущей жизни, соответствует большим значениям  $\rho_{\text{eff}}$ . Значение  $\rho_{\text{eff}} = 15$  %/год еще не соответствует этой крайности, но, как видно из оптимизационных расчетов, все же велико. Для этого значения удорожание замкнутого ЯТЦ в сравнении с открытым составляет 0,1 % от функционала всей энергосистемы России.

Промежуточные значения  $\rho_{\text{eff}} = 5$  и 10 %/год соответствуют реальным состояниям общества. Для этих значений удорожание замкнутого ЯТЦ в сравнении с открытым находится в диапазоне от 0,3 до 1,6 % от функционала всей энергосистемы России.

**Таблица 13.** Значения функционалов (Т\$) оптимального и локально-оптимального планов и их относительное изменение  $\delta$  для ВУ и НУ спросов на энерговыработку для значений эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}}$ : 0; 5; 10; 15 %/год

Показатель	Спрос на энергию		ВУ		НУ	
	оптимум	локальный оптимум с БН	оптимум	локальный оптимум с БН	оптимум	локальный оптимум с БН
$\rho_{\text{eff}} = 0$ %/год. Функционал	24,047	25,889	19,151	20,254		
$\delta$ , %		7,7		5,8		
$\rho_{\text{eff}} = 5$ %/год. Функционал	3,883	3,946	3,936	3,980		
$\delta$ , %		1,6		1,1		
$\rho_{\text{eff}} = 10$ %/год. Функционал	1,977	1,985	2,016	2,022		
$\delta$ , %		0,4		0,3		
$\rho_{\text{eff}} = 15$ %/год. Функционал	1,474	1,475	1,489	1,490		
$\delta$ , %		0,1		0,1		

Иначе говоря, для реального состояния общества удорожание замкнутого ЯТЦ в сравнении с открытым ЯТЦ составляет величину порядка одного-двух процентов.

### Заключение

Компьютер прodelьвает все вычисления с машинной, т.е. высокой точностью. Если модель верна, то все вычисления верны с точностью исходных данных. Неопределенность исходных данных (и особенно данных по запасам природных ресурсов в табл. 3 и 4) в расчетах составляет по-видимому десятки процентов. Эта неопределенность данных будет преследовать исследователей всегда, избавиться от нее не удастся никогда, а снизить ее можно каждодневной рутинной теоретической и практической научно-исследовательской и производственной работой.

Теория оптимального планирования использует принцип, в соответствии с которым нельзя "построить" оптимальное развитие настоящего, не "построив" будущего (иногда правильнее сказать: не "представив" будущее). По этой теории будущее определяет настоящее (об этом уже говорилось в п. 1.2 при определении интервала планирования). Чем выше норма дисконтирования (в нашем случае – эффективная процентная ставка), тем в меньшей степени будущее влияет на принятие решения: функция дисконтирования нивелирует факторы будущего в функционале. По этой причине влияние неопределенности исходных данных выше для низких значений нормы дисконтирования. Из этого следует, что большим значениям удорожания замкнутого ЯТЦ в сравнении с открытым соответствует и большая неопределенность. Эти значения вместе с их доверительным интервалом либо включают величину удорожания в один-два процента, либо приближаются к ней.

Для низких значений эффективной процентной ставки, для которых интервал планирования больше 100 лет, уместно напомнить об уровне неопределенности так: еще 100 лет назад о ЯЭ не помышляли, как и не

имели ни малейшего представления о запасах природного урана.

Неопределенность данных по запасам урана, например, десятикратный рост стоимости природного урана, приводит к росту стоимости (удельных расчетных затрат) электроэнергии в системе с тепловыми реакторами на 30...35 % [14]. Изменение структуры ЯЭ, введение определенной доли реакторов-размножителей, улучшение ЯТЦ тепловых реакторов позволяет даже при тридцатикратном удорожании урана, включающего запасы урана в водах мирового океана, удержать рост удельных расчетных затрат электроэнергии на уровне не более 30 %.

На этом фоне неопределенности следует признать выгоду для России замкнутого ЯТЦ, а его удорожание в сравнении с открытым ЯТЦ несущественным. Поскольку во всех оптимальных планах в структуру ЯЭ вошли ЯЭУ с реакторами типа ВВЭР-О-1000(U) и ВВЭР-3-1000(U-Pu), то это говорит об их конкурентоспособности с угольными ЭУ и ЭУ на природном газе. С учетом небольших различий в значениях функционала локально-оптимального и оптимального планов и большой неопределенности исходных данных можно говорить о конкурентоспособности ЯЭУ типа БН-3-800(U-Pu).

### Список литературы

1. *The Future of Nuclear Power. an Interdisciplinary MIT Study.* Massachusetts Institute of Technology, 2003.
2. *Клименко А.В.* Компьютерный комплекс оптимизационных программ (код) "ТОВАС" // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2005, вып. 3, с. 51–56.
3. *Шевелев Я.В., Клименко А.В.* Эффективная экономика ядерного топливно-энергетического комплекса. М.: РГТУ, 1996.
4. *Energy, Electricity and Nuclear Power Estimates for the Period up to 2030.* IAEA, Reference Data, Ser. 1, July 2003.
5. *International Panel on Climate Change. Special Report on Emission Scenarios.* Cambridge University Press, 2002.
6. *World Energy Investment Outlook.* International Energy Agency. Paris, France, 2003.

7. Гагаринский А.Ю., Игнатьев В.В., Пономарев-Степной Н.Н. и др. Роль ядерной энергетики в структуре мирового энергетического производства XXI в. // Атомная энергия, 2005, т. 99, вып. 5, с. 323–336.
8. Клименко А.В. Цена оружейного урана // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 1998, Спец.выпуск // Научная библиотека журнала "Конверсия в машиностроении". 1998.
9. Шевелев Я.В. Об игровых подходах к задачам планирования народного хозяйства СССР. Препринт ИАЭ-3489/3, 1981.
10. Энергетическая стратегия России на период до 2020 года. М.: ГУ ИЭС Минэнерго России, 2001.
11. Стратегия развития атомной энергетики России в первой половине XXI века. Основные положения. М.: 2000.
12. Газета "Коммерсант-DAILY", 10 янв. 1995 г.
13. Плутоний в России. Экология, экономика, политика. Независимый анализ. Центр экологической политики России, Центр ядерной экологии и энергетической политики, Социально-экологический Союз. М.: 1994.
14. Ядерная энергетика. Проблемы и перспективы. Экспертные оценки. М.: ИАЭ, 1989.
15. Fast reactor database. IAEA-TECDOC-866. ISSN 1011-4289. IAEA, Vienna, 1996.
16. Черный В.А., Кочетков Л.А., Невиница А.И. Оценка влияния степени очистки топлива от младших актинидов на физические характеристики реактора БН / Сб. докладов Межд. конф. "Атомная энергетика на пороге XXI века", 8-10 июня 2000 г., ОАО "Машиностроительный завод", г. Электросталь, с. 126–133.
17. Белая книга ядерной энергетики. Под общ. ред. проф. Е.О. А д а м о в а. 1-е изд. М.: ГУП НИКИЭТ, 1998.

*Контактная информация –*

*Клименко Анатолий Васильевич, проф., тел.: (495)323-92-42, e-mail: [anatoly-klimenko@vandex.ru](mailto:anatoly-klimenko@vandex.ru)*

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4,  
с. 81–100.

УДК 621.039.5

**Оценка конкурентоспособности энергетических технологий и замкнутого ядерного топливного цикла в энергосистеме России**

*А.В. Клименко,*

НИЯУ "МИФИ", 115409, Москва, Каширское шоссе, 31

Поступила в редакцию 17.03.2010 г.

Выполнена сравнительная оценка конкурентных преимуществ ядерных энергетических установок (ЯЭУ), угольных энергоустановок (ЭУ) и ЭУ на природном газе, а также замкнутого ядерного топливного цикла (ЯТЦ), для развития энергосистемы России по исходным данным, оцененным в междисциплинарном исследовании Массачусетского технологического института.

*Ключевые слова:* энергосистема, конкурентоспособность, ядерные энергетические установки, угольные энергоустановки, энергоустановки на природном газе, ядерный топливный цикл.

**Estimation of Competitiveness of Power Technologies and Closed Nuclear Fuel Cycle in Power System in Russia.** *A.V. Klimenko, National Research Nuclear University "MEPhI", 31, Kashirskoe Sh., Moscow, 115409.* The comparative estimation of competitive advantages of nuclear power plants, coal power plants and natural gas power plants, and also closed nuclear fuel cycle for development of power system in Russia is carried out. The initial data based on interdisciplinary Massachusetts Institute of Technology study are used.

*Key Words:* Power System, Competitiveness, Nuclear Power Installations, Coal Power Plants, Power Plants on Natural Gas, Nuclear Fuel Cycle.

Эта статья является второй в цикле “Математическая модель оптимизации энергосистемы и ее приложения”, состоящем из четырех статей и публикуемых в журнале ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов.

### Введение

В предыдущей работе [1] выполнены расчеты оптимальной структуры развития энергосистемы России и ее подсистемы – ядерного топливно-энергетического комплекса (ЯТЭК), включающего в качестве своих структурных звеньев ядерную энергетику (ЯЭ) и ЯТЦ. Эта работа инициирована двумя неординарными выводами междисциплинарного исследования [2], выполненного большим коллективом экспертов уважаемого в мировом научном сообществе Массачусетского технологического института.

Первый вывод состоит в том, что на свободном рынке ЯЭ неконкурентоспособна в сравнении с энергетическими технологиями на угле и природном газе, т.е. стоимость ее энергии выше. Конкурентоспособной она становится, если учесть плату за вредные выбросы  $\text{CO}_2$  в размере  $\sim \$200$  за тонну выбросов.

Второй вывод утверждает, что ЯЭУ выгодно использовать в открытом ЯТЦ, причем расчетами показана более чем четырехкратная экономическая выгода от применения открытого ЯТЦ по сравнению с замкнутым. Последнее утверждение сделано на основании сравнения топливных составляющих удельных расчетных затрат электроэнергии в открытом и замкнутом ЯТЦ. В работе осторожно оговаривается, что эти выводы сделаны для условий развития США.

У автора этой статьи не нашлось оснований не использовать тщательно подготовленные и обоснованные исходные данные [2] для расчетов оптимального развития энергосистемы России с целью прояснить вопросы конкурентоспособности ЯЭУ и выгоды замкнутого ЯТЦ. В работе [1] подробно описаны исходные данные [2],

использованные при оптимизации развития энергосистемы, включающей ЯЭУ, угольные ЭУ и ЭУ на природном газе.

Различие состояло в том, что вместо двух типов ЯЭУ с тепловым (легководным) и быстрым реакторами, работающими в открытом и замкнутом ЯТЦ, в [2] использовались четыре ЯЭУ с российскими реакторами: РБМК-3-1000(U-Pu) – уран-плутониевый каналный реактор для работы в замкнутом ЯТЦ; ВВЭР-О-1000(U) – урановый водо-водяной энергетический реактор для работы в открытом ЯТЦ; ВВЭР-3-1000(U-Pu) – уран-плутониевый водо-водяной энергетический реактор для работы в замкнутом ЯТЦ; БН-3-800(U-Pu) – уран-плутониевый быстрый натриевый реактор для работы в замкнутом ЯТЦ.

Чтобы получить более полную картину по вопросам конкурентоспособности ЯЭУ и выгоды замкнутого ЯТЦ, расчеты оптимальных и локально-оптимальных планов энергосистемы на всем расчетном интервале ( $-\infty, 150$  лет) времени проведены для верхнего (ВУ) и нижнего (НУ) уровней спроса на вырабатываемую энергию для широкого диапазона изменений значений нормы дисконтирования (эффективной процентной ставки  $r_{\text{eff}}$ ): 0; 5; 10; 15 %/год. Этот диапазон эффективной процентной ставки включает экономическую ситуацию для условий США, рассмотренную в [2].

Поскольку для сравниваемых вариантов при оптимизации энергосистемы польза от работы энергосистемы была одна и та же по условиям задачи, то оптимизация проводилась по критерию минимума функционала – суммарных приведенных затрат на всю программу развития энергосистемы на всем расчетном интервале времени – в оптимизационной модели энергосистемы кода TOBAS [3].

Сравнение конкурентоспособности ЭУ и выгоды замкнутого ЯТЦ проводилось, во-первых, по величине функционала энергосистемы; во-вторых, по величине удельных расчетных затрат для энергосистемы, ее подсистем (топливно-энергетических комплексов (ТЭК) – угольного, на природном газе, ядерного), ЭУ. Удельные рас-

четные затраты рассчитывались для полученных оптимальных и локально-оптимальных планов развития энергосистемы и условий максимальной прибыли энергосистемы, ее подсистем, ЭУ.

В [1] отмечалось, что если ЭУ вошла в оптимальный план развития энергосистемы России, то она уже конкурентоспособна с другими ЭУ, вошедшими в оптимальный план. Поэтому вошедшие в оптимальный план ЯЭУ типа ВВЭР-О-1000(У), ВВЭР-3-1000(У-Рн), а также вошедшая в локально-оптимальный план ЯЭУ типа БН-3-800(У-Рн), оказываются конкурентоспособными с ЭУ на угле и природном газе. Анализ значений функционалов оптимального плана, куда не вошли ЯЭУ типа БН-3-800(У-Рн), и локально-оптимального плана, куда вошли ЯЭУ типа БН-3-800(У-Рн), позволил сделать заключение о выгодности замкнутого ЯТЦ для России.

Однако в [2] энергосистема не оптимизировалась, а сравнение экономичности ЭУ велось по удельным приведенным (или, иначе, расчетным) затратам, вычисленным на интервале срока службы ЭУ. На основании численных значений этого показателя сделаны выводы о дороговизне ЯЭУ в сравнении с другими ЭУ.

Проведем сравнительный анализ ЯЭУ и других ЭУ энергосистемы по критерию удельных расчетных затрат, воспользовавшись не балансной моделью энергосистемы, как это сделано в [2], а оптимизационной моделью [3], т.е. вычислим удельные расчетные затраты для оптимальных и локально-оптимальных планов, описанных в [1].

Прежде всего поясним, что такое удельные расчетные затраты. Простая, сильно упрощенная модель деятельности предприятия предполагает, что предприятие, осуществляя затраты на выпуск продукции в размере себестоимости (включая кроме обычно принятых составляющих также покупку сырья, материалов и сторонних услуг) на каждую единицу продукции, затем поставляет (продает) эту единицу продукции потребителю по определенной цене.

Если предприятие поставляет некий объем произведенной продукции, то произ-

ведение себестоимости на этот объем дает стоимость или величину затрат предприятия на выпуск этого объема продукции, а произведение цены продукции на этот же объем дает выручку за проданный объем продукции. Разница между выручкой и затратами дает прибыль от произведенного и проданного объема продукции.

Часть этой прибыли после всех обязательных вычетов остается предприятию и характеризует качество управления предприятием. Эта простая ситуация соответствует статической (неизменной во времени) ситуации.

Если рассматривать работу такого предприятия в динамике с непрерывно меняющейся конъюнктурой рынка, то место стоимости занимают приведенные затраты, место выручки – приведенная выручка, а место прибыли – приведенная прибыль.

Этот более общий случай породил показатель работы предприятия, учитывающий динамику. Этот показатель называют удельными расчетными затратами, он подлежит минимизации. Иногда он удобен при сравнительном анализе некрупных предприятий, к которым относятся ЭУ, вырабатывающие электроэнергию.

В оптимальном плане энергосистемы для оптимального поведения такого мелкого предприятия, как ЭУ, приведенная прибыль ЭУ максимальна и равна нулю [4]. Если весь спектр выпускаемой ЭУ продукции заменить одним эквивалентным видом – электроэнергией с интенсивностью выработки  $\dot{q}_s(t)$ , продаваемой на рынке по единой цене  $c_s(t)$ , то из равенства нулю приведенной прибыли ЭУ следует

$$0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi(t)}{\varphi(t_p)} c_s(t) \dot{q}_s(t) dt - \Delta Z. \quad (1)$$

Здесь справа первый член – приведенная выручка от продажи продукции ЭУ, а второй – приведенные затраты, связанные с вводом, эксплуатацией, модернизацией, снятием с эксплуатации и другими факторами жизни ЭУ;  $\varphi(t)$  – функция дисконтирования (приведения) к моменту  $t = 0$ ;  $\varphi(t)/\varphi(t_p)$  – функция дисконтирования (приведения) к моменту  $t_p$  времени. Будем счи-

тать  $c_3(t)$  постоянной и равной  $\bar{c}_3$ , тогда (1) можно переписать как

$$\bar{c}_3 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi(t)}{\varphi(t_p)} \dot{q}_3(t) dt = \Delta Z$$

или  $\bar{c}_3 = \Delta Z / q_3^{(n)}$ , (2)

где  $q_3^{(n)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi(t)}{\varphi(t_p)} \dot{q}_3(t) dt$  – приведенная к моменту  $t_p$  выработка электроэнергии.

Правую часть (2) обычно называют удельными приведенными (расчетными) затратами или расчетными затратами на производство единицы продукции (в нашем случае электроэнергии). Удельные расчетные затраты находят делением двух приведенных (к одному моменту времени) величин: затрат и выпуска продукции.

Следует отметить, что выражение (1) отражает принцип окупаемости в оптимальном планировании, из чего следует, что в оптимальном плане ЭУ окупается. Тогда удельные расчетные затраты  $\bar{c}_3$  можно

трактовать как постоянную цену окупаемости.

### 1. Сравнительный анализ конкурентоспособности ЭУ по показателю удельных расчетных затрат с учетом вредных выбросов в окружающую среду

Воспользовавшись выражением (2), можно вычислить удельные расчетные затраты для каждой ЭУ в оптимальных планах энергосистемы. Удельные расчетные затраты каждой из подсистем (ЯТЭК, угольного ТЭК, ТЭК на природном газе) можно отнести к некоей “эквивалентной ЭУ” этой подсистемы, вобравшей в себя усредненные характеристики всех ЭУ подсистемы, вошедших в оптимальный план энергосистемы. При определении конкурентоспособности ЭУ подсистем имеет смысл сравнивать между собой удельные расчетные затраты подсистем.

В табл. 1 приведены вычисленные для оптимальных и локально-оптимальных пла-

**Таблица 1.** Удельные расчетные затраты с учетом вредных выбросов в окружающую среду для энергосистемы и ее подсистем в оптимальных и локально-оптимальных планах на всем расчетном интервале ( $-\infty, 150$  лет) для значений эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}}$ : 0; 5; 10; 15 %/год, с\$/кВт·час

Спрос на энергию Показатель	ВУ		НУ	
	оптимум	локальный оптимум с БН	оптимум	локальный оптимум с БН
<b>ЯЭУ</b>				
$\rho_{\text{eff}} = 0$ %/год	2,87	4,41	2,96	4,34
$\rho_{\text{eff}} = 5$ %/год	5,35	6,19	5,27	5,99
$\rho_{\text{eff}} = 10$ %/год	7,54	7,80	7,51	7,72
$\rho_{\text{eff}} = 15$ %/год	10,57	10,64	10,54	10,61
<b>ЭУ на угле</b>				
$\rho_{\text{eff}} = 0$ %/год	66,74	66,74	66,74	66,74
$\rho_{\text{eff}} = 5$ %/год	24,37	24,37	23,69	23,69
$\rho_{\text{eff}} = 10$ %/год	26,44	26,44	26,16	26,16
$\rho_{\text{eff}} = 15$ %/год	27,69	27,69	27,69	27,69
<b>ЭУ на природном газе</b>				
$\rho_{\text{eff}} = 0$ %/год	10,99	10,99	11,03	11,03
$\rho_{\text{eff}} = 5$ %/год	13,71	13,71	13,76	13,76
$\rho_{\text{eff}} = 10$ %/год	15,45	15,45	15,45	15,45
$\rho_{\text{eff}} = 15$ %/год	15,45	15,45	15,45	15,45
<b>По всей энергосистеме</b>				
$\rho_{\text{eff}} = 0$ %/год	7,86	8,46	8,32	8,80
$\rho_{\text{eff}} = 5$ %/год	13,72	14,07	14,19	14,35
$\rho_{\text{eff}} = 10$ %/год	14,77	14,83	15,08	15,12
$\rho_{\text{eff}} = 15$ %/год	16,42	16,44	16,59	16,61

гов значения удельных расчетных затрат, включающие четыре составляющие (капитальную, эксплуатационную без топлива, топливную, оплату вредных выбросов в окружающую среду) в  $\text{с}\$/(\text{кВт}\cdot\text{час})$  (здесь  $\text{с}\$$  – центы доллара США) для “эквивалентных ЭУ” каждой из подсистем, а также для всей энергосистемы в целом. Сравнить нужно значения для разных “эквивалентных ЭУ” в одном столбце для одного и того же значения эффективной процентной ставки.

Из табл. 1 видно, что для “эквивалентной ЯЭУ” диапазону  $0...15\%$ /год изменения эффективной процентной ставки соответствует диапазон  $2,87...10,64\text{ с}\$/(\text{кВт}\cdot\text{час})$  изменения удельных расчетных затрат, а более реальному диапазону  $5...10\%$ /год изменения эффективной процентной ставки соответствует диапазон  $5,27...7,80\text{ с}\$/(\text{кВт}\cdot\text{час})$  изменения удельных расчетных затрат.

Для “эквивалентной угольной ЭУ” аналогичные диапазоны удельных расчетных затрат будут  $23,69...66,74$  и  $23,69...26,44\text{ с}\$/(\text{кВт}\cdot\text{час})$ . Для “эквивалентной ЭУ на природном газе” аналогичные диапазоны выглядят так:  $10,99...15,45$  и  $13,71...15,45\text{ с}\$/(\text{кВт}\cdot\text{час})$ . Наконец, для всей энергосистемы аналогичные диапазоны будут такими:  $7,86...16,61$  и  $13,72...15,12\text{ с}\$/(\text{кВт}\cdot\text{час})$ .

Сравнение экономичности ЯЭУ с угольными ЭУ и ЭУ на природном газе по показателю удельных расчетных затрат с учетом вредных выбросов в окружающую

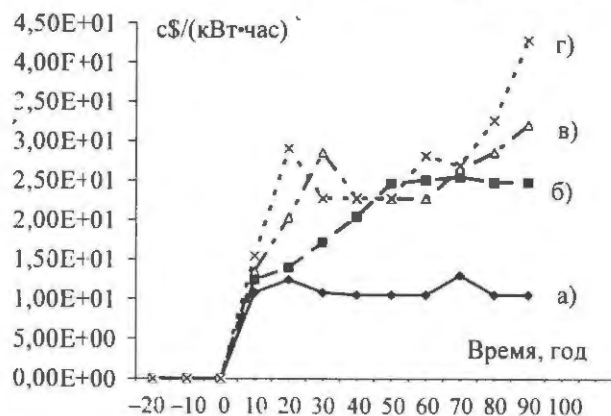


Рис. 1. Графики цен на электроэнергию в оптимальном и локально-оптимальном планах развития энергосистемы России для ВУ спроса на энерговыработку и эффективной процентной ставки:  $0\%$ /год – график а);  $5\%$ /год – график б);  $10\%$ /год – график в);  $15\%$ /год – график г)

среду обнаруживает, что у ЯЭУ этот показатель наименьший (ниже, чем у угольных ЭУ – не менее, чем в 2 раза; ниже, чем у ЭУ на природном газе – не менее, чем в 1,5 раза), что говорит о конкурентном преимуществе ЯЭУ. Сравнение этого показателя для ЯЭУ с таковым для энергосистемы обнаруживает, что у ЯЭУ этот показатель меньше, и это значит, что ЯЭУ в энергосистеме работают с прибылью, большей нормативной, т.е. большей нормы дисконтирования (эффективной процентной ставки).

Таким образом, если вести сравнение экономичности и конкурентоспособности ЭУ по показателю удельных расчетных затрат с учетом вредных выбросов в окружающую среду, вычисленному по оптимальным планам, как это и предписывает теория принятия решений, то для России получается, что экономичность и конкурентоспособность ЯЭУ выше, чем таковые для угольных ЭУ и ЭУ на природном газе.

Следует заметить, что цены электроэнергии в оптимальных и локально-оптимальных планах энергосистемы в отличие от постоянной цены окупаемости (удельных расчетных затрат) ведут себя сложно и отражают изменения всех переменных модели энергосистемы в процессе ее оптимизации. На рис. 1 и 2 показаны графики таких цен соответственно для ВУ и НУ спроса на электроэнергию для России. Наиболее сильное влияние на изменение этих цен

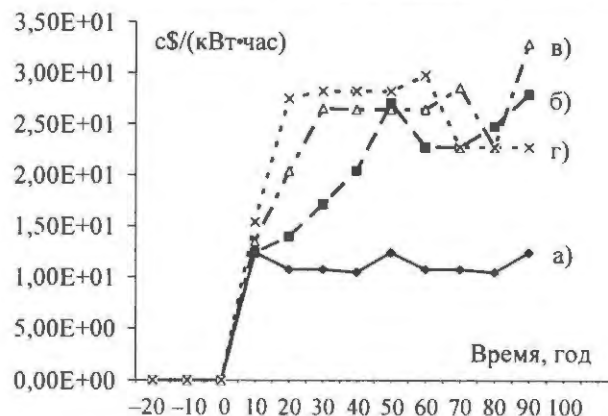


Рис. 2. Графики цен на электроэнергию в оптимальном и локально-оптимальном планах развития энергосистемы России для НУ спроса на энерговыработку и эффективной процентной ставки:  $0\%$ /год – график а);  $5\%$ /год – график б);  $10\%$ /год – график в);  $15\%$ /год – график г)

оказывают моменты изменения оптимальной структуры энергосистемы.

Например, для середины XXI века цена электроэнергии в энергосистеме России при принятых в расчетах исходных данных изменяется в диапазоне от 10 до 25...30 с\$/(кВт·час) для диапазона значений эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}}$  от 0 до 15 %/год. Если к этому времени страна достигнет сбалансированности народного хозяйства, а экономический рост будет соответствовать высокоразвитому обществу с эффективной процентной ставкой  $\sim 5$  %/год, то можно ожидать, что цена электроэнергии в энергосистеме будет  $\sim 25$  с\$/(кВт·час).

## 2. Сравнительный анализ конкурентоспособности ЭУ по показателю удельных расчетных затрат без учета вредных выбросов в окружающую среду

В [2] сделано сравнение конкурентоспособности ЭУ как с учетом, так и без

учета вредных выбросов в окружающую среду. В последнем случае ЯЭ вообще неконкурентоспособна для условий США. Сделаем сравнение для условий России, как и в п. 1, но по показателю удельных расчетных затрат без учета вредных выбросов в окружающую среду.

В табл. 2 представлены значения удельных расчетных затрат, включающие только три традиционные составляющие (капитальную, эксплуатационную без топлива, топливную). Из табл. 2 видно, что для “эквивалентной ЯЭУ” диапазону 0...15 %/год изменения эффективной процентной ставки соответствует диапазон 2,25...10,01 с\$/(кВт·час) изменения удельных расчетных затрат, а более реальному диапазону 5...10 %/год изменения эффективной процентной ставки соответствует диапазон 4,64...7,17 с\$/(кВт·час) изменения удельных расчетных затрат.

Для “эквивалентной угольной ЭУ” аналогичные диапазоны удельных расчетных

**Т а б л и ц а 2.** Удельные расчетные затраты без учета вредных выбросов в окружающую среду для энергосистемы и ее подсистем в оптимальных и локально-оптимальных планах на всем расчетном интервале ( $-\infty$ , 150 лет) для значений эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}}$ : 0; 5; 10; 15 %/год, с\$/(кВт·час)

Показатель \ Спрос на энергию	ВУ		НУ	
	оптимум	локальный оптимум с БН	оптимум	локальный оптимум с БН
<b>ЯЭУ</b>				
$\rho_{\text{eff}} = 0$ %/год	2,25	3,78	2,33	3,72
$\rho_{\text{eff}} = 5$ %/год	4,72	5,57	4,64	5,37
$\rho_{\text{eff}} = 10$ %/год	6,92	7,17	6,89	7,10
$\rho_{\text{eff}} = 15$ %/год	9,94	10,01	9,92	9,98
<b>ЭУ на угле</b>				
$\rho_{\text{eff}} = 0$ %/год	55,49	55,49	55,47	55,47
$\rho_{\text{eff}} = 5$ %/год	13,12	13,12	12,44	12,44
$\rho_{\text{eff}} = 10$ %/год	15,19	15,19	14,91	14,91
$\rho_{\text{eff}} = 15$ %/год	16,44	16,44	16,44	16,44
<b>ЭУ на природном газе</b>				
$\rho_{\text{eff}} = 0$ %/год	2,79	2,79	2,83	2,83
$\rho_{\text{eff}} = 5$ %/год	5,51	5,51	5,56	5,56
$\rho_{\text{eff}} = 10$ %/год	7,25	7,25	7,25	7,25
$\rho_{\text{eff}} = 15$ %/год	7,25	7,25	7,25	7,25
<b>По всей энергосистеме</b>				
$\rho_{\text{eff}} = 0$ %/год	2,63	3,24	2,73	3,21
$\rho_{\text{eff}} = 5$ %/год	6,89	7,12	6,95	7,11
$\rho_{\text{eff}} = 10$ %/год	7,99	8,04	8,07	8,11
$\rho_{\text{eff}} = 15$ %/год	9,37	9,39	9,40	9,42

затрат будут 12,44...55,49 и 12,44...15,19 с\$/(кВт·час). Для “эквивалентной ЭУ на природном газе” аналогичные диапазоны выглядят так: 2,79...7,25 и 5,51...7,25 с\$/(кВт·час). Наконец, для всей энергосистемы аналогичные диапазоны будут такими: 2,63...9,42 и 6,89...8,11 с\$/(кВт·час).

Сравнение экономичности ЯЭУ с угольными ЭУ по показателю удельных расчетных затрат без учета вредных выбросов в окружающую среду обнаруживает, что у ЯЭУ этот показатель меньше, чем у угольных ЭУ не менее, чем на треть, что говорит о конкурентном преимуществе ЯЭУ по сравнению с угольными ЭУ.

Сравнение экономичности ЯЭУ с ЭУ на природном газе по этому же показателю обнаруживает, что у ЯЭУ этот показатель меньше в диапазоне изменения эффективной процентной ставки 0...10 %/год, что говорит о конкурентном преимуществе ЯЭУ по сравнению с ЭУ на природном газе.

С ростом эффективной процентной ставки от 10 до 15 %/год показатель удельных расчетных затрат без учета вредных выбросов в окружающую среду для ЯЭУ растет быстрее такового для ЭУ на природном газе, так что на этом интервале эффективной процентной ставки этот показатель становится одинаковым для обоих видов сравниваемых ЭУ, но в окрестности значения 15 %/год эффективной процентной ставки показатель для ЯЭУ выше, что говорит о конкурентном преимуществе ЭУ на природном газе.

В целом для всего диапазона изменения эффективной процентной ставки 0...15 %/год можно говорить о примерно одинаковой конкурентоспособности ЯЭУ и ЭУ на природном газе по этому показателю. Примерно одинаковая конкурентоспособность ЯЭУ и ЭУ на природном газе делает возможной их взаимозаменяемость.

Сравнение показателя удельных расчетных затрат без учета вредных выбросов в окружающую среду для ЯЭУ с таковым для энергосистемы обнаруживает, что у ЯЭУ этот показатель меньше в диапазоне 0...10

%/год изменения эффективной процентной ставки и равен или чуть выше такового для энергосистемы за пределами диапазона 0...10 %/год. Это значит, что если этот показатель для ЯЭУ меньше, то ЯЭУ работают с прибылью, большей нормативной, если же показатели равны или показатель для ЯЭУ выше, то ЯЭУ работают с прибылью, равной нормативной; в последнем случае они замыкают энергетический баланс.

Таким образом, для условий России даже для такого идеализированного сравнения по показателю удельных расчетных затрат электроэнергии без учета вредных выбросов в окружающую среду обнаруживается, что экономичность и конкурентоспособность ЯЭУ выше в сравнении с угольными ЭУ и примерно одинаковы с ЭУ на природном газе, если вести сравнение не по балансным, пусть даже на взгляд экспертов [2] очень правдоподобным, планам, а по оптимальным планам развития энергосистемы.

### **3. Оценка выгодности замкнутого ЯТЦ по показателю удельных расчетных затрат всей энергосистемы**

В [1] показано, что замкнутый ЯТЦ дороже открытого на величину порядка одного-двух процентов, если сравнение вести по функционалу интегральных приведенных затрат на всю программу развития на бесконечном интервале планирования всей энергосистемы России. Это различие намного меньше неопределенности функционала, порожденной неопределенностью исходных данных, так что в рамках этой неопределенности можно считать равно эквивалентными локально-оптимальные планы с замкнутым ЯТЦ и оптимальные планы с открытым ЯТЦ (в последнем незначительно участвует замкнутый ЯТЦ в связи с попаданием в оптимальный план ЯЭУ типа ВВЭР-3-1000(U-Pu)).

Сделаем такое же сравнение по показателю удельных расчетных затрат. В табл. 3 и 4 приведены вычисленные по табл. 1 и 2 значения относительного изменения удель-

ных расчетных затрат всей энергосистемы в процентах как отношение разности этих показателей в локально-оптимальном и оптимальном планах к удельным расчетным затратам оптимального плана. Эти значения практически совпадают со значениями относительного изменения функционала в [1]. Различие с [1] на 1 % наблюдается только для ВУ спроса и  $\rho_{\text{eff}} = 5 \text{ \%/год}$ .

**Таблица 3.** Значения относительного изменения (в процентах) удельных расчетных затрат всей энергосистемы с учетом вредных выбросов в окружающую среду для ВУ и НУ спросов на энерговыработку для значений эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}}$ : 0; 5; 10; 15 %/год

Спрос на энергию Эффективная процентная ставка	ВУ	НУ
$\rho_{\text{eff}} = 0 \text{ \%/год}$	7,7	5,8
$\rho_{\text{eff}} = 5 \text{ \%/год}$	2,6	1,1
$\rho_{\text{eff}} = 10 \text{ \%/год}$	0,4	0,3
$\rho_{\text{eff}} = 15 \text{ \%/год}$	0,1	0,1

**Таблица 4.** Значения относительного изменения (в процентах) удельных расчетных затрат всей энергосистемы без учета вредных выбросов в окружающую среду для ВУ и НУ спросов на энерговыработку для значений эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}}$ : 0; 5; 10; 15 %/год

Спрос на энергию Эффективная процентная ставка	ВУ	НУ
$\rho_{\text{eff}} = 0 \text{ \%/год}$	23,0	17,6
$\rho_{\text{eff}} = 5 \text{ \%/год}$	3,3	2,3
$\rho_{\text{eff}} = 10 \text{ \%/год}$	0,7	0,5
$\rho_{\text{eff}} = 15 \text{ \%/год}$	0,2	0,2

Диапазон неопределенности вычисления удельных расчетных затрат оценен в [5]. Неопределенность данных по запасам урана, например, десятикратный рост стоимости природного урана, приводит к росту стоимости (удельных расчетных затрат) электроэнергии в системе с тепловыми реакторами на 30...35 %. Изменение структуры ЯЭ, введение определенной доли реакторов-размножителей, улучшение характеристик ЯТЦ тепловых реакторов позволяют

даже при тридцатикратном удорожании урана (последнее включает в оборот запасы урана в водах мирового океана) удержать рост удельных расчетных затрат электроэнергии на уровне не более 30 %.

Табл. 3 (с учетом выбросов в окружающую среду) свидетельствует, что удорожание замкнутого ЯТЦ в сравнении с открытым ЯТЦ составляет величину порядка 1 % (или нескольких процентов), что полностью укладывается в 30-процентный диапазон неопределенности вычисления удельных расчетных затрат, связанный с неопределенностью исходных данных.

Из табл. 4 (без учета выбросов в окружающую среду) видно, что и в этом случае для диапазона изменения эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}} = 5...15 \text{ \%/год}$  удорожание замкнутого ЯТЦ в сравнении с открытым составляет несколько процентов и только при  $\rho_{\text{eff}} = 0 \text{ \%/год}$  это удорожание составляет около 20 %. И даже в этом последнем случае относительное удорожание замкнутого ЯТЦ не превышает 30-процентный диапазон неопределенности вычисления удельных расчетных затрат.

Таким образом, оптимальное планирование развития энергосистемы по показателю удельных расчетных затрат всей энергосистемы с учетом и без учета вредных выбросов в окружающую среду выявляет удорожание замкнутого ЯТЦ в сравнении с открытым в пределах одного или нескольких процентов для диапазона изменения эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}} = 5...15 \text{ \%/год}$ .

Наибольшая величина удорожания соответствует состоянию общества с  $\rho_{\text{eff}} = 0 \text{ \%/год}$ , т.е. особому состоянию, в котором бесплатны кредиты для ввода, эксплуатации и вывода из эксплуатации энергетических объектов, равно как для других проектов. В этих пороговых условиях удорожание ЯТЦ не выше степени неопределенности вычисления удельных расчетных затрат. Эти различия замкнутого и открытого ЯТЦ не позволяют говорить о невыгодности замкнутого ЯТЦ.

#### 4. Оценка выгоды замкнутого ЯТЦ по показателю удельных расчетных затрат ЯТЭК

Сравнение замкнутого и открытого ЯТЦ по функционалу интегральных приведенных затрат и по показателю удельных расчетных затрат всей энергосистемы показывает выгоду замкнутого ЯТЦ в энергосистеме. Последняя предполагает высокую степень концентрации собственности (например, в виде акционерной собственности или иной формы сосредоточения собственности в энергосистеме).

Подсистема ЯТЭК обладает меньшей концентрацией собственности. Будет ли выгоден замкнутый ЯТЦ, если развивать его корпоративно как элемент собственности подсистемы ЯТЭК?

В табл. 5 и 6 приведены вычисленные по табл. 1 и 2 значения относительного изменения удельных расчетных затрат в процентах для ЯТЭК (рассматривались строки табл. 1 и 2 для ЯЭУ).

**Таблица 5.** Значения относительного изменения (в процентах) удельных расчетных затрат ЯТЭК с учетом вредных выбросов в окружающую среду для ВУ и НУ спросов на энерговыработку для значений эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}}$ : 0; 5; 10; 15 %/год

Спрос на энергию Эффективная процентная ставка	ВУ	НУ
$\rho_{\text{eff}} = 0$ %/год	53,6	46,9
$\rho_{\text{eff}} = 5$ %/год	15,8	13,7
$\rho_{\text{eff}} = 10$ %/год	3,4	2,8
$\rho_{\text{eff}} = 15$ %/год	0,67	0,67

**Таблица 6.** Значения относительного изменения (в процентах) удельных расчетных затрат ЯТЭК без учета вредных выбросов в окружающую среду для ВУ и НУ спросов на энерговыработку для значений эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}}$ : 0; 5; 10; 15 %/год

Спрос на энергию Эффективная процентная ставка	ВУ	НУ
$\rho_{\text{eff}} = 0$ %/год	68,6	59,5
$\rho_{\text{eff}} = 5$ %/год	17,9	15,6
$\rho_{\text{eff}} = 10$ %/год	3,7	3,1
$\rho_{\text{eff}} = 15$ %/год	0,72	0,64

Из табл. 5 и 6 видно, что оптимальное планирование развития ЯТЭК как компонента энергосистемы по показателю удельных расчетных затрат ЯТЭК с учетом и без учета вредных выбросов в окружающую среду для реальных состояний общества с  $\rho_{\text{eff}} = 5 \dots 15$  %/год выявляет удорожание замкнутого ЯТЦ в сравнении с открытым в пределах от 1 до 18 %. Эти значения укладываются в 30-процентную зону неопределенности вычисления удельных расчетных затрат.

Наибольшая величина удорожания  $\sim 69$  % соответствует особому состоянию общества с  $\rho_{\text{eff}} = 0$  %/год. В этих пороговых условиях удорожание ЯТЦ выходит за пределы зоны неопределенности. Эти различия замкнутого и открытого ЯТЦ не позволяют говорить о невыгодности замкнутого ЯТЦ для реальных состояний общества с  $\rho_{\text{eff}} = 5 \dots 15$  %/год, и только для состояний с  $\rho_{\text{eff}} \rightarrow 0$  замкнутый ЯТЦ можно оценить как невыгодный в сравнении с открытым ЯТЦ из-за его заметной дороговизны.

Следствием использования критерия удельных расчетных затрат подсистемы ЯТЭК для принятия решения в отношении выгоды замкнутого ЯТЦ в сравнении с открытым ЯТЦ служит констатация факта: чем меньше подсистема ЯТЭК в стоимостном выражении, т.е. чем меньше ее капитал, тем менее выгоден замкнутый ЯТЦ, и наоборот. Иначе говоря, выгода замкнутого ЯТЦ зависит от величины ЯТЭК в стоимостном выражении, т.е. от объема концентрации капитала в ЯТЭК.

Замкнутый ЯТЦ выгоден, если энергосистема страны (России) будет единым (одним) акционерным обществом; он тем более выгоден, если страна Россия будет единым (одним) акционерным обществом (в этом случае капитал общества, частью которого является и энергосистема, максимален). Он может быть выгоден и в случае корпоративного объединения собственности в единый ЯТЭК.

Таким достаточным капиталом в СССР обладало Министерство среднего машиностроения, впоследствии Министерство атомной энергетики и промышленности.

Расчеты, проводившиеся в научно-исследовательских институтах этого министерства, показывали выгодность замкнутого ЯТЦ для СССР. Однако, если капитал ЯТЭК недостаточен, замкнутый ЯТЦ может оказаться невыгоден. Поэтому заведомо невыгодно создавать замкнутый ЯТЦ отдельным небольшим странам. Выгодным замкнутый ЯТЦ может стать для объединения стран.

### 5. Оценка выгоды замкнутого ЯТЦ по топливной составляющей удельных расчетных затрат ЯТЭК

В [2] конкретные схемы замкнутого и открытого ЯТЦ сравнивались по величине топливной составляющей удельных расчетных затрат ЯТЭК и это сравнение показало, что замкнутый ЯТЦ дороже открытого в 4,5 раза.

Сравнение всевозможных вариантов замкнутого и открытого ЯТЦ при оптимизации развития энергосистемы в настоящей работе по величине топливной составляющей удельных расчетных затрат сведено в табл. 7, откуда видно, что с ростом эффективной процентной ставки различия в величинах топливной составляющей удельных расчетных затрат замкнутого и открытого

ЯТЦ уменьшаются. Так, для  $\rho_{\text{eff}} = 0$  %/год замкнутый ЯТЦ удорожает топливную составляющую удельных расчетных затрат в 14 раз, а для  $\rho_{\text{eff}} = 15$  %/год – в 1,07 раза (т.е. на 7 %).

Ситуация, рассмотренная в [2], варьирует дисконтированием, т.е. величиной  $\rho_{\text{eff}}$ , в диапазоне значений от 8 %/год (банковский процент) до 15 %/год (доходность акционеров), а с учетом долей заемного и акционерного капитала этот диапазон сужается до значений 11,5 %/год для первых десяти лет эксплуатации ЯЭУ и 15 %/год для последующих лет эксплуатации ЯЭУ вплоть до окончания срока эксплуатации.

Из табл. 7 видно, что этой ситуации соответствует удорожание топливной составляющей удельных расчетных затрат замкнутого ЯТЦ в сравнении с открытым максимально в 1,4 раза, если сравнение проводить не по конкретным схемам ЯТЦ, а по оптимальным. Тем не менее такое сравнение замкнутого и открытого ЯТЦ по величине топливной составляющей удельных расчетных затрат, как уже отмечалось в [1], неправомерно и отражает несовершенство балансной расчетной модели, не учитывающей взаимное влияние моментов ввода ЯЭУ на установленные мощности и режи-

**Таблица 7.** Топливная составляющая удельных расчетных затрат ЯТЭК (в с\$/кВт·час) и кратность (отношение топливных составляющих в локально-оптимальном и оптимальном планах) для ВУ и НУ спросов на энерговыработку для значений эффективной процентной ставки  $\rho_{\text{eff}}$ : 0; 5; 10; 15 %/год

Показатель \ Спрос на энергию	ВУ		НУ	
	оптимум	локальный оптимум с БН	оптимум	локальный оптимум с БН
$\rho_{\text{eff}} = 0$ %/год				
Топливная составляющая	0,12	1,66	0,11	1,58
Кратность	13,9		14,1	
$\rho_{\text{eff}} = 5$ %/год				
Топливная составляющая	0,49	1,28	0,41	1,03
Кратность	2,6		2,5	
$\rho_{\text{eff}} = 10$ %/год				
Топливная составляющая	0,40	0,56	0,37	0,52
Кратность	1,4		1,4	
$\rho_{\text{eff}} = 15$ %/год				
Топливная составляющая	0,42	0,45	0,40	0,42
Кратность	1,07		1,06	

мы загрузок их, а как следствие, на работу ЯТЦ.

Моменты ввода являются управляющими параметрами оптимизации в моделях развития и размещения объектов народного хозяйства. Если их не оптимизировать во взаимосвязи с переменными модели, например, энергосистемы, то не будет найден оптимальный план. В лучшем случае будет получен сбалансированный план, и если повезет угадать, то этот план будет локально-оптимальным. В [4] показано, что в таких задачах функционал локально-оптимальных планов ведет себя полого вблизи оптимума, а вдали от него различия сильны и составляют разы.

Если балансная модель составлена корректно, то в ней фиксируются моменты ввода ЭУ (объектов), а все остальные переменные модели связывают с этими моментами ввода. В этом случае можно надеяться на получение локально-оптимального плана. Вопрос, находится ли этот план вблизи оптимума или вдалеке, остается открытым и может быть решен оптимизацией моментов ввода.

Неправомотность использования топливной составляющей удельных расчетных затрат можно понять из следующих простых пояснений. Пусть заданы моменты ввода разных ЭУ энергосистемы и среди них — моменты ввода ЯЭУ разных типов. Пусть качество плана оценивается величиной удельных расчетных затрат, включающих составляющие: капитальную, эксплуатационную без топливной составляющей, вредные выбросы химических соединений, топливную.

Если для этой комбинации моментов ввода все составляющие удельных расчетных затрат для ЯЭУ конкретного типа ниже таковых для угольных ЭУ или ЭУ на природном газе, то из этого не следует, что выгодно вводить ЯЭУ этого типа; ЯЭУ может не вестись в эксплуатацию по причине того, что для ее топлива, включающего сложную композицию изотопов, к этому моменту еще не накоплен на стадии фабрикации топлива один из изотопов композиции и нужно еще подождать. Как следствие, придется отодвинуть в будущее момент ввода

ЯЭУ, который сразу же повлечет за собой изменение всех составляющих удельных расчетных затрат этой ЯЭУ.

Так топливный цикл ЯЭУ через моменты ввода ЭУ (и наоборот) влияет на все составляющие удельных расчетных затрат, изменения которых учитываются в функционале по меньшей мере двояко: посредством приведения во времени и как функции установленных мощностей, в свою очередь зависящих от моментов ввода. По этой причине сравнение открытого и замкнутого ЯТЦ следует вести по величине полного критерия (в нашем случае, удельных расчетных затрат), отражающего изменения всех его составляющих при малейших изменениях в ЯТЦ.

### Заключение

Выполненные расчеты оптимизации развития энергосистемы России для исходных данных, оцененных в междисциплинарном исследовании Массачусетского технологического института [2], скорректировали их выводы и показали, что для России конкурентные преимущества ЯЭУ выше таковых для угольных ЭУ и выше или равны таковым для ЭУ на природном газе, а замкнутый ЯТЦ с учетом диапазона неопределенности исходных данных выгоден для России. Показано, что сравнение замкнутого и открытого ЯТЦ по величине топливной составляющей удельных расчетных затрат неправомерно.

Выгодность ЯТЦ растет по мере роста (концентрации) капитала акционерного общества, куда он системно входит, и достигает максимума для единого и одного акционерного общества, каковым может быть вся страна Россия. Корректировка выводов, сделанных в [2], стала следствием применения для анализа конкурентных преимуществ ЭУ и выгоды замкнутого ЯТЦ оптимизационной модели развития энергосистемы в отличие от балансных моделей, пусть даже весьма правдоподобных, но не способных перебрать все множество возможных построений энергосистемы и ЯТЦ как элемента энергосистемы.

## Список литературы

1. *Клименко А.В.* К вопросу об оптимальной структуре развития ядерной энергетики России // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4, с. 81–100.
2. *The Future of Nuclear Power. An Interdisciplinary MIT Study.* Massachusetts Institute of Technology, 2003.
3. *Клименко А.В.* Компьютерный комплекс оптимизационных программ (код) “TOBAS” // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2005, вып. 3, с. 51–56.

4. *Шевелев Я.В., Клименко А.В.* Эффективная экономика ядерного топливно-энергетического комплекса. М.: РГГУ, 1996.
5. *Ядерная энергетика. Проблемы и перспективы. Экспертные оценки.* М.: ИАЭ, 1989.

*Контактная информация –*

*Клименко Анатолий Васильевич, профессор,  
тел.: (495)323-92-42, e-mail: [anatoly-klimenko@yandex.ru](mailto:anatoly-klimenko@yandex.ru)*

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4,  
с. 100–111.

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Семенов В.Н.</i> Функции ценности в задаче расчета выгорания топлива в ВВЭР.....	3
<i>Калугин М.А., Олейник Д.С., Сухино-Хоменко Е.А.</i> Статистическая погрешность результатов расчетов реакторов методом Монте-Карло.....	10
<i>Моряков А.В.</i> Программа LUCKY. Решение уравнения переноса и гамма-излучения нейтронов с использованием параллельных технологий .....	18
<i>Моряков А.В.</i> Результаты расчетов по программе LUCKY. Сравнение с другими программами и экспериментальными данными.....	30
<i>Черезов А.Л., Щукин Н.В., Семенов А.А., Соловьев Д.А.</i> Использование процедуры спектральной проекции для определения реактивности в физически больших ядерных реакторах.....	41
<i>Достов А.И.</i> Теплофизические процессы в РБМК при обезвоживании контура охлаждения СУЗ .....	51
<i>Иванов А.С., Русинкевич А.А.</i> Эффективные коэффициенты диффузии металлических продуктов деления в ядрах микро топлива ВТГР с учетом влияния задерживаемой доли .....	65
<i>Смирнов А.Ю., Сулаберидзе Г.А., Алексеев П.Н., Дудников А.А., Невиница В.А., Проселков В.Н., Чибиняев А.В.</i> Эволюция изотопного состава регенерированного урана при многократном рецикле в легководных реакторах с подпиткой природным ураном .....	70
<i>Клименко А.В.</i> К вопросу об оптимальной структуре развития ядерной энергетики России .....	81
<i>Клименко А.В.</i> Оценка конкурентоспособности энергетических технологий и замкнутого ядерного топливного цикла в энергосистеме России .....	100

## CONTENTS

<i>Semyonov V.N.</i> Importance Functions in VVER Fuel Burnup Calculation .....	3
<i>Kalugin M.A., Oleynik D.S., Sukhino-Khomenko E.A.</i> A Variance of the Nuclear Reactors Calculations Results Using Monte Carlo Method .....	10
<i>Moryakov A.V.</i> Multiprocessor LUCKY Code. Transport Equation Solution by Parallel Technology .....	18
<i>Moryakov A.V.</i> Calculated Results by LUCKY Code and Comparison with other Computer Codes and Experimental Data .....	30
<i>Cherezov A.L., Schukin N.V., Semyonov A.A., Solov'yov D.A.</i> The Procedure of the Spectral Projection for Determining the Reactivity in Physically Large Nuclear Reactors .....	41
<i>Dostov A.I.</i> Thermal Physics Processes in RBMK under Avoiding Conditions of Power Control System Cooling Circulation Circuit .....	51
<i>Ivanov A.S., Rusinkevich A.A.</i> The Effective Fission Products Diffusion Coefficients in HTGR Microfuel Kernels with Delayed Share Influence .....	65
<i>Smirnov A.Yu., Sulaberidze G.A., Alekseev P.N., Dudnikov A.A., Nevinitza V.A., Proselkov V.N., Chibinyaev A.V.</i> Evolution of Multi Recycled Uranium Isotope Composition in Closed Fuel Cycle of Light Water Reactors with Natural Uranium Feed .....	70
<i>Klimenko A.V.</i> Optimal Structure of Development of Nuclear Power in Russia .....	81
<i>Klimenko A.V.</i> Estimation of Competitiveness of Power Technologies and Closed Nuclear Fuel Cycle in Power System in Russia.....	100

## Правила оформления статей

При подготовке статьи в сборник автор должен руководствоваться стандартом “Оригиналы авторские и текстовые издательские” (ОСТ 29.115 – 88). К авторским оригиналам, передаваемым для издания, предъявляются следующие требования:

1. Экземпляр статьи должен быть первым, отпечатан на одной стороне листа формата А4 **шрифтом № 12 через 2 интервала**. Статья должна быть составлена в следующем порядке: индекс УДК; заглавие; **инициалы и фамилии авторов; место работы каждого автора с почтовым адресом; аннотация (не более 10 строк); ключевые слова** – все вышеперечисленное **на русском и английском языках**; текст; список литературы; таблицы; рисунки; подрисуночные подписи (на отдельном листе).

2. Статья должна также предоставляться обязательно **в виде электронной версии обычным шрифтом № 12 Times New Roman, междустрочный интервал – одинарный**, в редакторе Word 97 или более поздних версий. Текст не форматируется, в качестве имени файла используется ФИО первого автора статьи. **Кавычки в тексте ставятся при английской раскладке клавиатуры (“..”)**.

3. Содержание статьи должно быть кратким и четким. Исключаются общие рассуждения, известные положения. Не допускается дублирование материала в тексте, таблицах, подрисуночных надписях. Необходимо соблюдать единообразие в написании терминов, наименований физических величин и единиц измерения, условных обозначений, сокращений, символов. Наименования и обозначения единиц физических величин необходимо приводить в системе СИ.

Необходимо обращать внимание на **написание прописных и строчных букв: русские и греческие буквы (α, β, γ, φ и т.д.) набираются прямо, а латинские (x, y, z, w и т.д.) – курсивом**. Те же требования в обозначениях нужно соблюдать при написании индексов и степеней в формулах. **Обозначения матриц и векторов набираются полужирным шрифтом прямо**. Формулы, включенные в текст, следует набирать без увеличения интервала между строками, например  $b/d$ ,  $\exp(x/e)$ .

4. Таблицы нумеруются, **каждая таблица должна иметь заголовок**. Сокращения в графах таблицы не допускаются. В тексте необходимы ссылки на все таблицы. **Каждая таблица печатается на отдельном листе, а в электронном виде представляется в отдельном файле**.

5. Формулы и буквенные обозначения величин должны быть размечены и сразу расшифрованы. Формулы нумеруются арабскими цифрами, номер ставится с правой стороны листа в круглых скобках. **Нумеровать следует только те формулы и уравнения, на которые есть ссылка в последующем изложении**. Формулы выполняются в редакторах Equation 3.0 или MathType при невозможности набора на клавиатуре ( $x_n^2, y_m^n, \sqrt{x}, \int_0^1 x, \frac{1}{y}$  и т.д.).

Подстрочные и надстрочные индексы вводятся с клавиатуры ( $x_3, \text{км}^2$  и т.д.), греческие буквы вставляются через Меню *Вставка* → *символ*.

6. В тексте статьи рисунок обязательно представляется на отдельном листе формата не более А4. На рисунках допускается минимальное число обозначений – краткие цифровые (по порядку номеров слева направо или по часовой стрелке) или буквенные обозначения. Все пояснения выносятся в подрисуночные подписи. На обороте каждого рисунка указываются фамилии авторов, название статьи, номер рисунка, обозначения верха и низа. **Внутренние надписи на рисунках набираются шрифтом № 11**. Внизу каждого рисунка должны быть

приведены его номер и **подписуночная подпись шрифтом № 11**. При наличии нескольких различных графиков на одном рисунке каждый из них обозначается русскими буквами а), б), в) и т.д. и расшифровывается.

**В компьютерном виде рисунки представляются в отдельных файлах**, выполненные в графических редакторах *Paint, PhotoShop, CorelDraw* в черно-белом цвете (фотографии в растровом формате *tif, dpi-300*). Рисунки в Word не вставлять кроме случаев, когда рисунок изначально выполнен в Word.

7. Ссылки на литературу в тексте даются по порядку арабскими цифрами в квадратных скобках. **Список литературы составляется в той же последовательности, в которой приводятся ссылки на литературу**. Фамилии и инициалы авторов набираются полужирным курсивом.

8. Список литературы следует оформлять в соответствии с Государственным стандартом “Библиографическая ссылка” (ГОСТ Р 7.0.5–2008), в частности, необходимо указать :

а) для журнальных статей – фамилии и инициалы авторов (не менее трех первых), название статьи, название журнала (без кавычек), год, том, выпуск, номер, страницы;

б) для книг – фамилии и инициалы авторов, полное название книги, место издания, издательство (без кавычек), год издания;

в) для авторефератов диссертаций – фамилию и инициалы автора, название автореферата диссертации, на соискание какой ученой степени написана диссертация, место и год защиты;

г) для препринтов – фамилии и инициалы авторов, название препринта, наименование издающей организации, шифр и номер, место и год издания;

д) для патентов – фамилии и инициалы авторов, название патента, страну, номер и класс патента, дату и год заявления и опубликования патента;

е) для отчетов – фамилии и инициалы авторов, название отчета, инвентарный №, наименование организации, год выпуска;

ж) для электронных источников – **полный электронный адрес (включая дату обращения к источнику)**, позволяющий обратиться к публикации.

9. В конце текста указывается контактная информация об авторах статьи: фамилия, имя и отчество (полностью), должность, телефон, e-mail и по желанию автора – домашний почтовый адрес.

## Уточненная информация для читателей

научно-технического сборника

**“Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика ядерных реакторов”!**

Редколлегия сборника “ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов” информирует авторов и читателей сборника об организации подписки на “ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов”. Подписные индексы ОАО Агентство “Роспечать”: 66675 со II полугодия 2007 г. в каталоге “Издания органов научно-технической информации” и 32067 с 2010 г. в каталоге “Газеты. Журналы”.

Напоминаем, что “ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов” по-прежнему издается в трех выпусках: Физика и методы расчета ядерных реакторов, Динамика и безопасность ядерных энергетических установок и Импульсные реакторы и простые критические сборки.

Призываем заинтересованных специалистов поддержать активной подпиской сборник “ВАНТ. Серия: Физика ядерных реакторов”.

## **ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ**

С е р и я: Физика ядерных реакторов

**Выпуск 4**

Ответственный за выпуск **С.М. Зарицкий**  
(тел./факс: (499)196-71-98, e-mail: zaritsky@adis.vver.kiae.ru)

Редактор **В.В. Пчелин**  
(тел./факс: (499)196-99-44, e-mail: pchelin@adis.vver.kiae.ru)

Подписано в печать 22.10.10. Формат 70×108/16  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 14,5. Уч.-изд. л. 16,0. Тираж 200. Индекс 3646. 10 статей. Заказ 88

Отпечатано в Российском научном центре “Курчатовский институт”  
123182, Москва, пл. Академика Курчатова, 1

Индекс 3646

ISSN 0205—4671. Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4, 1—116