

ISSN 0205—4671

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
“КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ”

# ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

СЕРИЯ:

Физика ядерных реакторов

ВЫПУСК

1

2011

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР “КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ”

**В О П Р О С Ы  
А Т О М Н О Й  
Н А У К И  
И  
Т Е Х Н И К И**

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК

СЕРИЯ:

**Ф И З И К А Я Д Е Р Н Ы Х Р Е А К Т О Р О В**

ИЗДАЕТСЯ с 1989 г.

ВЫПУСК 1

**Ф И З И К А И М Е Т О Д Ы Р А С Ч Е Т А  
Я Д Е Р Н Ы Х Р Е А К Т О Р О В**

ИЗДАЕТСЯ с 1989 г.

МОСКВА – 2011

Сборники "Вопросы атомной науки и техники" (ВАНТ) включены в Перечень ведущих изданий Высшей аттестационной комиссии (ВАК). Подписные индексы ОАО Агентство "Роспечать": 66675 с 2007 г. в каталоге "Издания органов научно-технической информации" и 32067 с 2010 г. в каталоге "Газеты. Журналы".

Выпуски "Физика и методы расчета ядерных реакторов", "Динамика и безопасность ядерных энергетических установок" подготавливаются Национальным исследовательским центром (НИЦ) "Курчатовский институт".

*Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. При перепечатке и цитировании ссылка на сборник ВАНТ обязательна. Перепечатка материалов допускается только с письменного разрешения редакции.*

### **Редакционная коллегия серии:**

главный редактор – Ю.М. Семченков;

заместители главного редактора – С.М. Зарицкий, В.Ф. Колесов, А.Е. Крошилин, В.В. Пчелин;  
ответственный секретарь – Е.А. Старостина;

члены редколлегии – П.Н. Алексеев, Е.В. Бурлаков, А.Ю. Гагаринский,  
М.П. Лизоркин, В.Д. Павлов, Я.И. Штромбах.

В выпусках "Физика и методы расчета ядерных реакторов" публикуются материалы по следующим вопросам:

- математические проблемы теории переноса и теории реакторов;
- теория и методы расчета ядерных реакторов, бланкетов термоядерных реакторов, радиационной защиты, переноса излучений;
- проблемы обеспечения расчетных и экспериментальных исследований программами для ЭВМ; описания и аннотации программ, комплексов и систем программ;
- расчетные исследования по физике ядерных реакторов, бланкетов термоядерных реакторов, радиационной защиты, переноса излучений;
- экспериментальные методы и экспериментальные исследования по физике ядерных реакторов и в перечисленных смежных областях;
- общие проблемы ядерной энергетики.

Материалы для опубликования следует направлять в НИЦ "Курчатовский институт" на имя главного редактора серии.

Materials related to the topics described below are published in series "Nuclear Reactor Physics":

- mathematical problems of transport and nuclear reactor theory;
- theory and calculational methods for nuclear reactors, fusion reactor blankets, radiation shielding and radiation transport;
- codes for calculational and experimental investigations; descriptions and abstracts of codes, code complexes and systems;
- calculational analysis of reactor, blanket and shielding performances and radiation transport; calculational analysis of some nuclear energy development aspects;
- experimental methods and experimental analysis in field of nuclear reactor physics and other above mentioned items;
- general problems of nuclear power.

## Алгоритм получения угловых потоков в ячейке для многопроцессорных программ LUCKY и LUCKY\_C

А.В. Моряков,

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Поступила в редакцию 15.11.2010 г.

Представлены основные формулы для решения уравнения переноса в ячейке. Алгоритм реализован в программах LUCKY и LUCKY\_C. Описаны преимущества предложенного алгоритма.

*Ключевые слова:* алгоритм, программа, компьютер,  $S_n$  метод, уравнение, функция.

**The Algorithm to Get the Angular Fluxes in Space Cell for Multiprocessor Computer Codes LUCKY and LUCKY\_C.** A.V. Moryakov, NRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.

This paper is devoted for main formulas to get the solution of angular fluxes in space cells for multiprocessor computer codes LUCKY and LUCKY\_C. Advantages of this algorithm are presented.

*Key Words:* Algorithm, Program, Computer,  $S_n$  Method, Equation, Function.

### Введение

Программы LUCKY и LUCKY\_C [1] создавались для работы на многопроцессорных компьютерах. Алгоритм вычисления решения в элементарных ячейках расчетной системы имеет ряд особенностей по сравнению с алгоритмами, используемыми в классических методах дискретных ординат. Цель данной работы – представить формализованное (в операторной форме) описание алгоритма, данного в работах [1, 2] для получения решения уравнения переноса в ячейках расчетной системы. Представленный алгоритм реализован в программах LUCKY и LUCKY\_C.

### Основные формулы для получения решения в ячейке

Дадим постановку задачи и основные формулы для получения решения уравнения переноса в элементарных ячейках по предложенной методике. Сначала рассмотрим произвольную краевую задачу для линейного оператора. Для любого линейного оператора  $A$  решение краевой задачи  $\Phi$  может быть представлено как сумма решения двух задач.

Пусть решаем краевую задачу  $A\Phi = Q$ ;  $\Phi|_D = \Psi_{гр}$ , где  $Q$  – член источника,  $\Psi_{гр}$  – функция на границе расчетной области  $D$ .

Запишем краевую задачу 1  $A\Phi_0 = Q$ ;  $\Phi_0|_D = 0$  и краевую задачу 2  $A\Phi_1 = 0$ ;  $\Phi_1|_D = \Psi_{гр}$ . Тогда  $\Phi = \Phi_0 + \Phi_1$  в силу линейности оператора:  $A(\Phi_0 + \Phi_1) = Q$ ;  $(\Phi_0 + \Phi_1)|_D = \Psi_{гр}$ .

Данное утверждение справедливо и для уравнения переноса Больцмана. Решаем уравнение Больцмана для подобласти, где под подобластью может пониматься часть расчетного объема. Запишем краевую задачу

$$L\Phi = S\Phi + Q, \Phi|_D = \Psi_{гр}, \quad (1)$$

где  $L = \Omega_x \frac{\partial}{\partial x} + \Omega_y \frac{\partial}{\partial y} + \Omega_z \frac{\partial}{\partial z} + \Sigma_{tot}(\mathbf{r})$ ,

$$S = \int_{\Omega} P(\mathbf{r}, \Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega'.$$

Будем искать  $\Phi = \Phi_0 + \Phi_1$ . Решим уравнение для этой подобласти

$$L\Phi_0 = S\Phi_0 + Q; \Phi_0|_D = 0. \quad (2)$$

Затем решим уравнение для подобласти

$$L\Phi_1 = S\Phi_1; \Phi_1|_D = \Psi_{гр}. \quad (3)$$

Тогда  $L(\Phi_0 + \Phi_1) = S(\Phi_0 + \Phi_1) + Q$ ;  $(\Phi_0 + \Phi_1)|_D = \Psi_{гр}$  есть решение уравнения (1).

Остановимся подробнее на решении уравнения (2). Выберем угол  $\Omega'$  и будем считать, что для всех остальных углов функция  $Q(\Omega', \mathbf{r})$  в подобласти равна 0.

Пусть  $Q(\Omega', \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i(\Omega') \vartheta_i(\Omega', \mathbf{r})$ , где  $\vartheta_i(\Omega', \mathbf{r})$  – известные базисные функции для разложения  $Q(\Omega', \mathbf{r})$  по пространству внутри подобласти. Будем решать уравнение

$$L\psi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) = S\psi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) + \vartheta_i(\Omega', \mathbf{r});$$

$$\psi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})|_D = 0. \quad (4)$$

В силу линейности уравнения для произвольного  $Q(\Omega, \mathbf{r})$  решение уравнения (2) представляется в виде

$$\Phi_0(\Omega, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{\infty} \int_{\Omega} \beta_i(\Omega') \psi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) d\Omega',$$

$$\Phi_0(\Omega, \mathbf{r})|_D = 0. \quad (5)$$

Остановимся подробнее на решении уравнения (3). Выберем угол  $\Omega'$  и будем считать, что для всех остальных углов функция  $\Psi_{\text{гр}}(\Omega, \mathbf{r})$  на границе равна 0. Пусть

$$\Psi_{\text{гр}}(\Omega', \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(\Omega') \xi_i(\Omega', \mathbf{r}) \quad (6)$$

— функция на границе подобласти, где  $\xi_i(\Omega', \mathbf{r})$  — известные базисные функции для разложения  $\Psi_{\text{гр}}(\Omega', \mathbf{r})$  по пространству на границах подобласти.

Пусть  $\varphi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})$  — решение задачи

$$L(\xi_i(\Omega', \mathbf{r}) + \varphi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})) = S(\xi_i(\Omega', \mathbf{r}) + \varphi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}));$$

$$(\xi_i(\Omega', \mathbf{r}) + \varphi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}))|_D = \xi_i(\Omega', \mathbf{r});$$

$$\varphi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})|_D = 0 \text{ для } \Omega \neq \Omega'. \quad (7)$$

Тогда  $\Phi_1(\Omega', \Omega, \mathbf{r})$  как решение задачи (3) с разложением (6) для  $\Psi_{\text{гр}}(\Omega', \mathbf{r})$  и  $\Phi_1(\Omega', \Omega, \mathbf{r})|_D = \Psi_{\text{гр}}(\Omega', \mathbf{r})$  представим в виде

$$\Phi_1(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) =$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(\Omega') (\xi_i(\Omega', \mathbf{r}) + \varphi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(\Omega') \theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}), \quad (8)$$

где  $\theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) = \xi_i(\Omega', \mathbf{r}) + \varphi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})$ .

Покажем это, найдем решение уравнения (7). Тогда знаем  $\theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})$  и для  $\forall \theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})|_D = \xi_i(\Omega', \mathbf{r})$  в силу того, что  $\forall \varphi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})|_D = 0$ .

Понятно, что  $\alpha_i(\Omega') L\theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) = \alpha_i(\Omega') S\theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})$  и справедливо равенство

$$\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(\Omega') L\theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(\Omega') S\theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}).$$

Уравнение линейно и можно записать

$$L \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(\Omega') \theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) = S \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(\Omega') \theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}).$$

Но по предыдущему определению (8)

$$\Phi_1(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(\Omega') \theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) \text{ и для } \Phi_1$$

$(\Omega', \Omega, \mathbf{r})$  выполняется условие  $\Phi_1(\Omega', \Omega, \mathbf{r})|_D = \Psi_{\text{гр}}(\Omega', \mathbf{r})$ , что и требовалось показать.

Если функция  $\Psi_{\text{гр}}(\Omega, \mathbf{r})$  имеет произвольное распределение по  $\Omega$ , то решение  $\Phi_1$  задачи (3) будет представлено через интеграл формулой

$$\Phi_1(\Omega, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{\infty} \int_{\Omega} \alpha_i(\Omega') \theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) d\Omega'.$$

Ранее получено решение задачи (2) от источника в подобласти

$$\Phi_0(\Omega, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{\infty} \int_{\Omega} \beta_i(\Omega') \psi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) d\Omega'. \text{ Тогда решение задачи (1) } \Phi(\Omega, \mathbf{r}) = \Phi_0(\Omega, \mathbf{r}) + \Phi_1(\Omega, \mathbf{r});$$

$$\Phi|_D = \Psi_{\text{гр}}(\Omega, \mathbf{r}).$$

Предложенный алгоритм позволяет находить  $\Phi$  — решение уравнения (1), которое описывает краевую задачу для рассматриваемой подобласти с произвольным  $Q(\Omega, \mathbf{r})$  внутри подобласти и произвольной функцией  $\Psi_{\text{гр}}(\Omega, \mathbf{r})$  на границе подобласти, т.е.

$$\Phi(\Omega, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{\infty} \int_{\Omega} \alpha_i(\Omega') \theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) d\Omega' +$$

$$+ \sum_{i=1}^{\infty} \int_{\Omega} \beta_i(\Omega') \psi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r}) d\Omega'.$$

Находить функции  $\theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})$  и  $\psi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})$  (назовем их базовыми решениями) приходится численным методом, аналитическое решение для этих функций найти проблематично. Они зависят от размеров и физических параметров подобластей, для которых ставится краевая задача.

Если вся расчетная система разбита на конечное число подобластей (каждая подобласть рассчитывается на отдельном вычислительном модуле суперкомпьютера), то эти функции могут быть получены для этих подобластей и использоваться в дальнейшем при получении решения краевой задачи для всей системы, например, в итерационном процессе по сшивке решений на общих границах подобластей. Среди методов, реализующих такой подход к решению задачи переноса, можно отметить метод поверхностных гармоник [3].

В методике, реализованной в программах LUCKY и LUCKY\_C, в качестве такой подобласти выбирается пространственная ячейка небольшого размера, для которой

$P_m S_n$  методом получают базовые решения. Критерий выбора – размер ячейки должен составлять 0,3...0,1 длин свободного пробега частиц в веществе этой ячейки, чтобы корректно описать поведение решения при конечно-разностной аппроксимации уравнения переноса. Вторым критерий выбора размера ячейки – детальное описание геометрии для пространственных элементов, входящих в систему. Размер ячейки должен удовлетворять этим двум критериям. Именно для этих ячеек насчитываются и сохраняются функции  $\theta_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})$  и  $\psi_i(\Omega', \Omega, \mathbf{r})$ .

Число таких ячеек с уникальным материальным составом – небольшое (обычно несколько десятков), что позволяет быстро для этих ячеек насчитать базовые решения. Сшивка решения на границах соседних ячеек (на которых выходящий поток из одной ячейки является входящим в другую) происходит с требованием непрерывности решения.

Коэффициенты разложения  $\Psi_{гр}(\Omega', \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(\Omega') \xi_i(\Omega', \mathbf{r})$  и  $\alpha_i(\Omega')$  определяются однозначно по узлам входящих в ячейку потоков на общих границах ячеек. Решение  $\Phi_0(\Omega, \mathbf{r})$  (5) для ячеек получается один раз и не меняется в дальнейшем вычислительном процессе. Это – плюс данной методики. Еще одним плюсом сведения краевой задачи к отдельным подзадачам служит отсутствие необходимости в итерационном процессе многократно вычислять интеграл столкновений в операторе  $S$  уравнения переноса.

Влияние на решения интеграла столкновения уже учтено в базовых решениях для ячеек. Еще один плюс – это возможность при получении базовых решений использовать индикатрису рассеивания максимально доступного в библиотеке сечений порядка разложения по полиномам Лежандра без потери времени для всего вычислительного процесса, так как базовые решения в ячейках вычисляются один раз и время их вычисления незначительно.

Еще один плюс – в итерационном процессе по ячейкам для текущей ячейки, в которой вычисляется решение, учитывается влияние на решение всех 6 соседей (геометрия X-Y-Z прямоугольная, ячейка – параллелепипед). Это приводит к снижению необходимого числа итераций при получении решения.

Еще один плюс – возможность проводить итерационный процесс на пространственной подобласти, состоящей из ячеек, на отдельном вычислительном процессоре суперкомпьютера. В совокупности все плюсы предлагаемой методики дали хорошую эффективность вычислительного процесса с использованием параллельных вычислений на суперкомпьютере.

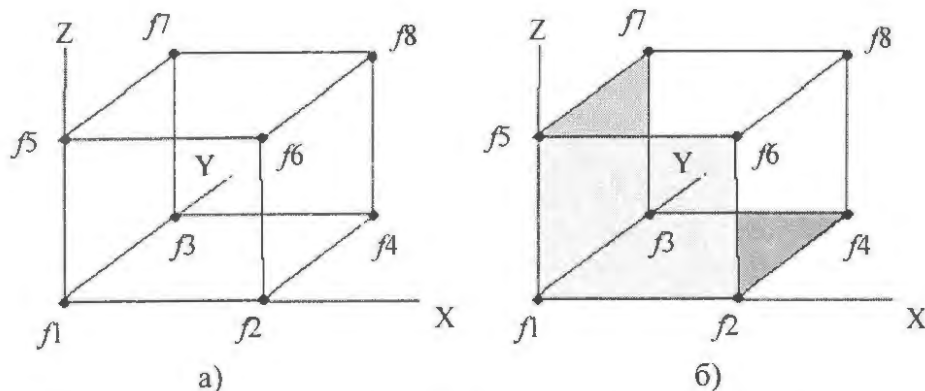
В  $S_n$  методе предполагается, что угловой поток на единичной сфере задается дискретным набором направлений  $\Omega_j$  ( $j = 1 \dots N$ ), где  $N$  – число направлений на единичной сфере. Если функция  $\Psi_{гр}(\Omega_j, x, y, z)$  на границе ячейки для углового потока частиц представляется в виде ряда с учетом только линейной части по переменным  $x, y, z$ , то (8) представляется в виде

$$\begin{aligned} \Phi(\Omega_j, x, y, z) = & a_1(\Omega_j) + a_2(\Omega_j)x + \\ & + a_3(\Omega_j)y + a_4(\Omega_j)z + a_5(\Omega_j)xy + \\ & + a_6(\Omega_j)xz + a_7(\Omega_j)yz + \varphi(\Omega_j, x, y, z), \end{aligned}$$

где  $j$  – номер углового направления  $\Omega_j$ .

Считаем, что размеры ячейки удовлетворяют описанным выше двум критериям. Тогда предполагаем, что семи базовых функций ( $\xi_1 = 1$ ,  $\xi_2 = x$ ,  $\xi_3 = y$ ,  $\xi_4 = z$ ,  $\xi_5 = xy$ ,  $\xi_6 = xz$ ,  $\xi_7 = yz$  на граничных плоскостях XY, XZ, YZ) для линейного представления потоков по пространственным переменным на границе ячейки будет достаточно, а  $\varphi(\Omega_j, x, y, z) = a_8(\Omega_j)xyz$ .

Коэффициенты  $a_1(\Omega_j) \dots a_7(\Omega_j)$  определяются однозначно по узлам на образующих плоскостях ячейки (рисунок), а  $a_8(\Omega_j)$  получается как решение задачи (7). Предполагаем, что внутри ячейки (ячейка мала) источник задан средним значением по пространству, т.е. имеет вид  $Q(\Omega_j) = q(\Omega_j)\vartheta(\Omega_j)$ , где  $\vartheta(\Omega_j) = 1$ .



Элементарная ячейка: а) схема ячейки; б) образующие плоскости октанта для узла  $f_1$

После вычислений  $\theta_m(\Omega_j, \Omega_i, \mathbf{r})$  ( $m = 1 \dots 7$ ) и  $\psi(\Omega_j, \Omega_i, \mathbf{r})$  окончательная формула для определения углового потока в узлах ячейки в энергетической группе, полученная методом дискретных ординат, будет иметь вид (записана для всех 8 октантов входящих в ячейку потоков)

$$\Phi_{i,j} = \sum_{k=1}^8 \sum_{l=1}^M \sum_{m=1}^7 a_{m,l,k} \theta_{m,l,k,i,j} + \sum_{k=1}^8 \sum_{l=1}^M q_{l,k} \psi_{l,k,i,j}. \quad (9)$$

Здесь  $M$  – число угловых направлений в октанте;  $\theta_{m,l,k,i,j}$  – базовое решение от базовой функции разложения потока на границе;  $\psi_{l,k,i,j}$  – базовое решение от базовой функции для представления распределенного источника внутри ячейки;  $a_{m,l,k}$  – коэффициент разложения по базовым функциям решения на границах ячейки;  $q_{l,k}$  – среднее значение источника в ячейке (предполагается, что размеры ячейки малы и источник равномерно распределен по ячейке);  $i$  – номер узла;  $j$  – номер угла в выходном октанте узла;  $k$  – номер октанта (октантов всего 8);  $l$  – номер угла в октанте;  $m$  – номер базовой функции в разложении решения на границах ячейки (7 базовых функций для представления решения на границах).

Решение уравнения переноса для всей расчетной области получается посредством итерационного процесса, в котором используется условие равенства угловых потоков на границах соседних подобластей. Каждая подобласть рассчитывается на отдельном вычислительном модуле суперкомпьютера с последующим обменом входящими и выходящими угловыми потоками на границах. Связь между ячейками в подобласти рас-

считывается по представленной выше формуле (9).

### Заключение

Предложенная методика нахождения углового потока при решении уравнения переноса Больцмана для ячеек, основанная на разбиении краевой задачи на краевые задачи с источником и без источника, может легко быть применена для проведения параллельных вычислений. Методика обладает рядом преимуществ, которые дают возможность эффективно проводить итерационный процесс с использованием параллельных вычислений.

### Список литературы

1. **Моряков А.В.** Программа LUCKY. Решение уравнения переноса нейтронов и гамма излучения с использованием параллельных технологий // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4, с. 18–29.
2. **Моряков А.В.** Результаты расчетов по программе LUCKY. Сравнение с другими программами и экспериментальными данными // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4, с. 30–40.
3. **Лалетин Н.И.** Об уравнении гетерогенного реактора // ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1981, вып. 5(18), с. 31.

### Контактная информация –

Моряков Алексей Владимирович, с. н. с., тел.: (499)196-71-98, e-mail: [sailor@yauza.ru](mailto:sailor@yauza.ru)

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, вып. 1,  
с. 3–6.

## Программа ANGEL. Решение с использованием технологии CUDA систем линейных дифференциальных уравнений большой размерности, описывающих нестационарные процессы

*А.В. Моряков, С.С. Пылёв,*

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Поступила в редакцию 05.07.2010 г.

Представлены постановка задачи и методический подход для решения больших систем линейных дифференциальных уравнений, описывающих нестационарные процессы, с применением технологии CUDA, реализованный в программе ANGEL. Даны результаты для тестовой задачи переноса радиоактивных продуктов по контурам ядерной энергетической установки. Обсуждаются возможности использования программы ANGEL для решения различных задач, моделирующих произвольные нестационарные процессы.

*Ключевые слова:* программа, компьютер, системы дифференциальных уравнений, графический сопроцессор.

**ANGEL Computer Code. The Solver to Get Solution for Time Depended Large Linear Systems of Differential Equations Using CUDA Technology.** *A.V. Moryakov, S.S. Pylyov, NRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.*

This paper is devoted for computer code ANGEL that was developed specially to resolve large linear systems of differential equations by CUDA technology. Results for the transport of radioactive nuclides for the test task are presented.

*Key Words:* Program, Computer, Differential Equations Systems, Graphic Coprocessor.

### Введение

При численном решении систем уравнений, применяемых для описания задач математической физики, почти всегда, если не используются статистические методы, применяются конечно-разностные представления частных производных и интегралов, входящих в эти уравнения. Эти представления в конечном итоге сводят исследуемые уравнения к системам уравнений, отражающим баланс в элементе некоторого фазового пространства, для которого написаны данные уравнения, и описывающим моделируемые с помощью этих уравнений физические процессы.

Способ решения таких систем в большинстве случаев итерационный, гарантирующий сходимость баланса с определенной точностью в процессе итераций. Если рассматривать системы дифференциальных уравнений первого порядка по производной по времени, описывающие нестационарные процессы, то можно заметить одну особенность, свойственную всем этим системам, —

наличие единственного решения, удовлетворяющего заданным начальным условиям.

Полагаясь на адекватное описание физических процессов, отраженных в этих системах, можно надеяться, что полученное решение таких систем будет близко к решению оригинальной системы, и использовать простой итерационный способ для нахождения решения. Этот способ всегда обеспечит гарантированную сходимость итерационного процесса к решению за счет подбора шага временного интервала при конечно-разностном представлении производной искомых функций по времени.

Выбранный временной шаг, гарантирующий сходимость итерационного процесса, порой бывает очень малой величиной. Это ведет к большим временным затратам при получении решения даже на самых мощных современных компьютерах из-за необходимости применять большое число временных шагов при получении решения в пределах исследуемого временного отрезка.

Задачи, для описания которых используются системы уравнений большой раз-

мерности, становятся особенно популярными в последнее время. Решения таких задач служат основой для создания виртуальных моделей различных объектов, тренажеров и других элементов, входящих в сложные программные комплексы.

Для моделирования алгоритмов решений таких систем стоит вопрос о создании методик, в полной мере использующих новейшие достижения в вычислительной технике, например, таких как технология CUDA (compute universal data architecture) [1]. Решению этой задачи применительно к большим системам линейных дифференциальных уравнений, описывающих нестационарные процессы, посвящена эта работа.

Технология CUDA представлена известной американской фирмой NVIDIA. Одна из сфер деятельности этой фирмы – производство графических плат для компьютеров. Эта технология, реализованная для графических карт, дает возможность пользователю взять весь мощный потенциал нескольких сотен графических сопроцессоров, находящихся на графической карте, которые способны одновременно обрабатывать большие массивы данных.

Графические карты имеют свою оперативную память, достигающую нескольких гигабайт, и позволяют работать с переменными данными различной длины без значительных потерь времени на вычисления. Возможность обращаться к таким графическим картам как независимым устройствам, реализованная через расширения библиотек программ таких языков программирования, как ФОРТРАН и СИ, делает работу с такими картами достаточно удобными для программистов.

В процессе работы программа обращается к графической карте как к устройству (DEVICE), перенося все вычисления на процессоры этой карты и образуя на ней множество параллельных процессов, использующих весь ресурс этой карты. Впоследствии результат вычисления посылается на вызывающий компьютер (HOST). Таким образом, задача пользователя – написать алгоритм решения своей задачи, применяющий возможности этой технологии.

## 1. Постановка задачи

Предположим, что рассматриваемая система состоит из  $k$  элементов, в каждом элементе существует набор параметров-неизвестных для описания этого элемента. Существует связь между элементами, учитывающая влияние любых параметров любого элемента системы  $i$  на любой параметр любого элемента системы  $j$ . Искомую функцию решения системы в момент времени  $t_i$  представим в виде вектора  $\Phi(t_i)$ . Размерность вектора есть  $N = \sum_{i=1}^k m_i$ , где  $m_i$  – число параметров-неизвестных для элемента системы с номером  $i$ .

Решаемое уравнение будет иметь вид

$$\partial\Phi(t)/\partial t = A\Phi(t) + q(t). \quad (1)$$

Оператор  $A$  представляет конечно-разностную связь параметров-неизвестных внутри элемента системы и параметров-неизвестных между элементами системы.  $q(t)$  – известный член источника. Основным условием служит условие линейности оператора  $A$ . Если математическая модель задачи позволяет, то в случае необходимости можно применять поправку на нелинейность оператора путем пересчета его элементов, используя полученное ранее решение для определенного момента времени.

## 2. Методика решения

Необходимо решить систему дифференциальных уравнений первого порядка по частной производной по времени с известными начальными условиями (1). Искомый вектор решения будем искать в виде

$$\Phi(t) = \Phi(t_0) + \int_{t_0}^t \varphi(t') dt', \quad (2)$$

где  $\Phi(t_0)$  – вектор начальных условий в момент времени  $t_0$ , а  $\varphi(t)$  – вектор новой переменной. Подставляя в уравнение (1), получим интегральное уравнение Вольтерра

$$\varphi(t) = A\Phi(t_0) + A \int_{t_0}^t \varphi(t') dt' + q(t). \quad (3)$$

Используя конечно-разностную аппроксимацию для уравнения (3), получим урав-

нение в конечных разностях для момента времени  $t_i$ ,

$$\varphi(t_i) = \mathbf{A}\Phi(t_0) + \mathbf{A} \int_{t_0}^{t_{i-1}} \varphi(t') dt' + \Delta t_i \mathbf{A}\varphi(t_i) + \mathbf{q}(t_i). \quad (4)$$

Величина  $\mathbf{A} \int_{t_0}^{t_{i-1}} \varphi(t') dt'$  известна и получена с применением найденных последовательных решений для временных интервалов  $\Delta t_i$ ,  $i = 1 \dots i-1$ .

Остальные члены  $\mathbf{A}\Phi(t_0)$ ,  $\mathbf{q}(t_i)$  уравнения также определены. Таким образом, необходимо решить систему алгебраических уравнений

$$\varphi(t_i) = \Delta t_i \mathbf{A}\varphi(t_i) + \mathbf{Q}(t_i), \quad (5)$$

где  $\mathbf{Q}(t_i)$  объединяет известные члены в уравнении (4). Подбирая временной шаг  $\Delta t_i$  таким образом, чтобы норма оператора  $\Delta t_i \mathbf{A}$  в пространстве  $R^N$  [2] была меньше 1, что обеспечит сходимость итерационного процесса при решении уравнения (5), находим решение для  $\varphi(t_i)$ .

Далее пересчитывается источник  $\mathbf{Q}(t_i)$  для следующего интервала времени  $t_i$  и находится новый вектор  $\varphi(t_i)$ , а следовательно, и  $\Phi(t_i)$ , связанный с  $\varphi(t_i)$  уравнением (2). Решать данную систему (3) можно различными способами по стандартной методике, например, последовательно итерационно находя решения для  $t_i$  или получив обратный оператор, если оператор  $\mathbf{A}$  в конечных разностях не меняется на временном интервале, представляемом большим числом  $\Delta t_i$ , и его размерность  $N$  меньше числа разбиений временного интервала.

Одна из особенностей технологии CUDA заключается в возможности эффективно работать с операциями векторной алгебры, такими как умножения матрицы на матрицу и другими, получая значительный выигрыш во времени. Именно эта особенность используется при решении системы (5).

### 3. Графический адаптер

Оператор  $\mathbf{A}$  для описания системы представляет собой матрицу размерности  $(N \times N)$  с элементами  $a_{ij}$ . Как отмечалось вы-

ше, через элементы матрицы отражаются связи элементов системы друг с другом. Каждый элемент матрицы должен быть получен и описан перед началом получения решения. Исследуемая система перед расчетом должна быть полностью определена. Так как решаемые системы достаточно большие, то для упрощения описания связей элементов друг с другом возможно применять объемные графические адаптеры, которые значительно упростят пользователю описание задачи.

Любой элемент системы представляется в виде геометрического элемента (в данном случае в виде параллелепипеда). Элемент системы, представленный таким способом, может иметь связь с шестью (по числу граней параллелепипеда) другими элементами системы. Таким образом, находясь в рабочем объеме (применяемом для описания всей системы), все элементы системы становятся связанными друг с другом.

К преимуществам такого графического подхода для описания данных задачи можно отнести возможность масштабирования систем, когда добавление новой части для системы сводится к простому добавлению группы элементов в рабочий объем и графической связи его с необходимыми элементами уже существовавшей системы.

Принимая во внимание, что визуальное восприятие информации служит для человека естественным способом ее получения, такой подход очень перспективен. Программа ANGEL, в которой имеется объемный графический адаптер, использующий пакет AUTOCAD [3], автоматически "разбирает" исследуемую систему на элементы и устанавливает связи элементов системы друг с другом.

Далее, применяя заранее заготовленную библиотеку для элементов системы, в которой описаны математически связи элементов друг с другом, в том числе и отражающие конечно-разностные представления этих связей, программа ANGEL формирует оператор  $\mathbf{A}$ , который и представит в конечном итоге математическую модель системы. Приведем пример использования объ-

емного графического адаптера для описания расчетной системы. На рис. 1 (1-я стр. цветной вкладки) представлена система, состоящая из 7 элементов, связанных друг с другом.

Полное число элементов для расчета равно  $4 \times 1 \times 4 = 16$ , для 7 должны быть описаны связи, а остальные элементы – “фоновые”, не влияющие на поведение решения. Для визуального представления и контроля данных для задачи можно использовать и любую другую модель графического представления.

#### 4. Пример использования

В качестве задачи для демонстрации работоспособности предложенной методики выбрана задача массопереноса радиоактивных продуктов по контурам ядерной энергетической установки. Число “пространственных” элементов в системе, связанных последовательно друг с другом, увеличивалось с 31 до 200, а размер матрицы соответственно от 124 до 800. Решалась задача с двумя цепочками по 4 изотопа в каждой для временного интервала работы установки в 15 часов. Тесты проводились для одинарной и двойной точности получения результатов.

Используемая графическая плата – NVIDIA GeForce GTX 275 (240 1.55 Ghz). Память на плате – 2 Gbt. Результаты увеличения производительности системы за счет использования технологии CUDA (коэффициент ускорения – отношение времени расчета на CPU к времени расчета с использованием GPU) представлены на рис. 2 (1-я стр. цветной вкладки).

#### Заключение

Рассмотренная модельная задача для программы ANGEL убедительно демонстрирует работоспособность и эффективность предложенной методики для конкретной задачи. Выигрыш по времени для достаточно больших систем (когда размерность матрицы порядка 400 и более) составляет до 500 раз даже на графических картах не самого высокого класса быстродействия (имеющих всего несколько сотен сопроцессоров).

В заключение можно отметить, что предложенную методику, реализованную в программе ANGEL, можно использовать для достаточно большого класса задач, попадающих под рассмотренную математическую модель, и надеяться, что и на этих задачах будет получена хорошая эффективность предложенной методики. Следует еще раз отметить, что оператор  $A$ , описывающий систему, должен быть линейным.

#### Список литературы

1. *NVIDIA CUDA*, ver. 3.0. Reference Manual NVIDIA Corporation. Santa Clara, USA, 2010.
2. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1972.
3. *Красковский Д.Г., Виноградов А.В.* AutoCAD 2000 для всех. М.: Компьютер Пресс, 1999.

*Контактная информация –*

*Моряков Алексей Владимирович, с. н. с., тел.: (499)196-71-98, e-mail: [sailor@yauza.ru](mailto:sailor@yauza.ru)*

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, вып. 1,  
с. 7–10.

## Расчет эффективных характеристик ячеек реактора с использованием метода вероятностей первых столкновений

А.А. Ковалишин,

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Поступила в редакцию 19.12.2010 г.

Предложены модификации уравнений метода вероятностей первых столкновений, позволяющие вычислять эффективные характеристики метода поверхностных гармоник.

*Ключевые слова:* уравнение переноса, поверхностные гармоники, граничные условия.

**The Algorithm of Calculation of Effective Characteristics of Nuclear Reactor Cells by Collision-Probability Method.** A.A. Kovalishin, NRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.

The modifications of collision-probability method equations are presented. The modified system of equations allow to calculate effective responses matrixes used by surface harmonics method.

*Key Words:* Transport Equation, Surface Harmonics, Boundary Conditions.

До недавнего времени расчет эффективных характеристик, требующихся для метода поверхностных гармоник (МПГ) [1], проводился только методом поверхностных псевдоисточников по программам РАЦИЯ [2] для цилиндрической геометрии и КЛАРА [3] для ячеек в кластерной геометрии. Признавая преимущества метода поверхностных псевдоисточников для данного класса задач, тем не менее следует отметить, что для надежной верификации полезно иметь минимум две программы, которые умеют считать одну и ту же величину.

Также следует признать, что метод вероятностей первых столкновений (ВПС) сейчас является, пожалуй, самым распространенным методом расчета ячеек, и было бы полезным приспособить его для расчета характеристик, требующихся для МПГ.

Применяемые в низших приближениях МПГ пробные функции  $\varphi(r, \Omega)$  служат решениями уравнения переноса нейтронов в ячейке и определяются граничным условием, которое для симметричной пробной функции и цилиндрической ячейки размером  $R$  имеет вид [1]

$$\int_{4\pi} (\Omega \mathbf{n}) \varphi(R, \Omega) d\Omega = 1 \quad (1)$$

( $\Omega$  – орт в направлении полета нейтронов).

Этого условия, конечно, недостаточно для однозначного определения пробной функции, но достаточно для построения уравнений МПГ. Для однозначного опреде-

ления необходимо задать угловое распределение всех нечетных моментов и их пространственное распределение на границе, а также энергетическое распределение в случае использования многих энергетических групп.

Такое положение оставляет некоторую свободу выбора, например, недостающую информацию можно взять из вспомогательных задач, тем самым "угадав правильное решение". После того, как задача с условием (1) будет решена, нужно вычислить функционалы от решения следующего вида:  $l = \int_{4\pi} (\Omega \mathbf{n})^2 \varphi(R, \Omega) d\Omega$ .

Покажем далее, как такую задачу можно решить в рамках ВПС. Рассмотрим ячейку, состоящую из  $N$  зон. На границе ячейки односторонний ток входящих (+) и выходящих (–) нейтронов представляется в виде

$$J^\pm(r, \Omega) = \sum_{k=0}^5 (\Omega \mathbf{n}) w_k(\Omega) a_k^\pm, \text{ где функции } w_k$$

задаются следующими соотношениями:

$$w_k(\Omega) = \sum_{i=0}^k b_i' f_i(\Omega),$$

$$f_0(\Omega) = 1, \quad f_3(\Omega) = \sin^2 \theta \cos(2\varphi),$$

$$f_1(\Omega) = \sin \theta \cos \varphi, \quad f_4(\Omega) = \sin^3 \theta \cos \varphi,$$

$$f_2(\Omega) = \sin^2 \theta, \quad f_5(\Omega) = \sin^3 \theta \cos(3\varphi),$$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^\pi w_k(\theta, \varphi) w_{k'}(\theta, \varphi) \sin^2 \theta \cos \varphi d\theta d\varphi = \delta_{kk'}.$$

Таким образом, для описания углового распределения на границе применяются 12

функций углов, по 6 в каждую сторону (вид функций, использованных для описания угловой зависимости, взят из [4]). Система координат в описании угловой зависимости – обычная для ВПС подхода [5].

Применяя далее обычную технику метода ВПС, можно построить матрицу вероятностей. Введем векторы средних по зонам потоков и источников нейтронов следующего вида:  $\Phi = [\Phi_1 \dots \Phi_N]^T$ ,  $Q = [Q_1 \dots Q_N]^T$ .

Здесь индекс определяет номер зоны. Тогда искомая система уравнений ВПС имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \Sigma V \Phi &= P_{ij} Q + P_{is} J^+; \\ J^- &= P_{is} Q + P_{ss} J^+. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Обозначения здесь обычные для ВПС метода.

Как правило, классическая задача, которую приходится решать, – это задача с граничным условием отражения нейтронов от внешней границы. Такое условие может быть записано в следующем виде:  $J^+ = \beta J^-$ , где матрица  $\beta$  означает условия отражения либо “матового” в случае цилиндризованной границы, либо зеркального в случае “реальной” границы.

Тогда из системы (2) можно исключить токи и получить окончательные уравнения ВПС метода

$$\left. \begin{aligned} \Sigma V \Phi &= P Q; \\ P &= P_{ij} + P_{is} (I - \beta P_{ss})^{-1} \beta P_{is}. \end{aligned} \right\}$$

Теперь рассмотрим задачу с втекающими токами, причем согласно формализму МПГ нужно задать на границе ячейки нечетные моменты углового распределения для полного интервала углов. Затем необходимо получить четные моменты решения. В данной постановке нет возможности поставить такие граничные условия для общепринятых сферических гармоник, однако можно ввести свой набор функций, который частично будет совпадать со сферическими функциями (через одну).

В этом случае можно решить поставленную задачу точно, по крайней мере, для уровней (термин уровень введен в работе [1] и означает комбинацию нулевого и второго угловых моментов), т.е. в низшем (и основном) приближении МПГ. Для этого

введем свой набор функций в полном интервале углов следующим образом:

нечетные относительно направления полета

$$J = J^+ - T J^-,$$

четные относительно направления полета

$$f = J^+ + J^-.$$

В качестве матрицы  $T$  можно взять единичную матрицу, но тогда встанет вопрос, как задавать коэффициенты перед высшими функциями углов. При расчете матриц МПГ в качестве углового распределения высших моментов берутся значения, полученные из расчета на  $K_\infty$ . Поступим так же, и тогда в качестве матрицы  $T$  можно взять матрицу  $\beta$ . В этом случае

$$\left. \begin{aligned} \Sigma V \Phi &= P Q + S J; \\ S &= P_{ij} (I - \beta P_{ss})^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Тогда коэффициенты перед четными гармониками определяются как

$$\left. \begin{aligned} J^+ &= (I - \beta P_{ss})^{-1} J - (I - \beta P_{ss})^{-1} \beta P_{is} Q; \\ J^- &= (P_{is} - P_{ss} (I - \beta P_{ss})^{-1} \beta P_{is}) Q + P_{ss} (I - \beta P_{ss})^{-1} J; \\ l &= \int_{4\pi} (\Omega n)^2 \varphi(R, \Omega) d\Omega = [J^+]_2 + [J^-]_2. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Таким образом, уравнения ВПС сведены к виду, удобному для вычисления матриц отклика, использующихся в уравнениях МПГ.

Очевидно, что все наработки, характерные для ВПС, когда можно получать решения уравнения переноса для разных геометрий, с анизотропным рассеянием и т.д., для стандартных задач (на критичность ячейки), могут быть применены и для нестандартных задач с втекающими токами. Все изменения коснутся матриц, входящих в уравнения (3) и (4), итоговый же алгоритм останется без изменений.

#### Список литературы

1. Лалетин Н.И. Об уравнениях гетерогенного реактора // ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1981, вып. 5(18), с. 31.
2. Султанов Н.В. Многогрупповой расчет цилиндрических ячеек с сильнопоглощающими кольцевыми зонами методом поверхностных псевдоисточников // Атомная энергия, 1985, т. 58, вып. 6, с. 410.
3. Султанов Н.В. Многогрупповой расчет кластерных ячеек методом поверхностных псевдоисточников. Там же, с. 414.

4. Рубин И.Е., Днепровская Н.М. Разработка алгоритма и модулей детального расчета констант в резонансной области энергий применительно к программе TVS-M. Отчет ИПЭ АН Беларуси инв. № 133, 1993.

5. Sanchez R., McCormick N.J. // Nucl. Eng., 1982, v. 80, p. 481.

Контактная информация –

Ковалишин Алексей Анатольевич, нач. лаб., тел.: (499)196-95-34, e-mail: [kaa@adis.vver.kiae.ru](mailto:kaa@adis.vver.kiae.ru)

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, вып. 1, с. 11–13.

УДК 621.039

## Способ расчета граничных условий на границе активной зоны и отражателя

А.А. Ковалишин,

НИЦ “Курчатовский институт”, 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Поступила в редакцию 19.12.2010 г.

Представлено описание метода расчета граничных условий на границе активной зоны ядерного реактора и отражателя. В основу алгоритма положен метод поверхностных гармоник и разработано расширение этого метода на области со сложной геометрической структурой.

*Ключевые слова:* уравнение переноса, поверхностные гармоники, граничные условия.

**The Method of Boundary Conditions Calculation for Boundary between Nuclear Reactor Core and Reflector.** A.A. Kovalishin, NRC “Kurchatov Institute”, 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.

The description of method of boundary conditions calculation is presented basing on the surface harmonics method.

*Key Words:* Transport Equation, Surface Harmonics, Boundary Conditions.

Основное требование, которому, по нашему мнению, должен удовлетворять метод расчета граничных условий на границе активной зоны ВВЭР, – это независимость или, по крайней мере, слабая зависимость от свойств активной зоны. В основу алгоритма положен метод поверхностных гармоник [1] и разработано расширение этого

метода на области со сложной геометрической структурой.

Рассмотрим активную зону ядерного реактора с границей  $\Gamma$ , являющейся непрерывной функцией координат. Введем нормаль к границе, направленную внутрь. Обобщенные граничные условия на границе активной зоны ядерного реактора могут быть записаны в виде

$$i^+(\mathbf{r}_s, \Omega, E) = \int_0^\infty dE' \int_{\Gamma} d\mathbf{r}'_s \int_{(\Omega \mathbf{n}) < 0} (\Omega \mathbf{n}) d\Omega' W(\mathbf{r}'_s \rightarrow \mathbf{r}_s, \Omega' \rightarrow \Omega, E' \rightarrow E) \bar{i}(\mathbf{r}'_s, \Omega', E'). \quad (1)$$

Здесь  $i^+(\mathbf{r}_s, \Omega, E)$  – нейтроны, пересекающие границу в направлении нормали  $\mathbf{n}$ , т.е. возвращающиеся в активную зону;

$\bar{i}(\mathbf{r}_s, \Omega, E)$  – нейтроны, пересекающие границу в направлении, противоположном нормали, т.е. покидающие активную зону;

$W(\mathbf{r}'_s \rightarrow \mathbf{r}_s, \Omega' \rightarrow \Omega, E' \rightarrow E)$  – ядро интегрального оператора, имеющее простой физический смысл, такой, что  $W(\mathbf{r}'_s \rightarrow \mathbf{r}_s, \Omega' \rightarrow$

$\Omega, E' \rightarrow E) dr dr_s dE dE' d\Omega d\Omega'$  есть вероятность нейтрону, вылетевшему через границу в интервале  $[\mathbf{r}'_s; \mathbf{r}'_s + d\mathbf{r}'_s]$  и имеющему энергию и направление полета в интервалах соответственно  $[E'; E' + dE']$ ,  $[\Omega'; \Omega' + d\Omega']$ , вернуться в активную зону через интервал границы  $[\mathbf{r}_s; \mathbf{r}_s + d\mathbf{r}_s]$  с энергией и направлением полета в интервалах  $[E; E + dE]$ ,  $[\Omega; \Omega + d\Omega]$ , соответственно.

Выражение (1) можно переписать в более удобном для дальнейших преобразова-

$$\varphi_{\text{even}}(\mathbf{r}, \Omega, E) = \int_0^{\infty} dE' \int_{\Gamma} d\mathbf{r}'_s \int_{4\pi} d\Omega' W(\mathbf{r}'_s \rightarrow \mathbf{r}_s, \Omega' \rightarrow \Omega, E' \rightarrow E) \varphi_{\text{odd}}(\mathbf{r}', \Omega', E'), \quad (2)$$

где  $\varphi_{\text{even}}$  – четная часть функции распределения ( $\varphi_{\text{even}}(\Omega) = \varphi_{\text{even}}(-\Omega)$ ),

$$\varphi_{\text{even}}(\Omega) = \sum_{n=0,2,4,\dots} a_n Y_n(\Omega), \quad \varphi_{\text{odd}} - \text{нечетная}$$

$$(\varphi_{\text{odd}}(\Omega) = -\varphi_{\text{odd}}(-\Omega),$$

$$\varphi_{\text{odd}}(\Omega) = \sum_{n=1,3,5,\dots} a_n Y_n(\Omega), \quad Y_n(\Omega) - \text{сферические}$$

гармоники.

Большая часть инженерных программ, применяемых сейчас для расчета реакторов, ограничивается двумя членами в описании углового распределения нейтронов: одним четным моментом (как правило, это поток) и одним нечетным (как правило, это полный ток). По этой причине граничные условия здесь достаточно представить в виде связи между одним четным и одним нечетным моментами:

$$\Phi(\mathbf{r}_s, E) = \int_0^{\infty} dE' \int_{\Gamma} d\mathbf{r}'_s W_0(\mathbf{r}'_s \rightarrow \mathbf{r}_s, E' \rightarrow E) J(\mathbf{r}'_s, E'). \quad (3)$$

Внешняя граница реактора образована гранями кассет, примыкающих к отражателю. Пронумеруем участки границы, каждый из которых соответствует одной грани кассеты, как показано на рис. 1.

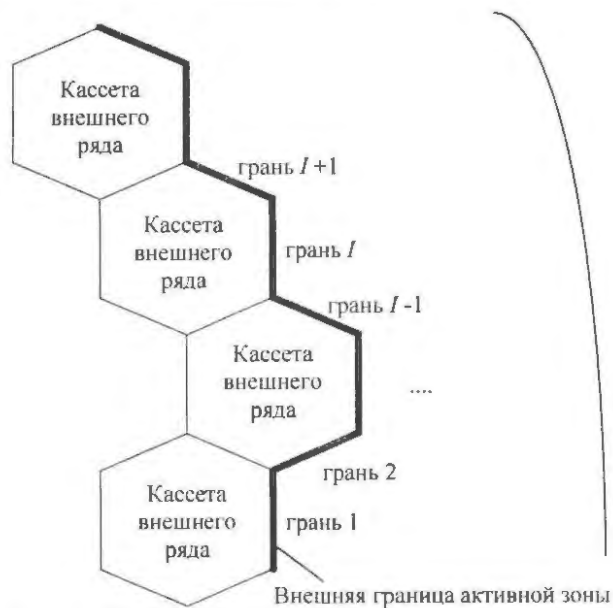


Рис. 1. Внешняя граница активной зоны, нумерация участков внешней границы

ний, но менее наглядном виде [2]

Перейдем в уравнении (3) к групповому приближению в описании энергетической зависимости, используя при этом обычный формализм [2]. Тогда уравнение (3) переписывается в виде

$$\Phi^g(\mathbf{r}) = \sum_{g'=1}^G \int_{\Gamma} d\mathbf{r}'_s W_0^{g' \rightarrow g}(\mathbf{r}'_s \rightarrow \mathbf{r}_s) J^{g'}(\mathbf{r}'), \quad (4)$$

где  $\Phi^g(\mathbf{r})$  и  $J^g(\mathbf{r})$  – групповые значения потока и тока, соответственно. Проинтегрируем уравнение (4) по грани  $i$ , тогда для средних по граням токов и потоков получим следующее соотношение:

$$\Phi_i = \sum_j G^{j \rightarrow i} J_j. \quad (5)$$

Здесь матрицы  $G^{j \rightarrow i}$  имеют размерность числа групп в описании энергетической зависимости, элемент  $G_{gg'}^{j \rightarrow i}$  матрицы – это поток в  $g$ -й группе на  $i$ -й грани, который создает единичный ток  $g'$ -й группы, протекающий через грань  $j$ .

Очевидно, что элементы матриц  $G^{j \rightarrow i}$  будут убывать с ростом  $|i - j|$ , поэтому суммирование в (5) можно проводить не по всем элементам, а ограничиться только несколькими соседними с  $i$  гранями. Проведены исследования, которые показали, что для крупносеточных кодов достаточно учитывать только влияние двух соседних граней. На рис. 2 (1-я стр. цветной вкладки) представлен график зависимости 4-группового потока нейтронов от координаты.

Таким образом, выражение (5) принимает следующий вид:

$$\Phi_i = G^{i \rightarrow i} J_i + G^{i-1 \rightarrow i} J_{i-1} + G^{i+1 \rightarrow i} J_{i+1}. \quad (6)$$

В матрицах  $G^{j \rightarrow i}$  содержится вся информация об отражателе. Если для вычисления матриц используется достаточно большое число групп, то матрицы  $G^{j \rightarrow i}$  зависят только от свойств отражателя и не зависят от свойств активной зоны. Таким образом, матрицы  $G^{j \rightarrow i}$  легко аппроксимируются, они зависят от концентрации бора в отражателе и плотности воды (возможно, и ее температуры).

Свертка матриц граничных условий к меньшему числу групп проводится следующим образом:  $G_{gk}^{j \rightarrow i} = \sum_{g' \in K} \sum_{g'' \in K'} G_{g'g''}^{j \rightarrow i} J_j^{g''}$ , где

$J_j^{g''}$  – внутригрупповой спектр токов; суммирование осуществляется по индексам групп внутри “крупной” группы.

Отражатель ВВЭР представляет собой достаточно сложную геометрическую структуру. Проводить расчет здесь следует в достаточно большом числе энергетических групп в приближении, учитывающем сложную угловую зависимость потока, и с достаточно мелким шагом по пространственным переменным. Поэтому предпочтительным, на наш взгляд, является сеточный метод. Не будем на данном этапе конкретизировать структуру метода, а рассмотрим способы построения пространственной сетки в отражателе ВВЭР. На рис. 3 представлено разбиение области отражателя ВВЭР-1000 (симметрия 1/12) на гексагональные подобласти.

В силу сложной геометрической структуры расчетной области процесс построения сетки автоматизирован. Имеется возможность строить сетку с произвольным

шагом. Так как элементы матриц  $G^{j \rightarrow i}$  будут убывать с ростом  $|i - j|$ , можно понизить размерность задачи; для этого при расчете матриц граничных условий не искать решение во всем кольце отражателя, а ограничиться некоторым сектором. Рекомендуется выделять сектор, включающий в себя грань  $i$  и три соседних с обеих сторон. Расчетные области (секторы) для граней 1 и 2 представлены на рис. 4 и 5.

Весь расчет проводится в три этапа:

- построение сетки на отражателе,
- разбиение отражателя на расчетные области по числу граней,
- решение в подобластях  $N$  задач ( $N$  – число групп) с втекающими токами и вычисление соответствующих матриц.

Граничные условия для задачи определения  $g$ -го столбца матрицы  $G^{i \rightarrow j}$  выглядят следующим образом:

$$J_j^{g'}(\mathbf{r}_s) = \begin{cases} 1, & \text{если } g' = g, \mathbf{r}_s \in \Gamma_j; \\ 0, & \text{если иначе.} \end{cases}$$

Элементы соответствующей матрицы будут функционалами от полученного решения:

$$G_{g'g}^{i \rightarrow j} = \frac{1}{a_{\Gamma_j}} \int d\mathbf{r}_s \Phi^{g'}(\mathbf{r}_s), \quad a - \text{длина грани, интегрирование проводится по } j\text{-й грани.}$$

Элементы соответствующей матрицы будут функционалами от полученного решения:

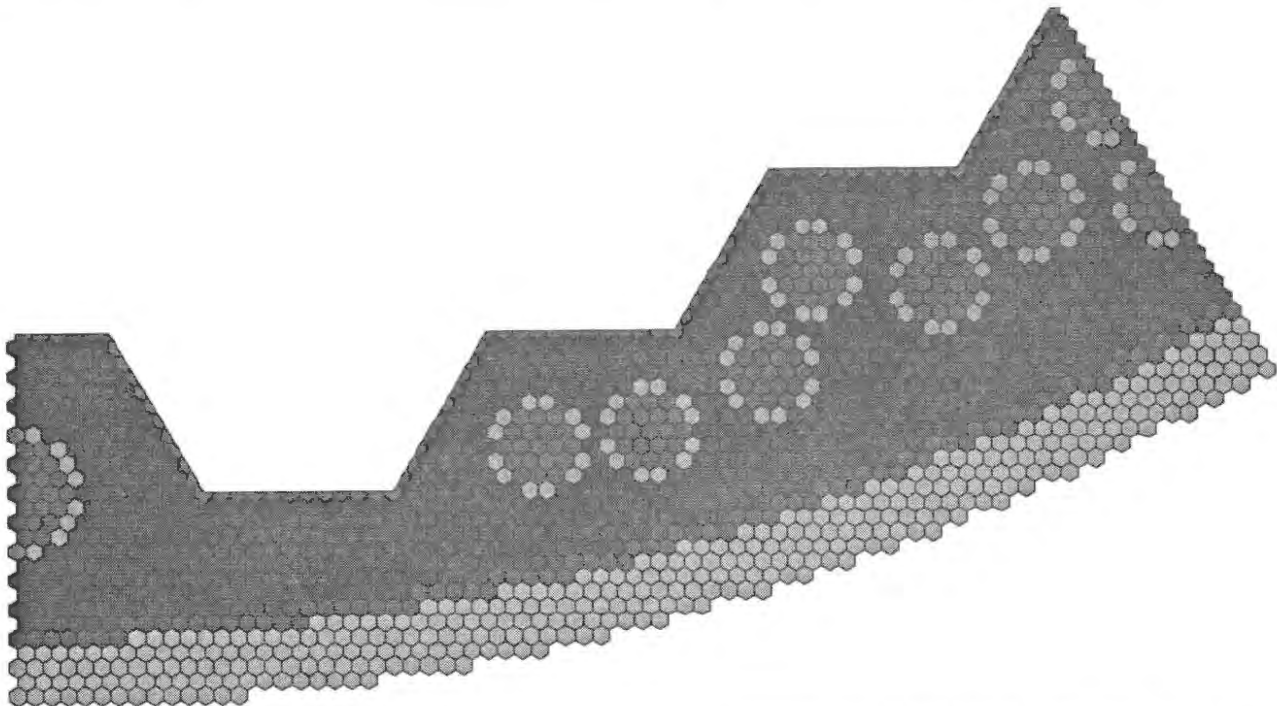


Рис. 3. Модельное представление расчетной области – отражатель ВВЭР-1000, симметрия 30°, шаг сетки 1,275 см

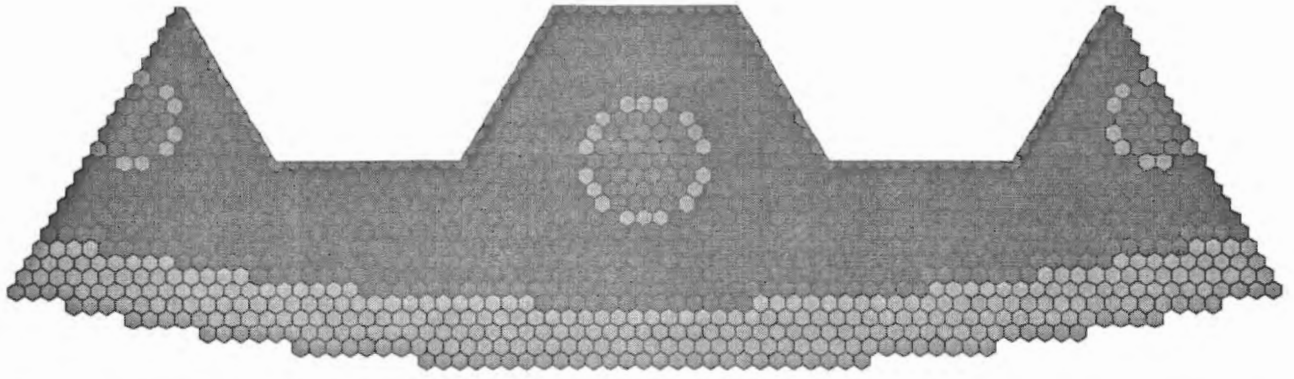


Рис. 4. Модельное представление расчетной области – фрагмент отражателя ВВЭР-1000 для вычисления граничных условий на грани № 1

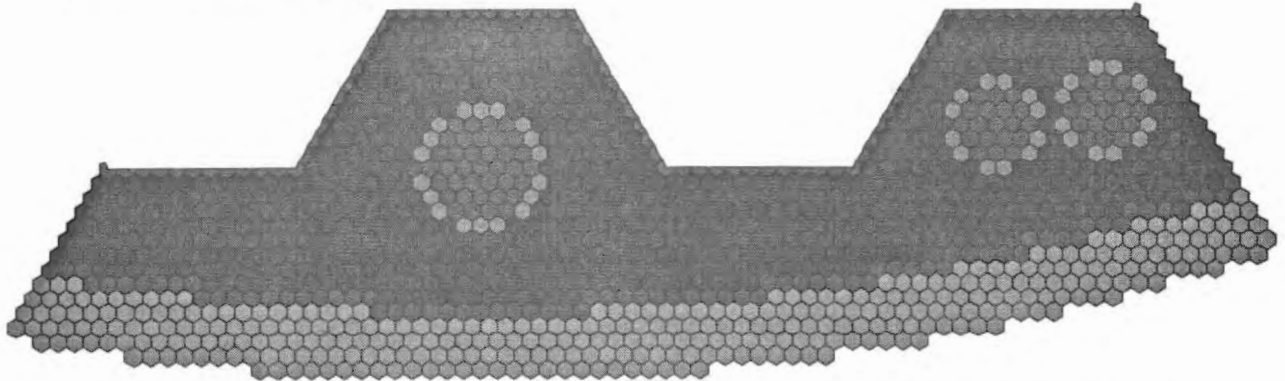


Рис. 5. Модельное представление расчетной области – фрагмент отражателя ВВЭР-1000 для вычисления граничных условий на грани № 2

Таким образом, чтобы найти весь необходимый набор матриц граничных условий, необходимо решить количество задач, равное произведению числа групп на число внешних граней кассет.

#### Список литературы

1. *Лалетин Н.И.* Об уравнениях гетерогенного реактора // ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1981, вып. 5(18), с. 31.

2. *Фейнберг С.М., Шихов С.Б., Троянский В.Б.* Теория ядерных реакторов, т. 1. М.: Атомиздат, 1978.

*Контактная информация –  
Ковалшин Алексей Анатольевич, нач. лаб.,  
тел.: (499)196-95-34, e-mail: [kaa@adis.vver.kiae.ru](mailto:kaa@adis.vver.kiae.ru)*

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, вып. 1,  
с. 13–16.

## Введение поправок, учитывающих взаимозависимость мультигрупповых констант, к результатам мультигрупповых расчетов по теории возмущений

*К.Ф. Раскач,*

ФГУП "ГНЦ РФ-ФЭИ", 249033, г. Обнинск Калужской обл., пл. Бондаренко, 1

Поступила в редакцию 05.09.2010 г.

При мультигрупповом расчете коэффициентов реактивности и чувствительности без учета взаимозависимости мультигрупповых констант могут возникать методические погрешности. Для учета данного эффекта вводятся так называемые неявные составляющие указанных величин. Предложен простой метод расчета данных величин, основанный на использовании подгрупповых параметров.

*Ключевые слова:* теория возмущений, коэффициенты реактивности, коэффициенты чувствительности, мультигрупповые константы, подгрупповые параметры.

**A Technique for Taking into Account Interdependence of Multigroup Constants in Perturbation Theory Calculations.** *K.F. Raskach, Obninsk Institute for Physics and Power Engineering, 1, Bondarenko Sq., Obninsk, Kaluga Region, 249033.*

In multigroup calculations of reactivity worths and sensitivity coefficients methodical biases can appear if interdependence of multigroup constants is not taken into account. In order to do it one introduces so-called implicit components of the aforementioned values. In the paper a simple technique of computing these values is proposed. It is based on the use of subgroup parameters.

*Key Words:* Perturbation Theory, Reactivity Worths, Sensitivity Coefficients, Multigroup Constants, Subgroup Parameters.

### Введение

В последнее время в практике нейтронно-физических расчетов все большее применение находят монте-карловские программы с непрерывным слежением за энергией нейтронов, такие как MCNP, SERPENT, MCU. С другой стороны, мультигрупповые монте-карловские коды все еще широко используются (KENO, MORET, MMKFK, MMK).

Что касается также широко применяемых детерминистических кодов, реализующих современные подходы к решению уравнения переноса нейтронов, таких как метод дискретных ординат (ONEDANT/TWO-DANT, DORT/TORT, KATRIN) и метод характеристик (MCCG3D), то здесь мультигрупповое и даже групповое приближения используются в настоящее время и, по-видимому, будут применяться в будущем. В перспективе здесь возможен лишь переход к так называемому приближению сверхузких групп (Ultra Fine Group Approximation).

Одной из задач нейтронно-физического расчета является вычисление производных

первого порядка от некоторой расчетной величины (эффективного коэффициента размножения, скорости какой-либо реакции, эффективной доли запаздывающих нейтронов и т.д.) по заданным расчетным параметрам. Наиболее часто в качестве таких параметров рассматриваются концентрации изотопов и нейтронные константы.

Как известно, данная задача может быть эффективно решена с помощью теории возмущений 1-го порядка (обычной [1], если расчетной величиной служит эффективный коэффициент размножения, или обобщенной [2...4], если расчетной величиной является линейный функционал потока нейтронов или билинейный функционал потока и ценности нейтронов), а также с помощью основанных на методе дифференциального оператора (Differential Operator Method) [5, 6] специальных монте-карловских методов оценки производных [7...11].

Последние служат в известной степени альтернативными методами теории возмущений, но в отличие от них могут быть использованы и при непрерывном слежении за энергией нейтронов (теория возмуще-

ний в принципе может применяться в рамках метода Монте-Карло (см., например, работу [12]), но такое ее использование, по-видимому, ограничено применением мультигруппового приближения, так как при решении однородной сопряженной задачи с непрерывным слежением за энергией нейтронов возникают существенные затруднения).

Производные от расчетных величин в принципе можно вычислять и путем прямых пересчетов (в ряде случаев их так и определяют), т.е. непосредственно возмущая те или иные расчетные параметры и определяя разность между значениями расчетной величины, соответствующими возмущенным и невозмущенным значениям расчетных параметров. Однако, здесь имеется ряд общеизвестных трудностей.

1) Первая существенная трудность связана с тем, что в общем, но часто возникающем на практике, случае для оценки всех необходимых производных нужно проделать огромный объем вычислительной работы. Так, например, при расчете коэффициентов чувствительности к парциальным нейтронным константам различных изотопов для 300 энергетических мультигрупп (или энергетических интервалов, если используется метод Монте-Карло с непрерывным слежением за энергией нейтронов) требуется порядка  $300 \times 6 \times 10 = 18\,000$  прямых пересчетов (здесь число 6 соответствует 6 основным типам парциальных микроконстант —  $\sigma_f$ ,  $\sigma_c$ ,  $\sigma_{el}$ ,  $\sigma_{inel}$ ,  $\bar{v}_f$ ,  $\bar{\mu}_{el}$  (сечения деления и захвата, упругого и неупругого рассеяний, среднему числу вторичных нейтронов деления и среднему косинусу упругого рассеяния), а число 10 — по порядку величины характерному числу изотопов в расчетной модели).

Таким образом, если, скажем, время одного расчета составляет одну минуту, то суммарное время счета составит  $(18\,000:60):24 = 12,5$  сут. Даже если время одного расчета составляет всего 1 с, общее время счета составит 5 час. В реальности время одного расчета даже в простейших случаях может составлять и час, и несколько часов, а в более сложных случаях — десятки часов

счета на современной технике. При этом следует иметь в виду, что в некоторых приложениях расчеты чувствительностей приходится проводить для десятков и даже сотен расчетных моделей.

Такая необходимость возникает при анализе интегральных экспериментов и их переносе на различные целевые функции (см., например, работу [13]). Кроме всего прочего, применение прямых пересчетов при большом количестве рассчитываемых величин связано с трудоемкой работой по подготовке файлов входных данных и обработкой файлов выходных данных.

2) Другая трудность, связанная с прямыми пересчетами, состоит в том, что при использовании данного метода часто бывает трудно получить производные с требуемой точностью. Особенно это касается метода Монте-Карло. Однако при оценке производных по таким величинам, как сечение рассеяния, средний косинус угла упругого рассеяния, данная трудность может быть актуальной и для детерминистического метода.

Таким образом, методы теории возмущений и монте-карловские методы расчета производных служат необходимым средством решения ряда практических задач. Что касается метода Монте-Карло с непрерывным слежением за энергией нейтрона, то последние из указанных методов по крайней мере в принципе обеспечивают замкнутое решение задачи о расчете производных данной физической величины по отношению к концентрациям изотопов и нейтронным константам.

Что же касается применения методов теории возмущений в детерминистических расчетах, а также использования монте-карловских методов расчета производных в рамках мультигруппового приближения, то оказывается, что они являются незамкнутыми, т.е. в общем случае не дают правильных значений вычисляемых величин. Это связано с тем, что практическое применение всех указанных выше методов опирается на предположение о независимости нейтронных констант различных изотопов. Между тем проблемно-ориентированные

константы различных изотопов связаны между собой.

Пусть для подготовки мультигрупповых констант используется формализм сечения разбавления и факторов резонансной самоэкранировки [14]. Этот формализм применяется в известной российской системе групповых констант БНАБ [14...16] и во многих зарубежных системах (см., например, [17, 18]). Пусть при подготовке констант можно ограничиться приближением протяженных зон. Тогда сечение разбавления изотопа  $i$ , входящего в состав данной композиции, есть

$$\sigma_{0,i} = \frac{1}{\gamma_i} \sum_{j \neq i} \gamma_j \sigma_{i,j}, \quad (1)$$

где  $\gamma_i$  – концентрация изотопа  $i$ ; суммирование в правой части (1) ведется по всем остальным изотопам, входящим в состав композиции, за исключением изотопа  $i$ .

При известном сечении разбавления изотопа  $i$  заблокированные значения парциальных микроконстант этого изотопа вычисляются по формуле

$$\sigma_{n,i} = f_{n,i}(\sigma_{0,i}) \sigma_{n,i}^{\infty}, \quad (2)$$

где  $n$  означает тип сечения,  $f_{n,i}(\sigma_{0,i})$  – фактор резонансной самоэкранировки (фактор Бондаренко), который табулируется и для которого заданы законы интерполяции и экстраполяции.

В правой части (1) стоят заблокированные значения полного сечения для различных изотопов, которые изначально неизвестны, т.е. реальное использование данной формулы может быть лишь итерационным (на практике достаточно всего нескольких итераций). Алгоритм опирается на так называемое приближение узкого резонанса, когда любое столкновение с ядром “другого” изотопа выводит нейтрон из зоны действия резонанса данного изотопа. При использовании 300-групповой энергетической структуры это приближение хорошо себя оправдывает, так как низколежащие резонансы оказываются практически разрешенными, а для большинства остальных резонансов оно работает корректно.

Из описания алгоритма расчета заблокированных мультигрупповых констант оче-

видно, что эти константы, вообще говоря, являются взаимозависимыми. Пусть, например, рассматривается некая смесь из изотопа-рассеивателя и резонансного изотопа. Тогда, с одной стороны, изменение табличного значения сечения рассеяния первого изотопа приведет к непосредственному отклику на это данной расчетной величины. Этот отклик всегда и вычисляется с помощью методов теории возмущений или монте-карловских методов расчета производных.

Вместе с тем легко видеть, что изменение табличного значения сечения рассеяния первого изотопа фактически будет означать также некоторое изменение заблокированных значений сечений второго изотопа, что также должно привести к некоторому отклику расчетной величины. В сложившейся в последнее время терминологии [19, 20] отклик первого типа принято называть явной составляющей вычисляемой производной (чувствительности, реактивности и т.д.), в то время как отклик второго типа – неявной составляющей.

В случае, когда при расчете проблемно-ориентированных (блокированных) мультигрупповых констант упоминавшееся выше приближение протяженных зон является некорректным, т.е. вероятностью того, что нейтрон, не испытав ни одного столкновения, выйдет из геометрической зоны, содержащей данный материал, пренебречь нельзя, формализм сечения разбавления и факторов резонансной самоэкранировки может быть сохранен. Однако, в значение сечения разбавления, полученное по (1), должна быть внесена добавка, учитывающая указанную вероятность, а также вероятность того, что вышедший нейтрон, не испытав ни одного столкновения, может опять вернуться в ту же самую (идентичную) зону (имеются в виду различные периодические структуры).

Практически первая вероятность вычисляется на основе рационального приближения Вигнера с учетом поправки Белла [21], а вторая – через фактор Данкова, который для гомогенных гетерогенных сред может быть рассчитан по методу Зауэра

(Sauer) (см., например, [22]). Таким образом очевидно, что при учете гетерогенных резонансных эффектов при подготовке мультигрупповых констант взаимозависимыми могут быть константы различных изотопов, относящихся не только к одной материальной области, но и к разным материальным областям.

В данной работе, однако, ограничимся задачей учета неявных составляющих коэффициентов чувствительности для тех случаев, где приближение протяженных зон при подготовке мультигрупповых констант выполняется. Случай сред, обладающих микроскопической гетерогенностью, к настоящему времени также изучен, но будет рассмотрен в следующей работе.

### 1. Неявные составляющие коэффициентов чувствительности

Природа неявных составляющих коэффициентов чувствительности, которые возникают при использовании мультигруппового приближения, рассмотрена выше. Из этого рассмотрения вытекает и формула, которая может быть применена для учета неявных составляющих. Пусть нас интересует отклик расчетной величины  $f$  на изменение парциального сечения  $\sigma_{n,i}$  типа  $n$  изотопа  $i$  (индекс энергетической мультигруппы для простоты опущен).

Обозначим полную вариацию величины  $f$  через  $\delta f$ . Явная составляющая  $\delta f_{\text{ex}}$  этой вариации, как отмечено выше, связана просто с вариацией  $\delta \sigma_{n,i}$  сечения  $\sigma_{n,i}$ . Неявная составляющая  $\delta f_{\text{im}}$  связана со всевозможными вариациями величины  $f$ , отвечающими вариациям  $\delta \sigma_{m,j}$  сечений  $\sigma_{m,j}$ ,  $j \neq i$ , которые в свою очередь связаны с вариацией  $\delta \sigma_{n,i}$  сечения  $\sigma_{n,i}$ . Таким образом, можно записать

$$\delta f = \delta f_{\text{ex}} + \delta f_{\text{im}}. \quad (3)$$

Расписав более подробно выражение (3), получим

$$\frac{df}{d\sigma_{n,i}} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{n,i}} + \sum_{j \neq i} \sum_m \frac{\partial f}{\partial \sigma_{m,j}} \frac{\partial \sigma_{m,j}}{\partial \sigma_{n,i}}. \quad (4)$$

Вводя общепринятое определение для коэффициента чувствительности произвольной величины  $y$  к произвольной же величине  $x$ ,  $S_x^y = (x/y)(\partial y / \partial x)$ , окончательно получим

$$\tilde{S}_{\sigma_{n,i}}^f = S_{\sigma_{n,i}}^f + \sum_{j \neq i} \sum_m S_{\sigma_{m,j}}^f S_{\sigma_{n,i}}^{\sigma_{m,j}}. \quad (5)$$

В этой формуле первое слагаемое справа представляет собой явную составляющую коэффициента чувствительности расчетной величины  $f$  к сечению  $\sigma_{n,i}$ , а второе слагаемое (двойная сумма) – неявную составляющую. Эффективное значение коэффициента чувствительности, включающее в себя как явную, так и неявную составляющие, отмечено знаком “тильда”.

Из (5) видно, что неявные составляющие коэффициентов чувствительности выражаются через явные составляющие и коэффициенты чувствительности сечений одних изотопов к сечениям других (для краткости эти величины будем называть коэффициентами чувствительности “сечение-сечение”), неравенство которых в общем случае нулю как раз и отражает взаимозависимость заблокированных сечений.

Как уже отмечалось, явные составляющие коэффициентов чувствительности всегда и вычисляются по теории возмущений либо с применением специальных монтекарловских методов. Таким образом, задача вычисления неявных составляющих коэффициентов чувствительности, а с ними и эффективных коэффициентов чувствительности, сводится к вычислению величин  $S_{\sigma_{n,i}}^{\sigma_{m,j}}$ .

В заключение этого раздела в качестве справочной информации заметим, что коэффициенты чувствительности  $S_{\gamma_i}^f$  к концентрациям изотопов  $\gamma_i$  (в случае, если под расчетной величиной понимается эффективный коэффициент размножения, коэффициент чувствительности к концентрации изотопа часто называют реактивностью  $\rho_i$  этого изотопа) элементарно выражаются через коэффициенты чувствительности к парциальным сечениям этого изотопа:

$$S_{\gamma_i}^f = \sum (S_{\sigma_{f,i}}^f + S_{\sigma_{c,i}}^f + S_{\sigma_{e,i}}^f + S_{\sigma_{in,i}}^f),$$

$$\rho_i = \sum (S_{\sigma_{f,i}}^{k_{\gamma\phi}} + S_{\sigma_{c,i}}^{k_{\gamma\phi}} + S_{\sigma_{e,i}}^{k_{\gamma\phi}} + S_{\sigma_{in,i}}^{k_{\gamma\phi}}), \quad (6)$$

где суммирование распространяется на все мультигруппы (индекс мультигруппы условились для краткости опускать).

При использовании выражений (6), конечно, нужно иметь в виду, что коэффициенты чувствительности к концентрациям и реактивности изотопов часто рассматривают для отдельных однородных материальных областей расчетной модели, а не для всей системы в целом. В этом случае и коэффициенты чувствительности в (6) должны вычисляться посредством интегрирования только в пределах указанных областей.

## 2. Вычисление коэффициентов чувствительности "сечение-сечение"

Для вычисления коэффициентов чувствительности данного типа предложено несколько методов, приближенных (например, с использованием понятия дельта-рассеивателя [23]) и точных (например, с применением вспомогательных одномерных расчетов в приближении сверхузких групп [20]). Здесь рассмотрим еще один подход, чрезвычайно удобный и эффективный. Речь идет об использовании подгрупповых параметров [24, 25]. Данные величины, наряду со значениями сечений при бесконечном разбавлении и факторами резонансной самоэкранировки, содержатся в упоминавшейся выше российской системе мультигрупповых констант БНАБ. Эти величины в особо сложных случаях применяются при расчете переноса нейтронов.

Удобство использования подгруппового приближения при расчете переноса нейтронов заключается в том, что формализм мультигрупп здесь не нарушается, а значит мультигрупповые транспортные коды могут быть применены без каких бы то ни было модификаций. Одновременно с этим точность подгрупповых расчетов во многих случаях может быть сравнимой с точностью моделирования на основе непрерывного слежения за энергией нейтронов (кстати, используемые в таких прецизионных

монте-карловских кодах, как MCNP, вероятностные таблицы [6] для моделирования переноса нейтронов в области неразрешенных резонансов представляют собой не что иное, как модификацию метода подгрупп).

Недостатки применения метода подгрупп при моделировании переноса нейтронов связаны с тем, что 1) суммарное число подгрупп может быть очень большим (порядка тысяч и даже десятков тысяч); 2) в данном случае во всей области энергий (а не только в области термализации) матрица рассеяния может быть полной. Соответственно, при использовании детерминистических методов могут наблюдаться проблемы со сходимостью счета. При применении же метода Монте-Карло, особенно при расчете производных и чувствительностей, да и любых других достаточно локализованных в фазовом объеме системы функционалов, могут иметь место проблемы со значительными и медленно убывающими статистическими погрешностями.

Однако, как уже отмечалось выше, здесь мы считаем, что сам нейтронно-физический расчет проводится в рамках мультигруппового приближения. Кроме того, по крайней мере в данной работе, полагаем, что приближение протяженных зон при расчете заблокированных констант является оправданным. Подгрупповые же параметры используем лишь на стадии постобработки результатов мультигрупповых расчетов. Именно, они нужны лишь для вычисления введенных выше коэффициентов  $S_{\sigma_{n,i}}^{\sigma_{m,j}}$  чувствительности "сечение-сечение".

Метод вычисления этих величин основан на непосредственном применении известного соотношения, связывающего подгрупповые параметры, соответствующие данной мультигруппе и данному типу сечения, со значением заблокированного сечения. Это соотношение имеет такой вид [25]:

$$\sigma_{m,j} = f_{m,j}(\sigma_0)\sigma_{m,j}^\infty = \left[ \sum_k \frac{a_j^k \sigma_{m,j}^k}{\sigma_{i,j}^k + \sigma_0} \right] / \sum_k \frac{a_j^k}{\sigma_{i,j}^k + \sigma_0}, \quad (7)$$

где  $k$  – номер подгруппы для данной мультигруппы;  $\sigma_{m,j}^k$  – подгрупповые константы для сечения типа  $m$ ;  $a_j^k$  – доля подгруппы

$k$ , т.е. вероятность того, что нейтрон, попавший в данную группу, попадет в подгруппу  $k$ , которая характеризуется постоянством полного сечения [25].

Итак, необходимо определить величину

$$S_{\sigma_{n,i}}^{\sigma_{m,j}} = \frac{\sigma_{n,i}}{\sigma_{m,j}} \frac{\partial \sigma_{m,j}}{\partial \sigma_{n,i}}. \quad (8)$$

Так как  $\sigma_{m,j} = \sigma_{m,j}(\sigma_{0,j})$ , то

$$\frac{\partial \sigma_{m,j}}{\partial \sigma_0} = \left( \sum_k \frac{a_j^k}{(\sigma_{i,j}^k + \sigma_0)^2} \sum_k \frac{a_j^k \sigma_{m,j}^k}{\sigma_{i,j}^k + \sigma_0} - \sum_k \frac{a_j^k}{\sigma_{i,j}^k + \sigma_0} \sum_k \frac{a_j^k \sigma_{m,j}^k}{(\sigma_{i,j}^k + \sigma_0)^2} \right) / \left[ \sum_k \frac{a_j^k}{\sigma_{i,j}^k + \sigma_0} \right]^2.$$

Следовательно, окончательно имеем

$$S_{\sigma_{n,i}}^{\sigma_{m,j}} = \frac{\gamma_i \sigma_{n,i}}{\gamma_j \sigma_{m,j}} \left( \sum_k \frac{a_j^k}{(\sigma_{i,j}^k + \sigma_{0,j})^2} \sum_k \frac{a_j^k \sigma_{m,j}^k}{\sigma_{i,j}^k + \sigma_{0,j}} - \sum_k \frac{a_j^k}{\sigma_{i,j}^k + \sigma_{0,j}} \sum_k \frac{a_j^k \sigma_{m,j}^k}{(\sigma_{i,j}^k + \sigma_{0,j})^2} \right) / \left[ \sum_k \frac{a_j^k}{\sigma_{i,j}^k + \sigma_{0,j}} \right]^2. \quad (10)$$

Данное соотношение вместе с отношением (5) обеспечивает решение поставленной задачи о расчете дополнительных неявных составляющих коэффициентов чувствительности для случая, когда при подготовке заблокированных констант с достаточной точностью можно пользоваться приближением протяженных зон.

### 3. Численные примеры

Рассмотрены две тестовые модели, представляющие собой сферы из фторида урана UF<sub>4</sub> обогащением ~ 2 и 50 %, однородно размешанного в парафиновом замедлителе [19, 26]. Радиусы сфер равны 36 и 18,2 см, соответственно. Атомные плотности приведены в табл. 1. Обе модели являются приблизительно критическими.

Таблица 1. Атомные плотности, 10<sup>24</sup> см<sup>-3</sup>

Изотоп	Модель 1	Модель 2
<sup>235</sup> U	1.3303E-04	3.2850E-03
<sup>238</sup> U	6.4370E-03	3.2850E-03
H	3.9097E-02	3.9097E-02
C	1.8797E-02	1.8797E-02
F	2.6280E-02	2.6280E-02

Расчеты переноса нейтронов методом дискретных ординат проводились по программе ONEDANT [27] в приближении 299 мультигрупп. Анизотропия рассеяния описывалась в P<sub>5</sub>-приближении, анизотропия потока – в S<sub>16</sub>-приближении. Блокированные константы вычислялись по программе

$$S_{\sigma_{n,i}}^{\sigma_{m,j}} = \frac{\sigma_{n,i}}{\sigma_{m,j}} \frac{\partial \sigma_{m,j}}{\partial \sigma_{n,i}} \frac{\partial \sigma_{m,j}}{\partial \sigma_0} \Big|_{\sigma_0 = \sigma_{0,j}}. \quad (9)$$

Из (1) следует, что второй множитель в (9) равен  $\partial \sigma_{0,j} / \partial \sigma_{n,i} = \gamma_i / \gamma_j$ . Третий же множитель в (9) может быть выражен через подгрупповые параметры. Для этого продифференцируем (7) по параметру  $\sigma_0$ :

CONSYST [16] с использованием данных наиболее современной версии системы БНАБ мультигрупповых констант. Расчеты явных составляющих коэффициентов чувствительности эффективного коэффициента размножения проводились на основе теории возмущений 1-го порядка по программе KEFSFSPH [28] и соответствующих модулей расчетного комплекса КАРНАВАЛ [23].

Расчеты дополнительных неявных составляющих коэффициентов чувствительности проводились по описанной в п. 2 методике с применением подгрупповых параметров <sup>235</sup>U и <sup>238</sup>U из библиотеки БНАБ. Расчеты проводились с помощью специально составленного расчетного модуля.

Для контроля и тестирования результатов расчета по теории возмущений выполнялись прямые пересчеты, в которых чувствительность к концентрации водорода оценивалась, исходя из разности возмущенного и исходного значений эффективного коэффициента размножения. Причем наряду с прямыми пересчетами по программе ONEDANT в базовом 299-групповом приближении, такие расчеты выполнены также с помощью программы MCNP5 [6] с непрерывным слежением за энергией нейтронов (CE). Результаты всех этих проверочных расчетов приведены в табл. 2.

Данные табл. 2 подтверждают работоспособность предложенной методики оценки неявных составляющих коэффициентов чувствительности. Видно, что для первой

Таблица 2. Чувствительность  $k_{эф}$  к концентрации водорода

Модель 1 (2 % $^{235}\text{U}$ )						
Теория возмущений					Прямой расчет	
Явн.	Неявн. ( $\sigma_{f,U235}$ )	Неявн. ( $\sigma_{c,U235}$ )	Неявн. ( $\sigma_{c,U238}$ )	Явн.+ Неявн.	ONEDANT	MCNP5
0,270	1.8E-04	- 1.6E-04	- 0,032	0,237	0,236	0,233 ± 0,004
Модель 2 (50 % $^{235}\text{U}$ )						
Теория возмущений (299 групп)					Прямой расчет	
0,464	0,008	- 0,011	- 0,013	0,448	0,447	0,451 ± 0,005

Примечание: в скобках указаны изотоп и реакция, за счет которых появляется неявная составляющая в реактивности водорода, например, "Неявн. ( $\sigma_{c,U238}$ )" означает добавку в реактивность водорода, связанную с взаимозависимостью сечений водорода и захвата урана-238

расчетной модели учет лишь явной составляющей реактивности водорода приводит к завышению этой величины на 14 %, в то время как для второй расчетной модели этот эффект составляет 4 %.

Результаты расчета реактивности водорода по теории возмущений после введения к ним поправок практически совпадают с результатами прямых расчетов как в

299-групповом приближении, так и с учетом статистических погрешностей по программе MCNP5.

Понятно, что в обоих случаях неявные составляющие в реактивности водорода возникают за счет сечения упругого рассеяния, так как сечение захвата существенно лишь в околотепловой области, а других процессов на водороде нет. На рис. 1 и 2

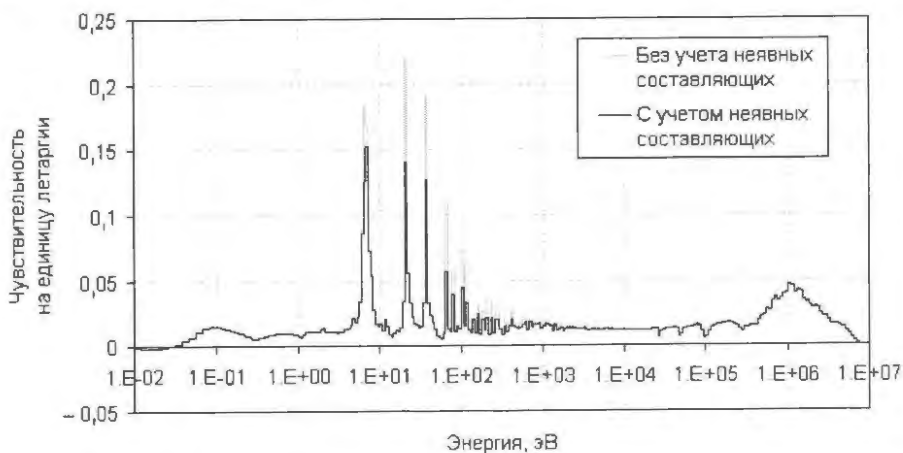


Рис. 1. Энергетический профиль чувствительности  $k_{эф}$  к сечению рассеяния водорода для 1-й расчетной модели (2 %  $^{235}\text{U}$ )



Рис. 2. Энергетический профиль чувствительности  $k_{эф}$  к сечению рассеяния водорода для 2-й расчетной модели (50 %  $^{235}\text{U}$ )

приведены энергетические профили чувствительности эффективного коэффициента размножения к сечению упругого рассеяния водорода, полученные без учета и с учетом неявных составляющих.

### Заключение

Предложена простая, но эффективная методика оценки неявных составляющих коэффициентов чувствительностей, реактивностей и любых других величин, выражающихся через производные от некоторой физической величины по нейтронным константам и концентрациям изотопов. С их учетом должны корректироваться результаты расчета данных величин, полученные с помощью теории возмущений или специальных монте-карловских методов оценки производных в рамках мультигруппового приближения. Рассмотрена задача, когда при подготовке мультигрупповых констант можно ограничиться приближением протяженных зон. Случай, когда среда обладает микроскопической гетерогенностью, будет рассмотрен в следующей работе.

Указание на рассмотренную здесь методику учета неявных составляющих коэффициентов чувствительности и других аналогичных величин дано еще в работе [29]. Но там не было обоснования работоспособности данной методики (такое обоснование там выполнено лишь для упоминавшейся выше приближенной методики, основанной на понятии дельта-рассеивателя). Кроме того, она нигде должным образом не опубликована. Данная работа восполняет этот пробел.

### Список литературы

1. *Усачев Л.Н.* Уравнение для ценности нейтронов, кинетика реакторов и теория возмущений. В сб. "Реакторостроение и теория реакторов". М.: АН СССР, 1955.
2. *Усачев Л.Н.* Теория возмущений для коэффициента воспроизводства и других отношений чисел различных процессов в реакторе // Атомная энергия, 1963, т. 15, вып. 6.
3. *Орлов В.В.* О ценности нейтронов и теории возмущений для расчета характеристик ядер-

- ных реакторов. В сб. трудов ФЭИ "Вопросы физики ядерных реакторов". Обнинск, 1968.
4. *Шухов С.Б., Троянский В.Б.* Теория ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1983.
5. *Olhoef J.E.* The Doppler Effect for a Non-Uniform Temperature Distribution in Reactor Fuel Elements. WCAP-2048, Westinghouse Electric Corporation, Atomic Power Division, Pittsburgh, 1962.
6. *MCNP* – A General Monte Carlo N-Particle Code. Version 5. LA-ORNL. RSICC LA-UR-03-1987, 2003.
7. *Nagaya Y., Mori T.* Impact of Perturbed Fission Source on the Effective Multiplication Factor in Monte Carlo Perturbation Calculations // J. of Nucl. Sci. and Techn., 2005, Vol. 42, No. 5, pp. 428–441.
8. *Kiedrowski B., Brown F., Wilson P.* Calculating Kinetics Parameters and Reactivity Changes with Continuous-Energy Monte Carlo. Int. Conf. on Reactor Physics. Pittsburgh, PA, USA, May 9-14, 2010.
9. *Raskach K.F.* An Improvement of the Monte Carlo Generalized Differential Operator Method by Taking into Account First- and Second-Order Perturbations of Fission Source // Nucl. Sci. Eng., 2009, Vol. 162, pp. 158–166.
10. *Raskach K.F.* Extension of Differential Operator Method to Inhomogeneous Problems with Internal and External Neutron Sources // Nucl. Sci. Eng., 2010, Vol. 165, pp. 320–330.
11. *Raskach K.F., Blyskavka A.A.* An Experience of Applying Iterated Fission Probability Method to Calculation of Effective Kinetics Parameters and Keff Sensitivities with Monte Carlo. Int. Conf. on Reactor Physics. Pittsburgh, PA, USA, May 9-14, 2010.
12. *Rearden B.T.* Perturbation Theory Eigenvalue Sensitivity Analysis with Monte Carlo Techniques // Nucl. Sci. Eng., 2004, Vol. 146, pp. 367–382.
13. *Ivanova T.T., Nikolaev M.N., Raskach K.F. et al.* Use of International Criticality Safety Benchmark Evaluation Project Data for Validation of the ABBN Cross-Section Library with the MMK-KENO Code // Nucl. Sci. Eng., 2003, Vol. 145, pp. 247–255.
14. *Абагян Л.П., Базаянц Н.О., Бондаренко И.И., Николаев М.Н.* Групповые константы для расчета ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1964.
15. *Маитуров Г.Н., Николаев М.Н., Цибуля А.М.* Система групповых констант БНАБ-93. Часть 1: Ядерные константы для расчета нейтронных и фотонных полей излучений // ВАНТ. Сер. Ядерные константы, 1996, вып. 1.

16. *Маитуров Г.Н., Николаев М.Н., Цибуля А.М.* Программа подготовки констант CONSYST. Описание применения. Препринт ФЭИ-2828. Обнинск, 2000.

17. *Greene N.M.* BONAMI: Resonance Self-Shielding by the Bondarenko Method. ORNL/NUREG/CSD-2/V2/R6, 2000.

18. *MacFarlane R.E.* TRANSX 2: A Code for Interfacing MATXS Cross-Section Libraries to Nuclear Transport Codes. Report, Dec. 16, 1993.

19. *Williams M.L., Broadhead B.L., Parks C.V.* Eigenvalue Sensitivity Theory for Resonance-Shielded Cross Sections // Nucl. Sci. Eng., 2001, Vol. 138, pp. 177–191.

20. *Jessee M., Rearden B.* SCALE 6 TRITON Lattice Physics Workshop. Workshop for PHYSOR-2010, Int. Conf. on Reactor Physics. Pittsburgh, PA, USA, May 9-14, 2010.

21. *Галанин А.Д.* Введение в теорию ядерных реакторов на тепловых нейтронах. М.: Энергоатомиздат, 1990.

22. *Williams M.L., Gilai D.* Incorporation of Clad Effects into Sauer's Method for Computing Dancoff Factors // Ann. Nucl. Energy, 1982, Vol. 9, pp. 137–140.

23. *Раскач К.Ф.* Комплекс программ КАРНАВАЛ для расчета коэффициентов чувствительности Кэфф и мелко-линейных функционалов потока к нейтронным данным на основе решения кинетического уравнения. Препринт ФЭИ-3014. Обнинск, 2004.

24. *Николаев М.Н., Филиппов В.В.* Измерение параметров резонансной структуры полных се-

чений некоторых элементов в области энергий нейтронов 0.3-2.7 МэВ // Атомная энергия, 1963, т. 15, вып. 6.

25. *Николаев М.Н., Рязанов Б.Г., Савоськин М.М., Цибуля А.М.* Многогрупповое приближение в теории переноса нейтронов. М.: Энергоатомиздат, 1984.

26. *Raffety S.J., Mihalcz J.T.* Homogenized Critical Assemblies of 2 and 3 % Enriched Uranium in Paraffin. Y-DR-14, Union Carbide Corp., Nuclear Division, Oak Ridge Y-12 Plant, 1969.

27. *RSICC CCC-547/TWODANT-SYS*, Radiation Safety Information Computational Center, Oak Ridge National Laboratory, 1995.

28. *Комлев О.Г., Раскач К.Ф.* Пакет программ для расчета коэффициентов чувствительности Кэфф и отношений средних сечений к коэффициентам уравнения переноса в 1D- и 2D-геометрии. Препринт ФЭИ-3013, Обнинск, 2004.

29. *Раскач К.Ф.* Методика и комплекс программ расчета коэффициентов чувствительности Кэфф к нейтронным данным на основе кинетического уравнения. Автореферат диссертации. Обнинск, 2004.

*Контактная информация –*

*Раскач Кирилл Федорович, с. н. с., тел.: (484 39)9-49-69, e-mail: raskachkf@mail.ru*

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, вып. 1,  
с. 17–25.

## Статистическая верификация нейтронно-физических программ, предназначенных для расчетов в обоснование ядерной безопасности

*В.В. Тебин,*

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Поступила в редакцию 31.08.2010 г.

Представлен алгоритм статистической верификации программы XT26, входящей в комплекс САП-ФИР-2006. Приведены результаты консервативной оценки погрешности программы при расчете  $K_{эф}$  для различных типов бенчмарк экспериментов. Результаты статистической обработки отклонений от экспериментальных значений сравниваются с соответствующими параметрами, полученными при обработке совокупности расчетов по другим программам.

*Ключевые слова:* критический эксперимент, метод Монте-Карло, эффективный коэффициент размножения, статистическая верификация, нормальное распределение.

**Statistical Verification of the Neutron-Physical Programs for Calculations in Support of Nuclear Safety.** *V.V. Tebin, NRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.*

An algorithm for statistical verification of the XT26 code, part of the SAPHIRE-2006 code system, is described. The results of the conservative estimates of the calculation error in the  $K_{eff}$  calculations are given for different types of benchmark experiments. The results of statistical analysis of deviations from the experimental values are compared with the corresponding parameters obtained on the set of calculations performed through other codes.

*Key Words:* Critical Experiment, Monte Carlo Method,  $K_{eff}$ , Statistical Verification, Normal Distribution.

### Введение

На современном этапе развития ядерной энергетики, характеризующемся повышением обогащения используемого топлива и увеличением глубины выгорания топливных загрузок, повышаются требования к обоснованию ядерной безопасности. Расширяется круг вопросов, ответы на которые необходимо получать путем проведения математического моделирования различных конфигураций ядерного топлива не только в составе реакторных установок, но и в средствах транспортировки и хранения топлива. При этом необходимо рассматривать не только штатные ситуации, но и разнообразный набор конфигураций, которые могут возникать как в проектных авариях, так и в маловероятных тяжелых (запроектных) авариях, связанных с разрушением и даже расплавлением топлива и конструкций.

В связи с этим повышаются требования к программным средствам (ПС), моделирующим нейтронно-физические процессы. Методическая погрешность расчета эффек-

тивного коэффициента размножения нейтронов ( $K_{эф}$ ) в различных системах служит одним из важнейших факторов, определяющих совершенство ПС. Требование расчета  $K_{эф}$  с минимальной методической погрешностью является очевидным и определяет как экономическую эффективность систем, так и их ядерную безопасность.

Например, вместимость средств обращения с ядерным топливом, разработанных с применением ПС с большой методической погрешностью, будет занижена. При повышении обогащения топлива в ВВЭР до 5 % использование ПС с минимальной погрешностью необходимо для обоснования безопасности средств обращения с топливом, разработанных ранее и предназначавшихся исходно для обращения с топливом 4,4 %

Определение методической погрешности ПС при расчете  $K_{эф}$  проводится традиционно на основе расчета критических бенчмарк экспериментов. Первые расчеты трехмерных полномасштабных моделей критических экспериментов методом Монте-Карло для растворных сборок и систем с быст-

рым спектром нейтронов выполнялись еще в 60-е годы.

Расчет трехмерных гетерогенных сборок с тепловым спектром нейтронов на Западе начали проводить в 70-е годы [1]. В России моделирование экспериментов Е. Хеллстранда по измерению резонансного интеграла в гетерогенной среде проведено на ЭВМ БЭСМ-6 в конце 70-х годов [2].

В 80-е годы трехмерные расчеты методом Монте-Карло моделей критических экспериментов с легководными решетками выполнялись за рубежом и в России уже серийно. Начиная с середины 70-х годов, предпринимались попытки стандартизации имеющейся на тот момент экспериментальной информации, например [3].

Однако до середины 90-х годов трудно было сделать однозначный вывод о реальной методической погрешности расчета критическихборок методом Монте-Карло на основе оцененных ядерных данных ввиду неравнозначности описаний моделей экспериментов и недостаточного числа расчетов. Дополнительную неопределенность вносило большое число расчетов одно- и двумерных моделей в приближении баклинга.

С учетом аварийных ситуаций невозможно верифицировать ПС на основе расчета нескольких типичных штатных конфигураций топлива для рассматриваемого типа реактора. Необходимо верифицировать программу вне зависимости от ее ориентации на конкретный тип реактора путем моделирования критических экспериментов с различным спектром нейтронов от теплового до быстрого, разной геометрией, включая гомогенные смеси, различным составом и обогащением топлива.

При большом многообразии рассматриваемых систем для корректного определения методической погрешности программы требуется применение статистических подходов, под которыми здесь понимается не только определение среднеквадратического отклонения расчета и эксперимента, но и критериев оценки достаточной полноты набора экспериментов и расчетной выборки, определения нормальности распределения

отклонений, критериев задания погрешности через дисперсию распределения отклонений или среднеквадратическое отклонение и т.п.

В рамках международной кооперации, начиная с 1995 г., формируется Международный сборник оцененных критических бенчмарк экспериментов [4], предназначенный для статистической верификации нейтронно-физических программ. На сентябрь 2009 г. в сборнике описаны ~ 4 300 бенчмарк моделей экспериментов по определению  $K_{эф}$ , а также приведены ~ 16 000 результатов расчета  $K_{эф}$  по разным программам на основе различных библиотек оцененных ядерных данных.

подавляющая часть этих расчетов выполнена с использованием метода Монте-Карло. Кроме того, в других источниках, например [5...7], приведены дополнительно ~ 10 000 результатов расчета  $K_{эф}$  для экспериментов из сборника при достаточно представительной выборке экспериментов различного типа. На основе этой информации можно уже оценивать полноту набора экспериментов в [4] и выборки бенчмарк моделей при верификации конкретной программы.

В настоящей работе в качестве примера статистической верификации описан алгоритм, примененный при верификации программы ХТ26, основанной на методе Монте-Карло, с библиотекой российских оцененных ядерных данных БД ЛНФК-87/03, входящих в комплекс программ и библиотек САПФИР-2006 [8]. Основная верификация программы ХТ26 проводилась в 2006 г. в рамках аттестации этой программы для расчетов в обоснование ядерной безопасности на АЭС с ВВЭР [9].

Для настоящей работы верификация выполнена повторно с учетом дополнительной информации, накопленной к началу 2010 г. За это время число экспериментов в [4] увеличилось на ~ 500, число экспериментов, рассчитанных по программе ХТ26, – на ~ 400, а общее число расчетов по другим программам – приблизительно в 2 раза. Это дает возможность определить консервативность погрешностей, полученных в

2006 г., что важно для расчетов в обоснование ядерной безопасности.

К сожалению, эксперименты, описанные в [4], проводились в основном при комнатной температуре (небольшая часть экспериментов выполнена при температурах до 520 К). Поэтому основные выводы настоящей работы относятся к расчету систем при низкой температуре. Для проведения статистической обработки результатов расчета состояний при повышенной температуре необходимо иметь материалы, подобные [4], но с расчетными тестами при высоких температурах.

### 1. Основные принципы статистической верификации

При обосновании ядерной безопасности необходимо придерживаться двух основных принципов. Во-первых, это принцип консервативности, т.е. нужно обеспечивать незанижение расчетных значений на всех этапах технологической цепочки расчета  $K_{эф}$ : подготовка библиотек ядерных данных, разработка ПС, верификация ПС и библиотек, построение расчетных моделей ядерных объектов, определение добавок к  $K_{эф}$  за счет методической погрешности ПС и технологических допусков в рассматриваемых объектах. Во-вторых, обоснование ядерной безопасности должно быть очевидным, т.е. следует избегать сложных дискуссионных приемов и методов на всех этапах технологической цепочки обоснования безопасности.

Консервативность и очевидность не должны существенным образом понижать экономическую эффективность АЭС. Для повышения экономической эффективности требуется увеличивать обогащение топлива делящимися изотопами, повышать вместимость средств обращения с ядерным топливом, реализовывать топливные загрузки с расположением топлива, при котором могут возникнуть ограничения по безопасности в тяжелых запроектных авариях. Между консервативностью, очевидностью и эффективностью необходимо проводить оптимизацию при верификации ПС, предназна-

ченных для расчетов в обоснование ядерной безопасности.

Например, как будет показано ниже, среднеквадратическое отклонение результатов расчета по всем программам от оцененных в [4] значений  $K_{эф}$  для всех бенчмарк экспериментов соответствует обобщенной погрешности  $\sim 1\%$ . На основании этого можно рассматривать гипотезу, что любая современная программа, опирающаяся на последние оценки ядерных данных, в общем случае обладает погрешностью не хуже  $1\%$ . Однако эта гипотеза будет неочевидна, так как для отдельных типов экспериментов обобщенная погрешность достигает  $\sim 2\%$ , а отдельные отклонения расчетных и экспериментальных значений  $K_{эф}$  в [4] могут превышать  $5\%$ .

Если консервативно положить погрешность равной максимальному отклонению, то говорить об экономической эффективности АЭС не имеет смысла. Даже если принять погрешность программы, равную  $1\%$ , для всех расчетов в обоснование безопасности при обращении с топливом, то для некоторых средств обращения с ядерным топливом необходимо будет изменить конструкцию в ущерб экономической эффективности.

Отбраковка авторами верификации конкретного ПС отдельных экспериментов в [4] также является неочевидной, так как все эксперименты, признанные бенчмарками в [4], прошли многоступенчатую систему рецензирования и являются в общем случае равнозначными. Исключить конкретный эксперимент из разряда бенчмарков можно только тогда, когда на это имеются серьезные основания, например, разделы в [4], отмеченные как REJECTED.

### 2. Параметры, использованные при верификации программы XT26

Наиболее консервативной оценкой погрешности ПС является ее определение по максимальному отклонению результатов расчета и эксперимента. Такая консервативная оценка необходима, когда распределение отклонений расчета и эксперимента от-

носителю среднего смещения асимметрично и его можно считать неполным прямоугольным распределением. В качестве 95 % доверительного интервала, который требуется добавлять к расчетному значению  $K_{эф}$  [10], в этом случае задается это максимальное отклонение.

При решении вопросов ядерной безопасности определяющее значение имеет максимальное по абсолютной величине отрицательное отклонение, далее обозначаемое как  $(-min)$ . Для сравнения с погрешностями, определенными по результатам статистической обработки отклонений, погрешность в этом случае можно определить как  $(-min/2)$ , так как 95 % доверительный интервал оценивается в две погрешности при статистическом подходе.

Традиционный способ определения погрешности ПС в результате статистической обработки базируется на расчете среднеквадратического отклонения результатов расчетов и экспериментов. Отдельное отклонение при расчете  $K_{эф}$  определим следующим образом:

$$d_n = k_n^{cal} - k_n^{ex}, \quad (1)$$

где  $k_n^{cal}$  и  $k_n^{ex}$  служат расчетным и экспериментальным значениями для эксперимента  $n$ .

Средний квадрат отклонения  $\Delta^2$  от среднего смещения  $\bar{d}$  есть

$$\Delta^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (d_n - \bar{d})^2, \quad (2)$$

где

$$\bar{d} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N d_n. \quad (3)$$

Для среднего квадрата отклонения от любого смещения  $d_0$  выполняется равенство

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (d_n - d_0)^2 = \Delta^2 + (\bar{d} - d_0)^2. \quad (4)$$

Положив  $d_0 = 0$ , получим соотношение между средним квадратом отклонения от нулевого смещения и средним квадратом отклонения от среднего смещения

$$\Delta_0^2 = \Delta^2 + \bar{d}^2. \quad (5)$$

В качестве оценки погрешности программы можно использовать квадратный корень из выборочной дисперсии [11]

$$S = \sqrt{\frac{N}{N-1} \Delta_0^2}. \quad (6)$$

Тогда 95 % доверительный интервал, который требуется добавлять к расчетному значению  $K_{эф}$ , консервативно определяется как

$$D_{95} = 2S. \quad (7)$$

Однако консервативность в этом случае обеспечивается при дополнительных условиях. Во-первых, число рассчитанных экспериментов должно быть более 30 и распределение отклонений "не очень асимметрично" [11]. Во-вторых, необходимо иметь уверенность, что проведен расчет достаточно полной выборки экспериментов рассматриваемого типа. В-третьих, нужно оценить долю выхода за 95 % доверительный интервал  $(- \delta_{95})$  относительно нулевого смещения расчетных отклонений. Если доля выхода отрицательных смещений не превышает 2,5 %, то оценку (7) можно считать консервативной.

Оценка (6) включает кроме методической погрешности ПС ( $S_{мп}$ ) дисперсию эксперимента ( $\Delta_{ex}^2$ ) и статистическую дисперсию расчета методом Монте-Карло ( $\delta^2$ ). Если распределение отклонений можно считать достаточно симметричным относительно среднего смещения, то

$$S^2 = S_{мп}^2 + \Delta_{ex}^2 + \delta^2. \quad (8)$$

Методическая погрешность  $S_{мп}$  служит менее консервативной оценкой погрешности ПС, чем оценка (6), так как в ней исключен вклад статистической погрешности расчета и погрешности проведения эксперимента. При расчетах в обоснование ядерной безопасности в добавку к расчетному значению  $K_{эф}$  дополнительно консервативно учитываются статистическая ошибка конкретного расчета и неопределенность за счет технологических допусков. При этом последняя поправка, как правило, превосходит погрешность при проведении бенчмарк экспериментов.

Для дальнейшего снятия консервативности величины 95 % доверительного интервала необходимо проводить анализ характера распределения отклонений результатов расчета и эксперимента. Это можно сделать с помощью минимизации критерия Пирсона  $\chi^2$ , определяемого следующим образом [11]:

$$\chi^2 = N \sum_{k=1}^K [(P_k^* - P_k)^2 / P_k], \quad (9)$$

где  $N$  – число рассмотренных отклонений результатов расчета и экспериментов;  $K$  – число подынтервалов разбиения области изменения отклонений;  $P_k^*$  – вероятность попадания отклонений в подынтервал  $k$ ;  $P_k$  – вероятность попадания в подынтервал  $k$  при стандартном законе распределения.

При вычислении вероятностей каждое отклонение результатов расчета и эксперимента удобно представлять в виде стандартизированной величины

$$\xi_n = a_n^i (d_n^i - \bar{d}_m) / \sqrt{\Delta_{ex}^2 + \delta_n^{i2} + \sigma_m^2}, \quad (10)$$

где  $d_n^i$  – смещение при расчете эксперимента  $n$  по программе  $i$ ;  $\bar{d}_m$  – среднее смещение результатов расчета и эксперимента;  $a_n^i$  – весовая характеристика программы  $i$  при расчете эксперимента  $n$  (в представленных ниже результатах  $a_n^i = 1/I_n$ , где  $I_n$  – число расчетов эксперимента  $n$  по различным программам);  $\Delta_{ex}$  – оцененная погрешность эксперимента  $n$  из [4];  $\delta_n^i$  – статистическая ошибка расчета эксперимента  $n$  по программе  $i$ ;  $\sigma_m^2$  – дисперсия относительно среднего смещения.

Если в качестве стандартного распределения рассматривать нормальное распределение, то оно будет в стандартизованном виде иметь единичную дисперсию и нулевое смещение:

$$P(\xi) = [\exp(0,5\xi^2)] / \sqrt{2\pi}. \quad (11)$$

Значения среднего смещения  $\bar{d}_m$  и его дисперсии  $\sigma_m^2$  можно определить из условия минимума  $\chi^2$ :

$$\left. \begin{aligned} \partial\chi^2 / \partial\bar{d}_m &= 0, \\ \partial\chi^2 / \partial\sigma_m^2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

По определенным из решения системы (12) значениям среднего смещения и его дисперсии можно вычислить методическую ошибку расчета соответствующей серии экспериментов и 95 % доверительный интервал:

$$S_m = \sqrt{\sigma_m^2 + \bar{d}_m^2}, \quad (13)$$

$$D95 = 2S_m. \quad (14)$$

Для применения менее консервативной оценки (13) необходимо убедиться, что исследуемое распределение можно считать близким к нормальному. Довольно часто распределение считается близким к нормальному, если значение  $\chi^2$ , нормированное на число степеней свободы, меньше единицы. Число степеней свободы определяется как  $\nu = K - 1 - t$  [11], где  $t$  – число дополнительных определяемых параметров, в рассматриваемом случае 2-х параметров, вычисляемых из уравнений (12).

Более однозначным критерием близости распределения к нормальному служит уровень значимости в процентах, который определяется по таблицам, приведенным практически в каждом справочнике по статистике. Уровень значимости (далее обозначается как  $u$ ) вычисляется линейной интерполяцией по значению  $\chi^2$  и числу степеней свободы. При значении нормированного на число степеней свободы  $\chi^2$ , равном 1, уровень значимости лежит в диапазоне от 30 до 50 % в зависимости от числа степеней свободы. Для нормального распределения уровень значимости равен 100 %.

Для интерпретации уровня значимости с учетом глобальности Международного сборника бенчмарк экспериментов [4] можно предложить абстрактную “галактическую” модель. Предположим, что в нашей галактике существуют 100 планет, на которых независимо составляются 100 сборников описания бенчмарк экспериментов на критических сборках и проводятся расчеты  $K_{эф}$  для этих сборок. Если уровень значимости нормальности распределения отклонений на одной из планет составляет 90 % в

настоящий момент времени, то это означает, что при бесконечном числе экспериментов и расчетов на всех планетах на 90 из них распределение отклонений будет нормальным.

Важным элементом определения нормальности распределения служит выбор подинтервалов разбиения в (9). При выборе разбиения на подинтервалы диапазона отклонений в настоящей работе с учетом необходимости решения системы (12) использовались следующие ограничения:

- 1) уровень значимости определялся на 95 % доверительном интервале нормального распределения;
- 2) все подинтервалы были одинаковой ширины;
- 3) в каждый подинтервал в пределах 95 % доверительного интервала должно попадать не менее 10 отклонений [11];
- 4) ширина подинтервалов должна быть больше средней статистической ошибки расчета для рассматриваемой выборки;
- 5) ширина подинтервала должна быть меньше средней погрешности экспериментов для рассматриваемой выборки.

Устойчивость оценки определения уровня значимости проверялась путем вариации числа подинтервалов на  $\pm 10\%$  или удалением из выборки случайным образом 10 % отклонений. Если при этих вариациях уровень значимости менялся менее чем на 10 %, то оценка считалась устойчивой.

Если все перечисленные условия удовлетворены, уровень значимости превышал 70 % и доля выхода отрицательных отклонений

за 95 % доверительный интервал ( $-\delta_{95}$ ) не превышала 2,5 %, то распределение считалось близким к нормальному, а в качестве погрешности ПС принималось значение  $S_m$

### 3. Оценка достаточности полноты набора бенчмарк экспериментов

Прежде чем проводить верификацию ПС, необходимо убедиться в достаточной полноте набора бенчмарк экспериментов в [4]. Для этого можно воспользоваться анализом совокупности всех расчетов экспериментов за исключением:

- дублирующих расчетов по одной и той же программе для одних и тех же бенчмарк моделей, но выполненных с вариацией приближений (обрабатываются только расчеты, определенные как более точные);
- дополнительных расчетов по одной и той же программе для упрощенных бенчмарк моделей;
- расчетов с отклонениями более 10 % как заведомо ошибочных (2 расчета);
- всех расчетов в приближении баклинга.

Рассмотрим тенденции изменения статистических характеристик расчетов всех экспериментов по годам опубликования разделов с описаниями экспериментов в [4]. В табл. 1 приводятся обобщенные погрешности расчетов экспериментов и уровень значимости нормальности распределения для трех выборок.

1. Результаты расчета, приведенные непосредственно в разделах с описанием бенчмарк моделей.

**Таблица 1.** Статистика расчета по годам опубликования экспериментов в [4] для различных выборок результатов расчета ( $J_{cal}$  – общее число расчетов)

Год опубликования	Число экспериментов	Основные тома [4]			+ дополнительные разделы [4]			+ из других источников		
		$J_{cal}$	$\Delta_0, \%$	$u, \%$	$J_{cal}$	$\Delta_0, \%$	$u, \%$	$J_{cal}$	$\Delta_0, \%$	$u, \%$
1995	150	459	1,50	15	609	1,40	40	984	1,35	52
1997	718	2 366	1,20	78	3 250	1,09	60	4 815	1,06	77
1999	1 489	4 457	1,13	65	6 255	1,04	51	10 040	1,00	93
2001	2 428	7 201	1,08	88	10 034	1,01	80	16 015	0,98	86
2003	3 112	9 135	1,06	72	12 692	1,02	87	20 372	1,00	97
2005	3 637	10 322	1,05	18	14 395	1,02	40	23 143	1,01	89
2007	4 054	10 985	1,04	1	15 545	1,01	8	24 989	0,99	81
2009	4 275	11 592	1,02	5	16 276	0,99	7	25 751	0,99	66

2. Добавлены результаты расчета, приведенные в [4] в отдельных разделах. Это расчеты по американским программам KENO (на основе российской библиотеки ядерных данных ABBN93) и MCNP с библиотеками ENDF/D-VII.0 и ENDF/B-VI.8.

3. Добавлены результаты расчета по американским программам MCNP и TART на основе библиотек ENDF/D-VII.0, ENDF/B-VI.8, JEFF-3.1 [5...7] и программам комплекса САПФИР-2006 (XT26 с библиотекой БД ЛНФК-87/03 и XTRT с американской библиотекой ENDF/B-VI.6).

На рис. 1 приведены распределения отклонений при расчете по всем программам всех бенчмарк экспериментов по годам их опубликования в [4]. На рисунке в скобках отмечено общее число расчетов.

Если учитывать только тенденции изменения среднеквадратической погрешности и визуально оценивать стабилизацию распределения отклонений, то можно сделать вывод о достаточной полноте данных, начиная с ~ 2003 г. Однако локальные отклонения стандартизованного распределе-

ния от нормального, о чем свидетельствуют колебания уровня значимости, требуют продолжить анализ. В табл. 2 приведены статистические данные для выборок по странам, где проводились эксперименты.

Наиболее “неудачные”, с точки зрения погрешности расчета, большой оцененной экспериментальной погрешности и низкого уровня значимости, эксперименты проводились специалистами США. Можно предположить, что это наиболее проблемные эксперименты, которые проводились с целью изучения нейтронной физики, а не демонстрации экспериментальных возможностей. Целесообразно наиболее проблемные, с точки зрения математического моделирования, бенчмарк модели выделить в отдельные классы и рассматривать их независимо от совокупной выборки. В табл. 3 приведены статистические параметры для некоторых выборок по типу экспериментов (отдельные сборки включены в несколько выборок).

К проблемным классам можно отнести 3 типа экспериментов. Во-первых, это экс-

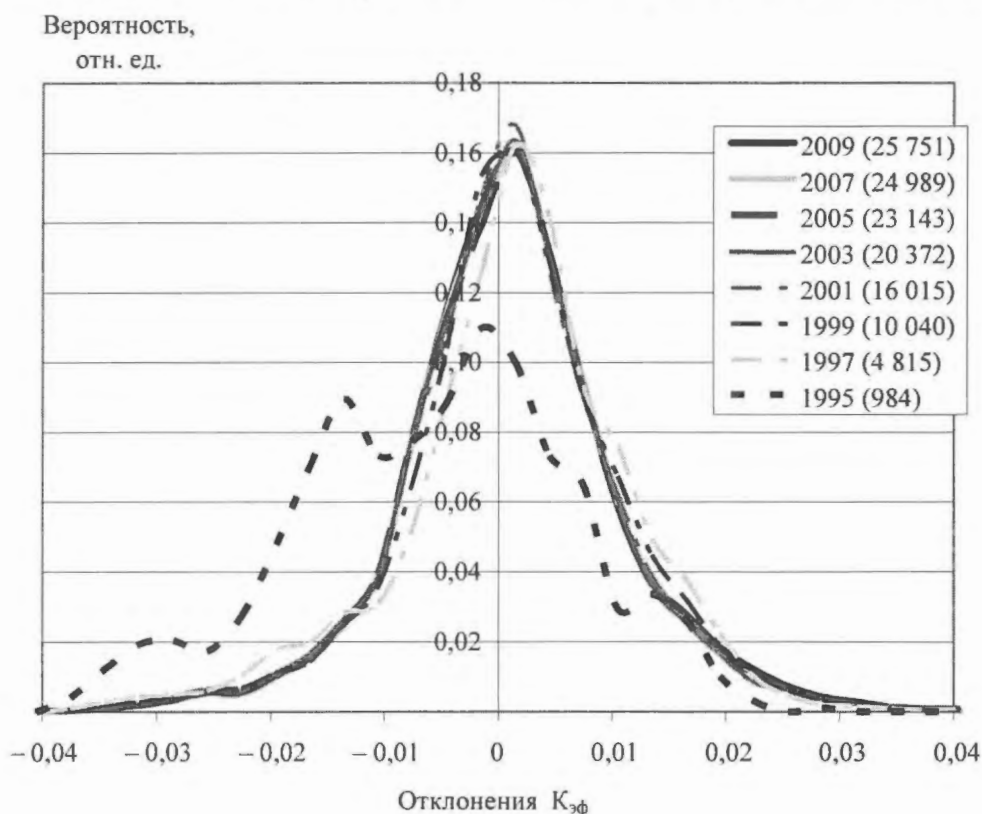


Рис. 1. Распределение отклонений результатов расчетов и экспериментов, нормированное на число расчетов, по годам опубликования экспериментов в [4] (расчеты по всем программам)

**Таблица 2.** Статистика расчета экспериментов по странам выполнения экспериментов

Страна	Число экспериментов	Число расчетов	$\Delta_0, \%$	$\Delta_{ex}, \%$ (средняя)	$u, \%$
Все страны	4 257	25 751	0,99	0,44	66
Россия + Венгрия*)	781	4 677	0,93	0,42	99
США	2 322	14 985	1,08	0,49	5
Остальные страны	1 172	6 089	0,76	0,32	96

\*) в Венгрии проводились эксперименты с топливом ВВЭР с участием российских специалистов

**Таблица 3.** Статистика для выборок по типам экспериментов

№№ п/п	Тип экспериментов	Число экспериментов	Число расчетов	$\Delta_0, \%$	$\Delta_{ex}, \%$	$u, \%*$
1	Быстрый спектр	586	3 872	0,96	0,32	32
2	Промежуточный спектр	221	1 187	1,87	0,61	–
3	Тепловой спектр	3 480	20 728	0,92	0,45	71
4	Растворные сборки	1 428	9 566	0,91	0,52	81
5	Легководные решетки с обогащением меньше 10 %	1 215	7 141	0,78	0,35	93
6	Органический замедлитель	479	2 955	1,42	0,50	–
7	Гомогенные модели типа ZPR	33	370	1,64	0,26	–
8	Системы с бериллием	84	639	1,10	0,32	–

\*) прочерк означает, что не выполняются полностью требуемые в разделе 2 условия для определения уровня значимости нормальности распределения

перименты с органическим замедлителем (кроме экспериментов с быстрым спектром нейтронов). На рис. 2 приведено распределение отклонений расчетных и экспериментальных значений  $K_{эф}$  для экспериментов этого типа. В распределении наблюдаются несколько максимумов, которые не удается однозначно идентифицировать по особенностям экспериментов.

Во-вторых, это эксперименты с промежуточным спектром нейтронов, в которых значительный вклад в  $K_{эф}$  вносит область неразрешенных резонансов. В [4] эти эксперименты обозначены как INTER и MIXED. В эту выборку входят также эксперименты

с органическим замедлителем из предыдущей выборки.

В-третьих, явно выделяются по величине погрешности расчета гетерогенные эксперименты, представленные в виде гомогенизированных моделей. Здесь они обозначены типом ZPR. При расчетах в обоснование ядерной безопасности на АЭС с ВВЭР подобные расчетные модели давно уже не применяются и здесь, исключив их из общей совокупности бенчмарк моделей, подробно обсуждать эти модели не будем.

После выделения из общей совокупности 642-х экспериментов получаем, как показано в табл. 4, в достаточной степени ус-

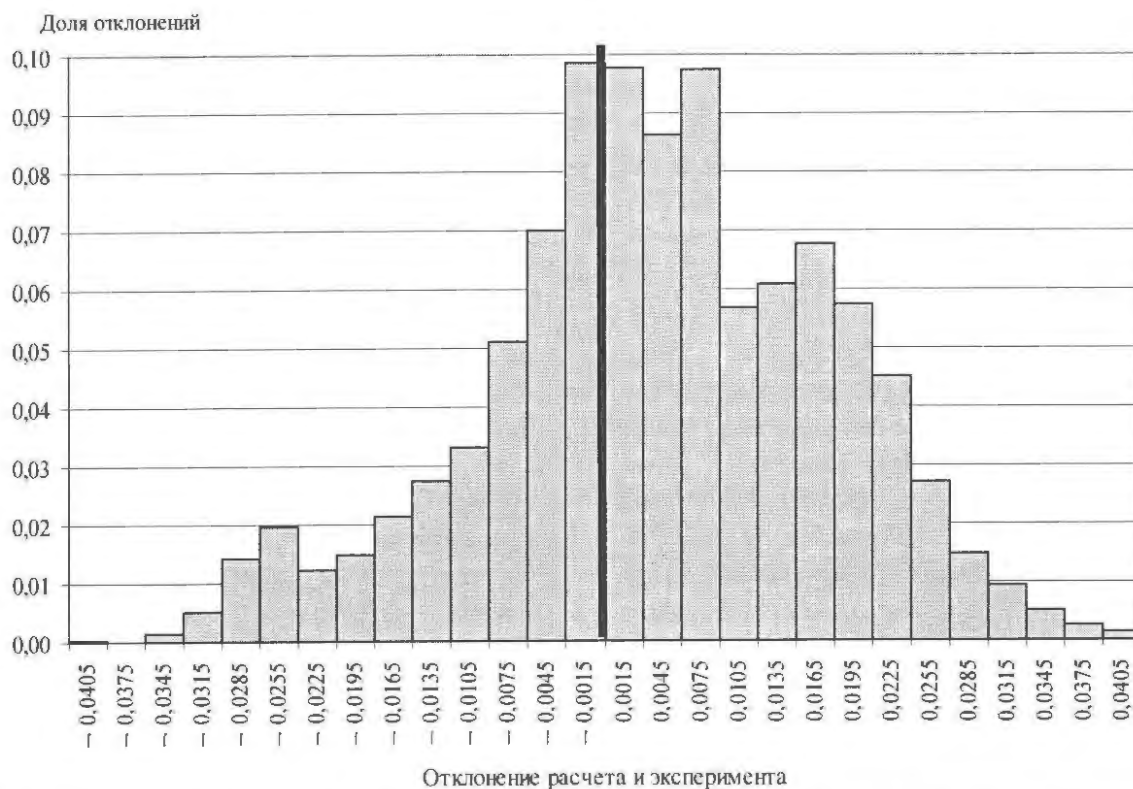


Рис. 2. Распределение отклонений результатов расчета  $K_{эф}$  по всем программам для экспериментов с органическим замедлителем

тойчивую полноту данных экспериментов и расчетов после 2003 г.

Учитывая сложность перехода от микроэкспериментов по измерению нейтронных сечений к расчету макроэкспериментов на критических сборках, а также разнообразие экспериментов в [4], можно считать удивительным фактом то, что распределение отклонений результатов расчета и эксперимента практически нормально на 95 % доверительном интервале, т.е. даже самые,

казалось бы, “неудачные” эксперименты и расчеты находят свое законное место в совокупном распределении.

#### 4. Оценка достаточности полноты выборки при верификации ХТ26

Нормальность распределения стандартизованных отклонений результатов расчета и эксперимента для совокупности всех расчетов бенчмарк экспериментов и полнота их набора в [4] позволяют использовать достаточно простой консервативный способ оценки полноты рассчитанных экспериментов при верификации ПС, предназначенного для решения вопросов ядерной безопасности. При верификации программы ХТ26 для всех выборок проверялись следующие условия их достаточной полноты:

- 1) должно быть рассчитано не менее 50 % экспериментов в рассматриваемой выборке;
- 2) эффективная погрешность  $\Delta_0$  расчетов по всем программам, кроме ХТ26, всех экспериментов в выборке должна быть меньше, чем эффективная погрешность при расчете по всем программам, кроме ХТ26, тех

Таблица 4. Статистика расчета по годам опубликования экспериментов в [4] после выделения 3-х типов экспериментов в отдельные классы ( $\Delta_{ex}$  среднее – 0,43 %)

Год опубликования	Число экспериментов	Число расчетов	$\Delta_0$ , %	$u$ , %
1995	115	847	1,41	44
1997	621	4 374	1,09	88
1999	1 315	9 181	0,97	91
2001	2 043	13 712	0,91	96
2003	2 646	17 361	0,88	99
2005	3 037	19 421	0,88	99
2007	3 425	21 198	0,87	98
2009	3 633	21 925	0,86	98

**Т а б л и ц а 5.** Оценка полноты выборки при расчетах по программе ХТ26

Выборка	По всем экспериментам			Без 3-х типов экспериментов		
	Число экспериментов	Число расчетов	$\Delta_0, \%$	Число экспериментов	Число расчетов	$\Delta_0, \%$
Все расчеты всех экспериментов	4 275	25 751	0,989	3 633	21 925	0,864
Все эксперименты, все расчеты без ХТ26	4 275	22 685	0,997	3 633	19 270	0,878
Расчеты по другим программам экспериментов, рассчитанных по ХТ26	3 066	18 621	1,014	2 655	16 104	0,884
Расчеты по другим программам экспериментов, не рассчитанных по ХТ26	1 209	4 064	0,917	978	3 166	0,848
По максимальным отклонениям	3 066	3 066	1,629	2 655	2 655	1,504
По минимальным отклонениям	3 066	3 066	0,472	2 655	2 655	0,370

экспериментов, которые рассчитывались по программе ХТ26.

В табл. 5 приведены данные, использованные при оценке полноты выборки расчетов по ХТ26 для всей совокупности экспериментов в [4] и после выделения 3-х типов экспериментов. В обоих случаях условия полноты выборки выполнены. Маловероятно, что при расчете всех экспериментов по программе ХТ26 погрешность расчета увеличится, так как нерассчитанными остались в основном “хорошие” эксперименты.

Можно отметить большую разницу в максимальных и минимальных отклонениях при расчете по различным программам – соответствующие эффективные погрешности отличаются почти в 4 раза. Поэтому, не обеспечив достаточную полноту выборки при верификации конкретного ПС, можно ошибиться в определении методической погрешности. Например, эффективная погрешность по минимальным отклонениям (0,37) меньше, чем средняя погрешность экспериментов (0,43), что может привести к мнимым значениям методической погрешности.

### 5. Построение дерева погрешностей

Если необходимо определить погрешность конкретного ПС при расчете произ-

вольной конфигурации ядерного топлива, например, при моделировании запроектных аварий с разрушением топлива, то можно принять ее равной погрешности расчетов всей совокупности экспериментов за исключением 3-х выделенных типов. Для выделенных типов экспериментов погрешность ПС должна оцениваться отдельно.

При практических расчетах в обоснование ядерной безопасности существенную часть расчетов составляют расчеты консервативных моделей средств обращения с ядерным топливом в условиях их нормальной эксплуатации. Для топлива ВВЭР погрешность ПС в этом случае можно определить менее консервативно, рассматривая только эксперименты с легководными низкообогащенными решетками. Для перехода от общей выборки к выборке для легководных решеток проведено последовательное дифференцирование выборок, опираясь на структуру материалов в [4].

Структурно Международный сборник бенчмарк экспериментов разбит на несколько томов. При верификации программ, предназначенных для решения вопросов ядерной безопасности, наибольший интерес представляют тома с 1 по 6:

- том 1 – сборки с плутониевым топливом (в основном растворные сборки и сборки с быстрым спектром нейтронов);

- том 2 – сборки с урановым топливом при обогащении по  $^{235}\text{U}$  более 60 %;
- том 3 – сборки с урановым топливом при обогащении по  $^{235}\text{U}$  от 10 до 60 %;
- том 4 – сборки с урановым топливом при обогащении по  $^{235}\text{U}$  менее 10 %;
- том 5 – сборки с топливом на основе  $^{233}\text{U}$ ;
- том 6 – сборки со смешанным U/Pu топливом (MOX топливо).

Описание экспериментов, выполненных в одной серии одной группой экспериментаторов, объединено в разделы. Идентификация разделов дополнительно подразделяет эксперименты на типы: быстрые, промежуточные тепловые, растворные, гетерогенные и т.п. Около четверти всех экспериментов выполнены с легководными решетками. В настоящей работе при дифференцировании выборок минимальной единицей набора данных считался раздел в [4]. Принадлежность раздела к выборкам по типам экспериментов определялась по большинствуборок, относящихся к этому типу.

В табл. 6...12 представлены результаты дифференцирования выборок по совокупности всех расчетов и расчетов по программе ХТ26. Параметры в таблицах описаны выше. Для названия выборок использованы следующие обозначения:

- ALL – расчеты всех экспериментов;
- ALL-3t – расчеты экспериментов, исключая эксперименты с тепловым спектром нейтронов с органическим замедлителем (ORG), гомогенизированные бенчмарк модели (ZPR) и сборки с промежуточным и смешанным спектрами нейтронов (INT);
- Pu – эксперименты с плутониевым топливом из томов 1 и 6;
- U – эксперименты с урановым топливом из томов 2...5;
- FAST – сборки с быстрым спектром нейтронов;
- SOL – эксперименты на растворных сборках;
- T1 – эксперименты из одного тома, например, 1;
- TT 2,3 – эксперименты из тт. 2 и 3;
- LW – сборки с легководными решетками;
- MOX – сборки на основе MOX топлива;

- MIC – сборки с легководными решетками с микронеоднородностями (пэл, твэг, изъятие отдельных твэлов, вытеснители вместо отдельных твэлов);
- MAC – сборки с легководными решетками с макронеоднородностями (водные полости, стены из поглощающих материалов, пластины и растворы сильных поглотителей между группами твэлов);
- REF – сборки с отражателем;
- NOREF – сборки без отражателя;
- ВВЭР – сборки с решетками типа ВВЭР;
- Gd – легководные сборки с размешанным в воде гадолинием;
- Gd – легководные сборки, исключая сборки с гадолинием в воде.

Последовательность определения погрешности программы ХТ26 на каждом шаге дифференцирования выборок следующая.

1. Определялась полнота набора экспериментов. Если полнота набора экспериментов в [4] для рассматриваемой выборки не выполнялась, то в качестве погрешности принималась либо погрешность (6), либо распределение считалось прямоугольным и в качестве левой границы 95 % доверительного интервала принималось максимальное отрицательное отклонение ( $-\min$ ).
2. Определялась полнота выборки рассчитанных экспериментов по программе ХТ26. Если полнота не выполнялась, то проводились дополнительные расчеты.
3. Определялся уровень значимости нормальности распределения для рассматриваемой выборки.
4. Если  $u \geq 70\%$  и  $(-\delta_{95}) \leq 2,5\%$ , то в качестве погрешности принималось значение  $S_m$ .
5. Если условия п. 4 не выполнялись, то проводился анализ выборки для выделения внутренних выборок и пп. 1...4 повторялись для каждой внутренней выборки.
6. Если при дальнейшем выделении внутренних выборок не обеспечивалась полнота набора экспериментов, то для рассматриваемой выборки в качестве погрешности принималось значение либо  $S_{\text{мп}}$ , либо  $S$ , при котором доля выхода отрицательных отклонений за 95 % доверительный интервал не превышала 2,5 %.

7. Если доля выхода отрицательных отклонений за 95 % доверительный интервал превышала 2,5 % в обоих случаях п. 6, то в качестве левой границы 95 % доверительного интервала принималось максимальное отрицательное отклонение ( $-\min$ ).

В табл. 6...12 принятая погрешность программы ХТ26 для отдельных выборок выделена жирным шрифтом. Прочерк для некоторых параметров означает, что отсутствует полнота набора экспериментов или не выполняется, по крайней мере, одно из условий определения нормальности распределения, перечисленных в разделе 2.

В табл. 6 приведены статистические параметры для 3-х выборок, вынесенных из общей совокупности экспериментов. При первоначальной верификации программы ХТ26 [9] выборка INT не выделялась, так как большая частьборок в этой выборке в своем составе имеет органический замедлитель, а 11 бенчмарк моделей приведены к бесконечной среде при неочевидных, с нашей точки зрения, теоретических рассуждениях.

Необходимость отдельного рассмотрения систем с промежуточным спектром нейтронов при обосновании ядерной безопасности на АЭС с ВВЭР диктуется наличием в новых проектах АЭС устройства локализации расплава, размещаемого под корпусом реактора. С учетом неполноты набора экспериментов этого типа для про-

граммы ХТ26 принята наиболее консервативная оценка погрешности.

В табл. 7 приведены статистические параметры для выборки всех экспериментов без 3-х выделенных типов и отдельно для экспериментов с плутонием (тт. 1 и 6) и ураном, включая  $^{233}\text{U}$  (тома 2...5). На рис. 3 приведено распределение стандартизованных отклонений для всех экспериментов без 3-х выделенных типов, которое сравнивается с нормальным распределением (отмечено пунктирной линией).

Необходимо напомнить, что распределение стандартизованных отклонений строится относительно среднего смещения, а погрешности ПС и значения ( $-\delta 95$ ) приводятся в таблицах относительно нулевого смещения. Поэтому доля выхода за 95 % доверительный интервал в таблицах может не соответствовать рисункам.

Уровень значимости нормальности распределения 30 % при расчете по программе ХТ26 для всех экспериментов обусловлен в значительной степени сужением распределения относительно нормального на половине высоты распределения. Такая деформация распределения может быть обусловлена либо перенастройкой программы и ее константного обеспечения при расчете различных типов экспериментов, либо отбором экспериментаторами "хороших" состояний из большего числа экспериментальных состояний при подготовке материалов для сборника бенчмарк экспериментов.

Т а б л и ц а 6. Статистические параметры для выборок ALL, ORG, INT и ZPR

Параметры	ALL		ORG		INT		ZPR	
	ХТ26	Все	ХТ26	Все	ХТ26	Все	ХТ26	Все
$n, \%$	3	66	—	—	—	—	—	—
$S_m(-\delta 95), \%$	0,61 (3,5)	0,65 (5,5)	—	—	—	—	—	—
$S_{mn}(-\delta 95), \%$	0,81 (1,7)	0,89 (2,8)	—	—	—	—	—	—
$S(-\delta 95), \%$	0,92 (1,4)	0,99 (1,8)	<b>1,50</b> <b>(0,4)</b>	1,33 (1,0)	1,94 (1,8)	1,80 (0,8)	1,89 (0,0)	1,64 (6,1)
$\bar{d}, \%$	0,32	0,06	0,85	0,62	0,00	-0,05	1,40	0,70
$(-\min/2), \%$	2,5	3,1	1,7	1,7	<b>2,5</b>	3,1	0,3	2,4
Число экс- периментов	3 066	4 275	281	391	110	218	20	33
Число расчетов	3 066	25 751	281	2 302	110	1 154	20	370

Таблица 7. Статистические параметры для выборок ALL-3t, Pu и U

Параметры	ALL-3t		Pu		U	
	ХТ26	Все	ХТ26	Все	ХТ26	Все
$u, \%$	30	98	< 1	71	80	99
$S_m(-\delta 95), \%$	0,53 (3,6)	0,62 (6,1)	0,76 (0,7)	0,72 (3,8)	0,42 (11,0)	0,57 (6,1)
$S_{\text{мп}}(-\delta 95), \%$	<b>0,62</b> <b>(2,1)</b>	0,75 (3,7)	<b>0,76</b> <b>(0,7)</b>	0,84 (3,0)	<b>0,54</b> <b>(1,8)</b>	0,71 (3,6)
$S(-\delta 95), \%$	0,75 (0,6)	0,86 (2,0)	0,87 (0,6)	0,95 (1,6)	0,68 (0,7)	0,83 (2,9)
$\bar{d}, \%$	0,27	0,04	0,28	0,14	0,26	-0,25
$(-\text{min}/2), \%$	1,1	2,35	1,1	2,35	1,1	2,0
Число экспериментов	2 655	3 633	863	1 024	1 792	2 609
Число расчетов	2 655	21 925	863	6 253	1 792	15 672

При подобных деформациях распределения нельзя исключать и субъективный фактор, который может возникнуть при отладке исходных данных. Довольно часто отладка заканчивается, когда результат расчета хорошо согласуется с экспериментальной оценкой  $K_{\text{эф}}$ , но не все мелкие погрешности в исходных данных устранены. Для устранения этого эффекта необходимо по возможности автоматизировать подготовку исходных данных, по крайней мере, для

больших серий однотипных экспериментов.

Суженная форма распределения наблюдается при построении стандартизованных распределений и по другим программам, для которых рассчитана достаточно полная выборка экспериментов. При этом дисперсия распределений относительно среднего смещения по другим программам несущественно отличается от дисперсии для программы ХТ26.

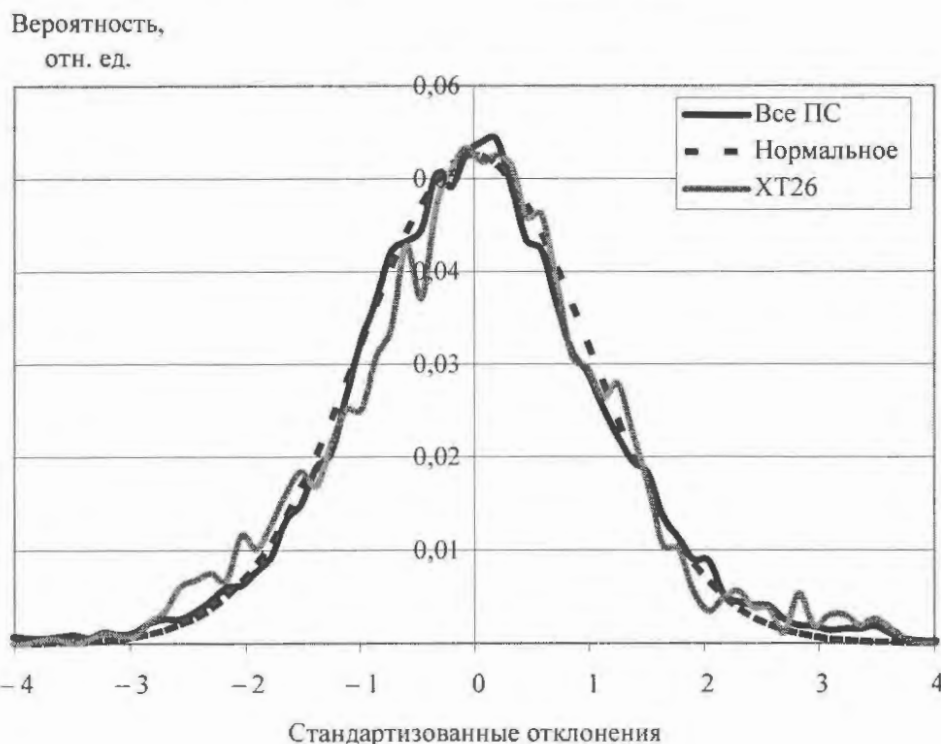


Рис. 3. Распределение стандартизованных отклонений при расчете всех экспериментов кроме 3-х выделенных типов

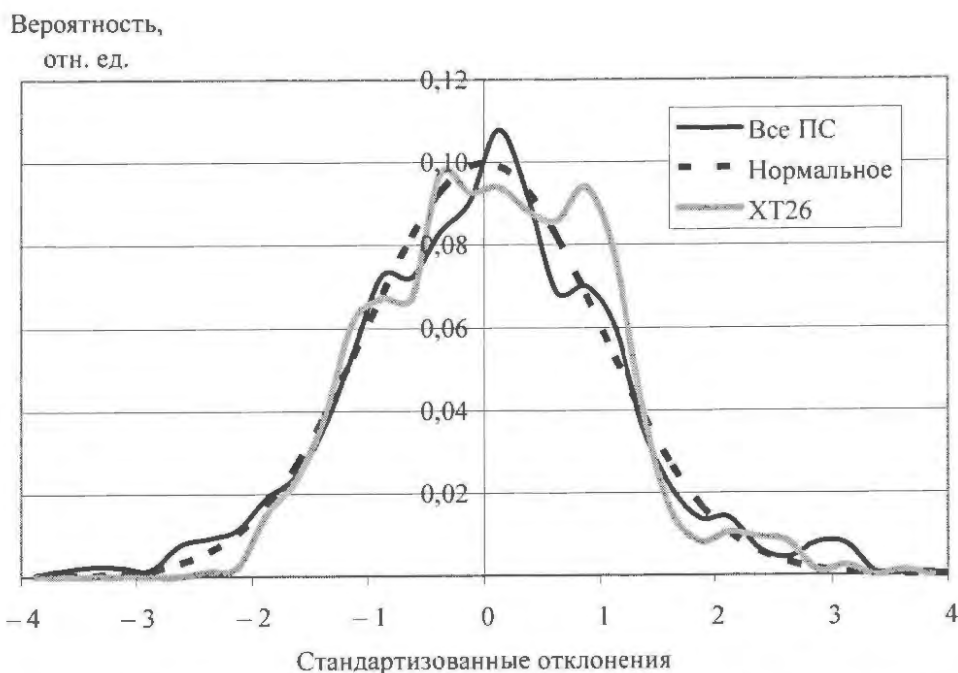


Рис. 4. Распределение стандартизованных отклонений при расчете всех экспериментов с плутонием

Заметное отличие наблюдается в средних смещениях, что обусловлено разными целями, преследуемыми при настройке программ и их константного обеспечения. Для совокупного распределения по большому числу программ происходят сглаживание распределения и приближение его к нормальному распределению, но с большей (на несколько десятых процента) дисперсией. Стандартизация распределений позволяет легко сравнивать между собой распределения с различными дисперсиями и средними смещениями.

На рис. 4 приведены стандартизованные распределения при расчете экспери-

ментов с плутонием из тт. 1 и 6. Распределения имеют несколько значимых максимумов, что свидетельствует о наличии в выборке нескольких типов экспериментов с разными средними смещениями.

В табл. 8 и 9 приведены статистические параметры по дифференциальным выборкам экспериментов с плутониевым топливом. Достаточную полноту экспериментов по совокупности всех расчетов можно отметить только для растворных сборок с плутонием. Но и в этом случае наблюдается разделение средних отклонений на две выборки.

Таблица 8. Статистические параметры для выборок Т1, Т6 и Т16-FAST

Параметры	Т1		Т6		Т16-FAST	
	ХТ26	Все	ХТ26	Все	ХТ26	Все
$u, \%$	2	71	—	—	—	—
$S_m(-\delta 95), \%$	0,74 (0,2)	0,68 (2,2)	—	—	—	—
$S_{\text{мп}}(-\delta 95), \%$	0,84 (0,0)	0,82 (1,4)	—	—	—	—
$S(-\delta 95), \%$	0,93 (0,0)	0,92 (0,8)	<b>0,74</b> <b>(1,0)</b>	1,01 (1,2)	<b>0,76</b> <b>(1,9)</b>	1,07 (3,4)
$\bar{d}, \%$	0,49	0,26	-0,17	-0,17	-0,26	0,01
$(-\text{min}/2), \%$	<b>0,75</b>	1,45	1,1	2,35	1,1	2,35
Число экспериментов	583	687	280	337	105	174
Число расчетов	583	4 461	280	1 792	105	1 167

**Таблица 9.** Статистические параметры для выборок T1-SOL, T1-SOL(REF), T1-SOL(NOREF), T6-LW(MOX)

Параметры	T1-SOL		T1-SOL(REF)		T1-SOL(NOREF)		T6-LW(MOX)	
	XT26	Все	XT26	Все	XT26	Все	XT26	Все
$u, \%$	3	71	65	99	–	–	–	–
$S_m(-\delta 95), \%$	0,79 (0,0)	0,74 (0,4)	0,77 (0,0)	0,78 (0,5)		–	–	–
$S_{\text{мп}}(-\delta 95), \%$	0,86 (0,0)	0,82 (0,3)	0,84 (0,0)	0,78 (0,5)	–	–	–	–
$S(-\delta 95), \%$	0,95 (0,0)	0,92 (0,2)	0,92 (0,0)	0,88 (0,2)	1,02 (0,0)	1,07 (0,0)	<b>0,75</b> <b>(0,0)</b>	0,95 (1,0)
$\bar{d}, \%$	0,60	0,32	0,52	0,28	0,85	0,73	–0,26	–0,53
$(-\text{min}/2), \%$	<b>0,75</b>	1,0	<b>0,7</b>	1,0	0,0	0,75	0,75	1,1
Число экспериментов	523	580	401	429	145	174	194	208
Число расчетов	523	3 791	401	2 859	145	1 047	194	1 034

Если для выборки сборок с отражателем полнота набора экспериментов не вызывает сомнений, то для сборок без отражателя полноты нет и наблюдается большое завышение расчетных значений  $K_{\text{эф}}$  относительно экспериментальных оценок. При расчете легководных решеток с MOX топливом, наоборот, преобладает занижение расчетных значений  $K_{\text{эф}}$ .

Последние 20 лет коррекция библиотек ядерных данных в значительной степени сосредоточена на проблеме изотопов плутония. В одних случаях уменьшают положительное смещение на растворных сборках, в других пытаются поднять расчетные значения для легководных решеток с MOX топливом. В [4] и в другой литературе можно отметить результаты расчета со средними смещениями для этих двух типов экспериментов на любой вкус.

Однако разницу между этими смещениями пока уменьшить не удалось, если рассматривать достаточно полные наборы экспериментов. При настройке программы XT26 и ее константного обеспечения большое положительное смещение для растворных сборок без отражателя позволило сделать погрешности расчета одного порядка для всех остальных выборок в табл. 8 и 9.

Само по себе положительное смещение для программ, предназначенных для расчетов в обоснование ядерной безопасности, не является существенным недостатком.

Вероятно, что и в дальнейшем только за счет коррекции ядерных данных для изотопов плутония не удастся решить проблему различных средних смещений в рассмотренных выборках.

На рис. 5 приведены распределения стандартизованных отклонений при расчете экспериментов с урановым топливом. На 95 % доверительном интервале для этого распределения трудно однозначно выделить какие-либо локальные максимумы. Однако в областях выхода за 2 стандартных отклонения наблюдаются нерегулярности в распределениях.

В табл. 10 приведены статистические параметры по томам с урановым топливом и для сборок с быстрым спектром нейтронов из этих томов. Можно отметить, что при расчете экспериментов с быстрым спектром нейтронов наблюдается обратное соотношение уровней значимости по результатам расчета по программе XT26 и по всем программам относительно большинства других выборок.

Распределение стандартизованных отклонений при расчете этой выборки и по другим программам также ближе к нормальному распределению, чем распределение по совокупности всех расчетов. Вероятно, это связано с тем, что диапазон коррекции ядерных данных в области высоких энергий превосходит величину их неопределенности, а большая разница в средних

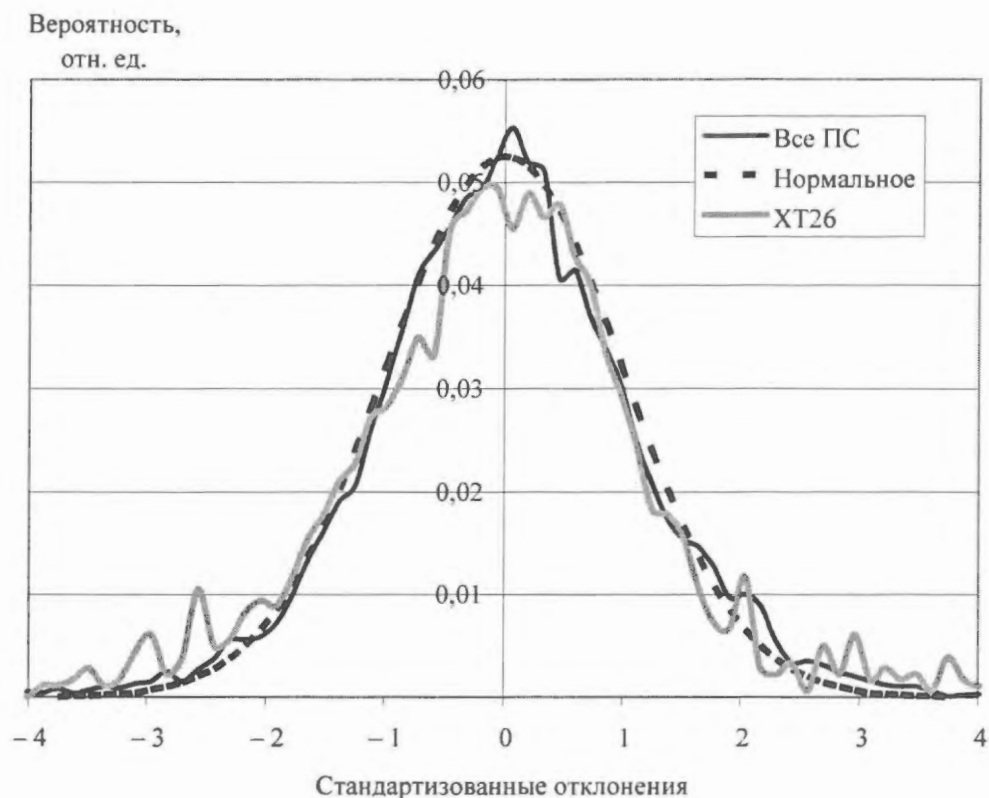


Рис. 5. Распределение стандартизованных отклонений при расчете всех экспериментов с ураном

смещениях не дает получить гладкое совокупное распределение.

Наибольший выход за 95 % доверительный интервал отрицательных отклонений наблюдается для тома 4, т.е. для экспериментов с низкообогащенным ураном. Большая часть экспериментов в томе 4 проведена с легководными решетками. Как видно из табл. 11, значительный выход отрицательных отклонений за 95 % доверитель-

ный интервал обусловлен расчетами экспериментов именно этого типа.

В табл. 11 дополнительно выделены две выборки с разной компоновкой твэлов. В одну выборку (с микронеоднородностями) включены эксперименты с регулярными однородными решетками, в которых только отдельные твэлы могут заменяться инородными элементами. Во вторую выборку (с макронеоднородностями) включены экспе-

Таблица 10. Статистические параметры для выборок T23, T4, T5, T2345-FAST

Параметры	T23		T4		T5		T2345-FAST	
	ХТ26	Все	ХТ26	Все	ХТ26	Все	ХТ26	Все
$\mu, \%$	51	54	86	99	48	95	82	14
$S_m(-\delta 95), \%$	0,49 (4,2)	0,63 (6,0)	0,38 (4,8)	0,50 (8,5)	0,64 (2,6)	0,99 (3,5)	0,52 (2,5)	0,44 (8,8)
$S_{\min}(-\delta 95), \%$	<b>0,64</b> <b>(2,2)</b>	0,72 (3,7)	0,42 (3,1)	0,62 (6,1)	<b>0,60</b> <b>(2,4)</b>	1,04 (2,8)	<b>0,57</b> <b>(1,8)</b>	0,73 (3,3)
$S(-\delta 95), \%$	0,79 (1,3)	0,87 (2,1)	<b>0,53</b> <b>(2,1)</b>	0,70 (3,4)	0,88 (0,0)	1,22 (1,9)	0,64 (1,1)	0,79 (2,1)
$\bar{d}_m, \%$	0,29	0,11	0,21	-0,09	0,43	0,32	0,30	0,02
$(-\min/2), \%$	1,1	1,9	0,8	1,9	0,9	2,0	0,9	1,8
Число экспериментов	762	1 154	880	1 273	150	182	274	363
Число расчетов	762	6 666	880	7 723	150	1 283	274	2 217

**Таблица 11.** Статистические параметры для выборок экспериментов с легководными решетками из тома 4

Параметры	T4-LW		T4-LW(MIC)		T4-LW(MAC)	
	XT26	Все	XT26	Все	XT26	Все
$u, \%$	96	97	80	99	41	69
$S_m(-\delta 95), \%$	0,39 (5,0)	0,53 (10,1)	<b>0,38</b> <b>(1,5)</b>	0,47 (8,7)	0,37 (11,5)	0,66 (15,2)
$S_{мп}(-\delta 95), \%$	0,44 (3,6)	0,67 (6,0)	0,43 (1,1)	0,52 (7,1)	0,45 (7,9)	0,89 (6,8)
$S(-\delta 95), \%$	<b>0,55</b> <b>(1,6)</b>	0,75 (4,3)	0,55 (0,4)	0,62 (3,6)	0,53 (5,7)	0,94 (5,5)
$\bar{d}, \%$	0,20	-0,17	0,33	-0,11	-0,02	-0,36
$(-\min/2), \%$	0,8	1,9	0,65	1,2	0,8	1,9
Число экспериментов	743	1 007	464	687	279	320
Число расчетов	743	6 107	464	3 990	279	2 117

рименты, в которых твэлы разбиты на группы и между группами могут включаться различные поглотители, в том числе и разбавленные в воде.

Выделение выборки с макронеоднородностями дополнительно обусловлено тем, что большинство из этих экспериментов проводилось с целью моделирования средств обращения с топливом. Большой выход отрицательных отклонений за 95 % доверительный интервал обусловлен экспериментами с макронеоднородностями.

Среди экспериментов с макронеоднородностями можно также выделить группу экспериментов с большим средним отрицательным смещением – это эксперименты с

разбавленным в воде гадолинием (табл. 12). Важно отметить, что во многих случаях отрицательное отклонение расчета от эксперимента по абсолютной величине превышает реактивность разбавленного гадолия.

На рис. 6 приведены распределения отклонений результатов расчета по всем программам экспериментов с разбавленным в воде гадолинием. Отдельно рассмотрены эксперименты с легководными решетками и на растворных сборках. Видно, что ситуация для этих выборок экспериментов подобна экспериментам с плутонием, т.е. коррекция ядерных данных изотопов гадолия не улучшит результаты расчета для обеих выборок одновременно.

**Таблица 12.** Статистические параметры для выборок ВВЭР иборок с макронеоднородностями без гадолия и с гадолинием, размешанным в воде

Параметры	ВВЭР		T4-LW(MAC), -GD		T4-LW(MAC), GD	
	XT26	Все	XT26	Все	XT26	Все
$u, \%$	69	99	90	81	-	-
$S_m(-\delta 95), \%$	<b>0,40</b> <b>(0,3)</b>	0,55 (4,2)	0,36 (2,9)	0,49 (6,4)	-	-
$S_{мп}(-\delta 95), \%$	0,42 (0,0)	0,53 (4,9)	0,37 (2,8)	0,59 (4,0)	-	-
$S(-\delta 95), \%$	0,54 (0,0)	0,64 (3,1)	<b>0,44</b> <b>(1,0)</b>	0,65 (3,6)	0,73 (1,4)	1,61 (13,7)
$\bar{d}, \%$	0,37	-0,16	0,16	-0,25	-0,53	-1,35
$(-\min/2), \%$	0,4	1,1	0,5	1,9	<b>0,76</b>	1,9
Число экспериментов	305	340	206	247	73	73
Число расчетов	305	2 208	206	1 663	73	454

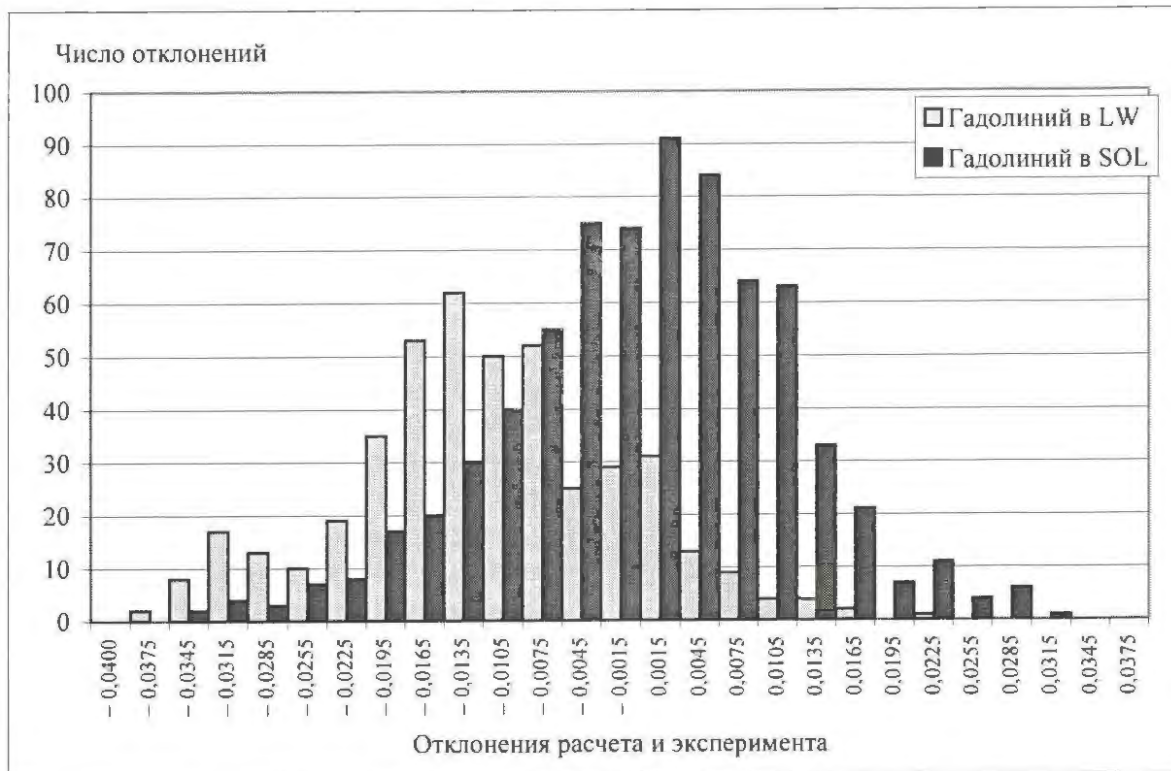


Рис. 6. Распределение отклонений при расчете по всем ПС экспериментов с гадолинием в легководных решетках и в растворных сборках

Поэтому для программы ХТ26 эксперименты с легководными решетками при наличии разбавленного в воде гадолиния вынесены в отдельный класс задач и для этого класса принята наиболее консервативная оценка погрешности программы. В выборку с разбавленным гадолинием попало не-

сколько экспериментов с разбавленным в воде кадмием, так как характер отклонений при разбавленном кадмии мало отличается от отклонений для состояний с разбавленным гадолинием.

В табл. 12 и на рис. 7 приведены результаты обработки расчетов легководных

Вероятность,  
отн. ед.

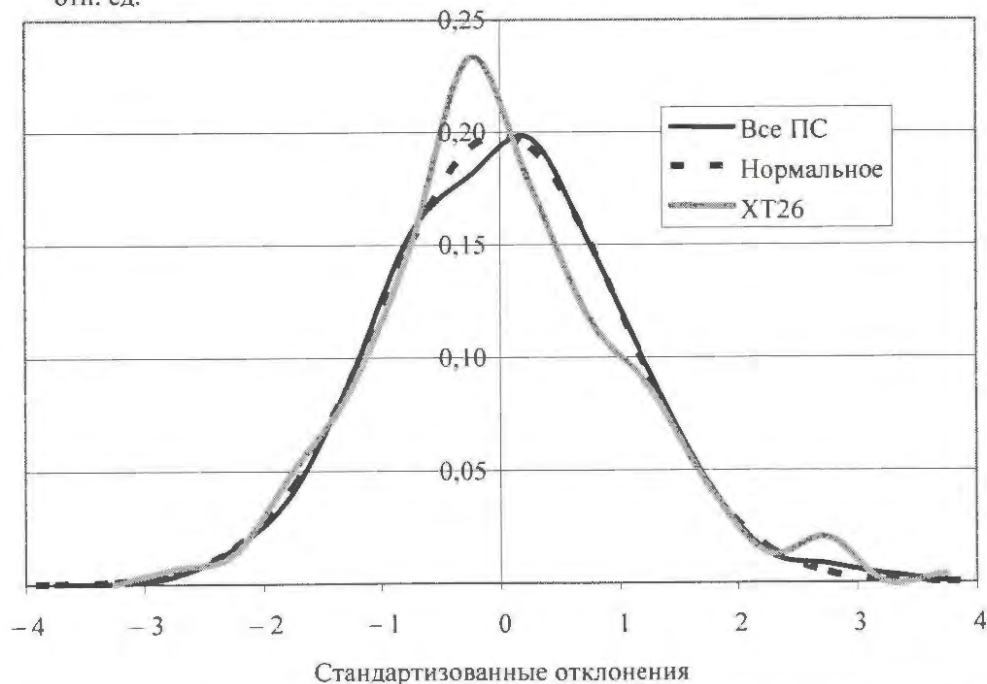


Рис. 7. Распределение стандартизованных отклонений при расчете экспериментов с топливом ВВЭР

решеток с топливом ВВЭР. Каких-либо значимых особенностей в статистических параметрах и распределениях для этого типа экспериментов относительно всех легководных экспериментов с микронеоднородностями не наблюдается. Особенность расчета этих экспериментов как по программе ХТ26, так и по многим другим программам, состоит в автоматизации подготовки исходных данных при расчете большого числа экспериментов.

Поэтому наблюдаемые отклонения от нормального распределения нельзя объяснить субъективным фактором подготовки исходных данных для описания отдельных экспериментальных состояний. Вероятно, что при отборе экспериментальных состояний с легководными решетками для публикации бенчмарк моделей в [4] нередко происходит отбор этих состояний по результатам предварительных расчетов по какой-либо программе, исходя из детерминистического представления о точности расчета.

На рис. 8 приведено дерево погрешностей по результатам моделирования бенчмарк экспериментов по программе ХТ26. Там же приведены погрешности расчета из [9], полученные при первоначальной вери-

фикации программы в 2006 г. Все погрешности, оцененные в 2006 г., являются консервативными относительно постверификации, результаты которой приведены в настоящей работе.

### Заключение

Для использования погрешностей в практических расчетах по программе ХТ26 комплекса САПФИР-2006 при обосновании ядерной безопасности на АЭС с ВВЭР их целесообразно привязать к конкретным моделям.

- Для штатных состояний со свежими урановыми ТВС в активной зоне реактора и в бесконечных моделях ячеек средств обращения с топливом погрешность не превышает 0,4 %.
- Для штатных состояний со свежими урановыми ТВС в активной зоне реактора с большими водными полостями и в полномасштабных моделях средств обращения с топливом погрешность не превышает 0,5%.
- При обезвоживании уранового топлива погрешность не превышает 0,6 %.
- Для систем с тепловым спектром нейтронов при заметном влиянии на поглоще-

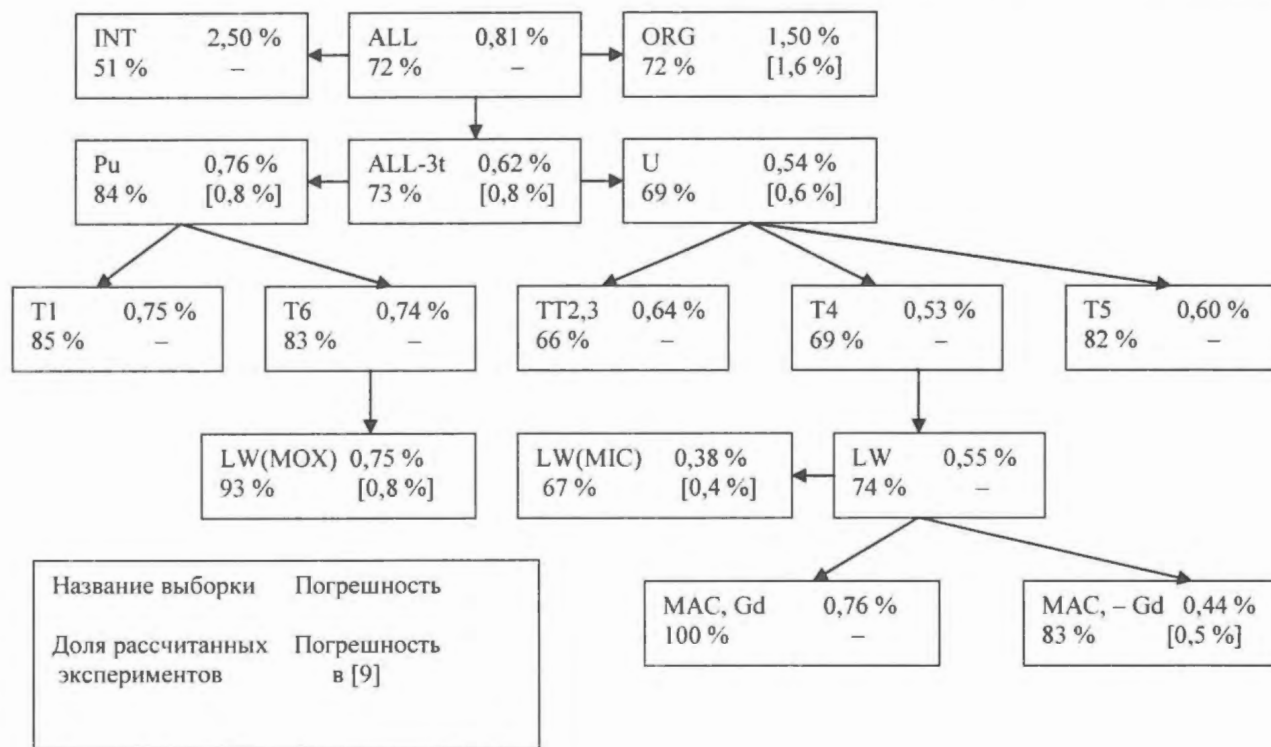


Рис. 8. Дерево погрешностей для программы ХТ26 (БД ЛНФК-87/03)

ние и деление изотопов, у которых в области энергий ниже 1,0 эВ зависимость сечений от энергии существенным образом отличается от закона обратных скоростей (закона "1/v"), например, изотопы плутония, гадолиния, кадмия, погрешность не превышает 0,8 %.

- При расчете произвольной конфигурации топлива, в том числе при моделировании запроектных аварий, погрешность не превышает 0,8 %.

- При расчете транспортных упаковочных контейнеров с деревянными ложементами в условиях нормальной эксплуатации (при отсутствии воды) погрешность составляет ~ 1,5 %.

- При расчете устройства локализации расплава погрешность составляет ~ 2,5 %.

В расчетах по программе ХТ26, результаты которых использованы в настоящей работе, кроме автора принимали участие А.Э. Борисенков, С.С. Зуев, Р.Ю. Нестеренко, В.К. Осипов. Все результаты статистической обработки, приведенные в работе, получены с помощью базы данных ASSEMBLY-II, входящей в пакет программ САПФИР.

#### Список литературы

1. *Seminar* on U<sup>238</sup> Resonance Capture. March 18-20, 1975, BNL-NCS-50451 (ENDF-217).
2. *Коробейников В.В., Сбоев А.Г., Тебин В.В.* Моделирование методом Монте-Карло экспериментов по измерению резонансного интегра-

ла U<sup>238</sup> // ВАНТ. Сер. Ядерные константы, 1979, вып. 4(35), с. 52–61.

3. *Thermal Reactor Benchmark Compilation.* CSEWG, 1974.

4. *International Handbook of Evaluated Criticality Safety Benchmark Experiments.* NEA/NSC/DOC (95)03. September 2009, Edition.

5. *van der Marck S.C.* Benchmarking ENDF/B-VII.0. Nuclear Data Sheets, 2006, Volume 107, pp. 3061–3118.

6. *van der Marck S.C.* Criticality Safety Benchmark Calculations with MCNP-4c3 Using JEFF-3.1 Nuclear Data. JEF/DOC-1105-1107, 2005.

7. *Cullen D.E., Plechaty E.F.* ENDF/B-VII.0 Data Testing. UCRL-TR-235178, 2007.

8. *Тебин В.В., Борисенков А.Э.* Комплекс программ САПФИР-2006 для расчета полномасштабных активных зон реакторов ВВЭР методом Монте-Карло // Вестник СГТУ, 2006, № 4(20), вып. 5, с. 94–100.

9. *Комплекс программ и библиотек констант САПФИР-2006.* Аттестационный паспорт ПС № 251 от 18.12.2008. М.: НТЦ ЯРБ, 2008.

10. *Правила ядерной безопасности для объектов ядерного топливного цикла НП-063-05.* М.: Федер. служба по экологическому, технологическому и атомному надзору, 2006.

11. *Худсон Д.* Статистика для физиков. М.: Мир, 1970.

#### Контактная информация –

*Тебин Владимир Владимирович, в. н. с., тел.: (499)196-71-00 доб. 62-66, e-mail: [tebin@vver.kiae.ru](mailto:tebin@vver.kiae.ru)*

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, вып. 1,  
с. 26–45.

## Сквозной расчет радиационных характеристик отработавших тепловыделяющих сборок ВВЭР-1000

*И.И. Линге, Е.Ф. Митенкова, Н.В. Новиков,*  
ИБРАЭ РАН, 115191, Москва, Большая Тульская ул., 52  
Поступила в редакцию 11.05.2010 г.

Представлены результаты сквозного расчета радиационных характеристик отработавшего ядерного топлива ВВЭР-1000. Проанализированы особенности формирования источников нейтронного и гамма излучений. Рассмотрены распределенные источники излучений нескольких типов. Проведен сравнительный анализ расчетных радиационных характеристик при использовании ядерно-физических данных из различных ENDF/B и EAF файлов и стандартов ANSI (American National Standards Institute)/ANS (American Nuclear Society) и ICRP (International Commission on Radiological Protection).

*Ключевые слова:* ВВЭР-1000, отработавшее ядерное топливо, сквозной расчет, источник нейтронного и гамма излучений.

**Coupled Calculation of Radiation Characteristics for VVER-1000 Spent Nuclear Fuel. I.I. Linge, E.F. Mitenkova, N.V. Novikov, Nuclear Safety Institute of the Russian Academy of Sciences, 52, Bol'shaya Tul'skaya St., Moscow, 115119.**

The calculation results of spent nuclear fuel radiation characteristics are represented for VVER-1000. The features of neutron-gamma sources configuration are analyzed for different distributed sources. The comparative analysis of the radiation characteristics is carried out using the nuclear data from various ENDF/B and EAF files and ANSI/ANS and ICRP Standards.

*Key Words:* VVER-1000, Spent Nuclear Fuel, Coupled Calculation, Neutron and Gamma Radiation Source.

### Введение

Проработка вопросов обеспечения и обоснования безопасности при обращении с отработавшим ядерным топливом (ОЯТ) осуществляется главным образом расчетным способом. Особую значимость повышение точности расчетного анализа радиационных характеристик приобретает для ОЯТ с увеличенным уровнем выгорания и новыми видами топлива. Точность прогнозирования радиационных параметров топлива и радиационной обстановки при обращении с ОЯТ в значительной степени определяется расчетными моделями, зависящими от полноты рассматриваемых источников излучений, и ядерно-физическими данными, представленными в файлах оцененных ядерных данных, рекомендованных библиотек, документах международных комитетов ICRP и др. [1].

В рамках сквозного расчета радиационных характеристик отработавших ТВС (ОТВС) ВВЭР-1000 по программному комплексу MONTEBURNS-MCNP5-ORIGEN2

[2...4] с применением специализированных библиотек ядерно-физических данных, сформированных на базе ENDF/B и EAF файлов [5...7], решены следующие задачи:

1. расчет изотопного состава ОТВС с  $UO_2$  топливом ВВЭР-1000 для выгораний до 90 МВт·сут/кг;
2. формирование  $\gamma$ - и  $n$ -источников в составе ОЯТ на основе изотопного состава ОТВС;
3. анализ особенностей ( $n$ - $\gamma$ ) источников с точки зрения их геометрических параметров;
4. исследование различных типов распределенных источников излучения;
5. анализ специфики использования коэффициентов перевода потока фотонов/нейтронов в дозовые значения.

### 1. Расчет изотопного состава ОТВС в ВВЭР-1000

Расчет изотопного состава облученного топлива на разные моменты по выгоранию при выгрузке из реактора и его последую-

шей выдержке является базовой задачей при анализе ядерно-радиационной безопасности объектов с ОТВС. Если для стандартных уровней выгорания эксплуатируемых ЯЭУ с традиционным топливом изотопный состав выгружаемого и выдержанного топлива достаточно хорошо известен [8], то при увеличенных уровнях выгорания и применении новых видов топлива требуются дополнительные расчеты.

В этой связи с помощью программного комплекса MONTEBURNS-MCNP5-ORIGEN2 проведена апробация метода сквозного расчета нуклидного состава топлива в ВВЭР-1000 для стационарного режима функционирования с заданной комплектацией активной зоны и средним выгоранием  $\sim 45$  МВт·сут/кг U [9]. Обоснование корректности такого метода строится на основе ячеечных и реакторных расчетов с последующим сравнением результатов с реперными данными действующих блоков ВВЭР-1000 [10].

В поверочных расчетах используются стандартные ячейки [11], задаваемые на основе полномасштабной 3D модели ТВС со всеми конструктивными особенностями. Например, задается "горячая" ТВС с размером "под ключ" 23,6 см, состоящая из 240 твэлов с обогащением топлива 4,4 %, 66 твэлов с обогащением 4,0 % и 6 твэгов с уран-гадолиниевым топливом с обогащением 3,6 %. На базе ячеечных расчетов определяется изотопный состав ТВС для выгораний, соответствующих 1, 2 и 3 годам эксплуатации, из которых формируется активная зона реактора.

Для активной зоны ВВЭР-1000 проводится расчет выгорания в режиме четырехгодичного топливного цикла. Корректность данного метода подтверждается результатами анализа ОЯТ для выгораний до  $\sim 45$  МВт·сут/кг U, выполненного для разных комплектаций активной зоны ВВЭР-1000. По той же методике проведены расчеты для выгораний  $\sim 90$  МВт·сут/кг U [9]. Пример комплектации одной из расчетных ТВС с основными характеристиками приведен на рис. 1 в соответствии с данными [11].

Рис. 1...6, 8...14 помещены на 2...4 стр. цветной вкладки.

Основные геометрические характеристики ТВС и твэлов ВВЭР-1000:

- количество твэлов (с твэгами) в ТВС – 312
- шаг размещения/внешний диаметр твэлов, см – 1,275/0,91
- размер "под ключ"/высота топливного столба, см – 23,4/353
- количество НК – 18
- наружный/внутренний диаметр НК, см – 1,26/1,09
- масса тяжелых ядер загружаемого топлива на 1 ТВС, кг – 436,6

Характеристики ОЯТ ВВЭР-1000.

Методика формирования ( $n-\gamma$ ) источников ОЯТ ВВЭР-1000 представлена для топлива с выгоранием 61,1 МВт·сут/кг U, рассматриваемым в качестве среднего выгорания в перспективных реакторах типа ВВЭР.

Значения активности облученного UO<sub>2</sub> топлива одной ТВС (обогащение 4,4 %) при выгорании 61,1 МВт·сут/кг и временах выдержки более 10 сут представлены в табл. 1 и 2. Список изотопов, вносящих основной вклад в суммарную активность ОТВС со временем выдержки более 10 сут (98,7, 99,4, 99,5 и 99,4 % для указанных времен выдержки), достаточно ограничен. На рис. 2 и 3 приведены интегральные активности облученного топлива для различных выгораний и времен выдержки.

Файлы оцененных ядерно-физических данных в стандартном формате ENDF/B, сформированные в национальных лабораториях Великобритании, Китая, России, США, Японии, могут содержать существенно разные данные для ряда нуклидов.

Распространяемые под эгидой МАГАТЭ ENDF/B файлы не имеют заранее выделенных предпочтений, что делает необходимым при решении конкретных задач проведение поверочных расчетов для оценки значимости используемых изотопов и анализа чувствительности результатов к ядерно-физическим данным этих изотопов. В табл. 3 приведены радиационные характеристики актиноидов и продуктов деления

**Таблица 1.** Относительный вклад изотопов (%) в суммарную активность для разных времен выдержки ОТВС при 61,1 МВт·сут/кг в ВВЭР-1000

Нуклид	10 сут	100 сут	1 год	10 лет	Нуклид	10 сут	100 сут	1 год	10 лет
92- <sup>237</sup> U	2,07	0	0	0	52- <sup>132</sup> Te	1,59	0	0	0
93- <sup>238</sup> Np	0,46	0	0	0	52- <sup>125m</sup> Te	0	0	0	0,18
93- <sup>239</sup> Np	17,64	0	0	0	52- <sup>127</sup> Te	0,21	0,14	0,12	0
94- <sup>238</sup> Pu	0	0	0,14	0,79	52- <sup>127m</sup> Te	0	0,14	0,13	0
94- <sup>241</sup> Pu	0,61	1,74	3,61	16,72	52- <sup>129</sup> Te	0,17	0,20	0	0
95- <sup>241</sup> Am	0	0	0	0,17	52- <sup>129m</sup> Te	0,27	0,30	0	0
96- <sup>242</sup> Cm	0,32	0,75	0,90	0	55- <sup>137</sup> Cs	0,54	1,53	3,21	16,64
96- <sup>244</sup> Cm	0	0,14	0,28	1,38	56- <sup>137m</sup> Ba	0,51	1,45	3,04	15,74
36- <sup>085</sup> Kr	0	0,14	0,28	1,20	56- <sup>140</sup> Ba	4,02	1,00	0	0
38- <sup>089</sup> Sr	2,10	3,23	1,11	0	57- <sup>140</sup> La	4,57	1,15	0	0
38- <sup>090</sup> Sr	0,34	0,98	2,04	10,55	58- <sup>141</sup> Ce	4,62	5,05	0,63	0
39- <sup>090</sup> Y	0,35	0,98	2,04	10,55	58- <sup>143</sup> Ce	0,37	0	0	0
39- <sup>091</sup> Y	2,98	4,99	2,19	0	58- <sup>144</sup> Ce	4,01	10,25	15,68	1,64
40- <sup>095</sup> Zr	4,64	8,14	4,09	0	59- <sup>143</sup> Pr	3,88	1,12	0	0
41- <sup>095</sup> Nb	4,90	11,70	8,10	0	59- <sup>144</sup> Pr	4,01	10,25	15,68	1,64
42- <sup>099</sup> Mo	1,64	0	0	0	59- <sup>144m</sup> Pr	0	0,12	0,19	0
43- <sup>099m</sup> Tc	1,64	0,16	0,32	0,64	60- <sup>147</sup> Nd	1,51	0,26	0	0
44- <sup>103</sup> Ru	5,31	6,84	1,39	0	61- <sup>147</sup> Pm	0,61	1,73	3,33	5,83
44- <sup>106</sup> Ru	2,65	6,95	11,43	2,99	61- <sup>148</sup> Pm	0,33	0	0	0
45- <sup>103m</sup> Rh	5,25	6,77	1,38	0	61- <sup>148m</sup> Pm	0,10	0,14	0	0
45- <sup>105</sup> Rh	0,47	0	0	0	61- <sup>149</sup> Pm	0,44	0	0	0
45- <sup>106</sup> Rh	2,65	6,95	11,43	2,99	62- <sup>153</sup> Sm	0,36	0	0	0
47- <sup>110m</sup> Ag	0	0	0,13	0	63- <sup>154</sup> Eu	0	0,19	0,40	1,59
47- <sup>111</sup> Ag	0,18	0	0	0	63- <sup>155</sup> Eu	0	0	0	0,25
51- <sup>125</sup> Sb	0	0,20	0,39	0,72	63- <sup>156</sup> Eu	1,16	0,43	0	0
51- <sup>127</sup> Sb	0,16	0	0	0					

**Таблица 2.** Активность одной ОТВС ВВЭР-1000 в зависимости от выгорания и времени выдержки

Выгорание, МВт·сут/кг	Активность, Бк			
	$dT_{\text{выд}} = 10 \text{ сут}$	$dT_{\text{выд}} = 100 \text{ сут}$	$dT_{\text{выд}} = 1 \text{ год}$	$dT_{\text{выд}} = 10 \text{ лет}$
15,32	4.836 E+17	1.560 E+17	5.387 E+16	4.583 E+15
30,56	5.220 E+17	1.775 E+17	7.241 E+16	9.069 E+15
45,84	5.498 E+17	1.905 E+17	8.501 E+16	1.302 E+16
61,10	5.700 E+17	1.999 E+17	9.464 E+16	1.646 E+16
76,28	5.910 E+17	2.078 E+17	1.026 E+17	1.954 E+16
91,45	6.041 E+17	2.151 E+17	1.094 E+17	2.237 E+16

**Таблица 3.** Радиационные характеристики нуклидов из JEFF3.1

Нуклид	$N_{\phi}/\text{распад}$	$E_{\text{ср}}/\text{распад, эВ}$	$E_{\phi}, \text{эВ}$	Нуклид	$N_{\phi}/\text{распад}$	$E_{\text{ср}}/\text{распад, эВ}$	$E_{\phi}, \text{эВ}$
94- <sup>238</sup> Pu	4.783E-4	2.62E+1	5.48E+4	47- <sup>110m</sup> Ag	3.234E+0	2.76E+6	8.54E+5
94- <sup>241</sup> Pu	3.345E-6	4.24E-1	1.27E+5	51- <sup>125</sup> Sb	9.142E-1	4.23E+5	4.63E+5
95- <sup>241</sup> Am	3.936E-1	2.24E+4	5.69E+4	52- <sup>125m</sup> Te	6.951E-2	2.67E+3	3.84E+4
96- <sup>242</sup> Cm	3.596E-4	2.06E+1	5.73E+4	52- <sup>127</sup> Te	1.246E-2	4.81E+3	3.86E+5
96- <sup>244</sup> Cm	2.859E-4	2.64E+1	9.23E+4	52- <sup>127m</sup> Te	6.046E-3	4.67E+2	7.73E+4
36- <sup>085</sup> Kr	4.350E-3	2.23E+3	5.13E+5	55- <sup>134</sup> Cs	2.229E+0	1.55E+6	6.95E+5
38- <sup>089</sup> Sr	9.560E-5	8.69E+1	9.09E+5	55- <sup>137</sup> Cs	5.800E-6	1.64E+0	2.83E+5
39- <sup>090</sup> Y	1.400E-8	3.06E-2	2.186E+6	56- <sup>137m</sup> Ba	9.007E-1	5.96E+5	6.62E+5
39- <sup>091</sup> Y	2.600E-3	3.13E+3	1.204E+6	58- <sup>141</sup> Ce	4.829E-1	7.02E+4	1.45E+5
40- <sup>095</sup> Zr	9.892E-1	7.32E+5	7.400E+5	58- <sup>144</sup> Ce	1.293E-1	1.59E+4	1.23E+5
41- <sup>095</sup> Nb	9.985E-1	7.64E+5	7.651E+5	59- <sup>144</sup> Pr	2.358E-2	2.94E+4	1.25E+6
43- <sup>099m</sup> Tc	8.908E-1	1.25E+5	1.403E+5	61- <sup>147</sup> Pm	2.850E-5	3.45E+0	1.21E+5
44- <sup>103</sup> Ru	9.890E-1	4.96E+5	5.015E+5	63- <sup>154</sup> Eu	1,656	1.23E+6	7.43E+5
45- <sup>103m</sup> Rh	6.900E-4	2.74E+1	3.971E+4	63- <sup>155</sup> Eu	5.498E-1	5.05E+4	9.19E+4
45- <sup>106</sup> Rh	3.414E-1	2.04E+5	5.975E+5				

$N_{\phi}/\text{распад}$  – число фотонов на 1 распад,  $E_{\text{ср}}/\text{распад}$  – средняя энергия фотонов на 1 распад,  $E_{\phi} = E_{\text{ср}}/N_{\phi}$

из JEFF3.1 [7], вклад которых в суммарную активность топлива с выгоранием 61,1 МВт·сут/кг и выдержкой более 1 года превышает 0,001 % (табл. 1).

В качестве примера сравниваются значения мощности дозы от <sup>144</sup>Pr в расчетах по MCNP5 с использованием ядерных данных из компиляционных файлов JEF2.2 [12] и

JEFF3.1 [7]. В JEF2.2 и JENDL3.2 [13] отсутствует высокоэнергетичная  $\gamma$ -линия 2,1857 МэВ, в JEFF3.1 данные по высокоэнергетичным фотонам включены (табл. 4). Значения мощности дозы от <sup>144</sup>Pr в расчетах по MCNP5 для точечного источника с указанными файлами данных различаются в 5 раз, а с учетом вклада <sup>144</sup>Pr в общую ак-

**Таблица 4.** Характеристики  $\gamma$ -излучения <sup>144</sup>Pr в JEF2.2 и JEFF3.1

<sup>144</sup> Pr JEF2.2 (1993 г.)		<sup>144</sup> Pr JEFF3.1 (2005 г.)			
$E_{\phi}, \text{МэВ}$	$N_{\phi}/\text{распад}$	$E_{\phi}, \text{МэВ}$	$N_{\phi}/\text{распад}$	$E_{\phi}, \text{МэВ}$	$N_{\phi}/\text{распад}$
0,6247	1.127E-5	0,1960	9.394E-7	1,4892	2.818E-3
0,6965	1.342E-2	0,5740	1.610E-5	1,5609	2.147E-6
0,8141	3.221E-5	0,6180	9.394E-7	1,6717	2.013E-6
0,8645	2.416E-5	0,6248	1.127E-5	1,9583	2.684E-7
1,1820	5.368E-7	0,6751	2.604E-5	1,9788	9.126E-6
1,3880	6.723E-5	0,6965	1.342E-2	2,0464	2.818E-6
1,9788	8.723E-6	0,8140	3.154E-5	2,0727	2.281E-6
2,0463	2.684E-6	0,8644	2.322E-5	2,1857	7.139E-3
		1,1820	5.368E-7	2,3682	4.831E-7
		1,3762	3.892E-6	2,6548	1.745E-6
		1,3880	6.630E-5		

**Таблица 5.** Мощности дозы  $\gamma$ -излучения  $^{144}\text{Pu}$

$dR$ , см	Мощность дозы излучения в воздухе, Р/час	
	с 2,185 МэВ	без 2,185 МэВ
1,0	2.060E+4	1.977E+4
10,0	1.720E+4	1.650E+4
50,0	1.010E+4	9.701E+3
100,0	6.403E+3	6.149E+3

тивность ОТВС  $\sim 16\%$  (табл. 1, выдержка 1 год) различие в суммарной мощности дозы составляет  $\sim 4\%$  (табл. 5).

Чувствительность  $\gamma$ -излучений к ядерным данным может оказаться особенно значимой при сравнении с экспериментальными benchmark-данными и осуществлении калибровочных настроек детекторов. При анализе результатов, полученных по разным кодам с библиотеками ядерных данных, ориентированными для решения конкретных типов задач, необходимо также учитывать чувствительность  $\gamma$ -излучений к ядерным данным.

## 2. Источники излучений ОЯТ ВВЭР-1000

Облученное ядерное топливо служит источником нескольких видов излучения. В качестве первичного излучения, образующегося непосредственно при распаде продуктов деления и накопившихся минорных актинидов, традиционно выделяются:

- 1) мгновенные фотоны;
- 2) электроны и позитроны от  $\beta^-$  и  $\beta^+$  распадов;
- 3) нейтроны от спонтанного деления и ( $\beta^-n$ ) распада;
- 4) альфа частицы от  $\alpha$  распада.

При прохождении фотонов через среду образуются "вторичные" источники излучения:

- 5) электроны и позитроны от рождения пары ( $\gamma, e^-e^+$ );
- 6) фотоны от взаимодействия электронов (и позитронов) со средой ( $e^\pm, \gamma$ );
- 7) фотоны от радиационного захвата нейтрона в ( $n, \gamma$ )-процессах;

8) фотоны, электроны и нейтроны от неупругого взаимодействия  $\alpha$ -частицы со средой;

9) короткоживущие изотопы ( $n, \gamma$ )-процесса при активации конструкционных материалов в нейтронном потоке.

При вычислении дозы облучения не все из перечисленных источников одинаково значимы. Необходимость учета того или иного процесса определяется конкретной задачей. Так, заряженные частицы  $e^\pm, \alpha$  с малыми пробегами в веществе не достигают детектора, в котором определяется доза облучения, но при этом важны вторичные частицы (фотоны и нейтроны), образующиеся при их взаимодействии со средой.

Распад продуктов деления по каналу ( $\beta^-n$ ) является достаточно редким событием ввиду малости концентраций таких изотопов. В MCNP5 возможен расчет низкоэнергетического  $\gamma$ -излучения, образующегося при тормозном излучении в  $\beta$  распаде, но оно быстро ослабевает при прохождении защитных оболочек.

При выгораниях  $\sim 60$  МВт·сут/кг вклад нейтронной составляющей в общую дозу становится заметным, и при формировании ( $n-\gamma$ ) источника к наиболее значимым составляющим следует отнести: мгновенные фотоны (1), нейтроны от спонтанного деления (3), вторичные фотоны от взаимодействия электронов и позитронов со средой (6), вторичные фотоны от радиационного захвата нейтрона ( $n, \gamma$ ) (7), а также нейтроны от ( $\alpha, n$ ) и ( $\alpha, \alpha'n$ ) реакций (8).

Сформированный при заданных характеристиках облученного топлива (табл. 1) ( $n-\gamma$ ) источник позволяет оценивать прохождение  $n, e, \gamma$  потоков в сложных гетерогенных средах и исследовать корректность источников излучений в различных задачах ядерно-радиационной безопасности. Дифференцированные методы оценки вклада отдельных нуклидов и процессов, выполненные с использованием различных ENDF/B файлов оцененных ядерных данных, служат основой при обосновании адекватности формируемых ( $n-\gamma$ ) источников с соответствующими неопределенностями.

### 2.1. Источник мгновенного $\gamma$ -излучения

Задание источников  $\gamma$ -излучений на основе современных ENDF/B файлов ядерно-физических данных способствует повышению точности расчетов и снижению излишней консервативности. Данные JEFF3.1 широко применяются в задачах с заданным источником излучений. В среднем при  $\beta$  и  $\alpha$  распадах образуются  $\sim 0,3 \dots 0,4$  фотонов, спектр которых может состоять из нескольких десятков линий. На основе табл. 3 и JEFF3.1 формируется  $\gamma$ -источник (для  $^{241}\text{Pu}$  используются 14  $\gamma$ -линий,  $^{244}\text{Cm}$  – 19 линий,  $^{106}\text{Rh}$  – 89,  $^{154}\text{Eu}$  – 139,  $^{144}\text{Pr}$  – 21 и др.). В качестве примера на рис. 4 приведен спектр фотонов  $^{154}\text{Eu}$ .

Спектр мгновенных фотонов ОЯТ зависит от степени выгорания и времени выдержки топлива. На рис. 5 для характерных времен выдержки представлены нормированные спектры мгновенных фотонов ОЯТ с выгоранием 61,1 МВт·сут/кг. После выгрузки ( $dt = 0$ ) спектр мгновенных фотонов является фактически непрерывным из-за большого числа короткоживущих нуклидов, а интенсивность максимумов увеличивается при уменьшении энергии фотонов. По мере распада короткоживущих нуклидов в спектре возрастает доля высокоэнергетических фотонов – ширина максимумов уменьшается и их интенсивность возрастает.

### 2.2. Источник $n$ -излучения

Нейтроны от спонтанного деления. В ОТВС основными источниками спонтанно-

го деления служат  $^{242}\text{Cm}$  и  $^{244}\text{Cm}$ . Расчет числа нейтронов спонтанного деления в ОТВС для различных выгораний  $\text{UO}_2$  топлива (табл. 6) показывает, что с увеличением выгорания количество спонтанных делений увеличивается для всех актинидов, но вклад в суммарное значение от  $^{244}\text{Cm}$  является доминирующим и при выгорании 61,1 МВт·сут/кг достигает  $\sim 98\%$ . При больших выгораниях можно ограничиться нейтронами от спонтанного деления  $^{244}\text{Cm}$ , но при уменьшении выгорания или снижении времени выдержки (табл. 7) вклад от  $^{242}\text{Cm}$  увеличивается.

Спектры нейтронов спонтанного деления  $^{242}\text{Cm}$  и  $^{244}\text{Cm}$  практически совпадают. В расчетах  $n$ -излучения можно допустить независимость распределения нейтронов спонтанного деления от соотношения концентраций  $^{242}\text{Cm}$  и  $^{244}\text{Cm}$ , уровня выгорания и времени выдержки топлива.

На рис. 6 приведены сравнительные спектры спонтанного деления  $^{242}\text{Cm}$ ,  $^{244}\text{Cm}$  и  $^{252}\text{Cf}$  в качестве стандартного спектра деления в нейтронно-физических расчетах. В MCNP5 для задания источника нейтронов спонтанного деления используется распределение  $EN_n(E)$ , где  $N_n(E)$  – распределение числа нейтронов спонтанного деления  $^{244}\text{Cm}$ ,  $E$  – энергия нейтрона.

Выход нейтронов в реакции ( $\alpha, n$ ). Одним из источников излучения ОЯТ является  $\alpha$  распад. Из-за малого пробега в среде сами  $\alpha$  частицы не дают вклада в дозу облучения за пределами ОТВС, но при взаи-

Таблица 6. Число нейтронов спонтанного деления ОТВС ВВЭР-1000 в зависимости от выгорания при выдержке топлива 5 лет (н/с)

Изотоп	Выгорание топлива, МВт·сут/кг					
	15,32	30,5	45,84	61,10	76,28	91,45
$^{238}\text{Pu}$	1.858E+4	1.125E+5	3.020E+5			
$^{240}\text{Pu}$	3.180E+5	7.146E+5	1.026E+6	1.232E+6		
$^{242}\text{Pu}$	2.951E+4					
$^{242}\text{Cm}$	1.433E+5	1.466E+6	1.990E+5	5.026E+5	8.532E+6	9.400E+6
$^{244}\text{Cm}$	1.364E+6	4.511E+7	2.882E+8	9.250E+8	2.049E+9	3.585E+9
$^{246}\text{Cm}$		9.186E+4	1.517E+6	9.907E+6	3.650E+7	9.430E+7
Сумма	1.879E+6	4.770E+7	2.956E+8	9.443E+8	2.097E+9	3.696E+9

**Таблица 7.** Число нейтронов спонтанного деления ОТВС ВВЭР-1000 при выгорании 61,1 МВт·сут/кг в зависимости от времени выдержки (н/с)

Изотоп	Время выдержки, лет					
	1	3	5	10	30	50
$^{238}\text{Pu}$						4.651E+5
$^{240}\text{Pu}$	1.226E+6	1.229E+6	1.232E+6	1.239E+6	1.259E+6	1.272E+6
$^{242}\text{Pu}$				8.775E+5	8.775E+5	8.775E+5
$^{242}\text{Cm}$	1.496E+8	3.168E+7	6.722E+6	1.564E+5	1.733E+4	1.655E+4
$^{244}\text{Cm}$	9.984E+8	9.610E+8	9.250E+8	8.406E+8	5.734E+8	3.912E+8
$^{246}\text{Cm}$	9.911E+6	9.909E+6	9.907E+6	9.905E+6	9.889E+6	9.875E+6
Сумма	1.161E+9	1.005E+9	9.443E+8	8.533E+8	5.860E+8	4.038E+8

модействии с нуклидами образуются фотоны и нейтроны, вносящие ощутимый вклад в дозу. Для  $\text{UO}_2$  топлива источником нейтронов служит  $(\alpha, n)$ -реакция на изотопах кислорода  $^{17}\text{O}$  и  $^{18}\text{O}$ , процент содержания которых в естественной смеси составляет 0,038 и 0,2 %, соответственно.

Поскольку накопление  $^{17}\text{O}$  происходит также в реакции  $^{16}\text{O}(n, \gamma)^{17}\text{O}$ , то определяющей для выхода нейтронов оказывается  $(\alpha, n)$ -реакция на изотопе  $^{17}\text{O}$ . Также реакция  $(\alpha, n)$  имеет место для изотопов, входящих в примеси основных материалов. Концентрация стабильного изотопа  $^{17}\text{O}$  зависит от степени выгорания и не зависит от времени выдержки топлива. Сечение  $^{17}\text{O}(\alpha, n)$  и число образующихся нейтронов растут с увеличением энергии  $E_\alpha$   $\alpha$ -частицы (рис. 7).

Энергетические распределения нейтронов от  $(\alpha, n)$ -реакции, зависящие от энергии

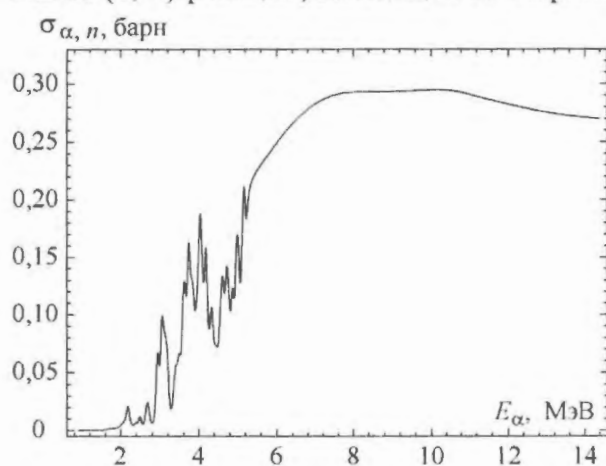


Рис. 7. Сечение  $^{17}\text{O}(\alpha, n)$  в зависимости от энергии  $\alpha$  частицы (JENDL3.3)

налетающей  $\alpha$  частицы и угла вылета нейтрона, заметно изменяются по мере увеличения выгорания и времени выдержки. Для выгорания ОЯТ  $\sim 60$  МВт·сут/кг и выдержки больше года энергетические спектры нейтронов достаточно корректно могут аппроксимироваться распределением нейтронов спонтанного деления (рис. 6) с максимумом при  $E_n = 1$  МэВ.

Значимость  $n$ -источника повышается с увеличением выгорания и времени выдержки. Для ОТВС с  $\text{UO}_2$  топливом обогащением 4,4 % и выдержкой до 50 лет на основе ORIGEN2 выполнены расчеты общего числа нейтронов от  $^{17}\text{O}(\alpha, n)$ -реакции и спонтанного деления. Результаты расчетов (рис. 8) показывают, что для выгораний  $\sim 45$  МВт·сут/кг число нейтронов от спонтанного деления на порядок превышает число нейтронов от  $(\alpha, n)$ -реакции. С увеличением выгорания и возрастанием накапливаемого кюрия эта разница увеличивается, достигая двух порядков при выгорании 80...90 МВт·сут/кг, но при выдержке  $\sim 100$  лет доля нейтронов от  $(\alpha, n)$ -реакции становится сравнимой с нейтронами от спонтанного деления [14].

### 3. Формирование источников $(n-\gamma)$ излучений ОЯТ в MCNP5

Для определения адекватной расчетной модели размещения ОТВС в защитных контейнерах проведены варианты расчеты с различными типами источников излучений, проанализированы зависимости расчетных

характеристик от толщины и расположения защитных материалов. Следует отметить, что даже для простейших задач с заданным источником результаты расчетов по разным вычислительным кодам могут заметно отличаться. Рассматриваются следующие типы источников:

- точечный источник;
- сферический источник для сравнительного анализа результатов расчетов по кодам MCNP5 и MicroShield;
- цилиндрический источник – объемный ( $V$ ) и поверхностный ( $S$ ) в MCNP5;
- распределенный цилиндрический источник в  $\langle R-Z \rangle$  модели, моделирующий гетерогенную структуру ТВС.

*Точечный источник.* Для точечного изотропного источника мощность  $\Gamma_\gamma$  дозы  $\gamma$ -излучения на расстоянии  $R$  может быть определена аналитически, т.е.

$$\Gamma_\gamma = [1/(4\pi R^2)] \sum_i S_i D(E_i), \quad (1)$$

где  $S_i$  – эмиссионная вероятность  $\gamma$ -линии с  $E_i$ ,  $D(E_i)$  – коэффициенты перевода потока фотонов с  $E_i$  в мощность дозы. Значения  $D(E_i)$  в аналитическом виде могут быть представлены в виде коэффициентов разложения [14]

$$\ln D(E) = A + B \ln E + C (\ln E)^2 + F (\ln E)^3, \quad (2)$$

где  $D(E)$  – доза (бэр/час)·(см<sup>2</sup> с);  $E$  – энергия фотона, МэВ;  $A, B, C, F$  – коэффициенты разложения (табл. 8) [15].

Декартова система обеспечивает задание на плоскости источника с любым угловым распределением вылетающих частиц. Для  $\gamma$ -источников с малым числом  $\gamma$ -линий сопоставление результатов расчетных доз с аналитическими значениями оценивает чувствительность результатов к ядерным данным и типу источника излучений. Например, согласно (1) доза  $\Gamma_\gamma$  от <sup>85</sup>Kr, имеющего одну  $\gamma$ -линию  $E = 0,51399$  МэВ, составляет  $1,207E-6$  (бэр/час)·(см<sup>2</sup> с); по MCNP5 –  $1,198E-6$  с ANSI/ANS [16] и  $0,940E-6$  (бэр/час)·(см<sup>2</sup> с) с ICRP-21 [17].

*Сферический и цилиндрический источники излучений.* Коды семейства

MCNP широко используются при выполнении benchmark-расчетов и верификации расчетных моделей [18...20]. При задании в MCNP5 сферического поверхностного  $S$ -источника для углового распределения вылетающих частиц допускаются изотропное распределение и распределение вдоль нормали. При задании цилиндрического поверхностного  $S$ -источника допускается только изотропное угловое распределение частиц.

Спектры нейтронов  $S$ - и  $V$ -источников заметно различаются. На рис. 9 представлены спектры нейтронов и мгновенных фотонов для  $S$ - (толщина источника ~ 0,0001 см) и  $V$ -источников топливного цилиндра ОЯТ с выгоранием 61,1 МВт·сут/кг, а на рис. 10 – спектры мгновенных и вторичных фотонов для  $S$ - и  $V$ -источников. Для указанных  $S$ -источников в MCNP5 проведены расчеты мощности дозы  $\gamma$ -излучения на излучаемой поверхности и на расстоянии от нее в воздухе.

Числа мгновенных фотонов для  $V$ -,  $S$ -источников отличаются на порядок, но положение максимумов и их ширина имеют близкие значения. Непрерывное распределение вторичных фотонов, обусловленное непрерывным распределением электронов, наблюдается даже при незначительном излучающем поверхностном слое. При энергии  $E_\gamma > 1,6$  МэВ доля вторичных фотонов от ( $e^\pm, \gamma$ )-процессов может превысить число мгновенных фотонов.

Результаты расчетов (табл. 9) для <sup>134</sup>I показывают, что на малых расстояниях от излучаемой поверхности мощности дозы от точечного и сферического источников практически совпадают, а от цилиндрического оказываются почти в 1,5 раза больше,

**Таблица 8.** Коэффициенты разложения аналитического представления  $D(E_i)$

$E_\gamma$ , МэВ	$A$	$B$	$C$	$F$
0,01...0,03	-20,477	-1,7454		
0,03...0,5	-13,626	-0,57117	-1,0954	-0,24897
0,5...5,0	-13,133	0,72008	-0,033603	
5,0...15,0	-12,791	0,28309	0,108733	

**Таблица 9.** Мощность дозы  $\gamma$ -излучения для  $S$ -источников  $^{134}\text{I}$  различного типа

$R$ , см	Мощность дозы облучения, бэр/час		
	Источник фотонов		
	Плоскость	Сфера	Цилиндр
0,0			9.6106E-11
0,0001	6.8757E-11	6.8797E-11	9.6098E-11
0,001	6.8757E-11	6.8774E-11	9.6030E-11
0,01	6.8757E-11	6.8549E-11	9.5348E-11
1,0	6.8703E-11	5.5822E-11	5.6050E-11
5,0	6.7287E-11	4.1228E-11	3.5061E-11
10,0	6.3023E-11	3.2045E-11	2.5909E-11
100,0	2.2366E-11	4.4421E-12	4.0142E-12

что связано с различным угловым распределением регистрируемых фотонов. При изотропном распределении фотон проходит через поверхность под углом к нормали, увеличивая поток через поверхность, а значит и мощность дозы.

Для вырожденного  $V$ -цилиндрического источника возможен расчет мощности дозы на самой излучаемой поверхности ( $R = 0$ ). Для разных типов источников наблюдается характерное изменение мощности дозы от расстояния до излучаемой поверхности – с увеличением  $R$  мощность дозы медленнее уменьшается для точечного источника и быстрее для цилиндрического, что следует учитывать при сравнении результатов, полученных по разным кодам с различными источниками излучений.

Для сферического источника радиусом 54,7 см с равномерно распределенными

внутри излучателями приведены сравнительные значения дозы от отдельных изотопов, вычисленные с коэффициентами  $DF(E)$  (Flux-to-Dose Rate Conversion Factors) из ANSI/ANS-6.1.1-1977 [16], ICRP-21 [17] и KERMA (Kinetic Energy Released per unit Mass) факторами в воздухе (табл. 10).

Лучшее согласие значений дозы, вычисленных в MCNP5 и MicroShield [21], наблюдается при использовании KERMA факторов в воздухе (MCNP5). Полученный результат подчеркивает специфику коэффициентов  $DF(E)$  и позволяет сделать вывод о согласованности расчетных моделей для данного типа источника в кодах MCNP5 и MicroShield

Для анализа дозы облучения в зависимости от толщины стальной защиты в MCNP5 и MicroShield применяется находящийся в воздухе источник в виде топливного цилиндра радиусом 22,7 см, за которым располагается стальная защита с варьируемой толщиной. Далее находятся воздушный зазор толщиной 1 см и зона регистрации. Максимальный радиус стальной защиты ( $R = 66$  см) и расположение зоны регистрации ( $R = 67$  см) не меняются при изменении толщины защиты.

Для равномерного объемного  $\gamma$ -источника ОТВС с выгоранием 61,1 МВт·сут/кг и выдержкой 3 года мощность дозы (табл. 11), вычисленная по указанным кодам, имеет согласованные значения при толщине стальной защиты  $\sim 4$  см, для других вариантов заметны расхождения. При этом значения поглощенной дозы в экспресс-расчетах по MicroShield даже для простейшего

**Таблица 10.** Значения поглощенной дозы  $\gamma$ -излучения для сферического источника в воздухе на 1 см от излучающей поверхности в MCNP5 и MicroShield

Нуклид	Мощность дозы облучения от фотонов			
	MCNP5			MicroShield
	ANSI/ANS-6.1.1-1977	ICRP-21	KERMA	Доза в воздухе
	бэр/(час·Бк)	бэр/(час·Бк)	P/(час·Бк)	P/(час·Бк)
$36\text{-}^{085}\text{Kr}$	1.947E-15	1.519E-15	1.406E-15	1.40E-15
$55\text{-}^{134}\text{Cs}$	2.081E-12	1.777E-12	1.597E-12	1.53E-12
$56\text{-}^{137m}\text{Ba}$	7.309E-13	6.160E-13	5.524E-13	5.36E-13
$59\text{-}^{144}\text{Pr}$	6.239E-14	5.710E-14	5.107E-14	4.90E-14
$63\text{-}^{154}\text{Eu}$	2.235E-12	1.995E-12	1.793E-12	1.85E-12

**Таблица 11.** Сравнительные мощности дозы  $\gamma$ -излучения в MCNP5 и MicroShield

Доза $\gamma$ -излучения, бэр/час					
Толщина стали, см	0,5	1,5	3,0	5,0	10,0
MCNP5	3.57E+4	2.41E+4	1.23E+4	5.29E+3	5.60E+2
MicroShield	1.30E+4	1.15E+4	8.89E+3	7.16E+3	4.56E+3

источника излучения не для всех вариантов оказываются консервативными. Все это указывает на необходимость четкого представления об ограничениях применения подобных кодов.

При моделировании гетерогенной структуры ОТВС в MCNP5 используется вложенный цилиндрический источник ( $\langle R-Z \rangle$  геометрия) с параметрами, определенными на базе стандартных характеристик ТВС [11] с сохранением массы топлива, оболочки при высоте цилиндра 353 см (рис. 11). Высотные и радиальные граничные условия заданы с утечкой, составы материалов приведены в табл. 12, 13.

В качестве защитной конструкции ОТВС рассматривается транспортный чехол, предназначенный для временного хранения ТВС. Чехол представляет собой сварную цилиндрическую конструкцию, состоящую из обечайки, днища, верхней и нижней дистанционирующих решеток, центральной трубы. Сверху чехол закрывается

крышкой. Высота чехла с крышкой составляет 570,5 см, диаметр 229,5 см. Конструкция чехла обеспечивает размещение до 12 ТВС, устанавливаемых вертикально в шестигранных трубах с размером под ключ 24,5 см (рис. 12).

Анализ чувствительности мощности дозы  $\gamma$ -излучения к пространственному распределению  $\gamma$ -источника выполнен для уточненной модели ОТВС в  $\langle R-Z \rangle$  и 3D геометриях (рис. 13). Распределенный источник в 3D геометрии моделируется 12-ю топливными цилиндрами, каждый из которых окружен циркониевой оболочкой и трубой (кожух) из борированной стали. Сравнительные значения дозы  $\gamma$ -облучения приведены в табл. 14.

В  $\langle R-Z \rangle$  геометрии (рис. 13) мощность дозы облучения от фотонов для  $S$ -источника более чем в 10 раз превышает мощность дозы от  $V$ -источника. Для нейтронного источника эти отличия составляют всего 1,5 раза.

**Таблица 12.** Расчетная  $\langle R-Z \rangle$  модель для ОТВС

Номер зоны	Радиус, см	Материал	Плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>
1	0...22,7005	Выгоревшее топливо	—
2	22,7005...27,4633	Цирконий	6,44
3	27,4633...30,8789	Борированная сталь	7,901
4	30,8789...64,5	Воздух	1.205E-3
5	64,5...66,0	Сталь	7,87
6	66,0...87,5	Стальная защита (или воздух)	—

**Таблица 13.** Изотопные составы материалов в расчетной модели

Состав, %	<sup>10</sup> B	<sup>11</sup> B	N	O	Ar	Ti	Cr	Fe	Ni	Zr	<sup>93</sup> Nb
Цирконий										99	1
Борированная сталь	0,257	1,027					18,263	69,101	11,352		
Сталь						0,7	18,0	71,3	10,0		
Воздух			78,4	21,1	0,5						

**Таблица 14.** Мощность дозы  $\gamma$ -облучения (по ICRP-21) на 1 см от чехла (стальной защиты) в MCNP5

Модель расчета	Эффективная толщина сталь-цирконий, см	Мощность дозы облучения, бэр/час	
		источник мгновенных фотонов	
		<i>V</i>	<i>S</i>
Без стальной защиты			
R-Z (рис. 11)	8,2	7.37E+2	8.13E+3
R-Z (рис. 13)	3,5	6.14E+3	1.32E+4
3D (рис. 13)	2,4	1.58E+4	7.59E+4
Стальная защита 10 см			
R-Z (рис. 11)	8,2	9.94E+0	
3D (рис. 13)	2,4	1.27E+2	

Увеличение дозы облучения в модели распределенного источника обусловлено несколькими факторами – расположением источника фотонов с большей эффективной площадью и приближенного к зоне регистрации, уменьшением эффективной толщины циркониевой оболочки и борированной стали, обусловленным перераспределением общей массы облученного топлива.

Полученные результаты расчетов (табл. 12) показывают, что отношение доз от *S*- и *V*-  $\gamma$ -источников снижается от  $\sim 11$  (*R-Z* геометрия) до  $\sim 5$  раз (*3D* геометрия). При этом отношение доз облучения зависит от толщины стальной защиты – без стальной защиты это отношение превышает 20, со стальной защитой оно уменьшается до 10. Такие “поправочные” коэффициенты следует принимать во внимание в расчетах радиационных характеристик защитных контейнеров с ОТВС, поскольку в большинстве используемых кодов применяется *нераспределенный* источник излучений.

#### 4. Специфика использования коэффициентов перевода потока фотонов/нейтронов в дозовые значения $DF(E)$ в MCNP5

Широко применяемые коды MicroShield [21], SCALE [22] и др. предназначены для расчета дозы от облученного топлива, размещенного в упаковочных контейнерах определенного типа с заданными параметрами защитных конструкций.

В MCNP5 при вычислении мощности дозы  $\gamma$ -источника в воздухе и для биологи-

ческого объекта (фантом) используются различные методы перевода потока фотонов в дозы  $\gamma$ -излучения. Мощность дозы в воздухе определяется энергетическими потерями излучения при взаимодействии с воздухом и описывается KERMA факторами ядерных данных изотопов азота, кислорода и аргона.

При взаимодействии излучения с фантомом применяются зависящие от энергии коэффициенты перевода потока в дозу  $DF(E)$ , определяемые на основе микроядерных данных, сформированных в рамках национальных и международных организаций – NCRP (National Council on Radiation Protection and Measurements), ICRP, ICRU (International Commission on Radiation Units and Measurements), ANSI, ANS и т.д.

Коэффициенты  $DF(E)$  могут существенно отличаться в разных источниках, что объясняется различными приближениями угловой анизотропии источника и глубины проникновения излучения, относительным расположением объекта воздействия и др., т.е.  $DF(E)$  ориентированы на использование определенного типа источника с заданной ориентацией объекта воздействия относительно потока излучения и его удаленности от источника. Стандартные расстояния, для которых формируются  $DF(E)$ , составляют 50...100 см. Значения  $DF(E)$  регулярно пересматриваются и уточняются.

В кодах MicroShield и SCALE при решении задач защиты применяются различные значения  $DF(E)$ . Представленные в ANSI/ANS-6.1.1-1977 коэффициенты  $DF(E)$

Рисунки к статье А.В. Морякова и С.С. Пылёва  
 “Программа ANGEL. Решение с использованием технологии CUDA  
 систем линейных дифференциальных уравнений большой размерности,  
 описывающих нестационарные процессы”

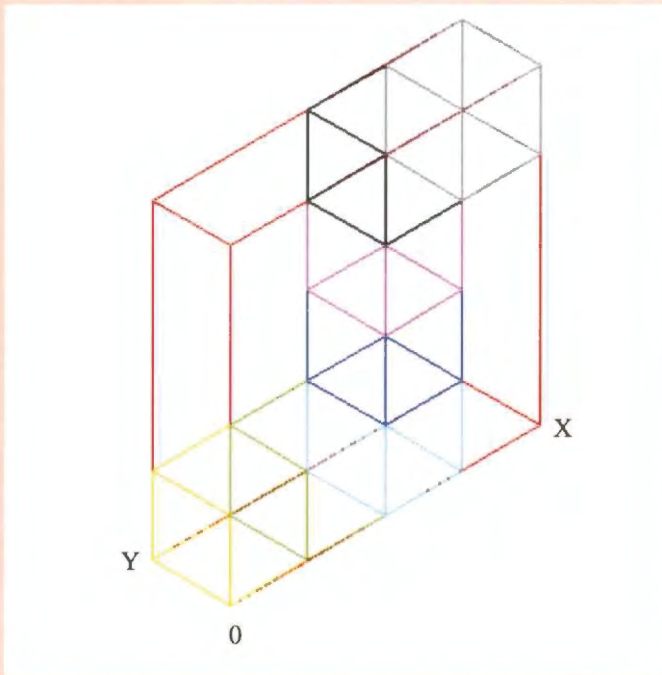


Рис. 1. Графическое представление через AUTOCAD системы из 7 элементов, связанных по схеме 3 + 2 + 2

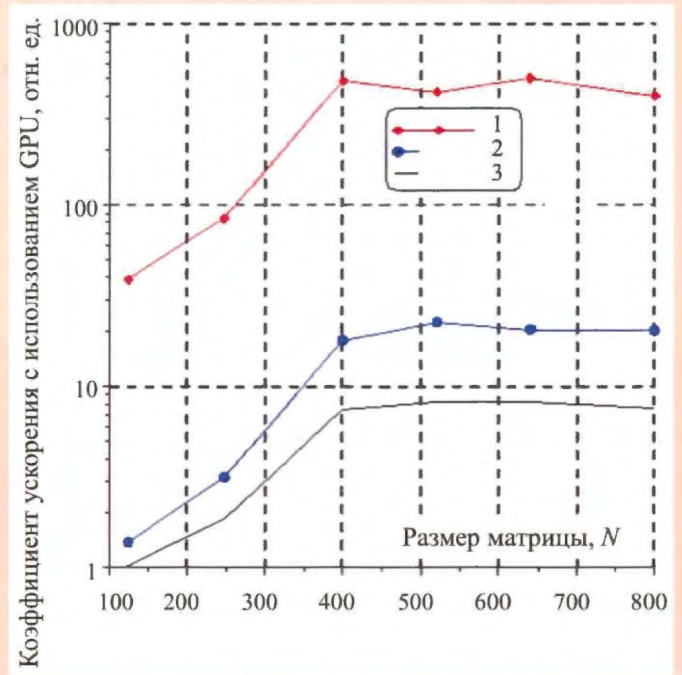


Рис. 2. График зависимости эффективности технологии CUDA от размера матрицы (размера решаемой задачи):  
 1 — REAL8 новая схема, 2 — REAL4 классическая схема,  
 3 — REAL8 классическая схема

Рисунок к статье А.А. Ковалишина  
 “Способ расчета граничных условий  
 на границе активной зоны и отражателя”

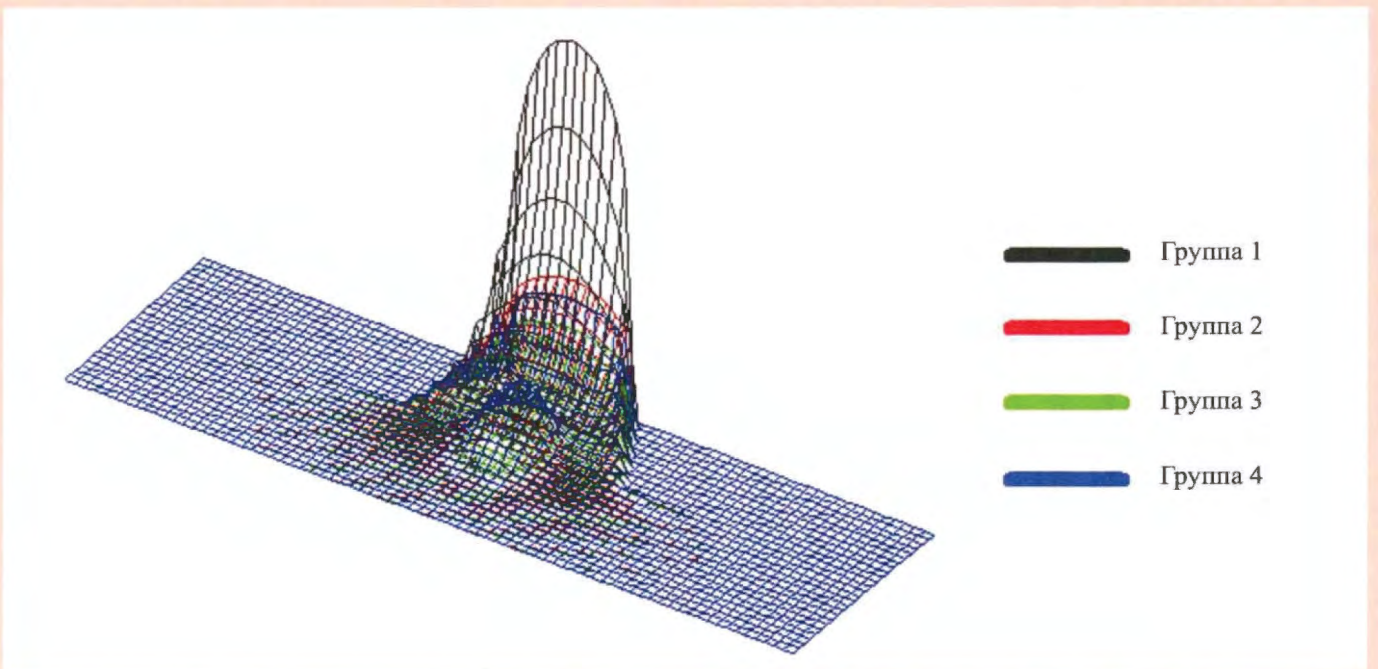


Рис. 2. Поток нейтронов в 4-групповом энергетическом представлении для задачи нахождения эффективного граничного условия для грани № 1 (расчетная область рис. 4). Границы групп: 1 – 10 МэВ...25 кэВ, 2 – 25 кэВ...9,9 эВ, 3 – 9,9...0,25 эВ, 4 – 0,25...0 эВ

Рисунки к статье И.И Линге и др.  
 “Сквозной расчет радиационных характеристик  
 отработавших тепловыделяющих сборок ВВЭР-1000”

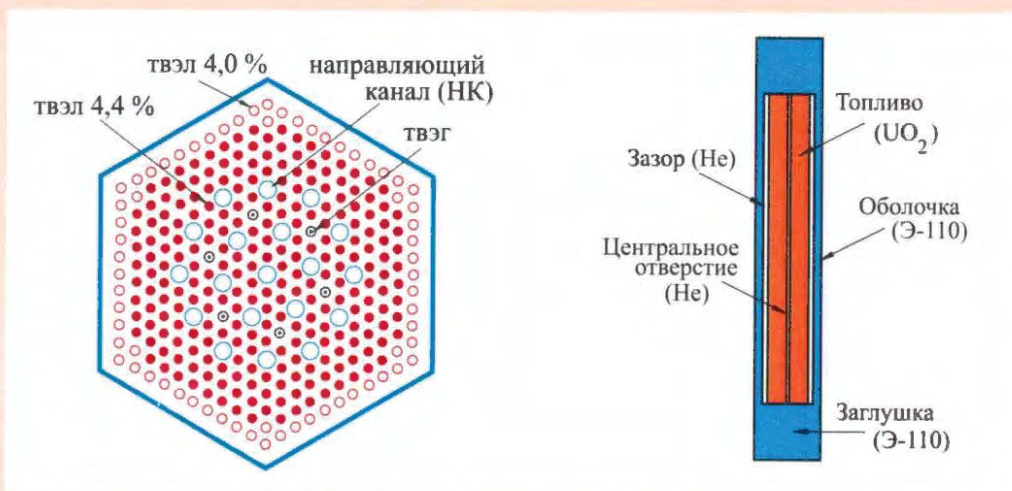


Рис. 1. Расчетная ТВС ВВЭР-1000

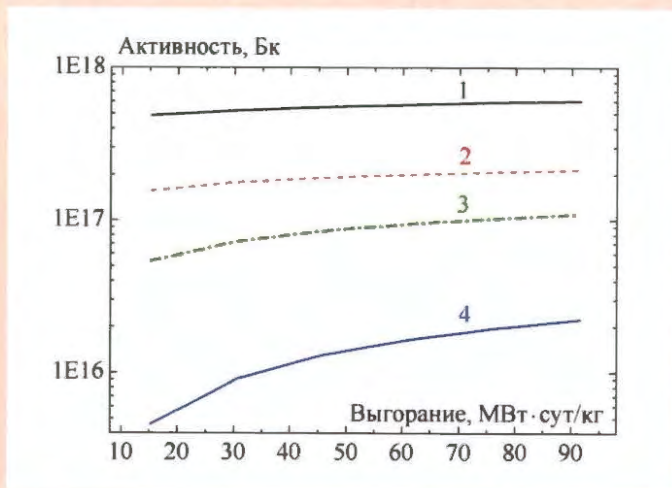


Рис. 2. Активность одной ОТВС ВВЭР-1000 в зависимости от выгорания и выдержки: 1 – 10 сут; 2 – 100 сут; 3 – 1 год; 4 – 10 лет

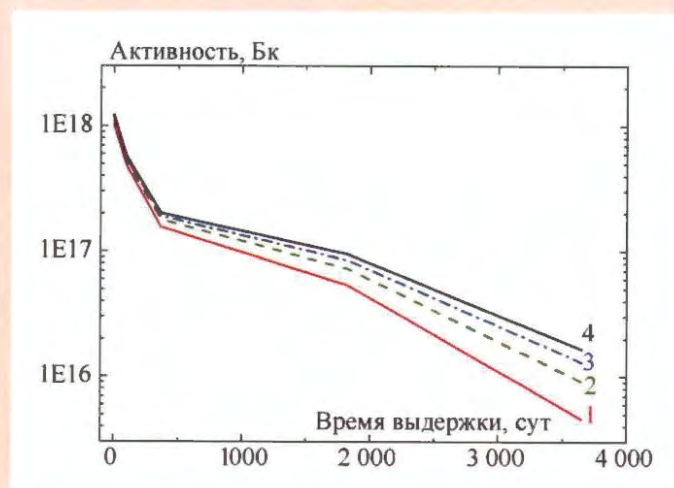


Рис. 3. Активность одной ОТВС ВВЭР-1000 в зависимости от времени выдержки и выгорания (МВт·сут/кг): 1 – 15,32; 2 – 30,56; 3 – 45,84; 4 – 61,1

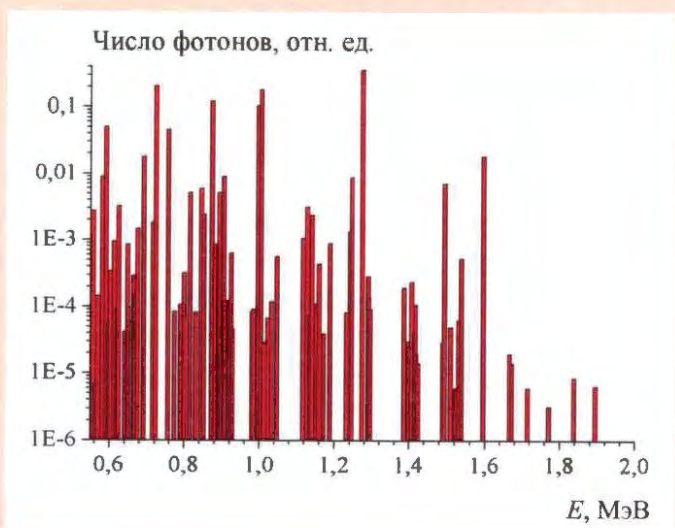


Рис. 4. Распределение числа фотонов при распаде  $^{154}\text{Eu}$

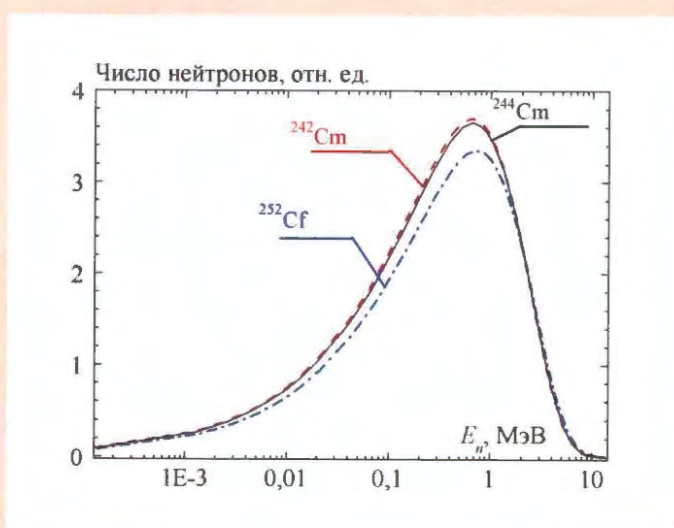
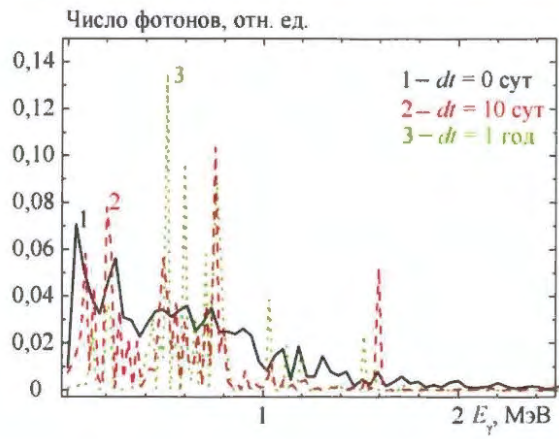
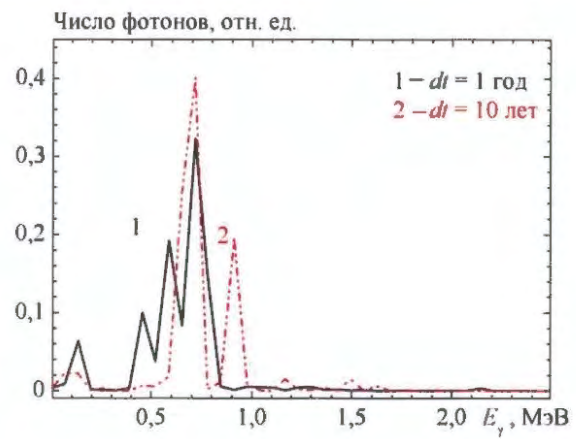


Рис. 6. Спектры нейтронов спонтанного деления  $^{242}\text{Cm}$ ,  $^{244}\text{Cm}$ ,  $^{252}\text{Cf}$  в JEFF3.1



а)



б)

Рис. 5. Сравнительные спектры фотонов ОЯТ с выгоранием 61,1 МВт·сут/кг и временами выдержки: а)  $dt = 0 \dots 1$  год; б)  $dt = 1 \dots 10$  лет

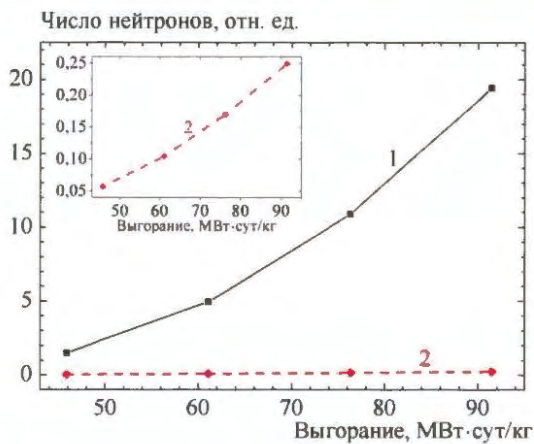


Рис. 8. Сравнительное число нейтронов в зависимости от выгорания при выдержке 50 лет: 1 – спонтанное деление, 2 –  $(\alpha, n)$ -реакция

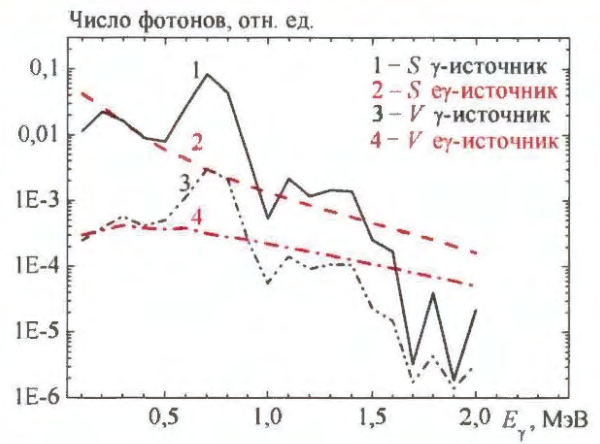
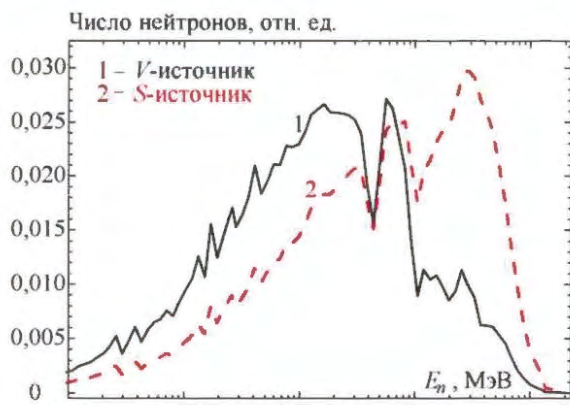
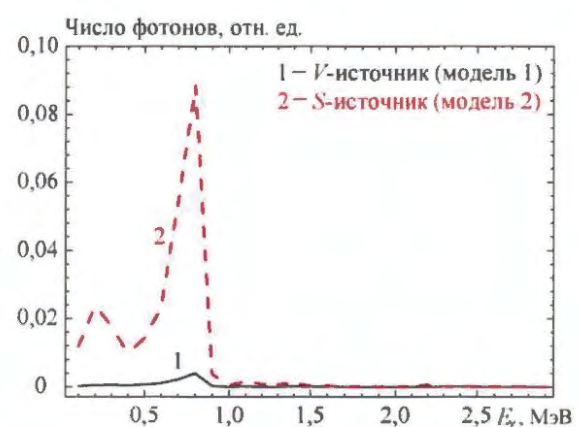


Рис. 10. Сравнительные спектры фотонов ОЯТ с выгоранием 61,1 МВт·сут/кг и выдержкой 3 года: 1 – мгновенные фотоны  $S$ -источника; 2 –  $(e^\pm, \gamma)$  фотоны  $S$ -источника; 3 – мгновенные фотоны  $V$ -источника; 4 –  $(e^\pm, \gamma)$  фотоны  $V$ -источника



а)



б)

Рис. 9. Спектры нейтронов (а) и фотонов (б) для  $V$ -,  $S$ - источников топливного цилиндра ОЯТ с выгоранием 61,1 МВт·сут/кг и выдержкой 1 год

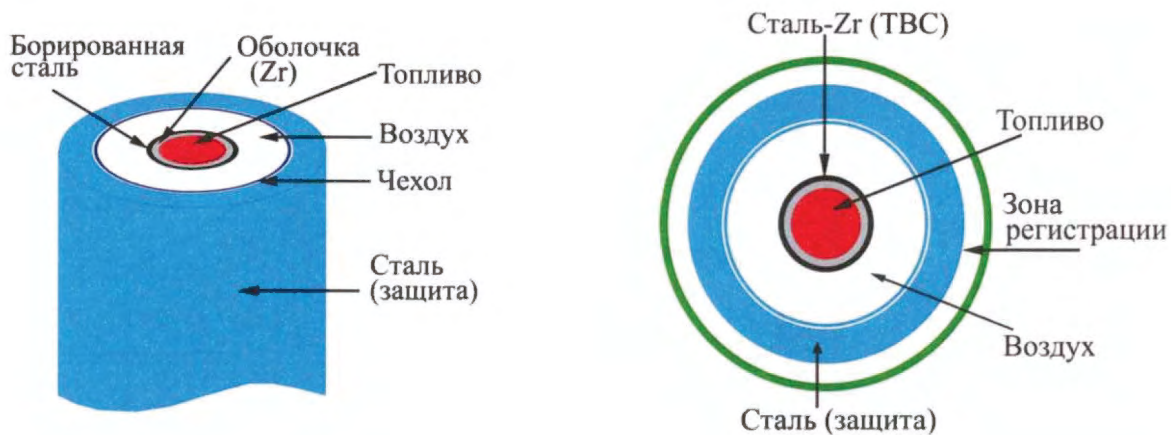


Рис.11.  $\langle R-Z \rangle$  геометрия ОТВС и зона регистрации в расчетах дозы в MCNP5

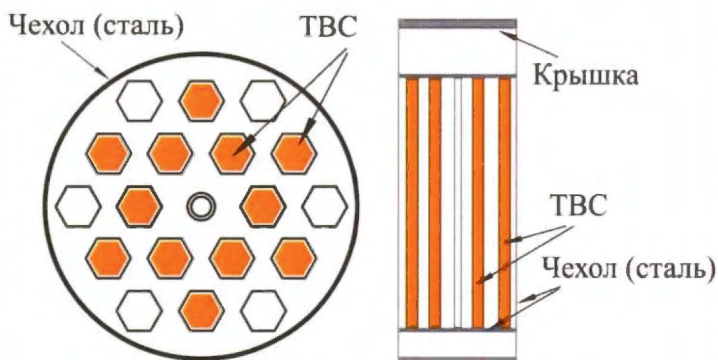


Рис. 12. Размещение 12-ти ТВС в транспортном чехле (в плане и по высоте) в расчетной модели

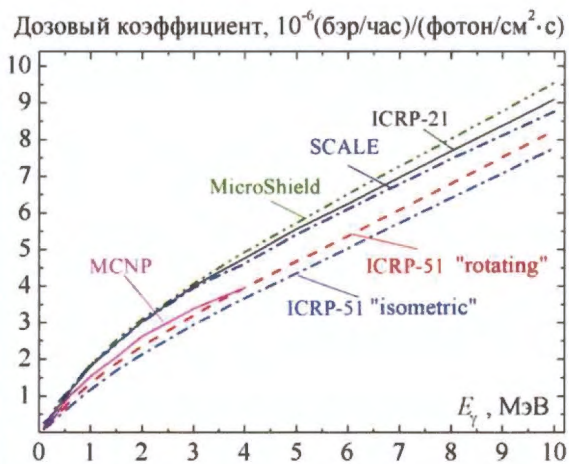


Рис.14. Сравнительные дозовые коэффициенты  $DF(E)$  при  $E_\gamma > 0,1$  МэВ



Рис. 13. Распределенный источник ОТВС в уточненной  $\langle R-Z \rangle$  и 3D геометрии для расчетов мощности дозы

ориентированы на вычисление доз, полученных техническим персоналом при работе с радиоактивными объектами, размещенными в определенных защитных конструкциях. В коде MicroShield предполагается расчет доз от компактных источников на удалении порядка десятков сантиметров, а возможность использования плоского источника достаточно большой протяженности при расчете доз на расстояниях, существенно меньших размеров самого источника, требует специального анализа.

В коде SCALE для  $DF(E)$  применяются стандарты ANSI/ANS. При этом указывается ([18] и др.) на предпочтительность использования ANSI/ANS-6.1.1-1977, а не ANSI/ANS-6.1.1-1991, в котором изменение значений  $DF(E)$  обусловлено уточнениями в характере облучения (ориентация объекта и др.) и моделях переноса. На рис. 14 даны

сравнительные значения  $DF(E)$  из различных источников данных.

Сравнительные значения мощности дозы  $\gamma$ -излучения ОТВС с  $UO_2$  топливом ВВЭР-1000, полученные для  $S$ -,  $V$ -источников в MCNP5 с  $DF(E)$  из ANSI/ANS-6.1.1-1977 [16], ICRP-21 [17] и KERMA факторами в воздухе приведены в табл. 15.

Значения дозы от  $S$ -источника оказываются больше в  $\sim 13$  раз соответствующих значений от  $V$ -источника, что объясняется большими выходами фотонов. С увеличением выдержки от 1 года до 10 лет мощность дозы уменьшается в 6,2...6,5 раз для  $S$ -,  $V$ -источников. Во всех расчетах мощность дозы, вычисленная по MCNP5 с ANSI-6.1.1, превышает мощность дозы с ICRP на  $\sim 20...25\%$ , которая больше на  $\sim 10\%$  мощности дозы, вычисленной с KERMA факторами в воздухе. В табл. 16 приведены

**Таблица 15.** Сравнительные мощности дозы  $\gamma$ -излучения  $V$ - и  $S$ -источников ОЯТ с выгоранием 61,1 МВт·сут/кг и различным временем выдержки

Мощность дозы облучения, бэр/час						
Время выдержки 1 год						
$dR$ , см	ANSI/ANS-6.1.1-1977		ICRP-21		KERMA	
	$V$	$S$	$V$	$S$	$V$	$S$
1	2.213E+3	2.808E+4	1.781E+3	2.236E+4	1.605E+3	2.020E+4
10	1.842E+3	2.328E+4	1.488E+3	1.861E+4	1.342E+3	1.683E+4
50	1.070E+3	1.364E+4	8.692E+2	1.095E+4	7.862E+2	9.896E+3
100	6.680E+2	8.624E+3	5.440E+2	6.941E+3	4.922E+2	6.277E+3
Время выдержки 10 лет						
1	3.400E+2	4.536E+3	2.726E+2	3.598E+3	2.462E+2	3.243E+3
10	2.837E+2	3.751E+3	2.284E+2	2.986E+3	2.065E+2	2.701E+3
50	1.666E+2	2.192E+3	1.346E+2	1.752E+3	1.218E+2	1.585E+3
100	1.052E+2	1.383E+3	8.532E+1	1.109E+3	7.717E+1	1.003E+3

**Таблица 16.** Значения поглощенной дозы  $\gamma$ -излучения ОТВС с выгоранием 61,1 МВт·сут/кг и временем выдержки 3 года с  $DF(E)$  разных источников

Расстояние от источника $d$ , см	Доза гамма-излучения, бэр/(час·Бк)		
	ANSI/ANS-6.1.1-1977	ICRP-21	SCALE
0	1.782E-15	1.437E-15	1.558E-15
1	1.701E-15	1.376E-15	1.489E-15
10	1.403E-15	1.139E-15	1.230E-15
30	1.039E-15	8.460E-16	—
50	8.186E-16	6.676E-16	7.186E-16
100	5.098E-16	4.172E-16	4.480E-16

сравнительные значения мощности  $\gamma$ -излучения ОТВС с разными коэффициентами  $DF(E)$ . Расчеты с  $DF(E)$  из SCALE приводят к промежуточным значениям.

### Заключение

1. Представлены этапы сквозного расчета радиационных характеристик ОТВС ВВЭР-1000 по программному комплексу MONTEBURNS-MCNP5-ORIGEN2.
2. Оценено влияние неопределенностей ядерно-физических данных на расчетные значения радиационных характеристик ОТВС и радиационной обстановки, включая мощности дозы.
3. Рассмотрены ограничения приближений в задании источников излучений при оценке мощности дозы в защитных чехлах с ОТВС.
4. Подтверждена возможность использования MCNP5 для benchmark-расчетов и верификации расчетных моделей для обоснования корректности расчетов доз излучения в сложных пространственных средах с распределенным источником.

### Список литературы

1. *Митенкова Е.Ф., Новиков Н.В.* Технология прецизионных расчетов для решения нейтронно-физических задач ядерных реакторов // Изв. РАН, 2004, № 2, с. 72–86.
2. *Poston D.I., Trelue H.R.* User's Manual, Version 2.0 for MONTEBURNS, Version 1.0, LA-UR-99-4999 (September 1999).
3. *X-5 Monte Carlo Team.* MCNP – A General Monte Carlo N-Particle Transport Code, Version 5, April 2003, CCC-710.
4. *Croff A.G.* A User's Manual for ORIGEN2 Computer Code, Oak Ridge National Laboratory, Document ORNL/TM-7175 (July 1980).
5. *ENDF-102* data formats and procedures for the evaluated nuclear data file ENDF-6, ed. McLane V., National Nuclear Data Center Brookhaven National Laboratory Upton, N.Y. 11973-5000, BNL-NCS-44945-01/04-Rev., 2001.
6. *Forrest R.A.* The European Activation File: EAF-2005 decay data library, UKAEA FUS 516, 2004.
7. *JEFF-3.1* Radioactive Decay Data File, Version 1 (updated March 2005).
8. *Колобашкин В.М., Рубцов П.М., Ружанский П.А., Сидоренко В.Д.* Радиационные характеристики облученного ядерного топлива. М.: Энергоатомиздат, 1983.
9. *Митенкова Е.Ф., Новиков Н.В.* Предварительные оценки накапливаемых актинидов и продуктов деления в РУ типа ВВЭР-1000 при глубоком выгорании топлива на основе программного комплекса MONTEBURNS1.0-MCNP5-ORIGEN2.0. Отчет инв. № 1-НИР/1847-2005. М.: ИБРАЭ РАН, 2005.
10. *Аввакумов А.В., Киселев А.Е., Митенкова Е.Ф. и др.* Верификация модуля БОНУС в составе интегрального кода СОКРАТ // Атомная энергия, май 2009, т. 106, вып. 5, с. 250–257.
11. *Горохов А.К., Драгунов Ю.Г., Лушин Г.Л. и др.* Обоснование нейтронно-физической и радиационной частей проектов ВВЭР. М.: ИКЦ “Академкнига”, 2004.
12. *JEFF-2.2* Radioactive Decay Data, JEF Report 13, OECD NEA, 1994.
13. *Nakagawa Tsuneo, Shibata Keiichi, Chiba Satoshi et al.* Japanese evaluated nuclear data library, version 3 revision-2; JENDL-3.2 // J. Nucl. Sci. Technol., 32, 1259 (1995).
14. *Broadhead B.L.* Recommendations for Shielding Evaluations for Transport and Storage Packages, ORNL, NUREG/CR-6802 (ORNL/TM-2002/31), May 2003.
15. *Schleien B.* The Health Physics and Radiological Health Handbook. 3rd edition, Scinta, Silver Spring, MD, 1998.
16. *ANS-6.1.1* Working Group, Battat M.E. (Chairman), American National Standard Neutron and Gamma-Ray Flux-to-Dose Rate Factors, ANSI/ANS-6.1.1-1977(N666), American Nuclear Society, LaGrange Park, Illinois, 1977.
17. *ICRP Committee 3 Task Group, Grande P. and O’Riordan M.C.,* chairmen. Data for Protection Against Ionizing Radiation from External Sources: Supplement to ICRP Publication 15, ICRP-21, Int. Com. on Radiological Protection, Pergamon Press, April 1971.
18. *Broadhead B.L., Parks C.V., Pope R.B.* Assessment of Proposed Dose Factor Changes to Shipping Cask Design and Operations, 1992 Int. High-Level Radioactive Waste Management Conf., Las Vegas, Nevada, April 12–15, 1992.
19. *Biswas D.* Rad-in-Tissue versus Rad-in-Air. A Look at the Difference and its Effect on 12-Rad Zone Analysis. WSRC-MS-2002-00472, 2002.
20. *Clouvas A., Xanthos S., Antonopoulos-Domis M., Silva J.* Monte Carlo Calculation of Dose Rate Conversion Factors for External Exposure to Photon Emitters in soil // Health Physics, March 2000, 78(3), 295–302.

21. *MicroShield V.5* Grove Engineering 1700 Rockville Pike, Suite 525 Rockville, Maryland 20852, 2002.

22. *SCALE: A Modular Code System for Performing Standardized Computer Analyses for Licensing Evaluation*, NUGER/CR-0200. Rev. 4 (ORNL/NUGER/CSD-2/R4), Vol. I, II, and III (draft November 1993). Available from Radiation Shielding Information Center as CCC-545.

Контактная информация –  
Митенкова Елена Федоровна, зав. лаб., тел.:  
(495)955-22-02, e-mail: mit@ibrae.ac.ru

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, вып. 1,  
с. 46–63.

УДК 621.039

## Сравнительный анализ характеристик нейтронного поля на образцах-свидетелях и корпусах ВВЭР-440

*В.Н. Кочкин, Д.Ю. Махотин, Д.Ю. Ерак,*

НИЦ “Курчатовский институт”, 123182, Москва, пл. Курчатова, 1

Поступила в редакцию 21.02.2011 г.

Представлен сравнительный анализ характеристик нейтронного поля в местах облучения образцов-свидетелей и на корпусах ВВЭР-440/213. Рассматриваются плотность потока и форма энергетического спектра быстрых нейтронов. Анализ проведен на основе экспериментальных результатов исследований образцов и нейтронных расчетов, выполненных методом дискретных ординат. Проведено сравнение условий облучения образцов-свидетелей в реакторах с полной активной зоной и с кассетами-экранами, размещенными вместо части топливных сборок на периферии активной зоны. Определены коэффициенты опережения облучения образцов по отношению к внутренней поверхности корпуса реактора. Выполнена сравнительная оценка повреждающей способности быстрых нейтронов с энергетическими спектрами, соответствующими образцам-свидетелям и корпусам реакторов как с полной активной зоной, так и с кассетами-экранами.

*Ключевые слова:* образцы-свидетели, корпус реактора, плотность потока быстрых нейтронов, СНА, коэффициент опережения.

**Comparative Analysis of Neutron Field Characteristics at Surveillance Specimens and Pressure Vessels of VVER-440.** *V.N. Kochkin, D.Yu. Makhotin, D.Yu. Erak, NRC “Kurchatov Institute, 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182.*

The paper presents a comparative analysis of the neutron field characteristics in the irradiation positions of surveillance specimens and pressure vessel inner surface of VVER-440/213. The flux density and the energy spectrum of fast neutrons were considered. The analysis was based on the experimental results of surveillance specimens investigation and neutron calculations performed by the discrete ordinates method. A comparison of the irradiation conditions of surveillance specimens in the reactors with full core and with dummy assemblies on the core periphery has been done, the lead factors of surveillance specimens irradiation in relation to the inner surface of the reactor vessel were evaluated. The damaging ability of fast neutrons with energy spectra corresponding to the surveillance specimens and the reactor vessel, as a full core, and with the dummy assemblies was evaluated.

*Key Words:* Surveillance Specimens, Reactor Pressure Vessel, Fast Neutron Flux, DPA, Lead Factor.

### Введение

Задача обеспечения надежной работы корпусов ядерных реакторов является одной из важнейших в комплексе вопросов безопасности АЭС. В процессе эксплуата-

ции под воздействием облучения происходит радиационное охрупчивание материала корпуса реактора (КР), что повышает вероятность хрупкого разрушения КР при аварийном расхолаживании и тем самым ограничивает его ресурс.

Контроль радиационного охрупчивания КР ВВЭР-440/213 осуществляется с помощью программы образцов-свидетелей (ОС). Это образцы, изготовленные как из основного металла обечайки КР, так и из сварной пробы, выполненной из того же металла, что и сварной шов № 4, расположенный напротив активной зоны.

В ВВЭР-440/213 установлены шесть комплектов ОС, которые размещаются в специальных каналах (рис. 1) и по очереди извлекаются для проведения механических испытаний. Контейнеры с ОС (по два образца типа Шарпи в контейнере – рис. 2) собраны в гирлянды, по две гирлянды в каждом комплекте.

Каналы с ОС находятся существенно ближе к активной зоне, чем КР, в положении максимума азимутального распределения нейтронного потока и отделены от КР водяным зазором ~ 110 мм. Поэтому условия облучения ОС отличаются от условий облучения внутренней поверхности КР как по величине плотности потока быстрых нейтронов, так и по форме энергетического спектра.

Кроме того, в ряде эксплуатирующихся реакторов для уменьшения дозовой нагрузки на корпус на периферию активной зоны вместо части ТВС установлены кассе-

ты-экраны (КЭ), изменяющие азимутальное распределение нейтронного потока на КР и условия облучения не только КР, но и ОС, поскольку каналы с ОС располагаются напротив КЭ.

При обосновании безопасности эксплуатации КР на основе результатов испытаний ОС важным этапом служит определение соответствия между текущим и прогнозным состояниями КР и результатами испытаний ОС, которое должно выполняться с учетом различия условий облучения ОС и внутренней поверхности КР.

Знание характерных распределений плотности потока быстрых нейтронов в каналах ОС и их соотношений со скоростью облучения КР также необходимо при планировании и подготовке программ по облучению специальных исследовательских образцов в каналах ОС, освободившихся после выгрузки ОС. Особенно это актуально, когда скорость облучения на уровне половины высоты активной зоны слишком велика для решения поставленных задач, и контейнеры с образцами требуется разместить выше или ниже – в области значительного градиента нейтронного поля.

Например, такая проблема встречается при проведении дооблучения образцов из темплетов, которые вырезаются с внутрен-

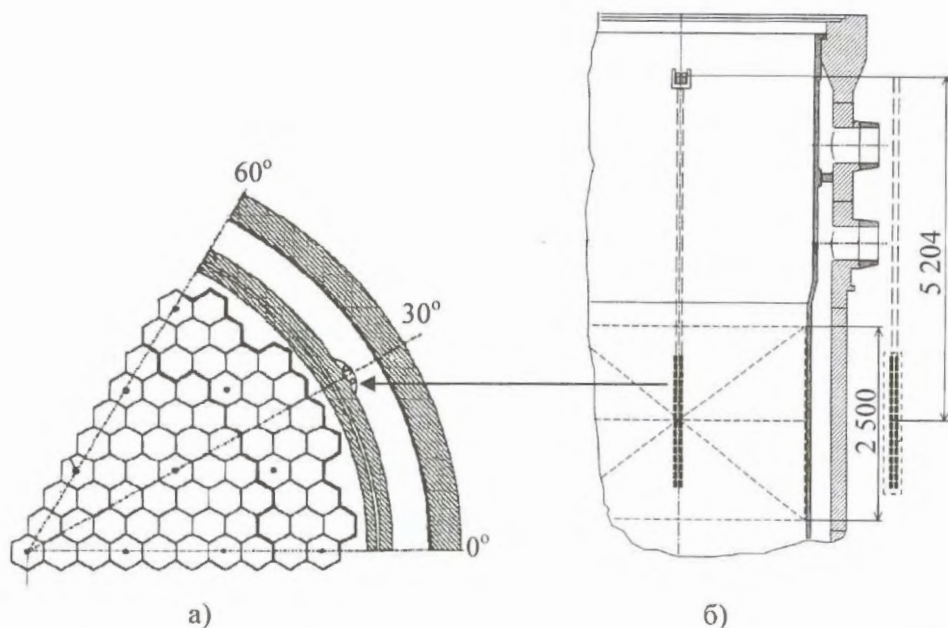


Рис. 1. Места установки гирлянд с ОС в реакторе: а) вид сверху, б) вид сбоку

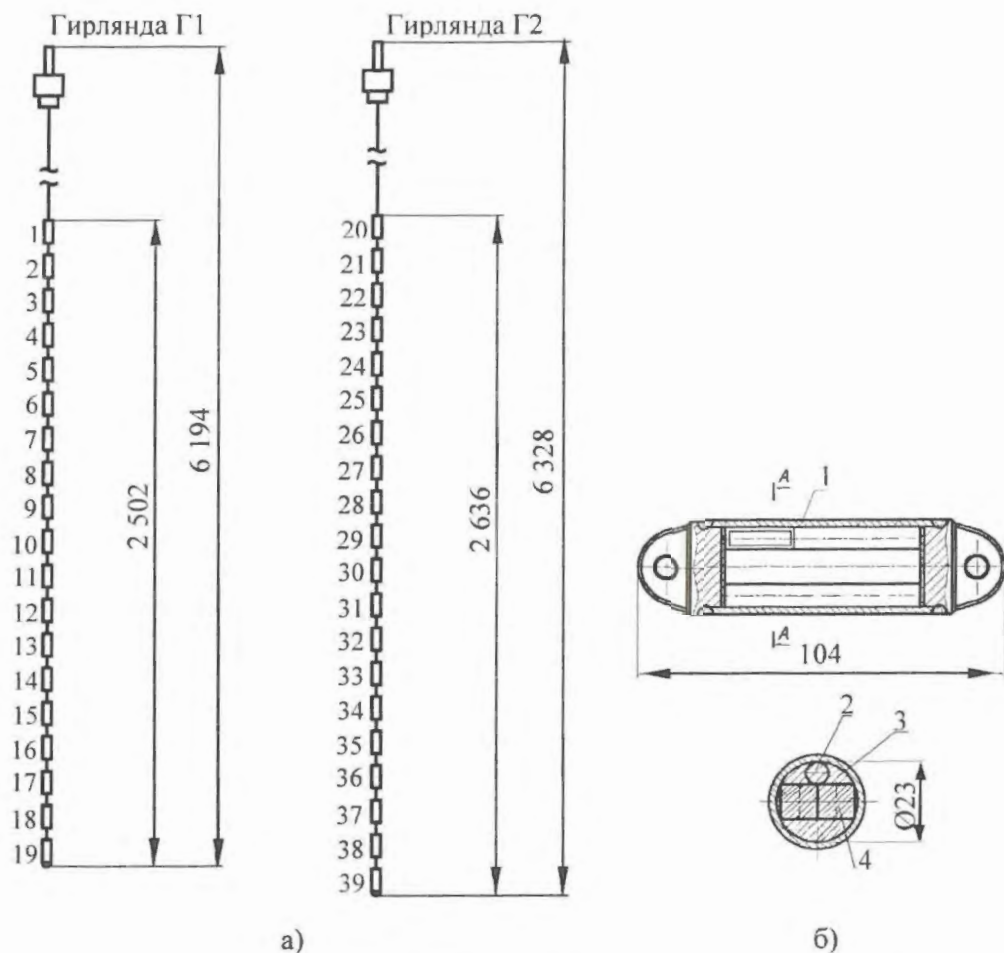


Рис. 2. Схема гирлянд с ОС (а) и размещения образцов в контейнере (б): 1 – контейнер, 2 – нейтронно-активационные детекторы, 3 – алюминиевый наполнитель, 4 – ОС

ней поверхности КР ВВЭР-440 1-го поколения [1]. Одним из требований при дооблучении является ограничение плотности потока быстрых нейтронов, которая не должна превышать максимальные значения для внутренней поверхности КР более чем в 6 раз [2]. Для выполнения этого условия нужен тщательный подбор положения контейнеров с облучаемыми образцами в канале ОС.

На текущий момент проектный срок эксплуатации большинства ВВЭР-440/213 в России и за рубежом подходит к концу, и задача продления их срока службы весьма актуальна. Однако большинство штатных комплектов ОС уже выгружено и для обеспечения мониторинга свойств КР в период продления их срока службы требуется разработка новых программ ОС, в которых по возможности надо учесть все недостатки штатной программы и обеспечить требуемые условия облучения ОС.

В настоящей работе представлен сравнительный анализ условий облучения по плотности потока и форме энергетического спектра быстрых нейтронов ОС и КР ВВЭР-440, эксплуатирующихся с полной активной зоной и КЭ. Для проведения анализа используются результаты расчетно-экспериментального исследования штатных ОС, облученных в течение длительного времени в каналах реакторов с КЭ и полной активной зоной, и расчетные оценки параметров нейтронных полей на внутренней поверхности КР.

В работе приводятся характерные значения плотностей потоков быстрых нейтронов на ОС и КР, распределения спектральных индексов в каналах ОС и на внутренней поверхности КР, проводится оценка повреждающей способности быстрых нейтронов, воздействующих на ОС и КР с полной активной зоной и с КЭ.

## 1. Методика нейтронного расчета

Расчет пространственного распределения плотности потока быстрых нейтронов на КР и ОС выполняется в многогрупповом приближении методом дискретных ординат. Для этой цели применяются программы ANISN [3] и DOT3.5 [4] с групповой библиотекой сечений BUGLE-96 [5]. С помощью программы DOT3.5 получены решения уравнения переноса быстрых нейтронов с фиксированным распределенным источником в полярной ( $R-\theta$  – азимутальное сечение реактора на уровне 122 см от низа активной зоны) и цилиндрической ( $R-Z$  – аксиальное сечение реактора от – 51 до + 323,8 см от низа активной зоны) симметриях. Решение одномерной задачи переноса быстрых нейтронов осуществлено при помощи программы ANISN.

Для подготовки источника нейтронов в  $R-\theta$  геометрии использовались результаты расчета потвэльного приращения выгорания в кассетах сектора 60-градусной симметрии для выбранных топливных циклов. Относительные интенсивности источника переносятся на расчетную сетку с помощью специально разработанного пакета программ, рассчитывающих относительный вклад мощности твэла в ячейку  $R-\theta$  сетки по соотношению площадей твэлов, попадающих в данную ячейку, с площадью ячейки.

Аксиальное распределение источника нейтронов в активной зоне при расчете условий облучения КР в  $R-Z$  геометрии рассчитывалось по данным о распределении приращения выгорания по высоте всех периферийных топливных кассет сектора 60-градусной симметрии, а при расчете условий облучения ОС – по соответствующим данным для периферийных топливных кассет, расположенных напротив канала ОС.

При расчете источника учитывалась зависимость числа нейтронов, приходящихся на одно деление, от глубины выгорания топлива и типа ТВС. В качестве энергетического спектра источника принят спектр нейтронов деления  $^{235}\text{U}$  из библиотеки BUGLE-96.

Трехмерное распределение плотности потока нейтронов для энергетической группы  $g$  рассчитывается методом синтеза результатов двумерных и одномерного расчетов по приближенной формуле [6]

$$\Phi^g(R, \theta, Z) = \Phi_{R-\theta}^g(R, \theta) \Phi_{R-Z}^g(R, Z) / \Phi_R^g(R), \quad (1)$$

где  $\Phi_{R-\theta}^g(R, \theta)$  – решение групповой задачи переноса нейтронов в  $R-\theta$  геометрии;

$\Phi_{R-Z}^g(R, Z)$  – решение групповой задачи в  $R-Z$

геометрии;  $\Phi_R^g(R)$  – решение групповой задачи в одномерной цилиндрически симметричной геометрии.

Расчеты выполнялись для 30° азимутального сектора симметрии, однако для расчета параметров нейтронных полей на КР и в канале ОС разработаны различные расчетные схемы.

В расчетной схеме КР в  $R-\theta$  расчете применялась сетка с равномерным разбиением по углу  $\theta$  на 90 интервалов и переменным разбиением по радиусу на 202 интервала.

В расчетах условий облучения в каналах ОС для адекватного описания геометрии канала в  $R-\theta$  расчете использовалась подробная сетка с неравномерным разбиением по углу на 107 интервалов и переменным разбиением по радиусу на 196 интервалов, включая описание геометрии вплоть до внешней поверхности КР. Минимальный размер ячейки  $\sim 0,2 \times 0,2$  см применялся для описания геометрии канала и контейнеров с ОС. На рис. 3 приведен фрагмент  $R-\theta$  сетки в пределах канала с образцами.

Сетка для  $R-Z$  расчета ОС имела переменное разбиение по высоте на 245 интервалов. Фрагмент схемы  $R-Z$  расчета в области контейнеров с ОС приведен на рис. 4.

Используемый в настоящей работе программный комплекс аттестован для расчета скорости накопления флюенса на КР ВВЭР-440 методом синтеза двумерных и одномерного расчетов [7]. Валидация программного комплекса для расчета нейтронных полей в каналах ОС выполнена на результатах специальных нейтронно-дозиметрических облучательных экспериментов [8].

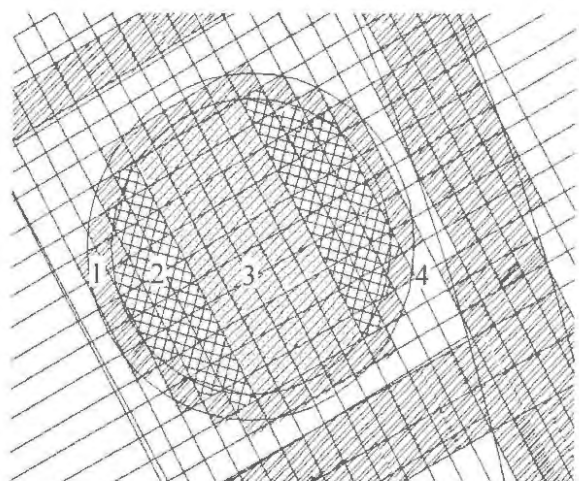


Рис 3. Фрагмент  $R-\theta$  сетки в пределах канала ОС: 1 – стенка контейнера, 2 – алюминиевый наполнитель, 3 – ОС, 4 – вода в канале

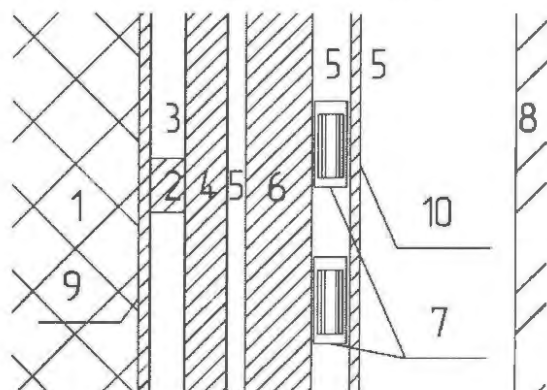


Рис. 4. Фрагмент схемы  $R-Z$  расчета в области канала ОС: 1 – КЭ, 2 – граненый пояс, 3 – вода, 4 – корзина, 5 – вода, 6 – шахта, 7 – контейнеры ОС, 8 – КЭ, 9 – выгородка, 10 – стенка канала ОС

## 2. Расчетно-экспериментальное определение условий облучения ОС

### 2.1. Экспериментальные исследования облученных ОС

Для определения флюенса быстрых нейтронов на облученных ОС расчетно-экспериментальным методом, описанным в [9], требуется проведение измерений гамма-активности  $^{54}\text{Mn}$  в области надреза каждого образца.

Измерения гамма-активности образцов выполнялись в строго определенной геометрии, чтобы определить относительную активность  $^{54}\text{Mn}$  в образцах с погрешностью не более 3 %.

Соответствующие абсолютные значения находились по результатам измерений

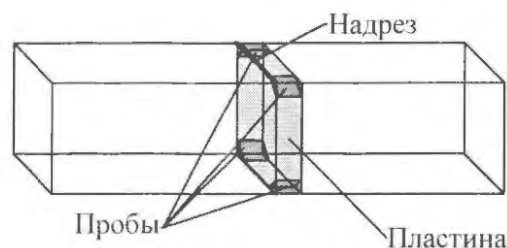


Рис. 5. Схема отбора проб металла от облученного образца

удельной активности  $^{54}\text{Mn}$  в пробах металла, отобранных от некоторых образцов (рис. 5), и их последующего сопоставления с результатами относительных измерений. Погрешность определения активности  $^{54}\text{Mn}$  в ОС этим способом составляет ~ 4,5 %.

На рис. 6 приведены распределения по высоте гирлянды относительных, усредненных по контейнерам активностей  $^{54}\text{Mn}$  в ОС, облучавшихся в реакторе с полной активной зоной и с КЭ. Видно, что установка КЭ практически не влияет на форму аксиального распределения поля быстрых нейтронов в каналах ОС.

### 2.2. Результаты расчетно-экспериментальных исследований и сравнение условий облучения ОС в реакторах с полной активной зоной и с КЭ

С целью определения условий облучения ОС выполнены нейтронные расчеты для каждого топливного цикла облучения образцов. Сравнение полученных в результате расчета активностей  $^{54}\text{Mn}$  в материале образцов с экспериментом приводится на рис. 7 а) для образцов, облучавшихся в реакторе с полной активной зоной, и на рис. 7 б) для образцов, облучавшихся в реакторе с КЭ.

Для ОС, облучавшихся в реакторе с КЭ, среднее значение отношения Р/Э расчета к эксперименту составляет 1,05. При этом для контейнеров №№ 3...20, расположенных в пределах активной зоны реактора, величина Р/Э не превышает значения 1,1, а для 1-го и 2-го контейнеров, облучавшихся выше границы активной зоны, различие между расчетом и экспериментом увеличивается и достигает 1,36 и 1,14, соответственно.

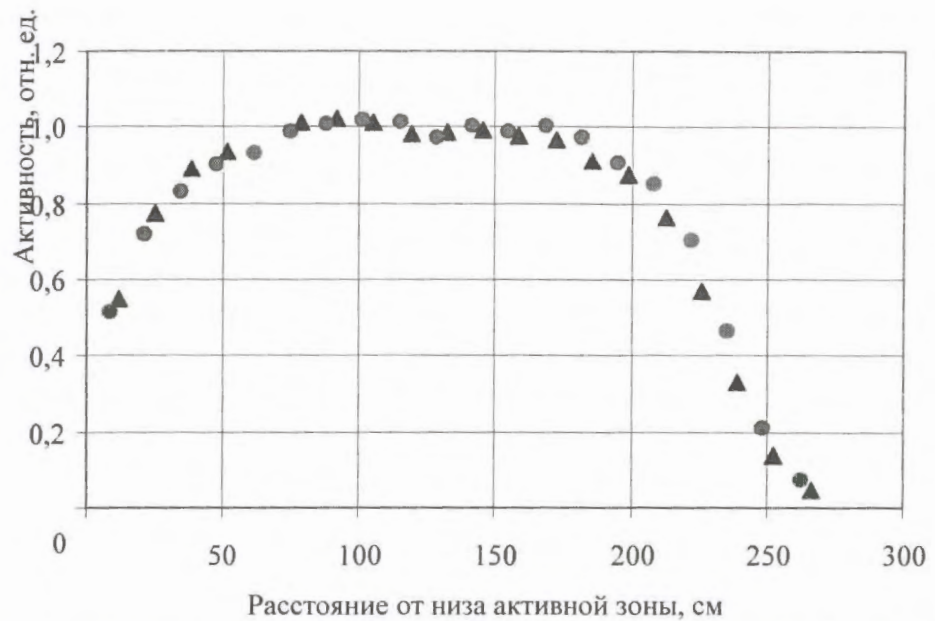


Рис. 6. Сравнение распределения относительных активностей  $^{54}\text{Mn}$  в гирляндах ОС, облучавшихся в реакторах с полной активной зоной и с КЭ: ▲ – облучение в реакторе с КЭ, ● – облучение в реакторе с полной активной зоной

Для ОС, облучавшихся в реакторе с полной активной зоной, среднее значение отношения расчета к эксперименту составляет 0,99. Для контейнеров №№ 2...20 величина Р/Э находится в диапазоне 0,94... 1,06, а для самого верхнего контейнера гирлянды отношение расчета к эксперименту составляет 0,74.

В целом необходимо отметить удовлетворительное соответствие расчета экспериментальным результатам, однако в обоих случаях для верхних контейнеров, облучающихся выше границы активной зоны, рас-

хождение расчета и эксперимента достаточно велико.

Полученный эффект может объясняться тем, что метод синтеза (1), применяемый в расчете, дает недостаточно корректные результаты для образцов, облучающихся за пределами аксиальных границ активной зоны реактора.

На основании результатов расчета и эксперимента согласно процедуре, описанной в [9], выполнено определение усредненной за время облучения плотности потока и флюенса нейтронов с энергией  $E > 0,5$

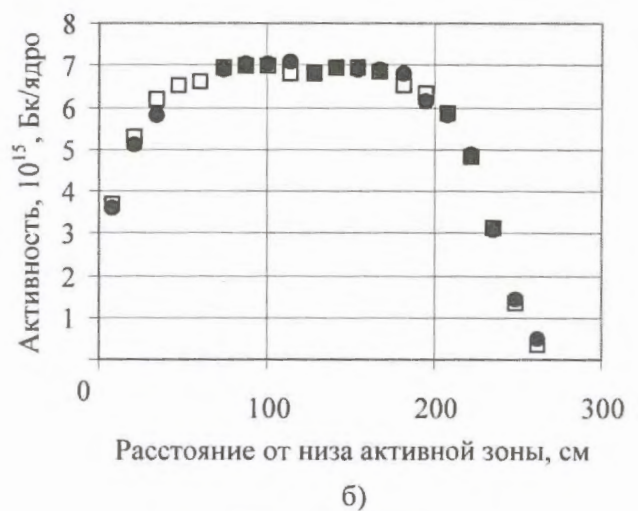
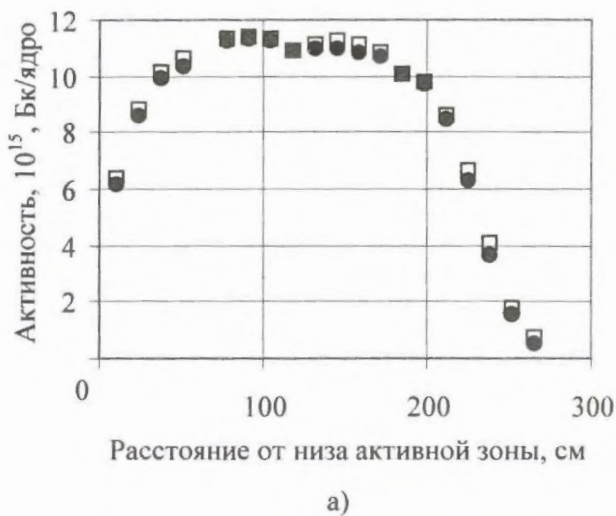


Рис. 7. Сравнение расчетных и экспериментальных активностей  $^{54}\text{Mn}$  в ОС, облучавшихся в реакторе КЭ (а) и в реакторе с полной активной зоной (б): ● – эксперимент, □ – расчет

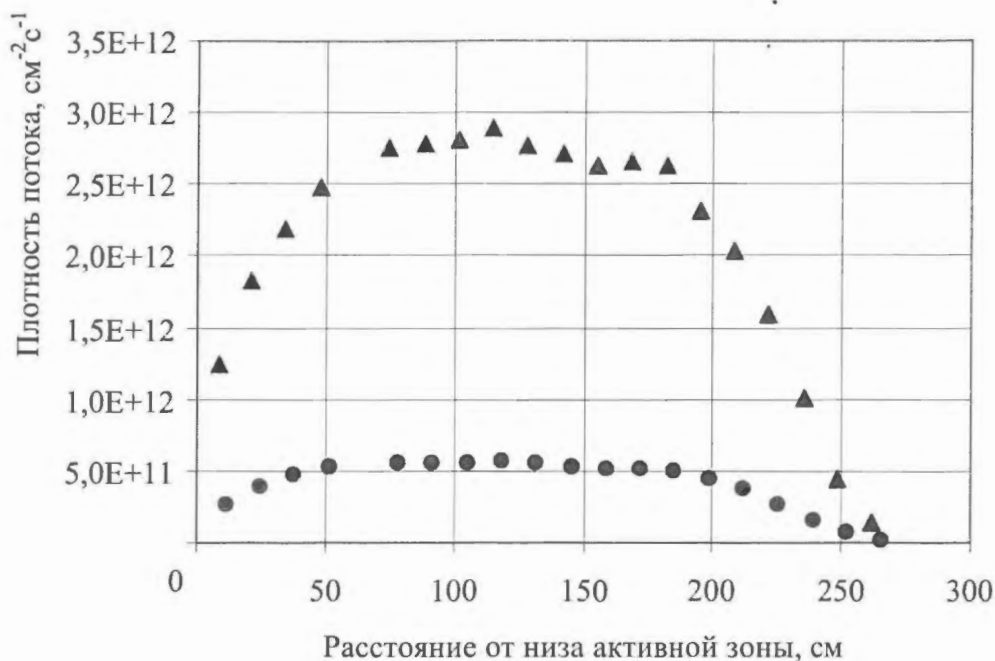


Рис. 8. Усредненные за время облучения расчетно-экспериментальные плотности потока нейтронов с  $E > 0,5$  МэВ в гирляндах с образцами, облучавшимися в реакторах с полной активной зоной и КЭ: ● — плотность потока нейтронов на ОС в реакторе с КЭ, ▲ — плотность потока нейтронов на ОС в реакторе с полной активной зоной

МэВ, воздействовавших на ОС при облучении в реакторах с полной активной зоной и с КЭ.

На рис. 8 приведены усредненные за все время облучения расчетно-экспериментальные плотности потока нейтронов с  $E > 0,5$  МэВ в гирляндах с образцами, облучавшимися в реакторах с полной активной зоной и КЭ. Сравнение показывает, что в реакторе с полной активной зоной скорость облучения ОС в  $\sim 5,2$  раза выше, чем в реакторе с КЭ.

Анализ показывает, что влияние КЭ на условия облучения ОС заключается не только в снижении плотности потока нейтронов, воздействующих на образцы, но и в существенном изменении нейтронного спектра. На рис. 9 приведено сравнение отношения плотности потока нейтронов с  $E > 0,5$  МэВ к плотности потока нейтронов с  $E > 3,0$  МэВ (так называемого спектрального индекса  $SI_{0,5/3,0}$ ) в каналах ОС реакторов с полной активной зоной и КЭ.

Средние значения величины  $SI_{0,5/3,0}$  в каналах ОС реакторов с полной зоной и КЭ различаются в  $\sim 1,3$  раза и составляют 11,9 и 15,4, соответственно.

Характерная форма распределения  $SI_{0,5/3,0}$  обусловлена влиянием граненых поясов, фиксирующих выгородку реактора (см. рис. 4). Можно отметить существенное влияние граненых поясов на характеристики поля нейтронов в каналах ОС и важность их учета при выполнении нейтронных расчетов.

Существенное различие формы спектра в каналах ОС реакторов с полной активной зоной и КЭ, а также неравномерность распределения спектрального индекса по высоте каналов с ОС необходимо принимать во внимание при анализе выполненных ранее исследований ОС ВВЭР-440.

### 3. Сравнение условий облучения ОС и КР

При проведении сравнительного анализа условий нейтронного облучения металла на КР и в каналах ОС можно выделить два основных фактора — плотность потока нейтронов с энергией  $E > 0,5$  МэВ ( $\varphi_{>0,5}$ ) и форма энергетического спектра быстрых нейтронов.

В целях оценки представительности условий облучения ОС проведены расчеты

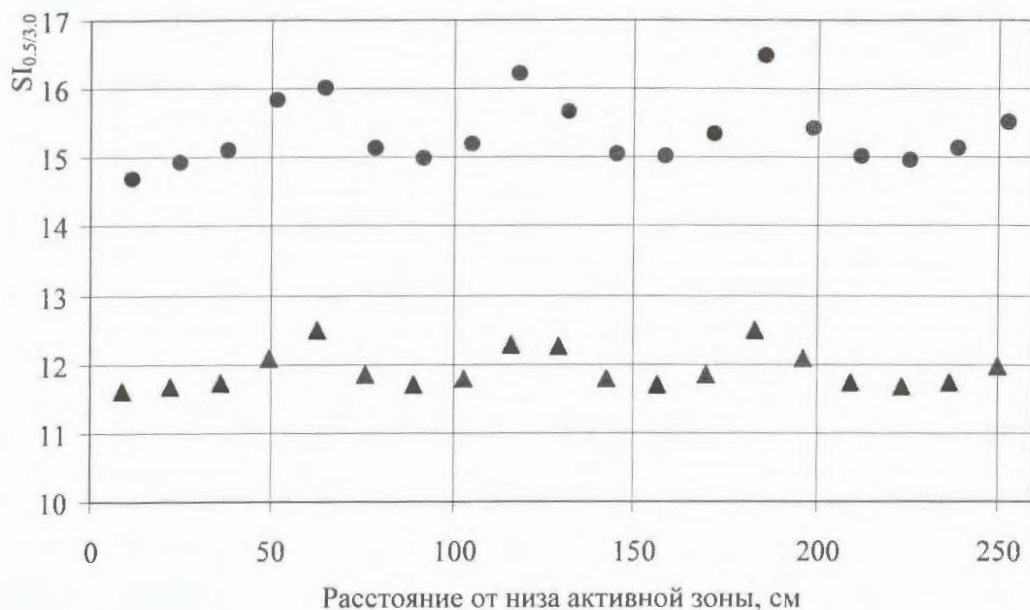


Рис. 9. Распределение величины спектрального индекса  $SI_{0.5/3.0}$  в каналах ОС КР с полной активной зоной и КЭ: ● –  $SI_{0.5/3.0}$  в контейнерах с ОС в реакторе с КЭ, ▲ –  $SI_{0.5/3.0}$  в контейнерах с ОС в реакторе с полной активной зоной

плотности потока и флюенса быстрых нейтронов на внутренней поверхности КР с полной активной зоной и КЭ за период, соответствующий облучению в них ОС. Расчеты выполнялись согласно процедуре, описанной в п. 1. Полученные распределения усредненной за время облучения ОС плотности потока быстрых нейтронов на поверхности КР и расчетно-экспериментальной плотности потока нейтронов на ОС приведены на рис. 10.

В качестве количественной характеристики опережения облучения ОС по отноше-

нию к КР используется коэффициент опережения (КО) – величина, равная отношению расчетно-экспериментальной величины флюенса нейтронов с  $E > 0,5$  МэВ на ОС за все время их облучения к максимальному значению флюенса в рассматриваемом элементе КР за тот же период,

$$КО = F_{>0,5}^{OC} (P/\bar{\epsilon}) / F_{>0,5}^{KR} \quad (2)$$

Получаемые таким образом значения КО более представительны по сравнению с КО, определенными для конкретного топливного цикла, поскольку учитывают влия-

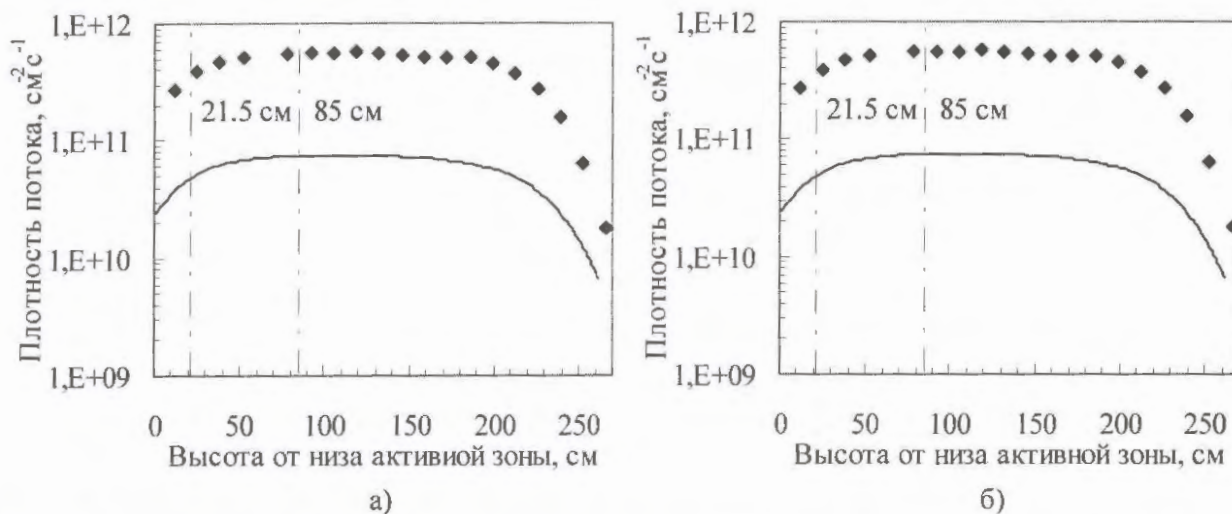


Рис. 10. Аксиальные распределения плотности потока нейтронов с  $E > 0,5$  МэВ в местах облучения ОС и в максимуме азимутального распределения на внутренней поверхности КР с КЭ (а) и реактора с полной активной зоной (б): ◆ – ОС, — – КР



Рис. 11. Распределение КО по контейнерам гирлянд ОС для КР с КЭ (а) и с полной активной зоной (б): ● – КО для сварного шва № 4, ■ – КО для основного металла

ние различных топливных загрузок активной зоны и режима работы реактора за весь период облучения.

На основании определенных расчетно-экспериментальным методом значений флюенса быстрых нейтронов на ОС и расчетных значений флюенса нейтронов на внутренней поверхности КР с полной активной зоной и с КЭ получены зависимости КО от положения контейнера с ОС в облучательном канале. Соответствующие распределения приведены на рис. 11.

Минимальные значения КО достигаются в верхних контейнерах гирлянд, при этом большей части контейнеров гирлянды, расположенных напротив активной зоны реактора, соответствует максимальное значение КО.

В реакторе с КЭ образцы-свидетели, установленные напротив активной зоны, облучаются при плотности потока быстрых нейтронов примерно в 6,8 раз большей, чем плотность потока на КР на уровне центра активной зоны, и примерно в 10,5 раз большей, чем плотность потока на уровне сварного шва № 4. Полный диапазон изменения величины КО по гирлянде с ОС составляет от 0,34 до 10,8 для металла сварного шва № 4 и от 0,22 до 7,0 для области на уровне центра активной зоны (основной металл).

В реакторе с полной активной зоной ОС, расположенные в области "плато" высшего распределения нейтронного потока, облучаются в условиях, при которых

плотность потока в ~ 11,5 раз превышает плотность потока на основном металле (напротив активной зоны) и в ~ 18 раз – на уровне сварного шва № 4. Полный диапазон изменения величины КО для основного металла и сварного шва № 4 составляет 0,59...11,88 и 0,91...18,34, соответственно.

Как уже сказано, полученные расчетно-экспериментальные значения КО являются усредненными за длительный период облучения (длительность облучения ОС превышает 20 кампаний в случае реактора как с полной активной зоной, так и с КЭ). Проведенный анализ показал, что в реакторах с полной активной зоной величина КО для ОС, расположенных напротив центра активной зоны, слабо зависит от конфигурации загрузки активной зоны реактора и изменяется в пределах 5...8 % для разных загрузок.

В реакторе с КЭ зависимость величины КО для ОС, расположенных напротив центра активной зоны, от характера топливной загрузки существенно выше (для разных кампаний различия достигают 35 %).

КО для верхних контейнеров с ОС зависит от параметров топливной загрузки значительно сильнее. Так, для реакторов с полной активной зоной величина КО для верхнего контейнера (№ 1 и № 20) по отношению к основному металлу в кампаниях со свежими топливными кассетами на периферии составляет ~ 0,28. В кампаниях с сильно выгоревшими периферийными

ТВС, установленными напротив канала с ОС, величина КО увеличивается в 1,5 раза и достигает значений  $\sim 0,4$ . Аналогичная картина наблюдается и для ОС, облучающихся в реакторе с КЭ.

Следующий важный вопрос, возникающий при сравнении условий облучения ОС и КР, – учет влияния спектра быстрых нейтронов при переносе результатов испытания ОС на внутреннюю поверхность КР.

Ввиду большого количества факторов, одновременно воздействующих на ОС и КР при облучении, экспериментальное исследование данной проблемы представляется весьма сложным. Зависимость повреждающей способности быстрых нейтронов от спектра может быть оценена, основываясь на сравнении величин интегральных сечений  $\sigma_{>0,5}^{\text{СНА}}$  образования СНА (скорость образования смещений на атом) с порогом 0,5 МэВ, рассчитанных для соответствующих групповых нейтронных спектров в диапазоне энергий от 0,111 до 17,3 МэВ. Для расчета  $\sigma_{>0,5}^{\text{СНА}}$  применена энергетическая зависимость СНА для  $^{56}\text{Fe}$  в стали из библиотеки данных IRDF2002 [10].

Величина  $\sigma_{>0,5}^{\text{СНА}}$  определяется как

$$\sigma_{>0,5}^{\text{СНА}} = \sum_1^{26} \sigma_g^{\text{СНА}} \varphi_g^n / \varphi_{>0,5}, \quad (3)$$

где  $\varphi_g^n$  – групповой спектр нейтронов,  $\sigma_g^{\text{СНА}}$  – групповое сечение образования смещений.

Значение  $\sigma_{>0,5}^{\text{СНА}}$  на внутренней поверхности КР выше, чем на ОС, на  $\sim 8\%$  для реактора с полной активной зоной и на  $\sim 12\%$  для реактора с КЭ. Полученные количественные оценки характеризуют соотношения величины СНА на ОС и КР при одинаковом флюенсе нейтронов с энергией  $E > 0,5$  МэВ.

### Заключение

Проведенное сравнение расчетных значений активности  $^{54}\text{Mn}$  в материале ОС с результатами измерений показало удовлетворительное соответствие расчета экспериментальным результатам:

– для ОС, облучавшихся в реакторе с полной активной зоной, среднее значение отношения расчета к эксперименту составляет 0,99, а соответствующая величина для ОС, облученных в реакторе с КЭ, равна 1,05;

– в обоих случаях для контейнеров, расположенных в пределах высоты активной зоны реактора, расхождение расчета и эксперимента не превышает 10 %, а для контейнеров, расположенных выше верхней границы активной зоны, достигает 36 %.

Влияние КЭ на условия облучения ОС заключается в снижении плотности потока нейтронов, воздействующих на ОС, и в существенном изменении нейтронного спектра:

– средняя плотность потока нейтронов, воздействовавших на ОС в реакторе с полной активной зоной, превышает аналогичное значение для образцов, облучавшихся в реакторе с КЭ, в  $\sim 5,2$  раза;

– средние значения величины  $SI_{0,5/3,0}$  в каналах ОС реакторов с полной зоной и КЭ различаются в  $\sim 1,3$  раза и составляют 11,9 и 15,4, соответственно.

Результаты расчетов показывают, что распределение величины спектрального индекса по высоте каналов ОС неравномерно и имеет характерные всплески напротив граничных поясов, фиксирующих выгородку реактора.

Скорость облучения ОС, установленных напротив центра активной зоны, превышает аналогичную величину на внутренней поверхности КР в области основного металла и сварного шва № 4 в реакторе с КЭ соответственно в 10,5 и 6,8 раз, а в реакторе с полной активной зоной соответственно в 11,5 и 18 раз (сравниваются значения плотности потока нейтронов с  $E > 0,5$  МэВ).

В реакторе с полной активной зоной величина коэффициента опережения для ОС расположенных напротив центра активной зоны, зависит от загрузки слабо (в пределах 5...8 %), в то время как в реакторе с КЭ различия достигают 35 %.

Полученные результаты объясняются тем, что в случае реактора с полной активной зоной канал с ОС расположен в обла-

ти максимума азимутального распределения плотности потока быстрых нейтронов, т.е. поле быстрых нейтронов на ОС и в области максимальной нагрузки на внутренней поверхности КР формируется одними и теми же ТВС, и соотношение величины нейтронной нагрузки в этих местах практически не зависит от схемы загрузки активной зоны.

При установке КЭ на периферию активной зоны максимум азимутального распределения потока быстрых нейтронов смещается с  $\sim 30$  градусов на  $\sim 12,5$  градусов, в связи с чем поле быстрых нейтронов на ОС и в области максимальной нагрузки на внутренней поверхности КР формируется различными ТВС, и прямой зависимости между скоростью облучения в этих позициях нет.

Коэффициент опережения облучения для верхних контейнеров с ОС существенно зависит от параметров загрузки для реакторов как с КЭ, так и с полной активной зоной. При установке на периферию активной зоны напротив канала с ОС ТВС с большой глубиной выгорания вместо свежих ТВС величина КО на верхнем контейнере увеличивается до 1,5 раз. Такой результат объясняется существенным различием формы высотного распределения относительного энерговыделения в свежих и выгоревших периферийных ТВС.

Выполнена оценка повреждающей способности в зависимости от нейтронного спектра в терминах интегральных сечений образования США с порогом 0,5 МэВ. Различия между величиной США на ОС и на внутренней поверхности КР при одном и том же значении флюенса быстрых нейтронов с  $E > 0,5$  МэВ для ВВЭР-440 с полной зоной и КЭ близки и не превышают  $\sim 15\%$ , что соответствует характерным значениям погрешности расчетно-экспериментального определения флюенса быстрых нейтронов на ОС и внутренней поверхности КР ВВЭР-440.

Авторы выражают признательность к.ф.-м.н. С.М. Зарицкому и к.т.н. А.Л. Егорову за активное участие в обсуждении полученных результатов.

## Список литературы

1. *Zaritskiy S.M., Vikhrov V.I., Erak D.Yu. et al.* Measurement and Calculation of WVER-440 Pressure Vessel Templates Activity for Support of Vessel Dosimetry // J. of ASTM Int. Vol. 3, No. 10, Paper ID JAI 100365 (2006). See also Reactor Dosimetry, 12th Int. Symp., STP 1490, Editors David W. Vehar, David M. Gilliam, and James M. Adams, 398 (2008).
2. *Методика* прогноза прочностных характеристик материала корпуса реактора при дооблучении. Руководящий документ РД ЭО 0421-02. М.: ФГУП Концерн "Росэнергоатом", 2002.
3. *Engle W.W. Jr.* A User's Manual for ANISN. K-1693, 1967.
4. *Rhoades W.A., Mynatt F.R.* The DOT III Two-Dimensional Discrete Ordinate Transport Code. ORNL-TM-4230, 1973.
5. *White J.E.* BUGLE-96: Coupled 47 Neutron, 20 Gamma-Ray Group Cross Section Library Derived from ENDF/B-VI for LWR Shielding and Pressure Vessel Dosimetry Applications, RSIC Data Library Collection, DLC-185, March 1996.
6. *Brodkin E.B., Kozhevnikov A.N., Khrustalev A.V.* Determination of Characteristics of Neutron Field Affecting on the WVER Reactor Vessel. In: Proc. 6-th Int. Conf. Rad. Shielding. 1983. Tokyo. Japan. Conf-850538.
7. *Комплекс* программ DOT3, DORT и ANISN с библиотеками констант BGL440 и BUGLE-96 для расчёта скорости накопления флюенса на корпусах реакторов ВВЭР-440. Регистрационный номер паспорта аттестации ПС № 233 от 18.09.2007 г.
8. *Kochkin V., Erak D., Vikhrov V. et al.* Specification of Irradiation Conditions in VVER-440 Surveillance Positions, Reactor Dosimetry State of the art 2008. Proc. of the 13<sup>th</sup> Int. Symp. on Reactor Dosimetry. Akersloot, The Netherlands, 25-30 May 2008. Eds. Wim Voorbraak, Luigi Debarberis, Pierre D'hondt, Jan Wagemans // World Scientific, 2009, pp. 204-212.
9. *Kochkin V., Erak D., Makhotin D. et al.* Upgraded Neutron Dosimetry Procedure for VVER-440 Surveillance Specimens. *ib.*, pp. 291-299.
10. *International* Reactor Dosimetry File-2002 (IRDF 2002), IAEA Nuclear data Section, Vienna 2005, <http://www-nds.iaea.org/irdf2002/> (дата обращения: 16.11.2010 г.).

*Контактная информация –*

*Кочкин Вячеслав Николаевич, нач. лаб., тел.: (499)196-96-75, e-mail: slv\_k@mail.ru*

Вопросы атомной науки и техники.

Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, вып. 1, с. 63-73.

## Концепция реактора ядерной энергодвигательной установки с большой энерговыработкой на основе технологии ядерного ракетного двигателя

*В.А. Павшук, А.С. Каминский, Э.Г. Гордеев, В.Ч. Пальванов, Т.А. Турбина,*

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Курчатова, 1,

*Г.В. Колюхов,*

ГНЦ ФГУП "Центр Келдыша", 125438, Москва, Онежская ул., 8

Поступила в редакцию 01.09.2010 г.

Предложена концепция реактора ядерной энергодвигательной установки, которая в значительной степени опирается на научный, конструкторский и технологический задел, полученный при разработке отечественного ядерного ракетного двигателя (реакторы ИРГИТ и РА). Обоснована возможность создания ряда малогабаритных реакторов с большой энерговыработкой при обеспечении тепловой устойчивости и ядерной безопасности в штатном режиме и аварийных ситуациях.

*Ключевые слова:* ядерная энергодвигательная установка, ядерный ракетный двигатель, ИРГИТ, модульность, энерговыработка, тепловая устойчивость, ядерная безопасность, эффекты реактивности, регулирующие барабаны, выгорающий поглотитель.

**A Concept of Nuclear Thermal Power and Propulsion Reactor with High Power Production Based on Nuclear Thermal Propulsion Technology. V.A. Pavshuk, A.S. Kaminskiy, E.G. Gordeev, V.Ch. Pal'vanov, T.A. Turbina, NRC "Kurchatov Institute", 1, Kurchatov Sq., Moscow, 123182, G.V. Konyukhov, SRC FSUE "Keldysh Centre", 8, Onezhskaya St., Moscow, 125438.**

A concept of nuclear thermal power and propulsion reactor to a great extent based on scientific, design and technological reserve obtained during development of domestic nuclear thermal propulsion reactors IRGIT and RA is proposed. A possibility of creating a number of small-size reactors with high power production providing thermal stability and nuclear safety in the standard mode and emergency situations is substantiated.

*Key Words:* NTPP, NTP, IRGIT, Modularity, Power Production, Thermal Stability, Nuclear Safety, Reactivity Effects, Regulating Drums, Burnable Absorber.

Создание транспортно-энергетической системы для решения перспективных космических задач на ближайшие десятилетия требует применения ядерной энергодвигательной установки (ЯЭДУ) с высокими параметрами по удельному импульсу, энерговыработке, длительности кампании и электрической мощности. В связи с началом проектных работ по созданию транспортно-энергетического модуля на основе ЯЭДУ мегаваттного класса рассматриваются и обсуждаются различные концепции ядерного реактора для такой установки.

В качестве одной из возможных концепций такого реактора может быть предложено для дальнейшей проработки семейство схемных решений, которые в значительной степени опираются на научный, конструкторский и технологический задел, полученный при разработке реакторов ИР-

ГИТ и РА для отечественного ядерного ракетного двигателя (ЯРД) [1, 2].

Технические решения, воплощенные в конструкции реактора ИРГИТ, определяют возможность работы реактора на энергетическом режиме в течение 1,5...2 лет при тепловой мощности 300 кВт (энерговыработка ~ 0,5 МВт·лет), ядерную и радиационную безопасность в штатном режиме [3, 4]. Решающим фактором в пользу выбора реактора ИРГИТ в качестве концептуального прототипа ЯЭДУ мегаваттного класса является достоверность параметров, достигнутых в ходе комплексных натурных наземных испытаний прототипов ЯРД (свыше 60 МВт тепловой мощности) и ядерной энергоустановки (~ 300 кВт тепловой мощности).

К достоинствам схемных решений, апробированных при отработке прототипа ЯРД, относятся их хорошая масштабируе-

мость и экономичность в реализации. Естественно, что применительно к новым требованиям реактор ИРГИТ должен быть в определенной степени модернизирован. В частности, это касается повышения энерговыработки, длительности кампании и обеспечения ядерной и радиационной безопасности.

Ранее показано [5], что существует принципиальная возможность провести модернизацию реактора ИРГИТ и увеличить длительность кампании до 10 лет при тепловой мощности 300 кВт. В настоящей работе сделана попытка исследовать возможность повышения энерговыработки подобного реактора до 30 МВт·лет при тепловой мощности 3 МВт.

Для работы на энергетическом режиме важным обстоятельством является то, что потребная нагрузка на одну тепловыделяющую сборку (ТВС) (по сравнению с режимом ЯРД) существенно меньше. Так, проектная величина для ЯРД 11Б91 составляет ~ 5 МВт на одну ТВС (достигнутая в ходе испытаний ~ 1,6 МВт на одну ТВС), а в варианте ЯЭДУ с реактором тепловой мощностью 3 МВт эта величина находится в диапазоне ~ (0,03...0,10) МВт на одну аналогичную ТВС, что во много раз меньше. В сочетании с простотой и высокой надежностью конструкции ТВС это дает оптимистический прогноз в части требуемого ресурса работы.

Выработка решений в части модульности основных сборочных элементов реактора, из которых впоследствии можно сформировать реактор практически любой мощности и размерности, служит наиболее экономичным способом реализации ЯЭДУ. ТВС данного реактора по материальному составу и конструкции обеспечивает модульность построения реактора и необходимое для минимизации тепловой неравномерности рабочего тела физическое и гидравлическое профилирование.

Одной из основных проблем при создании реактора ЯЭДУ является получение требуемой температуры теплоносителя на выходе из реактора и минимальных температурных неравномерностей в теплоносите-

ле и материалах активной зоны в течение всей кампании. При этом регулируемые параметры – температура и расход теплоносителя, регулирующие факторы – мощность реактора и давление теплоносителя.

На всех режимах работы система охлаждения должна обеспечивать тепловую устойчивость в условиях возможных отклонений и неравномерностей энерговыделения в объеме активной зоны. Допустимые отклонения определяются возможностями компенсации воздействий системой регулирования, ее быстродействием и точностью.

На высоконапряженных режимах работы, характерных для активной зоны ЯЭДУ, даже небольшие отклонения от расчетных значений геометрических и технологических параметров (диаметры каналов, толщины стенок, концентрация делящегося вещества и т.п.), а также мощности реактора в процессе регулирования, могут приводить к образованию областей местного перегрева. Действительно, при регулярном изменении тепловыделения по радиусу активной зоны одинаковые относительные величины случайных отклонений геометрических размеров и/или концентрации делящегося вещества приводят к большим возмущениям температурного поля в зонах с большим выделением энергии.

Для проточной части системы охлаждения, выполненной по схеме параллельных изолированных каналов, возникновение зон местного перегрева может быть связано как с увеличением тепловыделения, так и с возможным перераспределением расхода рабочего тела между каналами в соответствии с разными гидравлическими сопротивлениями и тепловыми нагрузками. При этом возможно накопление неравномерности температуры по длине канала. Чем короче канал с неблагоприятным сочетанием отклонений, тем меньше температуры в нем отличаются от расчетных.

В этой связи целесообразно создание конструкции ТВС из ряда блоков по длине, между которыми предусмотрены специальные устройства смешения (коллекторы смешения), в которых должно происходить выравнивание температурных неравномернос-

тей по сечению. Одинаковые относительные отклонения параметров от расчетных значений приводят к большим отклонениям температуры там, где значительны подогревы рабочего тела и температурные напоры. Поэтому необходимо смещение зоны высоких тепловых потоков в область пониженных температур рабочего тела, что достигается продольным профилированием тепловыделения.

Наконец, накапливающаяся неравномерность температуры, характерная для канальных элементов, может быть уменьшена переходом к конструкциям ТВС с единым проходным сечением для газа: схемы на основе витых стержней, шариковые схемы и т.п. Влияние регулярных радиальных и азимутальных неравномерностей тепловыделения в реакторе на неравномерности температур может быть уменьшено радиальным физическим и гидравлическим профилированием, а также введением "закрутки" газа в кольцевых каналах системы охлаждения. При обосновании условий надежного охлаждения конструкции следует рассматривать совместное воздействие перечисленных факторов.

Таким образом, основными путями обеспечения надежности системы охлаждения можно считать: введение в конструкцию ТВС коллекторов смешения и создание составной по длине конструкции сборки для систем на основе параллельных изолированных каналов; создание конструкции ТВС с единым проходным сечением для рабочего тела; введение в кольцевых каналах спирального оребрения (возможна периодическая по длине "закрутка" газа); физическое профилирование энерговыделения (изменение концентрации делящегося вещества по радиусу ТВС и доли замедлителя по радиусу реактора, выбор толщины бокового и торцевого отражателей); гидравлическое профилирование трактов охлаждения реактора с обязательной их гидродинамической настройкой на заданное распределение расходов [6].

Так, например, за счет правильного выбора формы твэлов и введения радиального профилирования тепловыделения в сборке

на режиме ЯРД (с выходной температурой рабочего тела  $> 3\ 000\ \text{K}$ ) можно получить температурную неравномерность в  $100\dots 150$  градусов.

Отметим, что в конструкции реактора ИРГИТ реализованы вышеперечисленные механизмы организации процесса нагрева рабочего тела. Поэтому сохранение этих принципов и подходов при создании энергоустановки на основе технологии ЯРД позволит получить требуемую среднемассовую температуру рабочего тела на выходе из ТВС и добиться тепловой устойчивости активной зоны реактора в реальных условиях неравномерностей и возмущений.

Не менее важной проблемой, чем тепловая устойчивость, является ядерная безопасность. Очевидно, что при попытках модернизации реактора ИРГИТ необходимо найти такие технические решения, которые обеспечивают ядерную безопасность реактора на всех этапах жизненного цикла и допускают энерговыработку 30 МВт·лет.

Соответственно, при проведении нейтронно-физических расчетов в обоснование проектирования реактора для использования его в составе ЯЭДУ основные усилия должны быть направлены на исследование различных компоновок реактора и выявление его модернизационного потенциала путем варьирования параметров активной зоны и отражателя в зависимости от предъявляемых требований, накладываемых ограничений и критериев оптимизации (отбора).

При этом оптимизация системы ядерной безопасности реактора ЯЭДУ направлена на минимизацию эффектов, требующих компенсации, и изыскание возможностей их парирования системой. Это может быть достигнуто за счет уменьшения начального запаса реактивности при сохранении длительности кампании, снижения положительных эффектов реактивности при аварийных ситуациях, введения свойства самозащитности реактора.

При отсутствии на данном этапе достаточно глубоких конструкторских проработок ЯЭДУ подобного типа приходится исходить из тезиса о необходимости гаранти-

ровать ядерную безопасность реактора исключительно за счет управления нейтронно-физическими характеристиками. Такой подход является заведомо неоптимальным с системной точки зрения, однако дает представление о существующих проблемах и некоторых возможностях их преодоления, а также выявляет потребность в поиске новых конструкторских решений.

Для подтверждения модернизационного потенциала реактора ИРГИТ расчетным путем исследовалось влияние следующих факторов: увеличение плотности урана в твэле, постанковка в активную зону выгорающего поглотителя, изменение количества ТВС при сохранении их структуры и доли замедлителя, расположение в активной зоне каналов системы ядерной безопасности (СЯБ), изменение конфигурации активной зоны с кольцевой на шестигранную и т.д. С учетом значительного количества варьируемых параметров и в ряде случаев широких диапазонов их изменения при рассмотрении компоновочных схем модернизированного реактора возникает множество вариантов потенциально достаточно большой комбинаторной мощности.

Проведенные нейтронно-физические расчеты определили для дальнейшей проработки несколько перспективных (кандидатных) вариантов компоновок реактора, сохраняющих главные принципы и подходы технологии ЯРД. Полученные по комплексам расчетов сбалансированные параметры выбранных конструктивных схем реактора подразумевают, что обеспечиваются требуемая кампания, управляемость в штатном режиме и ядерная безопасность как в штатном режиме, так и в аварийных ситуациях.

При получении сбалансированных параметров учитывался тот факт, что отличительной особенностью этапов жизненного цикла, связанных с транспортированием реакторной установки и выведением космического аппарата на опорную орбиту, служит то, что реактор находится в неработающем, заглушенном состоянии. Однако транспортные инциденты и аварии ракеты-носителя на этапе выведения в космос могут приве-

сти к изменению конфигурации реактора в сторону увеличения реактивности. Опасные конфигурации реактора возникают в аварийных ситуациях при его уплотнении в результате ударных нагрузок и при попадании замедляющих (водородосодержащих) или рассеивающих (песок) нейтроны сред внутрь реактора и его окружения этими веществами.

Погружение реактора в водородосодержащую среду является самой опасной ситуацией, и именно она определяет требуемую эффективность дополнительной СЯБ. В частности, в расчетных оценках предполагалось, что все пустоты внутри реактора заполняются и он окружается замедляющей или рассеивающей средой. Консервативные оценки изменения реактивности при ударе реактора о грунт проводились в предположении, что уплотнение материалов происходит в аксиальном направлении.

Штатной системы регулирования реактора в аварийных ситуациях недостаточно. Поэтому для компенсации положительных эффектов реактивности в аварийных ситуациях применяется дополнительная СЯБ, основанная на введении поглотителей нейтронов в активную зону.

В заглушенном состоянии реактора, когда регулирующие барабаны (РБ) повернуты поглощающим нейтроны слоем к активной зоне и поглотители нейтронов СЯБ введены в активную зону, в аварийных ситуациях гарантируется достаточная подкритичность реактора ( $> 2\% \Delta K/K$ ).

Выполняются принципы одиночного отказа регулирующих органов и органов СЯБ. Так, например, если в штатном режиме регулирование реактора осуществляется с помощью поворотных РБ в боковом отражателе, то обеспечивается подкритичность реактора  $> 2\% \Delta K/K$  даже при отказе двух РБ.

Дополнительное использование выгорающего поглотителя повышает ядерную безопасность реактора за счет увеличения степени его внутренней самозащищенности. При этом уменьшаются как начальный запас реактивности (что снижает требования к системе регулирования), так и положи-

тельные эффекты реактивности в аварийных ситуациях. Выгорающий поглотитель также обеспечивает слабое изменение запаса реактивности в процессе кампании ( $< 2\% \Delta K/K$  для некоторых компоновок).

В качестве примера в таблице приведены сравнительные параметры двух вариантов реактора, первый из которых сохраняет наибольшую преемственность с прототи-

пом (реактором ИРГИТ), а второй демонстрирует значительный модернизационный потенциал прототипа.

### Заключение

В качестве одной из возможных концепций реактора ЯЭДУ мегаваттного класса может быть предложено семейство схем-

Таблица параметров реактора

Схемы поперечного сечения	Вариант реактора	
	с замедлителем (минимальной размерности)	без замедлителя
1 – ТВС, 2 – СЯБ, 3 – замедлитель (гидрид циркония), 4 – боковой отражатель (бериллий), 5 – ПЭЛ РБ (карбид бора), 6 – корпус реактора	1 – ТВС, 2 – СЯБ, 3 – обечайка, 4 – боковой отражатель (бериллий), 5 – ПЭЛ РБ (карбид бора), 6 – корпус реактора	
Параметры		
Диаметр реактора, см	57,9	77,6
Высота реактора, см	81,5	81,5
Объем активной зоны, л	54,1	120,7
Шаг ТВС, см	4,75	4,27
Загрузка урана, кг	55,8	250
Плотность урана в твэле по радиусу топливной композиции ТВС, г/см <sup>3</sup>	12...2,3	8
Объемная доля модельного выгорающего поглотителя, замещающего топливо, %	2,5 (В <sub>4</sub> С)	3,5 (НfВ <sub>2</sub> )
Количество ТВС	34	127
Замедлитель	гидрид циркония	–
Количество РБ в боковом отражателе	12	12
Эффективность РБ, % $\Delta K/K$	9	13,5
Количество каналов под исполнительные органы СЯБ	3 (каналы на месте ТВС)	216 (каналы малого диаметра)
Обогащение по <sup>235</sup> U, %	90	90
Радиальный коэффициент неравномерности в профилированной ТВС	1,2	< 1,2

ных решений, которые в значительной степени опираются на научный, конструкторский и технологический задел, полученный при разработке отечественного ЯРД (реакторы ИРГИТ и РА). К достоинствам этих схемных решений относятся их хорошая масштабируемость и экономичность в реализации, что оставляет возможности для последующей адаптации к изменению целевой функции всего проекта.

На основе экспериментально отработанной конструкции реактора ИРГИТ можно достичь удельной энерговыработки за кампанию  $\sim 0,5$  МВт·лет с литра активной зоны. Предложенные механизмы организации процесса нагрева рабочего тела обеспечивают необходимую тепловую устойчивость активной зоны реактора в реальных условиях неравномерностей и возмущений, а рассмотренные подходы – ядерную безопасность в штатном режиме и аварийных ситуациях.

Выбор варианта реактора для дальнейшей проработки применительно к ЯЭДУ может быть сделан после комплексного анализа с учетом ряда критериев, включая требования к минимизации массогабаритных характеристик реактора и установки в целом, радиационной стойкости материалов, плотности урана в твэле, допустимому гидравлическому сопротивлению активной зоны и т.п.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект № 08-08-00104).

## Список литературы

1. *Демянко Ю.Г., Колюхов Г.В., Коротеев А.С. и др.* Ядерные ракетные двигатели. М.: ООО "Норма-Информ", 2001.
2. *Машиностроение.* Энциклопедия. Машиностроение ядерной техники. Т. IV-25. Кн. 2. Глава 6.2. Под общ. ред. Е.О. Адамова. М.: Машиностроение, 2005.
3. *Гордеев Э.Г., Каминский А.С., Павиук В.А. и др.* Выбор реактора для ЯЭДУ минимальной мощности. Принципы обеспечения безопасности ЯЭДУ на этапе вывода на промежуточную орбиту. Отчет РНЦ "Курчатовский институт" инв. № 37-26/3275, 2008.
4. *Гордеев Э.Г., Каминский А.С., Павиук В.А. и др.* Оптимизация системы ядерной безопасности реакторов ЯЭДУ минимальных размеров. Особенности нейтронно-физических характеристик в условиях нештатных ситуаций. Отчет РНЦ "Курчатовский институт" инв. № 37-26/3347, 2009.
5. *Павиук В.А., Каминский А.С., Кузнецов В.С. и др.* Радиационная безопасность космической ядерной энергодвигательной установки увеличенного ресурса и возможности модернизации реактора ИРГИТ // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2009, вып. 4, с. 90–96.
6. *Колюхов Г.В.* Особенности теплофизики транспортной ядерной энергетической установки // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1991, № 5, с. 102–108.

*Контактная информация –  
Каминский Альберт Сергеевич, нач. отдела,  
тел.: (499)196-94-43, e-mail: lri@bk.ru;  
Гордеев Эдуард Георгиевич, нач. лаб., тел.:  
(499)196-70-56, e-mail: egg001@yandex.ru*

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, вып. 1,  
с. 74–79.

## Система ограничений для ввода энергоблоков в эксплуатацию в модели оптимизации развития энергосистемы

*А.В. Клименко,*

НИЯУ "МИФИ", 115409, Москва, Каширское шоссе, 31

Поступила в редакцию 13.04.2010 г.

Дано математическое описание системы ограничений для ввода энергоблоков в эксплуатацию в модели оптимизации развития энергосистемы. Предполагается, что энергосистема располагается на одной или более площадках размещения энергоблоков, связанных между собой потребителями энергии и поставщиками сырья, транспортными магистралями (включая линии передачи энергии и поставки сырья). На площадках размещения располагаются и могут вводиться в эксплуатацию энергоблоки разных типов, потребляющие как традиционные виды сырья (биомасса, уголь, нефть, природный газ, гидроресурсы, ядерное топливо и т.д.), так и нетрадиционные (солнечная энергия, энергия ветра, энергия волн приливов и отливов и другие возобновляемые источники энергии), включая возможные энерготехнологии будущего (термоядерный синтез и др.). Модель оптимизации является частью компьютерного кода TOBAS.

*Ключевые слова:* система ограничений, модель оптимизации, энергосистема, площадки размещения, энергоблоки, конкурентоспособность, оптимальная структура, ядерная энергетика, ядерные энергетические установки, ядерный топливный цикл.

**System of Restrictions for Putting the Units into Operation in Model of Optimization of Power System Development.** *A.V. Klimenko, National Research Nuclear University "MEPhI", 31, Kashirskoe Sh., Moscow, 115409.*

The mathematical description of system of restrictions for putting the units into operation in model of optimization of power system development is given. It is supposed, that the power system settles down on one or more platforms of accommodation of units. The platforms of accommodation are connected by consumers of energy and suppliers of raw material, transport ways (including lines of transfer of energy and delivery of raw material). The units of different types are located and can be commissioned on platforms of accommodation consuming as traditional kinds of raw material (biomass, coal, petroleum, natural gas, hydro resources, nuclear fuel etc.), and non-conventional kinds (solar energy, wind power, energy of waves of ebb and flow and other renewed sources of energy), including possible power technologies of the future (fusion etc.). The model of optimization is a part of a computer code TOBAS.

*Key Words:* System of Restrictions, Model of Optimization, Power System, Platforms of Accommodation, Units, Competitiveness, Optimum Structure, Nuclear Power, Nuclear Power Installations, Nuclear Fuel Cycle.

Эта статья является третьей в цикле "Математическая модель оптимизации энергосистемы и ее приложения", состоящем из четырех статей, публикуемых в журнале "ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов".

### Введение: общее описание модели энергосистемы

Под энергетической системой будем понимать энергосистему планеты либо континента, либо группы стран, либо страны, либо области страны, либо района области, либо в виде одной энергоплощадки, в кото-

рой размещены энергоблоки, или даже один энергоблок.

Рассматриваемая энергетическая система может вырабатывать множество  $I_+$  видов энергии разных потенциалов, включая электроэнергию базисную, полупиковую, пиковую и тепло разных потенциалов. Множество  $I_+$  видов спроса на энергию разных потенциалов такое, что  $I_+ = \{i \mid i = \overline{0, I}\}; I_+ = \emptyset$ , если  $i = 0$ .

Энергосистема работает на расчетном интервале  $(-\infty, T)$  времени, который складывается из допланового  $(-\infty, 0)$  и опти-

мизируемого планового  $(0, T)$  интервалов. Для удовлетворения множества видов спроса на энергию предусматриваются энергостанции разных типов: электростанции, станции теплоснабжения, технологические станции, использующие процессы выработки энергии на энергостанциях, и др.

Энергостанции включают энергоблоки типа  $r \in \mathbf{R}_+$ . Множество  $\mathbf{R}_+$  типов энергоблоков такое, что  $\mathbf{R}_+ = \{r \mid r = \overline{0, R}\}$ ;  $\mathbf{R}_+ = \emptyset$ , если  $r = 0$ . Например,  $r$  — это тепловой энергоблок на природном газе или ядерный энергоблок, например, с реактором типа ВВЭР-440 или ВВЭР-1000, или с другим типом ядерного реактора, или энергоблок на другом виде энергии.

В качестве сырья используются возможности  $l \in \mathbf{L}_+$  энергетических комплексов по добыче и выработке первичных источников энергии (первичного энергетического сырья). Множество  $\mathbf{L}_+$  энергетических комплексов по добыче и выработке первичных источников энергии такое, что  $\mathbf{L}_+ = \{l \mid l = \overline{0, L}\}$ ;  $\mathbf{L}_+ = \emptyset$ , если  $l = 0$ . Например,  $l$  — это уголь или природный газ, или гидроресурсы, или нефть, или материалы ядерного топливного цикла (ЯТЦ) (топливные сборки из урана, тория и других актиноидов) для ядерной энергии, или солнечная энергия, или биомасса, или энергия ветра, или энергия приливов и отливов, или прочие виды первичного энергетического сырья.

Энергостанции размещаются на площадках  $\omega \in \mathbf{\Omega}_+$  размещения. Множество  $\mathbf{\Omega}_+$  площадок размещения энергоблоков энергосистемы такое, что  $\mathbf{\Omega}_+ = \{\omega \mid \omega = \overline{0, \Omega}\}$ ;  $\mathbf{\Omega}_+ = \emptyset$ , если  $\omega = 0$ .

Модель энергосистемы включает в себя функционал и систему ограничений. Смысловое содержание функционала может быть разным. По умолчанию в качестве функционала приняты суммарные дисконтированные затраты на всю программу развития и функционирования энергосистемы. Для каждого энергоблока вычисляются расходы, связанные со строительством, эксплуатаци-

ей, модернизацией (реконструкцией) этого энергоблока, вводом замещающих (взамен выбывающих) мощностей, а также расходы на снятие с эксплуатации этого энергоблока.

Функционал и множество переменных оптимизационной задачи построены так, что перераспределяют нагрузку между площадками  $\omega$  размещения и отдельными энергоблоками типа  $r$  на одной площадке (энергоблоки могут нести разную нагрузку, например, один энергоблок — базисную, другой — полупиковую, а третий включен для покрытия пиковой нагрузки энергосистемы), а также маневрируют загрузкой каждого энергоблока путем автоматического определения в любой момент времени оптимального режима работы энергоблока: работать на номинальной либо сниженной мощности (обусловленной техническими возможностями снижения мощности) вплоть до полного выключения энергоблока (нулевая мощность).

На одной площадке могут размещаться энергоблоки различных типов, использующие не только один вид сырья разного сорта (например, ядерные энергоблоки типов ВВЭР-440 и ВВЭР-1000 с топливом из диоксида урана различного изотопного обогащения), но и разные виды сырья (например, энергоблоки на мазуте, природном газе, на угле или любая другая комбинация энергоблоков). На одной площадке в один и тот же момент времени могут вводиться в эксплуатацию несколько однотипных серийных энергоблоков.

Модель позволяет маневрировать загрузкой и подпиткой топлива: в различные моменты времени энергоблок может работать на топливе разного сорта. Например, энергоблок ВВЭР-1000 в один момент может работать на урановом топливе одного состава, в другой — на урановом топливе другого физически допустимого состава, в третий — на уран-плутониевом топливе, в четвертый — на другой физически допустимой композиции топлива и т.д.

Предусмотрено, что любой энергоблок, если допускает его конструкция, способен вырабатывать и участвовать в покрытии

спроса всего списка видов энергии или части его (например, вырабатывать одновременно базисную электроэнергию и тепло определенных потенциалов).

Учитывается доставка топлива (сырья) до каждого энергоблока и доставка продукции энергоблока до потребителя (оптимизация линий передачи сырья и энергии разных видов и потенциалов).

Экологический блок модели учитывает влияние каждой технологии энерговыработки на окружающую среду. Среди прочих в этот блок входят ограничения на потребление атмосферного кислорода, на выбросы в окружающую среду вредных твердых частиц (зола и сажа), на выбросы химических соединений ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{NO}_x$ ,  $\text{SO}_x$ ,  $\text{NH}_3$ ,  $\text{CH}_4$ ,  $\text{CO}$ , аэрозоли, углеводороды, фториды, альдегиды и др.), на использование земли, воды, на сброс тепловых потоков в окружающую среду, на потребление топливных и нетопливных материалов, на выбросы в окружающую среду альфа-излучающих актиноидов,  $^{85}\text{Kr}$ ,  $^{129}\text{I}$ , и другие санитарные нормативы. Учитываются также специфические ограничения, связанные с радиационной дозой нагрузкой на население.

Оптимизируется плата (штраф) за нарушение экологических ограничений, в том числе и за выбросы вредных веществ в окружающую среду. Учитываются возможные аварии, связанные с эксплуатацией энергоблоков, и оптимизируются затраты на ликвидацию этих аварий.

Учитываются возможности машиностроительных производств по изготовлению ограничивающих развитие энергетики ключевых узлов: корпусов ядерных реакторов, турбоагрегатов, парогенераторов и т.д.

Модель оптимизирует разработку (вовлечение в оборот потоков) разного первичного сырья: нефти, газа, угля, гидроресурсов, солнечной энергии, энергии ветра, энергии морских волн и других возобновляемых и невозобновляемых источников энергии, включая уран, торий, а также рециклированное топливо на основе трансурановых элементов.

Учитывается эффективность (польза или ущерб) от производства, использования, хранения и окончательного захоронения радиоактивных изотопов на каждом перделе ядерного топливно-энергетического комплекса (ЯТЭК).

Все перечисленные возможности введены в систему ограничений модели, а функционал учитывает связанные со всеми этими возможностями затраты. В модели определяются следующие функции как функции времени оптимального плана:

- мощности площадок размещения и моменты их ввода в эксплуатацию;
- установленные мощности производств (и энергоблоков) и моменты их ввода в эксплуатацию;
- режимы работы производств и энергоблоков;
- потоки материалов, сырья, электроэнергии, тепловой энергии;
- складские запасы материалов и сырья;
- цены всех вышеупомянутых в модели переменных и ресурсов, среди которых цены электроэнергии разных видов и тепла различных потенциалов, цены изотопов в разных переделах ЯТЭК;
- дисконтированные затраты и ущербы.

Определяются и суммарные дисконтированные затраты на всю программу развития, размещения, эксплуатации, модернизации (реконструкции), расширения и возможного замещения энергоблоков, снятия с эксплуатации энергосистемы. Вычисляются также оптимальные величины штрафов за вредные выбросы в окружающую среду и за вред здоровью людей. Эти штрафы можно было бы рекомендовать к применению регулирующим государственным органам с целью оптимизации производств.

Разумеется, из всего списка возможных конкурирующих технологий в оптимальный план попадают только рентабельные, для которых *приведенная прибыль* в оптимальном плане *неположительна*.

Оптимизационная модель энергосистемы включает систему ограничений и функционал, подлежащий оптимизации на множестве планов, порожденных этой систе-

мой ограничений. Опишем систему ограничений.

### 1. Установленная мощность и текущая нагрузка

Динамическая оптимизационная модель является многоуровневой. Ниже даны соотношения для определения мощностей и нагрузок объектов энергосистемы на каждом иерархическом уровне (в направлении снизу – вверх, т.е. от единичного энергоблока – к энергосистеме) и ограничения на эти характеристики.

#### 1.1. Алгебраическая ось времени

Время в модели является единым для всех функций на интервале  $(-\infty, T)$ , где  $T$  – длительность планового периода (возможно  $T = +\infty$ ). Для любого момента  $t$  времени можно записать  $-\infty \leq t \leq T$ . Здесь равенства  $t = -\infty$  и  $t = +\infty$  объясняются тем, что в модели задаются начальные и конечные условия.

На оси времени отмечаются моменты  $t_j$  ввода объектов (энергоблоков или других предприятий) в эксплуатацию. Здесь  $j = j(\omega)$  – имя (номер) момента ввода в эксплуатацию объекта, одинаковое для всех площадок  $\omega$  размещения, принадлежащее индексному (символьному) пространству  $J_+$ . Это пространство совпадает с  $J_+(\omega)$  – индексным (символьным) множеством имен (номеров) моментов ввода в эксплуатацию объектов на площадке  $\omega$  размещения на расчетном интервале  $(-\infty, T)$ , т.е.  $J_+(\omega) = J_+$ .

Пусть  $J$  – число неповторяющихся имен (номеров) моментов ввода в эксплуатацию объектов всех типов на интервале  $(-\infty, T)$  времени (для произвольной площадки размещения). Тогда множество  $J_+$  определено для моментов  $t_j$  ввода в эксплуатацию объектов таких, что  $-\infty \leq t_j \leq T$ , причем  $t_0 = -\infty$  и  $t_j = T$ , а сказанное выше можно записать так:  $J_+ =$

$\{j \mid j = \overline{0, J}; j = j(\omega) \in J_+(\omega) = J_+; J_+ = \emptyset, \text{ если } j = 0; \text{ так что } -\infty \leq t_j \leq T, \text{ причем } t_0 = -\infty \text{ при } j = 0 \text{ и } t_j = T \text{ при } j = J\}$ . Все физические параметры (характеристики) модели привязываются к моментам  $t_j$ .

#### 1.2. Иерархический уровень 1 – отдельный энергоблок

Отдельный однотипный серийный энергоблок произвольного типа  $r$  с именем (номером)  $n_j(\omega, r) \equiv n(t_j(\omega, r))$  и возрастными характеристиками в виде вектор-функции  $\tau_j(\omega, r) \equiv \tau(t_j(\omega, r))$  вводится в эксплуатацию на произвольной площадке  $\omega$  размещения на интервале  $(-\infty, T)$  времени в момент  $t_j(\omega, r)$  времени с общей номинальной (проектной) установленной мощностью

$$\begin{aligned} \dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) &\equiv \\ &\equiv \dot{Q}(n(t_j(\omega, r)), \tau(t_j(\omega, r))) \geq 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\tau_j(\omega, r)$  – вектор-столбец возрастных характеристик энергоблока (или предприятия), координатами которого служат характерные интервалы времени, отсчитанные от (или до) момента пуска  $t_j(\omega, r)$  в эксплуатацию энергоблока типа  $r$  на площадке  $\omega$ . Этими координатами являются  $\tau_j^{(\text{constr})}(\omega, r) \equiv \tau_j^{(\text{constr})}(t_j(\omega, r))$  – интервал времени строительства, отсчитанный до момента пуска  $t_j(\omega, r)$  в эксплуатацию энергоблока типа  $r$  на площадке  $\omega$ ;  $\tau_j^{(\text{modern})}(\omega, r) \equiv \tau_j^{(\text{modern})}(t_j(\omega, r))$  – интервал времени, отсчитанный от момента пуска  $t_j(\omega, r)$  энергоблока типа  $r$  в процессе его эксплуатации на площадке  $\omega$  (с периодом  $\tau_j^{(\text{modern})}(\omega, r)$  времени регулярно проводится модернизация (реконструкция) этого энергоблока вплоть до момента снятия с эксплуатации);  $\tau_j^{(\text{oper})}(\omega, r) \equiv \tau_j^{(\text{oper})}(t_j(\omega, r))$  – срок эксплуатации энергоблока типа  $r$  на площадке  $\omega$ , отсчитанный от момента пус-

ка  $t_j(\omega, r)$  этого энергоблока (предполагается, что через интервал  $\tau_j^{(oper)}(\omega, r) \leq \tau_j^{(life)}(\omega, r)$  времени энергоблок снимается с эксплуатации);  $\tau_j^{(life)}(\omega, r) \equiv \tau_j^{(life)}(t_j(\omega, r))$  – проектный срок службы энергоблока типа  $r$  на площадке  $\omega$ , отсчитанный от момента пуска  $t_j(\omega, r)$  этого энергоблока (предполагается, что  $\tau_j^{(life)}(\omega, r) \geq \tau_j^{(oper)}(\omega, r)$ ).

Будем различать два энергоблока как **неоднотипные**, если среди аргументов функции  $\dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  у них хотя бы одна характеристика неодинакова. Например, два серийных ядерных энергоблока ВВЭР-1000, различающиеся только одной характеристикой – сроком строительства, относятся к разным энергоустановкам и должны иметь разные имена в списке  $r$ .

Изменение установленной мощности во времени описывается соотношением

$$\begin{aligned} \dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) &= \\ &= \dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))E(t - t_j(\omega, r)), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  – функция, характеризующая изменение общей установленной мощности во времени на всем расчетном интервале планирования  $(-\infty, T)$ ;  $E(\tau)$  – функция, равная интегралу от дельта-функции  $\delta(\tau)$ ; ее значение равно нулю при  $\tau < 0$  и единице при  $\tau > 0$ , т.е. изображается ступенькой единичной высоты.

В (1) и ниже принято, что точка сверху над символом означает первую производную по времени, а две точки – вторую производную (если величина  $Q$  измеряется, например, в ГВт-год, то  $\dot{Q}$  – в ГВт,  $\ddot{Q}$  – в ГВт/год).

Предполагается, что общая установленная мощность  $\dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  и общая текущая нагрузка  $\dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) \equiv \dot{q}(t, n(t_j(\omega, r)), \tau_j(\omega, r))$  энергоблока могут быть разделены по видам вырабатываемой

энергии, т.е. справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) &= \\ &= \sum_{i=0}^I \gamma(i) \dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) &= \\ &= \sum_{i=0}^I \gamma(i) \dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $i$  – вид энергии, вырабатываемой энергоблоком;  $I$  – число видов спроса на энергию разных потенциалов;  $\dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i)$  – частичная установленная мощность как часть общей установленной мощности энергоблока, вырабатываемого в момент  $t$  энергию только вида  $i$ ;  $\dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i) \equiv \dot{q}(t, n(t_j(\omega, r)), \tau_j(\omega, r), i)$  – частичная нагрузка как часть общей текущей загрузки  $\dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  энергоблока;  $\gamma(i)$  – коэффициент, переводящий частичную мощность  $\dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i)$  энергоблока в общую мощность  $\dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  этого энергоблока (например, если  $\dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i)$  – мощность низкопотенциального тепла, измеренная в ГДж/с, а  $\dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  измерена в ГВт, то коэффициент  $\gamma(i)$  равен количеству ГВт, приходящемуся на один ГДж/с низкопотенциального тепла в технологическом процессе, протекающем на этом энергоблоке).

Для каждого энергоблока в любой момент  $t$  времени должны выполняться соотношения

$$\begin{aligned} \dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) &\geq \dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) \geq \\ &\geq \dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) \geq 0, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i) &\geq \\ &\geq \dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i) \geq 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Неравенство (5) означает, что функция  $\dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  изменения общей но-

минальной мощности энергоблока, введенного в эксплуатацию в момент  $t_j(\omega, r)$  времени, принимает значения, равные общей установленной мощности

$\dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  при  $t \geq t_j(\omega, r)$  и нулю при  $t < t_j(\omega, r)$ .

По технико-экономическим причинам загрузка  $\dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  энергоблока общей мощностью в любой момент времени может либо поддерживаться на уровне общей установленной мощности, либо снижаться до более низкого уровня (вплоть до нулевого, что соответствует временному или окончательному выводу энергоблока из эксплуатации). Неравенство (6) сохраняет эту же логику в отношении функции  $\dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i)$  изменения частичной установленной мощности и функции  $\dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i)$  изменения частичной загрузки энергоблока этой (частичной) установленной мощностью.

*Коэффициент использования установленной мощности отдельного энергоблока.*

Пусть в (6) между  $\dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i)$  и  $\dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i)$  существует соотношение [1] вида  $d\dot{q}/dt = \bar{\theta} d\dot{Q}/dt$ , где  $\bar{\theta}$  — отношение средней мощности к номинальной называют коэффициентом нагрузки (или коэффициентом использования установленной мощности). Тогда можно записать, что

$$\begin{aligned} \dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i) &= \\ &= \bar{\theta}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i) \times \\ &\times \dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\bar{\theta}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i) \equiv \bar{\theta}(t, n(t_j(\omega, r)), \tau_j(\omega, r), i)$  — коэффициент использования установленной частичной мощности энергоблока.

Пусть также в (5) между  $\dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  и  $\dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  существует такое соотношение

$$\begin{aligned} \dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) &= \\ &= \bar{\theta}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) \dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\bar{\theta}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) \equiv \bar{\theta}(t, n(t_j(\omega, r)), \tau_j(\omega, r))$  — коэффициент использования в момент  $t$  номинальной установленной мощности энергоблока. Тогда из (4), (8) и (7) следует, что

$$\begin{aligned} \bar{\theta}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) \dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) &= \\ &= \sum_{i=0}^I \gamma(i) \bar{\theta}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i) \times \\ &\times \dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i). \end{aligned} \quad (9)$$

Если для всех видов  $i$  спроса на энергию, предъявляемых к одной и той же энергоустановке, коэффициенты

$\bar{\theta}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i)$  одинаковы, то с учетом (3) получим  $\bar{\theta}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) = \bar{\theta}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i)$ . В более общем случае, если (4) выполняется обязательно, а (3) — не обязательно, то связь между  $\bar{\theta}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  и  $\bar{\theta}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i)$  дается выражением (9).

### 1.3. Иерархический уровень 2 — все одновременно введенные в эксплуатацию однотипные энергоблоки одной и той же площадки размещения

Для установленных мощностей  $\dot{Q}_j(\omega, r, \tau_j(\omega, r)) \equiv \dot{Q}(t_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$ ,  $\dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) \equiv \dot{Q}(t, t_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$ ,  $\dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i) \equiv \dot{Q}(t, t_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i)$  и текущих загрузок  $\dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) \equiv \dot{q}(t, t_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$ ,  $\dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i) \equiv \dot{q}(t, t_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i)$  всех однотипных энергоблоков произвольного типа  $r$ , введенных в эксплуатацию на произвольной площадке  $\omega$  размещения на интервале  $(-\infty, T)$  времени в момент  $t_j(\omega, r)$ , можно записать

$$\dot{Q}_j(\omega, r, \tau_j(\omega, r)) = \sum_{n_j(\omega, r)=0}^{N_j(\omega, r)} \dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)), \quad (10)$$

$$\dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) = \sum_{n_j(\omega, r)=0}^{N_j(\omega, r)} \dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)), \quad (11)$$

$$\dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i) = \sum_{n_j(\omega, r)=0}^{N_j(\omega, r)} \dot{Q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i), \quad (12)$$

$$\dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) = \sum_{n_j(\omega, r)=0}^{N_j(\omega, r)} \dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)), \quad (13)$$

$$\dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i) = \sum_{n_j(\omega, r)=0}^{N_j(\omega, r)} \dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i), \quad (14)$$

где  $N_j(\omega, r) \equiv N(t_j(\omega, r))$  – число имен однотипных серийных энергоблоков  $r$ , которые вводятся в эксплуатацию в один и тот же момент  $t_j(\omega, r)$  времени на площадке  $\omega$ .

С учетом (5), (6) и (2) справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \dot{Q}_j(\omega, r, \tau_j(\omega, r)) &\geq \dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) \geq \\ &\geq \dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) \geq 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i) \geq \dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i) \geq 0 \quad (16)$$

при  $t \geq t_j(\omega, r)$ ;

$$\dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) = \dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) = 0, \quad (17)$$

$$\dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i) = \dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i) = 0 \quad (18)$$

при  $t < t_j(\omega, r)$ .

Неравенство (15) означает, что функция  $\dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r))$  изменения общей суммарной установленной мощности однотипных энергоблоков, введенных одновременно в эксплуатацию в момент  $t_j(\omega, r)$  времени, принимает значения, равные общей суммарной установленной мощности  $\dot{Q}_j(\omega, r, \tau_j(\omega, r))$  этих энергоблоков при  $t \geq t_j(\omega, r)$  и нулю при  $t < t_j(\omega, r)$ .

По технико-экономическим причинам общая суммарная нагрузка  $\dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r))$  этих же энергоблоков в любой момент времени может либо поддерживаться на уровне их общей суммарной установленной мощности, либо снижаться до более низкого уровня (вплоть до нулевого, что соответствует временному или окончательному выводу этих энергоблоков из эксплуатации).

Неравенство (16) сохраняет эту же логику в отношении функции  $\dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i)$  изменения частичной

суммарной установленной мощности и функции  $\dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i)$  изменения частичной суммарной загрузки этих же энергоблоков.

Подставив (3) в (11) с учетом (12), получим  $\dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) =$

$$= \sum_{i=0}^I \gamma(i) \dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i). \text{ Аналогично, подставив (4) в (13) с учетом (14), получим}$$

$$\dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) = \sum_{i=0}^I \gamma(i) \dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i).$$

Введем начальные условия для  $t = -\infty$  и  $j = 0$

$$\dot{Q}_0(-\infty, \omega, r, \tau_0(\omega, r)) = \dot{Q}_0(-\infty, \omega, r, \tau_0(\omega, r), i) = 0 \quad (19)$$

и конечные условия для  $t = T$

$$\dot{Q}_j(T, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) = \dot{Q}_j(T, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i) = 0. \quad (20)$$

Определим  $\bar{\theta}(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r))$  – коэффициент использования общей суммарной установленной мощности всех одновременно введенных на одной и той же площадке размещения однотипных энергоблоков из условия одинаковой загруженности этих энергоблоков как  $\bar{\theta}(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) \equiv \bar{\theta}(t, n(t, \omega, r), \tau_j(\omega, r)) = \bar{\theta}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r), i) \equiv \bar{\theta}(t, n(t, \omega, r), \tau_j(\omega, r), i)$ .

Выразим функции  $\dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i)$  и  $\dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r))$  с учетом этого коэффициента. Из (14), (7) и (12) получим

$$\begin{aligned} \dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i) &= \bar{\theta}(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) \times \\ &\times \dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i), \text{ а из (13), (8) и (11) –} \\ \dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) &= \bar{\theta}(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) \times \\ &\times \dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)). \end{aligned}$$

#### 1.4. Иерархический уровень 3 – произвольная площадка $\omega$ размещения

На произвольной площадке  $\omega$  размещения в любой момент  $t$  времени суммарная текущая нагрузка всех энергоблоков одного произвольного типа  $r$  равна

$$\dot{q}_{\Sigma}(t, \omega, r) = \sum_{j=0}^{J(\omega, r)} \dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)), \quad (21)$$

а суммарная текущая нагрузка только по виду  $i$  вырабатываемой энергии, соответственно, равна

$$\dot{q}_{\Sigma}(t, \omega, r, i) = \sum_{j=0}^{J(\omega, r)} \dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i). \quad (22)$$

Из (19), (17) и (21) следует, что

$$\dot{q}_{\Sigma}(-\infty, \omega, r) = 0, \quad (23)$$

а из (19), (18) и (22) –

$$\dot{q}_{\Sigma}(-\infty, \omega, r, i) = 0. \quad (24)$$

Для энергоблоков типа  $r$  к моменту  $t$  суммарная (по всем видам спроса на энергию) энерговыработка определяется так:

$$q_{\Sigma}(t, \omega, r) = \int_{-\infty}^t \dot{q}_{\Sigma}(t', \omega, r) dt',$$

а суммарная энерговыработка только по виду  $i$  энергии, соответственно, равна

$$q_{\Sigma}(t, \omega, r, i) = \int_{-\infty}^t \dot{q}_{\Sigma}(t', \omega, r, i) dt'.$$

Суммарная установленная мощность удовлетворяет ограничению

$$\dot{Q}_{\Sigma}(t, \omega, r) \geq \dot{q}_{\Sigma}(t, \omega, r) \geq \dot{q}_{\Sigma}(t, \omega, r, i) \geq 0,$$

где  $\dot{Q}_{\Sigma}(t, \omega, r)$  определяется уравнением

$$\begin{aligned} d\dot{Q}_{\Sigma}(t, \omega, r)/dt &= \ddot{Q}_{\Sigma}(t, \omega, r) = \\ &= \sum_{r=0}^R \sum_{j=0}^{J(\omega, r)} \dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) \delta(t - t_j(\omega, r)). \end{aligned} \quad (25)$$

В любой момент  $t$  для всех энергоблоков произвольной площадки  $\omega$  можно записать

$$\begin{aligned} d\dot{Q}_{\Sigma}(t, \omega)/dt &= \ddot{Q}_{\Sigma}(t, \omega) = \\ &= \sum_{r=0}^R \sum_{j=0}^{J(\omega, r)} \dot{Q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) \delta(t - t_j(\omega, r)), \end{aligned} \quad (26)$$

где  $R$  – число неповторяющихся типов энергоблоков, которые могут вводиться в эксплуатацию на площадках  $\omega$ .

Сравнение (25) и (26) дает равенство

$$\frac{d}{dt} \dot{Q}_{\Sigma}(t, \omega) = \sum_{r=0}^R \frac{d}{dt} \dot{Q}_{\Sigma}(t, \omega, r).$$

Полное число энергоблоков, введенных в доплановый период предыстории и вводимых в оптимизируемом плановом периоде, на произвольной площадке  $\omega$  размещения равно  $\sum_{r=0}^R (J(\omega, r) + 1)$ .

Суммарная текущая нагрузка площадки  $\omega$  по всем видам вырабатываемой энергии включает все суммарные текущие нагрузки энергоблоков типов  $r$ , расположенных на этой площадке, т.е.

$$\dot{q}_{\Sigma}(t, \omega) = \sum_{r=0}^R \dot{q}_{\Sigma}(t, \omega, r), \quad (27)$$

и по виду  $i$  энергии, соответственно, равна

$$\dot{q}_{\Sigma}(t, \omega, i) = \sum_{r=0}^R \dot{q}_{\Sigma}(t, \omega, r, i). \quad (28)$$

Из (23) и (27) следует, что

$$\dot{q}_{\Sigma}(-\infty, \omega) = 0, \quad (29)$$

а из (24) и (28) –

$$\dot{q}_{\Sigma}(-\infty, \omega, i) = 0. \quad (30)$$

Суммарная (по всем видам спроса на энергию) энерговыработка к моменту  $t$  всех энергоблоков площадки  $\omega$  определится как  $q_{\Sigma}(t, \omega) = \int_{-\infty}^t \dot{q}_{\Sigma}(t', \omega) dt'$ , а по виду  $i$  энергии, соответственно, равна

$$q_{\Sigma}(t, \omega, i) = \int_{-\infty}^t \dot{q}_{\Sigma}(t', \omega, i) dt'. \quad (31)$$

Для суммарной установленной к моменту  $t$  мощности всех энергоблоков на площадке  $\omega$  должны выполняться неравенства  $\dot{Q}_{\Sigma}(\omega) \geq \dot{Q}_{\Sigma}(t, \omega) \geq \dot{q}_{\Sigma}(t, \omega) \geq \dot{q}_{\Sigma}(t, \omega, i) \geq 0$ , означающие, что в любой момент  $t \geq t_{\Sigma}(\omega)$  времени предельная установленная мощность  $\dot{Q}_{\Sigma}(\omega)$  каждой площадки  $\omega$  должна быть неотрицательна и не меньше суммы установленных мощностей  $\dot{Q}_{\Sigma}(t, \omega)$  энергоблоков, введенных в эксплуатацию на этой площадке до момента  $t$ .

1.5. Иерархический уровень 4 – энергоблоки только одного типа  $r$  по всей энергосистеме

Для любого момента  $t$  времени справедливо соотношение

$$d\dot{Q}_\Sigma(t, r)/dt = \ddot{Q}_\Sigma(t, r) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \sum_{j=0}^{J(\omega, r)} \dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)) \delta(t - t_j(\omega, r)), \quad (32)$$

где  $\Omega$  – число площадок размещения энергоблоков энергосистемы.

Просуммировав (32) по  $r$ , а (26) по  $\omega$ ,

получим  $\sum_{r=0}^R \frac{d}{dt} \dot{Q}_\Sigma(t, r) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \frac{d}{dt} \dot{Q}_\Sigma(t, \omega)$  или

$$\sum_{r=0}^R \ddot{Q}_\Sigma(t, r) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \ddot{Q}_\Sigma(t, \omega).$$

Суммарная текущая нагрузка по всем видам вырабатываемой энергии равна

$$\dot{q}_\Sigma(t, r) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \dot{q}_\Sigma(t, \omega, r) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \sum_{j=0}^{J(\omega, r)} \dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r)), \quad (33)$$

а только по виду  $i$  вырабатываемой энергии, соответственно, равна

$$\begin{aligned} \dot{q}_\Sigma(t, r, i) &= \sum_{\omega=0}^{\Omega} \dot{q}_\Sigma(t, \omega, r, i) = \\ &= \sum_{\omega=0}^{\Omega} \sum_{j=0}^{J(\omega, r)} \dot{q}_j(t, \omega, r, \tau_j(\omega, r), i). \end{aligned} \quad (34)$$

Из (23) и (33) следует, что

$$\dot{q}_\Sigma(-\infty, r) = 0, \quad (35)$$

а из (24) и (34), что

$$\dot{q}_\Sigma(-\infty, r, i) = 0. \quad (36)$$

Просуммировав (33) по  $r$ , а (27) по  $\omega$ ,

получим  $\sum_{r=0}^R \dot{q}_\Sigma(t, r) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \dot{q}_\Sigma(t, \omega)$ ; просуммировав (34) по  $r$ , а (28) по  $\omega$ , получим

$$\sum_{r=0}^R \dot{q}_\Sigma(t, r, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \dot{q}_\Sigma(t, \omega, i).$$

Суммарная (по всем видам спроса на энергию) энерговыработка к моменту  $t$  для всех энергоблоков одного произвольного типа  $r$  во всей энергосистеме определится

так:  $q_\Sigma(t, r) = \int_{-\infty}^t \dot{q}_\Sigma(t', r) dt'$ , а только по виду

$i$  вырабатываемой энергии, соответственно,

$$q_\Sigma(t, r, i) = \int_{-\infty}^t \dot{q}_\Sigma(t', r, i) dt'.$$

Для суммарной установленной к моменту  $t$  мощности всех энергоблоков одного произвольного типа  $r$  во всей энергосистеме должны выполняться соотношения  $\dot{Q}_\Sigma(t, r) \geq \dot{q}_\Sigma(t, r) \geq q_\Sigma(t, r, i) \geq 0$ .

1.6. Иерархический уровень 5 – вся энергосистема

На уровне 5 суммируются характеристики энергоблоков всех типов по всем площадкам размещения энергосистемы.

По определению в любой момент  $t$  времени суммарная текущая производительность  $\dot{q}_\Sigma(t)$  всех площадок  $\omega$  представляет собой сумму по всем площадкам суммарных текущих производительностей всех энергоблоков каждой площадки:

$$\dot{q}_\Sigma(t) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \dot{q}_\Sigma(t, \omega) = \sum_{r=0}^R \dot{q}_\Sigma(t, r) \quad (37)$$

– по всем видам спроса вырабатываемой энергии;

$$\dot{q}_\Sigma(t, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \dot{q}_\Sigma(t, \omega, i) = \sum_{r=0}^R \dot{q}_\Sigma(t, r, i) \quad (38)$$

– для вида  $i$  спроса вырабатываемой энергии.

Из (29) или (35) и (37) следует, что

$$\dot{q}_\Sigma(-\infty) = 0, \quad (39)$$

а из (30) или (36) и (38), что

$$\dot{q}_\Sigma(-\infty, i) = 0. \quad (40)$$

Тогда суммарная энерговыработка к моменту  $t$  всех энергоблоков для всех площадок энергосистемы определится так:

$q_\Sigma(t) = \int_{-\infty}^t \dot{q}_\Sigma(t') dt'$  – по всем видам спроса вырабатываемой энергии;

$q_\Sigma(t, i) = \int_{-\infty}^t \dot{q}_\Sigma(t', i) dt'$  – для вида  $i$  спроса вырабатываемой энергии.

Суммарную энерговыработку к моменту  $t$  всех энергоблоков для всех площадок энергосистемы можно получить так:

$q_{\Sigma}(t) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} q_{\Sigma}(t, \omega) = \sum_{r=0}^R q_{\Sigma}(t, r)$  – по всем видам спроса вырабатываемой энергии, если проинтегрировать (37) по времени;

$q_{\Sigma}(t, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} q_{\Sigma}(t, \omega, i) = \sum_{r=0}^R q_{\Sigma}(t, r, i)$  – для вида  $i$  спроса вырабатываемой энергии, если проинтегрировать (38) по времени.

Для суммарной установленной к моменту  $t$  мощности всех энергоблоков всех площадок энергосистемы должны выполняться соотношения  $\dot{Q}_{\Sigma}(t) \geq \dot{q}_{\Sigma}(t) \geq \dot{q}_{\Sigma}(t, i) \geq 0$ , где  $\dot{Q}_{\Sigma}(t)$  определяется уравнением

$$d\dot{Q}_{\Sigma}(t)/dt = \ddot{Q}_{\Sigma}(t) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \dot{Q}_{\Sigma}(\omega) \delta(t - t_{\Sigma}(\omega)).$$

## 2. Пространство внешних ограничений

Пусть  $U_+$  – множество наименований ограниченных ресурсов, связанное с производством энергии, такое, что  $U_+ = \{u | u = \overline{0, U}; U_+ = \emptyset, \text{ если } u = 0\}$ .

Множеству  $U_+$  наименований ограниченных ресурсов ставятся в соответствие множества функций времени:  $H_+$  для верхних и  $H_-$  для нижних границ изменения этих ресурсов, такие, что  $H_+ = \{H^{(u)}(t) | u = \overline{0, U}, t \in (-\infty, T); H_+ = \emptyset, \text{ если } u = 0\}$  и  $H_- = \{h^{(u)}(t) | u = \overline{0, U}, t \in (-\infty, T); H_- = \emptyset, \text{ если } u = 0\}$ .

Например, для номинальной (проектной) установленной мощности  $\dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  серийного энергоблока произвольного типа  $r$  с именем  $n_j(\omega, r)$  и возрастными характеристиками  $\tau_j(\omega, r)$ , предполагаемого к вводу в эксплуатацию на произвольной площадке  $\omega$  размещения на интервале  $(-\infty, T)$  времени в момент  $t_j(\omega, r)$ , имя ограничения будет  $u = \dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$ , функции  $H^{(u)}(t)$  и  $h^{(u)}(t)$  заданы, а ограничение имеет вид  $h^{(u)}(t) \leq \dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) \leq H^{(u)}(t)$ .

Этот принцип составления ограничений можно распространить на любой ограниченный ресурс.

## 3. Спрос на энергию

К моменту  $t$  времени потребители предъявляют энергосистеме суммарный эквивалентный спрос на энергию всех видов, равный  $q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t) = \sum_{i=0}^I \theta(i) q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, i)$ , где

$\theta(i)$  – коэффициент перевода энергии вида  $i$  в эквивалентную энергию (например, если  $q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t)$  представлять в виде базисной электроэнергии, измеренной в кВт·час (или ГВт·с), а вид энергии  $i$  – тепло водяного пара определенного потенциала, измеренное в ГДж, то коэффициент  $\theta(i)$  эквивалентно переводит тепло в базисную электроэнергию, т.е. определяет, сколько кВт·час (или ГВт·с) получится из одного ГДж). В частном случае возможно, что  $\theta(i) = \gamma(i)$ ;  $q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, i)$  – суммарный спрос на энерговыработку вида  $i$  к моменту  $t$ , причем

$$q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t) \geq 0, \quad q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, i) \geq 0.$$

Для спроса на энергию вида  $i$ , предъявляемого к энергоблокам площадки  $\omega$ , должны выполняться соотношения

$$q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i), \quad q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) \geq 0, \quad (41)$$

где  $q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i)$  – спрос на энерговыработку вида  $i$  к моменту  $t$  времени, предъявляемый ко всем энергоблокам площадки  $\omega$ .

Если энерговыработка любого вида – нескладируемый продукт, то спрос  $q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i)$  на нее в точности равен предложению  $q_{\Sigma}(t, \omega, i)$  со стороны ее производителей:

$$q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) = q_{\Sigma}(t, \omega, i) \geq 0. \quad (42)$$

Обычно функции спроса задаются либо непрерывными, либо кусочно-непрерывными функциями, быть может, имеющими разрывы первого рода. В этом случае они имеют производные с конечными значениями.

Формально для  $q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i)$  можно ввести определение

$$q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) = \int_{-\infty}^t \dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t', \omega, i) dt',$$

$$\dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(-\infty, \omega, i) = 0. \quad (43)$$

Тогда из (42), (43) и (31) следует равенство  $\dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) = \dot{q}_{\Sigma}(t, \omega, i)$ , и вариация спроса на мощности  $\dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i)$  компенсируется вариацией производственных мощностей  $\dot{q}_{\Sigma}(t, \omega, i)$ , т.е.

$$\delta \dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) = \delta \dot{q}_{\Sigma}(t, \omega, i).$$

Поскольку энергия не является складываемым продуктом (имеются ввиду большие ее объемы в отличие от малых объемов, которые можно аккумулировать в специальных устройствах, выполняющих роль склада потенциальной энергии), то суммарная текущая энерговыработка всех видов энергии на площадке  $\omega$  должна равняться суммарному спросу всех видов энергии, вырабатываемой площадкой  $\omega$ , т.е.

$$q_{\Sigma}(t, \omega) = q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega), \quad q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega) \geq 0, \quad \text{где}$$

$$q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega) = \sum_{i=0}^I \theta(i) q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i).$$

#### 4. Первичное сырье

Как уже отмечалось выше, модель включает  $I$  видов первичных энергоисточников (первичного энергетического сырья), переработка каждого из которых может давать энергосистеме свои сорта энергосырья.

Изменение поступающего на склад к моменту  $t$  времени объема  $G(t, s(l))$  энергетического сырья сорта  $s$  для первичного энергоисточника  $l$  в связи с возможным потреблением этого сорта энергетического сырья для нужд энергосистемы дается уравнением вида

$$dG(t, s(l))/dt = -\dot{G}(t, s(l)), \quad (44)$$

причем

$$G(t, s(l)) \geq 0. \quad (45)$$

Поток  $\dot{G}(t, s(l))$  может быть любого знака, но

$$\dot{G}(-\infty, s(l)) = 0. \quad (46)$$

Выражения (44)...(46) в действительности представляют собой систему уравнений.

Технологические соотношения, связывающие энерговыработку к моменту  $t$  энергоблока типа  $r$ , расположенного на площадке  $\omega$  и введенного в эксплуатацию в момент  $t_j(\omega, r)$ , с потреблением энергетического сырья сорта  $s$ , имеют вид

$$\dot{G}(t, s(l)) = \sum_{r=0}^R \dot{G}(t, r, s(l)), \quad (47)$$

$$\dot{G}(t, r, s(l)) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \dot{G}(t, \omega, r, s(l)), \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \dot{G}(t, \omega, r, s(l)) = & \\ = \sum_{j=0}^{j(\omega, r)} \left\{ M_{\text{eq}}(\omega, t_j(\omega, r), r, s(l)) \ddot{Q}(t, \omega, r) + \right. & \\ \left. + \int_{-\infty}^t g_{\text{eq}}(t', \omega, t_j(\omega, r), r, s(l)) \dot{q}_j(t', \omega, r) dt' \right\} & \quad (49) \\ & \text{для } t_j(\omega, r) \leq t. \end{aligned}$$

Здесь  $M_{\text{eq}}$  — эквивалентная начальная загрузка сырья сорта  $s$  в системе “энергоустановка-топливный цикл” к моменту  $t$  для энергоблока типа  $r$ , расположенного на площадке  $\omega$  и введенного в эксплуатацию в момент  $t_j(\omega, r)$ , а  $g_{\text{eq}}$  — результирующий годовой поток сырья сорта  $s$  в этой же системе для этого же энергоблока.

Для энергоблока ЯЭУ эти характеристики даются выражениями [1]

$$M_{\text{eq}} = M_{\text{in}} + \Delta M_{\text{out}} T_{\text{EFC}} / T_r - (\Delta M_{\text{in}} + \Delta M_{\text{out}}) / 2,$$

$$g_{\text{eq}} = (\Delta M_{\text{in}} - \Delta M_{\text{out}}) / T_r,$$

где  $M_{\text{in}}$  — начальная загрузка сырья сорта  $s$  в энергоблок;  $\Delta M_{\text{in}}$  — порция сырья сорта  $s$ , регулярно догружаемая в энергоблок с интервалом  $T_r$ ;  $\Delta M_{\text{out}}$  — порция сырья сорта  $s$ , регулярно выгружаемая из энергоблока с интервалом  $T_r$ ;  $T_{\text{EFC}}$  — время задержки сырья сорта  $s$  во внешнем топливном цикле (включая время выдержки облученного в ЯЭУ топлива, радиохимической переработ-

ки и изготовления новых топливных сборок) до готовности к использованию в ЯЭУ.

Сырьем сорта  $s$  в ЯЭУ с энергоблоком типа  $r$  может быть какой-либо изотоп, скажем,  $^{235}\text{U}$  или  $^{238}\text{U}$ , или  $^{239}\text{Pu}$  и т.д. Топливо же представляет собой сложную композицию изотопов (сырья многих сортов  $s$ ). В этом случае можно проследить судьбу каждого изотопа сложной композиции ядерного топлива этого энергоблока.

Для неядерных энергоблоков (например, на природном газе или угле и т.д.) формулы для  $M_{\text{eq}}$  и  $g_{\text{eq}}$  упрощаются, так как в этом случае  $\Delta M_{\text{out}} = 0$ . При  $t_j(\omega, r) > t$  следует иметь в виду (17).

Соотношения (47)...(49) предполагают применение для энерговыработки не только энергоблоков, ориентированных на потребление одного вида сырья (например, угля или природного газа), но также энергоблоков, ориентированных на комбинированное использование сырья.

### 5. Вредные выбросы в окружающую среду

Энерговыработка сопровождается выбросами "ядов" (химических соединений или веществ), загрязняющих природную среду, нарушающих равновесие экосистемы, ухудшающих привычные условия обитания человека, фауны и флоры. Эти выбросы снижают уровень жизни человека [2...4], т.е. снижают качество и безопасность жизни, нарушая равновесие в "живой" и "неживой" природе. Чтобы поддерживать приемлемый для человека и природы (разумеется, с точки зрения человека) уровень жизни, следует наложить ограничения на выбросы "ядов" в результате человеческой деятельности, в том числе производства энергии.

Пусть  $V_+$  – множество регламентируемых "ядов"; причем  $V_+ = \{v | v = \overline{0, V}\}$ ;  $V_+ = \emptyset$ , если  $v = 0$ , где  $V$  – число регламентируемых "ядов". Для суммарного

потока  $\dot{G}(t, \omega, r, v)$  выбросов "яда"  $v$  в момент  $t$  времени, который производится всеми энергоблоками типа  $r$  площадки  $\omega$  размещения, можно записать по аналогии с (49):

$$\dot{G}(t, \omega, r, v) = \sum_{j=0}^{J(\omega, r)} \left\{ \int_{-\infty}^t g_{\text{tox}}(t', \omega, t_j(\omega, r), r, v) \dot{q}_j(t', \omega, r) dt' \right\} \quad (50)$$

для  $t_j(\omega, r) \leq t$ ,

$$\dot{G}(t, \omega, r, v) \geq 0. \quad (51)$$

В (50)  $g_{\text{tox}}(t, \omega, t_j(\omega, r), r, v)$  – количество выбросов "яда"  $v$  в момент  $t$ , приходящееся на единицу продукции (единицу энерговыработки, например, кг/(кВт·час)) энергоблока типа  $r$ , т.е. произведенной по технологии  $r$ .

Выражение (51) в общем случае необязательно, так как можно представить ситуацию, когда "яд"  $v$  будет потребляться какой-либо энерготехнологией. В этом случае поток  $\dot{G}(t, \omega, r, v)$  может быть в какие-то моменты времени отрицательным.

Суммарный поток  $\dot{G}(t, \omega, v)$  выбросов "яда"  $v$  в момент  $t$  времени, который производится всеми энергоблоками площадки  $\omega$  размещения, определяется в виде

$$\dot{G}(t, \omega, v) = \sum_{r=0}^R \dot{G}(t, \omega, r, v), \quad (52)$$

а суммарный поток  $\dot{G}(t, v)$  выбросов этого "яда", который производится всеми энергоблоками всех площадок  $\omega$ , равен

$$\dot{G}(t, v) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \dot{G}(t, \omega, v). \quad (53)$$

Следует заметить, что Протоколом Конференции в Киото [2] регламентирован выброс шести парниковых газов:  $\text{CO}_2$ ,  $\text{CH}_4$ ,  $\text{N}_2\text{O}$ ,  $\text{HFCs}$ ,  $\text{PFCs}$ ,  $\text{SF}_6$ , возможно, влияющих на изменения климата планеты. Отслеживаются также выбросы шести видов соединений [3...5]:  $\text{SO}_x$ ,  $\text{NO}_x$ ,  $\text{CO}$ ,  $\text{CH}_4$ ,  $\text{CO}_2$ , твердые частицы. Введены региональные ограничения на выбросы этих соединений в экосферу. Установление

штрафов (платы) за превышение регламентированных норм выбросов – актуальная задача, требующая обоснования в виде системных исследований.

Интенсивность выброса “яда”  $v$  следует ограничить либо на глобальном уровне

$$\dot{G}(t, v) \leq \dot{G}^{(\text{limit})}(t, v), \quad (54)$$

где  $\dot{G}^{(\text{limit})}(t, v)$  – предельно допустимый поток выбросов “яда”  $v$  для всей энергосистемы (глобальный предел), либо на локальном уровне

$$\dot{G}(t, \omega, v) \leq \dot{G}^{(\text{limit})}(t, \omega, v), \quad (55)$$

где  $\dot{G}^{(\text{limit})}(t, \omega, v)$  – предельно допустимый поток выбросов “яда”  $v$  для площадки  $\omega$  (локальный предел).

Ограничения вида (54), (55) математически удобно представить в виде ограничений “на склад”, понимая условность этого представления. Пусть экосистема представляет собой множество складов хранения “ядов”. Будем также считать, что экосистемой для каждого “яда”  $v$  выделен свой склад с текущим запасом  $G(t, v)$  и предельным объемом  $G^{(\text{limit})}(t, v)$ . Тогда выражение (54) для накопления глобального склада “яда”  $v$ , допустимого экосистемой, можно записать в виде

$$dG(t, v)/dt = \dot{G}(t, v), \quad (56)$$

$$0 \leq G(t, v) \leq G^{(\text{limit})}(t, v). \quad (57)$$

Выражение (55) для накопления локального (регионального или районного) склада “яда”  $v$  с текущим запасом  $G(t, \omega, v)$  и предельным объемом  $G^{(\text{limit})}(t, \omega, v)$ , допустимыми локальной экосистемой района, можно записать так:

$$dG(t, \omega, v)/dt = \dot{G}(t, \omega, v), \quad (58)$$

$$0 \leq G(t, \omega, v) \leq G^{(\text{limit})}(t, \omega, v). \quad (59)$$

В этом случае текущий запас “яда”  $v$  на глобальном складе равен сумме текущих запасов этого “яда” на локальных (на каждой площадке размещения) складах:

$$G(t, v) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} G(t, \omega, v). \quad (60)$$

Отметим, что соотношения (50)...(60), учитывающие влияние на экосистему выбросов произвольного “яда”  $v$ , верны и для всего списка “ядов” из множества  $V_+$ , т.е. образуют систему соотношений.

## 6. Допустимые уровни радиационного воздействия

Нормативы допустимых выбросов  $\alpha$ -излучающих актиноидов,  $^{85}\text{Kr}$ ,  $^{129}\text{I}$  с предприятий ЯТЦ предложены в 1975 г. в США Агентством по охране окружающей среды и с января 1983 г. узаконены Федеральным регистром США (40CFR190) [6, 7]. В соответствии с этими нормативами защиты населения от облучения общее число поступающих в окружающую среду радиоактивных веществ в расчете на 1 ГВт·год производимой электроэнергии при КИУМ = 1 должно быть не больше:

$1,85 \cdot 10^7$  Бк/(ГВт·год) или 0,5 мКи/ (ГВт·год) – для  $\alpha$ -излучающих актиноидов,  
 $1,85 \cdot 10^{15}$  Бк/(ГВт·год) – для  $^{85}\text{Kr}$ ,  
 $1,85 \cdot 10^8$  Бк/(ГВт·год) – для  $^{129}\text{I}$ .

Первый норматив действует суммарно по всем  $\alpha$ -излучающим актиноидам, имеющим период полураспада более 1 года. Каждый из этих нормативов действует суммарно по всем стадиям переработки ядерного топлива вплоть до захоронения, а именно, на стадиях извлечения урана из руды и его обогащения, изготовления топлива, облучения топлива в энергетических реакторах, переработки облученного топлива. Такие стадии топливного цикла, как добыча урановой руды и ее транспортировка, повторное использование неурановых материалов и побочных продуктов реакций, захоронение радиоактивных отходов, не попадают под действие указанных нормативов.

Выполнение этих нормативов (ограничений) в расчетах удобно связывать с величинами коэффициентов удержания соответственно:  $\alpha_{\text{contain}}^{(\text{actinid})}$  – для  $\alpha$ -излучающих актиноидов,  $\alpha_{\text{contain}}^{(85\text{Kr})}$  – для  $^{85}\text{Kr}$ ,  $\alpha_{\text{contain}}^{(129\text{I})}$  – для  $^{129}\text{I}$ .

Например, физический смысл коэффициента  $\alpha_{\text{contain}}^{(\text{actinid})}$  легко понять, если предста-

вить следующий предельный случай. Пусть основная доля выбросов  $\alpha$ -излучающих актиноидов связана со стадией радиохимической переработки. Тогда, отправляя на радиохимическую переработку  $M$  граммов  $^{239}\text{Pu}$  (причем примерно 16 граммов  $^{239}\text{Pu}$  соответствуют активности этого изотопа, равной 1 Ки), радиоактивность величиной  $M \alpha_{\text{contain}}^{(\text{actinid})} / 16$  кюри может попасть в окружающую среду, например, в виде аэрозолей, которые не удается по технологии полностью удержать и связать. Но это количество не должно превысить установленный норматив 0,5 мКи/(ГВт·год).

Таким образом, каждый в отдельности коэффициент выброса характеризует безопасный уровень технологии в обращении соответственно с  $\alpha$ -излучающими актиноидами,  $^{85}\text{Kr}$ ,  $^{129}\text{I}$ .

Нынешний уровень технологии радиохимической переработки [8], по-видимому, обеспечивает значение коэффициента  $\alpha_{\text{contain}}^{(\text{actinid})}$ , равное  $10^{-8}$ . В [8] отмечается, что в практике переработки ядерного топлива на заводе WAK (Германия) еще до вывода его из эксплуатации достигнут уровень технологии, обеспечивающий  $\alpha_{\text{contain}}^{(\text{actinid})} = 10^{-9}$ .

При  $\alpha_{\text{contain}}^{(\text{actinid})} = 10^{-8}$  уровень технологии радиохимической переработки таков, что из каждых десяти миллиардов атомов, идущих на переработку  $\alpha$ -излучающих актиноидов, только сто атомов попадают в атмосферу, при  $\alpha_{\text{contain}}^{(\text{actinid})} = 10^{-9}$  — десять атомов, а при  $\alpha_{\text{contain}}^{(\text{actinid})} = 10^{-10}$  — один атом.

### 6.1. Выбросы $\alpha$ -излучающих актиноидов в окружающую среду

Нуклиды плутония могут попасть в атмосферу в виде аэрозолей  $\text{PuO}_2$  или  $\text{PuNO}_3$  вместе с газовыми выбросами, а также оказаться в водоемах, попав туда вместе с жидкими сбросами. Основным интерес представляют следующие нуклиды плутония:  $^{238}\text{Pu}$  (период полураспада 87,8 лет),  $^{239}\text{Pu}$  (период полураспада 24 100 лет),  $^{240}\text{Pu}$  (период полураспада 650 лет),

$^{241}\text{Pu}$  (период полураспада 14,4 лет),  $^{242}\text{Pu}$  (период полураспада  $3,9 \cdot 10^5$  лет).

Наибольшую опасность для здоровья представляет вдыхание плутония, накапливающегося в легких. Кроме того, плутоний может попасть в организм при потреблении овощей, молока, мяса, рыбы и питьевой воды; при этом плутоний преимущественно откладывается в костных тканях.

О других радиологически существенных нуклидах можно сказать следующее. В процессе остекловывания высокоактивных отходов может произойти утечка летучих оксидов радионуклидов рутения, технеция, селена, теллура, сурьмы, а также актиноидов, таких как америций  $^{241}\text{Am}$  (период полураспада 43,3 лет),  $^{243}\text{Am}$  (период полураспада 7 380 лет) и кюрий  $^{242}\text{Cm}$  (период полураспада 18,1 лет). Актиноиды могут проникнуть в человеческий организм теми же путями, что и плутоний; их радиологическое воздействие на человека приблизительно такое же, как у плутония [6, 7].

Ограничение на выбросы  $\alpha$ -излучающих актиноидов в окружающую среду вводится в модель следующим образом.

Поток  $\dot{G}(t, \omega, r, s)$  нуклида сорта  $s$  (например,  $^{239}\text{Pu}$ ) к моменту  $t$  времени в топливе, выгружаемом из ЯЭУ типа  $r$ , расположенных на площадке  $\omega$  размещения, определяется выражением (49). Поток  $\dot{G}(t, r, s)$  этого же нуклида к моменту  $t$  в топливе, выгружаемом из ЯЭУ типа  $r$ , подсчитанный по всем площадкам, дается выражением (48), а поток  $\dot{G}(t, s)$  этого же нуклида к моменту  $t$  в топливе, выгружаемом из всех ЯЭУ на всех площадках, определяется выражением (47).

Для  $\alpha$ -излучающего актиноида сорта  $s \in \mathbf{S}_+^{(\text{actinid})}$  удельная активность  $A_{\text{yr}}(s)$  вычисляется по следующей формуле [9, 10]:

$$A_{\text{yr}}(s) = N_A \ln 2 / (A T_{1/2}) = 3,59 \cdot 10^5 / (A T_{1/2}), \text{ Ки/г}, \quad (61)$$

где  $A$  — масса моля в граммах;  $N_A$  — число Авогадро, равное  $6,022 \cdot 10^{23}$  моль $^{-1}$ ;  $T_{1/2}$  — период полураспада актиноида, лет;

$S_+^{(actmid)} = \{s \mid s = 0, \overline{S^{(actmid)}}\}$ ;  $S_+^{(actmid)} = \emptyset$ , если  $s = 0$  — подмножество актиноидов, принадлежащее множеству  $S_+$  сортов энергетического сырья, т.е.  $S_+^{(actmid)} \subset S_+$ .

Ограничение, связанное с нормативом на выбросы в окружающую среду всех  $\alpha$ -излучающих актиноидов из списка  $S$ , имеющих период полураспада, больший одного года, можно записать в виде

$$\alpha_{\text{contain}}^{(actmid)} \sum_{s \in S_+^{(actmid)}} \{\dot{G}(t,s) A_{yd}(s) \cdot 10^6\} \leq H_{\text{norm}}^{(actmid)} \dot{Q}_{\Sigma}(t, \kappa \in R_+^{(nucl)}). \quad (62)$$

Здесь  $\alpha_{\text{contain}}^{(actmid)}$  — коэффициент, характеризующий уровень совершенства технологий переработки ядерного топлива в ЯТЦ (прежде всего передела радиохимической переработки облученного ядерного топлива) в отношении удержания  $\alpha$ -излучающих актиноидов и их непопадания в окружающую среду (порядок значений  $\alpha_{\text{contain}}^{(actmid)}$  — от  $10^{-7}$  до  $10^{-10} \dots 10^{-11}$  и меньше);

$H_{\text{norm}}^{(actmid)} = 1,85 \cdot 10^7$  Бк/(ГВт(э)·год) или  $0,5 \cdot 10^{-3}$  Ку/(ГВт(э)·год) — верхняя граница допустимого значения (норматив) на выбросы в окружающую среду всех  $\alpha$ -излучающих актиноидов из списка  $s$ , имеющих период полураспада, больший одного года;

$R_+^{(nucl)}$  — подмножество типов ядерных энергоблоков, которые могут вводиться в эксплуатацию на площадках  $\omega$  для удовлетворения  $i$  видов спросов на энергию;  $R_+^{(nucl)} = \{r \mid r = 0, \overline{R^{(nucl)}}\}$ ;  $R_+^{(nucl)} = \emptyset$ , если  $r = 0$ ;  $R^{(nucl)}$  — число неповторяющихся типов ядерных энергоблоков. Множество  $R_+$  всех возможных типов энергоблоков включает подмножество  $R_+^{(nucl)}$ , иначе говоря,  $R_+^{(nucl)} \subset R_+$ .

Правая часть соотношения (62) может быть выражена более точно с учетом не только установленной мощности, но и режимов работы ЯЭУ. Поскольку объем  $G(t,s)$  (например, в тоннах) нуклида  $s$  к моменту  $t$  в топливе, выгружаемом из всех

ЯЭУ на всех площадках энергосистемы, можно вычислить по формуле

$$G(t,s) = \int_{-\infty}^t \dot{G}(t',s) dt', \quad \dot{G}(-\infty,s) = 0, \quad (63)$$

то выражение (62) примет вид

$$\alpha_{\text{contain}}^{(actmid)} \sum_{s \in S_+^{(actmid)}} \{G(t,s) A_{yd}(s) \cdot 10^6\} \leq H_{\text{norm}}^{(actmid)} q_{\Sigma}(t, \kappa \in R_+^{(nucl)}). \quad (64)$$

В [11...13] показано, что ограничения (62) или (64) оказывают сильное влияние на оптимальное развитие ядерной энергетики (ЯЭ). При этом оптимальная структура развития ЯЭ сильно зависит от уровня технологий всех стадий ЯТЦ, в особенности от уровня технологии на стадии радиохимической переработки облученного ядерного топлива, когда в окружающую среду может попасть максимальное (в сравнении с другими стадиями ЯТЦ) количество  $\alpha$ -излучающих актиноидов.

Установленный норматив  $0,5 \cdot 10^{-3}$  Ку/(ГВт(э)·год) защиты населения от облучения при  $\alpha_{\text{contain}}^{(actmid)} = 10^{-8}$  или  $10^{-9}$  оказывает сильное влияние на оптимальный план развития ЯЭ, вовлекая в работу в первую очередь ЯЭУ, в топливе которых (загрузка, подпитка, выгрузка) суммарная  $\alpha$ -активность всех содержащихся актиноидов наименьшая.

Значение  $\alpha_{\text{contain}}^{(actmid)} = 10^{-10}$  обеспечивает выполнение норматива  $0,5 \cdot 10^{-3}$  Ку/(ГВт(э)·год) практически с большим запасом, так что имеется возможность вовлечь в радиохимическую переработку наиболее радиоактивное топливо, например, проектируемое топливо для ЯЭУ с быстрыми реакторами БРЕСТ [4, 14, 15].

Другими словами, ЯЭУ, которую энергосистема отвергла как неоптимальную при  $\alpha_{\text{contain}}^{(actmid)} = 10^{-8}$ , может оказаться оптимальной при  $\alpha_{\text{contain}}^{(actmid)} = 10^{-9}$  или  $10^{-10}$ . Таким образом, достижения в разработке новых технологий радиохимической переработки и других стадий ЯТЦ, обеспечивающие уровень  $\alpha_{\text{contain}}^{(actmid)} = 10^{-10}$ , могут перевести в разряд оптимальных ЯЭУ с высокотоксичным ядерным топливом. Именно на работу с ним на-

правлены в настоящее время исследования в области трансмутационных ЯТЦ.

### 6.2. Выбросы $^{85}\text{Kr}$ в окружающую среду

Криптон-85 является продуктом деления с периодом полураспада 10,7 лет. После разбавления он выпускается из установок топливного цикла непосредственно в атмосферу. Приблизительно 99,6 % ядер  $^{85}\text{Kr}$  распадаются с испусканием только  $\beta$ -излучения с максимальной энергией 0,67 МэВ и всего 0,4 % ядер с испусканием  $\beta$ -излучения с максимальной энергией 0,16 МэВ и сопутствующим  $\gamma$ -излучением с энергией 0,51 МэВ.

Концентрация содержащегося в атмосфере  $^{85}\text{Kr}$  не может быть уменьшена за счет осаждения или вымывания:  $^{85}\text{Kr}$  практически нерастворим в воде. Радиологическое воздействие  $^{85}\text{Kr}$  на человека происходит главным образом за счет облучения кожного покрова. Вдыхание  $^{85}\text{Kr}$  играет меньшую роль. Накопление  $^{85}\text{Kr}$  в атмосфере представляет также потенциальную опасность существенного изменения электропроводности воздуха, что может привести к глобальным экологическим последствиям [6, 7].

Из (61) для  $s = ^{85}\text{Kr}$  получим

$$A_{\text{yd}}(^{85}\text{Kr}) = 3,59 \cdot 10^5 / (AT_{1/2}) = 3,59 \cdot 10^5 / (85 \cdot 10,7) = 394,72, \text{ Кв/г.} \quad (65)$$

По аналогии с (62) и (64) ограничения, связанные с выбросами  $^{85}\text{Kr}$  в окружающую среду, можно записать так:

$$\alpha_{\text{contain}}^{(85\text{Kr})} \{ \dot{G}(t, ^{85}\text{Kr}) \cdot 394,72 \cdot 10^6 \} \leq H_{\text{norm}}^{(85\text{Kr})} \dot{Q}_{\Sigma}(t, r \in \mathbf{R}_+^{(\text{nucl})}), \quad (66)$$

$$\alpha_{\text{contain}}^{(85\text{Kr})} \{ G(t, ^{85}\text{Kr}) \cdot 394,72 \cdot 10^6 \} \leq H_{\text{norm}}^{(85\text{Kr})} q_{\Sigma}(t, r \in \mathbf{R}_+^{(\text{nucl})}). \quad (67)$$

Здесь  $\alpha_{\text{contain}}^{(85\text{Kr})}$  — коэффициент, характеризующий уровень совершенства технологий переработки ядерного топлива в ЯТЦ (прежде всего передела радиохимической пере-

работки облученного ядерного топлива) в отношении удержания  $^{85}\text{Kr}$  и его непопадания в окружающую среду (порядок значений  $\alpha_{\text{contain}}^{(85\text{Kr})} < 10^{-16}$ );

$H_{\text{norm}}^{(85\text{Kr})}$  — норматив (верхняя граница допустимого значения) на выбросы в окружающую среду  $^{85}\text{Kr}$ , равный  $1,85 \cdot 10^{15}$  Бк/(ГВт(э)·год) или  $0,5 \cdot 10^5$  Ку/(ГВт(э)·год).

Между  $G(t, ^{85}\text{Kr})$  и  $\dot{G}(t, ^{85}\text{Kr})$  существует связь в виде (63).

Учет ограничения в виде (66), а также (67), выполнен в [13] наряду с ограничениями на выбросы  $\alpha$ -излучающих актиноидов и  $^{129}\text{I}$ . Там же показано, что широкомасштабное развитие ЯЭ требует уровня технологий ЯТЦ, обеспечивающего значение  $\alpha_{\text{contain}}^{(85\text{Kr})} = 10^{-17}$  и меньше.

### 6.3. Выбросы $^{129}\text{I}$ в окружающую среду

На заводах по переработке ядерного топлива важным радионуклидом служит  $^{129}\text{I}$  с периодом полураспада  $1,7 \cdot 10^7$  лет. Радионуклиды йода, выбрасываемые в атмосферу из реакторов, частично находятся в элементарной форме, а частично в виде органических соединений (метилюиды). На перерабатывающих заводах утечка радионуклидов йода происходит при утечке воздуха. Содержащийся в атмосфере йод осаждается на овощах и травяном покрове.

Если радиоактивный йод, содержащийся в сбрасываемых на ядерных предприятиях жидкостях, попадает в реки, озера и т.п., то это может привести к накоплению йода в рыбе или растениях. Пути проникновения в организм человека радиоактивного йода различны: вместе с вдыхаемым воздухом, при потреблении овощей, рыбы или молока. Поглощенный человеком йод концентрируется в основном в щитовидной железе. Радиоактивные нуклиды йода испускают как  $\beta$ -, так и  $\gamma$ -излучения [6].

Из (61) для  $s = ^{129}\text{I}$  получим

$$A_{\text{yd}}(^{129}\text{I}) = 3,59 \cdot 10^5 / (AT_{1/2}) = 3,59 \cdot 10^5 / (129 \cdot 1,7 \cdot 10^7) = 0,164 \cdot 10^{-3}, \text{ Кв/г.} \quad (68)$$

По аналогии с (62) и (64) ограничения, свя-

занные с выбросами  $^{129}\text{I}$  в окружающую среду, можно записать так:

$$\alpha_{\text{contain}}^{(129\text{I})} \{ \dot{G}(t, ^{129}\text{I}) \cdot 0,164 \cdot 10^3 \} \leq H_{\text{norm}}^{(129\text{I})} \dot{Q}_{\Sigma}(t, r \in \mathbf{R}_+^{(\text{nucl})}), \quad (69)$$

$$\alpha_{\text{contain}}^{(129\text{I})} \{ G(t, ^{129}\text{I}) \cdot 0,164 \cdot 10^3 \} \leq H_{\text{norm}}^{(129\text{I})} q_{\Sigma}(t, r \in \mathbf{R}_+^{(\text{nucl})}). \quad (70)$$

Здесь  $\alpha_{\text{contain}}^{(129\text{I})}$  – коэффициент, характеризующий уровень совершенства технологий переработки ядерного топлива в ЯТЦ (прежде всего передела радиохимической переработки облученного ядерного топлива) в отношении удержания  $^{129}\text{I}$  и его непопадания в окружающую среду (порядок значений  $\alpha_{\text{contain}}^{(129\text{I})} < 10^{-8}$ );

$H_{\text{norm}}^{(129\text{I})}$  – норматив (верхняя допустимая граница значений) на выбросы в окружающую среду  $^{129}\text{I}$ , равный  $1,85 \cdot 10^8$  Бк/(ГВт(э)-год) или  $0,5 \cdot 10^{-2}$  Ку/(ГВт(э)-год).

Между  $G(t, ^{129}\text{I})$  и  $\dot{G}(t, ^{129}\text{I})$  существует связь в виде (63).

Учет ограничения в виде (69), а также (70), выполнен в [13] наряду с ограничениями на выбросы  $\alpha$ -излучающих актиноидов и  $^{85}\text{Kr}$ . Там же показано, что широкомасштабное развитие ЯЭ требует уровня технологий ЯТЦ, обеспечивающего значение  $\alpha_{\text{contain}}^{(129\text{I})} = 10^{-9}$  и меньше.

## 7. Ограничения на машиностроительную продукцию

Изготовление уникального и сложного оборудования прежде всего ядерных электростанций, каковым являются, например, корпуса ядерных реакторов, турбоагрегаты, парогенераторы, может серьезно сдерживать ввод в эксплуатацию энергоблоков. В 1970-е годы в СССР большое желание вырабатывать больше электроэнергии побудило правительство к строительству наряду с гидро- и тепловыми электростанциями еще и ядерных энергоблоков.

К тому времени хорошо зарекомендовавшая себя энерготехнология с корпусными

ВВЭР не могла удовлетворить спрос на вырабатываемую электроэнергию из-за нехватки машиностроительных мощностей по изготовлению корпусов ядерных реакторов. Этот недостаточный спрос покрывался строительством энергоблоков РБМК с канальными ядерными реакторами.

Пусть  $U_+^{(\text{nucl mach})} = \{u | u = 0, U^{(\text{nucl mach})}\}$ ;  $U_+^{(\text{nucl mach})} = \emptyset$ , если  $u = 0$  – подмножество наименований машиностроительной продукции, связанное с производством энергии на ядерных энергоблоках и принадлежащее множеству  $U_+$  наименований ограниченных ресурсов, связанному с производством энергии, т.е.  $U_+^{(\text{nucl mach})} \subset U_+$ .

Подмножеству  $U_+^{(\text{nucl mach})}$  наименований машиностроительной продукции ставятся в соответствие подмножества  $H_+^{(\text{nucl mach})}$  верхних и  $H_-^{(\text{nucl mach})}$  нижних границ изменения этой продукции, такие, что  $H_+^{(\text{nucl mach})} = \{H^{(\text{nucl mach}), (u)}(t) | u = 0, U^{(\text{nucl mach})}, t \in (-\infty, T)\}$ ;  $H_+^{(\text{nucl mach})} = \emptyset$ , если  $u = 0$  и  $H_-^{(\text{nucl mach})} = \{h^{(\text{nucl mach}), (u)}(t) | u = 0, U^{(\text{nucl mach})}, t \in (-\infty, T)\}$ ;  $H_-^{(\text{nucl mach})} = \emptyset$ , если  $u = 0$ . При этом  $H_+^{(\text{nucl mach})} \subset H_+$  и  $H_-^{(\text{nucl mach})} \subset H_-$ .

Если наименованию  $u = 1$  соответствует ограниченный ресурс поставки корпусов ядерных реакторов и известны функции  $H^{(\text{nucl mach}), (1)}(t)$  и  $h^{(\text{nucl mach}), (1)}(t)$ , в которых количество корпусов переведено, например, в гигаватты установленной мощности, то ограничение на ввод мощностей ЯЭУ с корпусными реакторами можно записать в виде

$$h^{(\text{nucl mach}), (1)}(t) \leq \dot{Q}_{\Sigma}(t, r \in \mathbf{R}_+^{(\text{nucl})}) \leq H^{(\text{nucl mach}), (1)}(t).$$

Аналогичные соотношения можно написать для турбоагрегатов, парогенераторов и т.д.

## 8. Ограничения, учитывающие ущерб от аварий, связанных с производством энергии

Пусть  $Y_+$  – множество видов аварий, связанное с производством энергии, такое,

что  $Y_+ = \{y|y = 0, \bar{Y}\}; Y_+ = \emptyset$ , если  $y = 0$ ,  
а  $Y_+^{(nucl)} = \{y|y = 0, \bar{Y}^{(nucl)}\}; Y_+^{(nucl)} = \emptyset$ , если  $y = 0$  – подмножество видов аварий, связанное с производством энергии на ядерных энергоблоках и принадлежащее множеству  $Y_+$ , т.е.  $Y_+^{(nucl)} \subset Y_+$ .

Пусть также  $P(y, n_j, (\omega, r))$  – вероятность аварии вида  $y$  для отдельного энергоблока произвольного типа  $r$  с именем  $n_j, (\omega, r)$ , введенного в эксплуатацию на произвольной площадке  $\omega$  размещения на интервале  $(-\infty, T)$  времени в момент  $t_j, (\omega, r)$ . Например, для ЯЭУ с ВВЭР-1000 авария с полной потерей теплоносителя может составлять величину  $10^{-6}$  (реактор-год) $^{-1}$  [16]. Если ввод и работу энергоблока отождествлять с вводом и работой мощности, то размерность вероятности аварии можно выразить в (ГВт-год) $^{-1}$  или, например, (кВт-час) $^{-1}$ .

Число  $W(y, n_j, (\omega, r))$  аварий вида  $y$  для отдельного энергоблока с именем  $n_j, (\omega, r)$  в течение всего планового интервала равно

$$W(y, n_j, (\omega, r)) = \int_{t_j, (\omega, r)}^T P(y, n_j, (\omega, r)) \dot{q}(t, n_j, (\omega, r), \tau_j, (\omega, r)) dt,$$

а число  $W(n_j, (\omega, r))$  всех возможных аварий для этого энергоблока будет

$$W(n_j, (\omega, r)) = \sum_{y=0}^Y W(y, n_j, (\omega, r)).$$

Число  $W(y)$  аварий вида  $y$  для всех энергоблоков энергосистемы в течение всего планового интервала равно

$$W(y) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \sum_{r=0}^R \sum_{j=0}^{J(\omega, r)} \sum_{n_j, (\omega, r)=0}^{N_j, (\omega, r)} W(y, n_j, (\omega, r)),$$

а число аварий всех видов  $W = \sum_{y=0}^Y W(y)$ .

## 9. Передача энергии

Передача энергии потребителям осуществляется по линиям передачи электричества (линии электропередачи) и тепла (линии

теплопередачи или теплоснабжения). Для суммарной установленной к моменту  $t$  мощности  $\dot{Q}_{\Sigma}^{(transmis)}(t)$  всех линий передачи энергосистемы должны выполняться соотношения

$$\dot{Q}_{\Sigma}^{(transmis)}(t) \geq \dot{q}_{\Sigma}^{(transmis)}(t) \geq 0,$$

$$\dot{Q}_{\Sigma}^{(transmis)}(t) = \sum_{\xi=0}^{\Xi} \dot{Q}_{\Sigma}^{(transmis, \xi)}(t),$$

$$\dot{q}_{\Sigma}^{(transmis)}(t) = \sum_{\xi=0}^{\Xi} \dot{q}_{\Sigma}^{(transmis, \xi)}(t).$$

Для всех линий передачи вида  $\xi$  –

$$\dot{Q}_{\Sigma}^{(transmis, \xi)}(t) \geq \dot{q}_{\Sigma}^{(transmis, \xi)}(t) \geq 0.$$

Если  $\psi(\xi)$  – имя (номер) линии передачи вида  $\xi$ , причем  $\psi(\xi) = \overline{0, \Psi(\xi)}$ , то

$$\frac{d}{dt} \dot{Q}_{\Sigma}^{(transmis, \xi)}(t) = \sum_{\psi(\xi)=0}^{\Psi(\xi)} \dot{Q}_{\psi(\xi)}^{(transmis)}(t) \delta(t - t_{\psi(\xi)}),$$

$$\dot{q}_{\Sigma}^{(transmis, \xi)}(t) = \sum_{\psi(\xi)=0}^{\Psi(\xi)} \dot{q}_{\psi(\xi)}^{(transmis)}(t),$$

$$\dot{Q}_{\psi(\xi)}^{(transmis)}(t) \geq \dot{q}_{\psi(\xi)}^{(transmis)}(t) \geq 0.$$

Очевидно, что в любой момент времени суммарная текущая вырабатываемая энергосистемой мощность  $\dot{q}_{\Sigma}(t)$  должна передаваться потребителям по всем линиям передачи и равняться суммарному спросу  $\dot{q}_{\Sigma}^{(demand)}(t)$  со стороны потребителей, т.е. должно выполняться равенство

$$\dot{q}_{\Sigma}(t) = \dot{q}_{\Sigma}^{(transmis)}(t) = \dot{q}_{\Sigma}^{(demand)}(t).$$

Если для вида  $i$  вырабатываемой энергии имеются свои линии передачи вида  $\xi$ , то должны выполняться балансы

$$\dot{q}_{\Sigma}(t, i) = \dot{q}_{\Sigma}^{(transmis)}(t) = \dot{q}_{\Sigma}^{(demand)}(t, i).$$

## Заключение

Описанная система ограничений математической модели оптимизации энергосистемы для ввода энергоблоков порождает множество допустимых планов, среди которых нужно выбрать один, лучший по некоторому критерию. Таким критерием может быть максимум суммарной приведенной прибыли на всю программу развития энер-

госистемы [17]. Если же во всех сравниваемых планах вариантов развития энергосистемы польза от работы энергосистемы одинакова, то максимизация суммарной приведенной прибыли эквивалентна минимизации суммарных приведенных затрат на всю программу развития энергосистемы.

Приведенную систему ограничений нельзя считать окончательной. Работа над ней продолжается и ее возможности расширяются. В таком виде, как она приведена здесь, система ограничений реализована как составная часть написанного на Фортране компьютерного комплекса оптимизационных программ TOBAS [18], предназначенного для оптимизации многоиерархических многомерных структур большой сложности. С помощью этого комплекса удается решать оптимизационные задачи оптимальной структуры ЯЭ в конкуренции с неядерными энергоустановками [5, 12, 13].

#### Список литературы

1. Крамеров А.Я., Шевелев Я.В. Инженерные расчеты ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1984.
2. *Climate change and the Kyoto Protocol*. World Coal Institute. March 1998.
3. *Глобальное потепление: Доклад Гринпис/* Под ред. Дж. Леггетта. Перевод с англ. М.: Изд-во МГУ, 1993.
4. *Белая книга ядерной энергетики /* Под общ. ред. проф. Е.О.Адамова. 1-е изд. М.: ГУП НИКИЭТ, 1998.
5. *Городков С.Г., Клименко А.В., Кошован Ш., Марина Ю.С.* Можно ли удешевить производство энергии, если отказаться от ядерной энергетики? // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2001, вып. 4, с. 77–89 // Конверсия в машиностроении, 2001, № 2, с. 14–26 // Инженерная физика, 2002, № 5, с. 37–47.
6. *Кесслер Г.* Ядерная энергетика. М.: Энергоатомиздат, 1986.
7. *Ран Ф., Адамантиадес А., Кентон Дэс., Браун Ч.* Справочник по ядерной энерготехно-

логии. Пер. с англ. под ред. В.А. Легасова. М.: Энергоатомиздат, 1989.

8. *Хефеле В.* Плутониевое хозяйство – лозунг или реальность? // Атомная техника за рубежом, 1990, № 1, с. 36–40.
9. *Гусев Н.Г.* Справочник по радиоактивным излучениям и защите. М.: Медгиз, 1956.
10. *Горбачев В.М., Замятин Ю.С., Лбов А.А.* Основные характеристики тяжелых элементов. М.: Атомиздат, 1975.
11. *Клименко А.В.* Облученное ядерное топливо: вред или благо? // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 1999, вып. 1, с. 90–96.
12. *Городков С.Г., Клименко А.В., Кошован Ш., Марина Ю.С.* ВВЭР-ы, БН-ы или БРЕСТ-ы? Ключевая роль технологии радиохимической переработки облученного ядерного топлива в определении будущего ядерной энергетики. Электросталь: Общественный фонд “Институт системно-экономических исследований им. Я.В.Шевелева”, 2002.
13. *Клименко А.В.* Экологические ограничения конкурентоспособности ядерной энергетики // Вестник МЭИ, 2006, № 5, с. 5–10.
14. *Ганев И.Х., Лопаткин А.В., Орлов В.В.* Гомогенная трансмутация Am, Cm, Np в активной зоне реактора типа БРЕСТ // Атомная энергия, 2000, т. 89, вып. 5, с. 355–361.
15. *Ганев И.Х., Лопаткин А.В., Орлов В.В.* Гетерогенная трансмутация Am, Cm, Np в активной зоне реактора типа БРЕСТ // Атомная энергия, 2000, т. 89, вып. 5, с. 362–365.
16. *Ядерная энергетика. Проблемы и перспективы. Экспертные оценки.* М.: ИАЭ, 1989.
17. *Шевелев Я.В., Клименко А.В.* Эффективная экономика ядерного топливно-энергетического комплекса. М.: РГГУ, 1996.
18. *Клименко А.В.* Компьютерный комплекс оптимизационных программ (код) “TOBAS”// ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2005, вып. 3, с.51–56.

*Контактная информация –*

*Клименко Анатолий Васильевич, профессор,  
тел.: (495)323-92-42, e-mail: [anatoly-klimenko@yandex.ru](mailto:anatoly-klimenko@yandex.ru)*

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, вып. 1,  
с. 80–98.

## Функционал для ввода энергоблоков в эксплуатацию в модели оптимизации развития энергосистемы и алгоритм оптимизации

*А.В. Клименко,*

НИЯУ "МИФИ", 115409, Москва, Каширское шоссе, 31

Поступила в редакцию 13.04.2010 г.

Дано формульное представление функционала для ввода энергоблоков в эксплуатацию в модели оптимизации развития энергосистемы. Описан алгоритм оптимизации для этой модели, реализованный в компьютерном коде TOBAS. С помощью категорий оптимизации (приведенные прибыль, выручка, затраты) дано математическое описание цены энергии для оптимального плана.

*Ключевые слова:* функционал оптимизации, модель оптимизации, алгоритм оптимизации, энергосистема, энергоблоки, конкурентоспособность, приведенная прибыль, приведенная выручка, приведенные затраты, цены оптимального плана.

**Functional for Putting the Units into Operation in Model of Optimization of Power System Development and Algorithm of Optimization.** *A.V. Klimenko, National Research Nuclear University "MEPhI", 31, Kashirskoe Sh., Moscow, 115409.*

It is given the mathematical representation of functional for putting the units into operation in model of optimization of power system development. The algorithm of optimization for this model realized in a computer code TOBAS is described. The mathematical description of the price of energy for the optimum plan is given using the categories of optimization (the total discounted profit, the total discounted income, the total discounted costs).

*Key Words:* Functional of Optimization, Model of Optimization, Algorithm of Optimization, Power System, Units, Competitiveness, Discounted Profit, Discounted Income, Discounted Costs, Price of the Optimum Plan.

Эта статья является заключительной в цикле "Математическая модель оптимизации энергосистемы и ее приложения", состоящем из четырех статей, публикуемых в журнале "ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов".

### Введение

В Советском Союзе существовала высокая культура математического моделирования и компьютерной реализации сложных моделей энергетического хозяйства. Имелось и совершенствовалось большое количество математических моделей, воплощенных в компьютерные комплексы (коды) для "больших" компьютеров типа системы виртуальных машин IBM-370.

Перевод компьютерных кодов на персональные компьютеры совпал по времени с распадом СССР, потерей управляемости в стране, фактическим прекращением финансирования научных исследований и, как

следствие, потерей большей части компьютерных кодов.

В настоящее время большинство научных организаций пользуются зарубежными компьютерными кодами (в основном разработками США и Западной Европы). Эти программные комплексы и их математические модели удобны в обращении для рядового пользователя, но имеют ограниченные возможности при решении сложных вырожденных оптимизационных задач большой размерности.

Между тем идеи математических моделей для оптимизации сложных систем, таких как народное хозяйство (или энергетика) большой страны или объединения стран с их внешними связями, сформулированные в 1980-х годах Я.В. Шевелевым (РНИЦ "Курчатовский институт") в проекте ОРНИ (Оптимизация Развития ядерной энергетике в условиях Неполноты Информированности) [1], несут в себе универсальность построения моделей и компьютерных прог-

рамм оптимизации сложных систем, нереализованную даже на сегодняшний день.

Некоторые идеи Я.В. Шевелева удалось воплотить в математической модели оптимизации энергосистемы в рамках кода TOBAS [2], в котором реализовано удобство исследовательской установки: любое понятие модели можно измерить количественно, превратив его в переменную во времени величину или зафиксировав его как постоянную величину. Подобная оптимизационная модель для описания развития системы крупных производств – технологических монополий с целью определения цены оружейного урана опубликована в [3]. В последние годы ресурсы компьютеров выросли настолько, что позволяют применить идеи этой оптимизационной модели к системе мелких и крупных предприятий – к энергосистеме.

Модель оптимизации развития энергосистемы для ввода энергоблоков в эксплуатацию включает систему ограничений, описанную в [4], и функционал, подлежащий оптимизации на множестве допустимых планов, т.е. планов, не нарушающих ни одного из ограничений. Ниже дается описание функционала и алгоритма оптимизации, а также категорий оптимизации (приведенных прибыли, выручки, затрат), приводящих к определению цены энергии для оптимального плана.

## 1. Функционал

Существование любой страны предполагает прогнозирование ее развития. Любой вариант прогноза (представления об изменении во времени) экономической жизни страны включает предполагаемый список объектов (хозяйственных мероприятий) и моменты их “ввода в эксплуатацию”. Если качество варианта прогноза определять значением некоторой величины (целевой функции, функционала), то сравнение вариантов предполагает знание критерия оптимизации (максимизации или минимизации) функционала. Сам функционал, описывающий прогноз ввода в эксплуатацию объектов в разные моменты времени, должен

учитывать ценность самого времени для развития.

Другими словами, функционал должен с помощью функции ценности времени обеспечивать не только соизмерение разновременных факторов, но и их приведение к одному моменту времени (например, моменту начала интервала прогнозирования). Это обеспечивает сопоставимость сравниваемых значений функционала различных вариантов прогноза. Функция ценности времени обычно включает переменную во времени норму, называемую нормой  $\rho = \rho(t)$  дисконтирования; саму же функцию ценности времени принято называть функцией дисконтирования. Норма дисконтирования служит одним из важнейших регуляторов экономических и социальных процессов в обществе.

В развитых странах существует механизм отслеживания этой величины, например, с помощью переучетной ставки рефинансирования центрального банка. Чем больше значение  $\rho$ , тем большая доля богатства общества проедается и тем меньшая тратится на развитие (или будущее потребление). Если народное хозяйство располагает небольшим капиталом, то запуск механизма управления экономикой, направленного на поддержание низкого значения нормы дисконтирования, и сбалансированное экономическое развитие обеспечат высокий уровень жизни членов общества в будущем [5].

### 1.1. Функционал энергосистемы для переменной во времени нормы дисконтирования

Считается, что энергосистема обеспечивает заданный план выпуска продукции, т.е. обеспечивает спрос  $i$  на энергию всех видов:  $i \in I_+ = \{i | i = 0, \dots, I\}$ ;  $I_+ = \emptyset$ , если  $i = 0$ . В этих условиях функционалом служат приведенные (дисконтированные) к произвольному моменту  $t_p$  затраты  $Z = Z(t_p)$  на размещение, строительство, эксплуатацию энергоблоков (включая модернизацию, расширение (реконструкцию) и снятие их с эксплуатации, возможное за-

мещение такими же или другими энергоблоками), передачу энергии потребителям, поддержание экологии и возмещение ущерба от производственной деятельности на расчетном интервале  $(-\infty, T)$ .

Принимая для определенности  $t_p = 0$ , т.е. приведение затрат производится к началу оптимизируемого планового интервала, запишем функционал в виде:

$$Z = Z(0) = Z_{\text{bring}} + Z_{\text{own}} + Z_{\text{row}} + Z_{\text{ecol}} + Z_{\text{transmis}} + Z_{\text{safe}}, \quad (1)$$

где  $Z_{\text{bring}}$  – расходы на освоение площадок;  $Z_{\text{own}}$  – собственные издержки энергосисте-

мы на строительство и эксплуатацию энергоблоков;  $Z_{\text{row}}$  – расходы энергосистемы на сырье;  $Z_{\text{ecol}}$  – плата (штраф) за выбросы “ядов” в экосистему;  $Z_{\text{transmis}}$  – издержки на строительство и эксплуатацию линий передачи энергии;  $Z_{\text{safe}}$  – издержки на ликвидацию последствий аварий, связанных с работой энергоблоков.

Слагаемые, фигурирующие в (1), определяются так:

$$Z_{\text{bring}} = Z_{\text{bring}}(0) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} F(\dot{Q}_{\Sigma}(\omega)) e^{-\rho(t_{\Sigma}(\omega))t_{\Sigma}(\omega)}, \quad (2)$$

$$Z_{\text{own}} = Z_{\text{own}}(0) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \left\{ \sum_{r=0}^R \sum_{j=0}^{J(\omega,r)} \sum_{n_j(\omega,r)=0}^{N_j(\omega,r)} e^{-\rho(t_j(\omega,r))t_j(\omega,r)} \left\{ f_{(\omega,r)}(\dot{Q}(n_j(\omega,r), \tau_j(\omega,r))) + \int_{t_j(\omega,r)}^T c_{(\omega,r)}(t, \dot{Q}(n_j(\omega,r), \tau_j(\omega,r))) \dot{q}(t, n_j(\omega,r), \tau_j(\omega,r)) e^{-\int_{t_j(\omega,r)}^t \rho(t') dt'} dt \right\} \right\}, \quad (3)$$

$$Z_{\text{row}} = Z_{\text{row}}(0) = \sum_{l=0}^L \sum_{s(l)=0}^{S(l)} \sum_{\omega=0}^{\Omega} \sum_{r=0}^R \left\{ \int_{-\infty}^T (\Pi(t, s(l)) + \Pi_{\text{trans}}(t, \omega, s(l)) X(\omega, r, s(l))) \dot{G}(t, \omega, r, s(l)) e^{-\int_{-\infty}^t \rho(t') dt'} dt \right\}, \quad (4)$$

$$Z_{\text{ecol}} = Z_{\text{ecol}}(0) = \sum_{v=0}^V \left\{ \int_{-\infty}^T \Pi(t, v, \dot{G}(t, v)) e^{-\int_{-\infty}^t \rho(t') dt'} dt \right\}, \quad (5)$$

$$Z_{\text{transmis}} = Z_{\text{transmis}}(0) = \sum_{\xi=0}^{\Xi} \sum_{\psi(\xi)=0}^{\Psi(\xi)} e^{-\rho(t_{\psi(\xi)})t_{\psi(\xi)}} \left\{ F_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}(X_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}) + f_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}(\dot{Q}_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}) + \int_{t_{\psi(\xi)}}^T c_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}(t, \dot{Q}_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}) \dot{q}_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}(t) e^{-\int_{t_{\psi(\xi)}}^t \rho(t') dt'} dt \right\}, \quad (6)$$

$$Z_{\text{safe}} = Z_{\text{safe}}(0) = \sum_{y=0}^Y \sum_{\omega=0}^{\Omega} \left\{ \sum_{r=0}^R \sum_{j=0}^{J(\omega,r)} \sum_{n_j(\omega,r)=0}^{N_j(\omega,r)} e^{-\rho(t_j(\omega,r))t_j(\omega,r)} \times \left\{ \int_{t_j(\omega,r)}^T \Pi(t, y, n_j(\omega, r)) P(y, n_j(\omega, r)) \dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) e^{-\int_{t_j(\omega,r)}^t \rho(t') dt'} dt \right\} \right\}. \quad (7)$$

Здесь  $\rho(t) = \text{var}$  соответствует переменной во времени норме дисконтирования;

$F = F(\dot{Q}_{\Sigma}(\omega))$  – функция затрат на освоение отдельных площадок  $\omega \in \Omega_+ = \{\omega | \omega$

$= 0, \Omega; \Omega_+ = \emptyset$ , если  $\omega = 0\}$  и восстановления их до первоначального (непроизводственного) состояния после закрытия площадок в связи с прекращением производственной деятельности, ради которой площадка осваивалась; функция  $F$  зависит от пре-

дельной (суммарной) установленной мощности  $\dot{Q}_\Sigma(\omega)$  энергоблоков площадки  $\omega$ . Детали описания и построения этой функции даны в [5];

$F_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}(X_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})})$  – функция капитальных затрат, связанных со строительством и вводом в эксплуатацию линии  $\psi(\xi)$  передачи, ее модернизацией и снятием с эксплуатации; функция зависит от длины  $X_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}$  линии  $\psi(\xi)$  передачи;  $\psi(\xi) \in \Psi_+ = \{\Psi_+(\xi) | \xi = \overline{0, \Xi}; \Psi_+ = \emptyset, \text{ если } \xi = 0\}$ ;

$f_{(\omega, r)}\left(\dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))\right)$  – функция капитальных затрат для энергоблока типа  $r \in \mathbf{R}_+ = \{r | r = \overline{0, R}; \mathbf{R}_+ = \emptyset, \text{ если } r = 0\}$  на площадке  $\omega$ , зависящая от установленной мощности  $\dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  этого блока, введенного в эксплуатацию на площадке  $\omega$  в момент  $t_j(\omega, r)$ ; функция также включает в себя приведенную к моменту  $t_j(\omega, r)$  пуска часть эксплуатационных расходов (на амортизацию – реновацию и капитальный ремонт, модернизацию, текущий ремонт, на заработную плату эксплуатационного персонала, общестанционные и прочие расходы), не зависящую от текущей загрузки  $\dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  этого блока с номером  $j(\omega, r)$ ; функция зависит также от вектора  $\tau_j(\omega, r)$  характерных интервалов времени, благодаря которому учитываются приведенные к моменту  $t_j(\omega, r)$  пуска энергоблока расходы на его строительство на интервале  $\tau_j^{(\text{constr})}(\omega, r)$ , модернизацию, проводимую регулярно через интервалы  $\tau_j^{(\text{modern})}(\omega, r)$  времени, и снятие его с эксплуатации после срока  $\tau_j^{(\text{oper})}(\omega, r)$  службы; упомянутые здесь компоненты части эксплуатационных затрат, не зависящей от текущей загрузки блока, приводятся к моменту пуска этого блока на интервале времени  $\tau_j^{(\text{oper})}(\omega, r)$ ;

$f_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}\left(\dot{Q}_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}\right)$  – функция капитальных

затрат, связанных со строительством и вводом в эксплуатацию линии  $\psi(\xi)$  передачи, ее модернизацией и снятием с эксплуатации; функция зависит от установленной мощности  $\dot{Q}_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}$  линии  $\psi(\xi)$  передачи;

$c_{(\omega, r)}\left(t, \dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))\right)$  – удельные

эксплуатационные расходы, зависящие от времени  $t$  и установленной мощности  $\dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  энергоблока;

$c_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}\left(t, \dot{Q}_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}\right)$  – удельные экс-

плуатационные расходы, зависящие от времени  $t$  и установленной мощности  $\dot{Q}_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}$  линии  $\psi(\xi)$  передачи;

$N_j(\omega, r)$  – число имен однотипных серийных энергоблоков  $r$ , которые вводятся в эксплуатацию в один и тот же момент  $t_j(\omega, r)$  времени на площадке  $\omega$ ;

$\dot{q}_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}(t)$  – загрузка мощностью линии  $\psi(\xi)$  передачи;

$c(t, s(l)), \dot{G}(t, \omega, r, s(l))$  – цена и поток потребляемого энергоблоками сырья  $s(l)$  из ассортимента первичного энергоресурса  $l \in \mathbf{L}_+ = \{l | l = \overline{0, L}; \mathbf{L}_+ = \emptyset, \text{ если } l = 0\}$ ;

$c_{\text{trans}}(t, \omega, s(l))$  – цена транспортировки сырья  $s(l)$  из ассортимента первичного энергоресурса  $l$  до энергоблока, расположенного на площадке  $\omega$  размещения;

$c(t, v), \dot{G}(t, v)$  – цена (штраф) единицы вредных выбросов (“яда”) вида  $v \in \mathbf{V}_+ = \{v | v = \overline{0, V}; \mathbf{V}_+ = \emptyset, \text{ если } v = 0\}$  и его поток в экосистему;

$c(t, y, n_j(\omega, r))$  – цена (оплата) ущерба от одной аварии вида  $y \in \mathbf{Y}_+ = \{y | y = \overline{0, Y}; \mathbf{Y}_+ = \emptyset, \text{ если } y = 0\}$  для отдельного энергоблока произвольного типа  $r$  с именем  $n_j(\omega, r)$ , введенного в эксплуатацию на произвольной площадке  $\omega$  размещения на

интервале  $(-\infty, T)$  времени в момент  $t_j(\omega, r)$ ;

$P(y, n_j(\omega, r))$ , – вероятность аварии вида  $y$  для отдельного энергоблока произвольного типа  $r$  с именем  $n_j(\omega, r)$ , введенного в эксплуатацию на произвольной площадке  $\omega$  размещения на интервале  $(-\infty, T)$  времени в момент  $t_j(\omega, r)$ ;

$\dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  – общая номинальная (проектная) установленная мощность серийного энергоблока произвольного типа  $r$  с именем  $n_j(\omega, r)$  и возрастными характеристиками  $\tau_j(\omega, r)$ , введенного в эксплуатацию на произвольной площадке  $\omega$  размещения на интервале  $(-\infty, T)$  времени в момент  $t_j(\omega, r)$ ;

$\dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  – общая текущая загрузка мощностью в момент  $t$  времени серийного энергоблока произвольного типа  $r$  с именем  $n_j(\omega, r)$  и возрастными характеристиками  $\tau_j(\omega, r)$ , введенного в эксплуатацию на произвольной площадке  $\omega$  размещения на интервале  $(-\infty, T)$  времени в момент  $t_j(\omega, r)$ ;

$t_{\Sigma}(\omega)$  – момент времени ввода в эксплуатацию площадки  $\omega$  размещения энергоблоков энергосистемы (причем  $-\infty \leq t_{\Sigma}(\omega) \leq T$ );

$t_{\psi(\xi)}$  – момент ввода в эксплуатацию линии  $\psi(\xi)$  передачи, причем  $t_{\psi(\xi)} \in (-\infty, T)$ ;

$X(\omega, r, s(l))$  – расстояние транспортировки сырья  $s(l)$  из ассортимента первичного энергоресурса  $l$  до энергоблока  $r$ , расположенного на площадке  $\omega$  размещения; известная функция.

Цены  $u(t, s(l))$ ,  $u_{\text{trans}}(t, \omega, s(l))$ ,  $u(t, v)$ ,  $u(t, y, n_j(\omega, r))$  считаются известными функциями времени. Они определяются при оптимизации межотраслевого баланса народного хозяйства, иначе говоря, на более высоком иерархическом уровне оптимизации.

Оптимизация функционала производится на плановом интервале  $(0, T)$  времени. Доплановый интервал  $(-\infty, 0)$  одинаков для всех сравниваемых вариантов и порождает начальные временные условия (при  $t = -0$ ) для планового (оптимизируемого) интервала.

## 1.2. Функционал энергосистемы для постоянной во времени нормы дисконтирования

Если  $\rho(t) = \text{const} = \rho$ , то функционал (1) ... (7) существенно упрощается. Его составляющие (2) ... (7) представляются в виде

$$Z_{\text{bring}} = Z_{\text{bring}}(0) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} F(\dot{Q}_{\Sigma}(\omega)) e^{-\rho t_{\Sigma}(\omega)}, \quad (8)$$

$$Z_{\text{own}} = Z_{\text{own}}(0) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \left\{ \sum_{r=0}^R \sum_{j=0}^{J(\omega, r)} \sum_{n_j(\omega, r)=0}^{N_j(\omega, r)} e^{-\rho t_j(\omega, r)} \left\{ f_{(\omega, r)}(\dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))) + \int_{t_j(\omega, r)}^T c_{(\omega, r)}(t, \dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))) \dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) e^{-(t-t_j(\omega, r))\rho} dt \right\} \right\}, \quad (9)$$

$$Z_{\text{row}} = Z_{\text{row}}(0) = \sum_{l=0}^L \sum_{s(l)=0}^{S(l)} \sum_{\omega=0}^{\Omega} \sum_{r=0}^R \left\{ \int_{-\infty}^T (u(t, s(l)) + u_{\text{trans}}(t, \omega, s(l)) X(\omega, r, s(l))) \dot{G}(t, \omega, r, s(l)) e^{-\rho t} dt \right\}, \quad (10)$$

$$Z_{\text{ecol}} = Z_{\text{ecol}}(0) = \sum_{v=0}^V \left\{ \int_{-\infty}^T u(t, v) \dot{G}(t, v) e^{-\rho t} dt \right\}, \quad (11)$$

$$Z_{\text{transmis}} = Z_{\text{transmis}}(0) = \sum_{\xi=0}^{\Xi} \sum_{\psi(\xi)=0}^{\Psi(\xi)} e^{-\rho t_{\psi(\xi)}} \left\{ F_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}(X_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}) + f_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}(\dot{Q}_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}) + \int_{t_{\psi(\xi)}}^T c_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}(t, \dot{Q}_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}) \dot{q}_{\psi(\xi)}^{(\text{transmis})}(t) e^{-(t-t_{\psi(\xi)})\rho} dt \right\}, \quad (12)$$

$$Z_{\text{safe}} = Z_{\text{safe}}(0) = \sum_{y=0}^Y \sum_{\omega=0}^{\Omega} \left\{ \sum_{r=0}^R \sum_{j=0}^{J(\omega,r)} \sum_{n_j(\omega,r)=0}^{N_j(\omega,r)} e^{-\rho_j(\omega,t)} \times \right. \\ \left. \times \left\{ \int_{t_j(\omega,r)}^T \psi(t, y, n_j(\omega, r)) P(y, n_j(\omega, r)) \dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r)) e^{-(t-t_j(\omega,r))\rho} dt \right\} \right\}. \quad (13)$$

Таким образом, оставляя вид функционала (1) неизменным, его составляющие (2) ... (7) заменяются на (8) ... (13).

## 2. Финансовые потоки и ограничения кредитных ресурсов

На переменные  $Z_{\text{bring}}, Z_{\text{own}}, Z_{\text{row}}, Z_{\text{ecol}}, Z_{\text{transmis}}, Z_{\text{safe}}$ , как и на весь функционал  $Z$  из (1), могут накладываться финансовые ограничения, отражающие возможности и предпочтения кредитования и последующего финансирования той или иной части энергосистемы. Если для каждой из перечисленных переменных заданы временные графики финансирования (верхняя  $H^{(n)}(t)$  и нижняя  $h^{(n)}(t)$  границы) с дисконтированием по ставке  $\rho(t) = \text{var}$ , то финансовые ограничения в интегральной форме можно записать в виде

$$\int_{-\infty}^T h^{(n)}(t) e^{-\int \rho(t') dt'} dt \leq Z_n \leq \int_{-\infty}^T H^{(n)}(t) e^{-\int \rho(t') dt'} dt. \quad (14)$$

Здесь "и" = bring, own, row, ecol, transmis, safe. Приведение затрат производится к началу оптимизируемого планового интервала, т.е.  $t_p = 0$ . Если ограничения вида (14) накладываются на весь приведенный список "и", то тем самым накладывается ограничение на весь функционал  $Z$ . Возможно применение ограничений вида (14) не ко всему отмеченному списку "и".

Если  $\rho(t) = \text{const} = \rho$ , то (14) упрощается к виду

$$\int_{-\infty}^T h^{(n)}(t) e^{-\rho t} dt \leq Z_n \leq \int_{-\infty}^T H^{(n)}(t) e^{-\rho t} dt. \quad (15)$$

Ограниченное кредитование с последующим финансированием по типу (14) или (15) возможно и для других частей полного функционала  $Z$ . Функционал (1) многолик и его можно представить, например, в виде

$$Z = Z_{\text{bring}} + Z_{\text{transmis}} + \sum_{r=0}^R \left\{ Z_{\text{own}}(r) + Z_{\text{row}}(r) + \right. \\ \left. + Z_{\text{ecol}}(r) + Z_{\text{safe}}(r) \right\} = \\ = Z_{\text{bring}} + Z_{\text{transmis}} + \sum_{r=0}^R Z(r). \quad (16)$$

Тогда на переменную  $Z(r)$ , связанную со строительством и эксплуатацией энергоблоков типа  $r$  на всех площадках, можно наложить ограничение вида (14) или (15), положив  $i = r$ .

Можно наложить ограничение вида (14) или (15) на финансирование только ядерных энергоблоков. Для этого следует в полном функционале (16) выделить переменную  $Z^{(\text{nucl})}$ , связанную со всеми ядерными энергоблоками:

$$Z = Z_{\text{bring}} + Z_{\text{transmis}} + \sum_{r=0}^R Z(r) = Z_{\text{bring}} + Z_{\text{transmis}} + \\ + \sum_{\forall r \in R_+^{(\text{nucl})}} Z(r) + \sum_{\forall r \in R_+^{(\text{nucl})}} Z(r) = \\ = Z_{\text{bring}} + Z_{\text{transmis}} + \sum_{\forall r \in R_+^{(\text{nucl})}} Z(r) + Z^{(\text{nucl})},$$

$$\text{т.е. } Z^{(\text{nucl})} = \sum_{\forall r \in R_+^{(\text{nucl})}} Z(r).$$

Символьное выражение " $\forall r \in R_+^{(\text{nucl})}$ " следует читать так: "для всех  $r$ , принадлежащих подпространству  $R_+^{(\text{nucl})} \subset R_+$ ".

Тогда ограничение на финансирование затрат  $Z^{(\text{nucl})}$  для  $\rho(t) = \text{var}$  запишется так:

$$\int_{-\infty}^T h^{(\text{nucl})}(t) e^{-\int \rho(t') dt'} dt \leq Z^{(\text{nucl})} \leq \int_{-\infty}^T H^{(\text{nucl})}(t) e^{-\int \rho(t') dt'} dt. \quad (17)$$

Для  $\rho(t) = \text{const} = \rho$  выражение (17) упрощается к виду

$$\int_{-\infty}^T h^{(\text{nucl})}(t) e^{-\rho t} dt \leq Z^{(\text{nucl})} \leq \int_{-\infty}^T H^{(\text{nucl})}(t) e^{-\rho t} dt.$$

Следуя этой логике, можно наложить финансовые ограничения на любую переменную или группу переменных оптимизации

ционной задачи, по смыслу подверженных финансовым ограничениям.

### 3. Выручка и прибыль

Введем упрощение: будем считать норму дисконтирования величиной постоян-

$$B = B(0) = \sum_{i=0}^I \left[ \int_{-\infty}^T \varrho^{(\text{demand})}(t, i) \frac{dq_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, i)}{dt} e^{-\rho t} dt \right], \quad (18)$$

где  $q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, i)$  – суммарный спрос на энерговыработку вида  $i$  к моменту  $t$  времени, предъявляемый энергосистеме со стороны потребителей;  $q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, i) \geq 0$ ;

$\varrho^{(\text{demand})}(t, i)$  – цена энергии вида  $i$  как функция времени (цена для потребителя).

Для спроса на энергию вида  $i$ , предъявляемого к энергоблокам площадки  $\omega$ , должны выполняться соотношения [4]

$$q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i), q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) \geq 0, \quad (19)$$

где  $q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i)$  – спрос на энерговыра-

$$B = \sum_{i=0}^I \left\{ \sum_{\omega=0}^{\Omega} \left[ \int_{-\infty}^T \varrho^{(\text{demand})}(t, i) \dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) e^{-\rho t} dt \right] \right\} = \sum_{\omega=0}^{\Omega} B(\omega), \quad (21)$$

$$\text{где } B(\omega) = B(t_p, \omega) = B(0, \omega) = \sum_{i=0}^I \left[ \int_{-\infty}^T \varrho^{(\text{demand})}(t, i) \dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) e^{-\rho t} dt \right].$$

Таким образом, выручка энергосистемы за отпущенную потребителю продукцию по всему списку  $i$  равна сумме выручек, полученных с отдельных площадок за проданную продукцию по этому же списку.

Покажем, что цена энергии вида  $i$  в энергосистеме, по которой эта энергия продается потребителю, одина для всех потребителей.

Пусть получен оптимальный план энергосистемы, в котором для двух разных площадок  $\omega$  и  $\bar{\omega}$  имеются разные отпускные для потребителей оптимальные цены  $\varrho^{(\text{demand})}(t, \omega, i)$  и  $\varrho^{(\text{demand})}(t, \bar{\omega}, i)$  на энергию вида  $i$ . Для определенности положим

$$\varrho^{(\text{demand})}(t, \omega, i) > \varrho^{(\text{demand})}(t, \bar{\omega}, i). \quad (22)$$

Пусть в произвольный момент  $t$  времени в энергосистеме на площадках  $\omega$  и  $\bar{\omega}$  есть резерв мощностей по выработке энер-

ной, т.е.  $\rho(t) = \text{const} = \rho$ . Приведенная к моменту  $t_p = 0$  начала интервала планирования выручка  $B = B(t_p)$  всей энергосистемы от продажи энергии всех видов будет равна

ботку вида  $i$  к моменту  $t$  времени, предъявляемый ко всем энергоблокам площадки  $\omega$ .

Выражение (18) с учетом (19) и того, что между спросом  $q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i)$  на энерговыработку вида  $i$  к моменту  $t$ , предъявляемым ко всем энергоблокам площадки  $\omega$ , и его производной  $\dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i)$  существует связь [4]

$$q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) = \int_{-\infty}^t \dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t', \omega, i) dt';$$

$$\dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(-\infty, \omega, i) = 0, \quad (20)$$

приобретает вид

гии вида  $i$ . Произведем следующую вариацию. Перестроим план развития энергосистемы так, чтобы увеличить выработку энергии вида  $i$  (и вслед за ней перераспределить нагрузку спроса энергии вида  $i$  в сторону увеличения) для площадки  $\omega$  на бесконечно малую величину  $\delta q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i)$  и уменьшить выработку энергии вида  $i$  (и вслед за ней – спрос) для площадки  $\bar{\omega}$  на бесконечно малую величину  $\delta q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \bar{\omega}, i)$  такую, что  $\delta q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) + \delta q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \bar{\omega}, i) = 0$  или с учетом (20)

$$\delta \dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) dt + \delta \dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \bar{\omega}, i) dt = 0. \quad (23)$$

Если в энергосистеме на площадках  $\omega$  и  $\bar{\omega}$  выработка энергии вида  $i$  осуществляется одинаковыми энергоблоками на этих площадках, то такое перераспределение нагрузки между этими энергоплощадками

приведет к изменению  $\delta Z$  приведенных затрат, равному нулю, т.е.  $\delta Z = 0$ .

Вариация  $\delta B$  приведенной выручки энергосистемы будет равна

$$\begin{aligned} \delta B &= \delta B(\omega) + \delta B(\bar{\omega}) = \\ &= e^{-\rho t} \delta \dot{q}_{\Sigma}^{(demand)}(t, \omega, i) dt \varrho^{(demand)}(t, \omega, i) + \\ &+ e^{-\rho t} \delta \dot{q}_{\Sigma}^{(demand)}(t, \bar{\omega}, i) dt \varrho^{(demand)}(t, \bar{\omega}, i), \end{aligned}$$

или, учитывая (23), т.е. что

$$\begin{aligned} \delta \dot{q}_{\Sigma}^{(demand)}(t, \omega, i) dt &= -\delta \dot{q}_{\Sigma}^{(demand)}(t, \bar{\omega}, i) dt, \\ \delta B &= e^{-\rho t} \delta \dot{q}_{\Sigma}^{(demand)}(t, \omega, i) \times \\ &\times dt \left( \varrho^{(demand)}(t, \omega, i) - \varrho^{(demand)}(t, \bar{\omega}, i) \right). \end{aligned} \quad (24)$$

Поскольку предполагалось (22), то  $\delta B > 0$ , а следовательно, изменение  $\delta \Pi$  приведенной прибыли энергосистемы будет также строго больше нуля:  $\delta \Pi = (\delta B - \delta Z) > 0$ . Значит, такое перераспределение нагрузок по выработке энергии вида  $i$  выгодно, так как приводит к росту приведенной прибыли энергосистемы. В оптимальном плане [5]

$$\delta \Pi = 0. \quad (25)$$

Следовательно, первоначальное предположение о том, что в оптимальном плане возможны разные цены вырабатываемой на разных площадках энергии вида  $i$ , неверно. Из (25) и (24) следует, что эти цены должны быть одинаковыми.

Если же план энергосистемы был еще неоптимален и цены энергии вида  $i$  на разных энергоплощадках различные, то можно продолжить такие вариации для тех площадок, для которых цены  $\varrho^{(demand)}(t, \omega, i)$  и  $\varrho^{(demand)}(t, \bar{\omega}, i)$  не равны между собой, до тех пор, пока для всех площадок не установятся равенства вида

$$\varrho^{(demand)}(t, \omega, i) = \varrho^{(demand)}(t, \bar{\omega}, i),$$

при которых вариация  $\delta B$  и вслед за ней вариация  $\delta \Pi$  будут равны нулю. В этом случае устанавливается равновесие, соответствующее локальному оптимуму плана развития и функционирования энергосистемы. Цена энергии вида  $i$ , соответствующая такому равновесию, и есть равновесная це-

на  $\varrho^{(demand)}(t, i)$ , по которой энергосистема продает энергию вида  $i$  потребителю, т.е.

$$\varrho^{(demand)}(t, i) = \varrho^{(demand)}(t, \omega, i) = \varrho^{(demand)}(t, \bar{\omega}, i).$$

Таким образом, в оптимальном плане развития и функционирования энергосистемы для  $\rho(t) = \text{const} = \rho$  цена энергии вида  $i$ , отпускаемая с площадок, одинакова для всей энергосистемы и для всех потребителей этого вида энергии.

#### 4. Оптимизационная задача и алгоритм ее решения

Задача поиска оптимального решения (плана) на множестве допустимых решений, заданном системой ограничений, описанных в [4], сводится к отысканию такого плана, у которого функционал (1)...(7) имеет минимальное значение.

Алгоритм оптимизации базируется на алгоритме, данном в [5]. В оптимальном плане изменение  $\delta \Pi$  приведенной прибыли для сложных систем, включающих крупные и мелкие предприятия, а также предприятия по добыче полезных ископаемых из недр Земли, подчинено требованию

$$\delta \Pi \leq 0. \quad (26)$$

Иначе говоря, если план оптимален, то любые его изменения (вариации) не улучшают функционал, в общем случае приведенную прибыль.

Если оптимизационную задачу на поиск минимума функционала  $Z$ , вычисляемого из (1)...(7), считать *прямой* оптимизационной задачей с функционалом  $Z = Z^{(direct)}$ , то сопряженный с ней поиск максимума *двойственного* функционала  $Z^{(dual)}$ , вычисляемого по двойственному к *прямой* оптимизационной задаче решению, порождает *двойственную* оптимизационную задачу. Иногда двойственный функционал  $Z^{(dual)}$  называют *полной выручкой* (доходом), включающей в себя как часть выручку  $B$  из (18) или (21) за проданную энергию всех видов.

Тогда условие (26) можно представить как  $\delta \Pi = \delta(Z^{(dual)} - Z^{(direct)}) \leq 0$ , т.е. между при-

веденными к одному и тому же моменту времени (например, началу планового интервала  $t_p = 0$ ) затратами  $Z = Z^{(direct)}$ , представляющими функционал *прямой* оптимизационной задачи, и полной выручкой  $Z^{(dual)}$ , представляющей функционал *двойственной* оптимизационной задачи, выполняется соотношение  $Z = Z^{(direct)} \geq Z^{(dual)}$ .

Алгоритм оптимизации *прямой* оптимизационной задачи сводится к следующим обобщенным уровням, располагаемым сверху вниз. На самом нижнем уровне решается задача линейного программирования, в которой для дискретной оси времени представлены в зафиксированном виде параметры всех верхних уровней. Нелинейность функций, входящих в функционал, разрешается с помощью сходящихся итераций.

1. (Верхний уровень.) Оптимизация в целочисленном пространстве  $\Omega_*$  площадок размещения с помощью процедуры *покоординатного спуска*. На элементарном шаге процедуры *покоординатного спуска* фиксируется число  $\Omega + 1$  площадок, задаются их предельные (суммарные) установленные мощности  $\dot{Q}_\Sigma(\omega)$ ; для последних вычисляются производные функции  $F\left(\dot{Q}_\Sigma(\omega)\right)$ , которые входят как коэффициенты целевой функции при переменных  $\dot{Q}_\Sigma(\omega)$  в задачу линейного программирования. На следующем шаге этого уровня значения  $\dot{Q}_\Sigma(\omega)$  берутся из решения задачи линейного программирования. Шаги повторяются до полной итерационной сходимости значений вектора переменных  $\dot{Q}_\Sigma(\omega)$ .

2. Оптимизация в целочисленном пространстве  $\Xi_*$  видов линий передачи с помощью *простого перебора комбинаций видов*. На элементарном шаге этого уровня фиксируется число  $\Xi + 1$  видов линий передачи. Виды  $\xi$  линии передачи могут быть: el (электропередача), th (теплопередача), fuel (топливопередача) и т.д. из множества  $\Xi_*$ ;  $\xi \in \Xi_* = \{\xi \mid \xi = \overline{0, \Xi}; \Xi_* = \emptyset$ ,

если  $\xi = 0$ }. После полной оптимизации развития энергосистемы с этим фиксированным числом оно увеличивается на единицу и снова фиксируется. Поскольку число видов линий передачи счетно и невелико, то проводится полный перебор их комбинаций.

3. Оптимизация в целочисленном пространстве  $\Psi_*$  линий передачи с помощью процедуры *покоординатного спуска*. На элементарном шаге процедуры *покоординатного спуска* фиксируются числа  $\Psi(\xi) + 1$ :  $\Psi(el) + 1$ ,  $\Psi(th) + 1$ ,  $\Psi(fuel) + 1$  и т.д. Для этих чисел задаются длина  $X_{\Psi(\xi)}^{(transmis)}$  и установленная мощность  $\dot{Q}_{\Psi(\xi)}^{(transmis)}$  для каждой линии  $\Psi(\xi)$  передачи; вычисляются производные функций  $F_{\Psi(\xi)}^{(transmis)}\left(X_{\Psi(\xi)}^{(transmis)}\right)$ ,  $f_{\Psi(\xi)}^{(transmis)}\left(\dot{Q}_{\Psi(\xi)}^{(transmis)}\right)$ ,  $c_{\Psi(\xi)}^{(transmis)}\left(t, \dot{Q}_{\Psi(\xi)}^{(transmis)}\right)$ , которые входят как коэффициенты целевой функции при переменных  $X_{\Psi(\xi)}^{(transmis)}$ ,  $\dot{Q}_{\Psi(\xi)}^{(transmis)}$  и  $\dot{q}_{\Psi(\xi)}^{(transmis)}(t)$  в задачу линейного программирования. На этом шаге задача линейного программирования решается многократно до полной итерационной сходимости векторов  $X_{\Psi(\xi)}^{(transmis)}$  и  $\dot{Q}_{\Psi(\xi)}^{(transmis)}$ .

4. Оптимизация в целочисленном пространстве  $J_*$  имен моментов ввода в эксплуатацию энергоблоков. Для фиксированного числа  $\Omega + 1$  площадок размещения задается число  $J + 1$  неповторяющихся имен (номеров) моментов ввода. Для этого числа  $J + 1$  и фиксированных значений (для верхних уровней алгоритма) коэффициентов линейной формы функционала решается оптимизационная задача на минимум функционала  $Z$ . Простой перебор величин  $J + 1$  состоит в том, что после полной оптимизации на этом уровне с заданным числом  $J + 1$  последнее увеличивается на единицу. Оптимизация повторяется с новым значением  $J + 1$ . Увеличение на единицу числа  $J + 1$  происходит до тех пор, пока уменьшается функционал  $Z$ .

5. *Оптимизация моментов ввода предприятий в эксплуатацию.* Для заданного числа  $J + 1$  процедурой покоординатного спуска определяется оптимальное значение  $t_j$  каждого из моментов ввода. На элементарном шаге процедуры покоординатного спуска для заданных значений  $t_j$  каждого из  $J + 1$  моментов ввода задаются установленные мощности  $\dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  энергоблоков; вычисляются производные функций  $f_{(\omega, r)}\left(\dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))\right)$ ,

$c_{(\omega, r)}\left(t, \dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))\right)$ , которые входят как коэффициенты целевой функции (линейной формы функционала) при переменных  $\dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  и  $\dot{q}(t, n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  в задачу линейного программирования. На этом шаге задача линейного программирования решается многократно до полной итерационной сходимости вектора установленных мощностей  $\dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$  энергоблоков.

6. Для заданного вектора моментов  $t_j$  и фиксированных значений  $\dot{Q}(n_j(\omega, r), \tau_j(\omega, r))$ ,  $X_{\psi(\xi)}^{(transmis)}$ ,  $\dot{Q}_{\psi(\xi)}^{(transmis)}$  и  $\dot{Q}_{\Sigma}(\omega)$  решается задача линейного программирования, получаемая заменой интегралов квадратурными формулами. Определяются план и двойственные переменные (множители Лагранжа), с помощью которых вычисляются цены оптимального плана, в том числе и цены на продукцию.

Описанная оптимизационная модель энергосистемы и алгоритм оптимизации реализованы в компьютерном комплексе оптимизационных программ (коде) "TOBAS" [2], написанном на языке Фортран.

Энергосистема может быть всего лишь одной из подсистем (отраслью) в сложной системе народного хозяйства страны или группы стран, или мировой экономической системы. В этом случае энергосистема выступает лишь в качестве одного из блоков задачи блочного программирования. Чтобы получить оптимальный план всей системы,

придется делать увязку между блоками по функциям спроса и цен. При этом могут совпадать моменты ввода объектов в смежных блоках (или даже несоседних блоках). В этом случае можно действовать опробованными приемами [5] алгоритмов оптимизации, включая оптимизационный уровень *синхронизации* моментов ввода объектов.

Если в ходе оптимизации произошла синхронизация нескольких параметров из числа  $t_j$ , то дальнейшую оптимизацию нужно перестроить. Набор синхронизированных параметров надо рассматривать как один параметр, и оптимизацию по этому параметру вынести из итерационного цикла увязывания спроса и цен (процедуры среднего уровня в алгоритме блочного программирования), поместив выше этого цикла, но ниже верхнего уровня (оптимизации в целочисленном пространстве имен объектов всей системы).

Таких наборов синхронизированных параметров может оказаться несколько. В процедуре нижнего уровня при вычислении  $\partial Z / \partial t_j$  производится проверка, которая может показать, что какой-либо параметр вышел из набора, т.е. произошла рассинхронизация. Таким образом, наборы синхронизированных параметров могут меняться в ходе оптимизации и по количеству, и по составу.

## 5. Цена энергии

В соответствии с общим взглядом на цены как на инструмент оптимального планирования [5] цену  $\psi(t)$  производства следует определить как *минимальные дополнительные удельные синхронные эквивалентные затраты* на выработку к моменту  $t$  бесконечно малого количества дополнительной продукции.

*Синхронность* затрат означает, что они делаются в момент выдачи сверхплановой продукции, а *эквивалентность* — что эти затраты после приведения увеличивают функционал  $Z$  так же, как он увеличивается на самом деле.

*Минимальность* следует понимать так, что план, ранее непригодный к вы-

работке дополнительной продукции, перестраивается оптимально на всем интервале оптимального планирования  $(0, T)$ .

Далее в рассуждениях при выводе формулы для цены энергии введем упрощение: будем считать норму дисконтирования величиной постоянной, т.е.  $\rho(t) = \text{const} = \rho$ .

Произведем вариацию спроса  $q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, i)$  на энергию произвольного вида  $i$  в окрестности момента  $t$  времени, т.е. произведем  $\delta q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, i)$ . В соответствии с (19) имеем

$$\delta q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta q_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i). \quad (27)$$

С одной стороны, вариация (27) приводит к вариации  $\delta B(0, i)$  приведенной выручки (пользы) за проданную энергию вида  $i$ . Вариацию же приведенной выручки можно получить из (18) или (21). С другой стороны, вариация (27) приводит к вариации  $\delta Z^{(\text{dual})}(t, i) = \delta Z^{(\text{dual})}(0, i)$  двойственного к оптимизационной задаче п. 4 функционала.

$$\delta B^{(n-1, n)}(0, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta B^{(n-1, n)}(0, \omega, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \left[ \int_{t_{n-1}}^{t_n} \psi^{(\text{demand})}(t, i) \delta \dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) e^{-\rho t} dt \right]. \quad (29)$$

Обозначим *дисконтированную цену энергии* на подынтервале  $(t_{n-1}, t_n)$  для энергии вида  $i$  как  $\psi^{(*), (\text{demand}), (n-1, n)}(i)$ , а соответствующую вариацию *выпуска* энергии, имея в виду (27) и (29), как

$$\delta m^{(\text{demand}), (n-1, n)}(i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta m^{(\text{demand}), (n-1, n)}(\omega, i), \quad (30)$$

$$\sum_{\omega=0}^{\Omega} \int_{t_{n-1}}^{t_n} \delta \dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) dt = (t_n - t_{n-1}) \delta \dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand}), (n-1, n)}(t, i), \quad (32)$$

так что

$$\delta m^{(\text{demand}), (n-1, n)}(i) = (t_n - t_{n-1}) \delta \dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand}), (n-1, n)}(t, i). \quad (33)$$

Полученные соотношения (32) и (33) позволяют для условий вышеописанной дискретизации переписать (27) в виде

$$\delta q_{\Sigma}^{(\text{demand}), (n-1, n)}(t, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta q_{\Sigma}^{(\text{demand}), (n-1, n)}(t, \omega, i). \quad (34)$$

Из определения (20) следует, что

$$\delta q_{\Sigma}^{(\text{demand}), (n-1, n)}(t, i) = \delta m^{(\text{demand}), (n-1, n)}(i). \quad (35)$$

Выражение (29) для вариации приведенной выручки можно записать так:

Обе эти вариации  $\delta B(0, i)$  и  $\delta Z^{(\text{dual})}(0, i)$  – по сути одна и та же величина, вычисленная разными способами. Таким образом, из равенства  $\delta B(0, i) = \delta Z^{(\text{dual})}(0, i)$  попытаемся отыскать цену энергии.

Вариация  $\delta B(0, i)$  приведенной выручки, вызванная вариацией (27) спроса, в соответствии с (21) равна

$$\delta B(0, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta B(0, \omega, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \left[ \int_{-\infty}^T \psi^{(\text{demand})}(t, i) \delta \dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) e^{-\rho t} dt \right]. \quad (28)$$

Для дискретной оптимизационной задачи, когда расчетный интервал  $(-\infty, T)$  времени разбивается на конечное число, быть может, неодинаковых подынтервалов  $(t_{n-1}, t_n)$  (моменты  $t_{n-1}, t_n$  – это соседние узлы разбиения на временной оси  $(-\infty, T)$ ), для случая  $t \in (t_{n-1}, t_n)$  вариацию (28) можно записать так:

где

$$\delta m^{(\text{demand}), (n-1, n)}(\omega, i) = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \delta \dot{q}_{\Sigma}^{(\text{demand})}(t, \omega, i) dt. \quad (31)$$

Для бесконечно малой вариации  $\delta m^{(\text{demand}), (n-1, n)}(i)$  справедливо соотношение

$$\begin{aligned} \delta B^{(n-1, n)}(0, i) &= \sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta B^{(n-1, n)}(0, \omega, i) = \\ &= \sum_{\omega=0}^{\Omega} \psi^{(*), (\text{demand}), (n-1, n)}(i) \delta m^{(\text{demand}), (n-1, n)}(\omega, i) = \\ &= \psi^{(*), (\text{demand}), (n-1, n)}(i) \sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta m^{(\text{demand}), (n-1, n)}(\omega, i) = \\ &= \psi^{(*), (\text{demand}), (n-1, n)}(i) \delta m^{(\text{demand}), (n-1, n)}(i). \quad (36) \end{aligned}$$

Вариация (27) спроса, приведшая в свою очередь к вариации (30), (31) выпуска продукции, порождает вариацию *двойственного функционала*  $Z^{(\text{dual})}$ . При этом ме-

няется правая часть в уравнениях типа (19): если эти уравнения представить в каноническом виде, то правой частью будет свой свободный член для каждого из уравнений.

Чтобы получить на подынтервале  $(t_{n-1}, t_n)$  времени для энергии вида  $i$  вариацию  $\delta Z^{(dual), (n-1, n)}(i) = \delta Z^{(dual), (n-1, n)}(0, i)$  двойственного функционала, нужно по всем изменяемым правым частям в указанных уравнениях взять алгебраическую сумму с множителями Лагранжа — двойственными оценками  $\lambda_{(19)}^{(*), (n-1, n)}(i)$  (для уравнения типа (19)). Тогда для  $\delta Z^{(dual), (n-1, n)}(i)$  получим выражение

$$\delta Z^{(dual), (n-1, n)}(i) = \lambda_{(19)}^{(*), (n-1, n)}(i) \delta q_{\Sigma}^{(demand), (n-1, n)}(t, i). \quad (37)$$

Как уже отмечалось выше, вариации (36) и (37) — это одна и та же величина, вычисленная разными способами, т.е. справедливо тождество

$$\delta B^{(n-1, n)}(0, i) = \delta Z^{(dual), (n-1, n)}(i). \quad (38)$$

Подставляя в (38) правые части выражений (36) и (37), получим

$$\begin{aligned} & \lambda_{(19)}^{(*), (n-1, n)}(i) \delta m^{(demand), (n-1, n)}(i) = \\ & = \lambda_{(19)}^{(*), (n-1, n)}(i) \delta q_{\Sigma}^{(demand), (n-1, n)}(t, i) \end{aligned}$$

или с учетом (35)

$$\lambda_{(19)}^{(*), (n-1, n)}(i) = \lambda_{(19)}^{(*), (n-1, n)}(i). \quad (39)$$

В соответствии с принятым определением дисконтированной цены  $\lambda_{(19)}^{(*), (n-1, n)}(i)$  на подынтервале  $(t_{n-1}, t_n)$  времени и соотношениями (29)...(31), (36) можно записать

$$\begin{aligned} \lambda_{(19)}^{(*), (n-1, n)}(i) &= \lambda_{(19)}^{(demand), (n-1, n)}(t, i) e^{-\rho t} \\ &\text{для } t \in (t_{n-1}, t_n). \end{aligned} \quad (40)$$

Из (40) следует, что если дисконтированная цена  $\lambda_{(19)}^{(*), (n-1, n)}(i)$  энергии вида  $i$  на подынтервале  $(t_{n-1}, t_n)$  есть величина постоянная, то цена  $\lambda_{(19)}^{(demand), (n-1, n)}(t, i)$  этой же энергии в произвольный момент  $t$  времени на этом подынтервале — экспоненциально изменяющаяся величина.

$$\delta B(0, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta B(0, \omega, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \left[ \int_{-\infty}^T \lambda_{(19)}^{(demand), (n-1, n)}(t, \omega, i) \delta q_{\Sigma}^{(demand), (n-1, n)}(t, \omega, i) e^{-\rho t} dt \right], \text{ а выражение (29) —}$$

$$\text{в виде } \delta B^{(n-1, n)}(0, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta B^{(n-1, n)}(0, \omega, i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \left[ \int_{t_{n-1}}^{t_n} \lambda_{(19)}^{(demand), (n-1, n)}(t, \omega, i) \delta q_{\Sigma}^{(demand), (n-1, n)}(t, \omega, i) e^{-\rho t} dt \right].$$

Выражение (40) можно переписать в удобном для вычислений виде

$$\begin{aligned} \lambda_{(19)}^{(demand), (n-1, n)}(t_{n-1}, i) &= \lambda_{(19)}^{(*), (demand), (n-1, n)}(i), \\ \lambda_{(19)}^{(demand), (n-1, n)}(t, i) &= \lambda_{(19)}^{(*), (demand), (n-1, n)}(i) e^{(t-t_{n-1})\rho} \\ &\text{для } t_{n-1} < t < t_n. \end{aligned}$$

Таким образом, из двойственного решения задачи линейного программирования для соотношений (19) берутся множители Лагранжа  $\lambda_{(19)}^{(*), (n-1, n)}(i)$ , которые в соответствии с (39) равны абсолютным дисконтированным ценам  $\lambda_{(19)}^{(*), (demand), (n-1, n)}(i)$ . Из (40) находится цена энергии для любого момента времени  $t \in (t_{n-1}, t_n)$ .

#### Утверждение.

В оптимальном плане энергосистемы для любого вида  $i$  энергии и любого подынтервала  $(t_{n-1}, t_n)$  времени, принадлежащего интервалу  $(0, T)$  планирования, дисконтированная цена  $\lambda_{(19)}^{(*), (demand), (n-1, n)}(i)$  этого вида энергии в энергосистеме равна дисконтированной цене  $\lambda_{(19)}^{(*), (demand), (n-1, n)}(\omega, i)$  этого же вида энергии на произвольной площадке  $\omega$  размещения в энергосистеме, т.е.  $\lambda_{(19)}^{(*), (demand), (n-1, n)}(i) = \lambda_{(19)}^{(*), (demand), (n-1, n)}(\omega, i)$ . Иначе говоря, в оптимальном плане энергосистемы дисконтированные цены  $\lambda_{(19)}^{(*), (demand), (n-1, n)}(\omega, i)$  любого вида  $i$  энергии для любого подынтервала  $(t_{n-1}, t_n)$  времени на всех площадках  $\omega$  размещения одинаковы и равны дисконтированной цене  $\lambda_{(19)}^{(*), (demand), (n-1, n)}(i)$  этого же вида энергии в энергосистеме.

Покажем справедливость этого утверждения. Пусть на каждой площадке  $\omega$  размещения в оптимальном плане энергосистемы для любого вида  $i$  энергии и любого подынтервала  $(t_{n-1}, t_n)$  времени имеется своя дисконтированная цена  $\lambda_{(19)}^{(*), (demand), (n-1, n)}(\omega, i)$ . Произведем вариацию вида (27). Тогда выражение (28) для вариации  $\delta B(0, i)$  можно переписать так:

Имея в виду справедливость (30)...(34), перепишем выражение (36) для рассматри-

$$\delta B^{(n-1,n)}(0,i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta B^{(n-1,n)}(0,\omega,i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \Pi^{(*),(demand),(n-1,n)}(\omega,i) \delta m^{(demand),(n-1,n)}(\omega,i), \text{ где}$$

$$\delta B^{(n-1,n)}(0,\omega,i) = \Pi^{(*),(demand),(n-1,n)}(\omega,i) \delta m^{(demand),(n-1,n)}(\omega,i). \quad (41)$$

Вариация же двойственного функционала для уравнения типа (19) по-прежнему

$$\delta Z^{(dual),(n-1,n)}(i) = \lambda_{(19)}^{(*),(n-1,n)}(i) \delta m^{(demand),(n-1,n)}(i) = \lambda_{(19)}^{(*),(n-1,n)}(i) \sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta m^{(demand),(n-1,n)}(\omega,i) =$$

$$= \sum_{\omega=0}^{\Omega} \lambda_{(19)}^{(*),(n-1,n)}(i) \delta m^{(demand),(n-1,n)}(\omega,i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta Z^{(dual),(n-1,n)}(\omega,i), \text{ где}$$

$$\delta Z^{(dual),(n-1,n)}(\omega,i) = \delta Z^{(dual),(n-1,n)}(0,\omega,i) = \lambda_{(19)}^{(*),(n-1,n)}(i) \delta m^{(demand),(n-1,n)}(\omega,i). \quad (42)$$

Из (38) следует, что

$$\sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta B^{(n-1,n)}(0,\omega,i) = \sum_{\omega=0}^{\Omega} \delta Z^{(dual),(n-1,n)}(\omega,i). \quad (43)$$

Поскольку вариация (27) вызывает на произвольной площадке  $\omega$  размещения вариацию  $\delta q_{\Sigma}^{(demand)}(t,\omega,i)$  и, как следствие из (31), вариацию  $\delta m^{(demand),(n-1,n)}(\omega,i)$ , то из (43) следует

$$\delta B^{(n-1,n)}(0,\omega,i) = \delta Z^{(dual),(n-1,n)}(\omega,i). \quad (44)$$

Иначе говоря, господствует принцип: выручка за единицу произведенной дополнительной продукции на произвольной площадке  $\omega$  размещения приписывается на счет этой же площадки  $\omega$ , где и были произведены затраты на производство этой единицы дополнительной продукции. Тогда из (44) с учетом (41) и (42) следует

$$\Pi^{(*),(demand),(n-1,n)}(\omega,i) \delta m^{(demand),(n-1,n)}(\omega,i) =$$

$$= \lambda_{(19)}^{(*),(n-1,n)}(i) \delta m^{(demand),(n-1,n)}(\omega,i) \text{ или}$$

$$\Pi^{(*),(demand),(n-1,n)}(\omega,i) = \lambda_{(19)}^{(*),(n-1,n)}(i). \quad (45)$$

Сравнивая (45) и (39), приходим к выводу, что

$$\Pi^{(*),(demand),(n-1,n)}(i) = \Pi^{(*),(demand),(n-1,n)}(\omega,i),$$

тем самым показано, что Утверждение справедливо.

Заметим, что *Утверждение* имеет своим следствием тот факт, что дисконтированная цена  $\Pi^{(*),(demand),(n-1,n)}(i)$  энергии вида  $i$  может быть рассчитана с помощью множителей Лагранжа, полученных для любой площадки  $\omega$ , т.е. по данным решения двойственной оптимизационной задачи для произвольной площадки  $\omega$ . Одинаковость дисконтированных цен на энергию вида  $i$  на всех площадках означает, что в случае воз-

вемого случая как

дается выражением (37), причем (37) с учетом (30) и (35) можно записать в виде

*никновения дополнительного спроса (заказа) на продукцию становится безразлично, какой площадке поручить выполнение этого заказа (если только на площадке выполнение заказа физически возможно).*

*Экономический эффект (в виде экономии или прибыли) будет одинаков для любой площадки  $\omega$ . Это справедливо и в случае перенасыщения рынка продукцией: становится безразлично, какую из площадок следует разгрузить в первую очередь.*

Напомним, что полученный результат справедлив в предположении, что  $\rho(t) = \text{const} = \rho$ .

## Заключение

Описанный функционал и алгоритм оптимизации наряду с системой ограничений [4] служат математической моделью оптимизации энергосистемы для ввода энергоблоков в эксплуатацию, реализованной как составная часть написанного на Фортране компьютерного комплекса оптимизационных программ (кода) TOBAS [2]. С помощью этой модели выполнены расчеты по определению конкурентоспособности ЯЭУ в сравнении с энергоустановками (ЭУ) на угле и природном газе, а также оценки выгоды замкнутого ядерного топливного цикла (ЯТЦ) в сравнении с открытым для условий России. Оценки сделаны на основе исходных данных работы [6] – междисциплинарного исследования Массачусетского технологического института, посвященного будущему ядерной энергетики.

Оптимизационные расчеты показали, что конкурентоспособность ЯЭУ выше таковой для угольных ЭУ и выше или равна

таковой для ЭУ на природном газе, а замкнутый ЯТЦ с учетом диапазона неопределенности исходных данных выгоден для России. Выгодность ЯТЦ растет по мере роста капитала акционерного общества, куда он системно входит, и достигает максимума для единого и одного акционерного общества, каковым может быть вся страна Россия.

Если ресурсы компьютера позволяют детально сформировать оптимизационную модель энергосистемы (например, Европы или России), то имеется возможность решить задачу сразу, в один прием. Иначе, модель энергосистемы, например, России может быть расчленена на региональные энергосистемы (в модели – это площадки или объединения площадок размещения энергоблоков). Региональные энергосистемы могут быть оптимизированы по единому критерию для энергосистемы России, вследствие чего будет найден единый согласованный оптимальный план энергосистемы России.

Региональные энергосистемы могут быть оптимизированы и по своим региональным критериям, согласованным с единым критерием энергосистемы России, после чего планы региональных энергосистем должны увязываться в итерациях. В этом случае, как показывает опыт расчетов [5], региональные локально-оптимальные планы могут дать хороший согласованный (сбалансированный) между региональными энергосистемами план, который однако может не совпасть с оптимальным планом энергосистемы России. Получить оптимальный план энергосистемы России (в смысле единого критерия) таким образом можно, если проделывать эту оптимизационную процедуру из различных начальных точек (из разных базисов).

Качество оптимального плана развития энергосистемы зависит от вида единого критерия принятия решения. Если общество имеет осознанную цель своего развития, то в его эффективной экономике критерий принятия решений должен быть единым и согласованным со всеми подразделениями общества.

Любое подразделение общества является динамической системой, под оптималь-

ным поведением (стратегией) которой понимается поведение, не нарушающее законов сохранения и других накладываемых жизнью ограничений, обеспечивающее *максимальный уровень жизни людей* этой системы. Уровень жизни включает в себя *качество жизни и ее безопасность*.

Максимизировать уровень жизни – значит доставить максимум универсальной целевой функции – приведенной (или, иначе, дисконтированной) прибыли этой системы (т.е. приведенной прибыли, вычисленной в ценах оптимального плана) в условиях упомянутых выше ограничений на бесконечном интервале планирования.

Поскольку решение приходится принимать в условиях неполноты информированности, то теория говорит о критерии максимизации математического ожидания приведенной прибыли. Подходы к оптимизации систем по такому критерию даны в [5].

#### Список литературы

1. *Шевелев Я.В.* Проект комплекса программ для Оптимизации Развития ядерной энергетики в условиях Неполноты Информации (ОрНИ) Отчет ИАЭ инв. № 36/420783, 1983.
2. *Клименко А.В.* Компьютерный комплекс оптимизационных программ (код) “ТОВАС” // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2005, вып. 3, с. 51–56.
3. *Клименко А.В.* Цена оружейного урана // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 1998, спец. выпуск, 86 с // Научная библиотека журнала “Конверсия в машиностроении”, 1998.
4. *Клименко А.В.* Система ограничений для ввода энергоблоков в эксплуатацию в модели оптимизации развития энергосистемы // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, настоящий выпуск.
5. *Шевелев Я.В., Клименко А.В.* Эффективная экономика ядерного топливно-энергетического комплекса. М.: РГГУ, 1996.
6. *The Future of Nuclear Power. An Interdisciplinary MIT Study.* Massachusetts Institute of Technology, 2003.

*Контактная информация –*

*Клименко Анатолий Васильевич, профессор,  
тел.: (495)323-92-42, e-mail: [anatoly-klimenko@yandex.ru](mailto:anatoly-klimenko@yandex.ru)*

Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, вып. 1,  
с. 99–112.

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Моряков А.В.</i> Алгоритм получения угловых потоков в ячейке для многопроцессорных программ LUCKY и LUCKY_C....	3
<i>Моряков А.В., Пылёв С.С.</i> Программа ANGEL. Решение с использованием технологии CUDA систем линейных дифференциальных уравнений большой размерности, описывающих нестационарные процессы .....	7
<i>Ковалишин А.А.</i> Расчет эффективных характеристик ячеек реактора с использованием метода вероятностей первых столкновений .....	11
<i>Ковалишин А.А.</i> Способ расчета граничных условий на границе активной зоны и отражателя.....	13
<i>Раскач К.Ф.</i> Введение поправок, учитывающих взаимозависимость мультигрупповых констант, к результатам мультигрупповых расчетов по теории возмущений.....	17
<i>Тebin В.В.</i> Статистическая верификация нейтронно-физических программ, предназначенных для расчетов в обоснование ядерной безопасности .....	26
<i>Линге И.И., Митенкова Е.Ф., Новиков Н.В.</i> Сквозной расчет радиационных характеристик отработавших тепловыделяющих сборок ВВЭР-1000.....	46
<i>Кочкин В.Н., Махотин Д.Ю., Ерак Д.Ю.</i> Сравнительный анализ характеристик нейтронного поля на образцах-свидетелях и корпусах ВВЭР-440.....	63
<i>Павшук В.А., Каминский А.С., Гордеев Э.Г., Пальванов В.Ч., Турбина Т.А., Конюхов Г.В.</i> Концепция реактора ядерной энергодвигательной установки с большой энерговыработкой на основе технологии ядерного ракетного двигателя.....	74
<i>Клименко А.В.</i> Система ограничений для ввода энергоблоков в эксплуатацию в модели оптимизации развития энергосистемы.....	80
<i>Клименко А.В.</i> Функционал для ввода энергоблоков в эксплуатацию в модели оптимизации развития энергосистемы и алгоритм оптимизации.....	99

## CONTENTS

<i>Moryakov A.V.</i> The Algorithm to Get the Angular Fluxes in Space Cell for Multiprocessor Computer Codes LUCKY and LUCKY_C.....	3
<i>Moryakov A.V., Pylyov S.S.</i> ANGEL Computer Code. The Solver to Get Solution for Time Depended Large Linear Systems of Differential Equations Using CUDA Technology .....	7
<i>Kovalishin A.A.</i> The Algorithm of Calculation of Effective Characteristics of Nuclear Reactor Cells by Collision-Probability Method.....	11
<i>Kovalishin A.A.</i> The Method of Boundary Conditions Calculation for Boundary between Nuclear Reactor Core and Reflector ....	13
<i>Raskach K.F.</i> A Technique for Taking into Account Interdependence of Multigroup Constants in Perturbation Theory Calculations.....	17
<i>Tebin V.V.</i> Statistical Verification of the Neutron-Physical Programs for Calculations in Support of Nuclear Safety .....	26
<i>Linge I.I., Mitenkova E.F., Novikov N.V.</i> Coupled Calculation of Radiation Characteristics for VVER-1000 Spent Nuclear Fuel .....	46
<i>Kochkin V.N., Makhotin D.Yu., Erak D.Yu.</i> Comparative Analysis of Neutron Field Characteristics at Surveillance Specimens and Pressure Vessels of VVER-440 .....	63
<i>Pavshuk V.A., Kaminskiy A.S., Gordeev E.G., Pal'vanov V.Ch., Turbina T.A., Konyukhov G.V.</i> A Concept of Nuclear Thermal Power and Propulsion Reactor with High Power Production Based on Nuclear Thermal Propulsion Technology.....	74
<i>Klimenko A.V.</i> System of Restrictions for Putting the Units into Operation in Model of Optimization of Power System Development .....	80
<i>Klimenko A.V.</i> Functional for Putting the Units into Operation in Model of Optimization of Power System Development and Algorithm of Optimization .....	99

## Правила оформления статей

При подготовке статьи в сборник автор должен руководствоваться стандартом “Оригиналы авторские и текстовые издательские” (ОСТ 29.115 – 88). К авторским оригиналам, передаваемым для издания, предъявляются следующие требования:

1. Экземпляр статьи должен быть первым, отпечатан на одной стороне листа формата А4 **шрифтом № 12 через 2 интервала**. Статья должна быть составлена в следующем порядке: индекс УДК; заглавие; **инициалы и фамилии авторов; место работы каждого автора с почтовым адресом; аннотация (не более 10 строк); ключевые слова – все вышеперечисленное на русском и английском языках; текст; список литературы; таблицы; рисунки; подрисуночные подписи (на отдельном листе).**

2. Статья должна также предоставляться обязательно **в виде электронной версии обычным шрифтом № 12 Times New Roman, междустрочный интервал – одинарный**, в редакторе Word 97 или более поздних версий. Текст не форматируется, в качестве имени файла используется ФИО первого автора статьи. **Кавычки в тексте ставятся при английской раскладке клавиатуры (“..”).**

3. Содержание статьи должно быть кратким и четким. Исключаются общие рассуждения, известные положения. Не допускается дублирование материала в тексте, таблицах, подрисуночных надписях. Необходимо соблюдать единообразие в написании терминов, наименований физических величин и единиц измерения, условных обозначений, сокращений, символов. Наименования и обозначения единиц физических величин необходимо приводить в системе СИ.

Необходимо обращать внимание на **написание прописных и строчных букв: русские и греческие буквы (α, β, γ, φ и т.д.) набираются прямо, а латинские (x, y, z, w и т.д.) – курсивом**. Те же требования в обозначениях нужно соблюдать при написании индексов и степеней в формулах. **Обозначения матриц и векторов набираются полужирным шрифтом прямо**. Формулы, включенные в текст, следует набирать без увеличения интервала между строками, например  $b/d$ ,  $\exp(x/e)$ .

4. Таблицы нумеруются, **каждая таблица должна иметь заголовок**. Сокращения в графах таблицы не допускаются. В тексте необходимы ссылки на все таблицы. **Каждая таблица печатается на отдельном листе, а в электронном виде представляется в отдельном файле.**

5. Формулы и буквенные обозначения величин должны быть размечены и сразу расшифрованы. Формулы нумеруются арабскими цифрами, номер ставится с правой стороны листа в круглых скобках. **Нумеровать следует только те формулы и уравнения, на которые есть ссылка в последующем изложении**. Формулы выполняются в редакторах Equation 3.0 или MathType при невозможности набора на клавиатуре ( $x_n^2, y_m^n, \sqrt{x}, \int_0^1 x, \frac{1}{y}$  и т.д.).

Подстрочные и надстрочные индексы вводятся с клавиатуры ( $x_3, \text{км}^2$  и т.д.), греческие буквы вставляются через Меню *Вставка* → *символ*.

6. В тексте статьи рисунок обязательно представляется на отдельном листе формата не более А4. На рисунках допускается минимальное число обозначений – краткие цифровые (по порядку номеров слева направо или по часовой стрелке) или буквенные обозначения. Все пояснения выносятся в подрисуночные подписи. На обороте каждого рисунка указываются фамилии авторов, название статьи, номер рисунка, обозначения верха и низа. **Внутренние надписи на рисунках набираются шрифтом № 11**. Внизу каждого рисунка должны быть

приведены его номер и **подрисуночная подпись шрифтом № 11**. При наличии нескольких различных графиков на одном рисунке каждый из них обозначается русскими буквами а), б), в) и т.д. и расшифровывается.

**В компьютерном виде рисунки представляются в отдельных файлах**, выполненные в графических редакторах *Paint, PhotoShop, CorelDraw* в черно-белом цвете (фотографии в растровом формате *tif, dpi-300*). Рисунки в *Word* не вставлять кроме случаев, когда рисунок изначально выполнен в *Word*.

7. Ссылки на литературу в тексте даются по порядку арабскими цифрами в квадратных скобках. **Список литературы составляется в той же последовательности, в которой приводятся ссылки на литературу**. Фамилии и инициалы авторов набираются полужирным курсивом.

8. Список литературы следует оформлять в соответствии с Государственным стандартом "Библиографическая ссылка" (ГОСТ Р 7.0.5–2008), в частности, необходимо указать :

а) для журнальных статей – фамилии и инициалы авторов (не менее трех первых), название статьи, название журнала (без кавычек), год, том, выпуск, номер, страницы;

б) для книг – фамилии и инициалы авторов, полное название книги, место издания, издательство (без кавычек), год издания;

в) для авторефератов диссертаций – фамилию и инициалы автора, название автореферата диссертации, на соискание какой ученой степени написана диссертация, место и год защиты;

г) для препринтов – фамилии и инициалы авторов, название препринта, наименование издающей организации, шифр и номер, место и год издания;

д) для патентов – фамилии и инициалы авторов, название патента, страну, номер и класс патента, дату и год заявления и опубликования патента;

е) для отчетов – фамилии и инициалы авторов, название отчета, инвентарный №, наименование организации, год выпуска;

ж) для электронных источников – **полный электронный адрес (включая дату обращения к источнику)**, позволяющий обратиться к публикации.

9. В конце текста указывается контактная информация об авторах статьи: фамилия, имя и отчество (полностью), должность, телефон, e-mail и по желанию автора – домашний почтовый адрес.

## Уточненная информация для читателей

научно-технического сборника

**“Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика ядерных реакторов”!**

Редколлегия сборника “ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов” информирует авторов и читателей сборника об организации подписки на “ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов”. Подписные индексы ОАО Агентство “Роспечать”: 66675 со II полугодия 2007 г. в каталоге “Издания органов научно-технической информации” и 32067 с 2010 г. в каталоге “Газеты. Журналы”.

Напоминаем, что “ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов” по-прежнему издается в трех выпусках: Физика и методы расчета ядерных реакторов, Динамика и безопасность ядерных энергетических установок и Импульсные реакторы и простые критические сборки.

Призываем заинтересованных специалистов поддержать активной подпиской сборник “ВАНТ. Серия: Физика ядерных реакторов”.

## **ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ**

С е р и я: Физика ядерных реакторов

### **Выпуск 1**

Ответственный за выпуск **С.М. Зарицкий**  
(тел./факс: (499)196-71-98, e-mail: zaritsky@adis.vver.kiae.ru)

Редактор **В.В. Пчелин**  
(тел./факс: (499)196-99-44, e-mail: pchelin@adis.vver.kiae.ru)

Подписано в печать 22.03.11. Формат 70×108/16  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 14,5. Уч.-изд. л. 16,0. Тираж 250. Индекс 3646. 11 статей. Заказ 27

Отпечатано в Национальном исследовательском центре “Курчатовский институт”  
123182, Москва, пл. Академика Курчатова, 1

Индекс 3646

ISSN 0205—4671. Вопросы атомной науки и техники.  
Сер. Физика ядерных реакторов, 2011, вып. 1, 1—116